

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA



RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE SAAD DAHLEB -BLIDA  
DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



Mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur  
d'état en Aéronautique.

Option: **Structure.**

# Thème de Sujet :

Analyse de la densité de fissuration dans  
les matériaux composites stratifiés  
croisés [0m,90n]s.

**Présenté par :**

Mr. ANTRI Abdallah

Mr. BENKHEDIMALLAH Mehdi

**Promotrice :**

Mme. BENKHEDDA Amina

**Co-promoteur:**

Mr. KHODJET KESBA Mohamed

*Promotion: 2009/2010*

عملنا يقتضي دراسة كثافة تصدع في الطبقات المتقاطعة  $[0_m, 90_n]_s$  باستخدام افتراض مكافئ تطبيقها على مركبات مصفحة مع ألياف طويلة ومصفوفة عضوية. الضغوط المفروضة هي طولية الشد والضغط. حيث حددنا تأثير نسبة هندسية من الانشقاق ، وأثر نسبة سمك طبقة في  $0^\circ$   $90^\circ$  ، وحجم الألياف ، وعدد من طبقات عند  $0^\circ$   $90^\circ$  درجة على معامل يونغ والحقل الإجهاد الطولي.

### Résumé du travail :

Notre travail consiste à l'étude de la densité de fissuration dans les stratifiés croisés  $[0_m, 90_n]_s$  en utilisant l'hypothèse parabolique appliqué sur les matériaux composites stratifiés à fibres longues et à matrice organique. Les sollicitations imposées sont la traction/compression longitudinales.

Où nous avons mis en évidence l'effet du rapport géométriques de fissuration, l'effet du rapport des épaisseurs de couche à  $0^\circ$  et de couche à  $90^\circ$ , le volume des fibres, le nombre de plis à  $90^\circ$  et à  $0^\circ$  sur le module de Young longitudinal et le champ des contraintes.

### The work summary :

Our work is to study the crack density in laminates crusaders  $[0_m,90_n]_s$  using the parabolic assumption applied to laminated composites with long fibers and organic matrix. The stresses imposed are the tensile and compressive longitudinal.

Where we have demonstrated the effect of the geometric ratio of cracking the effect of the ratio of layer thicknesses at  $0^\circ$  and  $90^\circ$  layer the volume of fibers the number of folds to  $90^\circ$  and  $0^\circ$  on young's modulus and the longitudinal stress field.



## Remerciements

Nous remercions DIEU ALLAH le tout puissant de nous avoir donné le courage et la patience pour faire notre devoir.

Nous tenons à remercier tout particulièrement notre promotrice : Mme. BENKHEDDA Amina; notre Co-promoteur : Mr KHODJET KESBA Mohamed pour leurs encadrements, leurs conseils et leurs encouragements.

Nous tenons aussi à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour accomplir notre travail de fin d'étude.

Et finalement un grand merci à tous les enseignants du département d'aéronautique de BLIDA qui ont assuré notre formation durant nos six années d'étude.

« Abdallah » et « Mehdi »

# DEDICACE

Ce résultat, fruit de plusieurs années d'études, d'efforts pour lesquelles le mérite revient d'abord à ceux qui m'ont donné la vie, et m'accompagné dans mon cursus. Cet espace est très limité pour exprimer ma gratitude, et mes pensées très fortes pour eux, pour avoir été toujours présents à mes cotés, et partageants les peines et les moments de joie.

*Je* dédie ce modeste travail à :

- ✚ *M*es chers parents que Dieu les protège et surtout ma très chère mère.
- ✚ *T*oute La famille surtout mon petit frère Bachir et ma tante Djamila.
- ✚ *T*ous mes amis et tous les gens qui me respectent.
- ✚ *T*ous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.
- ✚ *M*on binôme « Mehdi » et sa famille.

« *Abdallah* »



# DEDICACE

Je dédie ce modeste travail à :

✚ *M*es très chers parents qui m'ont encouragé et soutenus tout le long de mes études. Que Dieu les protège.

✚ *M*es chers frères.

✚ *T*ous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

✚ *T*ous mes amis

✚ *T*ous les étudiants d'aéronautique.

✚ *M*on binôme : « Abdallah » et « sa famille ».

« *Mehdi* »



Résumé	
Remerciements	
Liste des notations	
Introduction.....	1
<b>Chapitre I - Généralités sur les matériaux composites</b>	
I.1. Définitions.....	3
I.2. Constitution d'un matériau composite.....	4
I.2.1. Le renfort.....	4
I.2.1.1. Diverses formes de renforts.....	4
A. Formes linéiques.....	4
B. Formes surfaciques.....	5
C. Structures tissées multidirectionnelles.....	6
I.2.1.2. Principales fibres.....	6
A. Fibres de verre.....	6
B. Fibres de carbone.....	7
C. Fibres aramides.....	7
D. Fibres céramiques.....	7
I.2.2. La matrice.....	8
I.2.2.1. Résines thermodurcissables.....	8
I.2.2.2. Résines thermoplastiques.....	8
I.2.2.3. Résines thermostables.....	9
I.3. Architecture des Matériaux Composites.....	9
I.3.1. Les Stratifiés.....	9
I.3.1.1. Types des stratifiés.....	11
I.3.2. Les Stratifiés Hybrides.....	12
I.3.3. Les Composites Sandwichs.....	12
I.4. Types des matériaux composites.....	13
I.4.1. Matériaux composites unidirectionnels.....	13
I.4.2. Matériaux composites bidirectionnels.....	14
I.4.3. Matériaux composites multidirectionnels.....	14
I.5. La Micro-analyse.....	14
I.5.1. Fraction de fibre en volume.....	14
I.5.2. Fraction de matrice en volume.....	14
I.5.3. Module d'élasticité Longitudinal $E_L$ .....	15
I.5.4. Module d'élasticité Transversal $E_T$ .....	15
I.5.5. Module de Cisaillement ou Glissement $G_{LT}$ .....	15
I.5.6. Coefficient de Poisson $\nu_{LT}$ et $\nu_{TL}$ .....	15
I.6. Avantages des matériaux composites.....	15
I.7. Inconvénients des matériaux composites.....	15
I.8. Classification des matériaux composites.....	16
I.8.1. Classification suivant la forme des constituants.....	16
I.8.1.1. Composites à fibres.....	16
I.8.1.2. Composites à particules.....	16
I.8.2. Classification suivant la nature des constituants.....	17
I.8.2.1. Composites à matrice organique.....	17

---

I.8.2.2. Composites à matrice métallique.....	18
I.8.2.3. Composites à matrice minérale.....	18

**Chapitre II - Endommagement des stratifiés croisés**

II.1. Comportements des composites.....	19
II.1.1. Elasticité et viscoélasticité.....	19
II.1.2. Fatigue.....	19
II.1.3. Interface.....	19
II.2. Notion d'endommagement.....	21
II.3. Généralités sur l'endommagement des composites stratifiés.....	21
II.4. La densité de fissures et son évolution.....	23
II.5. Différents modes d'endommagement.....	24
II.5.1. La Fissuration transverse.....	24
II.5.2. La Fissuration longitudinale.....	25
II.5.3. Le Délaminage.....	25
II.5.4. La Rupture de fibres.....	25
II.6. Les modes de fissuration transverse.....	26
II.6.1. Le départ de la première fissure ou « First Ply Failure ».....	26
II.6.2. Multiplication des fissures.....	27
II.6.3. Propagation des fissures transverses.....	27
II.7. Les variables d'endommagement appliquées aux matériaux composites.....	28
II.7.1 Variable scalaire liée à la notion de contrainte effective.....	28
II.8. Le Problème de la fissuration transverse.....	29
II.8.1. Présentation du problème.....	29
II.8.2. Modélisation de la fissuration transverse.....	30

**Chapitre III - Modèles des fissures**

III.1. Méthode de diffusion de cisaillement.....	32
III. 1.1 Approche déplacement ou approche contraintes.....	32
III. 1.2. Hypothèses générales sur le champ des déplacements.....	32
III.1.3. Contraintes de cisaillement.....	34
III.1.4. Détermination des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface.....	36
III. 1.5. Détermination du champ des déplacements et du champ des contraintes.....	41
III.1.6. Estimation du déplacement longitudinal dans les couches a 0°....	43
III.2. Modélisation analytique.....	45
III.2.1. Calcul de la fonction de perturbation de contrainte.....	47

---

## Chapitre IV - Organigramme et résultats

IV.1. Organigramme.....	48
IV.2. Choix du matériau de simulation.....	50
IV.3. Simulation et résultats.....	51
IV.3.1. La réduction du module de Young longitudinal.....	51
IV.3.1.1. Effet de variation du rapport des épaisseurs de la couche à 0° et la couche à 90° ( $\alpha$ ).....	52
IV.3.1.1.1. Interprétations des graphes.....	54
IV.3.1.2. Effet de variation du volume des fibres (vf).....	55
IV.3.1.2. 1. Interprétations des graphes.....	56
IV.3.1.3. Effet de variation du nombre des plis à 90° et à 0°.....	57
IV.3.1.3.1. Interprétation des graphes.....	57
IV.3.2. Etude du champ de contrainte longitudinale dans le sens du chargement.....	58
IV.3.2.1. Effet de variation du rapport géométrique de la fissuration.....	58
IV.3.2.1.1. Interprétations des graphes.....	66
IV.3.2.2. Effet de variation du volume des fibres (vf).....	67
IV.3.2.2.1. Interprétations des graphes.....	70
IV.3. 3. Variation de la contrainte longitudinale dans les couches à 0° et à 90° en fonction de la coordonnée transverse.....	71
IV.3. 3.1. Interprétations des graphes.....	75
Conclusion générale.....	77
Références Bibliographiques	

---

## Chapitre I - Généralités sur les matériaux composites.

Figure. I.1 : Schéma représentatif des éléments constitutifs d'un matériau composite à fibres continues.....	3
Figure. I.2 : Chaîne et trame d'un tissu.....	5
Figure. I.3 : Constitution d'un Stratifié.....	10
Figure. I.4 : Poutre Sollicitée en Flexion.....	11
Figure. I.5 : Matériaux Sandwichs à âmes Pleines.....	13

## Chapitre II - Endommagement des stratifiés croisés.

Figure. II.1 : Micrographies d'une fissure dans la matrice d'un pli d'un stratifié.....	20
Figure. II.2 : Evolution de la densité de fissures (au sein du pli à 90°) d'un stratifié carbone/époxy de type (0°, 90°) <sub>s</sub> en fonction de la contrainte de traction monotone appliquée [6].....	24
Figure II.3 : Mécanismes d'endommagements observés dans un stratifié croisé.....	26
Figure II.4 : Echantillon endommagé.....	28
Figure II.5 : Matériau endommagé et sain ayant la même déformation.....	29
Figure II.6 : Fissuration transverse et cellule élémentaire.....	30

## Chapitre III - Modélisation des fissures.

Figure III.1 : Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.....	37
Figure III.2 : Cellule élémentaire et fissuration transverse.....	45

## Chapitre IV - Organigramme et calcul

Figure. IV.1 : Organigramme de calcul de la réduction du module de Young longitudinal et les contraintes.....	49
Figure. IV.2 : représentation du stratifié croisé de type [0m,90n] <sub>s</sub> .....	50
Figure. IV.3 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90] <sub>s</sub> .....	52
Figure. IV.4 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> .....	52
Figure. IV.5 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> .....	53
Figure. IV.6 : Comparaison des évolutions de rigidité E <sub>x</sub> /E <sub>x0</sub> entre les stratifiés [0/90] <sub>s</sub> , [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> , [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> , en fonction de la densité de fissures.....	53
Figure. IV.7 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90] <sub>s</sub> pour différents volumes de	

---

fibres.....	55
Figure. IV.8 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour différents volumes de fibres.....	55
Figure. IV.9 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> pour différents volumes de fibres.....	56
Figure. IV.10 : La réduction du module de Young en fonction du nombre des plis à 90° et à 0° (Avec $l=0.1\text{mm}^{-1}$ ).....	57
Figure. IV.11 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	59
Figure. IV.12 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> , en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	59
Figure. IV.13 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	61
Figure. IV.14 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> , en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	61
Figure. IV.15 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	63
Figure. IV.16 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié [0/90] <sub>s</sub> en fonction des coordonnées longitudinales (x/l).....	63
Figure. IV.17 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0 <sub>2</sub> /90] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	65
Figure. IV.18 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0 <sub>2</sub> /90] <sub>s</sub> , en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l).....	65
Figure. IV.19 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié [0/90] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l) pour différents volumes de fibres.....	67
Figure. IV.20 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l) pour différents volumes de fibres.....	68
Figure. IV.21 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l) pour différents volumes de fibres.....	69
Figure. IV.22 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans	

l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1$ .....	71
Figure. IV.23 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1$ .....	72
Figure. IV.24 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1/2$ .....	73
Figure. IV.25 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1/2$ .....	73
Figure. IV.26 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1/3$ .....	74
Figure. IV.27 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches $\alpha=1/3$ .....	75

---

## Liste des notations.

---

(L, T) : Repère local de stratifié.

(X, Y) : Repère global du stratifié.

$E_f^l$  : Module d'élasticité longitudinale de fibre.

$E_f^t$  : Module d'élasticité transversale de fibre.

$G_f$  : Module de glissement de fibre.

$\nu_f$  : Coefficient de poisson de fibre.

$\rho_f$  : Masse volumique de fibre de matrice.

$E_m$  : Module d'élasticité longitudinale de matrice.

$G_m$  : Module d'élasticité transversale de matrice.

$\nu_m$  : Module de glissement de matrice.

$\rho_m$  : Coefficient de poisson de matrice.

$\alpha_m$  : Coefficient de dilatation thermique de matrice.

$V_f$  : Fraction de fibre en volume.

$V_m$  : Fraction de matrice en volume.

$G_L$  : Module de cisaillement longitudinal.

$G_{LT}$  : Module de cisaillement transversal.

$G_{TT}$  : Module de cisaillement latéral.

$\nu_L$  et  $\nu_T$  : Coefficient de poisson.

$E_G$  : Module d'élasticité longitudinale.

$E_9$  : Module d'élasticité transverse.

$\nu_1$  : Le coefficient de poisson longitudinal.

$\nu_2$  : Le coefficient de poisson transverse.

$G_1$  : Le module de cisaillement longitudinal.

$G_2$  : Le module de cisaillement transverse.

$\theta$  : Angle des empilements.

$t_0$  : L'épaisseur de la couche à  $0^\circ$ .

$t_9$  : L'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ .

$l$  : distance entre deux fissures simultanées.

$\alpha$  : Rapport des épaisseurs de la couche à  $0^\circ$  et de la couche à  $90^\circ$ .

$\alpha$  : le rapport géométrique de fissuration.

$E_x^0$  : Le module longitudinal du stratifié non endommagé.

---

## Liste des notations.

---

$G$  : le paramètre de cisaillement

$[S]$  : Matrice de flexibilité

$S_L$  : Constante de souplesse dans le repère (L,T).

$S'_L$  : Constante de souplesse dans le repère (x,y).

$\bar{\sigma}_x^0$  : La contrainte moyenne longitudinale dans la couche à  $0^\circ$ .

$\bar{\sigma}_x^9$  : La contrainte moyenne longitudinale dans la couche à  $90^\circ$ .

$\sigma_c$ : La contrainte de compression.

$u_0(x,z)$ : déplacement longitudinal dans la couches à  $0^\circ$ .

$u_{90}(x,z)$ : déplacement longitudinal dans la couches à  $90^\circ$ .

$\bar{u}_0(x)$ : La valeur moyenne de déplacement longitudinal  $u_0(x,z)$ .

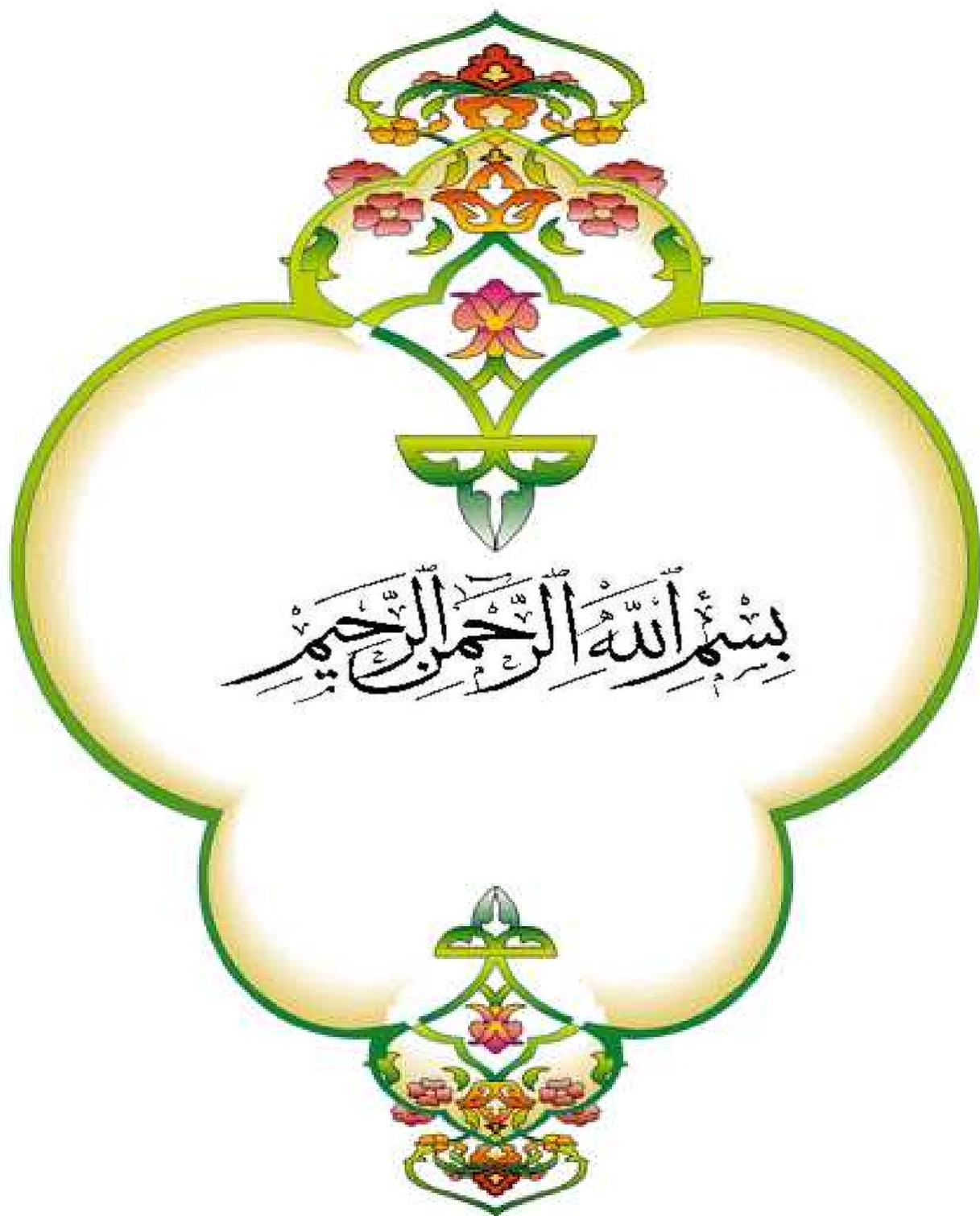
$\bar{u}_9(x)$ : La valeur moyenne de déplacement longitudinal  $u_{90}(x,z)$ .

$\sigma_x^0, \sigma_x^9, \sigma_y^0, \sigma_y^9, \sigma_z^0, \sigma_z^9$  : Les contraintes.

$\eta$ : paramétré de transfert de charge.

Ex/Ex0: la réduction du module longitudinal du stratifié due aux fissures transverses.

---



Les matériaux composites stratifiés (ou plus simplement stratifiés) sont apparus au cours des années 1960. Bien qu'ayant une masse volumique approximativement quatre fois plus faible que celle de l'acier, les stratifiés possèdent d'excellentes propriétés mécaniques. En conséquence, leurs principaux domaines d'utilisation sont l'aéronautique et l'aérospatiale : environ 25% de la masse de l'airbus A380 est constitué de matériaux composites ; pour certains hélicoptères cette proportion peut atteindre 85% (hélicoptère NH90 d'Eurocopter).

Malgré d'excellentes propriétés dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : la rupture interlaminaire. Ce mécanisme de rupture se caractérise par un décollement ou une décohésion entre les plis du stratifié. Il est couramment appelé le « délaminage ». Des études concernant les mécanismes de rupture des stratifiés composites indiquent que la propagation des défauts de délaminage est le mode de rupture le plus dominant pour la durée de vie de la structure.

Dans le scénario d'évolution des défauts le plus « classique », les premiers défauts sont la microfissuration de la matrice et la décohésion fibre/matrice à l'échelle microscopique. Ensuite, ces défauts s'agrandissent de façon stable à l'échelle du pli par coalescence, les micro-défauts se rejoignent pour former des fissurations transverses. Les fissures transverses peuvent parvenir à l'interface des plis et provoquer le délaminage sous l'effet des contraintes interlaminaires. Ces défauts et leur évolution dépendent de l'empilement, du nombre de plis, du chargement, et de la taille et de la forme de la structure considérée.

La rupture est la séparation d'un matériau en deux ou plusieurs parties, sous l'action d'une contrainte. La rupture est fortement influencée par la présence de microfissures, de pores, d'inclusions de particules fragiles (défauts internes) et par la présence d'entailles (macrofissures) résultant de défauts de fabrication.

Pour caractériser la ténacité d'un matériau, il est nécessaire de déterminer les conditions de propagation des fissures dans un matériau en fonction des forces appliquées. Tous les matériaux contiennent un certain nombre de microfissures qui deviennent instables et conduisent à la rupture lorsque la contrainte appliquée dépasse une valeur critique. Pour comprendre ce comportement, il faut analyser en détail les phénomènes se produisant à la pointe d'une fissure.

La fissuration de la matrice est le premier mode d'endommagement observable dans un matériau composite stratifié. Généralement, ces fissures se propagent dans les plis où les fibres ont des orientations éloignées de la direction principale du chargement. Ce type d'endommagement intervient bien avant que le stratifié ne subisse une altération définitive de ses propriétés mécaniques : on observe en fait une réduction progressive de la rigidité du stratifié avec l'augmentation du nombre de fissures.

Le mémoire se compose de quatre chapitres dont le plan de travail est donc le suivant :

D'abord, le premier chapitre est une description des matériaux composites, leur constitution, ses avantages, ses inconvénients ainsi que leurs différentes classifications.

Le deuxième chapitre consiste à la présentation des endommagements des stratifiés croisés.

Ensuite, dans le troisième chapitre on a étudié le modèle de fissuration qui est le modèle parabolique.

Enfin, dans le dernier chapitre on a présenté un organigramme qui illustre le programme de calcul de la réduction de la rigidité et de champ de contrainte, afin de valider nos résultats obtenus avec celles de l'expérience.

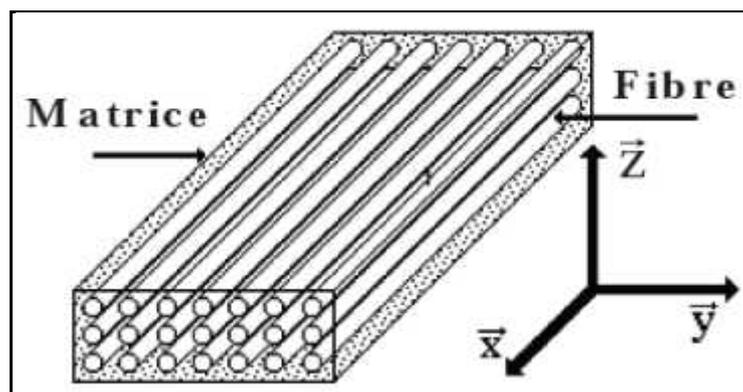
Il existe différentes familles de matériaux : les métaux, les plastiques, les composites, etc. Le principal intérêt de l'utilisation des composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques (module divisé par la masse volumique).

L'importance économique des matériaux composites est actuellement manifeste, et toutes les prévisions portent à croire que cette importance va aller en croissant dans l'avenir proche. Une grande diversité de fabrication est touchée ; elle va des automobiles et équipements sportifs aux applications aéronautiques et spatiales.

### I.1. Définitions :

Un matériau composite est constitué d'une matrice et d'un renfort constitué de fibres.

- Les fibres, dont le rôle est de reprendre les efforts, apportent au matériau ses performances mécaniques. Leur comportement est élastique linéaire.
- La matrice permet d'assurer la cohésion du matériau, de protéger les fibres des agressions extérieures et de transmettre au renfort les sollicitations mécaniques extérieures.



