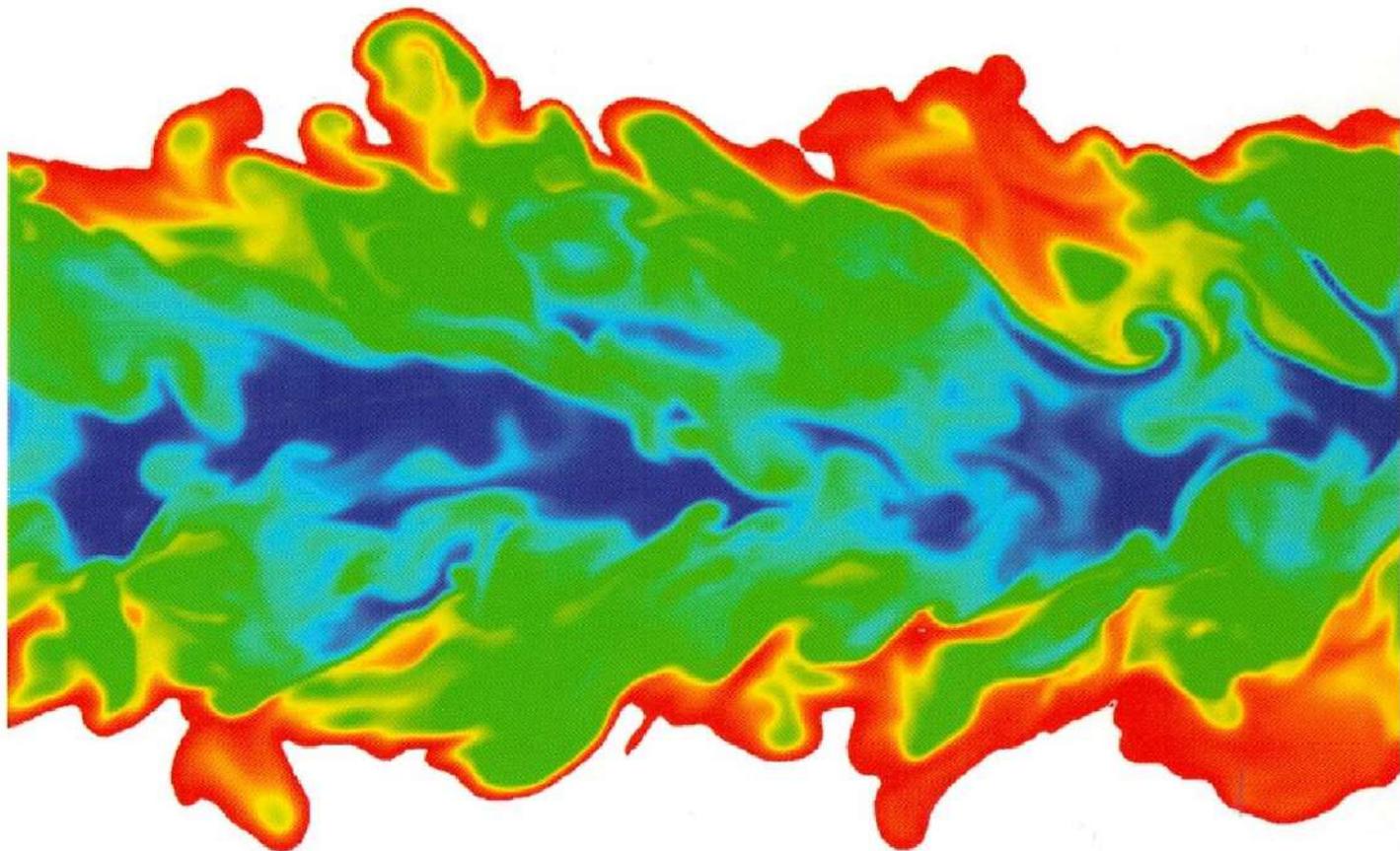


Transfert de chaleur

André Giovannini & Benoît Bédard



Cépaduès
ÉDITIONS

2-621-5-1

2-621-5-1



Transfert de chaleur

André GIOVANNINI

Benoît BÉDAT

CÉPADUÈS-ÉDITIONS

111, rue Nicolas Vauquelin

31100 Toulouse – France

Tél. : 05 61 40 57 36 – Fax : 05 61 41 79 89

www.cepades.com

Courriel : cepades@cepades.com

Coordonnées GPS en WGS 84

N 43° 34'43,2"

