

ÉLASTICITÉ LINÉAIRE



Préface de M. D. BELLET

30-11-1



CÉPADUÈS-ÉDITIONS

D. DARTUS

TABLE DES MATIERES

1. TENSEUR DES CONTRAINTES	1
1.1 Définition du tenseur des contraintes.....	1
1.2 Symétrie du tenseur des contraintes.....	4
1.3 Etude du tenseur des contraintes en un point.....	5
1.3.1 Notations et interprétations dans le repère (O, x_1, x_2, x_3)	5
1.3.2 Repère principal	6
1.3.3 Repère lié à la facette.....	6
1.3.4 Diagramme de Mohr	7
1.4 Interprétation du diagramme de Mohr	9
1.4.1 Cercle de Mohr	9
1.4.2 Cissions extrémales.....	11
1.4.3 Tractions maximales	11
1.4.4 Compressions maximales.....	12
1.5 Conditions de milieux soudés en contraintes	12
1.6 Autres quantités du tenseur des contraintes.....	13
1.6.1 Parties sphérique et déviatrice du tenseur des contraintes.....	13
1.6.2 Contraintes octaédrales	13
1.6.3 Déterminant du tenseur des contraintes	13
EXERCICES ET PROBLEMES	15
Détermination d'un tenseur des contraintes	15
Plaque chargée dans son plan	16
Détermination d'un angle	17
Tenseur des contraintes en un point.....	17
Corps au fond d'un récipient.....	18
Déterminations géométriques dans un diagramme de Mohr.....	18
2. DEFORMATIONS INFINITESIMALES	19
2.1 Décomposition d'un champ de déplacements.....	19
2.2 Interprétation de la décomposition du champ de vecteur déplacement.....	20
2.2.1 Premier terme de la relation (2-6).....	20
2.2.2 Second terme de la relation (2-6)	20
2.2.3 Troisième terme de la relation (2-6).....	21

VI Elasticité linéaire

2.3 Etude du tenseur des déformations et du vecteur déformation en un point.....	22
2.3.1 Repère (O, x_1, x_2, x_3)	22
2.3.2 Repère principal.....	24
2.3.3 Repère lié à la facette.....	25
2.4 Conditions de milieux soudés en déformations	27
2.5 Partie sphérique et partie déviatrice du tenseur de déformation..	28
2.5.1 Déviateur des déformations.....	28
2.5.2 Déformation octaédrale.....	28
2.6 Conditions de compatibilité	29
2.6.1 Cas général.....	29
EXERCICES ET PROBLEMES	31
Détermination d'un tricerclé des déformations	31
Etude d'un champ de déplacement.....	32
Détermination d'un tenseur de déformation.....	33
Déplacements dans un cylindrique circulaire	34
3. SCHEMA ELASTIQUE CLASSIQUE. LOI DE HOOKE.....	35
3.1 Loi de comportement.....	35
3.1.1 Définition.....	35
3.1.2 Schéma élastique classique - Loi de Hooke	36
3.1.3 Module d'Young et nombre de Poisson.....	38
3.2 Conséquences de la loi de Hooke.....	40
3.2.1 Parties sphérique et déviatrice de Σ et de ϵ	40
3.2.2 Relation entre le vecteur déformation et le vecteur contrainte dans une même direction	41
3.2.3 Travail de déformation volumique	42
3.2.4 Energie potentielle élastique signe des coefficients d'élasticité.....	44
3.3 Limite élastique.....	45
3.3.1 Expérience d'essai d'un matériau en traction.....	45
3.3.2 Limite conventionnelle d'élasticité.....	46
3.3.3 Courbe intrinsèque de limite élastique pour un matériau isotrope.....	46
3.3.4 Limite élastique exprimée en invariants du tenseur des contraintes	49
3.4 Conditions de compatibilité entre composantes du tenseur des contraintes.....	51
EXERCICES ET PROBLEMES	52
Etude du critère de Coulomb.....	52
Etude d'un massif de sable	52
Etude d'une courbe intrinsèque.....	53

