

ANDRÉ ARNOLD
IRÈNE GUESSARIAN

Mathématiques pour l'informatique

Avec exercices corrigés

3^e édition

Enseignement
de
l'Informatique

MASSON 

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	xi
1 Calcul ensembliste. Fonctions	1
1.1 Calcul ensembliste	1
1.1.1 Ensemble, élément, inclusion	1
1.1.2 Réunion, intersection, différence, complémentaire, partition	2
1.2 Fonctions	4
1.2.1 Définitions	4
1.2.2 Propriétés	5
1.3 Cardinaux	7
1.3.1 Ensembles finis	7
1.3.2 Ensembles dénombrables	8
1.4 Opérations et relations	9
1.4.1 Opérations binaires	9
1.4.2 Relations	10
1.4.3 Opérations ensemblistes sur les relations	11
1.4.4 Autres opérations sur les relations	11
1.4.5 Quelques propriétés des relations binaires	12
1.4.6 Relations d'équivalence	13
1.4.7 Congruences	14
2 Ensembles ordonnés	17
2.1 Les relations d'ordre et de préordre	17
2.1.1 Ordres larges et ordres stricts	17
2.1.2 Ordres totaux et ordres partiels	18
2.1.3 Préordres	19
2.2 Ensembles ordonnés	20
2.2.1 Applications monotones	20
2.2.2 Ensembles totalement ordonnés	21
2.2.3 Produits d'ensembles ordonnés	21
2.2.4 Sous-ensembles ordonnés. Chaînes et antichaînes	22
2.3 Majorants et minorants	23
2.4 Ensembles bien fondés et induction	25
2.5 Treillis et points fixes	27
2.5.1 Treillis	27
2.5.2 Treillis complets et fonctions continues	31
2.5.3 Points fixes de fonctions monotones	33

3 Récursion et induction	35
3.1 Raisonnement par récurrence sur $\mathbb{N}$	36
3.1.1 Premier principe d'induction	36
3.1.2 Deuxième principe d'induction	38
3.2 Définitions inductives et preuves par induction structurelle	40
3.2.1 Ensembles définis inductivement	40
3.2.2 Preuves par induction	43
3.3 Les termes	45
3.3.1 Définition	45
3.3.2 Interprétations des termes	46
3.3.3 Définitions non ambiguës	48
3.3.4 Fonctions définies inductivement	48
3.4 Les opérations de clôture	52
4 Algèbres de Boole	57
4.1 Les algèbres de Boole	57
4.1.1 Définition algébrique	58
4.1.2 Homomorphismes	59
4.1.3 L'algèbre de Boole minimale	60
4.2 Les anneaux de Boole	61
4.2.1 Le "ou" exclusif	61
4.2.2 Les anneaux de Boole	62
4.3 Les fonctions booléennes	63
4.3.1 Forme polynomiale des fonctions booléennes	64
4.3.2 Fonctions duales	65
5 Logique	67
5.1 Remarques sur le raisonnement mathématique	68
5.1.1 Quelques faits utiles à connaître	68
5.1.2 Quelques confusions regrettables à éviter	69
5.1.3 Calcul propositionnel versus calcul des prédicats	69
5.2 Calcul propositionnel	70
5.2.1 La syntaxe : les formules	70
5.2.2 La sémantique : interprétation d'une formule	71
5.2.3 Démonstrations logiques	73
5.2.4 Syntaxe et sémantique	76
5.2.5 Autres connecteurs logiques	79
5.2.6 Systèmes déductifs	82
5.3 Calcul des prédicats du premier ordre	83
5.3.1 La syntaxe : formules du premier ordre	83
5.3.2 Sémantique : interprétation des formules	86
5.3.3 Un formulaire	91
5.3.4 Variants lexicaux	92
5.3.5 Formules prénexes	93
5.4 Théorème de Herbrand et conséquences	94

5.4.1 Théories et modèles	94
5.4.2 Modèles de Herbrand	97
5.4.3 Théorème de Herbrand	99
5.4.4 Skolemisation	101
5.4.5 Clauses de Horn	102
6 Algèbre combinatoire et applications	107
6.1 Rappels	107
6.1.1 Généralités	107
6.1.2 Applications	110
6.2 Applications : comptage des ensembles finis	112
6.2.1 Rappels	112
6.2.2 Formules d'exclusion-inclusion et applications	113
6.3 Compléments	117
7 Suites récurrentes	121
7.1 Introduction : exemples, généralités	122
7.1.1 Exemples	122
7.1.2 Généralités, classification	125
7.2 Récurrences linéaires	128
7.2.1 Récurrences linéaires homogènes à coefficients constants	128
7.2.2 Récurrences linéaires non homogènes à coefficients constants	135
7.2.3 Récurrences linéaires à coefficients variables	140
7.3 Autres cas de relations de récurrence	141
7.3.1 Récurrences de partition et changement de variable	141
7.3.2 Transformation de l'image	142
7.3.3 Récurrences complètes	142
7.4 Compléments et exemples	143
7.4.1 Opérations sur les suites	143
7.4.2 Applications : dénombrements, nombres de Stirling	145
8 Séries génératrices	149
8.1 Généralités	150
8.1.1 Intuitions	150
8.1.2 Définitions	153
8.1.3 Opérations sur les séries	156
8.1.4 Séries génératrices exponentielles	157
8.1.5 Décomposition en éléments simples	158
8.2 Applications des séries génératrices aux suites récurrentes	161
8.2.1 Récurrences linéaires à coefficients constants	161
8.2.2 Récurrences linéaires non homogènes à coefficients constants	163
8.2.3 Partages d'entiers	164
8.2.4 Récurrences linéaires d'ordre fini à coefficients variables	165
8.2.5 Récurrences complètes	166
8.2.6 Analyse en moyenne d'algorithmes	168