**Figure I.1 :** Schéma représentatif des éléments constitutifs d'un matériau composite à fibres continues [1].

## **I.2. Constitution d'un matériau composite :**

### **I.2.1. Le renfort :**

Les matériaux de renfort confèrent aux composites leurs caractéristiques mécaniques et permettent également d'améliorer certaines propriétés physiques. A l'exception du mica les principaux agents de renfort sont fibreux, et constituent une fraction volumique du matériau composite généralement comprise entre 0,3 et 0,7.

Les renforts peuvent être d'origines diverses:

- Végétale: bois, coton, jute, lin, sisal;
- Minérale: alumine, amiante, mica;
- Synthétique: polyester, polyamide;
- Artificielle: bore, carbone, SiC, acier, tungstène.

#### **I.2.1.1. Diverses formes de renforts :**

Les renforts fibreux se présentent sous diverses formes commerciales:

- Sous forme linéique (fils, mèches,...);
- Sous forme de tissus surfaciques (tissus simples, mats,...);
- Sous forme multidirectionnelle: (tresses, tissus complexes,...).

Il existe également des fibres courtes particulières, les Whiskers; qui sont des petits filaments monocristallins de diamètre micrométrique et de longueurs comprises entre quelques dizaines et quelques centaines de micromètres. Les Whiskers ont des propriétés mécaniques exceptionnelles et voisines des caractéristiques théoriques de liaisons entre atomes mais leur utilisation est encore limitée en raison des difficultés de fabrication.

#### **A. Formes linéiques :**

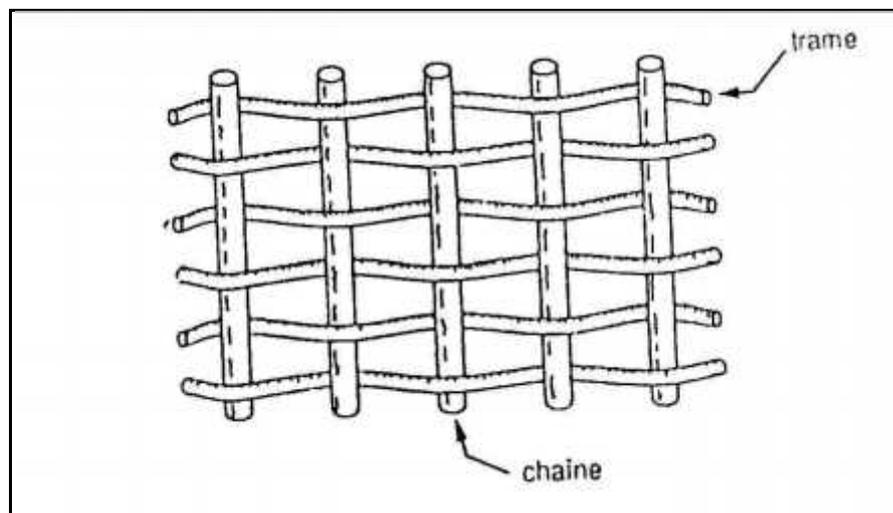
Dans ces matériaux, les fibres sont toutes alignées dans une même direction. Ils présentent d'excellentes propriétés mécaniques dans la direction des fibres. Cette structure trop anisotrope, présente peu d'intérêt pratique [2].

**B. Formes surfaciques :**

Les fils peuvent être utilisés pour réaliser des formes surfaciques de divers types: mats, tissus ou rubans, essentiellement développés dans le cas de fibres de verre.

La forme surfacique, dite aussi structure bidirectionnelle (2D), est la structure typique pour des pièces en formes de plaques ou de coques. Il s'agit d'un assemblage de fibres sous forme de mèches, orientées suivant deux directions généralement perpendiculaires, soit par couches successives, soit par tissage. Les tissus peuvent être superposés avec des désorientations entre les directions principales, ce qui confère à la structure des propriétés axisymétriques [2].

Dans certains cas l'introduction de fibres perpendiculaires (picots), par exemple par aiguilletage, améliore la tenue de la plaque au délaminage. Les tissus sont définis par le poids par unité de surface, la gamme s'étend de 50 à 1250 g/m<sup>2</sup> [3].



**Figure I.2 :** Chaîne et trame d'un tissu [2].

**C. Structures tissées multidirectionnelles :**

En plus des tissages plan, sont apparus sur le marché pour satisfaire les besoins de la construction aérospatiale de fusées (cônes de rentrés, tuyères).

Des fils constitués de plusieurs centaines de filaments (350 –500) sont associés en torons de section rectangulaire orientés suivant les trois directions de l'espace [2, 3, 4].

Les fils s'entrecroisent en hélice, dont la variation du pas permet d'ajuster la tresse à la forme qu'elle doit recouvrir. On trouve donc des tissus en forme de chaussettes coniques, ogivales ou hémisphériques, appelés «substrats», qui a breveté en 1973 le système de tissage sur fibres de carbone ou de silice. Ceci permet d'obtenir un tissu très dense et épais, mais par conséquent peu souple.

**I.2.1.2. Principales fibres :**

On distingue deux grandes catégories:

- Les fibres à hautes performances, ce sont les fibres de verre, de carbone, de bore ou aramide, notamment qui ont une fonction prépondérante. Il y a également quelques fibres synthétiques qui ont une excellente résistance thermique.
- Les fibres à utilisation particulière, qui sont celles utilisées comme renfort mécanique.

Actuellement ces dernières sont utilisées pour des applications très spéciales, revêtement thermique, isolant électrique.

**A. Fibres de verre :**

Si le filage du verre était déjà pratiqué par les Egyptiens bien avant notre ère, ce n'est que vers la première moitié du XVIIIème siècle que l'on utilise du fil de verre comme matériau textile. Le début d'une véritable production industrielle

se situe vers 1930 et les premières applications furent l'isolation des conducteurs électriques.

Quelques années plus tard, on commence à l'utiliser pour le renforcement de résines thermodurcissables [5].

### ***B. Fibres de carbone :***

La fibre de carbone possède un arrangement atomique défini par la structure hexagonale. Les atomes de carbone sont ainsi disposés en réseaux hexagonaux situés sur les plans parallèles [2].

### ***C. Fibres aramides :***

Les fibres aramides à caractéristiques mécaniques élevées sont généralement connues sous le nom de (Kevlar), nom commercial de la fibre mise au point par Dupont Nemours (U.S.A), et commercialisées en 1972. Les fibres aramides sont des fibres polyaramides ou polyamides aromatiques de synthèse dont la structure, est constituée de noyaux benzéniques reliées par des groupes CO et HN [2]:

### ***D. Fibres céramiques :***

Diverses fibres de matériaux réfractaires ou céramiques peuvent être élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Actuellement, les fibres obtenues par ce procédé, et faisant l'objet d'une production, sont [6] :

- Les fibres de bore (B);
- Les fibres de bore (B)-carbure de bore (B<sub>4</sub>C);
- Les fibres de carbure de silicium (SiC);
- Les fibres de bore-carbure de silicium, appelées BorSiC.

**I.2.2. La matrice :**

Les résines doivent être assez déformables et doivent présenter une bonne compatibilité avec les fibres, en outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à conserver au matériau composite des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées. Compte tenu de ces contraintes, les résines utilisées sont des polymères, modifiés par différents adjuvants et additifs: agents de démoulage, stabilisants, pigments.

Deux grandes familles de résines polymères existent: les résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables. Ces deux types de résine possèdent la faculté de pouvoir être moulés ou mis en forme, pour donner soit un produit fini, soit un produit semi-fini dont la forme peut être modifiée.

**I.2.2.1. Résines thermodurcissables :**

Un polymère thermodurcissable est constitué d'un réseau tridimensionnel de macromolécules qui ne peut pas être déformé par chauffage tel que les thermoplastiques.

Leur mise en œuvre se fait par réaction chimique. Les composants de base peuvent être liquides, en poudre, plus ou moins fine, ou en pâte [7].

Les principales résines thermodurcissables utilisées pour la mise en œuvre des matériaux composites sont par ordre décroissant en tonnage [2, 5, 8]:

- Les résines polyesters insaturées, polyesters condensés, vinylesters.
- Les résines de condensation: phénoliques, aminoplastes, furaniques.
- Les résines époxydes.

**I.2.2.2. Résines thermoplastiques :**

Les thermoplastiques sont constitués de macromolécules linéaires qui peuvent devenir mobiles entre elles lorsqu'on élève la température. La mise en

œuvre se fait avec un apport d'énergie par chauffage ou par frottement, la matrice passe d'un état solide à un état plastique ou fondu [9].

Parmi les résines thermoplastiques, nous citons [2]:

- Le polychlorure de vinyle (PVC);
- Le polyéthylène;
- Le polypropylène;
- Le polystyrène.

### **I.2.2.3. Résines thermostables :**

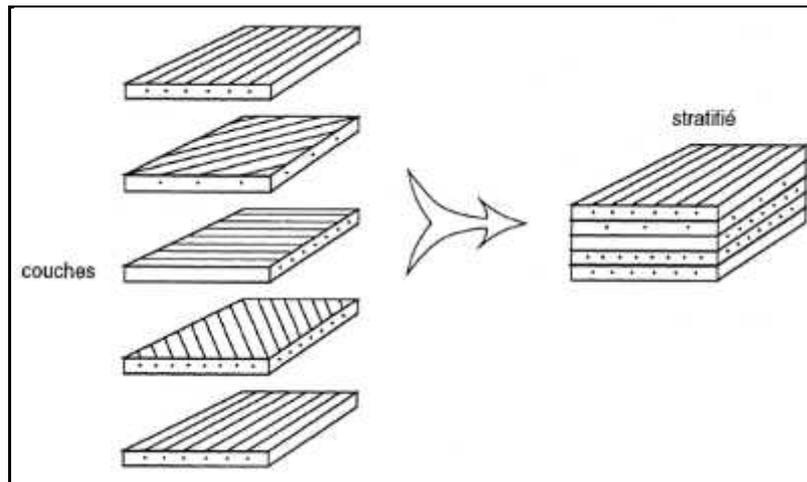
Les résines thermostables se distinguent essentiellement des autres résines par leurs performances thermiques, puisque dans ces résines nous retrouvons les deux grandes familles des résines thermoplastiques et thermodurcissables. Les résines thermostables sont développées surtout dans les domaines de l'aviation et de l'espace, où les laboratoires cherchent à mettre au point de nouvelles résines. Parmi les résines thermostables, nous citons: les résines polyimides [2].

## **I.3. Architecture des Matériaux Composites :**

L'objet de ce paragraphe est de dégager l'architecture générale des matériaux composites.

### **I.3.1. Les Stratifiés :**

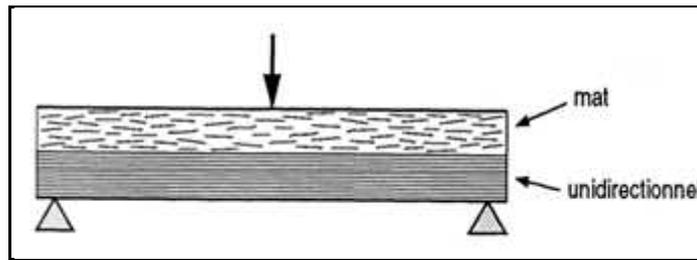
Les stratifiés sont constitués de couches successives (appelées parfois plis) de renfort (fils, mats, tissus, etc.) imprégnés de résines.



**Figure I.3 :** Constitution d'un Stratifié.

Dans le cas général, le renfort de chaque couche sera de natures diverses : fils, stratifiés, mats, issus, fibres de verre, fibres de carbone, etc. Chaque couche doit alors être désignée par l'indication de la nature des fibres, du type de renfort : fils, mat, tissu avec indication de la proportion de fibres suivant le sens chaîne et trame.

- Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation du matériau composite, en l'adaptant au mieux au champ des contraintes imposées ;
- Les couches unidirectionnelles ont de bonnes performances mécaniques dans la direction des fibres ;
- Les mats sont peu résistants en traction et devront être réservés aux zones comprimées : par exemple (fig. 1.4) couches unidirectionnelles dans la zone de traction, mat dans la zone de compression d'une poutre sollicitée en flexion ;
- Une stratification croisée sera sensible au délaminage inter laminaire ;
- Une stratification avec au moins trois directions de fibres sera nécessaire pour garantir généralement une bonne planéité du stratifié après démoulage.



**Figure I.4 :** Poutre Sollicitée en Flexion.

### I.3.1.1. Types des stratifiés :

La rigidité d'un composite est conditionnée par l'empilement des couches, leur nature, leur orientation, leur séquence d'empilement, etc. Un stratifié est constitué de l'empilement de deux ou plusieurs couches (appelées également plis) entreposées successivement et se comportant comme une seule entité structurale. Chaque couche est formée de fibres unidirectionnelles de faible section (d'environ 10 à 20  $\mu\text{m}$  de diamètre), imprégnées de résine.

Chaque couche est désignée par son orientation, qui est l'angle que fait la direction des fibres avec la direction de référence (qui est généralement la direction des fibres unidirectionnelles orientées à  $0^\circ$ ).

La séquence d'empilement du stratifié désigne le nombre et l'orientation des couches successives, en parcourant le stratifié d'une face à l'autre. Ainsi, un stratifié est dit :

➤ **Symétrique :**

Dans le cas où le plan moyen serait plan de Symétrie, et sa désignation ne nécessiterait alors que la moitié des couches successives. Un indice  $s$  indiquera que le stratifié est symétrique. Par l'exemple :  $[0/\pm 45/90]_s$ .

➤ **Equilibré :**

Stratifiés comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couches orientés suivant la direction  $-\theta$ .

➤ **Orthogonal :**

Stratifiés comportant autant de couches à 0° que de couches à 90°.

➤ **Orthotrope :**

S'il possède trois plans de symétrie mutuellement perpendiculaires, dont les intersections définissent les axes principaux. Cependant, il existe une classe spéciale de matériaux orthotropes appelée quasi-isotrope, pour laquelle les propriétés élastiques sont indépendantes de l'orientation.

**I.3.2. Les Stratifiés Hybrides :**

Les stratifiés hybrides permettent d'être plus performant en utilisant au mieux les propriétés des diverses fibres disponibles. Parmi les différents hybrides, on peut distinguer :

- Des hybrides inter couches, constitués d'une suite de couches, chacune de nature différente ;
- Des hybrides intra couches, constitués par une séquence de couches identiques, chaque couche étant constituée de renforts différents ;
- Des couches métalliques peuvent également être intercalées entre les couches.

**I.3.3. Les Composites Sandwichs :**

Les structures dites « Sandwichs » occupent un large créneau dans la construction des pièces composites. Elles apparaissent dans quasiment tous les domaines d'applications. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes. Dans la majorité des cas, on doit les confectionner dans un but bien spécifique ; cependant, certains matériaux sandwichs sont disponibles dans le commerce sous forme de semi-produits. On s'attache à mettre en évidence les principales propriétés et précautions d'emploi des matériaux sandwichs.

Le principe de la technique sandwich consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression) deux feuilles ou peaux (possédant de bonnes caractéristiques en traction). L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité. Généralement, le choix du matériau a pour objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix, etc.).

Les matériaux les plus couramment utilisés pour les âmes pleines sont :

- $\frac{3}{4}$  Le balsa ou bois cellulaire ;
- $\frac{3}{4}$  Diverses mousses cellulaires ;
- $\frac{3}{4}$  Des résines chargées de micro sphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques, etc.

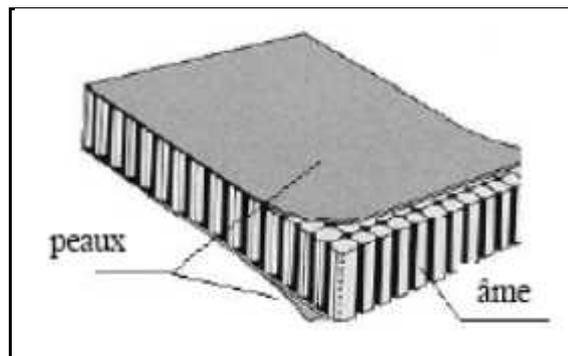


Figure I.5 : Matériaux Sandwichs à âmes Pleines [10].

## I.4. Types des matériaux composites :

### I.4.1. Matériaux composites unidirectionnels :

Si l'angle entre deux couches consécutives est nul, c.à.d. toutes les fibres sont alignées selon une seule direction.

C'est la configuration de base des matériaux composites à fibres, ils sont constitués de fibres parallèles disposés dans une matrice pour une approximation la cellule élémentaire d'un tel matériau.

**I.4.2. Matériaux composites bidirectionnels :**

C'est un composite orthotrope, ou les stratifiés sont constitués de couche de matériaux dont le renfort est à base de tissus. Ces derniers sont généralement constitués de fils unidirectionnels croisés à 90° : l'un dans le sens chaîne, l'autre dans le sens trame. Ces couches possèdent trois plans de symétrie, les directions principales L et T seront prises respectivement suivant la direction chaîne et la direction trame. La direction T' est orthogonale au plan.

**I.4.3. Matériaux composites multidirectionnels :**

Si les couches successives sont orientées les unes par rapport aux autres à des angles autres que 0°. À titre d'exemple, les stratifiés à 8 plis le multidirectionnel suivant [0/+45/-45/90/90/+45/-45/0].

Cette forme structurale permet d'avoir un tissu multidirectionnel qui permet de créer des formes complexes non développables qui donne par suite des pièces présentant de très hautes caractéristiques mécaniques et thermiques.

**I.5. La Micro-analyse :**

L'analyse des matériaux composites à l'échelle microscopique, met en cause les caractéristiques élémentaires des constituants (fibre et matrice). Notre étude s'intéresse aux stratifiés unidirectionnels, le comportement élastique de ce dernier est donc caractérisé par 5 coefficients indépendants [11].

**I.5.1. Fraction de fibre en volume :**

$$V_f = \frac{m}{v_c} \frac{d}{t} \frac{f}{t} \quad (\text{I.1})$$

**I.5.2. Fraction de matrice en volume :**

$$V_m = \frac{m}{v_c} \frac{d}{t} \frac{t}{t} \frac{m}{t} \quad (\text{I.2})$$

Ainsi, on aura :

$$V_f + V_m = 1 \quad (\text{I.3})$$

### I.5.3. Module d'élasticité Longitudinal $E_L$ :

$$E_L = E_m V_m + E_f V_f \quad (\text{I.4})$$

### I.5.4. Module d'élasticité Transversal $E_T$ :

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (\text{I.5})$$

### I.5.5. Module de Cisaillement ou Glissement $G_{LT}$ :

$$\frac{1}{G_L} = \frac{V_m}{G_m} + \frac{V_f}{G_f} \quad (\text{I.6})$$

### I.5.6. Coefficient de Poisson $\hat{\nu}_{LT}$ et $\hat{\nu}_{TL}$ :

$$\nu_L = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (\text{I.7})$$

## I.6. Avantages des matériaux composites :

- Gain de masse.
- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques).
- Grande résistance à la fatigue.

## I.7. Inconvénients des matériaux composites :

- Vieillessement sous l'action de l'eau et de la température
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes
- Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques
- Meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers mais émission de fumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.

- Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût est surtout valable pour des grandes séries.

## **I.8. Classification des matériaux composites :**

Les composites peuvent être classés suivant la forme des composants ou suivant la nature des composants [1].

### **I.8.1. Classification suivant la forme des constituants :**

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

#### **I.8.1.1. Composites à fibres :**

Un matériau composite est un composite à fibre si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. L'arrangement des fibres, leur orientation permet de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan. Le concepteur possède donc là un type de matériau dont il peut modifier et moduler à volonté les comportements mécaniques et physiques en jouant sur :

- La nature des constituants,
- La proportion des constituants,
- L'orientation des fibres,

#### **I.8.1.2. Composites à particules :**

Un matériau composite est composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait, etc. Dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

Le choix de l'association matrice- particule dépend des propriétés souhaitées.

Par exemple, des inclusions de plomb dans les alliages de cuivre augmenteront leur facilité d'usinage. Des particules de métaux fragiles tels le tungstène, le chrome et le molybdène incorporés dans les métaux ductiles augmenteront leurs propriétés à température élevée, tout en conservant le caractère ductile à la température ambiante.

Ainsi, les composites à particules recouvrent un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse.

### **I.8.2. Classification suivant la nature des constituants :**

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale. Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites, on peut citer [5, 6] :

#### **I.8.2.1. Composites à matrice organique** (résine, charge), avec :

- Des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- Des fibres organiques : kevlar, polyamides, etc.
- Des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

**I.8.2.2. Composites à matrice métallique** (alliages légers et ultra- légers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :

- Des fibres minérales : carbone, carbures de silicium (SiC),
- Des fibres métalliques : bore,
- Des fibres métal- minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium (BorSiC).

**I.8.2.3. Composites à matrice minérale** (céramique), avec :

- Des fibres métalliques : bore
- Des particules métalliques : cermets,
- Des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

Les matériaux composites à matrice organique ne peuvent être utilisées que dans le domaine des températures ne dépassant pas 200 à 300 °C, alors que les matériaux composites à matrice métallique ou minérale sont utilisés au-delà : jusqu'à 1000 °C pour une matrice céramique.

Ce chapitre constitue des généralités sur les composites, nous ne sommes pas étalés sur ce point vue que notre but été de donner uniquement une introduction et des définitions sur les composites dont nous avons besoin dans ce qui suit.

Dans le cas d'un stratifié croisé soumis à une traction longitudinale, les mécanismes d'endommagements observés sont la fissuration transverse, le délaminage, la fissuration longitudinale et la rupture des fibres (figure II.3).

## **II.1. Comportements des composites :**

### **II.1.1. Elasticité et viscoélasticité :**

Les composites mettent en effet souvent en défaut les approximations classiques. La nature de la loi de comportement mécanique peut varier avec la direction : élastique et linéaire dans le sens du renfort, elle peut être non linéaire, voir plastique dans d'autres directions.

Par ailleurs si le comportement du composite peut être considéré comme linéaire pour de faibles déformations, il faut prendre en compte sa viscoélasticité pour de plus grandes déformations.

### **II.1.2. Fatigue :**

Le succès des composites à hautes performances est probablement lié en partie à leur résistance à la fatigue. Il suffit pour s'en convaincre de considérer les pales d'hélicoptère qui ont maintenant une durée de vie comparable à celle de l'appareil qui les porte tandis que les pales d'aluminium exigeaient des précautions drastiques pour éviter de les rayer pendant l'usinage et avaient une durée de vie beaucoup plus courte.

Les composites ne sont pas sensibles à l'effet d'entaille sous sollicitation cyclique. Toutefois, leur résistance à la fatigue varie selon les fibres, la résine, le drapage et l'efficacité de l'ensimage : les composites à fibres de verre sont moins performants que ceux renforcés par des fibres de carbone.

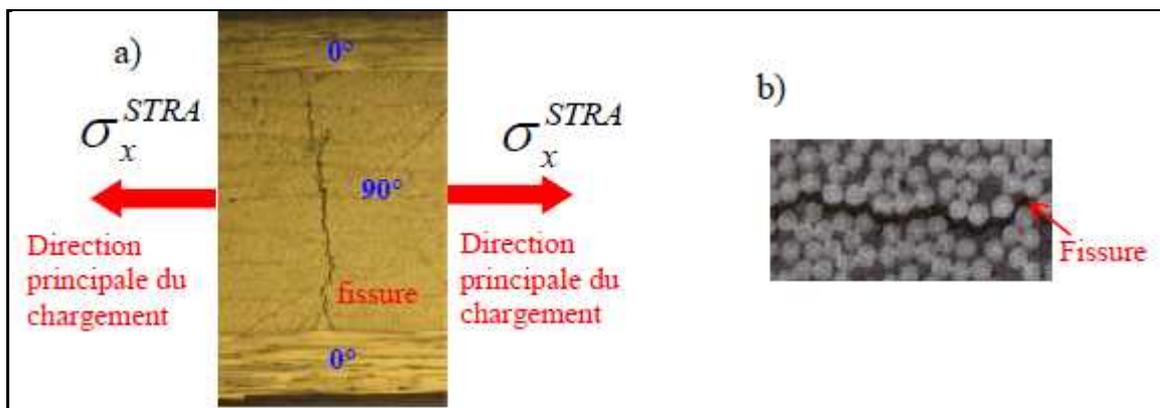
### **II.1.3. Interface :**

Seuls les problèmes mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont envisagés.

La source de nombreux problèmes rencontrés par les industriels réside dans le fait que les constituants fibres et matrice étant choisis avec soin et soumis à des contrôles précis, l'interface issue de leur interaction échappe en partie aux efforts d'analyse et de prévision.

