

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB BLIDA 1

FACULTE DE TECHNOLOGIE

Département de mécanique



MEMOIRE

Présenté au Département de Mécanique

Pour l'obtention du diplôme de

MASTER en Conception Mécanique

THEME

**Assemblage des tôles par rivets par un robot à
effecteur**

Présenté par

Mlle. KHELOUFI Hadjer

Encadré par :

Pr. OUALI Mohammed

Mr. OSMANI El-Hadi

2016 / 2017

REMERCIEMENTS

Ce travail entre dans les thèmes proposés au sein du laboratoire de recherche "structures Mécaniques" du département mécanique, université de Blida 1.

Les travaux exposés dans ce mémoire ont été réalisés sous la direction du professeur Mohammed OUALI, Monsieur El-Hadi OSMANI.

Dont je souhaite leur exprimer toute ma reconnaissance

Merci pour leurs précieux conseils scientifiques, leurs compétences, leurs nombreuses relectures, et pour la confiance qu'ils m'ont accordée

Je remercie Monsieur TEMMAR, Monsieur MEGHATRIA et Monsieur MEGHRAOUI d'avoir accepté de participer à ce jury de mémoire.

Enfin, je remercie infiniment, mes chers parents, mes sœurs et mes frères de m'avoir supportée et encouragée au cours de ces années d'étude. Merci à toute ma famille.

Table des matières

Introduction générale 1

Chapitre 1 : Généralités sur les Assemblages et les Robots

1.1. Introduction 3

1.2. Chaudronnerie..... 3

1.2.1.Assemblage 4

1.2.1.1.Définition 4

1.2.1.2.Types d’assemblage 4

1.2.2. Le Rivetage 5

1.3. Définition 6

1.4. Constituants mécanique des robots 6

1.5. Définitions 8

1.5.1. Articulations 8

1.5.2. Espace articulaire 9

1.5.3. Espace opérationnel 9

1.5.4. Redondance 9

1.5.5. Configurations singulières 9

1.6. Choix de nombre de degrés de liberté d’un robot 9

1.7. Morphologies des robots manipulateurs 10

1.8. Caractéristiques d’un robot manipulateur 12

1.9. Conclusion..... 12

Chapitre 2 : Modélisation des robots manipulateurs

2.1. Introduction 13

2.2. Matrice de transformation homogène 13

2.3. Description d’un solide dans l’espace..... 18

2.4. Description de la géométrie du robot (paramètre de Denavit-Hartenberg)..... 18

2.5. Modélisation géométrique 21

2.5.1. Modèle géométrique direct (MGD) 21

2.5.2. Modèle géométrique invers (MGI)	22
2.6. Modélisation cinématique	23
2.6.1. Modèle cinématique directe (MCD).....	23
2.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI).....	25
2.7. Modélisation dynamique.....	26
2.7.1. Définition	26
2.7.3. Formalisme de Newton-Euler	29
2.8. Conclusion.....	30

CHAPITRE 3 : Modélisation de le l'interaction entre le robot et son environnement

3.1. Introduction	31
3.2. Déformation plastique	32
3.3. Essai de compression.....	33
3.4. Forces et allègement	34
3.4.1. Calcule de la force	34
3.5. Conclusion.....	35

Chapitre 4 : Généralités sur les Assemblages et les Robots

4.1. Introduction	36
4.2. Description du robot à effecteur	36
4.3. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot à effecteur marteau pneumatique	38
4.4. Modèle géométrique direct, Organigramme de calcul	38
4.4.1. Résultats de calcul du MGD	40
4.5. Modèle géométrique inverse, Algorithme de calcul	41
4.5.1. Résultats de calcul du MGI.....	42
4.6. Modèle cinématique inverse, Algorithme de calcul	43
4.6.1. Algorithme de calcul du MCI du premier ordre	43
4.6.1.1. Résultats de calcul du MCI du premier ordre	44
4.6.2. Algorithme de calcul du MCI du second ordre	46
4.6.2.1. Résultats de calcul du MCI du seconde ordre.....	46

4.8. Validation du programme 47
4.7. Modèle dynamique inverse, Algorithme de calcul 51
 4.7.1. Résultats de calcul du MDI 52
4.8. Paramètres Inertielle de robot à effecteur à 4ddl 53
4.9. Conclusion53

Conclusion générale

Conclusion générale54

Table des figures

Figure 1. 1: Différentes techniques d'assemblage par déformation plastique : (a) rivetage auto poinçonneur (coupe), (b) rivetage, (c) clinchage à point rond, (d) clinchage à point carré	4
Figure 1. 2: Procédé de rivetage.....	5
Figure 1. 3: Chaîne ouverte Simple.....	7
Figure 1. 4: Chaîne ouverte	7
Figure 1. 5: Chaîne fermée arborescente.....	7
Figure 1. 6: Articulation rotoïde.....	8
Figure 1. 7: Articulation prismatique	8
Figure 1. 8: Structure d'un manipulateur à poigné rotule	10
Figure 1. 9: Architectures des porteurs (d'après [Milenkovic 83]).....	11
Figure 1. 10: Architecture des poignets (d'après [Delignières 87]).....	12

Figure 2. 1: Représentation d'un point.....	14
Figure 2. 2: Schéma de transformation homogène.....	15
Figure 2. 3: Transformation de rotation pure autour de X	16
Figure 2. 4: Transformation de Rotation pure autour de Y	16
Figure 2. 5: Transformation de Rotation pure autour de Z	17
Figure 2. 6: Transformation de translation pure.....	17
Figure 2. 7: Robot à structure ouverte simple	19
Figure 2. 8: Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple.....	19

Figure 3. 1 : Assemblage d'une tôle en aluminium avec ossature en acier par un rivet en aluminium.....	31
Figure 3. 2: Courbes traction compression.....	32
Figure 3. 3: Eprouvette comprimée	33
Figure 3. 4: Courbe contrainte déformation.	33
Figure 3. 5: Courbe contrainte déformation	33
Figure 3. 6: Déformation progressive du rivet	34
Figure 3. 7: Force désirée progressive	35
Figure 3. 8: Force désirée avec choc	35

Figure 4. 1: Robot à effecteur	37
Figure 4. 2: Bras manipulateur à quatre axes suspendu	37
Figure 4. 3: Paramètres géométriques	38
Figure 4. 4: Organigramme de calcul de MGD.....	39

Figure 4. 5: Les quatre déplacements articulaires q_i	42
Figure 4. 6: Profile de la trajectoire de l'organe terminal (Espace Opérationnelle)	44
Figure 4. 7: Profil de la vitesse désirée de l'OT	44
Figure 4. 8: Les vitesses d'orientations dans l'articulation 1, 2, 3 et 4.....	45
Figure 4. 9: Variation de l'accélération désirée	46
Figure 4. 10: Variation des accélérations articulaires	47
Figure 4. 11: Robot plan à 2 ddl.....	48
Figure 4. 12: Etats initiaux et finaux d'un bras plan rotation de 90° $t=0,5$ seconde.....	48
Figure 4. 13: Positions, vitesses et accélérations des articulations 1 et 2 du bras à 2 ddl.....	49
Figure 4. 14: Couples des articulations d'un mécanisme à 2ddl.....	50
Figure 4. 15: résultat obtenu des couples dans les deux cas.....	52

Liste des tableaux

Tableau III. 1: Propriété mécanique des matériaux.....	34
Tableau IV. 1: Paramètres géométriques.....	38
Tableau IV. 2: les paramètres de D.H pour un bras à 2ddl.....	49

Liste des symboles

ρ	: Densité	k/m^3
E	: Module de Young	Pa
μ	: Coefficient de poisson	
Pa	: Pascal	
AFNOR	: Association Française de Normalisation	
R	: Rotoïde	
P	: Prismatique	
SCARA	: Selective Compliance Assembly Robot Arm	
OT	: Organe terminal	
DH	: Denavit-Hartenberg	
MGD	: Modèle Géométrique Direct	
GI	: Géométrie Inverse	
CD	: Cinématique Direct	
J	: Matrice Jacobéenne	
CI	: Cinématique Inverse	
DI	: Dynamique Inverse	
μm	: Micromètre	
N	: Newton	
DDL	: Degré De Liberté	
IP	: Indice de Performance	
q	: Coordonnée articulaire rad	
dq	: Vitesse articulaire	rad/s
ddq	: Accélération articulaire	rad/s^2
C	: Couple articulaire	$N.m$
IP	: Indice de performance	

ملخص

التجميع بالبراشم بدون استعمال فعل الحرارة ، يستخدم على نطاق واسع في الصناعة لكونه وسيلة موثوقة جدا، لأنه يعد نقطة مهمة في هذا المجال لجودته و قلة التكاليف بالمقارنة مع نوع آخر من التجميع ولكن تحقيق هذا النوع من التجميع يهدد سلامة وصحة العمال، لهذا السبب اقترحنا في هذا العمل استبدال هذه العملية من قبل مناور روبوت.

هذا العمل يتطرق إلى العديد النماذج ، مثل :نمذجة هندسية، نمذجة حركية و نمذجة ديناميكية ولوضع البرشام ندرس في هذا العمل: تطبيق الحمولة مباشرة مع التقديمية، والثاني هو تطبيق قوة الصدمة.

الكلمات المفتاحية: الروبوت، نمذجة، التشوه.

Résumé

L'assemblage du rivet par déformation à froid est très utilisé en chaudronnerie. Cette liaison est un moyen très fiable du point de vue cout-qualité par rapport aux autres types d'assemblage mais la réalisation de cet assemblage menace la sécurité et la santé des ouvriers,

Pour ces raisons-là, nous allons proposer dans notre travail son remplacement par un robot manipulateur.

L'intérêt de notre travail consiste à modéliser le bras par plusieurs modèles à savoir MGD, MGI, MCD, MCI, MDI pour ce dernier nous avons utilisé la méthode de Newton-Euler, nous allons étudier le mode de déformation de rivet : en premier lieu, l'application de la charge directement et progressive, et en second lieu, l'application d'une force avec choc.

Finalement nous allons appliquer cette étude sur un robot à 4 axes afin d'effectuer une comparaison entre les deux modes.

Mots clés : robots, modélisation, déformation, rivets.

Abstract

Riveting by cold forming is widely used in the metal fabrication industry, this connection is very reliable means from the point of view of quality, compared to the other type of assembly but the realization of this assembly threatens is safety and health of the workers, from which we proposed in this work to replace this work by a robot manipulator.

The present work consists of modeling the arm by several models: MGD, MGI, MCD, MCI, MDI for the latter we used the Newton-Euler method, the rivet deformation mode are studied in this work: in first the application of the load directly and progressively, the second is the application of a force with shock.

Finally, we apply this study to a robot with 4 axes and finally we compare the two modes.

Keys words: Robots, modeling, deformation, rivets.

Introduction

Générale

Introduction générale – Etat de l’art

La chaudronnerie a connu ces dernières années une évolution importante dans les techniques de réalisation des formes compliquées et aussi les moyennes d’obtention de ces formes. La chaudronnerie couvre plusieurs domaines de l’industrie telle que la fabrication de moyens de transport, aérospatiale etc.

Plusieurs techniques ont été utilisées dans la chaudronnerie à savoir : L’assemblage par boulonne, par soudure, par rivet, etc.

Dans notre étude on s’intéresse à l’assemblage par rivet et en particulier les rivets en Aluminium déformés à froid, utilisés pour les tôles en Aluminium. Cette possibilité d’assemblage, pour les tôles en Aluminium, offre un grand avantage par rapport aux autres techniques d’assemblage tel que la sécurité de fixation, économique, cadences de production élevées, assemblage de matières différentes et d’épaisseurs différentes, assemblage résistants au phénomène de fatigue [1]. Cette technique est utilisée pour la réalisation des panneaux avant des savoyards dans l’usine de montage des remorques RANDON dans le complexe industriel de CEVITAL de LARBAA Blida.