E 001° 24'21,5"

Table des matières abrégée

Introduction générale	3
I Transfert de chaleur par conduction	7
Liste des Symboles Conduction	9
1 Introduction	13
2 Conduction stationnaire de la chaleur	29
3 Conduction instationnaire de la chaleur : systèmes à température uniforme	61
4 Conduction instationnaire de la chaleur : méthode de la séparation des variables	69
5 Conduction instationnaire de la chaleur : théorème de Duhamel	93
6 Conduction instationnaire de la chaleur : fonctions de Green	103
7 Conduction instationnaire de la chaleur : transformation de Laplace	115
8 Solutions numériques	127
II Transfert de chaleur par convection	145
Liste des Symboles Convection	147
9 Introduction	153
10 Lois de conservation	159
11 Modèles mathématiques et nombres adimensionnels	165
12 Convection forcée laminaire : couche limite dynamique et thermique	175

ii – TABLE DES MATIÈRES ABRÉGÉE

13 Convection forcée laminaire : écoulements cisailés libres	211
14 Convection forcée laminaire : canal plan et conduite circulaire	223
15 Convection naturelle	265
16 Convection turbulente	285
17 Corrélations de transfert de chaleur	337
III Transfert de chaleur par rayonnement	347
Liste des Symboles Rayonnement	349
18 Introduction	353
19 Définitions relatives au rayonnement thermique	355
20 Emission de surfaces opaques	385
21 Interaction d'un champ de rayonnement avec la matière	411
22 Transferts radiatifs entre surfaces	445

Table des matières

Introduction générale	3
I Transfert de chaleur par conduction	7
Liste des Symboles Conduction	9
1 Introduction	13
1.1 Introduction générale	13
1.2 Modèle mathématique	13
1.2.1 Notations	13
1.2.2 Température	14
1.2.3 Flux de chaleur	14
1.2.4 Equation de diffusion de la chaleur	15
1.2.5 Conditions aux limites et condition initiale	17
1.2.5.1 Classification mathématique	18
1.2.5.2 Classification physique	18
1.2.6 Interface entre deux matériaux	21
1.3 Propriétés de l'équation de diffusion de la chaleur	21
1.3.1 Linéarité	22
1.3.2 homogénéité	22
2 Conduction stationnaire de la chaleur	29
2.1 Introduction	29
2.2 Conduction morte à une dimension d'espace	30
2.2.1 Solutions élémentaires en coordonnées cartésiennes : problème du mur	30
2.2.2 Conditions de Dirichlet	30
2.2.3 Conditions de Neumann	31
2.2.4 Solutions élémentaires en coordonnées cylindriques	34
2.2.4.1 Champ de température	34
2.2.4.2 Flux de chaleur	34
2.2.5 Solutions élémentaires en coordonnées sphériques	35
2.2.5.1 Champ de température	35
2.2.5.2 Flux de chaleur	35
2.2.6 Variation de conductivité thermique avec la température	36