L'étude des mécanismes d'endommagement des matériaux composites stratifiés a commencé à la fin des années 1970 [12]. L'apparition de fissures dans la matrice organique de certains plis est le premier mode d'endommagement observable [13]. Ces fissures, dites intralaminaires, apparaissent bien avant que le stratifié ne perde l'essentiel de ses propriétés mécaniques : on constate plutôt une réduction progressive des constantes élastiques apparentes avec l'augmentation du nombre des fissures. Par ailleurs, les concentrations de contraintes en pointe de fissure peuvent être à l'origine de formes d'endommagement additionnelles [14], par exemple :

- Le délaminage, décollement entre le pli fissuré et le pli adjacent.
- L'apparition de plusieurs branches à proximité des pointes de fissures (fissure « delta» figure.II.1.a).
- L'apparition de fissures secondaires dans les plis adjacents.



**Figure II.1 :** *Micrographies d'une fissure dans le matrice d'un pli d'un stratifié*[14].

a) : faible grossissement.

b) : fort grossissement.

## **II.2. Notion d'endommagement :**

A une échelle plus grande (celle du pli), le comportement sous charge cyclique des matériaux composites a en commun avec celui des métaux une décroissance des propriétés mécaniques de résistance en fatigue ; par contre des matériaux composites se distinguent des métaux par une baisse sensible de certaines rigidités (on nomme endommagement la variation relative de rigidité) lorsque le niveau de chargement ou le nombre de cycles diminue ; cette chute est due à la fissuration interne qui règne au sein du matériau. Ceci représente un avantage pour le suivi (indicateur de la durée de vie) et un inconvénient pour la modélisation [15].

Bien que le scénario d'évolution de la rigidité dépende énormément du type d'empilage et de la direction concernée, on peut décrire de manière générale l'évolution de l'endommagement en le décomposant en trois phases :

- Une première phase d'initiation (naissance de micro-dommages).
- Une seconde phase plus longue de croissance régulière et lente des dommages, c'est-à-dire de chute progressive de rigidité (développement progressif des micro-dommages).
- Une troisième phase caractérisée par une baisse rapide de rigidité qui conduit finalement à la rupture (macro-dommage).

## **II.3. Généralités sur l'endommagement des composites stratifiés :**

La ruine (ou rupture) macroscopique d'un matériau ou d'une structure composite n'est pas initiée par un unique mécanisme d'endommagement comme nous pouvons le rencontrer dans les matériaux métalliques. En effet, la rupture d'un composite est le résultat d'une somme de dégradations observées à différentes échelles du composite. Ainsi, les différents mécanismes d'endommagement susceptibles d'être rencontrés dans les matériaux ou structures composites sont :

- À l'échelle microscopique, d'une part, la rupture d'adhérence entre les fibres et la matrice (c'est le phénomène de décohésion) et d'autre part, la rupture de fibre ;
- À l'échelle mésoscopique, l'apparition au sein de la matrice, de fissures dites intralaminaires, parallèles à la direction des fibres ;
- À l'échelle macroscopique, le phénomène de décollement inter-ply (c'est le délaminage).

Evidemment ces mécanismes d'endommagement ne sont pas uniformément présents au sein du matériau. Ils dépendent notamment de la sollicitation, de l'architecture des constituants et de l'orientation des plis.

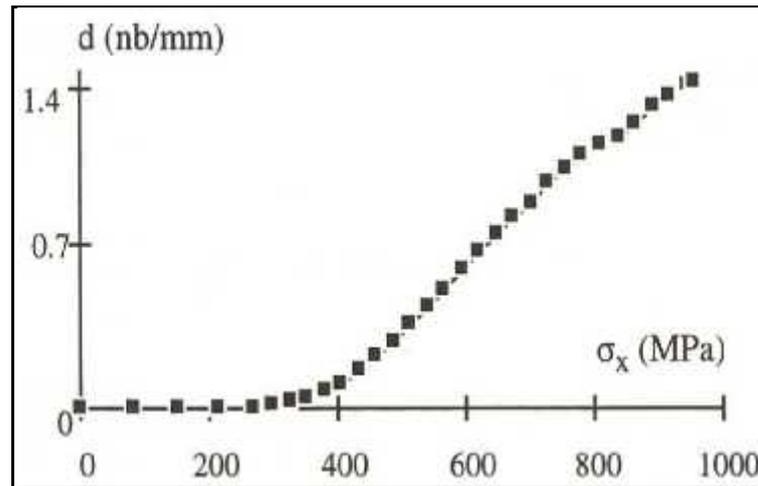
La rupture des fibres, induite essentiellement par une traction axiale, intervient lorsque la contrainte de traction dans une fibre atteint la contrainte de rupture de la fibre. Ces ruptures de fibres entraînent des concentrations de contraintes de cisaillement à l'interface fibre-matrice. Elles favorisent la multiplication des ruptures des fibres voisines intactes, combinant l'aspect statistique de la rupture de la fibre et les capacités de report de charge dans la matrice. Sous chargement constant, l'augmentation de charge n'étant plus le facteur d'activation de l'accumulation de ruptures de fibres, il faut envisager les propriétés viscoélastiques de la matrice pour justifier de sa poursuite.

La ruine des stratifiés est le résultat de la combinaison de l'ensemble des mécanismes élémentaires d'endommagement du pli unidirectionnel (décohésion fibre-matrice, fissures intralaminaires, rupture de fibres), auquel s'ajoute le mécanisme de rupture entre couches (délaminage). Ces mécanismes sont initiés, entre autres, par la présence des fissures intralaminaires en raison des concentrations de contraintes induites, des discontinuités des champs de contrainte entre les plis, des défauts initiaux liés au procédé de fabrication et des effets de bords (négligeables dans le cas de structure tubulaire).

**II.4. La densité de fissures et son évolution :**

Ce n'est qu'à partir de 1977 qu'on observe et étudie systématiquement l'évolution de la densité de fissures. Reifsnider [16] par exemple met en évidence que la densité de fissures croît de façon monotone et atteint un état de saturation. Généralement, la courbe densité de fissures /contrainte appliquée, dont un exemple est donnée sur la figure II.2, est une sigmoïde présentant un seuil d'amorçage, une augmentation continue de la densité de fissures au cours de l'augmentation du niveau de chargement, et enfin un état de saturation où la distance inter-fissures est constante. Cet état signifie que la densité de fissures reste constante malgré une augmentation du niveau de contrainte. Ceci s'observe particulièrement pour les empilements  $[0, 90]_5$ . Cependant, dans de nombreux cas, la rupture a lieu avant que l'état de fissuration soit stable et il est donc difficile d'évaluer la valeur de la densité à saturation. La définition d'un tel état est d'ailleurs sujet à critique, il semble que la saturation ne soit jamais complètement atteinte et qu'à une phase d'endommagement brutal succède une production lente mais continue de fissures. Ces deux modes peuvent s'interpréter comme correspondant à deux modes – respectivement non perturbé et perturbé – de redistribution des contraintes entre couche à  $0^\circ$  et couche à  $90^\circ$ . Généralement, en première approximation, on considère que le quasi-plateau correspond à une saturation.

Il est utile de préciser que la cinétique de fissuration dépend notamment de la nature des constituants du composite, du type d'empilement.



**Figure II.2 :** Evolution de la densité de fissures (au sein du pli à  $90^\circ$ ) d'un stratifié carbone/époxy de type  $(0^\circ, 90^\circ)_s$  en fonction de la contrainte de traction monotone appliquée [17].

## II.5. Différents modes d'endommagement :

### II.5.1. La Fissuration transverse :

Ce type d'endommagement se manifeste dans les couches dont les fibres sont désorientées par rapport à la direction de sollicitation. Les fissures apparaissent dans la matrice ou à l'interface fibre matrice, et se propagent parallèlement aux fibres.

En conséquence, la qualité de l'interface fibre matrice joue un rôle très important dans le développement de la fissuration transverse. Les fissures partent le plus souvent des bords du matériau, bien que les surcontraintes locales dues à un défaut dans la matrice puissent à l'occasion en être la cause. Les contraintes résiduelles de cuisson, dues au processus de fabrication du stratifié, peuvent également être à l'origine de la création de nouvelles fissures transverses.

**II.5.2. La Fissuration longitudinale :**

Ces fissures sont de même nature que les fissures transverses. Elles se développent également le long des fibres, mais cette fois parallèlement à la direction principale de sollicitation.

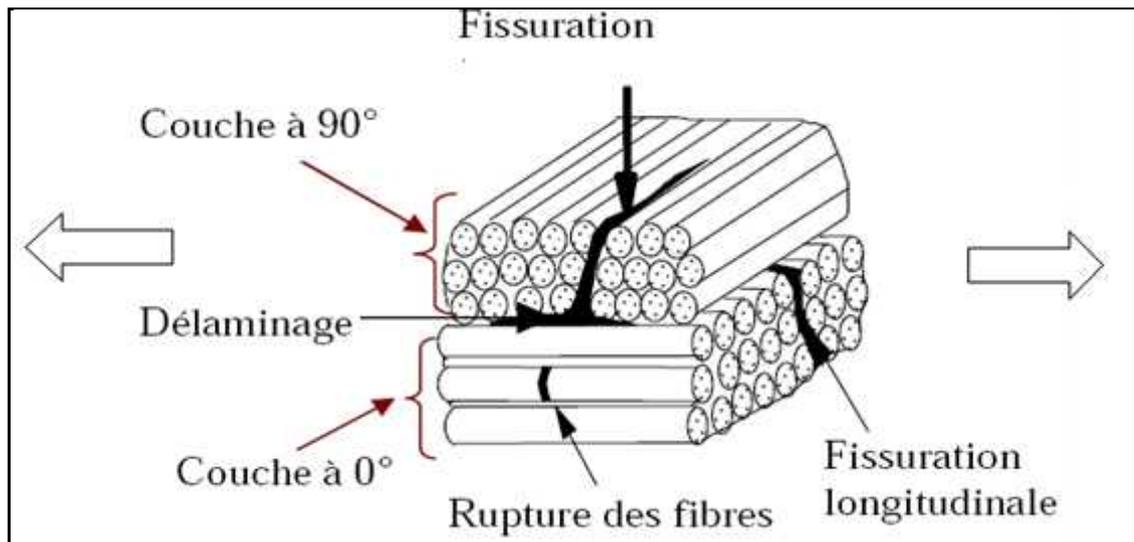
**II.5.3. Le Délaminage :**

Il s'agit d'une décohésion des couches résultant de contraintes interlaminaires qui progressent en séparant les plis. Les délaminages s'amorcent aux bords libres du stratifié, sièges de contraintes interlaminaires élevées.

Il peut apparaître, soit au bord en raison des concentrations de contraintes dont la nocivité dépend de la séquence d'empilement et du chargement, soit « à cœur » lorsque le centre de la couche est le siège d'une densité importante de fissures transverses ; de toute façon, l'apparition du délaminage semble lié à la « Saturation » des fissures transverses aux bords où à l'intérieur de la couche endommagée.

**II.5.4. La Rupture de fibres :**

La rupture de fibres peut être à l'origine d'une succession d'endommagements : rupture transverse de la matrice, rupture en cisaillement de la matrice, décohésion fibre/matrice, rupture longitudinale de la matrice. La rupture finale d'un matériau composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de ces divers mécanismes élémentaires.



**Figure II.3 :** Mécanismes d'endommagements observés dans un stratifié croisé [18].

Le premier mode d'endommagement qui apparaît le plus souvent dans un stratifié soumis à un chargement monotone est la fissuration transverse. Elle est généralement suivie par le délaminage, état endommagé qui se développe très vite en entraînant la rupture définitive du matériau.

## II.6. Les modes de fissuration transverse :

L'évolution de la fissuration transverse peut se décomposer en trois étapes principales, qui ont été caractérisées par REIFSNIDER [16]. Les considérations émises ci-dessous concernant chacune de ces étapes sont très générales, a priori valables quelle que soit le type de sollicitation : traction monotone ou fatigue.

### II.6.1. Le départ de la première fissure ou « First Ply Failure » :

L'apparition de la première fissure transverse est d'autant plus tardive que la matrice est ductile. Elle dépend également de l'épaisseur de la couche désorientée ainsi que l'orientation des plis adjacents. En particulier, On constate

qu'elle est d'autant plus difficile que la couche désorientée est mince. Cette observation expérimentale est étayée par les estimations théoriques du taux de restitution d'énergie effectuées par CASLINI et al. [19], LAFARIE-FRENOT et al. [20] et BRILLAUD et al. [21].

### **II.6.2. Multiplication des fissures :**

La multiplication des fissures transverses dépend à la fois de la densité de fissure déjà existantes, du niveau de contrainte appliqué, et de la séquence d'empilement. Plusieurs auteurs ont montré qu'au fur et à mesure que la densité de fissure augmente, il devient de plus en plus difficile d'en créer de nouvelles, et ce, quel que soit le niveau de sollicitation imposé. Le nombre de fissures transverse tend donc vers une limite finie, connue sous le nom de « Characteristic Damage State ». Des études expérimentales ont montré que cette densité de fissures à l'état de saturation augmente quand l'épaisseur des couches à 90° diminue.

### **II.6.3. Propagation des fissures transverses :**

Lorsque l'épaisseur de la couche désorientée concernée est suffisamment faible, les fissures transverses peuvent ne pas être traversantes dès leur apparition ; leur longueur évolue en cours d'essai en traction, la vitesse d'avancée de ces fissures ne semble pas dépendre de leur longueur, tandis qu'elle croît avec le niveau de chargement. Par ailleurs, on constate que la vitesse de propagation d'une fissure donnée diminue dans certains cas jusqu'à un arrêt complet de la propagation à mesure que d'autres fissures apparaissent et se propagent dans son voisinage immédiat.

## **II.7. Les variables d'endommagement appliquées aux matériaux composites :**

Signalons d'abord un intéressant article de synthèse sur les variables d'endommagement en général par D. KRAJANOVIC [22], où l'auteur traite Les modèles effectivement appliqués aux matériaux composites, on trouve essentiellement, une variable liée à la notion de contrainte effective.

### II.7.1 Variable scalaire liée à la notion de contrainte effective :

Cette variable appelée  $D$  a été initialement introduite par L.M. KACHANOV [23] ; elle représente globalement l'état endommagé par la notion de contrainte effective. Par définition nous avons :

$D=0$ , pour le matériau non endommagé.

$D=1$ , correspond à la rupture du matériau.

On est conduit de façon simple à la notion de contrainte effective par l'essai de traction (figure II.4.).



**Figure II.4 :** *Echantillon endommagé.*

Des qu'il y a des fissures, l'aire de la section droite peut être remplacée par l'aire « équivalente » telle que :

$$\bar{S} = S \cdot (1 - D)$$

Sachant que Le champ de contraintes étant toujours le même.

La contrainte effective  $\bar{\sigma}$  est alors définie comme celle que l'on devrait appliquer au matériau non endommagé pour avoir la même déformation lors de

l'application de la contrainte  $\sigma$  sur le matériau affecté par le dommage D (figure II.5).



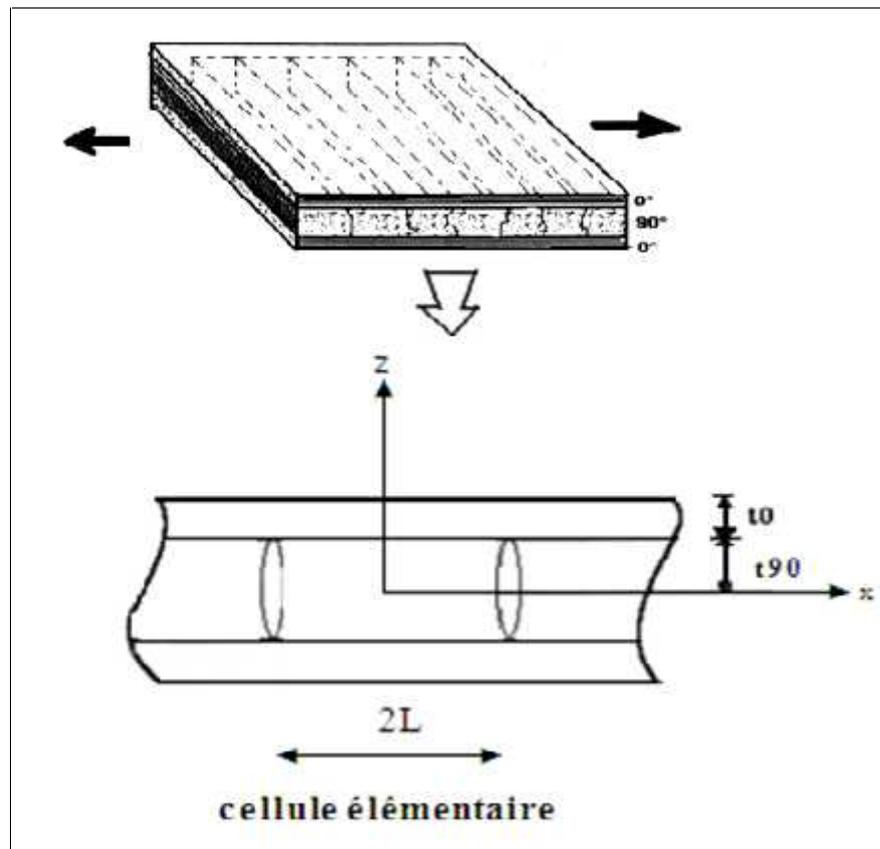
**Figure II.5 :** *Matériau endommagé et sain ayant la même déformation.*

## **II.8. Le Problème de la fissuration transverse :**

### **II.8.1. Présentation du problème :**

Lorsqu'un stratifié croisé est soumis à une traction quasi-statique, les fissures dans les couches à  $90^\circ$  sont initiées sur les bords libres des éprouvettes et se propagent quasi-instantanément dans toute l'épaisseur des couches à  $90^\circ$  et dans toute la largeur des éprouvettes.

Il résulte que l'analyse des champs des déplacements et des contraintes est réduite à une analyse en deux dimensions, à l'intérieur d'une cellule élémentaire entre deux fissures consécutives (figure II.6). De nombreuses analyses ont été développées pour évaluer ces champs dans cette cellule.



**Figure II.6 :** *Fissuration transverse et cellule élémentaire.*

### II.8.2. Modélisation de la fissuration transverse :

La première formulation semble avoir été proposée par Garret et Bailey [24]. Ces analyses sont basées sur un schéma généralement appelé modèle à transfert du chargement par cisaillement, schéma qui est en fait l'application à la fissuration transverse de l'analyse du transfert de charge entre fibre et matrice. Ces analyses sont basées sur l'hypothèse que le chargement mécanique est transféré entre les couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  par l'intermédiaire d'une couche fine située à l'interface entre les couches.

Les modèles de transfert de chargement par cisaillement supposent que le déplacement longitudinal est constant à travers toute l'épaisseur des couches orientées à  $0^\circ$ . Ils conduisent à des contraintes de cisaillement transverse nulles.

Cette hypothèse simplifie grandement les analyses, mais n'est pas la très réaliste puisque les modules de cisaillement transverse des couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  sont du même ordre de grandeur.

En conclusion, les modes d'endommagement dans les matériaux composites sont divers et complexes : fissuration de la matrice, fracture de fibres, décohésion à l'interface fibre/matrice. Leur rupture résulte du développement et de l'accumulation de l'ensemble de ces endommagements.

Dans ce chapitre nous allons développer les formules du champ des déplacements et du champ des contraintes dans les couches d'un stratifié croisé de type  $[0^\circ_n, 90^\circ_m]_s$ , Ainsi que l'expression de réduction du module de Young longitudinal.

### III.1.Méthode de diffusion de cisaillement :

#### III. 1.1 Approche déplacement ou approche contraintes :

Le problème à résoudre est celui du problème d'élasticité du stratifié croisé fissuré. Comme tout problème d'élasticité, sa résolution exacte consiste à rechercher, dans la cellule élémentaire, le champ des déplacements et le champ des contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations-déplacements et les conditions de compatibilité. Les conditions de continuité aux frontières, Les lois de comportement dans les couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ .

L'approche déplacements recherche un champ de déplacements vérifiant l'ensemble de ces relations.

#### III. 1.2. Hypothèses générales sur le champ des déplacements :

La géométrie de la cellule élémentaire est caractérisée (figure II.4.) par l'épaisseur  $2.t_{90}$  de la couche à  $90^\circ$ , l'épaisseur  $t_0$  de la couche à  $0^\circ$  et la distance  $2.l$  entre deux fissures consécutives.

Ainsi nous avons exprimé les déplacements longitudinaux s'expriment sous la forme :

$$u_0(x,z) = \bar{u}_0(x) + f(z)A_0(x) \quad (\text{III.1})$$

$$u_{90}(x,z) = \bar{u}_{90}(x) + \left( z^2 - \frac{t_0^2}{3} \right) A_{90}(x) \quad (\text{III.2})$$

Où  $\bar{\mathbf{u}}_0(x)$  et  $\bar{\mathbf{u}}_{90}(x)$  sont respectivement les valeurs moyennes (évaluées dans l'épaisseur des couches) des déplacements longitudinaux  $u_0(x,z)$  et  $u_{90}(x,z)$  dans les couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ . Soit:

$$\bar{\mathbf{u}}_0(x) = \frac{1}{t_0} \int_{t_0}^{t_0+t_9} \mathbf{u}_0(x, z) \cdot d \quad (\text{III.3})$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{90}(x) = \frac{1}{t_9} \int_{-t_9}^{t_9} \mathbf{u}_9(x, z) \cdot d \quad (\text{III.4})$$

La relation (III.1) est l'expression généralisée du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à  $0^\circ$ . En prenant l'hypothèse de la fonction de déplacement sous forme parabolique  $f(z)$ , et en injectant cette fonction dans l'expression généralisée citée précédemment, nous obtenant la variation parabolique du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ . Les fonctions  $\bar{\mathbf{u}}_0(x)$ ,  $\bar{\mathbf{u}}_{90}(x)$ ,  $A_0(x)$ ,  $A_{90}(x)$  et  $f(z)$  sont à déterminer. La relation (III.4) est vérifiée par le choix (III.2) de  $\bar{\mathbf{u}}_{90}(x,z)$  alors que la relation (III.3) impose que la fonction  $f(z)$  vérifie la relation :

$$\int_{t_9}^{t_0+t_9} f(z) \cdot d(z) = 0 \quad (\text{III.5})$$

Ensuite, la condition de continuité sur les déplacements entre les couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  :

$$\mathbf{u}_0(x, \pm t_9) = \mathbf{u}_9(x, \pm t_9) \quad (\text{III.6})$$

Impose la relation :

$$\bar{\mathbf{u}}_0(x) + f(t_9) \cdot A_0(x) = \bar{\mathbf{u}}_{90}(x) + \frac{2}{3} t_9^2 \cdot A_9(x) \quad (\text{III.7})$$

## III.1.3. Contraintes de cisaillement :

Les contraintes de cisaillement dans les deux couches sont données par :

$$\sigma_x^0 = G_x^0 \cdot \gamma_x^0 \quad (\text{III.8})$$

$$\sigma_x^9 = G_x^9 \cdot \gamma_x^9 \quad (\text{III.9})$$

Avec :

$$\gamma_x^i = \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \quad , \quad i=0,90, \quad (\text{III.10})$$

Où  $G_x^0$  et  $G_x^9$  sont les modules de cisaillement transverse respectivement des couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .

