

Introduction à la logique

André Delessert

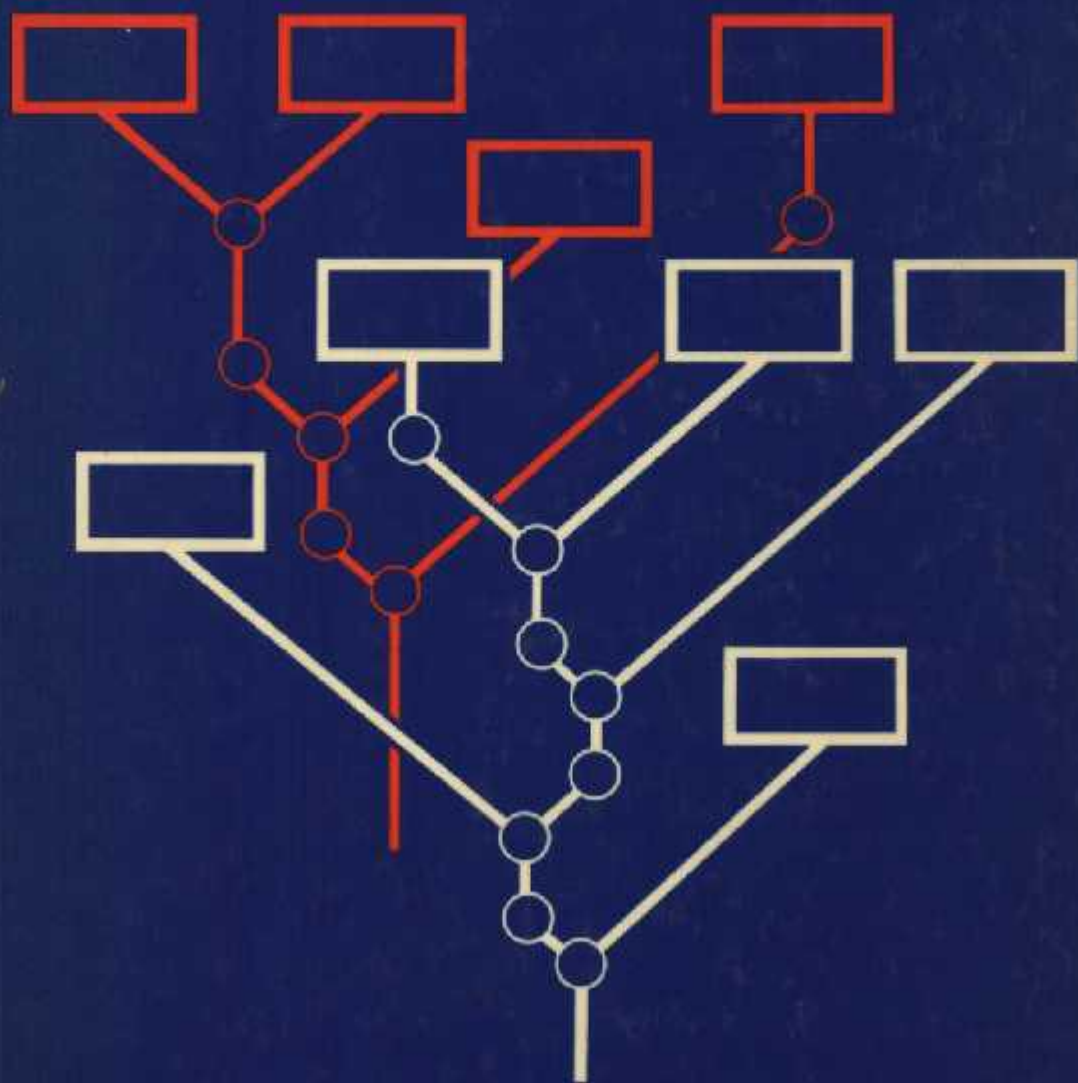


Table des matières

Avertissement	5
Chapitre 0 Préambule	
0.0 Origine de la logique	7
0.1 La logique aristotélicienne	8
0.2 Le déclin de la logique aristotélicienne	10
0.3 La logique symbolique	14
Chapitre 1 Les langages du premier ordre	
1.0 Définitions des langages du premier ordre	17
1.1 Commentaires généraux	26
Chapitre 2 L'idée de modèle ensembliste	
2.0 Introduction	29
2.1 Conventions relatives aux ensembles	31
2.2 La notion de L -structure	34
2.3 Remarques sur les ensembles dénombrables	45
Chapitre 3 La logique (ou calcul) des propositions Les fonctions de vérité	
3.0 Introduction	51
3.1 Définitions et propriétés élémentaires	52
Chapitre 4 Les axiomes de l'égalité ou formules de Leibniz	
4.0 Conventions préalables	65
4.1 Les axiomes de l'égalité	66
Chapitre 5 La logique des quantificateurs La méthode de Henkin: la réduction à la logique des propositions	
5.0 Introduction	69
5.1 Substitution d'un terme à une variable	70
5.2 Extension de Henkin d'un langage du premier ordre	73
5.3 Les axiomes de Henkin et les axiomes des quantifica- teurs	74
5.4 Le lemme de réduction à la logique des propositions	76
5.5 Les théorèmes de compacité et de Löwenheim-Skolem	80
5.6 Appendice	83

Chapitre 6	L'idée de preuve	
	Le théorème de complétude de la logique du premier ordre	
	6.0 Introduction	89
	6.1 Le système d'inférence de Hilbert	90
	6.2 Quelques lemmes	93
	6.3 Le théorème de complétude	100
Chapitre 7	Extension de la logique élémentaire du premier ordre	
	7.0 Compléments sur les ensembles	111
	7.1 Cardinal d'un langage du premier ordre	115
	7.2 Théorème de Löwenheim-Skolem-Tarski	116
Chapitre 8	Quelques remarques sur la logique du premier ordre	
	8.0 Introduction	121
	8.1 Un système formel du premier ordre pour l'arithmétique	122
