

l'intégrale

Jean-Marie Monier

Algèbre PC-PSI-PT

Cours
et 300 exercices
corrigés

**NOUVEAU
PROGRAMME**

4^e édition

DUNOD

Table des matières

Première partie – Cours

Chapitre 1

Compléments d'algèbre linéaire 3

1.1 Bases, sommes directes 4

1.2 Applications linéaires 8

1.3 Dualité 11

1.3.1 Généralités 11

1.3.2 Hyperplans 12

1.3.3 Bases duales 14

1.4 Calcul matriciel 19

1.4.1 Trace 19

1.4.2 Blocs 22

Chapitre 2

Déterminants 31

2.1 Le groupe symétrique \mathfrak{S}_n 32

2.1.1 Structure de 32

2.1.2 Transpositions 32

2.1.3 Cycles 36

2.2 Applications multilinéaires 38

2.2.1 Généralités 38

2.2.2 Applications multilinéaires alternées 39

2.3 Déterminant d'une famille de n vecteurs dans une base d'un ev de dimension n 40

2.3.1 Espace $\Lambda_n(E)$ 40

2.3.2 Propriétés 42

2.4 Déterminant d'un endomorphisme 43

2.5 Déterminant d'une matrice carrée 45

2.6 Développement par rapport à une rangée 48

Chapitre 3

2.6.1	Cofacteurs et mineurs	48
2.6.2	Comatrice	52
2.7	Calcul des déterminants	55
2.7.1	Déterminant d'une matrice triangulaire	55
2.7.2	Manipulation de lignes et de colonnes	55
2.7.3	Cas $n = 2, n = 3$	58
2.7.4	Supplément : Déterminant de Vandermonde	59
2.7.5	Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs	61
2.8	Orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie	64
2.9	Supplément : Rang et sous-matrices	66
2.10	Systèmes affines	69
2.10.1	Position du problème	69
2.10.2	Résolution dans le cas d'un système de Cramer	70

Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

3.1	Éléments propres	74
3.2	Polynôme caractéristique	79
3.3	Diagonalisabilité	84
3.4	Trigonalisation	93
3.5	Polynômes d'endomorphismes, polynômes de matrices	102
3.6	Applications de la réduction	113
3.6.1	Calcul des puissances d'une matrice carrée	113
3.6.2	Suites récurrentes linéaires simultanées du 1er ordre à coefficients constants	117
3.6.3	Suites récurrentes linéaires à coefficients constants	118
	Compléments aux exercices	121

Chapitre 4

Espaces préhilbertiens réels

4.1	Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques	126
4.1.1	Généralités	126
4.1.2	Interprétation matricielle	128
4.2	Rappels sur les espaces préhilbertiens réels et les espaces euclidiens	132
4.2.1	Produit scalaire	132
4.2.2	Orthogonalité	136
4.3	Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien	139

Chapitre 5

4.3.1	Endomorphismes symétriques	139
4.3.2	Endomorphismes orthogonaux	143
4.4	Réduction des matrices symétriques réelles	148
4.4.1	Théorème fondamental	148
4.4.2	Réduction simultanée	151
4.4.3	Formes quadratiques positives, définies-positives	152
4.5	Adjoint	158
4.5.1	Adjoint d'un endomorphisme d'un espace euclidien	158
4.5.2	Endomorphismes remarquables d'un espace euclidien	161
	Complément aux exercices	167
	Espaces préhilbertiens complexes	169
5.1	Formes sesquilineaires	170
5.2	Espaces préhilbertiens complexes et espaces hermitiens	173
5.2.1	Produit scalaire hermitien	173
5.2.2	Orthogonalité	177

Seconde partie

Indications et réponses des exercices

Chap. 1, 185 ; Chap. 2, 195 ; Chap. 3, 207 ; Chap. 4, 241 ; Chap. 5, 271.

Index des notations 277

Index alphabétique 279