Le modèle néglige ensuite la variation suivant  $x$  du déplacement transverse  $w_i$  conduisant à :

$$\gamma_x^i \approx \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad (\text{III.11})$$

Par conséquent, les contraintes de cisaillement s'expriment suivant :

$$\sigma_x^0 = G_x^0 \cdot f^i(z) \cdot A_0(x) \quad (\text{III.12})$$

$$\sigma_x^9 = 2 \cdot z \cdot G_x^9 \cdot A_{90}(x) \quad (\text{III.13})$$

$$f^i(z) = \frac{d}{d} \quad (\text{III.14})$$

Les contraintes dans la cellule élémentaire doivent satisfaire les conditions aux frontières, ainsi que les conditions de continuité et de symétrie :

$$\sigma_x^9(x, 0) = 0 \quad (\text{III.15})$$

$$\sigma_x^9(x, \pm t_9) = \sigma_x^0(x, \pm t_9) \quad (\text{III.16})$$

$$\sigma_z^9(x, \pm t_9) = \sigma_z^0(x, \pm t_9) \quad (\text{III.17})$$

$$\sigma_x^0(x, t_0 + t_9) = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\sigma_z^0(x, t_0 + t_9) = 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\sigma_x^9(\pm l, z) = 0 \quad (\text{III.20})$$

$$\sigma_z^9(\pm l, z) = 0 \quad (\text{III.21})$$

La condition (III.18) sur la frontière latérale impose que:

$$f'(t_0 + t_9) = 0 \quad (\text{III.22})$$

Et la condition de continuité (III.16) de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches à 0° et 90° conduit à :

$$A_0(x) = 2 \frac{G_x^9 t_9}{G_x^0 f'(t_9)} A_9(x) \quad (\text{III.23})$$

En combinant les équations (II.7) et (II.23), nous obtenons l'expression des déplacements moyens :

$$\bar{u}_0(x) - \bar{u}_{90}(x) = \left[ \frac{z}{l} t_9^2 - 2 \frac{G_x^9 t_9}{G_x^0 f'(t_9)} A_9 \right] \quad (\text{III.24})$$

La contrainte de cisaillement  $\tau(x)$  à l'interface entre les couches à 0° et à 90° est :

$$\sigma_x(x) = \sigma_x^0(x, t_0) \quad (\text{III.25})$$

Ce qui nous donne à l'aide de (III.13) :

$$\sigma_x(x) = 2 G_x^0 t_0 \cdot A_{90}(x) \quad (\text{III.26})$$

En introduisant (III.24) dans (III.26) nous obtenons finalement la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux dans les couches à 0° et à 90°. Cette relation peut être écrite sous la forme :

$$\sigma_x(x) = \frac{2G}{t_0} [\bar{u}_0(x) - \bar{u}_9(x)] \quad (\text{III.27})$$

Où G est le paramètre de cisaillement défini de la manière suivant :

$$G = \frac{G_x^0}{1 - \frac{G_x^0 f(t_0)}{G_x^0 t_0 f'(t_0)}} \quad (\text{III.28})$$

Nous observons que le paramètre de cisaillement dépend de la variation du déplacement longitudinal dans l'épaisseur des couches à 0°.

#### III.1.4. Détermination des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface :

L'équilibre des forces longitudinales exercées sur un élément de la couche à 90° (figure III.1) conduit à la relation :

$$\frac{d\bar{\sigma}_x}{dx} = - \frac{1}{t_0} \tau(x) \quad (\text{III.29})$$

En introduisant la contrainte moyenne longitudinale dans la couche à 90° définie par :

$$\bar{\sigma}_x^9(x) = \frac{1}{2l_9} \int_{-l_9}^{l_9} \sigma_x^9(x, z) dz \quad (\text{III.30})$$

Les contraintes longitudinales moyennes dans les couches à 0° et 90° sont reliées à la contrainte longitudinale moyenne  $\sigma_c$  appliquée au stratifié par :

$$\alpha \bar{\sigma}_x^0(x) + \bar{\sigma}_x^9(x) = (1 + \alpha) \cdot \sigma_c \quad (\text{III.31})$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de la couche à 0° et de la couche à 90° :

$$\alpha = \frac{l_0}{l_9} \quad (\text{III.32})$$

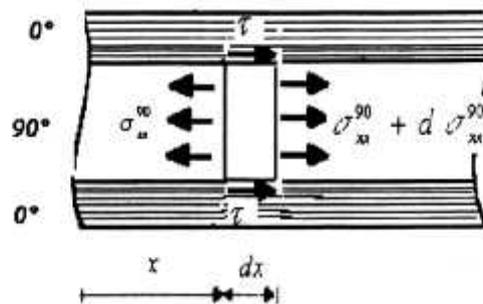


Figure III.1 : Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.

Enfin, le modèle fait l'hypothèse que les contraintes moyennes dans les couches à 0° et 90° sont liées aux déformations moyennes par les relations :

$$\bar{\sigma}_x^0 = E_0 \cdot \bar{\epsilon}_x^0 \quad \text{Avec} \quad \bar{\epsilon}_x^0 = \frac{d\bar{u}_0}{dx} \quad (\text{III.33})$$

$$\bar{\sigma}_x^9 = E_9 \cdot \bar{\varepsilon}_x^9 \quad \text{Avec} \quad \bar{\varepsilon}_x^9 = \frac{d\bar{u}_9}{d} \quad (\text{III.34})$$

Où  $E_0$  et  $E_{90}$  sont les modules d'Young respectivement des couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ .

En dérivant par rapport à  $x$  la relation (III.27), nous obtenons :

$$\frac{d}{d} = \frac{3G}{t_9} \left[ \frac{d\bar{u}_0}{d} - \frac{d\bar{u}_9}{d} \right] \quad (\text{III.35})$$

En tenant compte des expressions (III.29), (III.33) et (III.34), la relation précédente devient :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_x^9}{d} = -\frac{3G}{t_9^2} \left( \frac{\bar{\sigma}_x^0}{E_0} - \frac{\bar{\sigma}_x^9}{E_9} \right) \quad (\text{III.36})$$

Puis, en utilisant (III.31), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_x^9}{dx^2} = -\frac{3G}{t_9^2} \left( \frac{1+\alpha}{\alpha \cdot E_0} \sigma_c - \frac{\alpha \cdot E_0 + E_9}{\alpha \cdot E_0 \cdot E_9} \bar{\sigma}_x^9 \right) \quad (\text{III.37})$$

Soit :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_x^9}{dx^2} = \frac{3G(t_0 + t_9)}{t_9^2 \cdot t_0 \cdot E_0 \cdot E_9} \left( \frac{\alpha \cdot E_0 + E_9}{1+\alpha} \bar{\sigma}_x^9 - E_9 \cdot \sigma_c \right) \quad (\text{III.38})$$

En introduisant le module longitudinal du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_x^0 = \frac{\alpha \cdot E_0 + E_9}{1+\alpha} \quad (\text{III.39})$$

La relation (III.38) peut finalement s'écrire sous la forme réduite :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_x^g}{dx^2} - \lambda^2 \bar{\sigma}_x^g = -\frac{E_g}{E_x^0} \sigma_c \quad (\text{III.40})$$

$$\lambda^2 = \frac{3G(t_0 + t_g) E_x^0}{t_g^2 t_0 E_0 E_g} \quad (\text{III.41})$$

La solution de l'équation différentielle (III.40) est de la forme :

$$\bar{\sigma}_x^g(x) = A \cosh \lambda x + B \sinh \lambda x + \frac{E_g}{E_x^0} \sigma_c \quad (\text{III.42})$$

Où A et B sont des constantes à déterminer.

La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches s'écrit d'après (III.29) :

$$\tau(x) = -t_g \lambda (A \sinh \lambda x + B \cosh \lambda x) \quad (\text{III.43})$$

Les constantes A et B sont déterminées de manière à vérifier les conditions suivantes :

- les surfaces des fissures ne supportent aucune contrainte longitudinale :

$$\bar{\sigma}_x^g(l) = 0 \quad (\text{III.44})$$

- la condition de symétrie de la contrainte de cisaillement interlaminaire :

$$\tau(0) = 0 \quad (\text{III.45})$$

Ces conditions conduisent ainsi aux expressions de la contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 90° et de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches :

$$\bar{\sigma}_x^9(x) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \left( 1 - \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta a} \frac{x}{l} \right) \quad (\text{III.46})$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta a} \frac{x}{l} \quad (\text{III.47})$$

La contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 0° est ensuite déduite de la relation (III.31):

$$\bar{\sigma}_x^0(x) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \left( 1 + \frac{t_9 \cdot E_9}{t_0 \cdot E_0} \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta a} \frac{x}{l} \right) \quad (\text{III.48})$$

Les expressions (III.46), (III.47) et (III.48) introduisent le rapport géométrique de fissuration :

$$a = \frac{l}{t_9} \quad (\text{III.49})$$

Et le paramètre de transfert de charge :

$$\eta^2 = \lambda^2 t_9^2 = 3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{GE_x^0}{E_0 E_9} \quad (\text{III.50})$$

### III. 1.5. Détermination du champ des déplacements et du champ des contraintes :

La comparaison des équations (III.26) et (III.47) nous permet de trouver l'expression de la fonction  $A_9(x)$  :

$$A_9(x) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{1}{2G_x^0 t_9} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} \quad (\text{III.51})$$

Puis la relation (II.23) nous donne la fonction  $A_0(x)$ :

$$A_0(x) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{1}{G_x^0 f'(t_9)} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} \quad (\text{III.52})$$

En reportant ces expressions dans les expressions (III.1) et (III.2), puis (III.12) et (III.13), nous obtenons les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement transverse dans les couches à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  :

$$\mathbf{u}_0(x, z) = \bar{\mathbf{u}}_0(x) + \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{1}{G_x^0 f'(t_9)} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} f(x) \quad (\text{III.53})$$

$$\mathbf{u}_9(x, z) = \bar{\mathbf{u}}_9(x) + \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{1}{2G_x^0 t_9} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{h\eta \frac{x}{l}}{h\eta} \left( z^2 - \frac{t_9^2}{3} \right) \quad (\text{III.54})$$

$$\sigma_x^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{\eta \frac{x}{l} f'(z)}{\eta f'(t_9)} \quad (\text{III.55})$$

$$\sigma_x^9(x, z) = \sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \eta \frac{\bar{s}}{c} \frac{\eta \frac{x}{l} z}{\eta t_9} \quad (\text{III.56})$$

Les contraintes longitudinales dans les couches à 0° peuvent être ensuite évaluées à partir de la relation contrainte-déformation :

$$\sigma_x^i(x, z) = E_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad i=0,90 \quad (\text{III.57})$$

Ce qui nous donne :

$$\sigma_x^0(x, z) = \bar{\sigma}_x^0(x) + \sigma_c \frac{E_0 E_9}{E_x^0 G_x^0} \frac{1}{t_9 f'(t_9)} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} f(x) \quad (\text{III.58})$$

$$\sigma_x^9(x, z) = \bar{\sigma}_x^9(x) + \sigma_c \frac{E_9^2}{2E_x^0 G_x^9} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} \left( \frac{z^2}{t_9^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (\text{III.59})$$

Enfin, les contraintes normales transverses  $\sigma_z^i(x, z)$  peuvent être déduites à partir des équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_x^i}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z^i}{\partial z} = 0 \quad i=0,90 \quad (\text{III.60})$$

Soit :

$$\frac{\partial \sigma_z^0}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{\eta^2 a c}{l} \frac{\eta \frac{x}{l}}{c} \frac{f'(z)}{f'(t_9)} \quad (\text{III.61})$$

$$\frac{\partial \sigma_z^9}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \frac{\eta^2 a c}{l} \frac{\eta \frac{x}{l}}{c} \frac{z}{t_9} \quad (\text{III.62})$$

En intégrant ces expressions et en considérant les conditions aux limites données par les relations (III.17) et (III.19), nous obtenons :

$$\sigma_z^0(x, z) = -\sigma_c \frac{E_9}{E_x^0} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta \frac{x}{l}}{\eta} \frac{f(t_9) - f(t_0 + t_9)}{t_9 f'(t_9)} \quad (\text{III.63})$$

$$\sigma_z^9(x, z) = -\sigma_c \frac{E_9}{E_x^c} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \left( \frac{z^2}{2t_9^2} - \frac{1}{z} + \frac{f(t_9) - f(t_0 + t_9)}{t_9 f'(t_9)} \right) \quad (\text{III.64})$$

### III.1.6. Estimation du déplacement longitudinal dans les couches à 0° :

L'analyse parabolique complète fait l'hypothèse d'une variation parabolique du déplacement longitudinal à travers l'épaisseur de la couche à 90° et à travers l'épaisseur de la couche à 0°, alors que les analyses initiales, telle l'analyse de STEIF [25] considère un déplacement longitudinal parabolique à travers l'épaisseur de la couche à 90° et constant à travers l'épaisseur de la couche à 0°. Dans le cas d'une analyse parabolique complète la fonction  $f(z)$  est écrite sous forme [ 13-26 ]:

$$f(z) = z^2 + Bz + C \quad (\text{III.65})$$

En tenant compte des conditions (III.5) et (III.22), la fonction  $f(z)$  s'écrit de la façon suivant :

$$f(z) = z^2 - 2(t_0 + t_9)z + \frac{2}{3}t_0^2 + 2t_0t_9 + t_9^2 \quad (\text{III.66})$$

Paramètre de cisaillement (III.28) est alors donné par :

$$G = \frac{G_x^9}{1 + \alpha \frac{G_x^9}{G_x^0}} \quad (\text{III.67})$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de couches introduit en (III.32).

L'introduction des expressions précédentes dans les relations (III.53) à (III.64) conduit aux expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes :

$$\mathbf{u}_0(x, z) = \bar{\mathbf{u}}_0(x) - \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \frac{1}{2G_x^0 t_0^2} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \left( z^2 - 2(t_0 + t_9)z + \frac{2}{3} t_0^2 + 2t_0 t_9 + t_9^2 \right) \quad (\text{III.68})$$

$$\mathbf{u}_{90}(x, z) = \bar{\mathbf{u}}_{90}(x) - \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \frac{1}{2G_x^0 t_9} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \left( z^2 - \frac{t_9^2}{3} \right) \quad (\text{III.69})$$

$$\bar{\sigma}_x^0(x) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \left( 1 + \frac{t_9 E_0}{t_0 E_x^0} \frac{c}{\eta} \frac{x}{l} \right) \quad (\text{III.70})$$

$$\bar{\sigma}_x^9(x) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \left( 1 - \frac{c}{\eta} \frac{x}{l} \right) \quad (\text{III.71})$$

$$\sigma_x^0(x, z) = \bar{\sigma}_x^0(x) - \sigma_c \frac{E_0 E_0}{E_x^0 G_x^0} \frac{1}{2t_0 t_9} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \left( z^2 - 2(t_0 + t_9)z + \frac{2}{3} t_0^2 + 2t_0 t_9 + t_9^2 \right) \quad (\text{III.72})$$

$$\sigma_x^9(x, z) = \bar{\sigma}_x^9(x) + \sigma_c \frac{E_0^2}{2E_x^0 G_x^0} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \left( \frac{z^2}{t_9^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (\text{III.73})$$

$$\sigma_x^0(x, z) = -\sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \frac{z^2 - 2(t_0 + t_9)z + \frac{2}{3} t_0^2 + 2t_0 t_9 + t_9^2}{2t_0} \quad (\text{III.74})$$

$$\sigma_x^9(x, z) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \frac{z}{t_9} \quad (\text{III.75})$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \eta \frac{s}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \quad (\text{III.76})$$

$$\sigma_z^0(x, z) = \sigma_c \frac{E_0}{E_x^0} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \frac{((t_0 + t_9) - z)^2}{2t_9^2} \quad (\text{III.77})$$

$$\sigma_z^y(x, z) = -\sigma_c \frac{E_3}{E_x^0} \eta^2 \frac{c}{c} \frac{\eta}{\eta} \frac{x}{l} \frac{(z^2 - t_0 t_9 - t_9^2)}{2t_9^2} \quad (\text{III.78})$$

### III.2. Modélisation analytique :

Nous considérons un stratifié croisé symétrique de type  $[0_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni axiale  $\sigma_c$  suivant l'axe  $x$ . Ce chargement provoque l'apparition puis la multiplication des fissures dans la couche à  $90^\circ$  (voir figure 3.5). On suppose que toutes les fissures s'étendent dans toute la largeur de l'éprouvette, et qu'elles sont uniformément réparties le long de l'axe de traction (même espacement entre fissures consécutives) [27].

Ainsi le stratifié endommagé est un empilement de cellules élémentaires suivant l'axe  $x$ . Chaque cellule est limitée par les plans de deux fissures consécutives et les bords libres des couches longitudinales. La géométrie de la cellule est caractérisée par les épaisseurs des deux couches et l'espacement entre fissures.

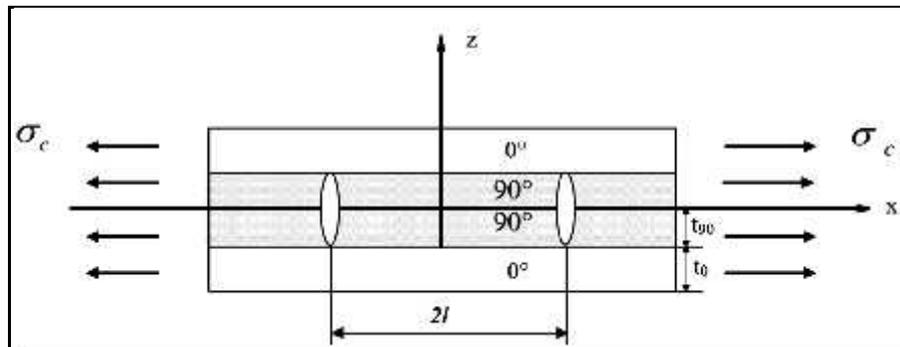


Figure III.2 : Cellule élémentaire et fissuration transverse.

Les équations liant les déformations et les contraintes sont:

a) Dans la couche  $0^\circ$ :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_z^0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 & S_1 & S_1 \\ S_1 & S_2 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^0 \\ \sigma_y^0 \\ \sigma_z^0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.79})$$

$$\varepsilon_x^0 = S_6 \sigma_x^0 ; \varepsilon_x^0 = S_5 \sigma_x^0 ; \varepsilon_y^0 = S_4 \sigma_y^0 \quad (\text{III.80})$$

b) Dans la couche 90° :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^9 \\ \varepsilon_y^9 \\ \varepsilon_z^9 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 & S_1 & S_1 \\ S_1 & S_2 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^9 \\ \sigma_y^9 \\ \sigma_z^9 \end{pmatrix} \quad (\text{III.81})$$

$$\varepsilon_x^9 = S_6 \sigma_x^9 ; \varepsilon_x^9 = S_5 \sigma_x^9 ; \varepsilon_y^9 = S_4 \sigma_y^9 \quad (\text{III.82})$$

Tel que:  $S_{ij}$  sont les éléments de la matrice de souplesse pour un composite unidirectionnel.

Nous obtenons l'expression de la réduction du module longitudinal du stratifié due aux fissures transverses:

$$\frac{E_x}{E_x} = \frac{1}{1 + \frac{E_g \tau_g (1 - \nu_1 \nu_x^0)}{E_0 \tau_0 (1 - \nu_1 \nu_2)} \frac{1}{2} R(a) \left( 1 + \nu_x^0 \frac{(s_1 \tau_g + s_1 \tau_0)}{(s_2 \tau_g + s_1 \tau_0)} \right)} \quad (\text{III.83})$$

### III.2.1 Calcul de la fonction de perturbation de contrainte :

Il peut être montré que la fonction  $R(a)$  a l'expression suivante :

$$\int_{-a}^{+a} \frac{c}{c} \frac{(\xi \bar{x})}{(\xi)} d\bar{x} = \frac{2}{\xi} \tanh(\xi) \quad (\text{III.84})$$

$$\xi^2 = \bar{G} \frac{\tau_0 (E_0 E_1 + \tau_0 E_0)}{\tau_0 E_0 E_1} \quad (\text{III.85})$$

Le coefficient  $\bar{G}$  dépend de l'hypothèse utilisée pour la couche cisailée et la distribution des contraintes de cisaillement, pour le cas de d'une variation parabolique on a:

$$\bar{G} = \frac{3G}{\tau_0} \quad (\text{III.86})$$

La diffusion de cisaillement pour une cellule élémentaire est:

$$G = \frac{G_2^2}{1 - \frac{G_2^2}{G_1^2} \frac{f(\tau_0)}{f'(\tau_0)}} \quad (\text{III.87})$$

On utilise la fonction  $f(z)$  formule (III.66) pour le cas parabolique, on aura la formule finale pour G:

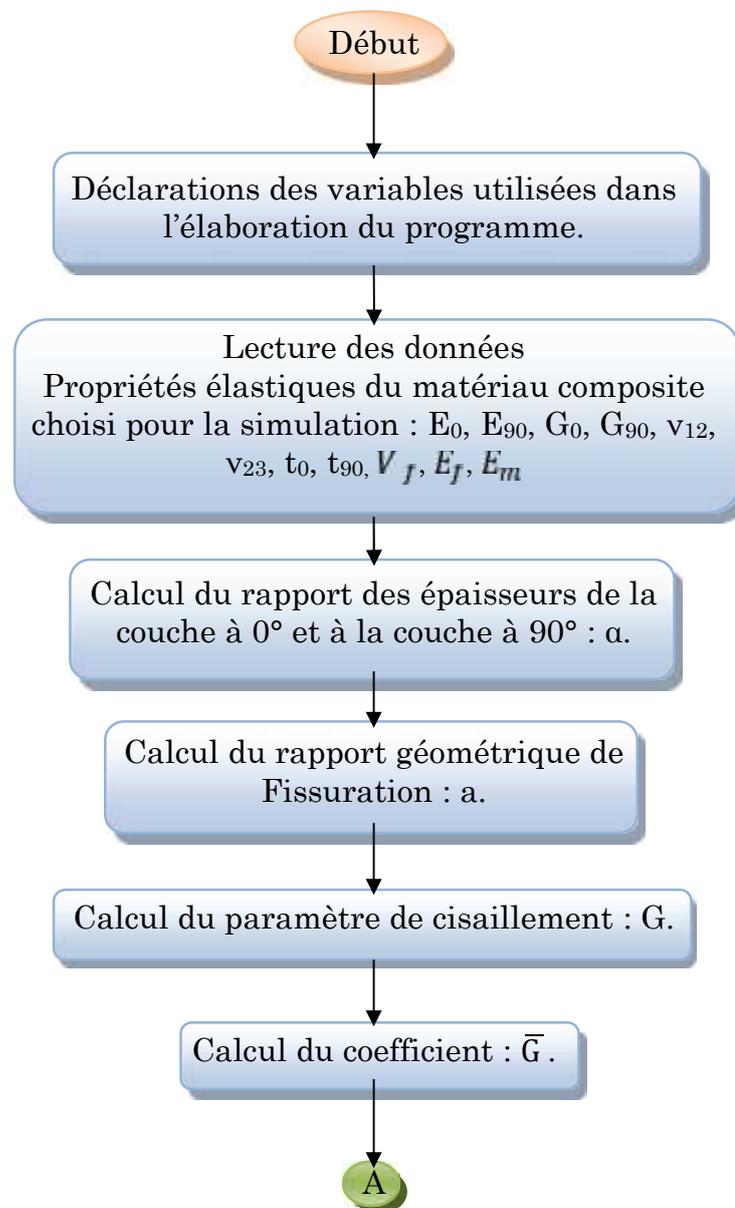
$$G = \frac{G_2}{1 + \alpha \frac{G_2}{G_1}} \quad (\text{III.88})$$

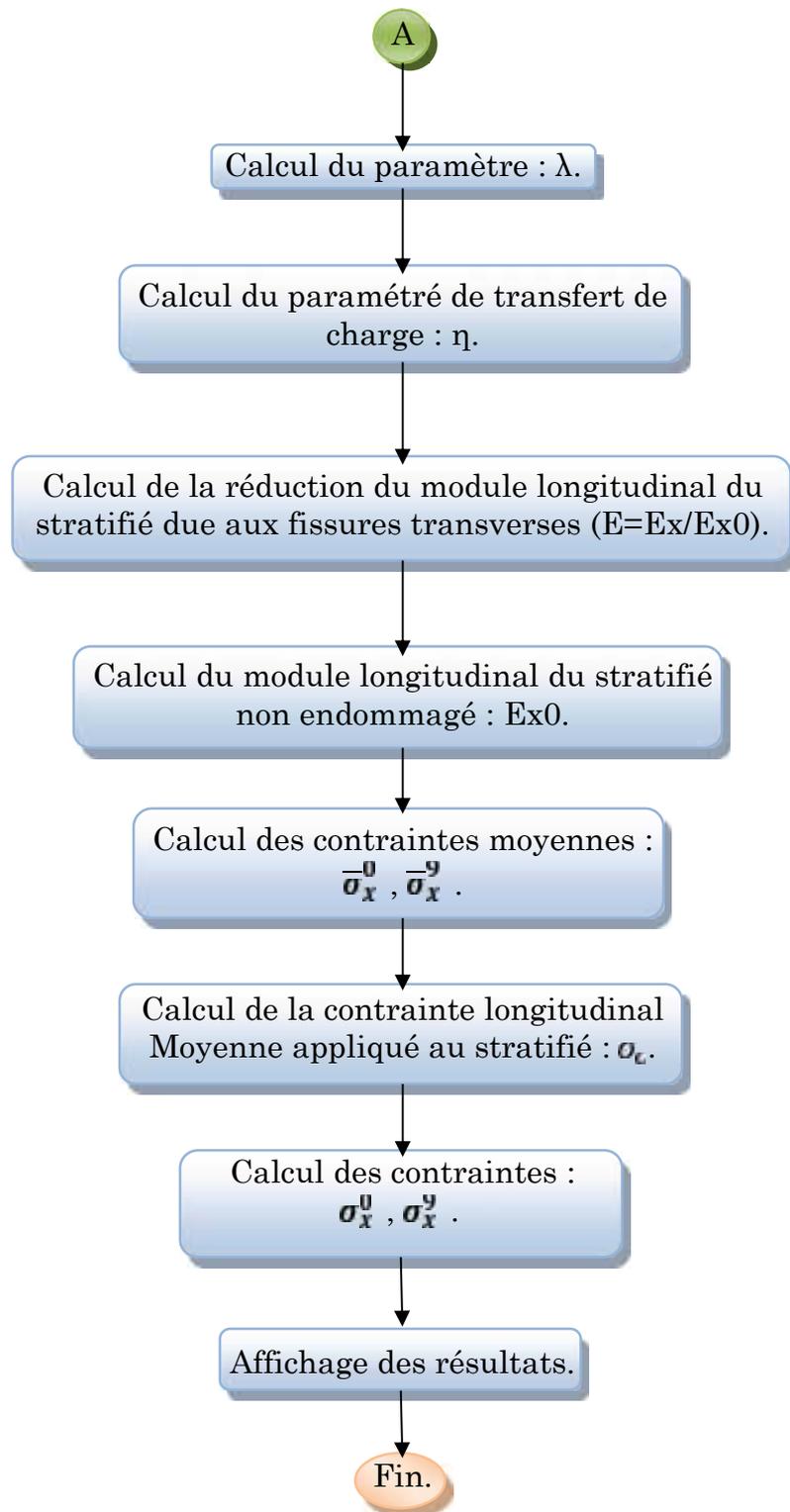
Dans ce chapitre, nous avons décrit les formules mathématiques qui nous permettant de donner la description des stratifiés endommagés en terme de réduction de rigidité en fonction de la densité de fissuration, ainsi que d'évaluer le champ des contraintes longitudinales.