Malgré les avantages de ces techniques, elle a des inconvénients : travail pénible pour les ouvriers (236 rivets par panneau), dégage un son insupportable pendant l’opération de l’assemblage, d’où l’idée de remplacer cette tâche par un robot manipulateur a quatre axes.

Nous avons choisi pour cette tache un robot manipulateur dont sa base est suspendue sur une ossature qui permet d’effectuer cette tâche avec une structure optimale. Afin de fixer le rivet nous avons opté pour les solutions suivantes :

- Le manipulateur va générer une série de chocs pour donner la forme bombée aux deuxièmes têtes du rivet.
- Le manipulateur va générer une seul actionne pour donner la forme bombée aux deuxièmes têtes du rivet.
- L’organe terminal de manipulateur est équipée par un marteau pneumatique ce marteau va générer un série de choc pour donner la forme bombée aux deuxièmes têtes de rivet.

Le phénomène de contact d’un robot avec son environnement est un problème très délicat, lorsque l’effecteur en mouvement entre en contact avec une surface rigide ou

déformable, et lorsque la chaîne cinématique du robot est fermée sur l'environnement et du fait de la raideur de l'ensemble de faible variation qui se positionne comme point terminal peut enduire des efforts élevés. Par conséquent, un système de commande d'une chaîne cinématique ouvert et parfaitement stable lors du mouvement dans l'espace libre peut devenir instable en présence d'un contact, et peut endommager le robot ou son environnement.

La déformation plastique, tête du rivet déformé plastiquement, est un phénomène complexe non linéaire. Quelques travaux ont été réalisés dans cet axe tel que [2]

Dans cette étude nous allons utiliser le paramétrage de Denavit-Hartenberg pour établir le modèle géométrique direct et la méthode de Paul pour établir le modèle géométrique inverse. Les modèles cinématiques de premier et deuxième ordre sont obtenues par une méthode récursive. On va établir le modèle dynamique inverse par le formalisme de Newton Euler. Nous allons utiliser MATLAB pour construire les modèles nécessaires pour l'étude, et le SOLIDWORKS pour construire le bras manipulateur.

Chapitre 1

Généralités sur les Assemblages et les Robots

1.1. Introduction	3
1.2. Chaudronnerie	3
1.2.1.Assemblage	4
1.2.1.1.Définition	4
1.2.1.2.Types d'assemblage	4
1.2.2. Le Rivetage	5
1.3. Définition	6
1.4. Constituants mécanique des robots	6
1.5. Définitions	8
1.5.1. Articulations	8
1.5.2. Espace articulaire	9
1.5.3. Espace opérationnel	9
1.5.4. Redondance	9
1.5.5. Configurations singulières	9
1.6. Choix de nombre de degrés de liberté d'un robot	9
1.7. Morphologies des robots manipulateurs	10
1.8. Caractéristiques d'un robot manipulateur	12
1.9. Conclusion	12

1.1. Introduction :

L'industrie de la chaudronnerie est une vaste branche qui regroupe plusieurs opérations qui nous mènent à obtenir des formes de différentes manières telles que le traçage, le formage et l'assemblage.

1.2. Chaudronnerie:

La chaudronnerie est un terme générique pour désigner les opérations suivantes à froid sur les métaux : le débit, le traçage, le formage et l'assemblage. [2]

➤ **Débit :**

Il existe plusieurs procédés pour couper du métal : oxycoupage avec de l'oxygène et de l'acétylène (oxygène de coupe), découpage au plasma d'arc avec de l'air comprimé et un arc électrique, cisailage avec cisailles, cisailles à lame courte, écorcheuses ou poinçonneuses et tronçonnage.

➤ **Traçage :**

Les formes sont tracées sur la matière avant formage et assemblage par pointage.

➤ **Formage :**

Il existe deux types de déformation :

- **le roulage**, c'est-à-dire la création d'un tube à partir d'une tôle sur une machine à rouler.

- **le pliage** où on oblige la matière à prendre la forme désirée ; la plieuse peut être numérique ou manuelle.

Dans tous les cas, la déformation se fait à froid, et la taille des pièces conditionne la taille des machines. Les pièces d'épaisseur importante ne peuvent pas être pliées par toutes les machines.

Bien souvent, un recuit de recristallisation est mis en place après la déformation pour régénérer les grains de la matière affaiblie par l'opération. C'est notamment le cas pour le cuivre. Un recuit est indispensable si l'on désire le retravailler après ou le consolider.

La précision est de l'ordre de $\pm 0,5$ mm/m et 2° angulaire.

➤ **Assemblage :**

L'assemblage se fait par soudage, vissage ou rivetage.

1.2.1. Assemblage :**1.2.1.1. Définition :**

Les méthodes d'assemblage par déformation plastique regroupent les méthodes d'assemblage à froid, de produits minces dont la tenue mécanique est assurée par la déformation et l'interpénétration des composants de l'assemblage. Ces assemblages peuvent être créés sans apport de matière clinchage (Figure 1-1 c et d) ou avec apport d'un composant supplémentaire rivetage (Figure 1-1 b), rivetage auto-poinçonneur (Figure 1-1 a) [3]

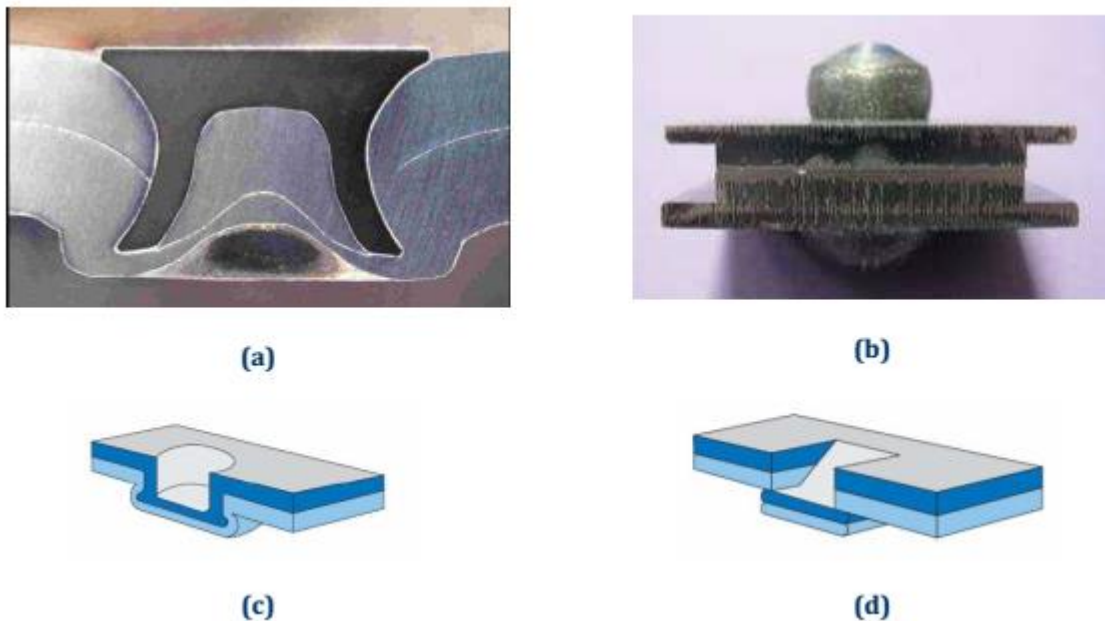


Figure 1. 1: Différentes techniques d'assemblage par déformation plastique : (a) rivetage auto poinçonneur (coupe), (b) rivetage, (c) clinchage à point rond, (d) clinchage à point carré

1.2.1.2.Types d'assemblage:

On distingue différents types d'assemblage :

- Assemblage permanent tel que soudure, certains frettages, rivetage.
- Assemblage démontable tel que goupille, clavette.
- Assemblage direct tel que Clinchage, Emboîtage élastique.
- Assemblage indirect tel qu'Anneau élastique, rivet.

1.2.2. Le Rivetage :

Principe du rivetage

Les assemblages rivetés, réalisés entre pièces minces (tôles, profilés, panneaux) sont des assemblages indémontables réalisés à l'aide de rivets.

Un rivet est un composant possédant une tige cylindrique, pleine ou creuse, et une tête dont la forme peut être variable. Lors de la mise en place du rivet, l'extrémité de la tête est refoulée mécaniquement par la bouterolle (marteau à chocs, presse, ...) pour constituer la rivure.

Les rivets peuvent être posés à froid ou à chaud :

- Les rivets posés à froid occupent, après la réalisation de la rivure, la totalité de l'espace dans le trou de passage. Une fois montés, ils constituent un obstacle au glissement et ils sont sollicités au cisaillement.
- Les rivets posés à chaud vont se rétracter lors du refroidissement. Un jeu diamétral va donc se créer dans le trou de passage et un effort important va plaquer les deux pièces l'une sur l'autre. L'assemblage obtenu se fait par adhérence et le rivet est sollicité en traction.

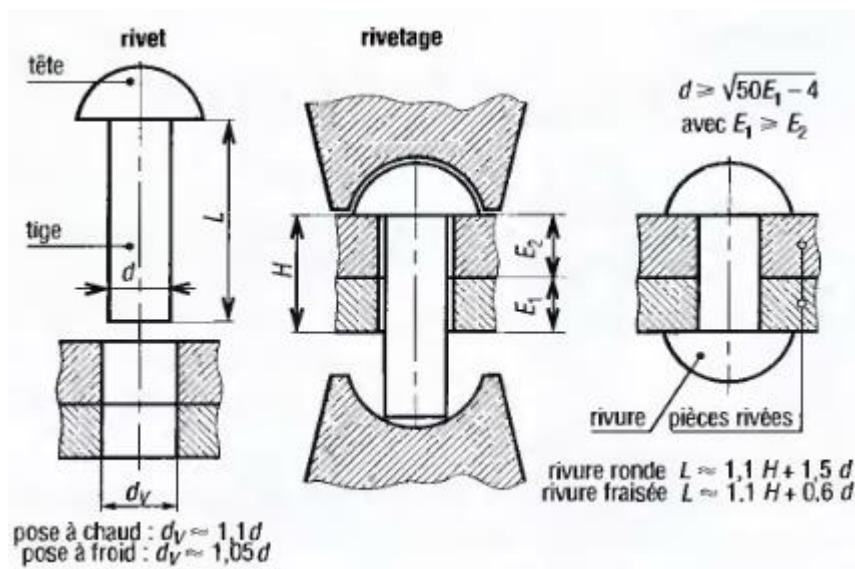


Figure 1. 2: Procédé de rivetage

1.3. Définition :

L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.) définit un robot comme étant un : système mécanique de type *manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent (i.e., à usages multiples), à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un, ou plusieurs, bras se terminant par un poignet. Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances. Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel.* [4]

1.4. Constituants mécanique des robots:

Un robot-manipulateur est constitué par deux sous-ensemble distincts, un (ou plusieurs) organe terminal(Effecteur) et une structure mécanique articulée¹, animée par des actionneurs (moteurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques, vérins linéaires ou rotatifs) à partir d'ordres élaborés par un calculateur, ce dernier reçoit des information sur l'environnement du robot pour se corrigé ou pour éviter des obstacles et donc, il sera possible de piloter des outils (de soudage, d'encollage, d'usinage, etc..) [5]

- **Organe terminal (Effecteur) :**

Le terme organe terminal est l'effecteur, qui regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétique....) ou à la transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, etc.). Il s'agit donc d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement.