2.3	Conduction vive à une dimension d'espace	37
2.3.1	Solutions dans les différents systèmes de coordonnées	37
2.3.2	Problème du mur avec génération uniforme de chaleur	37
2.3.2.1	Profil de température	37
2.3.2.2	Bilan des flux de chaleur	38
2.3.3	Couplage conduction-convection dans un cylindre	39
2.3.3.1	Profil de température	39
2.3.3.2	Bilan des flux de chaleur	40
2.4	Conduction monodimensionnelle : théorie des ailettes	41
2.4.1	Introduction	41
2.4.2	Modèle physique	41
2.4.3	Modèle mathématique	42
2.4.3.1	Bilan des flux	42
2.4.3.2	Equation différentielle pour la température	43
2.4.3.3	Solution dans le cas d'une ailette de section rectan- gulaire	44
2.4.3.4	Performances de l'ailette et optimisation	45
2.4.3.5	Autres formes d'ailette	46
2.5	Conduction multidimensionnelle	48
2.5.1	Conduction morte bidimensionnelle	48
2.5.2	Conduction morte et vive : superposition de sources et de puits	49
2.6	Exercices du chapitre 2	52
2.6.1	Conduction thermique monodimensionnelle sans terme source	52
2.6.2	Conduction thermique monodimensionnelle avec terme source	55
2.6.3	Conduction thermique monodimensionnelle dans une ailette	56
2.6.4	Conduction thermique bidimensionnelle	59
3	Conduction instationnaire de la chaleur : systèmes à température uni- forme	61
3.1	Introduction	61
3.2	Modèle mathématique	62
3.3	Analogie électrique	63
3.4	Bilan thermique	64
3.5	Exercices du chapitre 3	66
4	Conduction instationnaire de la chaleur : méthode de la séparation des variables	69
4.1	Introduction	69
4.2	Méthodologie : problème de Sturm-Liouville	69
4.3	Coordonnées cartésiennes : problème du mur	71
4.3.1	Comportement aux temps longs	74
4.3.2	Flux de chaleur	75
4.4	Coordonnées cylindriques	75
4.4.1	Solution générale	75
4.4.2	Problème physique : cylindre plein échangeant par convection	77
4.4.3	Calcul des constantes C_n : orthogonalité	79
4.4.4	Etablissement du régime thermique	79

v – TABLE DES MATIÈRES

4.4.5	Flux de chaleur	80
4.5	Coordonnées sphériques	80
4.5.1	Solution générale	80
4.5.2	Problème physique : sphère pleine échangeant par convection	81
4.6	Problèmes multi-dimensionnels	82
4.6.1	Coordonnées cartésiennes x, y, z	83
4.6.2	Coordonnées cylindriques x, r, θ	83
4.6.3	Coordonnées sphériques r, θ, φ	84
4.7	Exercices du chapitre 4	86
4.7.1	Transfert de chaleur par conduction monodimensionnel	86
4.7.2	Transfert de chaleur par conduction multi-dimensionnelle	91
5	Conduction instationnaire de la chaleur : théorème de Duhamel	93
5.1	Introduction	93
5.2	Énoncé du théorème de Duhamel	93
5.3	Démonstration du théorème de Duhamel	95
5.4	Applications	95
5.5	Exercices du chapitre 5	101
6	Conduction instationnaire de la chaleur : fonctions de Green	103
6.1	Introduction	103
6.2	Construction de la formule de Green	103
6.3	Démonstration de la formule de Green	104
6.4	Exemple introductif	106
6.5	Applications de la formule de Green	107
6.5.1	Milieu infini 1D	107
6.5.2	Milieu infini 2D et 3D	108
6.5.3	Milieu semi-infini	109
6.5.4	Coordonnées cylindriques	110
6.5.5	Coordonnées sphériques	111
6.6	Exercices du chapitre 6	112
7	Conduction instationnaire de la chaleur : transformation de Laplace	115
7.1	Introduction	115
7.2	Définitions	115
7.3	Propriétés utiles	116
7.4	Méthode de solution	117
7.4.1	Problème physique	117
7.4.2	Résolution de l'EDO dans le plan de Laplace	117
7.4.3	Retour à l'original dans le plan physique	117
7.5	Exercices du chapitre 7	122
8	Solutions numériques	127
8.1	Introduction : approche intuitive sur un exemple	127
8.2	Equations modèles	129
8.3	Schémas de discrétisation	129
8.4	Méthodes de résolution de l'équation de la chaleur stationnaire	131
8.4.1	Écriture du système linéaire	131