Ce chapitre est une présentation d'un organigramme du programme élaboré en Fortran 90, illustrera le type de matériau utilisé pour la simulation numérique par la suite, et donnera les différents résultats et leurs interprétations.

#### IV.1. Organigramme :

On a élaboré notre programme de simulation numérique en se basant sur l'organigramme présenté ci-dessous :





**Figure. IV.1 :** Organigramme de calcul de la réduction du module de Young longitudinal et les contraintes.

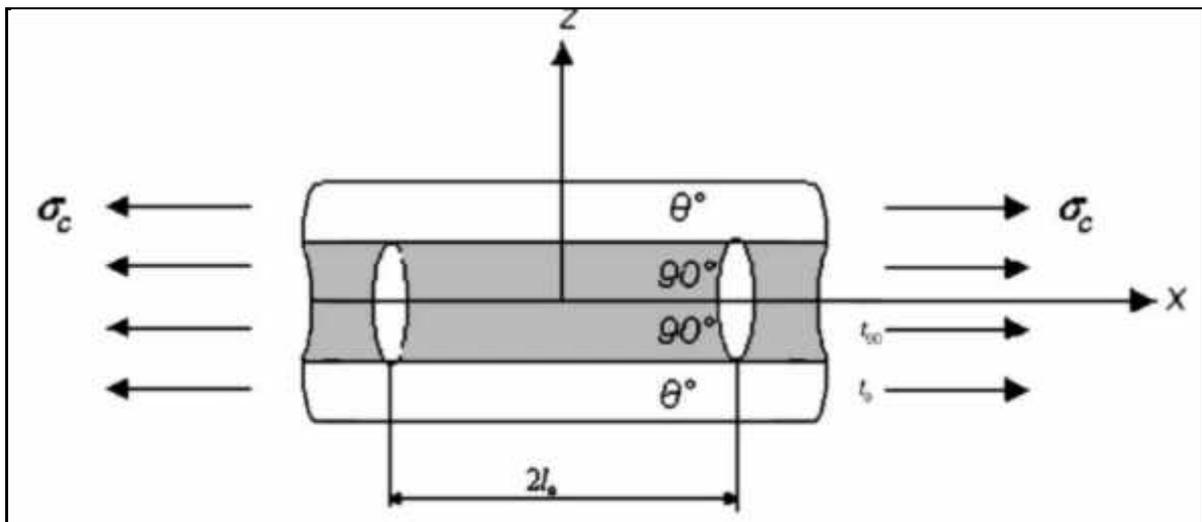
## IV.2. Choix du matériau de simulation :

Le matériau choisi pour la simulation numérique est le composite carbone époxyde AS4-3502 ayant les propriétés élastiques suivantes :

Matériau	$E_0$ (GPa)	$E_9$ (GPa)	$G_1$ (GPa)	$G_2$ (GPa)	$\nu_1$	$\nu_2$	$h_c$ (mm)
AS4-3502	144.8	9.58	4.79	4.2	0.31	0.40	0.127

Matériau	$E_m$ (GPa)	$E_f$ (GPa)	$V_f$
AS4-3502	3.4	205.4	0.7

**Table 1 :** Propriétés élastiques du matériau composite AS4-3502 [28].



**Figure. IV.2 :** Représentation du stratifié croisé de type  $[0m,90n]_s$  [29].

### **IV.3. Simulation et résultats :**

A fin d'évaluer quantitativement le comportement mécanique d'un composite sous sollicitation, il est important d'étudier l'évolution de la réduction de la rigidité longitudinale ainsi que le champ de contraintes dans le composite endommagé. Nous nous intéressons à la fissuration des couches transverses représentée par des fissures planes de normale parallèle à la direction de traction.

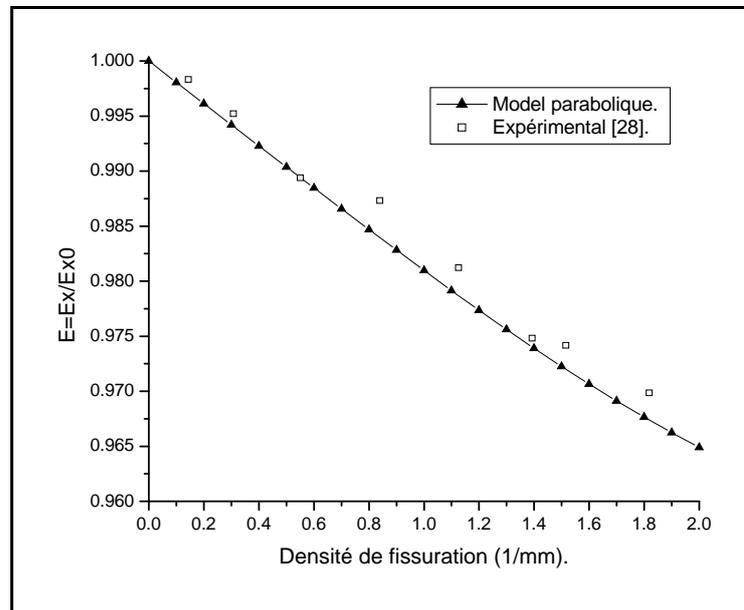
Premièrement, nous représentons les différentes variations de la rigidité sous l'effet de variation du rapport des épaisseurs de la couche à  $0^\circ$  et la couche à  $90^\circ$  et sous l'effet du volume des fibres.

Deuxièmement, nous proposons de représenter le champ de contraintes suivant la longueur des stratifiés en utilisant le modèle parabolique proposé par Berthelot [13].

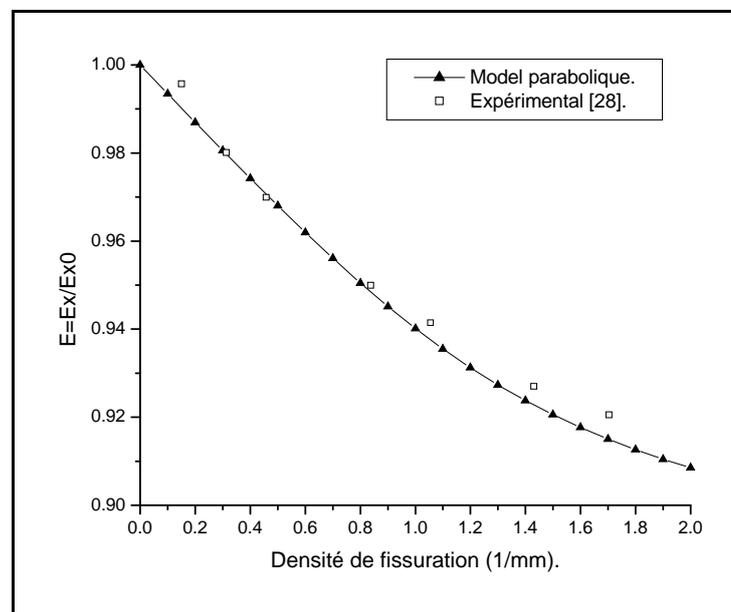
#### **IV.3.1. La réduction du module de Young longitudinal :**

Pour montrer d'une manière explicite la réduction de rigidité due à la fissuration transverse, on a étudié la variation du module de Young longitudinal en fonction de la densité des fissures transverses.

### IV.3.1.1. Effet de variation du rapport des épaisseurs de la couche à $0^\circ$ et la couche à $90^\circ$ ( $\alpha$ ) :



**Figure. IV.3 :** La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90]<sub>s</sub>.



**Figure. IV.4 :** La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90]<sub>2s</sub>.

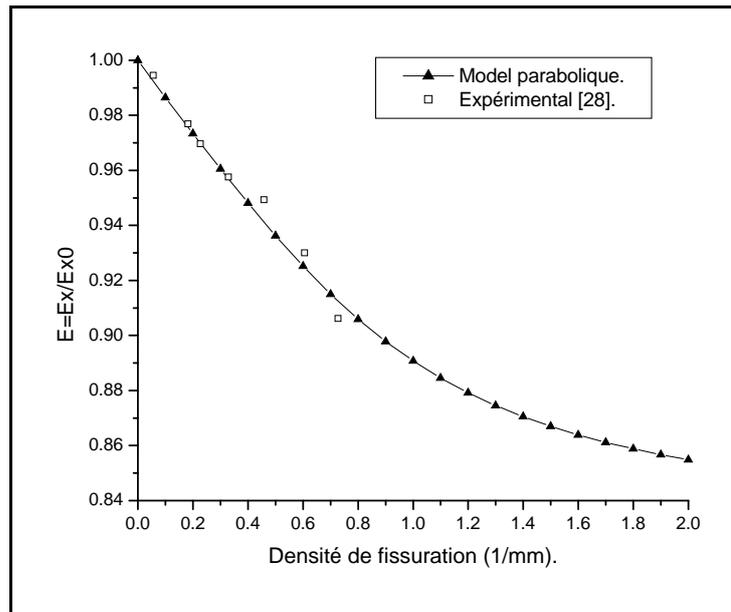


Figure. IV.5 : La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90<sub>3</sub>]s.

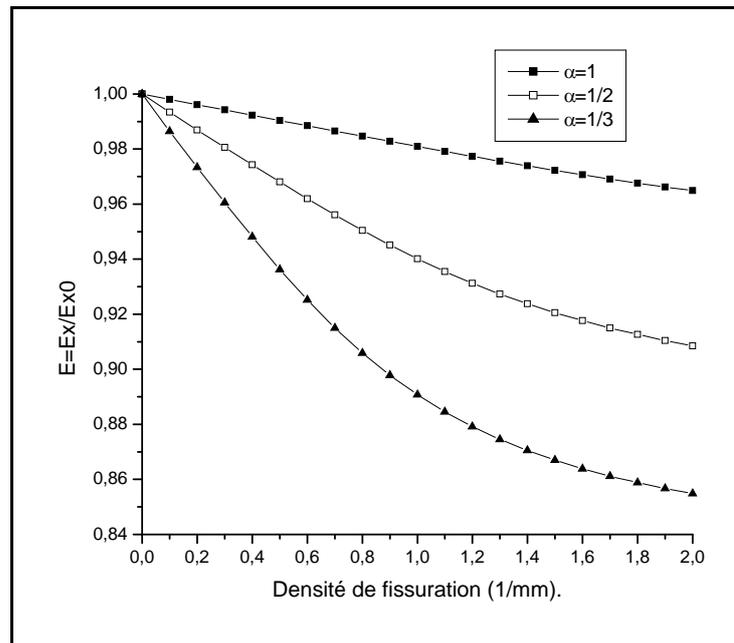


Figure. IV.6 : Comparaison des évolutions de rigidité  $E_x/E_{x0}$  entre les stratifiés [0/90]s, [0/90<sub>2</sub>]s, [0/90<sub>3</sub>]s, en fonction de la densité de fissures .

**IV.3.1.1.1. Interprétation des graphes :**

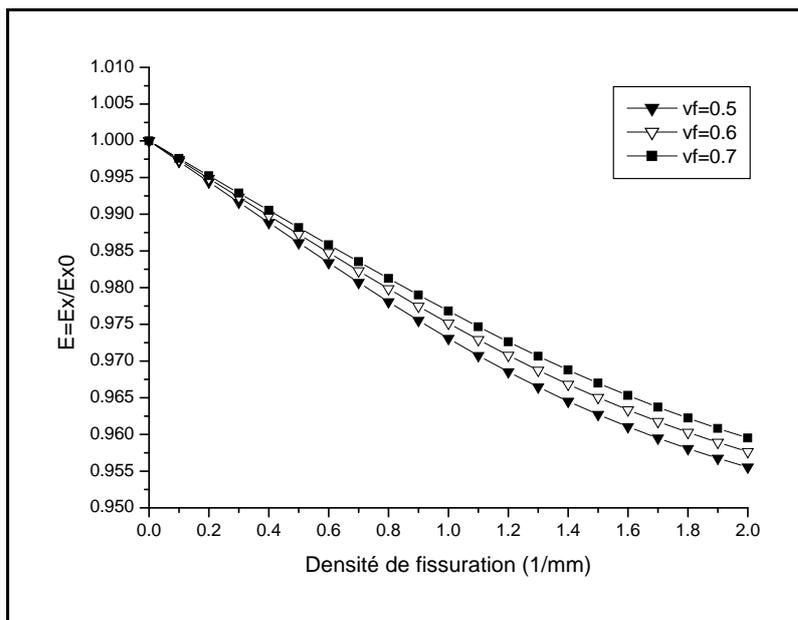
Les figures IV.3, IV.4, IV.5 représentent l'évolution de la rigidité (le rapport  $E_x/E_x$ , où  $E_x$  est le module de Young pour le matériau non sollicité) en fonction de la densité de fissures. Enfin, la figure IV.6 permet de comparer les réductions de rigidité entre les trois séquences  $[0/90]_s$ ,  $[0/90_2]_s$ ,  $[0/90_3]_s$ , et ainsi visualiser l'effet de l'épaisseur du pli fissuré.

La rigidité du matériau (dans le sens longitudinal) commence à diminuer dès l'apparition des premières fissures. Elle baisse ensuite de manière régulière à mesure que les fissures se multiplient. Enfin elle atteint un niveau seuil quand la densité de fissures est à son maximum.

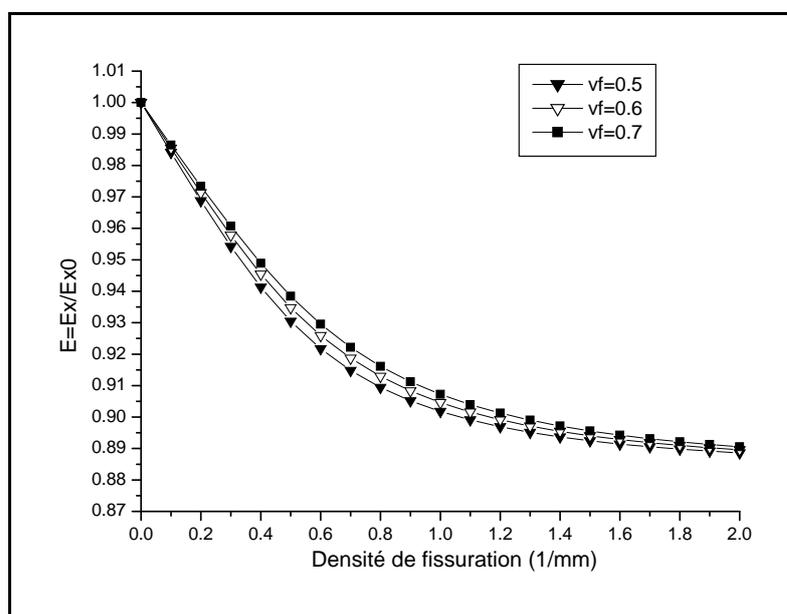
On remarque aussi que pour une densité de fissuration inférieure à 1, la réduction de la rigidité est plus importante, par contre si la densité de fissuration est supérieure à 1, la réduction est moins importante.

Concernant l'effet d'épaisseur, on s'aperçoit (figure IV.6) que la baisse de rigidité est plus sensible si l'épaisseur du pli à  $90^\circ$  augmente. Ceci est finalement logique, on augmentant l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ , le matériau devient plus fragile.

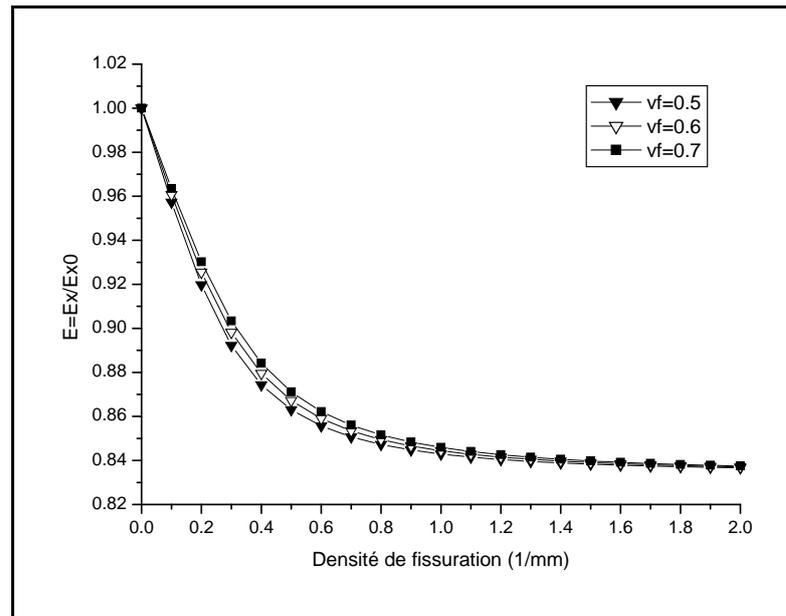
**IV.3.1.2. Effet de variation du volume des fibres (vf) :**



**Figure. IV.7 :** La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90]<sub>s</sub> pour différents volumes de fibres.



**Figure. IV.8 :** La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90]<sub>2s</sub> pour différents volumes de fibres.



**Figure. IV.9 :** La réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour AS4-3502 [0/90]<sub>3</sub>s pour différents volumes de fibres.

#### IV.3.1.2. 1. Interprétation des graphes :

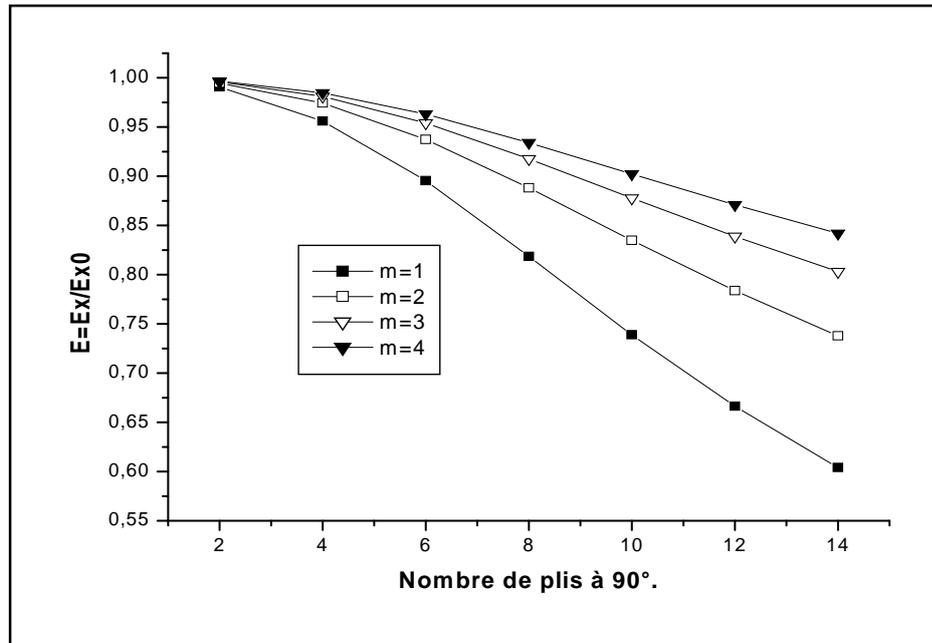
Les figures IV.7, IV.8, IIV.9, représentent la variation de la rigidité en fonction de la densité de fissures. En faisant varier le volume des fibres, on voit clairement qu'au fur et à mesure que le volume des fibres augmente la baisse de rigidité est moins sensible et ceci pour les différentes valeurs du rapport géométrique ( $\alpha=1, 1/2, 1/3$ ), ceux-ci est logique car les fibres apportent la rigidité au matériau.

On remarque par exemple dans la figure IV.7 (pour  $\alpha=1$ ) que la chute de rigidité est plus importante pour les différentes valeurs de volume des fibres, et plus la valeur du rapport d'épaisseur diminue, figures IV.8, IV.9 (pour  $\alpha=1/2$  et  $\alpha=1/3$ ) plus les valeurs de la rigidité se rapprochent entre elles.

On visualise ainsi clairement l'influence directe du volume des fibres sur la rigidité.

### IV.3.1.3.Effet de variation du nombre des plis à 90° et à 0° :

Afin de déterminer l'effet du nombre des couches à 90° et 0° nous avons pris des valeurs fixes de nombre de couche à 0° allant de 1 jusqu'à 4 en variant le nombre de couche à 90° de 2 jusqu'à 14, pour une densité de fissuration  $l=0.1\text{mm}^{-1}$ .



**Figure IV.10 :** La réduction du module de Young en fonction du nombre de plis à 90° et à 0° (Avec  $l=0.1\text{mm}^{-1}$ ).

#### IV.3.1.3.1.Interprétation :

Pour un nombre de couches à 0° fixe et un nombre de couches à 90° variant de 2 jusqu'à 14, on constate qu'il y a une réduction de la rigidité.

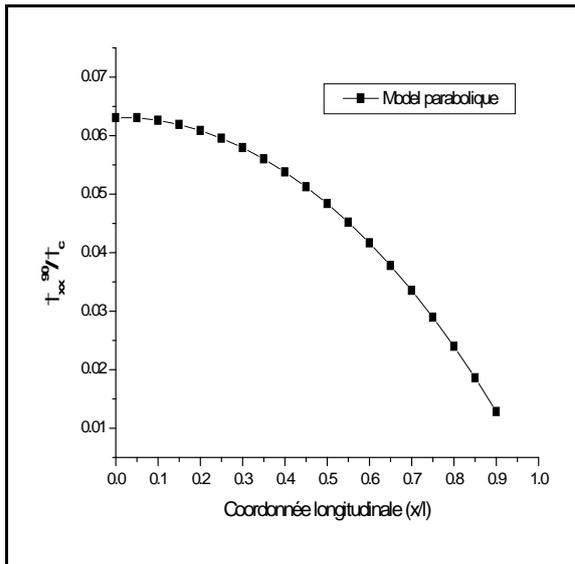
La rigidité s'accroît graduellement avec l'augmentation du nombre de couche à 0°.

On déduit depuis le graphe que l'effet d'augmentation du nombre du couches à 0° augmente la résistance du matériau à la traction/compression longitudinale.

