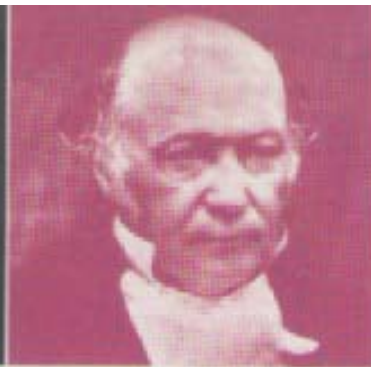


 $\mathcal{H}$  $F_{\nu\mu}$ mc^2 $\mathcal{L}$ 

Collection
Les Cours

Théorie des champs classiques

Jérôme Perez

LES PRESSES DE L'ENSTA



2-530-225-1

Les cours

Jérôme Perez

Théorie des champs classiques



PARIS

LES PRESSES DE L'ENSTA

32, boulevard Victor, Paris 15^e

2008

Table des matières

Partie I Mécanique analytique

1	Formulation lagrangienne	3
1.1	Coordonnées généralisées	3
1.2	Principe de moindre action	4
1.2.1	Quelles équations pour $\mathcal{L}$?	5
1.2.2	Propriétés du lagrangien	6
1.3	Principe de relativité	7
1.4	Détermination de la fonction de Lagrange	8
1.4.1	Particule libre	8
1.4.2	Systèmes conservatifs	10
1.4.3	Systèmes non conservatifs	14
1.4.4	Lagrangien et mouvement d'un solide	16
1.4.5	Contraintes	19
1.4.6	Lagrangien d'une particule dans un champ électromagnétique	23
1.5	lagrangien, symétries et lois de conservation	26
1.5.1	Symétries	26
1.5.2	Théorème de Noether	28
1.5.3	Trois exemples fondamentaux	29
2	Formulation hamiltonienne	35
2.1	Equations de Hamilton	35
2.2	Nature de la fonction de Hamilton	37
2.3	Interprétation des équations de Hamilton	38
2.4	Crochets de Poisson	40
2.5	Transformations canoniques	44

2.5.1 Fonctions génératrices	45
2.5.2 Transformations canoniques et crochets de Poisson	50

Partie II Relativité restreinte et électromagnétisme

3 Relativité restreinte	57
3.1 Insuffisances de la mécanique classique	57
3.2 Transformation de Lorentz	58
3.2.1 Nature de la transformation de Lorentz	58
3.2.2 Loi de composition des vitesses relativistes	62
3.3 Notations quadridimensionnelles	63
3.3.1 4-vecteur position d'un événement	63
3.3.2 Un peu de géométrie	68
3.3.3 4-vecteurs de la physique	70
3.3.4 Tenseurs	76
3.3.5 Calcul vectoriel différentiel	79
4 Principe de moindre action et relativité	83
4.1 Construction de l'action	83
4.1.1 Particule libre	83
4.1.2 Particule soumise à des forces	84
4.2 Equation de la dynamique relativiste	85
4.2.1 Action toujours varie, bien fol est qui s'y fie	85
4.2.2 Propriétés du tenseur champ	87
4.2.3 Premier groupe d'équations de Maxwell	89
4.2.4 Force de Lorentz	90
4.3 Sources du champ : 2 ^{ème} groupe d'équations de Maxwell	92
4.3.1 Action d'interaction entre un champ et une assemblée de charges en mouvement	92
4.3.2 Action d'auto-interaction du champ	93
4.3.3 Invariance de jauge	96
4.4 Résumé	97

Partie III Théorie du champ de gravitation : Relativité générale

5 Principe d'équivalence	101
---------------------------------------	------------

6	Application du principe d'équivalence	105
6.1	Mouvement géodésique	105
6.2	Connexion affine et tenseur métrique	106
6.3	La connexion affine est-elle un tenseur ?	108
6.4	Dérivée covariante	109
6.4.1	Nécessité d'une nouvelle dérivée	109
6.4.2	Construction	110
6.4.3	Propriétés	112
6.4.4	Dérivée covariante le long d'une courbe	113
6.5	Déviations géodésiques : Courbure	115
6.6	Propriétés de la courbure de Riemann-Christoffel	116
6.6.1	Symétrie	117
6.6.2	Courbure complètement covariante	117
6.6.3	Contractions : Tenseur de Ricci et courbure scalaire	118
6.6.4	Une remarque remarquable	119
7	Equations d'Einstein	121
7.1	Remarques préliminaires	121
7.2	L'action de courbure et sa variation	122
7.3	L'action de matière et sa variation	126
7.3.1	Le tenseur énergie-impulsion	126
7.3.2	Un petit exemple...	128
7.4	Equations du champ gravitationnel	129
7.4.1	Courbure = matière	129
7.4.2	Choix de la constante	131