8.4.2	Résolution des systèmes linéaires	133
8.5	Méthodes de résolution de l'équation de la chaleur instationnaire . . .	135
8.5.1	Ecriture du système linéaire : une approche intuitive aboutissant au schéma explicite en temps	135
8.5.2	Schéma implicite et schéma de Crank et Nicolson	136
8.5.3	Stabilité des schémas	137
8.5.4	Schémas multi dimensionnels : directions alternées (ADI) . .	139
8.6	Exercices du chapitre 8	140
8.6.1	Propriétés des schémas	140
8.6.2	Modélisation numérique	140
II	Transfert de chaleur par convection	145
	Liste des Symboles Convection	147
9	Introduction	153
9.1	Introduction générale	153
9.2	Classification	154
9.2.1	Convection externe ou interne	154
9.2.2	Convection forcée ou naturelle	156
9.2.3	Convection laminaire ou turbulente	157
9.3	Domaines d'application	157
10	Lois de conservation	159
10.1	Introduction	159
10.2	Conservation de la masse	160
10.3	Conservation du mouvement	161
10.4	Conservation de l'énergie	162
10.5	Autres formes de l'équation de conservation de l'énergie	163
10.5.1	Energie cinétique	163
10.5.2	Energie interne	163
10.5.3	Enthalpie	163
11	Modèles mathématiques et nombres adimensionnels	165
11.1	Introduction	165
11.2	Préliminaire : lois thermodynamiques et équation d'état	166
11.3	Equation modèle de conservation de la masse	167
11.4	Equations modèles de conservation du mouvement	168
11.4.1	Equation modèle pour la convection forcée	168
11.4.2	Equation modèle pour la convection naturelle	168
11.5	Equation modèle pour l'énergie	170
11.6	Synthèse des équations modèle de conservation	171
11.7	Analogie dynamique et thermique en régime de convection forcée . .	172
11.7.1	Analogie dans la structure des équations	172
11.7.2	Analogie dans les transferts	173
11.7.3	Conclusions sur le nombre de Prandtl	174

12 Convection forcée laminaire : couche limite dynamique et thermique	175
12.1 Introduction générale	175
12.2 Modèle physique	175
12.3 Modèle mathématique	176
12.3.1 Equation du mouvement de Prandtl	176
12.3.2 Equation de l'énergie	178
12.4 Relations intégrales	179
12.4.1 Epaisseurs caractéristiques	179
12.4.2 Forme intégrale de l'équation de conservation de la masse	181
12.4.3 Forme intégrale de l'équation de conservation du mouvement	181
12.4.4 Forme intégrale de l'équation de conservation de l'énergie	182
12.5 Solutions approchées	183
12.5.1 Solution dynamique	183
12.5.2 Solution thermique	185
12.6 Solutions exactes de Blasius et Polhausen pour la plaque plane	188
12.6.1 Grandeurs semblables	188
12.6.2 Solution dynamique	188
12.6.3 Solution thermique	193
12.7 Autres solutions de couche limite laminaire dynamique et thermique	196
12.7.1 Plaque plane : solution à densité de flux φ_p constant	196
12.7.2 Solution avec gradient de pression	197
12.7.3 Solutions asymptotiques lorsque $Pr \ll 1$ ou $Pr \gg 1$	201
12.7.4 Solutions à température et densité de flux variables	202
12.8 Exercices du chapitre 12	205
13 Convection forcée laminaire : écoulements cisailés libres	211
13.1 Ecoulement et transfert de chaleur dans un jet	211
13.1.1 Ecoulement dans un jet	212
13.1.2 Transfert de chaleur dans un jet	215
13.2 Ecoulement et transfert de chaleur dans une couche cisailée	217
13.2.1 Ecoulement dans une couche cisailée	218
13.2.2 Transfert de chaleur dans la couche cisailée	219
14 Convection forcée laminaire : canal plan et conduite circulaire	223
14.1 Ecoulement et transfert de chaleur en canal plan	223
14.1.1 Ecoulement et transfert de chaleur établis : définitions	224
14.1.1.1 Dynamique établi	224
14.1.1.2 Thermique établi	225
14.1.2 Ecoulement et transfert de chaleur établis	228
14.1.2.1 Solution dynamique	228
14.1.2.2 Solution thermique	229
14.1.3 Etablissement des régimes dynamique et thermique	231
14.1.3.1 Ecoulement	232
14.1.3.2 Transfert de chaleur	232
14.2 Ecoulement et transfert de chaleur en conduite circulaire	238
14.2.1 Ecoulement et transfert de chaleur établis	238
14.2.1.1 Solution dynamique	238