Un organe terminal peut être multifonctionnel c'est-à-dire qu'il est équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel, mais interchangeable. Un robot, enfin, peut-être *multi-bras*, chacun des bras portant un organe terminal différent.

- **Structure mécanique articulé :**

Le rôle de la structure mécanique articulée est d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et

d'accélération donnée ? Son architecture est une chaîne cinématique de corps généralement rigides, ou supposés comme tels, assemblés par des liaisons appelées articulations. Les chaînes peuvent être soit ouvertes simples (figure 1.1), soit arborescentes (figure 1.2), soit fermées (figure 1.3).

Les robots-manipulateurs à chaîne ouverte simple sont les plus nombreux.

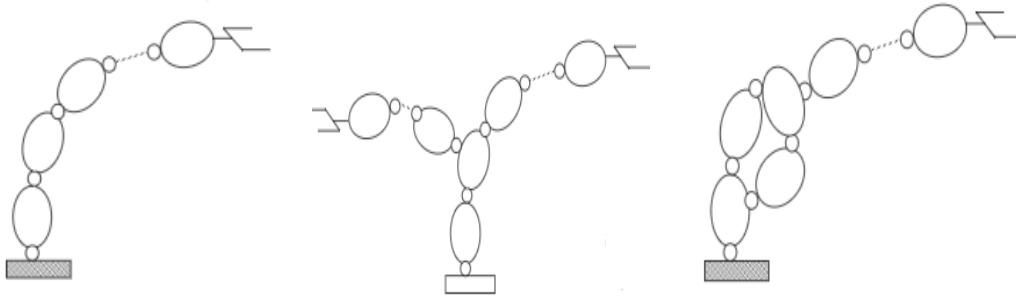


Figure 1.3: Chaîne ouverte Simple

Figure 1.1: Chaîne ouverte

Figure 1.2: Chaîne fermée arborescente

- **Actionneur :**

Un actionneur permet de modifier la configuration de la structure et de lutter contre la gravité, l'inertie et les forces extérieures, donc un actionneur est un dispositif capable de générer une force ou un couple à une vitesse variable et par conséquent, capable de modifier à chaque instant la configuration de la structure mécanique. Ces derniers traitent l'énergie primaire (électrique, hydraulique ou pneumatique), la convertissent en énergie mécanique, la transmettent aux articulations et organes de transmission et contrôlent certaines grandeurs caractérisant le mouvement : couples ou efforts, positions, vitesses. [5]

1.5. Définitions :

1.5.1. Articulations :

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degrés de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degrés de liberté résultant, encore appelé mobilité de l'articulation. La mobilité est telle que $0 \leq m \leq 6$.

Lorsque $m = 1$, ce qui est le cas le plus fréquent en robotique, l'articulation est soit rotoïde, soit prismatique.

▪ **Articulation rotoïde :**

Il s'agit d'une articulation de type pivot réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe. L'articulation rotoïde est représentée par le symbole R (figure 1.6).



Figure 1. 4: Articulation rotoïde

▪ **Articulation prismatique :**

Il s'agit d'une articulation de type glissière réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe. La figure 1.5 donne sa représentation symbolique. On la note P.



Figure 1. 5: Articulation prismatique

1.5.2. Espace articulaire :

L'espace articulaire d'un robot est celui dans lequel est représentée la situation de tous ces corps. La solution la plus simple consiste à utiliser les variables ou coordonnées articulaires. L'espace de ces variables est appelé aussi *espace des configurations*. Sa dimension N est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure mécanique.

Dans une structure ouverte (simple ou arborescente), les variables articulaires sont généralement indépendantes, tandis qu'une structure fermée impose nécessairement des relations entre ces variables.

1.5.3. Espace opérationnel :

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal (on considère donc autant d'espaces opérationnels qu'il y a d'organes terminaux). Le nombre de degrés de liberté maximal que peut avoir l'organe terminal est égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire la situation de l'organe terminal dans l'espace. Dans l'espace tridimensionnel ce nombre est de six (trois pour placer un point du corps de façon quelconque dans cet espace et trois pour orienter ce corps de façon quelconque).

1.5.4. Redondance :

Un robot est redondant lorsque le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre de degrés de liberté de l'espace articulaire (nombre d'articulations motorisées). Cette propriété permet d'augmenter le volume de domaine accessible et de préserver les capacités de déplacement de l'organe terminal en présence d'obstacles.

1.5.5. Configurations singulières :

Pour tous les robots, qu'ils soient redondants ou non, il se peut que dans certaines configurations dites *singulières*, le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit inférieur à la dimension de l'espace opérationnel.

1.6. Choix de nombre de degrés de liberté d'un robot :

Un robot non redondant doit disposer six degrés de liberté pour positionner et orienter un solide quelconque dans l'espace. Toutefois, si ce solide présente une symétrie de révolution, cinq degrés de liberté suffisent puisqu'il n'est pas nécessaire de spécifier la rotation autour de l'axe de révolution. De même, pour situer un corps dans un plan, il ne faut que trois degrés de

liberté : deux fixent les coordonnées d'un point du corps dans le plan, et le troisième détermine son orientation dans ce plan. A partir de ces constatations, on déduit que :

- Les caractéristique des solides manipulés par le robot, donc la classe de taches à réaliser, permettent de déterminer le nombre de degrés de liberté dont il doit disposer ;
- Une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'il y ait compatibilité entre le robot et la tâche et que le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit supérieur ou égale à celui de la tache ; le mécanisme peut alors placer l'organe terminal dans la situation désirée.

1.7. Morphologies des robots manipulateurs :

La structure d'un robot industriel est divisée en deux sous-groupes figure 1.8 :

- Le porteur pour le positionnement.
- L'effecteur pour l'orientation.

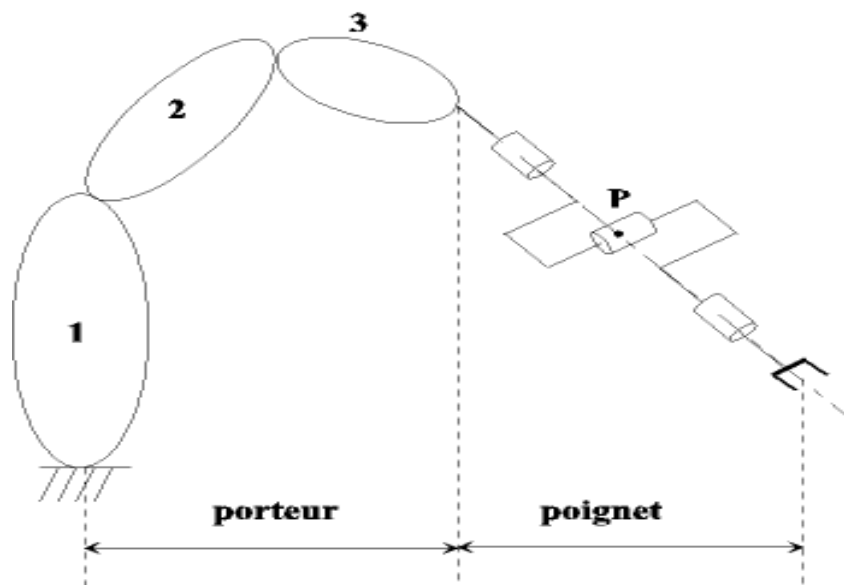


Figure 1. 6: Structure d'un manipulateur à poigné rotule

▪ **PORTEUR :**

On convient d'appeler les trois premiers degrés de liberté le *porteur du robot*. Les degrés de liberté résiduels forment le *poignet*, caractérisé par des dimensions beaucoup plus petites et une faible masse. On dénombre 36 morphologies possibles de porteur. Parmi ces

architectures, 12 seulement son mathématiquement différentes et non redondantes [Milenkovic 83].

Dans la pratique, on ne retrouve que les cinq structures suivantes :

- Les porteurs anthropomorphes (RRR), et plus précisément la première structure de cette classe dans la figure 1.7 comme par exemple les robots : STÄUBLI RX.
- Les porteurs sphériques (RRP) comme par exemple les robots : "STANFORD ARM" et PSA (BARNABE).
- Les porteurs toriques (RPR) et plus précisément la première structure de cette classe, comme par exemple les robots ACMA (H80), les robots de type SCARA (IBM, AXERA, ADEPT, ...)
- Les porteurs cylindriques (RPP) comme par exemple les robots : ACMA (TH8), AFAMA (ROV, ROH).
- Les porteurs cartésiens (PPP) comme par exemple les robots : ACMA (P80), IBM (7565), OLIVETTI (SIGMA). [1]

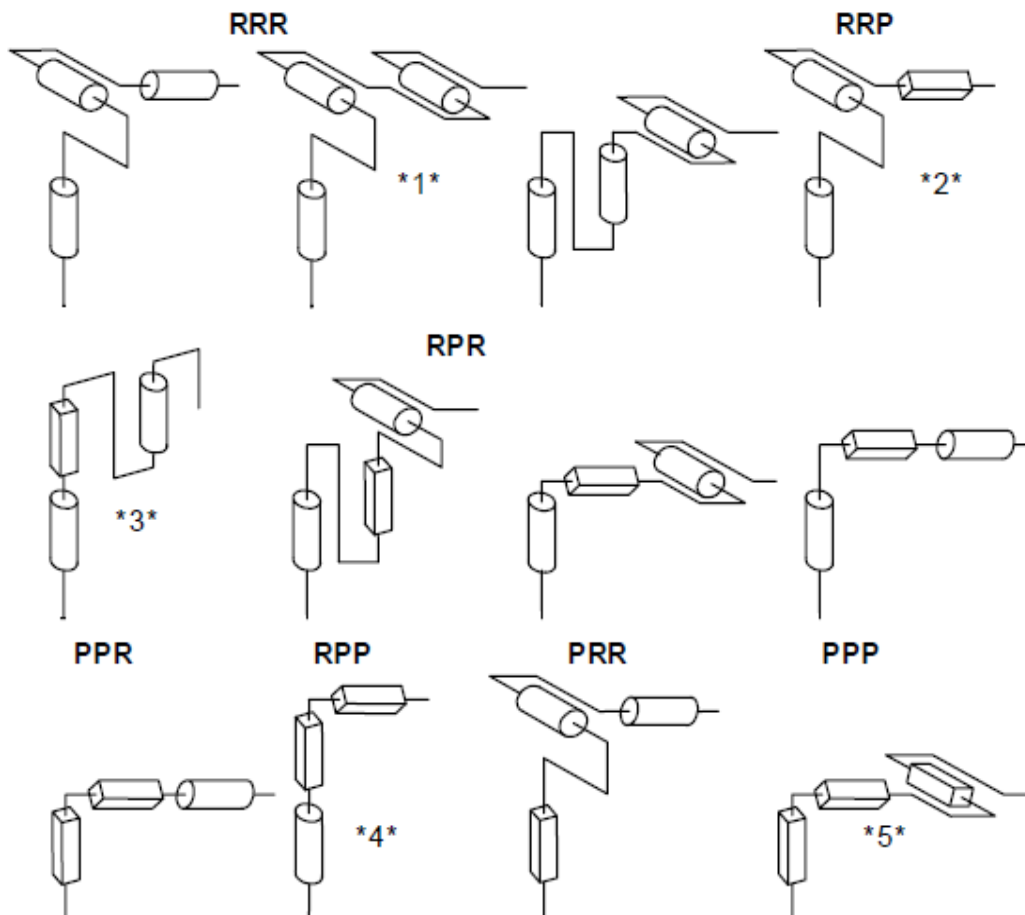


Figure 1. 7: Architectures des porteurs (d'après [Milenkovic 83])

