

TECHNOSUP



Supélec

Commande numérique des systèmes

Approches fréquentielle et polynomiale

Emmanuel GODOY Éric OSTERTAG

ellipses

TABLE DES MATIERES

Chapitre I ECHANTILLONNAGE D'UN SIGNAL - TRANSFORMATION EN z.....		9
1	Echantillonnage d'un signal	9
1.1	Position du problème	9
1.2	Opérateur d'échantillonnage et expression dans le domaine temporel.....	10
1.3	Propriétés spectrales d'un signal échantillonné	11
1.4	Reconstitution du signal continu	15
1.5	Approximation continue de l'échantillonnage-blocage	17
1.6	Aspects pratiques de l'échantillonnage.....	18
2	Transformée en z	20
2.1	Définition.....	20
2.2	Exemples	21
2.3	Transformée en z inverse	23
2.4	Propriétés de la transformée en z	27
2.5	Relation entre les transformées de Laplace et en z	32
3	Transformée en z modifiée.....	37
4	Exercices	38
4.1	Exercices corrigés.....	38
4.2	Exercices non corrigés.....	40
5	Table de paires de transformées de Laplace et de transformées en z.....	43
Chapitre II REPRESENTATION DES SYSTEMES DISCRETS.....		45
1	Définitions	45
2	Représentation par réponse impulsionnelle	46
3	Représentation par fonction de transfert	48
4	Représentation par équation aux différences.....	49
4.1	Cas général : première formulation	49
4.2	Deuxième formulation	50
4.3	Opérateurs de décalage.....	50
5	Systèmes à temps continu pilotés par ordinateur	52
5.1	Modélisation	52
5.2	Application à des structures de commande.....	55
5.3	Cas des systèmes à retard	58
6	Pôles et zéros dans le plan « z » : relations avec les systèmes à temps continu	60
6.1	Emplacement des pôles dans le plan « z »	61
6.2	Emplacement des zéros dans le plan « z »	63
7	Exercices	64
7.1	Exercices corrigés.....	64
7.2	Exercices non corrigés.....	67

Chapitre III ANALYSE DES SYSTEMES DISCRETS	69
1 Stabilité.....	69
1.1 Définition et propriétés	69
1.2 Conséquences de la stabilité sur la fonction de transfert	71
1.3 Méthodes algébriques d'étude de la stabilité.....	73
2 Réponse fréquentielle d'un système discret	75
3 Transformée en « w »	79
3.1 Définition et propriétés	79
3.2 Application à l'étude de la stabilité	80
3.3 Application à l'étude de la réponse fréquentielle	81
4 Comportement en régime transitoire.....	82
4.1 Influence des pôles sur le régime transitoire.....	82
4.2 Etude des systèmes du 2 ^{ème} ordre comportant un zéro.....	85
5 Exercices.....	91
 Chapitre IV ANALYSE DES SYSTEMES DISCRETS BOUCLES	 95
1 Structure d'un système commandé par ordinateur	95
2 Stabilité des systèmes discrets bouclés.....	96
2.1 Condition générale de stabilité « EB-SB »	96
2.2 Critère de Nyquist.....	96
2.3 Marges de stabilité. Autres diagrammes harmoniques	103
2.4 Méthodes algébriques d'étude de la stabilité.....	107
2.5 Stabilité interne.....	108
3 Méthode du lieu des racines.....	108
3.1 Définition.....	108
3.2 Construction pratique du lieu d'Evans.....	109
3.3 Exemple.....	114
3.4 Applications du lieu d'Evans.....	116
4 Précision des systèmes discrets asservis.....	117
4.1 Précision vis-à-vis de consignes polynomiales.....	117
4.2 Précision vis-à-vis d'une consigne harmonique	121
4.3 Ecart dû aux perturbations	122
4.4 Compléments.....	125
5 Exercices.....	126
5.1 Exercices corrigés.....	126
5.2 Exercices non corrigés.....	132
6 Problème non corrigé.....	135
 Chapitre V CALCUL DES CORRECTEURS NUMERIQUES PAR TRANSPOSITION	 139
1 Principe des méthodes de transposition à partir du continu	139
2 Méthodes usuelles de transposition.....	140
2.1 Transformation d'Euler	140
2.2 Transformation homographique (ou bilinéaire).....	141
2.3 Comparaison des transformations d'Euler et homographique	142
2.4 Autres méthodes d'approximation.....	144
2.5 Exemples	147
2.6 Tableau récapitulatif.....	149