14.2.1.2	Solution thermique	240
14.2.2	Etablissement des régimes dynamique et thermique	242
14.2.2.1	Ecoulement	243
14.2.2.2	Transfert de chaleur	243
14.3	Applications : notions de base sur les échangeurs de chaleur	252
14.3.1	Introduction	252
14.3.2	Coefficient global de transfert de chaleur h_g	253
14.3.3	Dimensionnement des échangeurs : méthode LMTD	253
14.3.4	Dimensionnement des échangeurs : méthode ϵ , NTU	255
14.4	Exercices du chapitre 14	258
15	Convection naturelle	265
15.1	Plaque plane verticale	265
15.1.1	Modèle physique	265
15.1.2	Modèle mathématique	266
15.1.3	Solutions semblables exactes	267
15.1.3.1	Analyse de similitude	267
15.1.3.2	Equations aux dérivées ordinaires	267
15.1.3.3	Solutions à température imposée	268
15.1.3.4	Solutions à flux constant	270
15.1.4	Solution semblable approchée	271
15.2	Source linéaire en écoulement libre	274
15.3	Exercices du chapitre 15	278
16	Convection turbulente	285
16.1	Comment définir un état turbulent	285
16.1.1	Observation expérimentale	285
16.1.2	Transfert et mélange augmentés	289
16.2	Caractéristiques de la turbulence	289
16.2.1	Corrélations spatiales et temporelles	291
16.2.2	Analyse spectrale : énergie cinétique et dissipation	292
16.2.3	Echelles dynamiques et thermiques de la turbulence	293
16.2.3.1	Echelles dynamiques	293
16.2.3.2	Echelles thermiques	294
16.3	Modélisation de la turbulence : approche statistique	296
16.3.1	Modélisation de la turbulence dynamique	296
16.3.2	Modélisation de la turbulence thermique	298
16.3.3	Une première modélisation	299
16.4	Couche limite turbulente	301
16.4.1	Solution dynamique	301
16.4.1.1	Profil de vitesse et lois de paroi	301
16.4.1.2	Epaisseurs de couche limite et frottement	304
16.4.2	Solution thermique	305
16.4.2.1	Profil de température et lois de paroi	305
16.4.2.2	Densité de flux de chaleur	308
16.4.3	Solutions à température et densité de flux variables	309
16.5	Conduite circulaire	312

16.5.1	Introduction	312
16.5.2	Ecoulement et transfert de chaleur établis	312
16.5.2.1	Solution dynamique	312
16.5.2.2	Solution thermique	314
16.5.3	Etablissement des régimes dynamique et thermique	316
16.5.3.1	Régime dynamique	316
16.5.3.2	Régime thermique	317
16.6	Ecoulements cisailés libres : régime turbulent	319
16.6.1	Ecoulement et transfert de chaleur dans un jet turbulent	319
16.6.1.1	Ecoulement : solution semblable	319
16.6.1.2	Transfert de chaleur : solution semblable	321
16.6.2	Ecoulement et transfert de chaleur turbulents dans une couche cisillée	323
16.7	Equations de transport et modélisation de la turbulence dynamique et thermique	324
16.7.1	Modèle algébrique ou modèle à zero équation	324
16.7.2	Modèle à une équation pour l'énergie cinétique turbulente	325
16.7.3	Modèle à deux équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente k et la dissipation ϵ	329
16.7.4	Traitement des conditions aux limites et des transferts pariétaux	331
16.8	Méthode de Simulation des grandes échelles (SGE)	332
16.9	Exercices du chapitre 16	333
17	Corrélations de transfert de chaleur	337
17.1	Nombres adimensionnels	337
17.2	Corrélations de la littérature	337
17.2.1	Ecoulements externes : convection forcée	337
17.2.2	Ecoulements internes : convection forcée	340
17.2.3	Ecoulements externes : convection naturelle	342
17.2.4	Ecoulements internes : convection naturelle	344
III	Transfert de chaleur par rayonnement	347
	Liste des Symboles Rayonnement	349
18	Introduction	353
19	Définitions relatives au rayonnement thermique	355
19.1	Introduction	355
19.2	Angle Solide	355
19.3	Grandeurs caractéristiques	357
19.3.1	Grandeurs énergétiques relatives à l'émission	357
19.3.1.1	Luminance	357
19.3.1.2	Emittance	358
19.3.1.3	Intensité	359
19.3.2	Grandeurs énergétiques relatives à la réception	360
19.4	Facteurs de forme	361