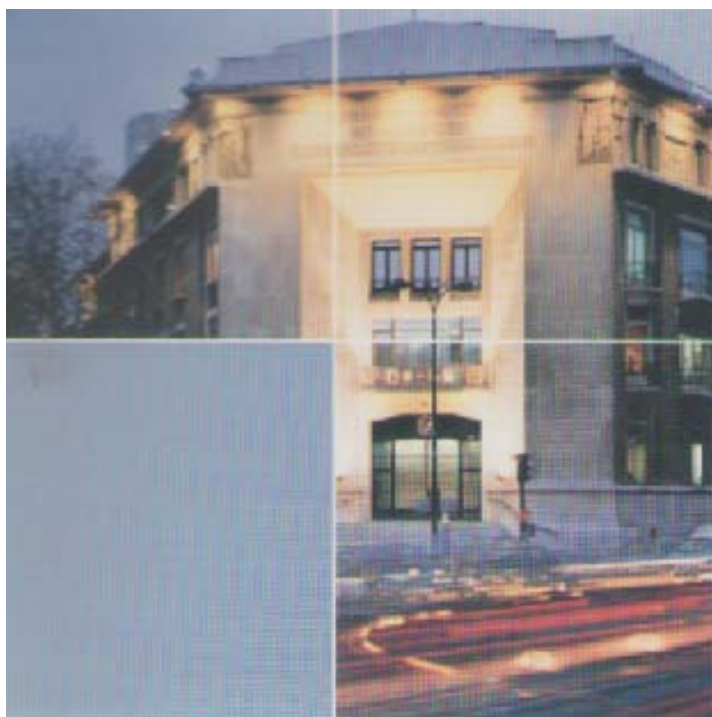
Partie IV Feu d'artifice final

8	La physique non-dissipative en quelques crochets	139
8.1	Mécanique classique	139
8.2	Électromagnétisme	141
8.3	Relativité générale	143
8.4	Physique statistique et mécanique des fluides	144
8.5	Et la mécanique quantique dans tout ça ?	148

Partie V Quelques heures de réflexion à consommer avec prudence

9	Idées à suivre, ou pas ...	153
----------	-----------------------------------	-----

Bibliographie	165
Index	167



Collection Les Cours

De la physique de Newton, à la formulation de la gravitation dans le cadre de la relativité générale, en passant par la mécanique analytique, la relativité restreinte, et la formulation variationnelle de l'électromagnétisme, cet ouvrage présente une vision harmonisée de la physique.

Il permettra aux étudiants de second cycle universitaire, ainsi qu'aux amateurs érudits qui possèdent les connaissances de ces différents pans de la physique et à qui l'on a demandé de patienter pour en savoir plus, de voir enfin sous un même angle l'ensemble de l'enseignement scientifique reçu, de goûter à la beauté de formulations unificatrices et d'acquiescer ainsi l'ouverture qui leur permettra de s'enivrer du vertige de la physique moderne.

Cet ouvrage est le fruit d'un cours donné par l'auteur à l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA) depuis de nombreuses années.

Docteur en astronomie et astrophysique, Jérôme Perez est enseignant-chercheur à l'Unité de Mathématiques Appliquées de l'ENSTA, où il enseigne la physique et les mathématiques. Chercheur associé au Laboratoire de l'Univers et ses Théories de l'Observatoire de Paris-Meudon, il y est chargé du cours de gravitation dans le cadre de l'École doctorale d'astronomie et astrophysique d'Ile de France.

Il est également membre du jury de l'épreuve commune de TIPE du concours des grandes écoles d'ingénieurs. Enfin, il est très investi dans le domaine de la vulgarisation des sciences, comme en témoignent ses interventions chaque année au festival international d'astronomie de Fleurance qu'il co-organise et sa participation depuis sa création à l'opération « Envie d'amphi » de la Mairie de Paris.

École Nationale Supérieure
de **Techniques Avancées**

32, boulevard Victor - 75739 Paris Cedex 15
www.ensta.fr



19 € TT

ISBN : 978-2-7225-0913-9