9 Comportements asymptotiques	171
9.1 Généralités	172
9.1.1 Définitions	172
9.1.2 Opérations sur les ordres de grandeur	173
9.2 Critères de comportement asymptotique des fonctions	175
9.2.1 Une condition suffisante	175
9.2.2 Echelles de comparaison	178
9.2.3 Développements asymptotiques	178
9.2.4 Approximations asymptotiques par des sommes partielles	180
9.2.5 Le "bootstrapping" ou reboutement	181
10 Graphes et arbres	183
10.1 Les graphes	183
10.1.1 Définitions	183
10.1.2 Graphes isomorphes	185
10.1.3 Graphes simples	185
10.1.4 Sous-graphes et graphes partiels	186
10.1.5 Degré d'un sommet	186
10.1.6 Chemins	188
10.1.7 Connexité	191
10.1.8 Exemple historique : les sept ponts de Königsberg	192
10.1.9 Coloration d'un graphe	195
10.1.10 Graphes planaires	195
10.2 Arbres et arborescences	196
10.2.1 Les arbres	196
10.2.2 Les arborescences	199
10.2.3 Arborescences dessinées	201
11 Langages rationnels et automates finis	203
11.1 Le monoïde libre	204
11.2 Langages rationnels	206
11.3 Les automates finis	208
11.3.1 Systèmes de transitions étiquetés	208
11.3.2 Complétion d'un automate	211
11.3.3 Déterminisation d'un automate	211
11.3.4 Automates minimaux	214
11.3.5 Opérations sur les automates	218
11.4 Systèmes d'équations	219
12 Probabilités discrètes	225
12.1 Généralités	226
12.1.1 Problématique et terminologie	226
12.1.2 Espace des épreuves	226
12.1.3 Événements	227
12.1.4 Relations entre événements	227
12.2 Espaces de probabilités	228

12.2.1 Espace probabilisable	228
12.2.2 Espace de probabilités	229
12.3 Probabilités conditionnelles et événements indépendants	231
12.3.1 Intuition	231
12.3.2 Définitions	232
12.3.3 Formule de Bayes	234
12.3.4 Événements indépendants	236
12.3.5 Probabilités produits	238
12.4 Variables aléatoires	240
12.4.1 Définitions	240
12.4.2 Espérance et variance d'une variable aléatoire	243
12.4.3 Application aux approximations	248
12.5 Fonctions génératrices	251
12.6 Lois usuelles	253
12.6.1 Loi de Bernoulli	253
12.6.2 Loi binomiale	253
12.6.3 Loi géométrique	254
12.6.4 Loi hypergéométrique	255
12.6.5 Loi de Poisson	256
12.6.6 Loi uniforme	257
13 Chaînes de Markov finies	259
13.1 Introduction	260
13.2 Généralités	261
13.2.1 Définitions	261
13.2.2 Exemples	262
13.2.3 Matrices de transition	263
13.2.4 Propriétés	264
13.3 Classification des états	266
13.3.1 Chaînes irréductibles	266
13.3.2 Classification des états	267
13.3.3 Graphe d'une chaîne de Markov finie	271
13.3.4 Probabilités et temps moyen d'absorption	274
14 Applications et exemples	277
14.1 Quicksort	278
14.1.1 Quicksort	278
14.1.2 Complexité la pire de Quicksort en nombre de comparaisons	280
14.1.3 Complexité moyenne de Quicksort en nombre de comparaisons	281
14.2 L'algorithme d'Euclide	285
14.2.1 L'algorithme d'Euclide	285
14.2.2 Complexité de l'algorithme d'Euclide dans le pire cas	286
14.2.3 Le calcul des nombres de Fibonacci	288
14.3 Preuves de propriétés et de terminaison de programme	290

15 Solutions des exercices	299
Chapitre 1	299
Chapitre 2	308
Chapitre 3	312
Chapitre 4	320
Chapitre 5	324
Chapitre 6	332
Chapitre 7	338
Chapitre 8	342
Chapitre 9	351
Chapitre 10	353
Chapitre 11	359
Chapitre 12	367
Chapitre 13	381
Chapitre 14	390
Index	395

ANDRÉ ARNOLD
IRÈNE GUESSARIAN

Mathématiques pour l'informatique

Enseignement
de
l'Informatique

L'ouvrage

- La troisième édition de cet ouvrage est augmentée notamment des notions de base nécessaires à l'apprentissage de la programmation logique et des bases de données déductives et propose des exemples et des exercices inédits tirés de ce domaine. Elle intègre également dans ses applications la méthode des preuves de programmes par assertions de Hoare et son utilisation dans la résolution d'un problème.

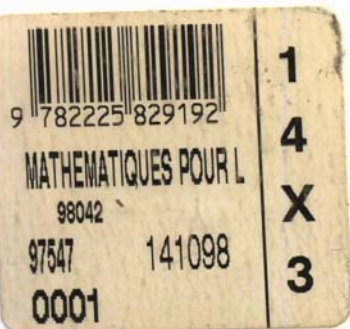
Le public

- L'ouvrage rassemble les notions mathématiques indispensables aux étudiants en informatique, principalement en deuxième cycle universitaire.

Les auteurs

André Arnold est professeur d'informatique à l'université Bordeaux I.

Irène Guessarian est professeur d'informatique à l'université Pierre-et-Marie-Curie (Paris VI).



ISBN 2-225-82919-5



9 782225 829192