19.4.1	Géométrie des surfaces	362
19.4.2	Facteur de forme élémentaire	362
19.4.3	Facteur de forme entre un élément de surface et une surface	363
19.4.4	Facteur de forme entre deux surfaces	364
19.4.5	Exemples de calculs de facteur de forme entre deux surfaces	365
19.4.5.1	Cas générique de deux lanières élémentaires parallèles	365
19.4.5.2	Cas de deux plans inclinés formant un dièdre d'angle α	366
19.4.5.3	Cas de deux plans parallèles de longueur finie	367
19.4.5.4	Cas de deux plans perpendiculaires de longueur finie	368
19.4.6	Table des facteurs de forme	370
19.4.6.1	Élément de surface par rapport à une sphère	370
19.4.6.2	Élément lanière de longueur infinie parallèle à un cylindre de longueur infinie	370
19.4.6.3	Élément lanière de longueur finie parallèle à un rectangle de longueur finie	370
19.4.6.4	Élément lanière de longueur finie perpendiculaire à un rectangle de longueur finie	371
19.4.6.5	Élément lanière de longueur finie parallèle à un cylindre de longueur finie	371
19.4.6.6	Deux disques parallèles co-axiaux	372
19.4.6.7	Deux rectangles perpendiculaires de même longueur, ayant une arête commune	373
19.4.6.8	Deux rectangles identiques en vis à vis	374
19.4.6.9	Deux cylindres concentriques de même longueur L	375
19.4.6.10	Deux plaques parallèles de même largeur w et de longueur infinie	376
19.4.6.11	Plaque de largeur $b - a$ et de longueur infinie parallèle à un cylindre de longueur infinie	376
19.4.6.12	Deux cylindres de longueur infinie et de même rayon	376
19.4.7	Algèbre des facteurs de forme	377
19.4.7.1	Relations entre les facteurs de forme	377
19.4.7.2	Nombre de facteurs de forme à déterminer	378
19.4.7.3	Relations de Symétrie	378
19.5	Exercices du chapitre 19	380
20	Emission de surfaces opaques	385
20.1	Introduction	385
20.2	Rayonnement du corps noir	385
20.2.1	Répartition spectrale : loi de Planck	385
20.2.2	Approximations de la loi de Planck	388
20.2.3	Lois réduites	388
20.2.4	Loi de Stefan	390
20.2.5	Applications	392
20.3	Rayonnement Solaire	394

