



Conforme au programme

PAES

1^{re} ANNÉE DES ÉTUDES DE SANTÉ

COURS + QCM

Biomathématiques Probabilités Statistiques

UE 4

S. Bénazeth, M. Chiadmi, E. Curis, P. Deschamps, S. Gérard,
C. Guihenneuc, J.-P. Jais, P. Landais, V. Lasserre, I. Nicolis



Table des matières

Les auteurs.....	V
Avant-propos	VII

I Biomathématiques

1	Fonction d'une variable réelle : $y = f(x)$	3
	I. Exemple pharmaceutique	3
	II. Propriétés de base des fonctions réelles	6
	III. Différentielle de fonction.....	12
	IV. Étude globale de $f(x)$	16
	V. Et si on voulait représenter $x = g(y)$?	19
	VI. Étude des fonctions exponentielle et logarithmique	23
	VII. Représentation graphique : les échelles arithmétique, logarithmique, et le papier semi-logarithmique.....	28
	VIII. Applications biologiques de ces fonctions.....	30
	IX. Approximations d'une fonction – Applications.....	38
2	Calcul intégral ou résoudre $y' = f(x)$	43
	I. Exemple introductif	44
	II. Généralisation	45
	III. Propriétés générales de linéarité des intégrales.....	49
	IV. Propriétés des intégrales définies	50
	V. Rappel de primitives de fonctions usuelles.....	52
	VI. Quelques méthodes de calcul d'une intégrale	52
	VII. Application : valeur moyenne d'une fonction	58
	VIII. Extension de la notion d'intégrale	59
	IX. Évaluation de l'aire sous la courbe : intégration numérique	62
	X. Exercice d'application d'étude de fonctions et de calcul intégral.....	64
3	Équations différentielles	71
	I. Généralités sur les équations différentielles	72
	II. Équations différentielles du premier ordre	77
	III. Systèmes d'équations différentielles linéaires du premier ordre	90
4	Fonctions de plusieurs variables	103
	I. Définitions	103
	II. Représentations graphiques	105
	III. Dérivées partielles.....	107

IV. Différentielles	114
V. Propagation d'incertitude	117
VI. Méthode des moindres carrés	121

II Probabilités

5	Théorèmes fondamentaux de probabilité	131
	I. Introduction	131
	II. Théorème des probabilités totales	135
	III. Probabilités conditionnelles	136
	IV. Indépendance	138
	V. Exercice typique	140
6	Lois de probabilités discrètes	143
	I. Variables aléatoires discrètes	143
	II. Quelques lois de probabilités discrètes « célèbres »	152
7	Lois de probabilités continues	160
	I. Variables aléatoires continues	160
	II. Lois de probabilités continues « célèbres »	166
8	Couples de variables aléatoires	177
	I. Loi d'un couple de variables aléatoires discrètes finies	177
	II. Mesures d'association dans le cas de deux variables quantitatives	181
	III. Mesures d'association dans le cas de deux variables qualitatives à deux modalités ...	183

III Statistiques

9	Statistique descriptive et éléments de métrologie	193
	I. De la population à l'échantillon – Comment étudier un phénomène complexe ?	193
	II. Les différents types de variables	196
	III. Synthèse et représentation des données	199
	IV. Résumés statistiques	207
	V. Éléments de métrologie	225
10	Estimation	231
	I. Principes généraux de l'estimation	233
	II. Application : estimation d'une proportion	238
	III. Étude des variables quantitatives	247
	IV. Tableau général des IC : probabilités, moyenne, variance	268
11	Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari	269
	I. Introduction	269
	II. Intervalle de pari	270
	III. Principe des tests d'hypothèses	279
	IV. Tests statistiques : introduction aux tests	293

12	Comparaisons de moyennes	300
	I. Introduction.....	300
	Cas d'échantillons indépendants	300
	II. Comparaisons de moyennes, cas gaussien.....	300
	III. Comparaisons de moyennes, cas des petits échantillons.....	309
	Cas de séries appariées	319
	IV. Comparaison de deux moyennes sur séries appariées, cas gaussien.....	319
	V. Comparaisons de moyennes sur séries appariées, cas de petits échantillons.....	322
13	Comparaisons de proportions	323
	I. Introduction.....	323
	Cas d'échantillons indépendants	324
	II. Comparaisons de proportions, cas gaussien.....	324
	III. Comparaisons de proportions, cas non gaussien.....	338
	Cas d'échantillons appariés	339
	IV. Comparaison de deux proportions sur deux échantillons appariés.....	339
IV	mathématiques	
	Exercices	
14	Biomathématiques	347
	Énoncés	
	Chapitre 1 – Fonction d'une variable réelle : $y = f(x)$	347
	Chapitre 2 – Calcul intégral.....	352
	Chapitre 3 – Équations différentielles.....	359
	Chapitre 4 – Fonctions de plusieurs variables.....	363
	Corrigés	
	Chapitre 1 – Fonction d'une variable réelle : $y = f(x)$	372
	Chapitre 2 – Calcul intégral.....	383
	Chapitre 3 – Équations différentielles.....	392
	Chapitre 4 – Fonctions de plusieurs variables.....	400
15	Probabilités	408
	Énoncés	
	Chapitre 5 – Théorèmes fondamentaux de probabilité.....	408
	Chapitre 6 – Lois de probabilité discrètes.....	412
	Chapitre 7 – Lois de probabilité continues.....	421
	Chapitre 8 – Couples de variables aléatoires.....	425
	Corrigés	
	Chapitre 5 – Théorèmes fondamentaux de probabilité.....	431
	Chapitre 6 – Lois de probabilité discrètes.....	435
	Chapitre 7 – Lois de probabilité continues.....	447
	Chapitre 8 – Couples de variables aléatoires.....	452
16	Statistiques	460
	Énoncés	
	Chapitre 9 – Statistique descriptive et éléments de métrologie.....	460

Chapitre 10 – Estimation.....	465
Chapitre 11 – Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari	471
Chapitre 12 – Comparaisons de moyennes.....	472
Chapitre 13 – Comparaisons de proportions	479

Corrigés

Chapitre 9 – Statistique descriptive et éléments de métrologie	487
Chapitre 10 – Estimation.....	493
Chapitre 11 – Théorie générale des tests d'hypothèses, intervalles de pari	500
Chapitre 12 – Comparaisons de moyennes.....	504
Chapitre 13 – Comparaisons de proportions	513

V

Annexes

Annexe A – Quantiles de la loi de Laplace-Gauss (« loi normale ») centrée réduite	530
Annexe B – Fonction de répartition de la loi de Laplace-Gauss (« loi normale ») centrée réduite.....	532
Annexe C – Quantiles de la loi du khi-deux à ν degrés de liberté	534
Annexe D – Quantiles de la loi de Student à ν degrés de liberté.....	536
Aide-mémoire – UE4	538
Index.....	543