▪ Poignet :

Les poignets de robots sont à 1, 2 ou 3 axes, qui sont dans la quasi-totalité des cas des axes de rotation. Ils ne se distinguent pas par leur structure mais par la disposition relative des axes et par les positions des moteurs et des réducteurs dans les chaînes cinématiques. [2]

On distingue donc cinq configurations schématisées sur la figure 1.8

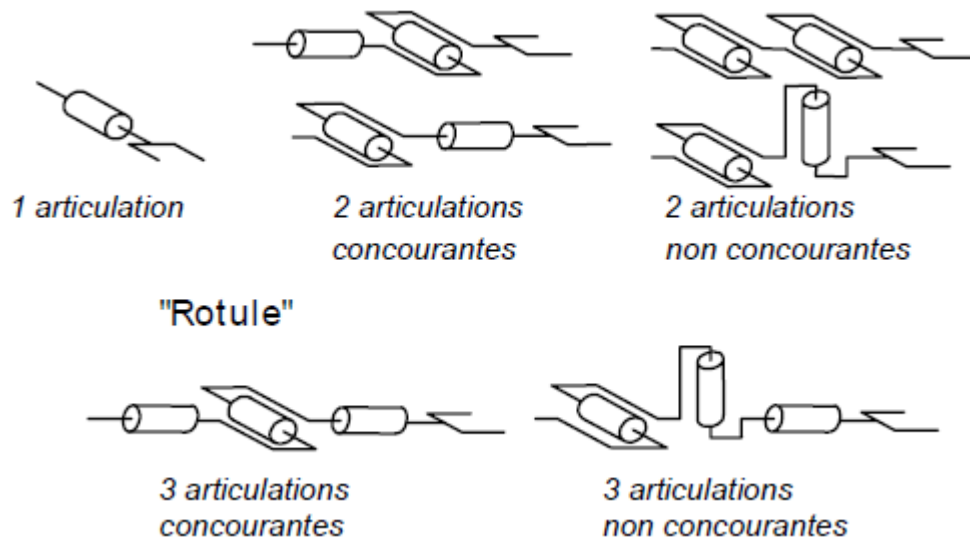


Figure 1. 8: Architecture des poignets (d'après [Delignières 87])

1.8. Caractéristiques d'un robot manipulateur : [1]

La norme ISO 9946 spécifie les caractéristiques que les fabricants de robots doivent fournir. Parmi ces caractéristiques, on peut en mentionner quelques-unes qui permettent de choisir un robot en fonction de l'application envisagée.

- L'espace de travail.
- La charge utile.
- Les vitesses et accélérations.
- La résolution.

1.9. Conclusion:

Dont le but de remplacer cette tâche d'assemblage par rivet, par un bras manipulateur on a besoin des notions de la robotique, définies dans ce chapitre, Ces dernières sont nécessaires pour la modélisation.

Chapitre 2 : Modélisation des robots manipulateurs

2.1. Introduction	13
2.2. Matrice de transformation homogène	13
2.3. Description d'un solide dans l'espace	18
2.4. Description de la géométrie du robot (paramètre de Denavit-Hartenberg)	18
2.5. Modélisation géométrique.....	21
2.5.1. Modèle géométrique direct (MGD)	21
2.5.2. Modèle géométrique invers (MGI)	22
2.6. Modélisation cinématique	23
2.6.1. Modèle cinématique directe (MCD).....	23
2.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI)	25
2.7. Modélisation dynamique.....	26
2.7.1. Définition.....	26
2.7.3. Formalisme de Newton-Euler	29
2.8. Conclusion.....	30

2.1. Introduction :

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que :

Les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot).

Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement,
- Les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse et l'accélération de l'organe terminal en fonction de la vitesse et l'accélération articulaire et inversement,
- Les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations.

En premier lieu, on va présenter certains outils mathématiques qui nous permettent de modéliser un corps quelconque dans l'espace, et notamment les systèmes multi corps. [4]

2.2. Matrice de transformation homogène : [4] [6]

La représentation d'une matrice de dimension (4x4) notée ${}^i T_j$, appelée matrice de transformation homogène est basée sur les coordonnées homogènes (figure 2.1) soit:

➤ Représentation d'un point :

On représente les coordonnées homogènes d'un point par le vecteur :

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

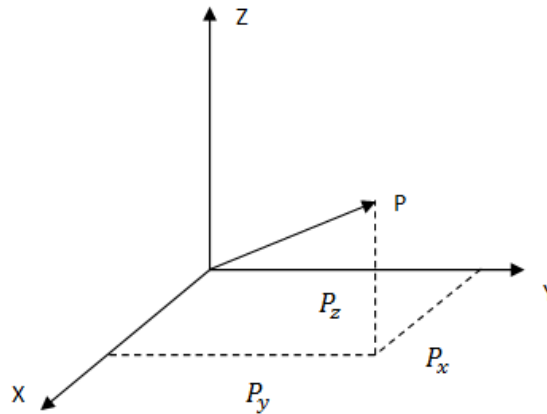


Figure 2. 1: Représentation d'un point

➤ Représentation d'un vecteur :

Cette représentation se fait par quatre composantes, quoique la quatrième soit nulle.

$$U = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Matrice de transformation : [6]

La matrice de transformation complète d'un repère R_j qui a subi des rotations et des translations par rapport à un repère R_i , peut s'écrire sous la forme générale :

$${}^i T_j = [{}^i s_j, {}^i n_j, {}^i a_j, {}^i P_j] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Cette écriture prend en compte les différents vecteurs (s, n, a) de la matrice de passage.

La matrice de transformation complète ${}^i T_j$ est la résultante d'un vecteur (3x1) de translation ${}^i P_j$ et une matrice (3x3) de rotation ${}^i A_j$.

Telle que :

$${}^i A_j = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Et :

$${}^iP_j = [P_x \quad P_y \quad P_z] \quad (2.5)$$

Où ${}^i s_j, {}^i n_j$ et ${}^i a_j$ de la matrice iA_j désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes X_j, Y_j et Z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i et iO_j est l'origine du repère R_j exprimé dans le repère R_i .

Les éléments de la matrice iA_j sont appelés les **cosinus directeurs**, car ils représentent les coordonnées des trois vecteurs de la base R_j exprimés dans R_i . Par définition, les colonnes de R sont orthogonales entre elles et par conséquent la connaissance de deux colonnes suffit.

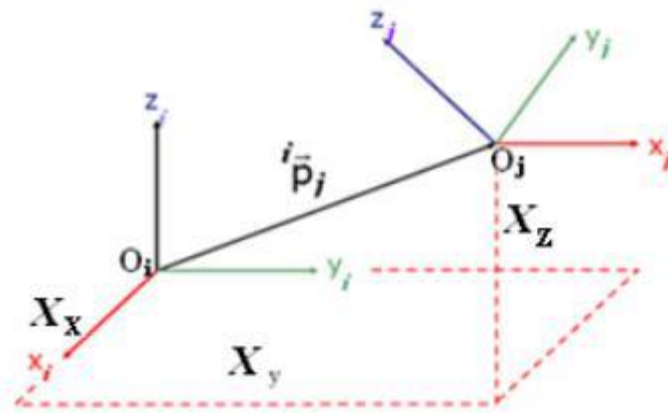


Figure 2. 2: Schéma de transformation homogène

➤ Matrice de transformation à rotation pure autour des axes principaux :

Soient $\text{Rot}(X, 0)$, $\text{Rot}(Y, 0)$ et $\text{Rot}(Z, 0)$ qui sont des rotations (les figures ci-dessous), les composants des vecteurs unitaires ${}^i s_j, {}^i n_j$ et ${}^i a_j$ portés respectivement par les axes X_j, Y_j et Z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i .

➤ Rotation autour de X:

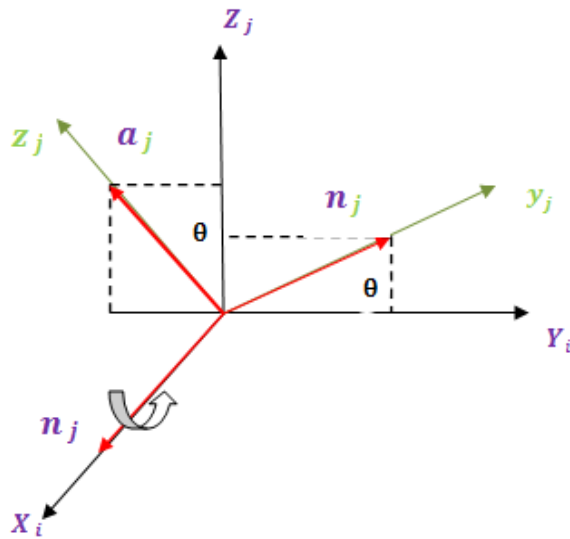


Figure 2. 3: Transformation de rotation pure autour de X

$$\text{Rot}(\theta, X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

➤ Rotation autour de Y:

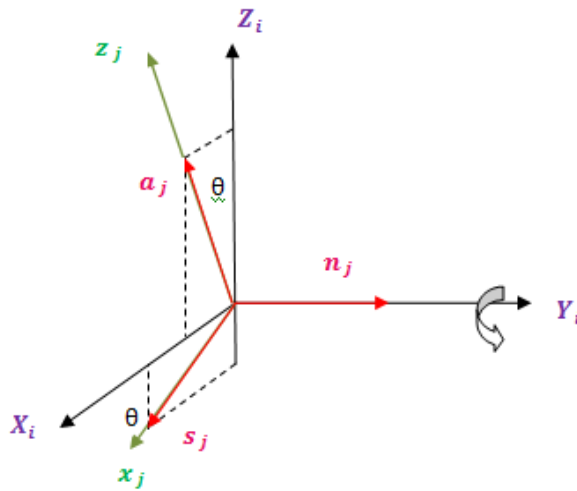


Figure 2. 4: Transformation de Rotation pure autour de Y

$$\text{Rot}(\theta, Y) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

➤ Rotation autour de Z :

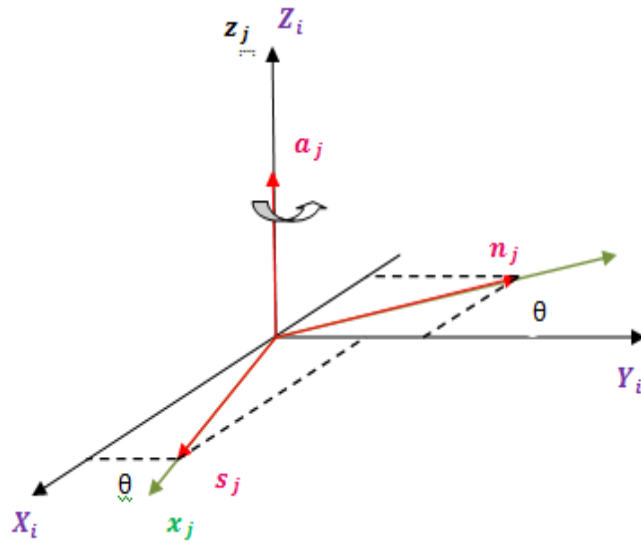


Figure 2. 5: Transformation de Rotation pure autour de Z

$$\text{Rot}(\theta, Z) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

➤ Matrice de transformation à translation pure :

Soit **Trans (a, b, c)** une transformation **a**, **b**, et **c** qui désigne respectivement une translation le long des axes **X**, **Y**, et **Z**.