20.3.1	Rayonnement solaire direct	395
20.3.2	Rayonnement diffus	399
20.3.3	Comparaison avec des données expérimentales	400
20.4	Rayonnement émis par les surfaces réelles	400
20.4.1	Emissivité monochromatique directionnelle	402
20.4.2	Emissivité monochromatique hémisphérique	404
20.4.3	Emissivité totale directionnelle	404
20.4.4	Emissivité totale hémisphérique	404
20.4.5	Emission du corps gris et émission isotrope	405
20.5	Exercices du chapitre 20	406
21	Interaction d'un champ de rayonnement avec la matière	411
21.1	Introduction	411
21.2	Surfaces opaques	411
21.2.1	Absorption	412
21.2.1.1	Coefficient d'absorption monochromatique directionnel	412
21.2.1.2	Coefficient d'absorption total directionnel	413
21.2.1.3	Coefficient d'absorption monochromatique hémisphérique	413
21.2.1.4	Coefficient d'absorption total hémisphérique	413
21.2.2	Loi de Kirchhoff	413
21.2.2.1	Relation entre les facteurs spectraux directionnels	413
21.2.2.2	Relation entre les facteurs totaux	414
21.2.2.3	Relation entre les facteurs hémisphériques	414
21.2.3	Réflexion	415
21.2.3.1	Coefficient de réflexion monochromatique bi-directionnel	415
21.2.3.2	Coefficients de réflexion monochromatiques directionnel-hémisphérique et hémisphérique-directionnel	417
21.2.3.3	Coefficient de réflexion monochromatique bi-hémisphérique	417
21.2.3.4	Coefficient de réflexion total bi-directionnel	418
21.2.3.5	Coefficient de réflexion total directionnel-hémisphérique et hémisphérique-directionnel	419
21.2.3.6	Coefficient de réflexion total hémisphérique	420
21.2.4	Relations entre l'émissivité, l'absorptivité et la réflectivité pour les surfaces opaques	421
21.2.5	Notions sur les propriétés radiatives des surfaces opaques	422
21.2.5.1	Introduction : théories de J. Maxwell et de la physique des solides	422
21.2.5.2	Isolants	423
21.2.5.3	Conducteurs	424
21.2.5.4	Détermination des facteurs pour les surfaces réelles	426
21.3	Milieux semi-transparents	427
21.3.1	Introduction	427
21.3.2	Atténuation de la luminance par absorption	428

21.3.3	Augmentation de la luminance par émission propre	430
21.3.4	Phénomènes de diffusion	431
21.4	Applications	432
21.4.1	Calcul du coefficient de transmission du verre	432
21.4.2	Prédiction des facteurs d'absorption, de réflexion et de transmission d'une lame de verre	433
21.4.3	Equilibre radiatif de surfaces réelles	436
21.4.3.1	Exemple préliminaire : surfaces noires recevant le flux solaire	436
21.4.3.2	Surfaces sélectives froides	438
21.4.3.3	Surfaces sélectives chaudes	439
21.4.3.4	Effet de serre : capteur solaire	439
21.5	Exercices du chapitre 21	442
22	Transferts radiatifs entre surfaces	445
22.1	Introduction	445
22.2	Transferts thermiques dans les enceintes composées de surfaces noires	445
22.3	Méthode des radiosités	447
22.3.1	Relations de base	447
22.3.2	Résolution du problème direct	448
22.3.3	Résolution du problème inverse	449
22.3.4	Résolution du problème mixte	450
22.3.5	Méthode analogique	452
22.3.5.1	Eléments de base	452
22.3.5.2	Illustration	454
22.4	Méthode de Gebhart	455
22.4.1	Calcul des facteurs de Gebhart	456
22.4.2	Bilans d'énergie	458
22.5	Applications	459
22.5.1	Corps isotherme percé d'un trou : méthode des radiosités	459
22.5.2	Corps noir de laboratoire : méthode des radiosités	460
22.5.3	Plaques parallèles d'extension infinie : méthode des radiosités	461
22.5.4	Cas de deux plans infinis : méthode de Gebhart	462
22.5.5	Cas de deux disques co-axiaux : méthode de Gebhart	462
22.6	Transferts radiatifs dans une enceinte composée de surfaces grises par bandes	463
22.6.1	Extension de la méthode des radiosités spectrales	463
22.6.2	Application au problème des deux plans parallèles gris par bandes	466
22.7	Transferts radiatifs dans une enceinte composée de surfaces opaques et de milieux semi-transparents	468
22.7.1	Méthode des radiosités modifiée dans le cas de comportement gris	469
22.7.2	Transferts radiatifs dans les enceintes composées de surfaces opaques et de milieu semi-transparents gris par bandes	470
22.7.3	Applications	471
22.8	Exercices du chapitre 22	476