3	Cas du régulateur PID	149
3.1	Correcteur PID continu (PID idéal)	149
3.2	Discretisation	150
3.3	Dispositif d'anti-emballement du terme intégral (version améliorée du précédent)	152
3.4	Réponses fréquentielles. Influence de la période d'échantillonnage	155
4	Aspects pratiques	157
4.1	Choix de la période d'échantillonnage	157
4.2	Compléments sur la structure du régulateur PID	158
5	Exercices	159

Chapitre VI SYNTHESE DES CORRECTEURS NUMERIQUES..... 165

1	Synthèse d'un correcteur numérique série par méthodes fréquentielles	165
1.1	Structure d'un asservissement échantillonné	165
1.2	Synthèse par méthodes fréquentielles	166
2	Correction par placement de pôles : le régulateur RST.....	167
2.1	Formulation du problème	167
2.2	Equations du système bouclé	168
2.3	Synthèse de la loi de commande RST	169
2.4	Choix de la fonction de transfert modèle : $F_m(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})}$	176
2.5	Cas particuliers de la structure RST	180
2.6	Version RST du correcteur PID numérique	181
3	Exemples.....	183
3.1	Exemple 1 : commande à temps d'établissement fini d'un double intégrateur	183
3.2	Exemple 2 : régulation d'un onduleur à découpage	187
4	Problème corrigé : étude d'un pilotage automatique de bateau (énoncé)	194
4.1	Architecture de la loi de commande	195
4.2	Étude de l'asservissement de l'angle du gouvernail	196
4.3	Modélisation de la boucle externe	197
4.4	Synthèse du correcteur de la boucle de cap	198
4.5	Correction par anticipation	198
5	Problème corrigé : solution.....	199
5.1	Architecture de la loi de commande	199
5.2	Étude de l'asservissement de l'angle du gouvernail	200
5.3	Modélisation de la boucle externe	203
5.4	Synthèse du correcteur de la boucle de cap	207
5.5	Correction par anticipation	211
5.6	Compléments sur la correction	213
6	Problèmes non corrigés	216

Chapitre VII REALISATION PRATIQUE DES CORRECTEURS NUMERIQUES. 223

1	Effets de la quantification d'amplitude	223
1.1	Effet d'arrondi d'un C.A.N.	223
1.2	Analyse stochastique	224
1.3	Analyse déterministe (non linéaire)	227
2	Sensibilité aux paramètres	231
2.1	Sensibilité des pôles aux coefficients de l'équation caractéristique	231
2.2	Généralisation : fonction de sensibilité	232

3	Programmation des correcteurs numériques.....	233
3.1	Obtention d'un algorithme récursif à partir de $C(z)$	233
3.2	Cas particulier du correcteur PID numérique	234

**Annexe A COMPLEMENTS DE MATHEMATIQUES : DISTRIBUTIONS -
TRANSFORMEE DE FOURIER 235**

1	Distributions. Impulsion de Dirac.....	235
1.1	Concept de distribution.....	235
1.2	Principales propriétés des distributions	236
1.3	Impulsion de Dirac	237
1.4	Produits de convolution	239
2	Transformée de Fourier des signaux à temps continu : rappels	240
2.1	Définitions et symboles	240
2.2	Propriétés principales	240
2.3	Théorèmes de convolution.....	241
2.4	Exemples de base.....	241
2.5	Fonctions périodiques.....	241
2.6	Relation entre transformée de Fourier et transformée de Laplace bilatérale	243
3	Transformée de Fourier des signaux à temps discret.....	244
3.1	Définition.....	244
3.2	Autre expression de la transformée	245
3.3	Quelques exemples	246
3.4	Relation entre transformée de Fourier des signaux à temps discret et transformée en z bilatérale	246

Annexe B PROPRIETES DES EQUATIONS DIOPHANTIENNES 247