

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

Joseph-Alfred SERRET

COURS D'ALGÈBRE SUPÉRIEURE

QUATRIÈME ÉDITION

TOME II



ÉDITIONS
JACQUES GABAY

 blong®

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME SECOND.

	Pages
INTRODUCTION.....	2

SECTION III.

LES PROPRIÉTÉS DES NOMBRES ENTIERS.

CHAPITRE PREMIER.

DES CONGRUENCES.

Des nombres congrus ou équivalents.....	5
Du nombre qui exprime combien il y a de nombres premiers à un nombre donné et non supérieurs à ce nombre.....	9
Des congruences en général.....	14
Des congruences du premier degré.....	16
Sur le nombre des racines de la congruence $x^4 - 1 \equiv 0 \pmod{M}$	24
Théorème de Fermat.....	30
Théorème de Wilson.....	32
Théorème de Fermat généralisé.....	36
Théorème de Wilson généralisé.....	37
Des congruences dont le module est un nombre premier.....	39
Nouvelle démonstration du théorème de Wilson.....	46

CHAPITRE II.

DES RÉSIDUS DES PUISSANCES ET DES CONGRUENCES BINOMES.

Des nombres qui appartiennent à un exposant donné relativement à un module donné.....	47
Des racines primitives.....	50

	Pages
Démonstration de deux inégalités auxquelles satisfait la fonction $\psi(x)$	229
Détermination de deux limites entre lesquelles sont comprises les fonctions $\psi(x)$ et $\theta(x)$	231
Détermination de deux limites du nombre qui indique combien il y a de nombres premiers compris entre deux nombres donnés...	236
Application des résultats qui précèdent	238

SECTION IV.

LES SUBSTITUTIONS.

CHAPITRE PREMIER.

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES SUBSTITUTIONS.

Des permutations formées avec des lettres données, et des substitutions par lesquelles on passe d'une permutation à une autre ..	243
Des produits de substitutions.....	245
Ordre d'une substitution.....	247
Des substitutions circulaires.....	249
Décomposition d'une substitution quelconque en cycles.....	250
Décomposition d'une substitution donnée en facteurs primitifs...	254
Des substitutions semblables.....	257
Du nombre des substitutions semblables à une substitution donnée.	259
Des substitutions échangeables entre elles	260
Réduction d'une substitution quelconque à un produit de transpositions.....	273

CHAPITRE II.

PROPRIÉTÉS DES SYSTÈMES DE SUBSTITUTIONS CONJUGUÉS.

Des systèmes conjugués	278
Des systèmes semblables et des systèmes échangeables entre eux...	282
Du problème général qui fait l'objet principal de la théorie des substitutions	283
Des groupes de permutations	309

CHAPITRE III.

DES INDICES DES SYSTÈMES CONJUGUÉS.

	Pages
Indice d'un système conjugué. — Limite inférieure des indices supérieurs à 2.....	314
Démonstration nouvelle du théorème relatif à la limite inférieure des indices plus grands que 2	324
Du système conjugué d'indice 6 qui comprend 120 substitutions de six lettres et qui n'est pas formé par les 120 substitutions de cinq lettres	335
Des systèmes transitifs de substitutions conjuguées.....	340
Des expressions susceptibles de représenter l'indice d'un système intransitif.....	349
Sur la limite des indices supérieurs à 2, dans le cas des systèmes transitifs.....	353

CHAPITRE IV.

SUR QUELQUES CAS PARTICULIERS DE LA THÉORIE
DES SUBSTITUTIONS.

Sur les fonctions linéaires de la forme $\frac{ax+b}{a'x+b'}$	356
Des fonctions rationnelles linéaires prises suivant un module premier.....	363
Des fonctions analytiques propres à représenter les substitutions...	383
Des substitutions rationnelles et linéaires	390
De quelques propriétés des substitutions linéaires.....	393
Sur les substitutions de cinq et de sept lettres.....	405

CHAPITRE V.

APPLICATIONS DE LA THÉORIE DES SUBSTITUTIONS.