4. METHODES GENERALES DE RESOLUTION DES PROBLEMES D'ELASTOSTATIQUE	55
4.1 Conditions générales de l'équilibre	55
4.1.1 Formulation en déplacements	55
4.1.2 Formulation en contraintes	56
4.2 Conditions aux limites	57
4.2.1 Conditions aux limites en déplacements	57
4.2.2 Conditions aux limites en contraintes	57
4.2.3 Conditions aux limites mixtes	58
4.3 Principe de Saint-Venant	58
4.4 Unicité de la solution d'un problème d'élastostatique	59
4.4.1 Position du problème	59
4.4.2 Lemme "de superposition"	59
4.4.3 Corollaire	60
4.4.4 Théorème d'unicité	60
4.5 Méthodes classiques de résolution d'un problème d'élastostatique	61
4.5.1 Méthode de Lamé-Clapeyron "en déplacements"	61
4.5.2 Méthode de Beltrami "en contrainte"	64
4.5.3 Choix de la méthode de résolution	65
4.6 Problèmes axisymétriques	65
4.6.1 Formulation en déplacements	65
4.6.2 Formulation en contraintes	66
4.6.3 Cas particulier de l'élastostatique de révolution	66
EXERCICES ET PROBLEMES	71
Compression de cylindres superposés	71
Cylindre sollicité en flexion simple	74
Tubes soumis à des pressions uniformes	76
Extraction de bouchons	78
Tube sollicité en torsion	80
Hubble le myope	81
5. ELASTOSTATIQUE PLANE	85
5.1 Présentation du problème	85
5.1.1 Définition	85
5.1.2 Tenseurs des contraintes et des déformations	85
5.1.3 Conditions de compatibilité	86
5.1.4 Champ de déplacements	87
5.1.5 Conditions générales de Beltrami	89

VIII Elasticité linéaire

5.2 Méthode d'Airy	90
5.2.1 Hypothèse supplémentaire	90
5.2.2 Conditions générales de Beltrami	91
5.2.3 Cas particulier.....	92
5.2.4 Méthode d'Airy	92
5.2.5 Remarques.....	92
5.3 Méthode de Muskhelishvili et Kolosov	93
5.3.1 Etude de la forme générale des fonctions biharmoniques de x_1 et x_2	93
5.3.2 Application aux conditions générales	94
5.3.3 Champ du vecteur déplacement infinitésimal complexe.....	96
5.3.4 Méthode Muskhelishvili et Kolosov	98
5.3.5 Remarques.....	98
5.4 Exemples d'applications de l'élastostatique plane	101
5.4.1 Cas de la déformation plane	101
5.5 Elastostatique plane en coordonnées cylindriques.....	106
5.5.1 Définition - Relations générales	106
5.5.2 Fonction d'Airy	108
5.5.3 Emploi des fonctions analytiques de Muskhelishvili-Kolosov	109
5.5.4 Champ du vecteur déplacement complexe	109
EXERCICES ET PROBLEMES	111
Etude de poutres chargées.....	111
Etude d'un barrage poids.....	114
Problème de Flamant.....	116
Alésage intérieur d'un tube	118
Plaque mince infinie percée d'un trou circulaire sous pression.....	119
Tube long sous pressions	120
6. METHODES EXPERIMENTALES.....	121
6.1 Mesures de déformations	121
6.1.1 Jauges de déformation.....	121
6.1.2 Principe.....	122
6.1.3 Rosette extensométrique.....	123
6.2 Photoélasticimétrie	126
6.2.1 Formes de lumières	126
6.2.2 Types de matériaux.....	130
6.2.3 Montages photoélastiques classiques, lignes caractéristiques	134
6.3 Autres méthodes.....	140
EXERCICES ET PROBLEMES	141
Rosette extensométrique sur un barrage.....	141
Etude photoélastique d'une plaque percée d'un trou	142
Etude photoélastique d'une poutre fléchie.....	143

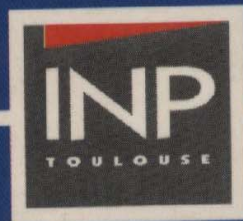
7. ANNEXE	145
7.1 Opérateur gradient	145
7.1.1 Gradient d'un scalaire	145
7.1.2 Gradient d'un vecteur	145
7.2 Opérateur divergence.....	146
7.2.1 Divergence d'un vecteur.....	146
7.2.2 Divergence d'un tenseur symétrique.....	146
7.3 Opérateur rotationnel	146
7.3.1 Rotationnel d'un scalaire	146
7.3.2 Rotationnel d'un vecteur.....	147
7.4 Opérateur laplacien	147
7.4.1 Laplacien d'un scalaire	147
7.4.2 Laplacien d'un vecteur	148
7.4.3 Laplacien d'un tenseur symétrique	148
EXERCICES ET PROBLEMES - INDICATIONS.....	149
INDEX	157
BIBLIOGRAPHIE	161

CET ouvrage s'adresse à toute personne
qui souhaite acquérir ou approfondir
les principes de base de l'élasticité linéaire.

Les notions de contraintes, de déformations
et les modèles qui les relient sont clairement exposés.

Les méthodes et les techniques à l'origine
de toutes résolutions de problèmes sont développées.

Le texte, qui a aussi pour objectif d'éveiller le sens physique
du lecteur, est émaillé de nombreuses remarques
et des exercices types sont proposés à la fin de chaque chapitre.



Institut National Polytechnique de Toulouse