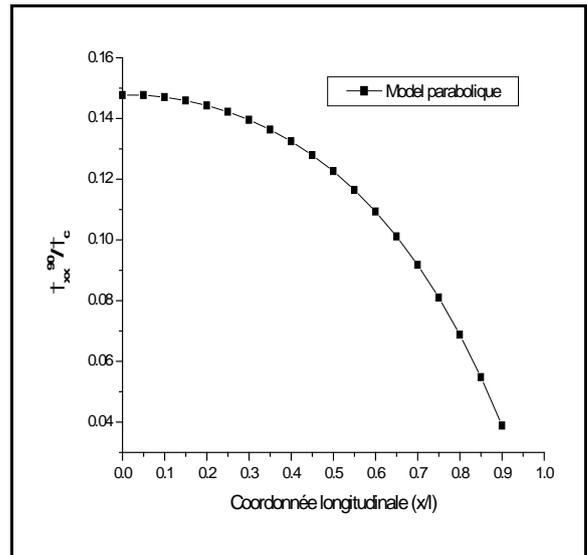
IV.3.2. Etude du champ de contrainte longitudinale dans le sens du chargement :

IV.3.2.1. Effet de variation du rapport géométrique de la fissuration (a):

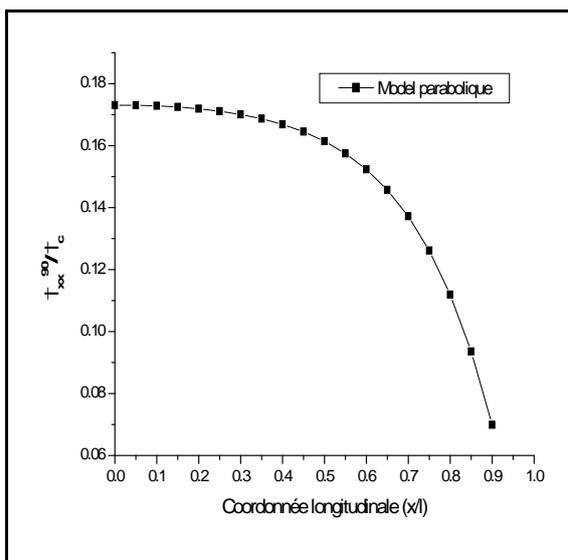
➤ Pour  $\alpha=1/2$  :



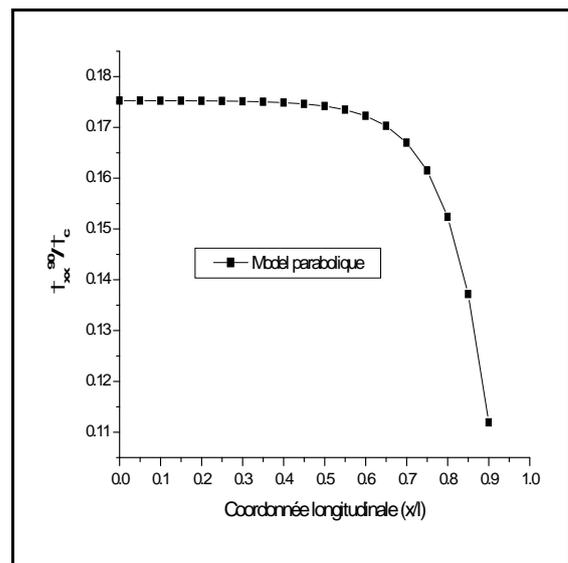
a. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=1$



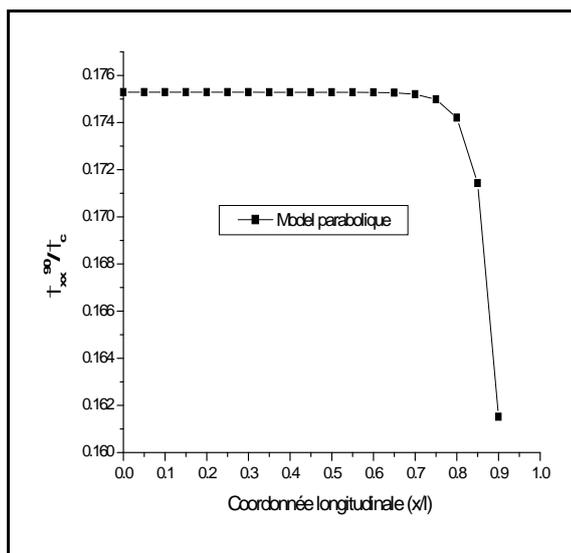
b. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=2.5$



c. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=5$



d. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10$



e. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$

Figure. IV.11 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[0/90_2]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ).

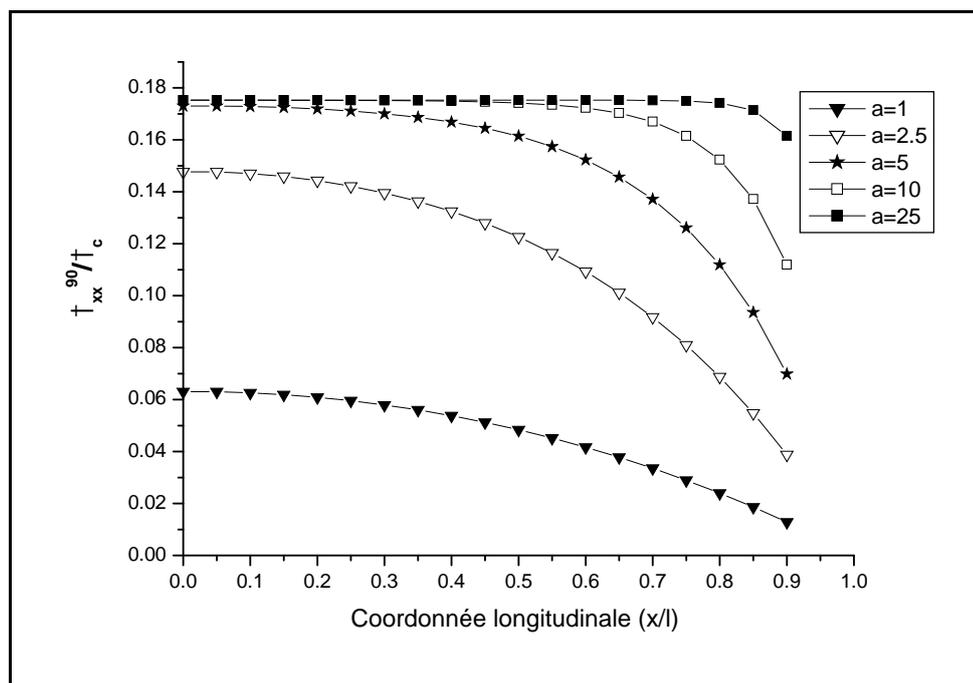
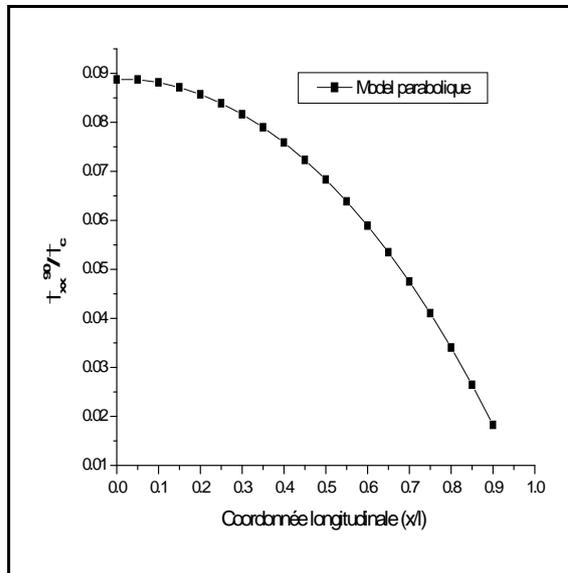
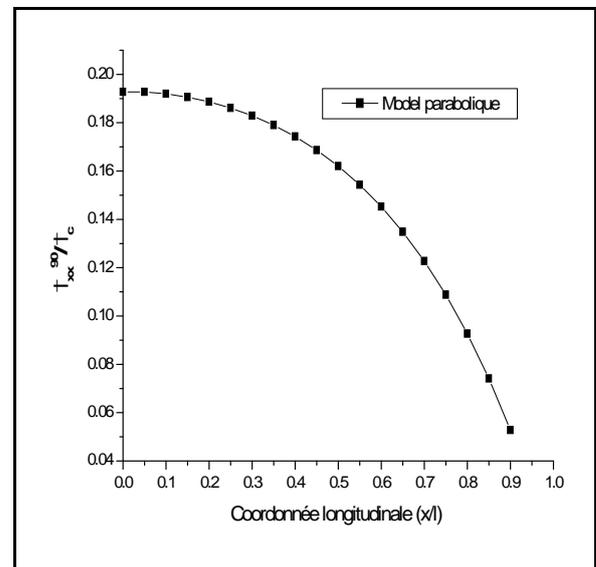


Figure. IV.12 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[0/90_2]_s$ , en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ) pour  $\alpha=1/2$ .

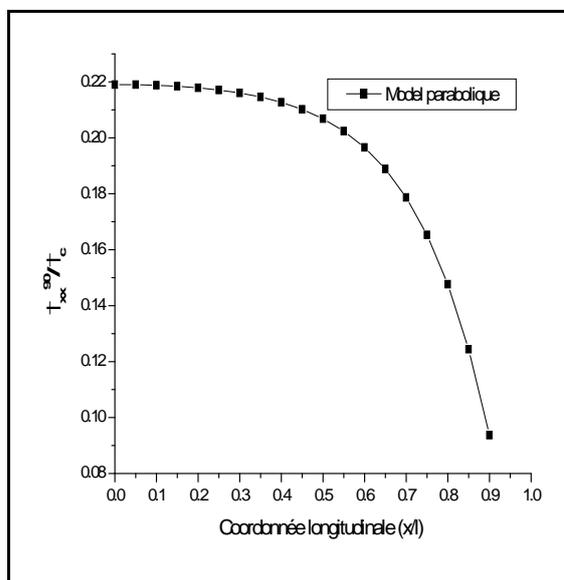
➤ Pour  $\alpha=1/3$  :



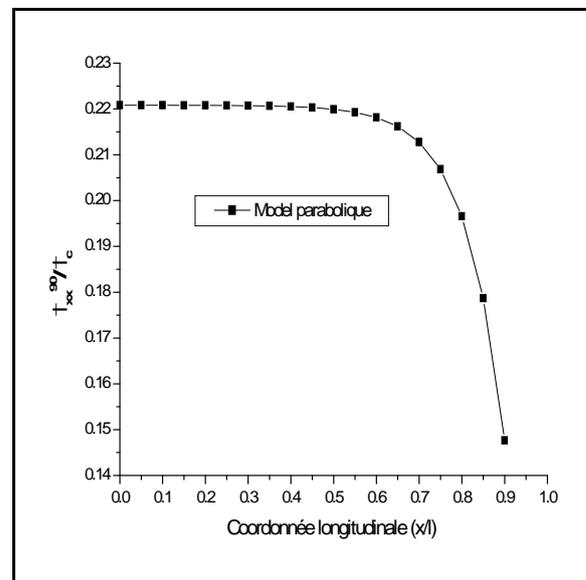
a. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=1$



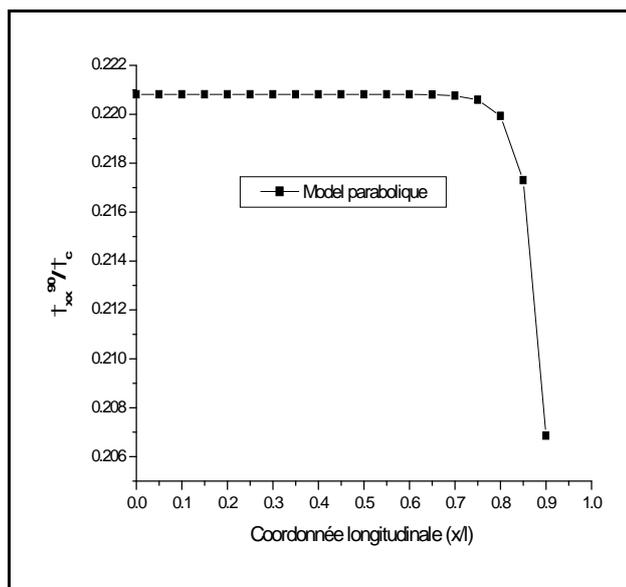
b. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=2.5$



c. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=5$



d. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=10$



e. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=25$

Figure. IV.13 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[0/90_3]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ).

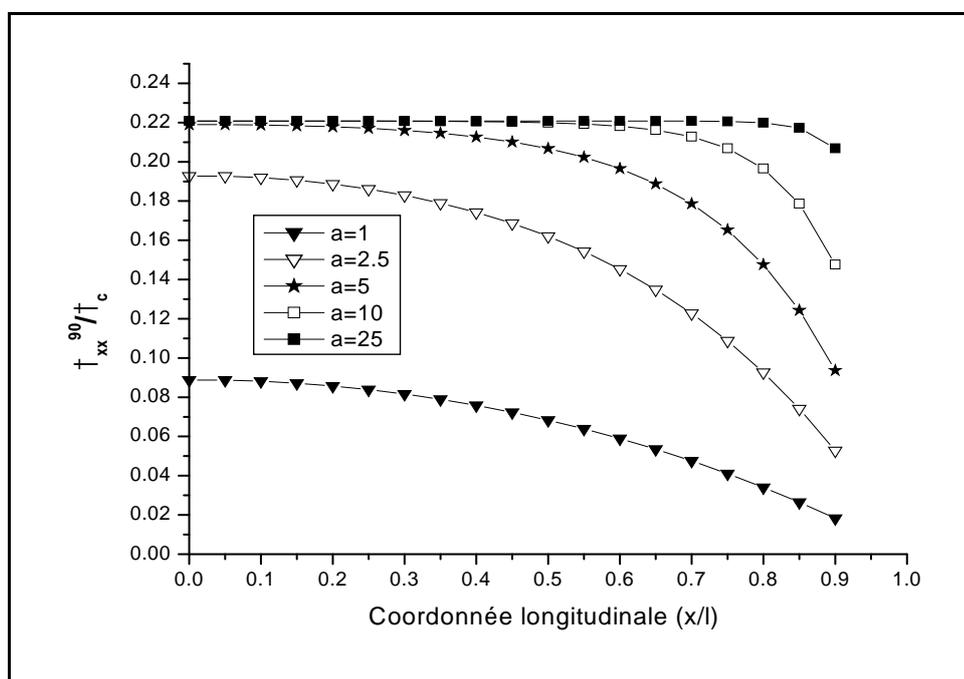
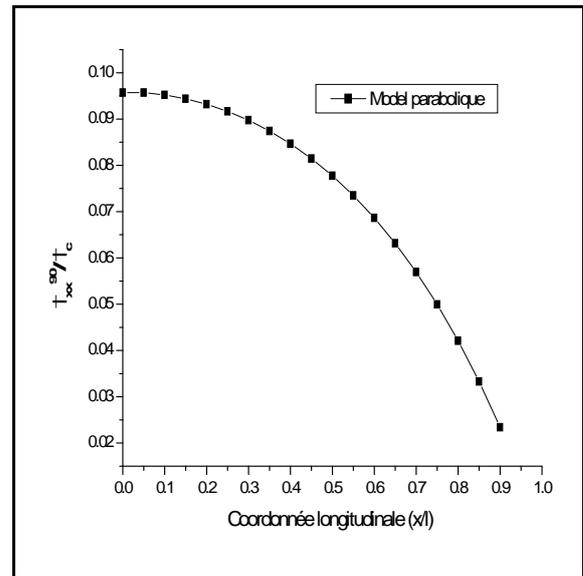
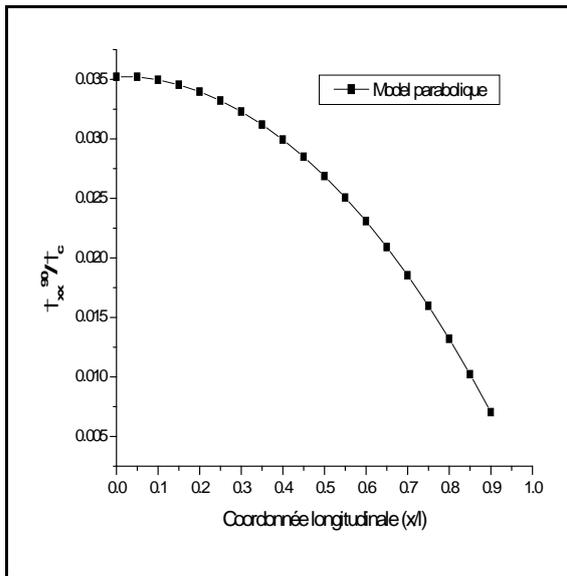


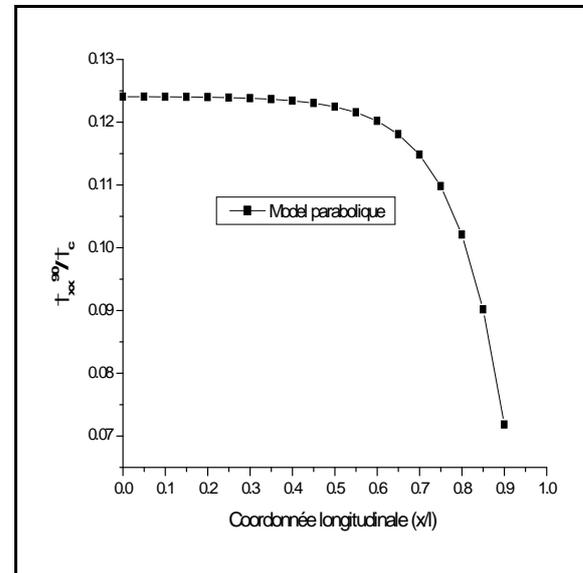
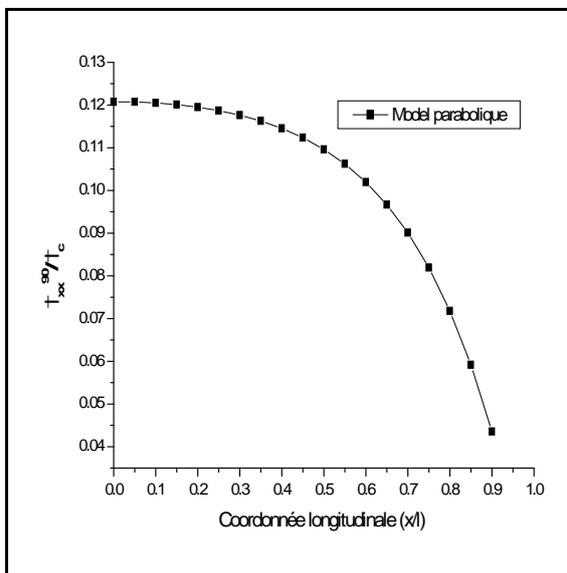
Fig. IV.14 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[0/90_3]_s$ , en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ) pour  $\alpha=1/3$ .

➤ Pour  $\alpha=1$  :



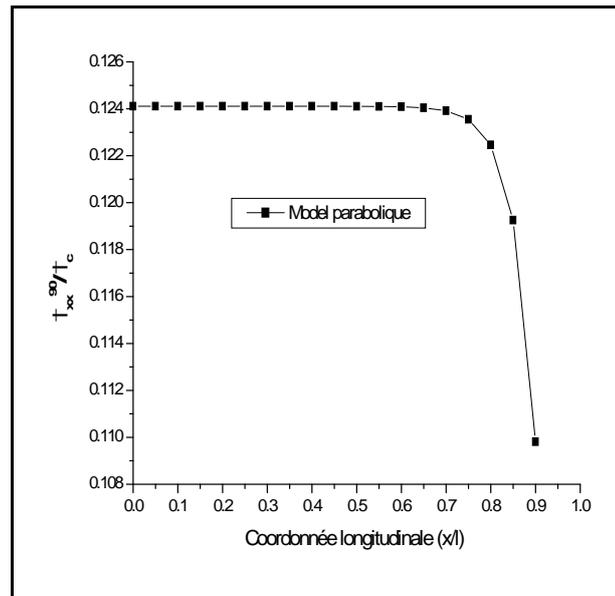
a. Stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et  $a=1$

b. Stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et  $a=2.5$



c. Stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et  $a=5$

d. Stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et  $a=10$



e. Stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et  $a=25$

Figure. IV.15 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[0/90]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ).

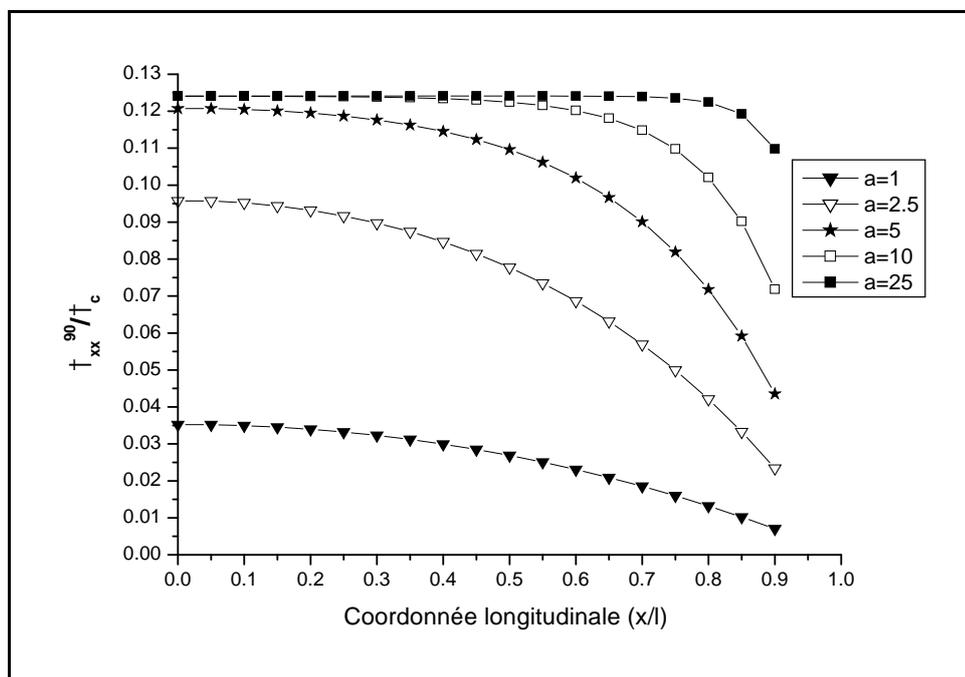
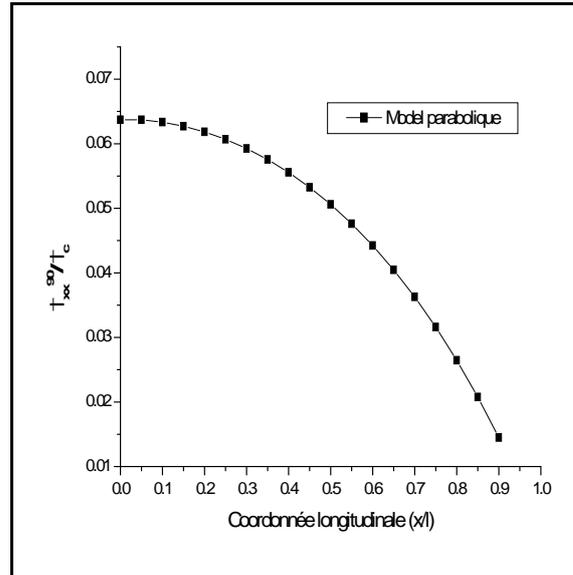
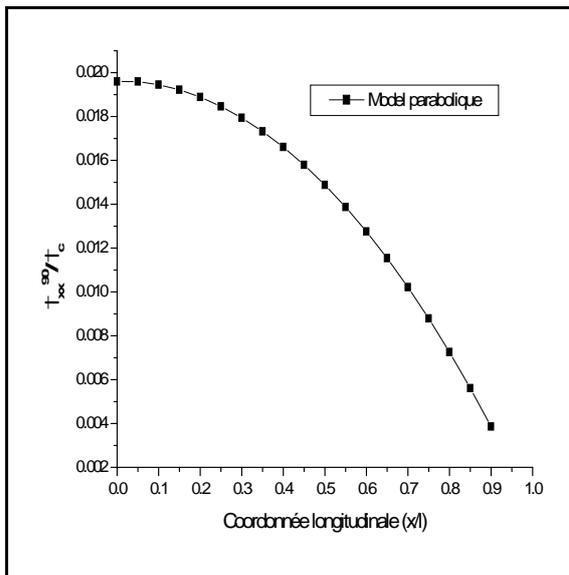


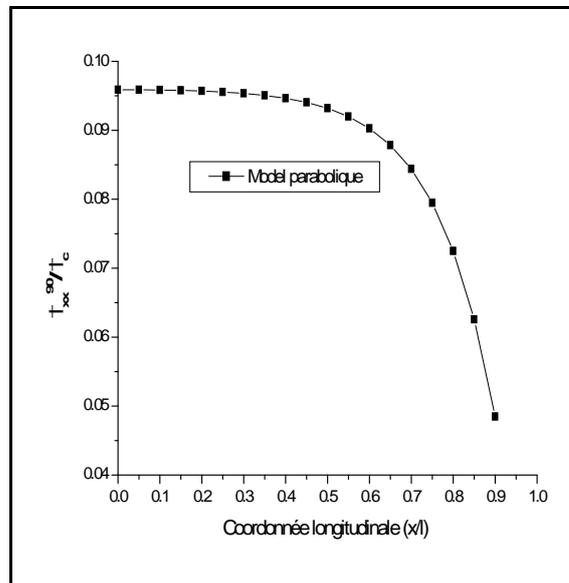
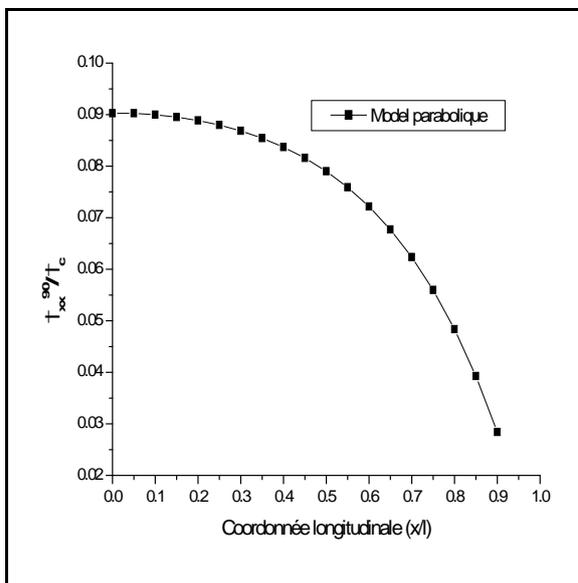
Figure. IV.16 : Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié  $[0/90]_s$  en fonction des coordonnées longitudinales ( $x/l$ ) pour  $\alpha=1$ .

