

Initiation à la **théorie** des **graphes**

Christian **ROUX**



Table des matières

Détails des chapitres	Pages
Chapitre 1 : généralités.....	1
1.1 Premières définitions	1
1.2 Exemples concrets	2
1.3 Ordre ; degré	4
<i>Première pause</i>	5
1.4 Chaîne ; cycle	6
1.5 Sous-graphe ; graphe complet, connexe ; sous-graphe stable.	7
<i>Deuxième pause</i>	8
1.6 Distance ; diamètre.	9
1.7 Graphe orienté.	10
<i>Troisième pause</i>	12
1.8 Graphes particuliers	12
Graphe biparti	12
Arbre	14
Graphe planaire	16
Graphe probabiliste	18
<i>Dernière pause</i>	18
Solutions des « pauses »	19
Exercices :	
Graphes non orientés	23
Graphes orientés	30
Chapitre 2 : graphes et chemins.....	37
2.1 Introduction	37
2.2 Graphe eulérien	38
2.2.1 De quoi s'agit-il ?	38
2.2.2 A quelle condition un graphe admet-il une chaîne eulérienne ? (ou un cycle eulérien).	39
2.2.3 Comment trouver une chaîne eulérienne ?	42
<i>Première pause</i>	44
2.3 Graphe hamiltonien	45
2.3.1 De quoi s'agit-il ?	45
2.3.2 A quelle condition un graphe admet-il une chaîne hamiltonienne ? (ou un cycle hamiltonien).	46
2.3.3 Comment trouver une chaîne hamiltonienne ?	48
<i>Deuxième pause</i>	48
2.4 Et si le graphe est orienté ?	49
<i>Dernière pause</i>	50
Solutions des « pauses »	51
Exercices	53
Et le bac ?	63

Chapitre 3 : graphes et couleurs.....	65
3.1 Introduction	65
3.2 Coloration d'un graphe.	66
3.2.1 De quoi s'agit-il ?	66
3.2.2 Comment faire ?	68
<i>Première pause</i>	71
3.2.3 A quoi cela sert-il ?	71
3.3 Nombre chromatique	71
<i>Deuxième pause</i>	74
3.4 Utilisation	75
Solutions des « pauses »	79
Exercices	81
Et le bac ?	87
Chapitre 4 : graphes et matrices.....	91
4.1 Rappels sur les matrices	91
<i>Première pause</i>	92
4.2 Matrice associée à un graphe non orienté	93
<i>Deuxième pause</i>	94
4.3 Matrice associée à un graphe orienté.	95
<i>Troisième pause</i>	95
4.4 Utilisation des matrices.	96
<i>Dernière pause</i>	98
Solutions des « pauses »	101
Exercices	105
Et le bac ?	109
Chapitre 5 : graphes valués.....	113
5.1 Définitions	113
<i>Première pause</i>	115
5.2 Recherche du plus court « trajet »	115
<i>Deuxième pause</i>	123
5.3 Quelques remarques sur des cas particuliers	124
Solutions des « pauses »	127
Exercices	129
Et le bac ?	135
Et le CAPES ?	138
Chapitre 6 : graphes et probabilités.....	139
6.1 De quoi s'agit-il ?	139
<i>Première pause</i>	140
6.2 Utilisation	141
<i>Deuxième pause</i>	144

6.3	Etat probabiliste	144
6.4	Etat probabiliste à la $n^{\text{ième}}$ étape.	145
	<i>Troisième pause</i>	147
6.5	Etat stable	147
	6.5.1 Définition	147
	6.5.2 Recherche d'un état stable.	147
	<i>Quatrième pause</i>	149
6.6	Graphe probabiliste et suite géométrique.	149
	6.6.1 Rappels	149
	6.6.2 Quel rapport avec les graphes probabilistes ?	150
	Solutions des « pauses »	153
	Exercices	155
	Et le bac ?	163

Chapitre 7 : graphes étiquetés – Automates..... 167

7.1	Graphe étiqueté	167
7.2	Automate fini	168
	<i>Première – et seule – pause</i>	171
	Solution de la « pause »	173
	Exercices	175
	Et le bac ?	179

Compléments

Rappel des principales notions	181
Algorithme	185
Pour terminer...et réviser (<i>exercices de bac corrigés</i>)	187
Brèves notices historiques	196
Logiciels pour graphes	197
Sites Internet et graphes	204
Programme TES spécialité (<i>graphes</i>)	206
Algorithme « gourmand »	207

Index	208
--------------	-----

Cet ouvrage s'adresse à tous ceux qui veulent s'initier à la théorie des graphes. Conçu pour comprendre facilement les bases, il permet de débroussailler un peu le terrain avant d'aborder des notions plus complexes. Les novices, sans culture mathématique particulière, peuvent donc le lire sans crainte de se trouver perdus, en tout cas jusqu'au chapitre 4 à partir duquel quelques connaissances sur les matrices puis, plus loin, sur les probabilités et les suites sont nécessaires.

La théorie est complétée par des paragraphes « pratiques » (utilisation de logiciels), historiques (biographies succinctes de mathématiciens) et autres, y compris des adresses de sites Internet où des compléments pourront être trouvés ainsi que des types d'exercices non étudiés ici.

La théorie des graphes étant au programme de spécialité mathématiques des terminales ES, des sujets complets sur les graphes donnés au baccalauréat sont proposés à partir du chapitre 2.

Et pour permettre aussi à tous de bien comprendre les notions étudiées, chaque chapitre contient des exercices corrigés et des exemples détaillés qui sont autant d'exercices.

Enfin, l'introduction donne des exemples de problèmes, plus ou moins concrets, qui peuvent être résolus par les graphes et montrent une utilisation possible de ces objets mathématiques souvent méconnus.

