

**J.M. Monier**

*mathématiques supérieures*

# **Analyse**

**Tome 1**

**800 exercices résolus  
et 18 sujets d'étude**

*Classes préparatoires  
1<sup>er</sup> cycle universitaire*

**Dunod Université**

## TABLE DES MATIERES

Préface  
Avant-propos

		Enoncés page	Solutions page
Chapitre 1 - NOMBRES RÉELS		1	149
Exercices	1-1	Calculs dans le corps ordonné $\mathbb{R}$	149
	1-2	Radiciaux	150
	1-3	Inégalités	150
	1-4	Partie entière	154
	1-5	Nombres irrationnels	155
	1-6	Borne supérieure, borne inférieure	155
	1-7	Parties denses	156
	1-8	Divers	157
Sujets d'Etude	SE 1-1	Construction de $\mathbb{R}$ par les suites de Cauchy	157
	SE 1-2	Bornes de $AB$	159
	SE 1-3	Sous-groupes additifs de $\mathbb{R}$	159
Chapitre 2 - NOMBRES COMPLEXES		15	160
Exercices	2-1	Calculs dans le corps $\mathbb{C}$	160
	2-2	Inégalités	165
	2-3	Racines de l'unité	167
	2-4	Interprétation géométrique	169
Sujets d'Etude	SE 2-1	Une construction de $\mathbb{C}$	171
	SE 2-2	Un groupe d'homographies	171
	SE 2-3	Minimum de $MA + MB + MC$	172
	SE 2-4	Entiers de Gauss	172
Chapitre 3 - SUITES NUMÉRIQUES		31	174
Exercices	3-1	Exemples de calculs de limites de suites	174
	3-2	Convergence, divergence	175
	3-3	Suites de Cauchy	180
	3-4	Suites extraites	181
	3-5	Suites monotones	182
	3-6	Suites adjacentes	185
	3-7	Suites définies par une relation de récurrence	185
	3-8	Suites récurrentes simultanées	188
	3-9	Moyenne de Césaro	189
Sujets d'Etude	SE 3-1	Racines itérées	192
	SE 3-2	Suites $u_{n+1} = f(u_n)$ telles que $u_{n+1} - u_n \rightarrow 0$ <span style="margin-left: 150px;"><math>\infty</math></span>	193

✧ Chapitre 4 - FONCTIONS RÉELLES D'UNE VARIABLE RÉELLE		53	194
Exercices	4-1 Généralités	53	194
	4-2 Monotonie	55	196
	4-3 Notion de limite	56	197
	4-4 Continuité	58	199
	4-5 Continuité sur un intervalle	62	203
	4-6 Continuité uniforme	66	206
	4-7 Application réciproque	68*	210
Sujets d'Etude	SE 4-1 Division dans l'anneau $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$	69	211
	SE 4-2 Endomorphismes du pseudo-anneau $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$	70	211
	SE 4-3 Idéaux de $C(X)$	71	211
✧ Chapitre 5 - DÉRIVATION		73	213
Exercices	5-1 Généralités	73	213
	5-2 Théorème de Rolle et théorème des accroissements finis	78	217
	5-3 Théorèmes de Taylor	83	223
	5-4 Variations des fonctions, extremums	88	228
	5-5 Inégalités	92	235
	5-6 Convexité	95	238
Sujets d'Etude	SE 5-1 Fonctions absolument monotones	98	241
	SE 5-2 Division dans $C^n$	99	242
	SE 5-3 Fonction polaire d'une fonction convexe	99	243
Chapitre 6 - INTÉGRATION		101	244
Exercices	6-1 Généralités	101	244
	6-2 Théorèmes de majoration	102	246
	6-3 Sommes de Riemann	107	251
	6-4 Calculs d'intégrales simples	110	257
	6-5 Limites d'intégrales	111	258
	6-6 Primitives	115	265
Sujets d'Etude	SE 6-1 Une inégalité complémentaire de l'inégalité de Cauchy-Schwarz	119	270
	SE 6-2 Equirépartition	119	271
➤ Chapitre 7 - FONCTIONS USUELLES		121	272
Exercices	7-1 Fonctions circulaires réciproques	121	272
	7-2 Exponentielle et logarithme	122	274
	7-3 Fonctions hyperboliques directes	124	275
	7-4 Fonctions hyperboliques réciproques	126	277
Sujet d'Etude	SE 7-1 Inégalité $\sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} > \frac{e^n}{2}$	127	278

	<b>Chapitre 8 - COMPARAISON LOCALE DES FONCTIONS</b>	<b>129</b>	<b>279</b>
Exercices	8-1 Limites, fonctions équivalentes	129	279
	8-2 Développements limités	132	281
	8-3 Développements asymptotiques	136	284
	<b>Chapitre 9 - CALCULS DE PRIMITIVES</b>	<b>141</b>	<b>288</b>
Exercices	9-1 Primitives de fractions rationnelles	141	288
	9-2 Intégration par parties	142	290
	9-3 Changement de variable	142	291
	9-4 Intégrales abéliennes	145	300
	9-5 Divers	145	303

**J.M. Monier**

# Analyse - Tome 1

**800 exercices résolus et 18 sujets d'étude**

**C**e recueil d'exercices et de sujets d'étude, avec leurs solutions, porte sur les nombres réels, les nombres complexes, les suites, les fonctions, la dérivation et l'intégration. Il couvre ainsi la plus grande partie du programme d'analyse de 1<sup>re</sup> année d'enseignement supérieur mathématique.

La première partie comporte *les énoncés*, dont la difficulté est graduée, ainsi que les sujets d'étude. Ces derniers ne sont pas des problèmes de concours mais des "ouvertures" qui viennent éclairer et compléter le cours magistral.

La deuxième partie donne *les indications de résolution* ainsi que toutes les réponses aux questions posées. Les indications sont plus ou moins développées suivant la difficulté de l'exercice. Ce ne sont pas des corrigés mais plutôt des jalons destinés à guider le lecteur vers la bonne réponse et à lui rendre familiers les mécanismes mathématiques tout en restant dans les limites des programmes.

Jean-Marie Monier est professeur en classe de mathématiques spéciales au lycée La Martinière - Monplaisir à Lyon.

*Déjà parus :*

ANALYSE - Tome 1 (mathématiques supérieures)

ANALYSE - Tome 2 (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)

ALGÈBRE - Tome 1 (algèbre générale)

ALGÈBRE - Tome 2 (algèbre linéaire)

GEOMETRIE (mathématiques supérieures et mathématiques spéciales)



9 782040 188597

Code 018859  
ISBN 2 04 018859 2