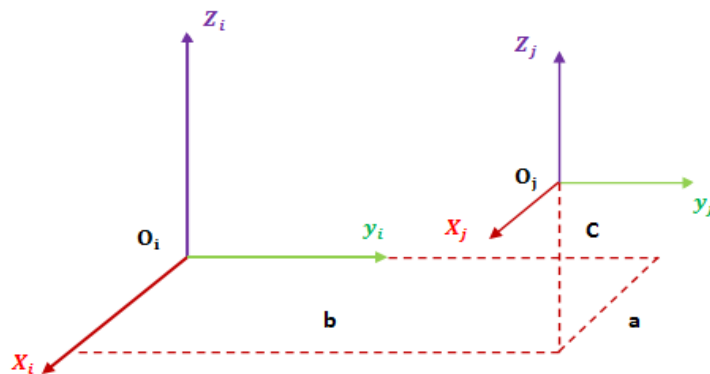


Figure 2. 6: Transformation de translation pure

La matrice de translation pure s'écrit :

$$\text{Trans (a,b,c)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.3. Description d'un solide dans l'espace :[7]

Un solide S 'est dit *indéformable* si pour toute paire de points de ce solide de coordonnées m et n , $\|m(t) - n(t)\| = \|m(0) - n(0)\|$ est constante au cours du temps.

La situation d'un solide S est donnée par trois coordonnées de *position* + trois coordonnées d'*orientation* d'un repère R lié à ce solide par rapport à un autre repère de référence.

➤ Rotation :

La rotation peut s'exprimer soit par *les angles d'Euler*, ou bien par *les angles de Roulis-Tangage-Lacet*, Quelle que soit la représentation utilisée, ces paramètres permettent de définir une matrice de rotation unique.

➤ Position :

La position peut être définie par les coordonnées *cartésiennes*, *sphériques* ou *cylindriques*.

Le choix de ces paramètres se fait en fonction des caractéristiques du manipulateur et de celles de la tâche à réaliser.

2.4. Description de la géométrie du robot (paramètre de Denavit-Hartenberg) :[4]

Une structure ouverte simple est composée de $n+1$ corps notés C_0, \dots, C_n et de n articulations.

Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n le corps qui porte l'organe terminal.

L'articulation j connecte le corps C_j au corps C_{j-1} .

La méthode de description est fondée sur les règles et conventions suivantes :

- les corps sont supposés parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité), soit rotoïdes, soit prismatiques.
- le repère R_j est lié au corps C_j .
- La variable de l'articulation j est notée q_j .

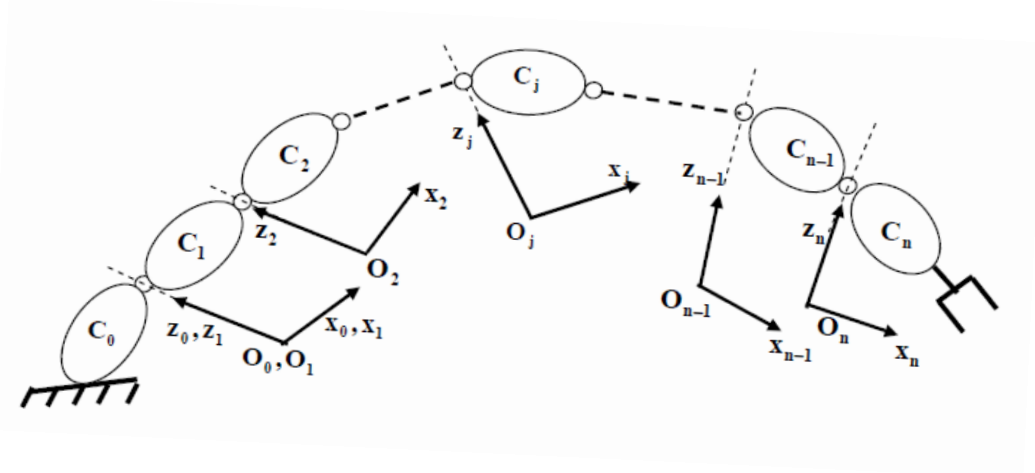


Figure 2. 7: Robot à structure ouverte simple

Le repère R_j , fixé au corps C_j , est défini de sorte que :

- l'axe Z_j est porté par l'axe de l'articulation j
- l'axe X_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes Z_j et Z_{j+1} . Si les axes Z_j et Z_{j+1} sont parallèles ou colinéaires, le choix de X_j n'est pas unique : des considérations de symétrie ou de simplicité permettent alors un choix rationnel.

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j s'exprime en fonction des quatre paramètres géométriques suivantes (figure 2) :

- α_j : angle entre les axes Z_{j-1} et Z_j correspondant à une rotation autour Z_{j+1} .
- d_j : distance entre Z_{j-1} et Z_j le long de X_{j-1} .
- θ_j : angle entre les axes X_{j-1} et X_j correspondant à une rotation autour Z_j .
- r_j : Distance entre X_{j-1} et X_j le long de X_j .

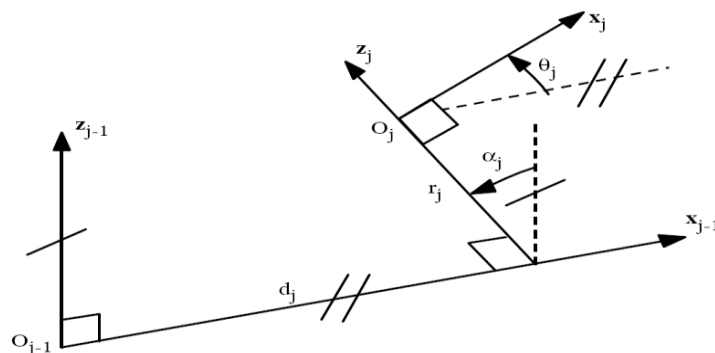


Figure 2. 8: Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple

Soit q_j la variable d'articulation associée à la $j^{\text{ème}}$ articulation est soit θ_j ou r_j respectivement articulations de type rotoïde ou prismatique:

$$q_j = \bar{\sigma}_j \theta_j + \sigma_j r_j$$

Avec :

$\sigma_j = 0$ Si l'articulation est rotoïde.

$\sigma_j = 1$ Si l'articulation est prismatique.

Et enfin la matrice de transformation définissant le repère R_j dans le repère R_{j-1} est donnée par :

$${}^{j-1}T_j = \text{Rot}(X, \alpha_j) \text{Trans}(X, d_j) \text{Rot}(Z, \theta_j) \text{Trans}(Z, r_j)$$

$${}^{j-1}T_j = \begin{bmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Avec : $C\theta_j = \text{Cos}(\theta_j)$ et $S\theta_j = \text{Sin} \theta_j$

2.5. Modélisation géométrique :

Le modèle géométrique donne la relation entre les variables opérationnelles \mathbf{X} qui représentent la position/orientation de l'organe terminal et les variables articulaires \mathbf{q} qui représentent les translations et les rotations des liaisons articulaires du robot. Le vecteur des variables opérationnelles est défini par la matrice :

$$\mathbf{X} = [Px, Py, Pz, Sx, Sy, Sz, nx, ny, nz, ax, ay, az]$$

Dont le vecteur position de l'origine du repère lié à l'organe terminal par rapport au repère fixe $R(0_0 ; X_0, Y_0, Z_0)$ est :

$$P = [P_x \quad P_y \quad P_z]^T$$

Et la matrice d'orientation de l'organe terminal exprimée par les cosinus directeurs est :

$$A = [sna] = {}^i A_j = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}$$

Le modèle géométrique direct donne les variables opérationnelles \mathbf{X} en fonction des variables articulaires \mathbf{q} : $\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$.

Le modèle géométrique inverse donne les variables articulaires \mathbf{q} en fonction des variables opérationnelles \mathbf{X} : $\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{X})$.

2.5.1. Modèle géométrique direct (MGD) :

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un bras manipulateur exprime la situation de son OT (organe terminale) en fonction de sa configuration: [4]

$$\begin{cases} \mathbf{f}: N \rightarrow M \\ \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \end{cases} \quad (2.11)$$

Le calcul du MGD consiste donc à exprimer la position du point $n+1$ et l'orientation du repère \mathbf{R}_n lié à l'OT, en fonction de sa configuration. Il faut pour cela multiplier entre elles les matrices de passage homogènes successives reliant le repère \mathbf{R}_0 lié au bâti au repère \mathbf{R}_n lié à l'OT :

$${}^0 T_n = {}^0 T_1 \times {}^1 T_2 \times {}^2 T_3 \times \dots \times {}^{n-1} T_n \quad (2.12)$$

Les variables articulaires d'une structure mécanique sont des angles de rotation et des distances de translations des liaisons rotoïdes et prismatiques.

2.5.2. Modèle géométrique invers (MGI) : [8] [9]

Le (MGI) d'un bras manipulateur permet d'obtenir la configuration de l'espace articulaire correspond à une situation de l'OT donnée. Un MGI est donc tel que :

$$\begin{cases} f: M \rightarrow N \\ : x \rightarrow q = f^{-1}(q) \end{cases} \quad (2.13)$$

La résolution du MGI, c'est-à-dire l'existence d'un nombre fini de solutions, est fondamentale en matière de conception. Supposons que la situation P d'un bras manipulateur à n liaisons soit exprimée par un nombre m minimal de paramètres. Supposons par ailleurs que P soit une situation accessible par le bras manipulateur, c'est-à-dire que la situation appartient à l'espace de travail. Alors (dans la majorité des cas) :

- si $n < m$, il n'existe pas de solution au modèle géométrique inverse (MGI).
- si $n = m$, il existe un nombre fini de solutions en dehors de certaines configurations, appelées configurations singulières.
- si $n > m$, il existe une infinité de solutions.

Et seul le calcul du MGI qui permet de connaître le nombre de solutions.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le modèle géométrique inverse telles que :

- la méthode de *Paul* [Paul 81] basée sur le pré multiplication successive des deux membres de l'équation : ${}^0T_n = {}^0T_1 \times {}^1T_2 \times {}^2T_3 \times \dots \times {}^{n-1}T_n$ par les matrices ${}^nT_{n-1}$ pour n variant de 1 à $n-1$ ce qui nous permet de isoler les variables articulaires l'une après l'autre et faire l'identification terme à terme pour déterminer ces variables.
- la méthode de *Peiper* [Peiper 68] qui permet de traiter les robots à six degrés de liberté possédants trois articulations rotoïdes d'axes concourants ou trois articulations prismatiques.
- la méthode générale de *Raghavan et Roth* [Raghavan 90], donnant la solution générale des robots à six articulations à partir d'un polynôme de degré au plus égale à 16.

Dans le calcul du MGI, trois cas se présentent :

- a/ absence de solution lorsque la situation désirée est en dehors de la zone accessible du robot.
- b/ infinité de solutions quand le robot est redondant vis-à-vis de la tâche.
- c/ solution en nombre fini, on dit que le robot est résoluble lorsque on peut calculer toutes les configurations possibles. Ce nombre de solutions dépend de l'architecture du robot. [10]

2.6. Modélisation cinématique :

La modélisation cinématique du robot manipulateur détermine la relation entre la vitesse articulaire \dot{q} est la vitesse linéaire de l'organe terminal \dot{p} et la vitesse angulaire Ω . Le modèle cinématique est basée sur la matrice jacobéenne de base. [11]

2.6.1. Modèle cinématique directe (MCD):

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur permet d'exprimer les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires.

Il est noté :

$$\dot{x} = j(q) \cdot \dot{q} \quad (2.14)$$

Où $J(q)$ désigne la matrice jacobienne de dimension $(m \times n)$ du mécanisme.