Des valeurs diverses que prend une fonction de plusieurs variables par les substitutions de ces variables.....	413
Des fonctions semblables.....	417
Sur la formation des fonctions de n variables qui admettent des substitutions données.....	423
Des fonctions doublement transitives de n variables qui ont 1, 2, 3, ..., $(n-2)$ valeurs, n étant premier	424
Des fonctions triplement transitives de $n+1$ variables qui ont 1, 2, 3, ..., $(n-2)$ valeurs, n étant premier.....	428

	Pages
Sur les fonctions triplement transitives de six variables qui ont six valeurs distinctes.....	432
Méthode de Lagrange pour calculer une fonction des racines d'une équation donnée quand on connaît une autre fonction quelconque des racines.....	433
Recherches de Galois relatives à la théorie précédente.....	441

SECTION V.

LA RÉOLUTION ALGÈBRE DES ÉQUATIONS.

CHAPITRE PREMIER.

DES ÉQUATIONS DU TROISIÈME ET DU QUATRIÈME DEGRÉ. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA RÉOLUTION ALGÈBRE DES ÉQUATIONS.

Résolution de l'équation générale du troisième degré.....	451
Des équations du troisième degré dont deux racines peuvent s'exprimer rationnellement en fonction de la troisième racine et des quantités connues.....	466
Résolution de l'équation générale du quatrième degré.....	471
Sur la résolution algébrique des équations.....	482
Des équations dont le degré est un nombre premier.....	484
Des équations dont le degré est un nombre composé.....	491

CHAPITRE II.

DE L'IMPOSSIBILITÉ DE LA RÉOLUTION ALGÈBRE DES ÉQUATIONS GÉNÉRALES AU DELÀ DU QUATRIÈME DEGRÉ.

Des fonctions algébriques.....	497
Des fonctions entières.....	498
Des fonctions rationnelles.....	499
Classification des fonctions algébriques non rationnelles.....	500
Forme générale des fonctions algébriques.....	502
Propriétés des fonctions algébriques qui satisfont à une équation donnée.....	506
Démonstration de l'impossibilité de résoudre algébriquement les équations générales de degré supérieur au quatrième.....	512

CHAPITRE III.

DES ÉQUATIONS ABÉLIENNES.

	Pages
Des équations irréductibles dont deux racines sont tellement liées entre elles, que l'une puisse s'exprimer rationnellement par l'autre.....	518
Résolution algébrique des équations dont toutes les racines peuvent être représentées par $\theta x, \theta^2 x, \dots, \theta^{p-1} x$, θx étant une fonction rationnelle de x et des quantités connues, telles que $\theta^p x = x \dots$	529
Cas où les quantités connues sont réelles.....	534
Première méthode particulière relative aux équations abéliennes dont le degré est un nombre composé.....	537
Deuxième méthode.....	542
Des équations irréductibles dont deux racines x et x' sont liées par la relation linéaire $x' = \frac{ax+b}{a'x+b'}$, où a, b, a', b' sont des constantes données.....	544
Des équations irréductibles à coefficients numériques dont plusieurs racines se développent en des fractions continues terminées par les mêmes quotients.....	546
Des équations dont toutes les racines sont exprimables rationnellement par l'une d'entre elles.....	552
Résolution algébrique des équations binômes.....	556
Résolution algébrique des équations dont dépend la division de la circonférence du cercle en un nombre premier de parties égales.....	558
Division de la circonférence en dix-sept parties égales.....	565
Construction géométrique.....	569
Sur une propriété remarquable de la fonction $\frac{x^p-1}{x-1}$, p étant un nombre premier.....	573
Sur quelques propriétés de la fonction résolvante qui se rapporte à l'équation $\frac{x^p-1}{x-1} = 0$	582
Démonstration nouvelle de la loi de réciprocité de Legendre.....	590

CHAPITRE IV.

SUR UNE CLASSE D'ÉQUATIONS DU NEUVIÈME DEGRÉ RÉSOLUBLES ALGÈBRIQUEMENT.

Du déterminant d'une fonction entière et homogène de trois variables.....	594
Sur les points d'inflexion des courbes du troisième degré.....	601

	Pages
Sur un théorème de Steiner relatif aux courbes du troisième degré.	621
Propriété de l'équation du neuvième degré qui a pour racines les abscisses des points d'inflexion d'une courbe du troisième degré.	626
Sur la résolution algébrique d'une classe d'équations du neuvième degré	630

CHAPITRE V.

SUR LES ÉQUATIONS RÉSOLUBLES ALGÈBRIQUEMENT.

Recherches de Galois. — Théorèmes généraux	637
Suite des recherches de Galois. — Applications aux équations irré- ductibles de degré premier	664
Recherches de M. Hermite	677
Recherches de M. Kronecker	684