	8.2 Un système formel du premier ordre pour les ensembles	131
	8.3 Logique «naïve» et logique du premier ordre. Logique pratique	137
	8.4 Arithmétique et logique du premier ordre. Les théorèmes d'incomplétude de Gödel (énoncés et remarques)	141
	8.5 De quelques autres théorèmes d'impossibilité	150
	8.6 Le programme et la thèse de Hilbert	152
Chapitre 9	Aperçus sur d'autres logiques formelles	
	9.0 Introduction	157
	9.1 Comment introduire simplement la finitude dans les raisonnements?	159
	9.2 Logiques d'ordre supérieur	164
	9.3 Sur la logique intuitionniste	172
	9.4 Sur la logique modale	175
Chapitre 10	Epilogue	181
	Exercices	183
	Index terminologique	196
	Index des notations	198
	Petite bibliographie	199

Introduction à la logique

André Delessert

Destiné à un large public, ce livre, qui ne nécessite pas de connaissances avancées en mathématiques, est axé principalement sur la logique du premier ordre. L'intention générale est de proposer des faits de logique non banals, tels que le théorème de complétude de la logique de premier ordre et ses divers corollaires. Quelques relations avec la langue, la philosophie et les fondements des mathématiques sont abordées à la lumière des résultats démontrés.

André Delessert est né à Lausanne où il a obtenu sa licence es sciences puis son doctorat. Nommé professeur extraordinaire puis ordinaire à la Faculté des sciences de l'Université de Lausanne, dont il a été le recteur, André Delessert a fait partie, en qualité de secrétaire ou de président, de diverses commissions nationales et internationales traitant de mathématiques et a publié de nombreux ouvrages, dont, entre autres, *Géométrie plane*, *Introduction à la géométrie de l'espace*, *Introduction à la trigonométrie* ainsi que de nombreux articles concernant les mathématiques et leur enseignement.



9 782880 741532

Presses polytechniques romandes