La même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct qui donne les variations élémentaires dx des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires dq des coordonnées articulaires, soit :

$$dx = j(q) \cdot dq \quad (2.15)$$

L'intérêt de la matrice jacobienne est multiple :

- Elle est à la base du modèle différentiel inverse, permettant de calculer une solution locale des variables articulaires q connaissant les coordonnées opérationnelles x .
- En statique, on utilise le jacobéen pour établir la relation liant les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs ;
- Elle facilite le calcul des singularités et de la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot. [4]

Pour calculer les composantes de la matrice jacobéenne, on peut utiliser la méthode présentée comme suit :

\dot{p} et Ω sont les vitesses de translation et de rotation de l'organe terminal dans l'espace opérationnel données par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} = J(q) \cdot dq \quad (2.16)$$

\dot{p} : vitesse linéaire absolue de l'organe terminal par rapport à R_0 .

Ω : vitesse de rotation absolue de l'organe terminal par rapport à R_0 .

$J(q)$: matrice jacobéenne en fonction des variables articulaires de taille $(m \times n)$ avec :

m : nombre de degrés de liberté de la structure articulaire.

n : nombre de degrés de liberté de l'organe terminal.

La vitesse linéaire de l'organe terminal est déterminée par la dérivée par rapport au temps du vecteur de positionnement du robot :

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial q_i} \dot{q} \quad (2.17)$$

De (2.16) et (2.17) on a :

Les vitesses linéaires de l'organe terminal :

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_z}{\partial q_i} \dot{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_i} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Et les vitesses de rotation de l'organe terminal :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = [\bar{\sigma}_1 * a_1^0 * a_1 \dots \dots \bar{\sigma}_j * a_j^0 * a_j \dots \dots \bar{\sigma}_n * a_n^0 * a_n] * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

a_j^0 : Matrice de rotation exprimée dans le repère R_j et dans le repère R_{j-1} .

$a_j = [001]^T$: vecteur unitaire porté par l'axe Z_j de l'articulation q_j .

σ_j : Coefficient binaire de l'articulation q_j .

De (3.18) et (3.19) on aura :

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} = J(q) * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

C'est-à-dire :

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial q_1} \dots \frac{\partial p_x}{\partial q_i} \dots \frac{\partial p_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial q_1} \dots \frac{\partial p_y}{\partial q_i} \dots \frac{\partial p_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial q_1} \dots \frac{\partial p_z}{\partial q_i} \dots \frac{\partial p_z}{\partial q_n} \\ \bar{\sigma}_1 * a_1^0 * a_1 \dots \bar{\sigma}_j * a_j^0 * a_j \dots \bar{\sigma}_n * a_n^0 * a_n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

[6]

2.6.2. Modèle cinématique inverse (MCI) :

L'idée du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration q donnée, les vitesses articulaires \dot{q} qui assurent à l'organe terminal une vitesse opérationnelle X imposée. Pour obtenir le modèle cinématique inverse de notre structure, on inverse le modèle cinématique directe en résolvant un système d'équations linéaire dont la solution est donnée par la relation (2.22).

$$\dot{q} = j^{-1} * \dot{X} \quad (2.22)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = j^{-1}(q) \cdot \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \Omega \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

2.7. Modélisation dynamique :

2.7.1. Définition :

L'étude géométrique d'un robot réfère à son comportement statique, et l'étude cinématique réfère à un comportement en vitesse constante ou variable. Or, l'accélération et la décélération sont nécessaires pour atteindre la position désirée à une vitesse désirée de l'organe terminal.

Si les corps matériels sont insensibles à la vitesse ou à la position, l'accélération engendre des forces et des couples dépendants de leurs masses et de leurs formes (via l'inertie). Par ailleurs, les corps constituant le robot ne sont pas des solides parfaits. Ils peuvent se déformer sous l'action des forces d'accélération ou des forces d'origine externes. Les articulations peuvent également ne pas être parfaites : l'élasticité des butés, le frottement secs et visqueux sont souvent présents.

Si un comportement vélocité (à accélération et décélération élevées) du robot est souhaité, il est nécessaire de tenir compte de tous ces éléments en procédant à une étude dynamique du robot.

Donc le modèle dynamique du robot est la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesse et accélérations articulaires. [4]

Le robot manipulateur est généralement considéré comme un ensemble des corps supposés rigides. Le modèle dynamique d'un tel mécanisme est habituellement décrit par des équations de la forme suivante :

$$\tau = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (2.24)$$

Avec :

τ : Vecteur des couples/forces des actionneurs, pour des articulations rotoïdes et prismatiques respectivement.

\mathbf{q} : Vecteur des positions articulaires ;

$\dot{\mathbf{q}}$: Vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{\mathbf{q}}$: Vecteur des accélérations articulaires ;

\mathbf{f}_e : Vecteur représentant les efforts extérieurs (forces/moment) qu'exerce le robot sur l'environnement.

On appelle modèle dynamique inverse ou tout simplement modèle dynamique, la relation de la forme (2.24).

Le modèle dynamique directe celui qui exprime les accélérations articulaires en fonctions des positions, vitesses et couples des articulations. Il est alors représenté par la relation :

$$\ddot{q} = g(q, \dot{q}, f_e) \quad (2.25)$$

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- La simulation, qui utilise le modèle dynamique direct.
- Le dimensionnement des actionneurs.
- L'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot.
- La commande qui utilise le modèle dynamique inverse.

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique du robot. Les formalismes les plus utilisés sont :

a) Le formalisme de Lagrange, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique directe qui est utile pour la simulation et la commande.

b) Le formalisme de Newton-Euler, il est mieux adapté pour le calcul du modèle dynamique inverse que l'on utilise en commande et dimensionnement des parties mécaniques du robot.

Naturellement, les méthodes obtenues numériquement à l'aide de l'un ou de l'autre de ces formalismes sont équivalentes. Mais dans notre projet, on utilise le formalisme de Newton-Euler. [12]

➤ **Notation :**

\mathbf{a}_j : Vecteur unitaire suivant l'axe Z_j ;

F_j : Résultante de forces extérieures sur le corps C_j ;

f_j : Résultante du torseur dynamique exercé sur le corps C_j par le corps C_{j+1} ;

f_{ej} : Résultante du torseur dynamique exercé sur le corps C_j par l'environnement ;

F_{sj} : Paramètre de frottement sec de l'articulation j ;

F_{vj} : Paramètre de frottement visqueux de l'articulation j ;

g : Accélération de la pesanteur ;

G_j : Centre de gravité du corps C_j ;

I_{G_j} : Matrice d'inertie du corps C_j par rapport à un repère parallèle R_j et d'origine G_j ;

I_{a_j} : Moment d'inertie du rotor de l'actionneur j et de son réducteur ressenti par l'articulation ;

J_j^j : Matrice d'inertie du corps C_j par rapport au repère R_j , qui s'exprime par :

$$J_j^j = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & - \int xy dm & - \int xz dm \\ - \int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yz dm \\ - \int xz dm & - \int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XX_j & XY_j & XZ_j \\ YX_j & YY_j & YZ_j \\ ZX_j & ZY_j & ZZ_j \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

L_j : Vecteur liant l'origine du repère R_{j-1} , antécédent du repère R_j , et l'origine du repère R_j , égale $O_{j-1}O_j$;

M_j : Masse du corps C_j ;

MS_j : Premier moment d'inertie du corps C_j autour de l'origine du repère R_j , égale à $R_j S_j$. soit $:[MX_j MY_j MZ_j]^T$ les composantes de MS_j^j ;

M_{G_j} : Moment des efforts extérieurs exercés sur le corps C_j autour de G_j ;

M_j : Moment des efforts extérieurs exercés sur le corps C_j autour de O_j ;

m_j : Moment du torseur dynamique autour de O_j exercé sur le corps C_j par le corps C_{j-1} ;

m_{e_j} : Moment du torseur dynamique exercé par le corps C_j sur l'environnement autour de O_j ;

S_j : Vecteur ayant pour origine O_j et pour extrémité le centre de masse du corps C_j . Il est égale à $O_j C_j$;

V_j : Vitesse du point O_j ;

\dot{V}_j : Accélération du point O_j ;

V_{G_j} : Vitesse du centre de gravité du corps C_j ;

\dot{V}_{G_j} : Accélération du centre de gravité du corps C_j ;

ω_j : vitesse de rotation du corps C_j ;

$\dot{\omega}_j$: Accélération de rotation du corps C_j ;

2.7.3. Formalisme de Newton-Euler :

Les équations de Newton-Euler expriment le torseur dynamique en G_j des efforts extérieurs sur un corps j par les équations :

$$F_j = M_j \dot{V}_{G_j} \quad (2.27)$$

$$M_{G_j} = I_{G_j} \dot{\omega}_j + \omega_j (I_{G_j} \omega_j) \quad (2.28)$$

La méthode de Luch, Walker et Paul, considérée comme une avancée importante vers la possibilité de calculer en ligne le modèle dynamique des robots, utilise ces équations et est fondée sur une double récurrence. La récurrence avant, de la base du robot vers l'effecteur, calcule successivement les vitesses et les accélérations des corps, puis leur torseur dynamique. Une récurrence arrière, de l'effecteur vers la base, permet le calcul des couples des actionneurs en exprimant pour chaque corps le bilan des efforts.

Cette méthode permet d'obtenir directement le modèle dynamique inverse.

➤ Récurrence avant : pour $j=1, \dots, n$

Elle permet de calculer les vitesses et les accélérations en démarrant de la base du robot vers l'organe terminal.

$$\omega_{j-1}^j = A_{j-1}^j \cdot \omega_{j-1}^{j-1}$$

$$\omega_j^j = \omega_{j-1}^j + \bar{\sigma}_j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j$$

$$\dot{\omega}_j^j = A_{j-1}^j \cdot \dot{\omega}_{j-1}^{j-1} + \bar{\sigma}_j (\ddot{q}_j \cdot a_j^j + \omega_{j-1}^j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j)$$

$$U_j^j = \hat{\omega}_j^j + \hat{\omega}_j^j \cdot \hat{\omega}_j^j$$

$$\dot{V}_j^j = A_{j-1}^j (\dot{V}_{j-1}^{j-1} + U_{j-1}^{j-1} \cdot P_j^{j-1}) + \sigma_j (\ddot{q}_j \cdot a_j^j + 2\omega_{j-1}^j \cdot \dot{q}_j \cdot a_j^j)$$

$$F_j^j = M_j \cdot \dot{V}_j^j + U_j^j \cdot MS_j^j$$

$$M_j^j = J_j^j \dot{\omega}_j^j + \omega_j^j (J_j^j \cdot \omega_j^j) + MS_j^j \cdot \dot{V}_j^j$$

Avec :

$$\omega_0 = 0$$

$$\dot{\omega}_0 = 0$$

$$\dot{V}_0 = -g$$

➤ Récurrance arrière : pour $j=n, \dots, 1$:

Une fois qu'on a trouvé les vitesses et les accélérations articulaires, on isole chaque corps et on

appliquant les lois de Newton-Euler, on calcul les forces et les moments appliqués sur chaque corps en démarrant cette fois de l'organe terminal vers la base du robot.

$$f_j^j = F_j^j + f_{j+1}^j + f_{e_j}^j$$

$$f_j^{j-1} = A_j^{j-1} \cdot f_j^j$$

$$m_j^j = M_j^j + A_{j+1}^j \cdot m_{j+1}^{j+1} + P_{j+1}^j \cdot f_{j+1}^j + m_{e_j}^j$$

$$\tau_j = (\sigma_j \cdot f_j^j + \bar{\sigma}_j \cdot m_j^j)^T \cdot a_j^j + F_{s_j} \text{sign}(\dot{q}_j) + F_{v_j} \cdot \ddot{q}_j$$

L'algorithme précédent peut être calculé numériquement. Cependant, pour diminuer de façon sensible le nombre d'opérations, il est préférable de mettre en œuvre une technique de calcul symbolique itératif et d'utiliser les paramètres inertiels de base.

