
CAHIERS MATHÉMATIQUES
DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

COMPOSITION DE POLYTOPES COMBINATOIRES

une approche par projection

François Margot

$$Ax \geq b$$

TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction et préliminaires	1
1.1. Introduction, 1	
1.2. Problèmes combinatoires et PLE, 4	
1.3. Notions de théorie des graphes, 6	
1.4. Problèmes, algorithmes et complexité, 10	
1.5. Polyèdres et polytopes, 14	
1.6. Méthodes de résolution de problèmes de PL, 19	
1.7. Méthodes de projection, 21	
2. Propriété des faces projetées	27
2.1. Introduction, 27	
2.2. Définitions et propriétés élémentaires, 29	
2.3. Propriété des faces projetées et produit cartésien, 31	
2.4. Preuve d'intégralité par projection de faces, 35	
3. Polytopes associés à des graphes définis par composition	41
3.1. Introduction, 41	
3.2. Familles de graphes définis par composition, 44	
3.3. Algorithme de programmation dynamique, 48	
3.4. Interprétation polyédrique de l'algorithme de programmation dynamique, 54	
3.5. Coupes dans un 2-arbre, 59	
3.6. Sous-graphes fortement connexes d'un graphe série-parallèle, 65	
3.7. Autres applications, 79	
3.7.1. Ensembles stables dans un graphe série-parallèle, 79	
3.7.2. Partitions d'un graphe série-parallèle, 82	
3.8. Remarques générales, 84	

4. Arbres et arborescences sur un 2-arbre	87
4.1. Introduction, 87	
4.2. Polytope des arbres sur un 2-arbre, 90	
4.3. Polytope des arbres enracinés sur un graphe série-parallèle, 100	
4.4. Polytope des arborescences enracinées sur un graphe série-parallèle orienté, 103	
5. Monotonisation de polytopes	109
5.1. Introduction, 109	
5.2. Propriétés élémentaires de $\text{Mon}_1(Q)$ et définitions, 112	
5.3. Structure des faces de $\text{Mon}_1(Q)$, 118	
5.4. Description linéaire de $\text{Mon}_1(Q)$, 120	
5.5. Intersection de la monotonisation de deux polytopes, 123	
5.6. PFP et monotonisation, 127	
5.7. Extension aux monotonisations avec $J \neq \emptyset$, 134	
6. Composition de systèmes d'indépendants	137
6.1. Introduction, 137	
6.2. Composition de deux systèmes d'indépendants, 140	
6.3. Substitution d'un élément dans un système d'indépendants, 141	
6.4. Somme de deux systèmes d'indépendants, 142	
6.5. Fusion de cliques de deux systèmes d'indépendants graphiques, 142	
6.6. Identification d'articulations faibles de clutters, 143	
6.7. Amalgame de deux clutters, 150	
Bibliographie	157
Notations	167
Glossaire	169

4. Arbres et arborescences sur un 2-arbre	87
4.1. Introduction, 87	
4.2. Polytope des arbres sur un 2-arbre, 90	
4.3. Polytope des arbres enracinés sur un graphe série-parallèle, 100	
4.4. Polytope des arborescences enracinées sur un graphe série-parallèle orienté, 103	
5. Monotonisation de polytopes	109
5.1. Introduction, 109	
5.2. Propriétés élémentaires de $\text{Mon}_1(Q)$ et définitions, 112	
5.3. Structure des faces de $\text{Mon}_1(Q)$, 118	
5.4. Description linéaire de $\text{Mon}_1(Q)$, 120	
5.5. Intersection de la monotonisation de deux polytopes, 123	
5.6. PFP et monotonisation, 127	
5.7. Extension aux monotonisations avec $J \neq \emptyset$, 134	
6. Composition de systèmes d'indépendants	137
6.1. Introduction, 137	
6.2. Composition de deux systèmes d'indépendants, 140	
6.3. Substitution d'un élément dans un système d'indépendants, 141	
6.4. Somme de deux systèmes d'indépendants, 142	
6.5. Fusion de cliques de deux systèmes d'indépendants graphiques, 142	
6.6. Identification d'articulations faibles de clutters, 143	
6.7. Amalgame de deux clutters, 150	
Bibliographie	157
Notations	167
Glossaire	169

COMPOSITION DE POLYTOPES COMBINATOIRES

une approche par projection

François Margot

Après une brève introduction aux concepts de base de la théorie des graphes, de la théorie de la complexité et de celle de la combinatoire polyédrique, cet ouvrage se centre sur l'étude de problèmes combinatoires possédant une propriété de «décomposition», c'est-à-dire tels que chacun d'eux puisse être décomposé en plusieurs sous-problèmes distincts dont les solutions permettent de reconstruire la solution du problème initial. Pour ce type de problèmes, une méthode générale conduisant à une formulation du problème sous forme de programmation linéaire est décrite puis appliquée à plusieurs problèmes bien connus de la théorie des graphes (coupe maximum, ensemble stable de poids maximum, arbre de Steiner, ...) restreints à des classes de graphes particulières.

Un second champ d'application, celui de la composition de polytopes monotones, est ensuite exploré, menant à une généralisation et à l'unification de plusieurs résultats connus, faisant de cet ouvrage une des premières monographies traitant de composition de polytopes de manière détaillée.

Né en 1965 à Sherbrooke (Canada) de parents suisses, François Margot obtient son diplôme d'ingénieur mathématicien en 1988 à l'École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL). De 1988 à 1994, il est assistant en recherche opérationnelle à l'EPFL puis, dès 1993, chargé de cours en recherche opérationnelle et en optimisation combinatoire. Ses travaux de recherche portent sur l'algorithmique, la combinatoire polyédrique, l'optimisation combinatoire et la complexité. Il obtient le titre de Docteur ès sciences en 1994.

ISBN 2-88074-281-1



9 782880 742812