➤ Pour  $\alpha=2$  :



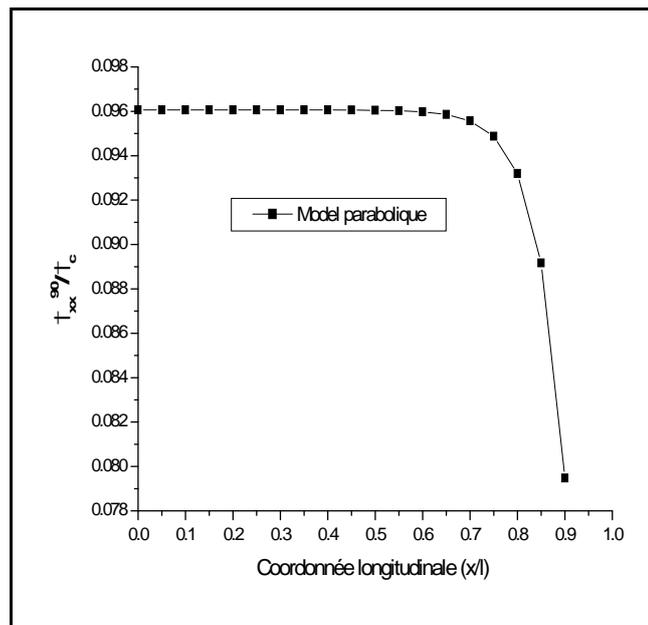
a. Stratifié [0<sub>2</sub>/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=2$  et  $a=1$

b. Stratifié [0<sub>2</sub>/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=2$  et  $a=2.5$



c. Stratifié [0<sub>2</sub>/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=2$  et  $a=5$

d. Stratifié [0<sub>2</sub>/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=2$  et  $a=10$



e. Stratifié  $[O_2/90]_s$  avec  $\alpha=2$  et  $a=25$

Figure. IV.17 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[O_2/90]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ).

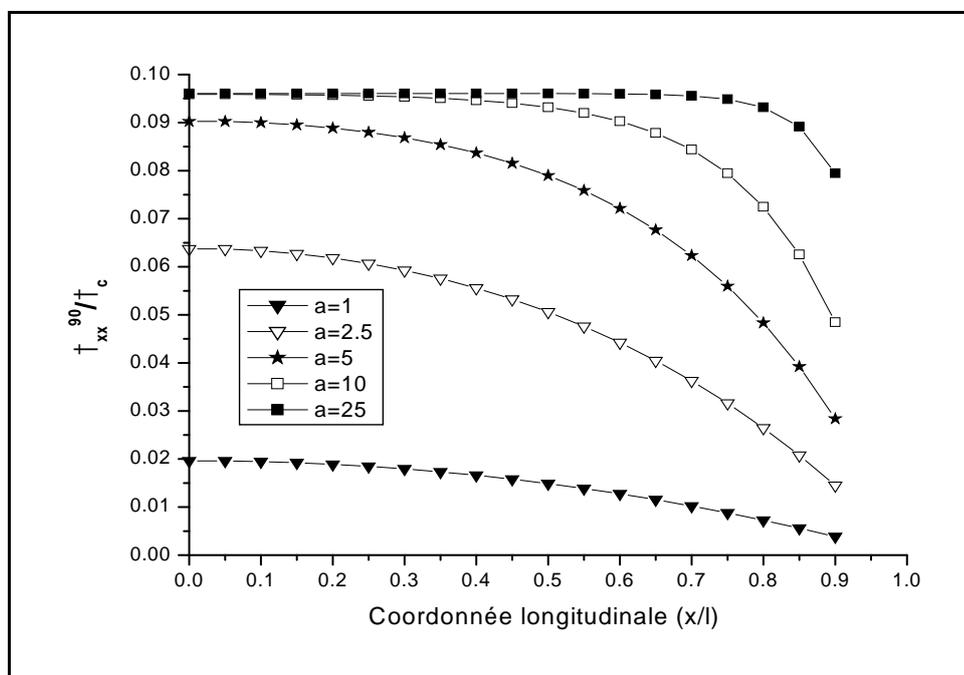


Figure. IV.18 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[O_2/90]_s$ , en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ) pour  $\alpha=2$ .

**IV.3.2.1.1. Interprétation des graphes :**

A travers les résultats présentés dans les figures IV.12, IV.14, IV.16, IV.18 ayant les rapports géométriques ( $\alpha=2, 1, 1/2, 1/3$ ), on remarque qu'au fur et à mesure que le rapport géométrique « a » devient important (les fissures deviennent très éloignées) et la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à  $90^\circ$  suivant l'axe x tend à être uniforme dans la cellule élémentaire.

A titre d'exemple dans la figure IV.11.e ( $\alpha=1/2$ ), pour un rapport géométrique  $a = 25$ , la contrainte longitudinale devient presque constante sur tout l'intervalle des coordonnées  $0 < x/l < 0.7$ . Dès qu'on dépasse la valeur 0.7, la contrainte longitudinale décroît très rapidement en s'approchant de plus en plus de la fissure.

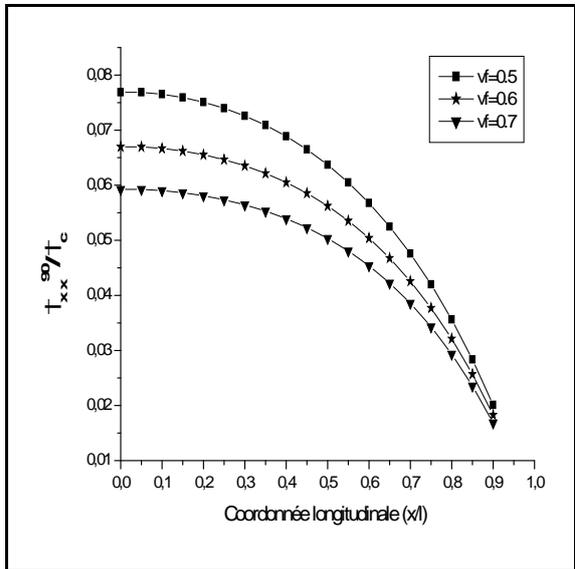
Les mêmes remarques ont été observées pour le rapport des épaisseurs  $\alpha=1/3, 1$  et  $2$  (figure IV.13.e, figure IV.15.e et figure IV.17.e).

Pour un rapport géométrique de fissuration « a » variant de 1 à 25 et des rapports des épaisseurs différents (2, 1, 1/2, 1/3) c.à.d.,  $[0_2/90]_s$ ,  $[0/90]_s$ ,  $[0/90_2]_s$ ,  $[0/90_3]_s$ , on a marqué que plus le rapport géométrique diminue, plus le rapport de la contrainte longitudinale sur la contrainte de compression  $\sigma_x^y / \sigma_c$  diminue ; les figures IV.12, IV.14, IV.16, IV.18 illustrent clairement cette diminution.

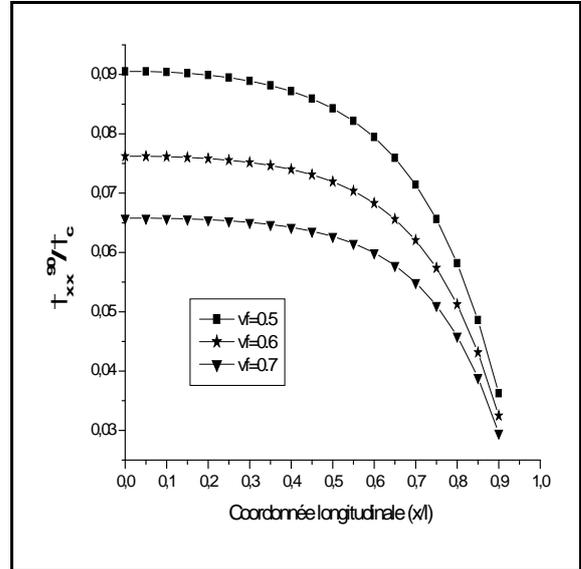
En effet le matériau est plus saturé en fissuration, donc il perd sa résistance en compression longitudinale.

IV.3.2.2. Effet de variation du volume des fibres (vf) :

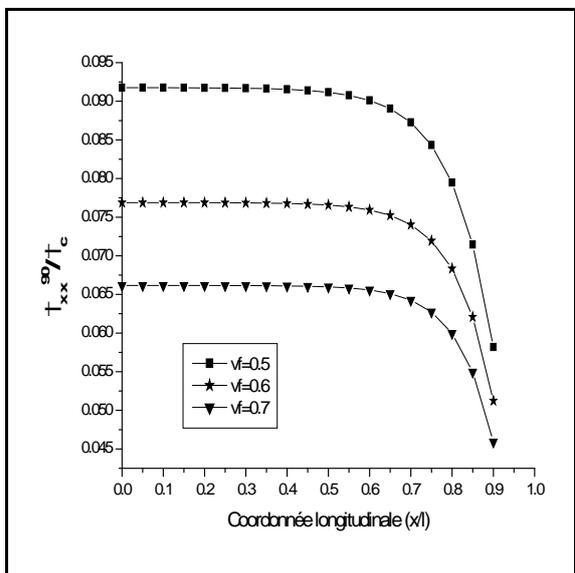
➤ Pour  $\alpha=1$  :



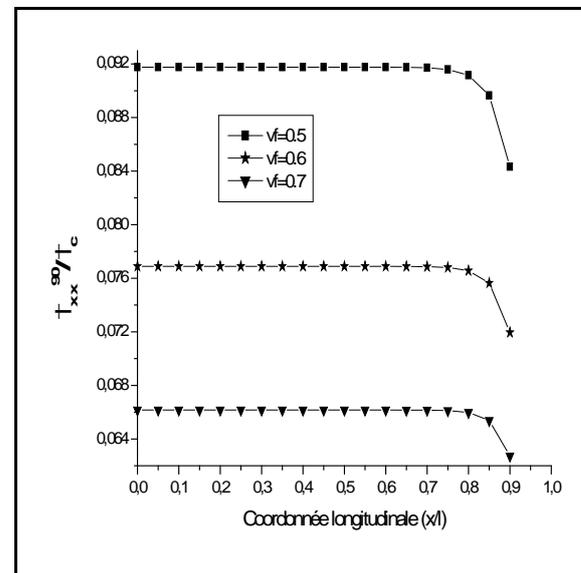
a. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=2.5$



b. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=5$



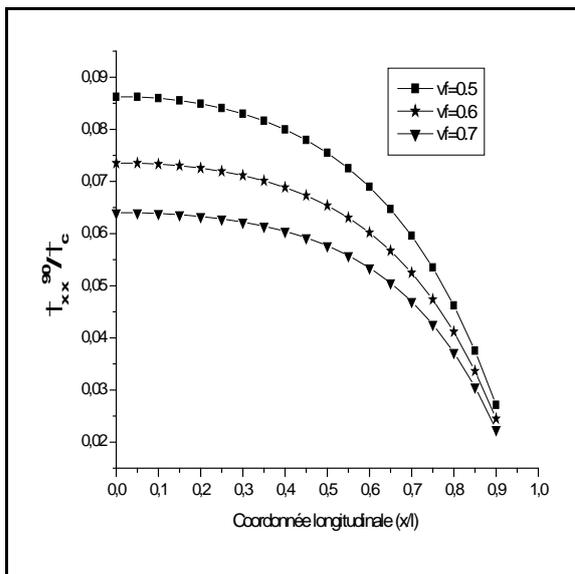
c. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=10$



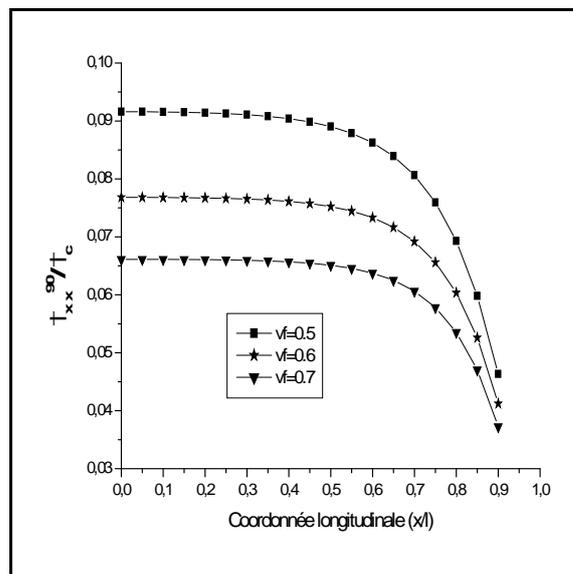
c. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=25$

**Figure. IV.19 :** Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié [0/90]<sub>s</sub> en fonction de la coordonnée longitudinale (x/l) pour différents volumes de fibres.

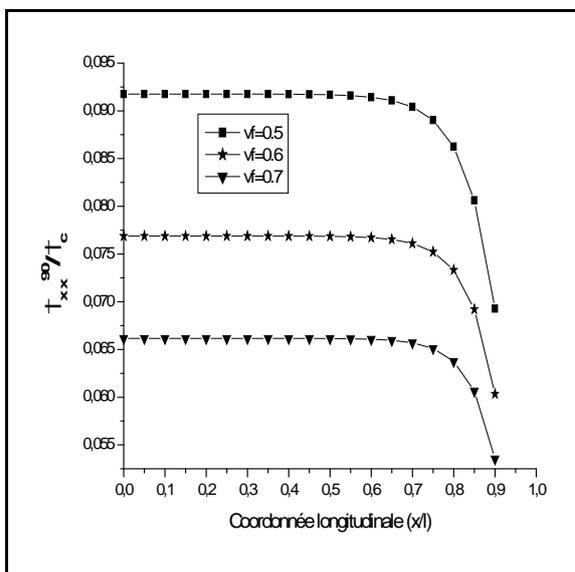
➤ Pour  $\alpha=1/2$  :



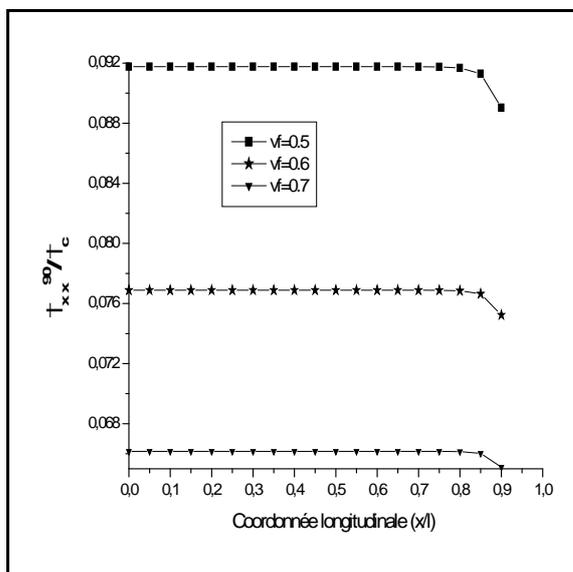
a. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=2.5$



b. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=5$



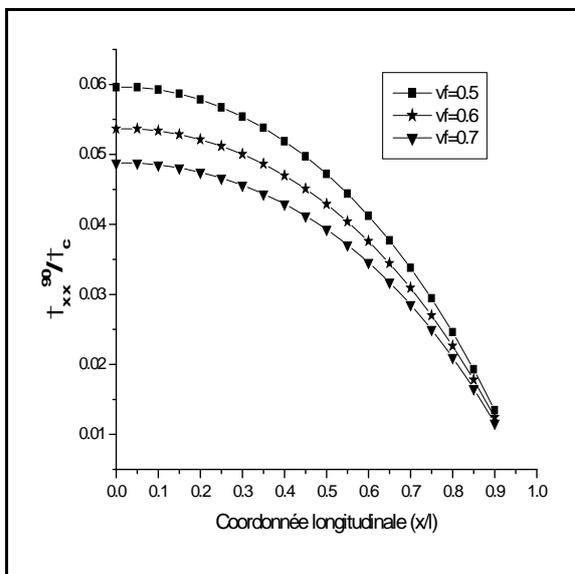
c. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10$



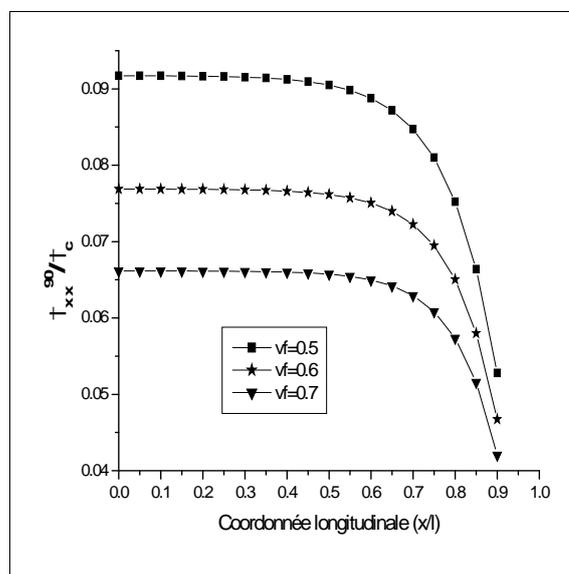
d. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$

**Fig. IV.20 :** Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié  $[0/90_2]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ) pour différents volumes de fibres.

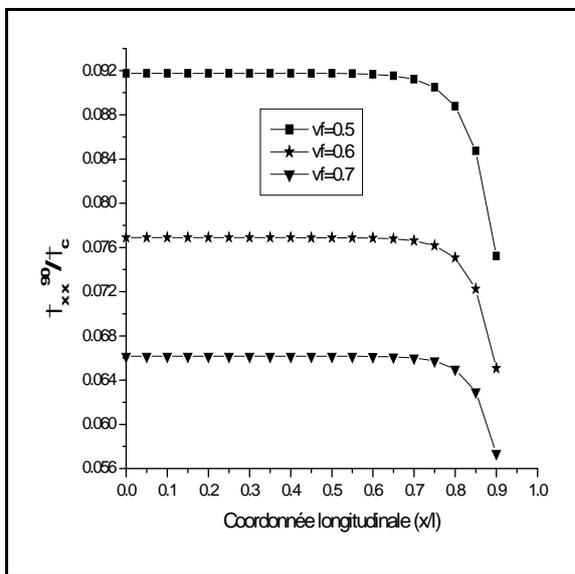
➤ Pour  $\alpha=1/3$  :



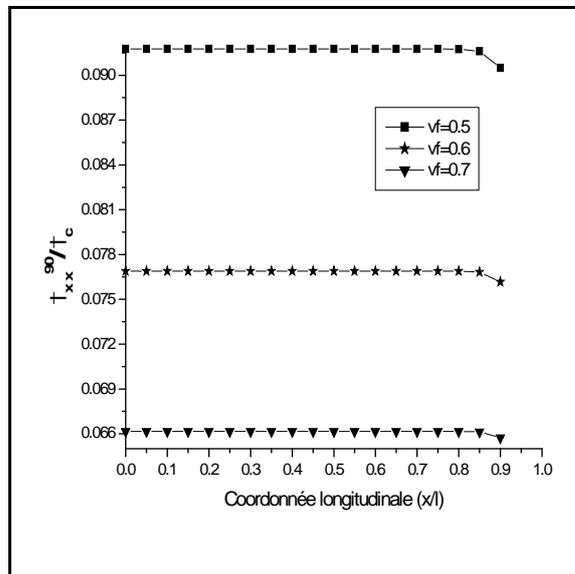
a. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=1$



b. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=5$



c. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=10$



d. Stratifié  $[0/90_3]_s$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=25$

**Fig. IV.21 :** Variation de la contraintes longitudinale dans le stratifié  $[0/90_3]_s$  en fonction de la coordonnée longitudinale ( $x/l$ ) pour différents volumes de fibres.

**IV.3.2.2.1. Interprétation des graphes :**

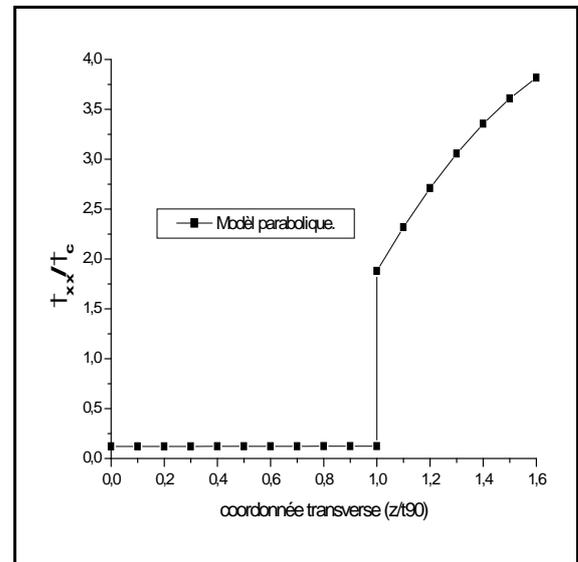
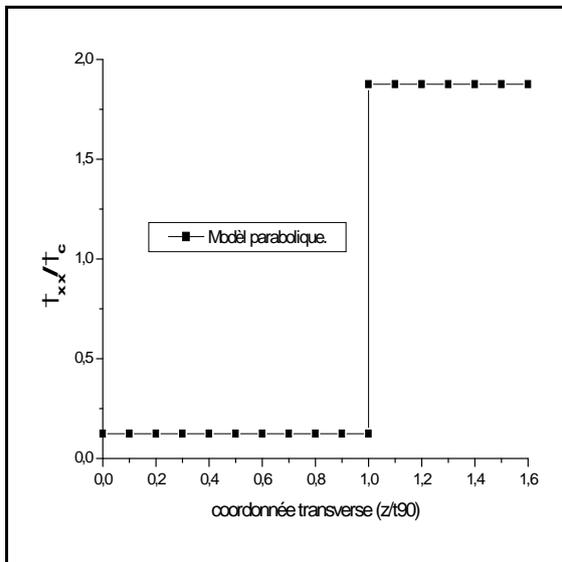
Les figures IV.19, IV.20, IIV.21, représentent la variation de la contraintes longitudinales dans les couches à 90° suivant l'axe x en fonction de coordonnée longitudinale (x/l).

On remarque que si on augmente le volume des fibres, la contrainte longitudinale diminue et cela pour des différentes valeurs du rapport des épaisseurs  $\alpha = (1, 1/2, 1/3)$ .

Par exemple dans la figure IV.20.a, ( $a=2.5$ ) la chute dans la valeur de contrainte longitudinale est plus importante que celle de figure IV.20.b, ( $a=5$ ), et plus la valeur de a augmente plus cette chute est plus grande.