2.8. Conclusion:

Dans ce chapitre, on a présenté les modèles nécessaires pour la conception de n'importe quel robot manipulateur, et particulièrement les robots manipulateurs de type sériel. Mais ça ne suffit pas lorsqu'il y a contact entre le robot et le milieu du travail. Cela nécessite une modélisation de l'espace de travail du robot et les différents paramètres qui rentrent en jeu lors de ce contact, ainsi que l'influence de ce contact sur le comportement du robot. Cette modélisation fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3 : Modélisation de l'interaction entre le robot et son environnement

3.1. Introduction	31
3.2. Déformation plastique	32
3.3. Essai de compression.....	33
3.4. Forces et allègement	34
3.4.1. Calcule de la force	34
3.5. Conclusion.....	35

3.1. Introduction :

L'assemblage par des rivets déformés à froid est très utilisé en chaudronnier en général pour les qualités remarquables de ce type d'assemblage : bonne résistance, prix compétitif et sécurité élevée, cas des usines de montage des remorques savoyards.

Dans cette étude, on va procéder à la modélisation de deux modes pour donner la deuxième tête bombée au rivet :

- En appliquant une force progressive jusqu'à donner la forme bombée
- En appliquant une série de chocs jusqu'à donner la forme bombée

Dans les deux cas, le rivet va subir une déformation plastique pour que sa tête prenne une forme bombée permanente (figure 3.1) afin d'assurer une liaison indémontable entre deux éléments.

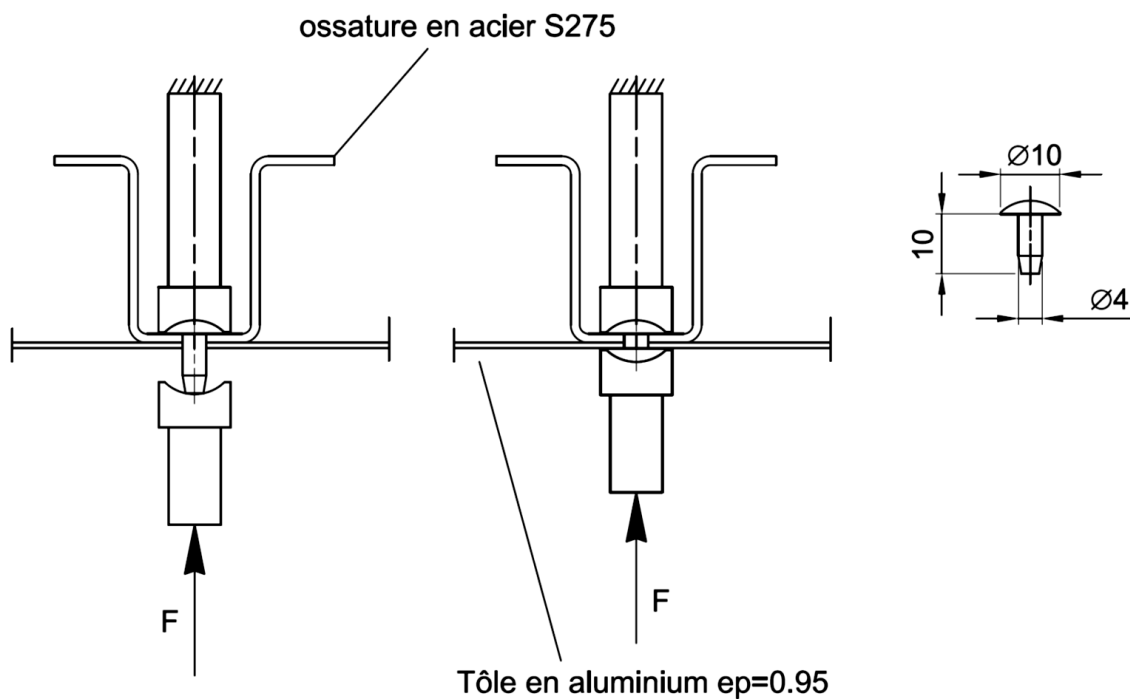


Figure 3. 1 : Assemblage d'une tôle en aluminium avec ossature en acier par un rivet en aluminium

3.2. Déformation plastique :

L'expérience montre que si la déformation du matériau est suffisamment faible, il reprend son état primitif non déformé lors de la suppression des efforts extérieurs ayant provoqué sa déformation [14]. Le comportement élastique parfait correspond à une réversibilité mécanique parfaite.

Par contre, lorsqu'un matériau est sollicité jusqu'à rupture, les essais montrent que la contrainte de rupture R est une grandeur présentant de fortes fluctuations pouvant même dépasser la décade pour certains matériaux et que le mode de ruine dépend de la nature du matériau. Ainsi la rupture peut intervenir brutalement quasi sans déformation préalable pour les matériaux fragiles, tandis qu'elle n'intervient qu'après une étape de grande déformation permanente pour les matériaux ductiles. Nous savons maintenant que les matériaux fragiles rompent brutalement au-delà d'une certaine tension, tandis que les matériaux ductiles s'écoulent plastiquement avant de rompre sous cisaillement. Si la rupture est toujours l'étape ultime de la ruine des structures, elle est précédée d'une étape de plastification pour les matériaux ductiles (figure 3.2)

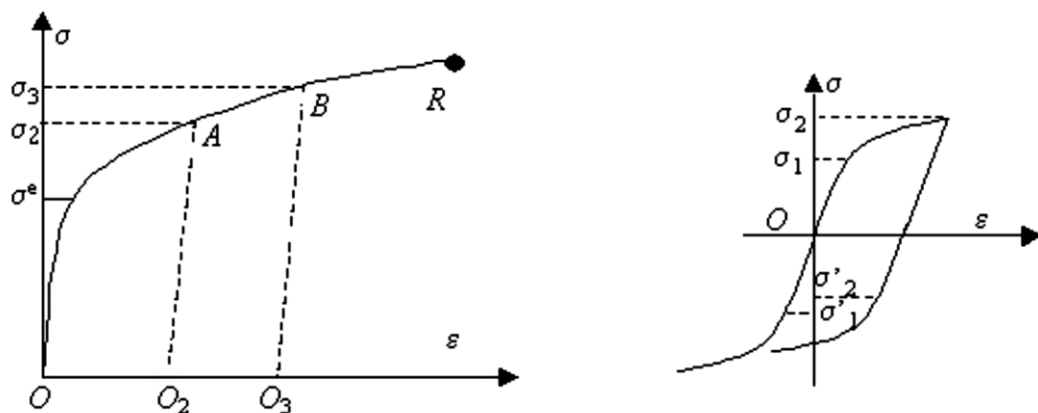


Figure 3. 2: Courbes traction compression

Dans de nombreuses applications industrielles la déformation plastique des matériaux ductile est un objectif recherché tel est notre cas déformation plastique des rivets

3.3. Essai de compression :

L'essai de compression est réalisé au moyen de presse ou de machines spéciales. On utilise des éprouvettes cylindriques (de faible hauteur, $h = 3$ à $4 d$) ou cubiques.

Une éprouvette cylindrique en acier doux, soumise à la compression prend la forme d'un tonneau. Figure 3.3

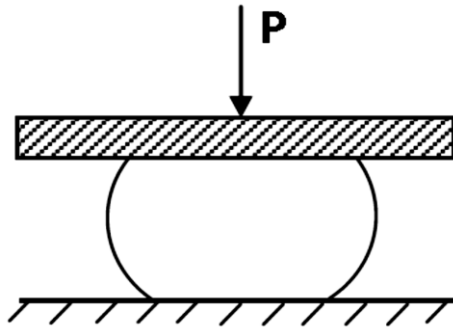


Figure 3. 3: Eprouvette compressée

La courbe contrainte déformation dans ce cas ne présente pas un point de rupture ou striction (figure 3.4).

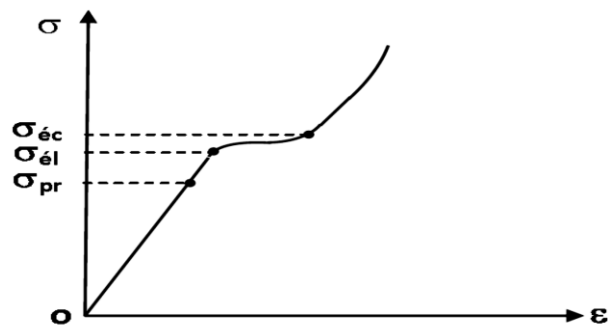


Figure 3. 4: Courbe contrainte déformation.

Le diagramme pour les matériaux fragile ne présente pas de palier d'écoulement, (figure 3.5)

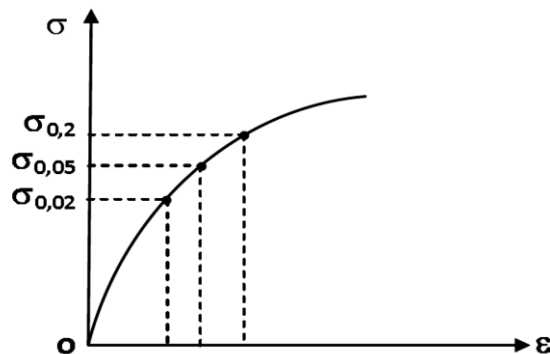


Figure 3. 5: Courbe contrainte déformation

3.4. Forces et allégement :

Dans notre cas le matériau utilisé est l'aluminium 2017A de caractéristique mécanique :

Masse volumique	2.79 kg/m ³
Contrainte de rupture	420MP
Contrainte limite élastique	218MP
allongement à l rupture	18%
Module d'élasticité E	73GP

Tableau 3. 1: Propriété mécanique des matériaux

3.4.1. Calcule de la force :

$$\sigma_r = \frac{F}{s} \quad (3.1)$$

$$F = \sigma_r \pi d^2 / 4 \quad (3.2)$$

$$F = 420 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 5277.88N$$

Allongement correspondant

$$\Delta l = \varepsilon_r \cdot l = 0.18 \cdot 10 = 1.8mm$$

Au quelle il faut enlever les déformations élastique

$$\Delta l_e = \frac{\sigma_e \cdot l}{E} = 218 \cdot \frac{10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{73 \cdot 10^9} = 0.0298mm$$

$$\Delta l_p = \Delta l - \Delta l_e = 1.8 - 0.0298 = 1.77mm$$

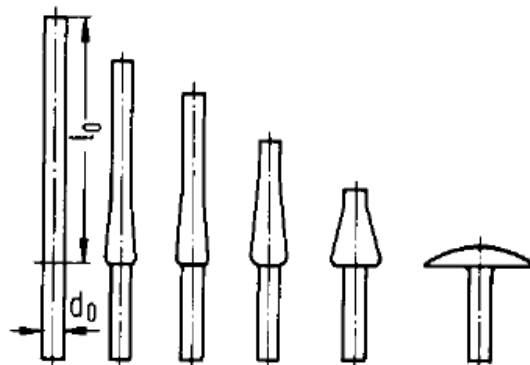


Figure 3. 6: Déformation progressive du rivet

Force dans le cas d'une déformation progressive (voir figure 3.7)