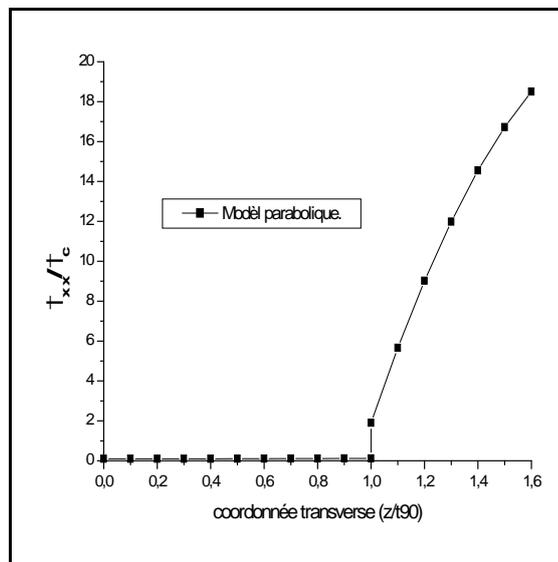
IV.3. 3. Variation de la contrainte longitudinale dans les couches à 0° et à 90° en fonction de la coordonnée transverse :

➤ Pour  $\alpha=1$  :



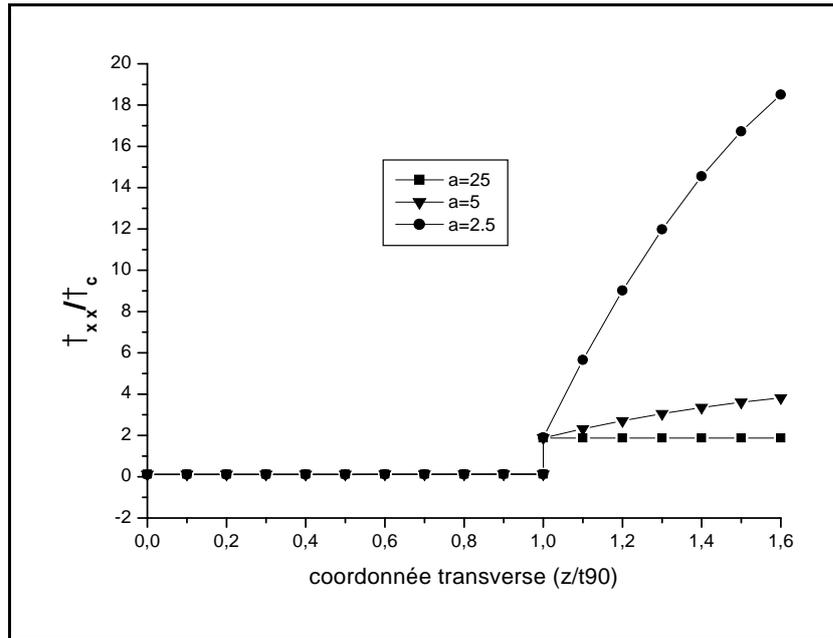
a. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=25$

b. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=5$



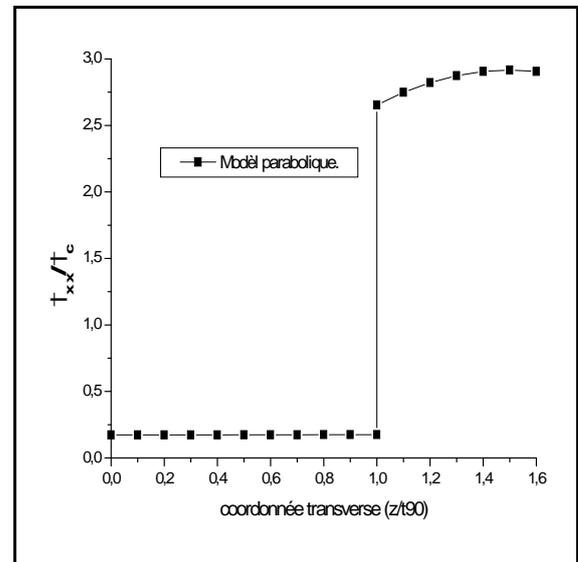
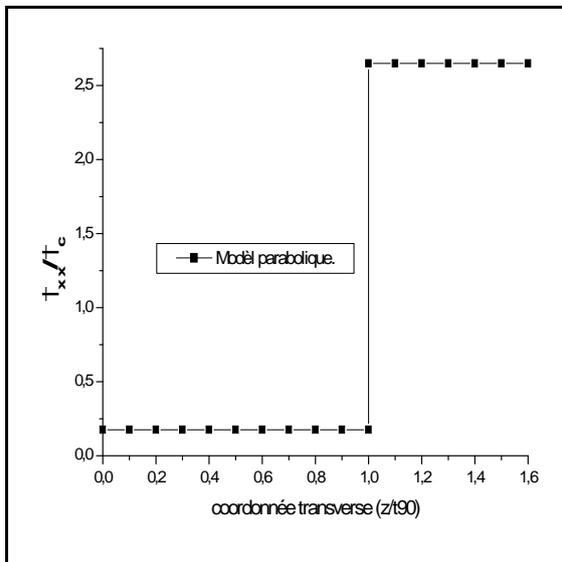
c. Stratifié [0/90]<sub>s</sub> avec  $\alpha=1$  et  $a=2.5$

Fig. IV.22 (a, b, c, d, e) : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1$ .

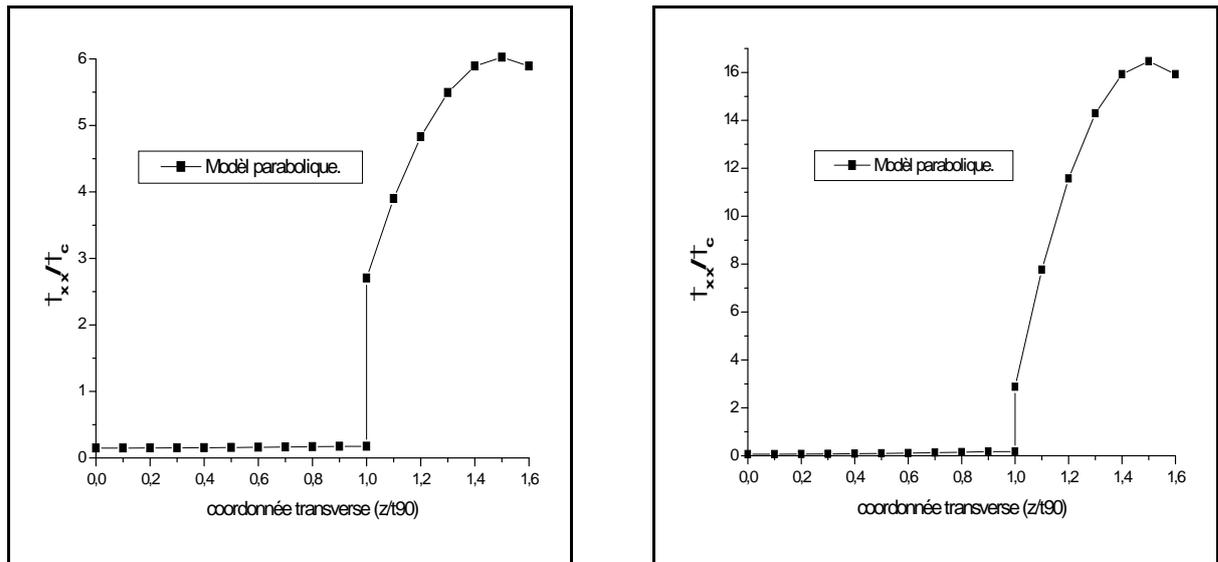


**Figure. IV.23 :** Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1$ .

➤ Pour  $\alpha=1/2$  :

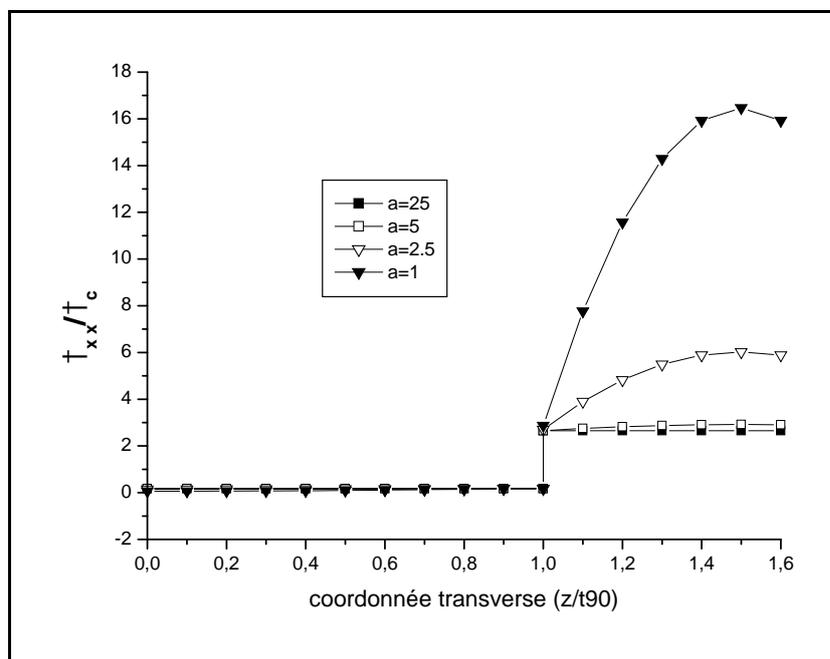


**a.** Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$       **b.** Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=5$



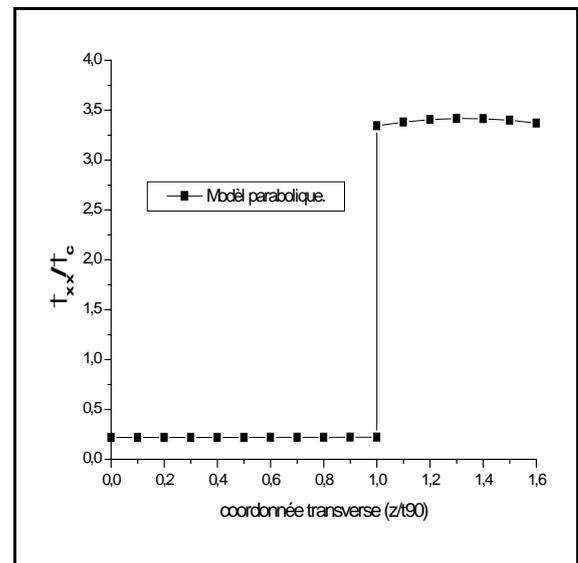
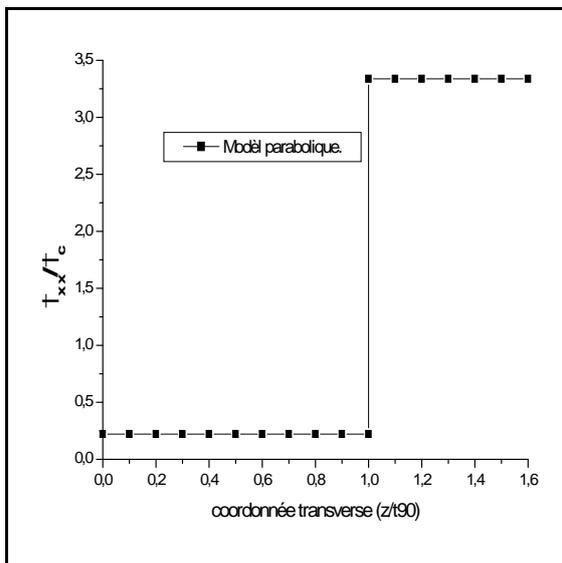
c. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=2.5$       d. Stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=1$

**Figure. IV.24 (a, b, c, d, e) :** Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1/2$ .

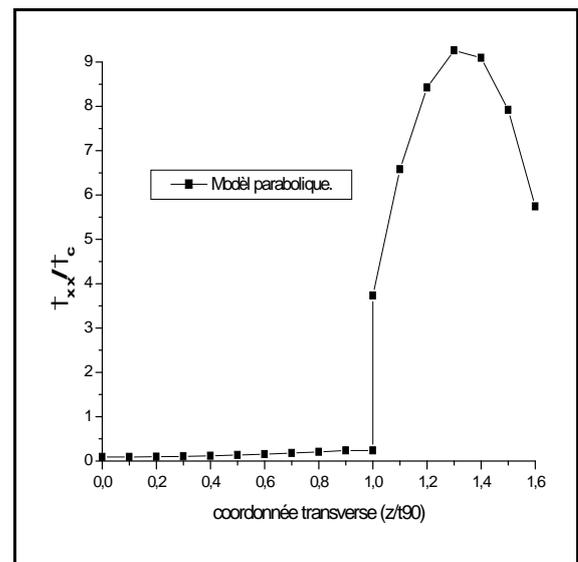
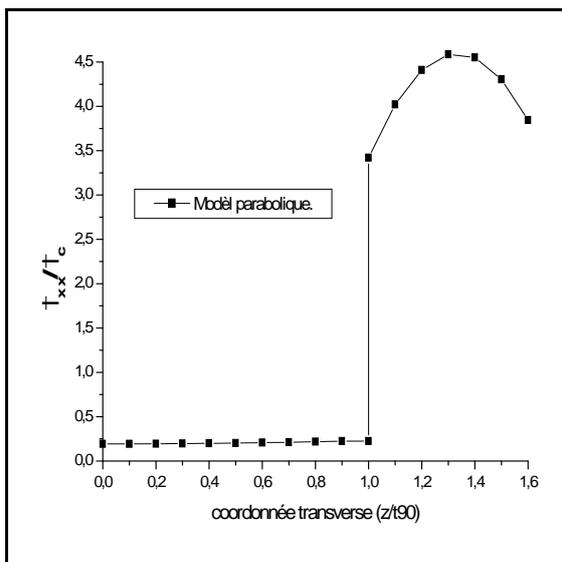


**Figure. IV.25 :** Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1/2$ .

➤ Pour  $\alpha=1/3$  :

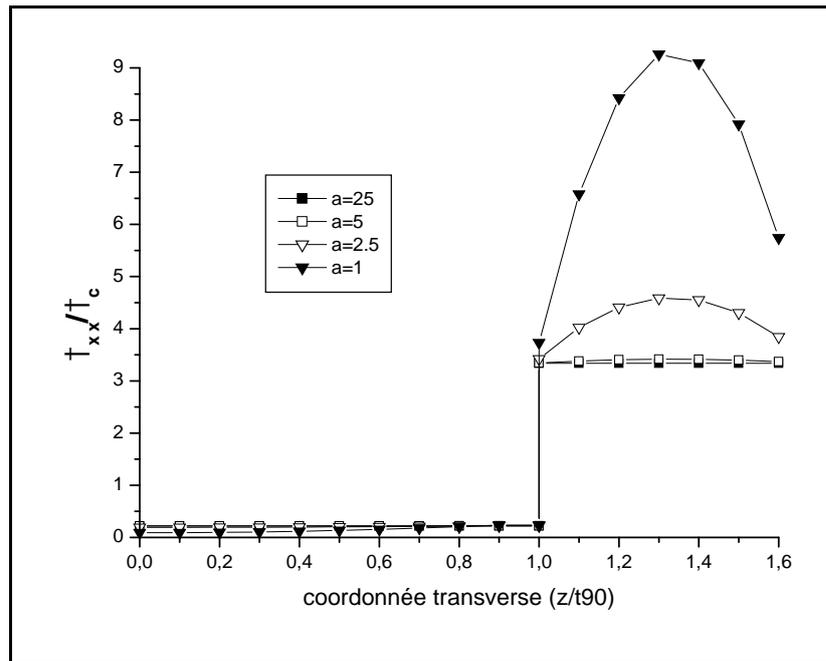


a. Stratifié  $[0/90_3]_S$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=25$       b. Stratifié  $[0/90_3]_S$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=5$



c. Stratifié  $[0/90_3]_S$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=2.5$       d. Stratifié  $[0/90_3]_S$  avec  $\alpha=1/3$  et  $a=1$

**Figure. IV.26 (a, b, c, d, e) :** Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1/3$ .



**Figure. IV.27 :** Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur du stratifié pour un rapport d'épaisseur des couches  $\alpha=1/3$ .

### IV.3. 3.1. Interprétation des graphes :

Pour des rapports géométrique de fissuration élevés avec «  $\alpha = 25$  », la contrainte longitudinale à une valeur constante dans l'épaisseur de la couche à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (Figures IV.22.a, IV.24.a, IV.26.a). On remarque évidemment un saut de contraintes entre les deux couches dû aux variations importantes du module de Young dans les deux couches.

Quand le rapport géométrique de fissuration décroît et que le rapport d'épaisseur des couches augmente (figures IV.24.c, IV.24.d, IV.26.c, IV.26.d), les résultats montrent d'abord un accroissement de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur des couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  du au comportement en cisaillement des couches. Ensuite, la contrainte longitudinale tend à devenir constante, ce qui correspond à un état de traction de la couche. Cet état de traction est d'autant plus facilement atteint que le module longitudinal  $E_0$  de la couche est élevé et le rapport géométrique de fissuration «  $\alpha$  » est faible.

En conclusion, la variation de rigidité et le champ des contraintes dépendent de : la densité de fissuration, le nombre des couches à 90° et 0°, et le volume des fibres.

Le modèle parabolique donne des résultats très proches que les résultats expérimentaux.

Pour les stratifiés composites à fibres longues et à matrice organique, la rupture finale résulte du développement et de l'accumulation de plusieurs types d'endommagement qui sont : la fissuration de la matrice, la fracture de fibres, et la décohésion à l'interface fibre/matrice.

Notre étude a été consacrée à l'analyse de la densité de fissuration et ses effets sur la rigidité et le champ des contraintes dans les matériaux composites stratifiés croisés de type  $[0_m, 90_n]_S$  en utilisant le modèle parabolique.

Afin de mieux cerner ce problème ; nous avons déterminé certains paramètres agissant sur la densité de fissuration qui sont : le rapport géométrique de la fissuration, le rapport des épaisseurs des couches à  $0^\circ$  et des couches à  $90^\circ$ , le nombre de plis à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ , et le volume des fibres.

La rigidité du matériau (dans le sens longitudinal) commence à diminuer dès l'apparition des premières fissures. Elle baisse de manière régulière à mesure que les fissures se multiplient. Enfin elle atteint un niveau seuil quand la densité de fissures est à son maximum.

Si le volume des fibres augmente, la baisse de rigidité est moins sensible.

Plus le nombre de couches à  $90^\circ$  augmente (où le nombre de couches à  $0^\circ$  diminue), plus la résistance à la traction/compression longitudinales se réduit c.à.d. le matériau devient fragile.

Donc l'utilisation des stratifiés  $[0_m, 90_n]_S$  à un nombre de plis à  $90^\circ$  important a des effets néfastes sur la rigidité et la résistance du stratifié à la traction/compression longitudinale.

## *Conclusion générale.*

---

Au fur et à mesure que le rapport géométrique « a » devient important (les fissures deviennent très éloignées) et la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à 90° suivant l'axe x tend à être uniforme dans la cellule élémentaire, la contrainte longitudinale à une valeur constante dans l'épaisseur de la couche à 0° et 90° ceci est dû aux variations importante du module de Young dans les deux couches.

Le modèle parabolique donne des résultats très proches aux résultats expérimentaux.

Ce travail peut être accouplé aux phénomènes hygrothermiques (l'humidité et la température) qui est très important, ce qui est nos perspectives futures.

[1] **Julien MERCIER** « Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites », thèse de doctorat de l'Ecole des Mines de Paris, 20 novembre 2006.

[2] **J.M.BERTHELOT** «Matériaux composites: Comportement mécanique et analyse des structures »,Ed. MASSON, Paris, 1992, 620P.

[3] **TEC & DOC** «Guide de la technique -2-: Métaux, Liants, Plastiques, Composites, Matières vivantes», Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1991, PP: 143-148.

[4] **H. OSMANI** «Rupture des composites céramique–céramique à fibres», thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1989, 226p.

[5] **M.GEIER, D.DUEDAL** «Guide pratique des matériaux composites», TEC & DOC (Lavoisier), Paris, 1985, 349P.

[6] **W.KURZ, J. P. MERCIER, G.ZAMBELLI** «Traité des matériaux: Introduction à la science des matériaux», Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1995, 404P.

[7] **A. DESSARTHE, H. GUYOT, M. CARAYOL** «Techniques de fabrication de pièces mécaniques en plastiques ou composites», Centre Technique des Industries Mécaniques (CTIM), Paris, 1994,226P.

[8] **J.WEISS, C. BORD** «Les matériaux composites, Tome I: Structure, constituants, fabrication»,Ed. l'Usine nouvelle, Paris, 1983, Partie: A-B-C.

[9] **J. PABIOT** «Plastiques renforcés: Propriétés mécaniques, Calcul», Techniques de l'ingénieur, Paris, 1987, PP: A3245 (1-13).

---

- [10] **Daniel Gay** « matériaux composites », 4<sup>e</sup> édition revue et augmentée.
- [11] **Cours des matériaux composites** « 5<sup>eme</sup> année ingénieur en aéronautique option construction » 2009 /2010.
- [12] **BERTHELOT.JM**, matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures. (2005).
- [13] **BERTHELOT.JM, LEBLOND.P, EL MAHIA, LE CORE J.F.**, "Transverse cracking of cross ply laminates: part Analysis", Composites, 27 A, pp, 989 1001, 1996.
- [14] **JOHNSON P., CHANG F.K.**, "characterization of matrix crack-induced laminate failure-part I: Experiments, journal of composite materials, volume 35, fascicule 22, p2009-2035 (2001).
- [15] **Juliette PAYAN**, "Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue", le 16 janvier 2004
- [16] **REIFSNIDER, K.L.**, " Some fundamental aspects of the fatigue and fracture response of composite materials", Proceedings of 14th Annual society of engineering science meeting, Lehigh University, Bethlehem, Pa. (USA), 14-16 Nov, 1977.
- [17] **Aussedat YAHIA E**, "comportement et endommagement du composite tissé carbone /PMR15 soumis à des chargements mécaniques et thermique ", 'thèse de doctorat, école des mines de paris 1997.
- [18] **David MARSAL** « Modélisation multi-échelle de l'endommagement des stratifiés sous sollicitations hors-plan », 15 Novembre 2005.
- [19] **CASLINI, M., ZANOTTI, C. and O'BRIEN, T.K.**, "Study of Matrix Cracking
-

and Delaminating in Glass/Epoxy Laminates", J. of Composites Technology and Research, Vol. 9, n° 4, pp, 121-130, 1987.

[20] **LAFARIE.-FRENOT, M.C, HENAFF-GARDIN.,** "Analyse locale et modélisation de la fissuration des plis à 90° de stratifiés croisés carbone/époxyde" ,proc. des 7 èmes Journées Nationales sur les Matériaux Composites (JNC7), G.Fantozzi et P.Fleischmann éd., AMAC, pp ,613-642 ,1990.

[21] **BRILAUD J, EL MAHIA.,** "Numerical simulation of the influence of stacking sequence on transverse ply cracking in composites laminates". Composite Structures 17, pp, 23-35,(1991).

[22] **KRAJCINOVIC, D.,** "Constitutive Equations for Damaging Materials", J. of Applied Mechanics, Vol.50, Jun 1983.

[23] **KACHANOV, L.M.,** "On the Creep Fracture Time", Izv.Akdd.Nauk AN SSP,Otd.T ekh.Nauk, n°8, pp, 26-31,1958

[24] **GARRET, A., K.W., BAILEY, J.E.,** "Multiple Transverse Fracture in 90° Cross-Ply Laminates of a Glass Fiber-Reinforced Polyester", J. Materials Science 12, pp, 157-168, (1977).

[25] **STEIF,P.S.,**Parabolic Shear lag analysis of a [90] s laminate. In"Transverse play crack growth and associated stiffness reduction during the fatigue of a simple cross-play laminate" lEds S.L. Ogin, P.A. Smith and P.W.R. Beaumont, Report CUED/C/MATS/TR 105, Cambridge University, 1984.

[26] **BERTHELOT.JM.,** "Analysis of the Transverse cracking of cross ply laminates: a Generalized Approach", Journal of Composite Materials, Vol.31, No.18, pp 1780-1805, 1997.

---

[27] **A. Tounsi, K.H. Amara, E.A. Adda-Bedia** «Analysis of transverse cracking and stiffness loss in cross-ply laminates with hygrothermal conditions», Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbés, BP 89 Cité Ben M'hidi, 22000 Sidi Bel Abbés, Algeria, Received 17 October 2003; received in revised form 25 May 2004; accepted 23 June 2004.

[28] **Kh. Amara, A. Tounsi \*, A. Megueni, E.A. Adda-Bedia** «Effect of transverse cracks on the mechanical properties of angle-ply composites laminatesé», Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbés, BP 89 Cité Ben M'hidi, 2000 Sidi Bel Abbés, Alegria, Available online 9 December 2005.

[29] **A. Benzair, M. Maachou, KH. Amara, A. Tounsi** «Effect of transverse cracks on the elastic properties of high temperature angle-ply laminated composites», Université de Sidi Bel Abbés, Département de physique, BP 89 Cité Ben M'hidi, 22000 Sidi Bel Abbés, Algeria, Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbes, BP 89 Cité Ben M'hidi, 22000 Sidi Bel Abbes, Algeria Received 15 July 2005; received in revised form 21 November 2005; accepted 21 November 2005.

---