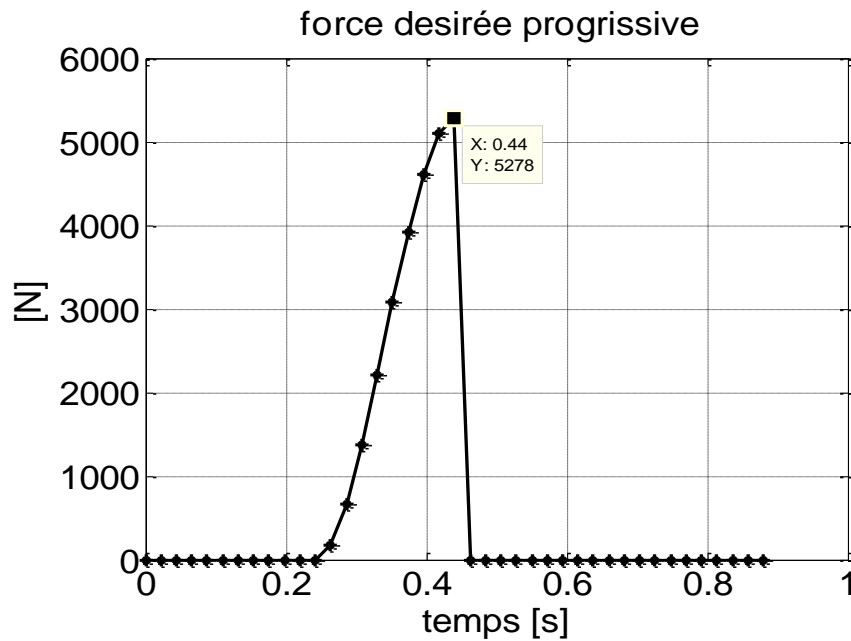


Figure 3. 7: Force désirée progressive

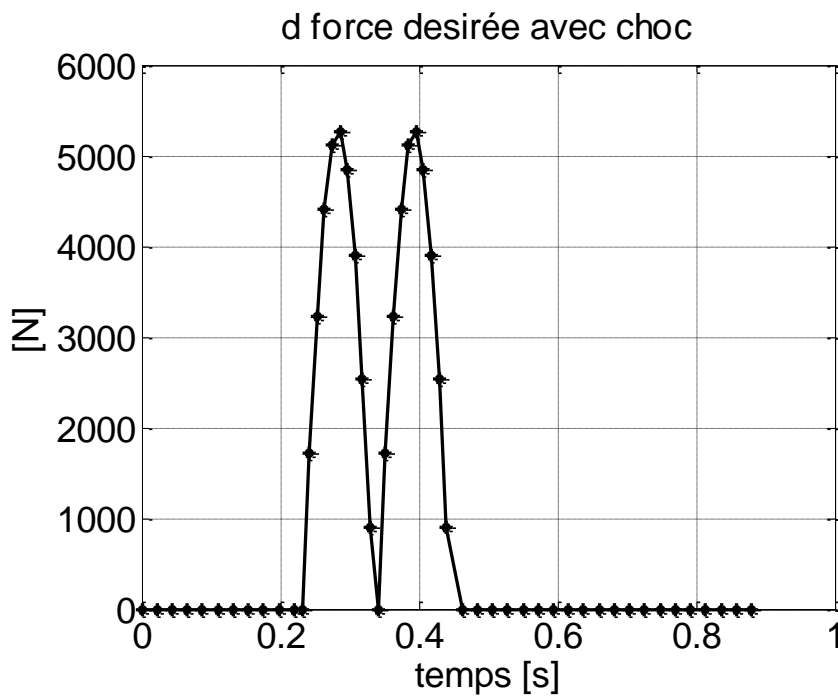


Figure 3. 8: Force désirée avec choc

3.5. Conclusion :

La déformation obtenue par choc donne de meilleurs résultats concernant la déformation des rivets.

Chapitre 4 : Application et résultats

4.1. Introduction	36
4.2. Description du robot à effecteur	36
4.3. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot à effecteur marteau pneumatique	38
4.4. Modèle géométrique direct, Organigramme de calcul	38
4.4.1. Résultats de calcul du MGD	40
4.5. Modèle géométrique inverse, Algorithme de calcul	41
4.5.1. Résultats de calcul du MGI.....	42
4.6. Modèle cinématique inverse, Algorithme de calcul	43
4.6.1. Algorithme de calcul du MCI du premier ordre	43
4.6.1.1. Résultats de calcul du MCI du premier ordre	44
4.6.2. Algorithme de calcul du MCI du second ordre	46
4.6.2.1. Résultats de calcul du MCI du seconde ordre.....	46
4.8. Validation du programme	47
4.7. Modèle dynamique inverse, Algorithme de calcul	51
4.7.1. Résultats de calcul du MDI	52
4.8. Paramètres Inertielle de robot à effecteur à 4ddl	53
4.9. Conclusion	53

4.1. Introduction :

Après ce qu'on a vu dans les chapitres précédents, comme des modèles nécessaires pour l'étude de notre robot, ce chapitre comporte des études numériques (organigramme et programmes) pour le calcul des différents modèles destinés aux applications.

4.2. Description du robot à effecteur :

Notre objectif est d'assembler des tôles fines en aluminium de dimension 2800×1830 (mm) avec une ossature en acier par des rivets en aluminium, Cette opération se fait à froid.

Donc le choix de notre robot se fait selon les critères de tâche à réaliser. Le robot est équipé de trois bras rigides reliés entre eux par quatre articulations, quatre articulations rotoïdes (Figure 4.1)

Les trois premières articulations de type **R** servent à ramener le robot à ces positions désirées en fonction du temps.

La quatrième articulation de type **R** oriente l'organe terminal en gardant le repère outil parallèle avec le repère R_0 .

Remarque :

L'axe X_4 du repère R_4 est fixé de façon que ce dernier soit toujours perpendiculaire à la plaque.

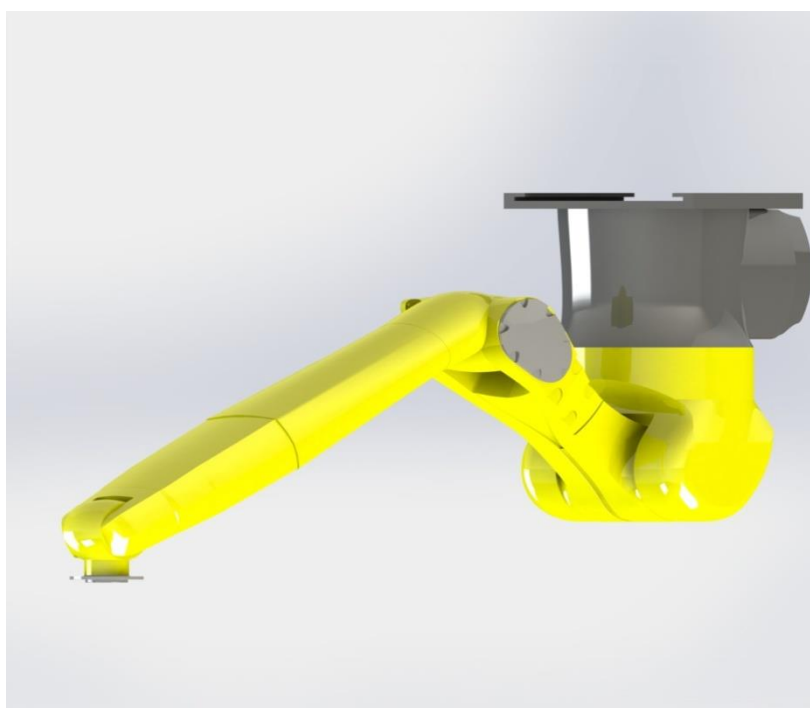


Figure 4. 1: Robot à effecteur

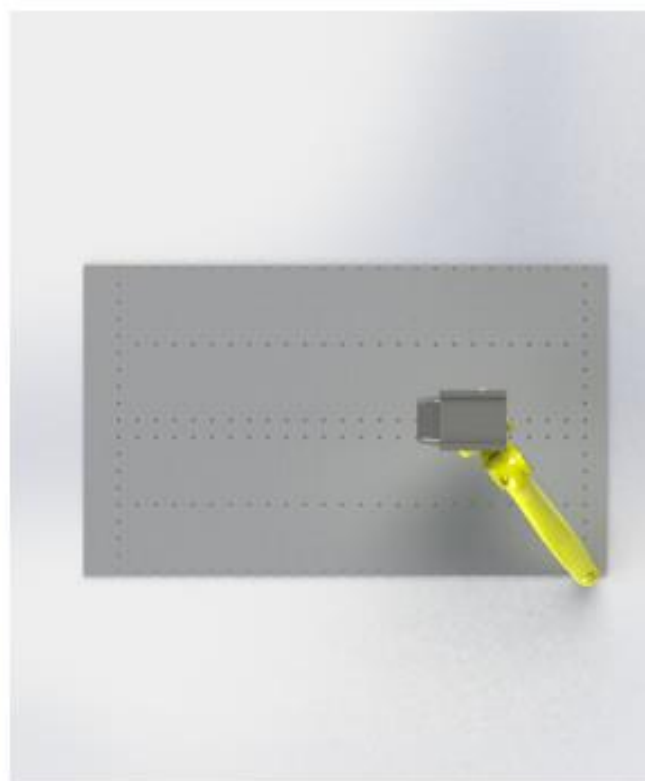


Figure 4. 2: Bras manipulateur à quatre axes suspendu

4.3. Détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg du robot à effecteur : marteau pneumatique :

La détermination des paramètres de DH se fait selon la procédure suivante :

- On positionne le robot dans un repère de base fixe R_0
- On définit un repère fixe lié à chaque corps de la structure
- On affecte à chaque articulation ces paramètres de DH.

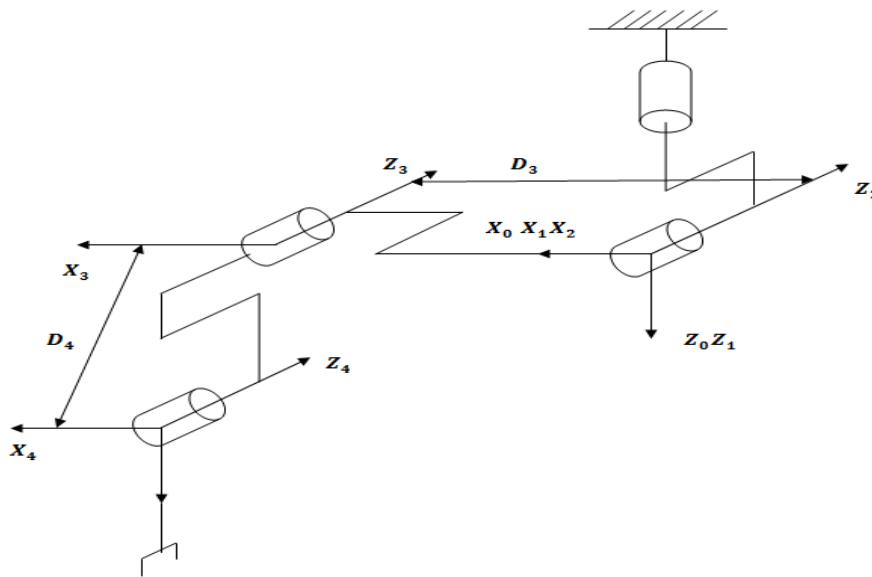


Figure 4. 3: Paramètres géométriques

J	σ_j	α_j (rad)	D_j (m)	θ_j (rad)	r_j (m)
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	90	0	θ_2	0
3	0	0	0.5	θ_3	0
4	0	0	1.2	θ_4	0

Tableau 4. 1: Paramètres géométriques

4.4. Modèle géométrique direct, Organigramme de calcul :

Le modèle géométrique direct est basé sur le paramétrage de DH, pour la construction de ce modèle, nous avons réalisé un programme sur MATLAB dont l'organigramme est représenté par la figure 4.4

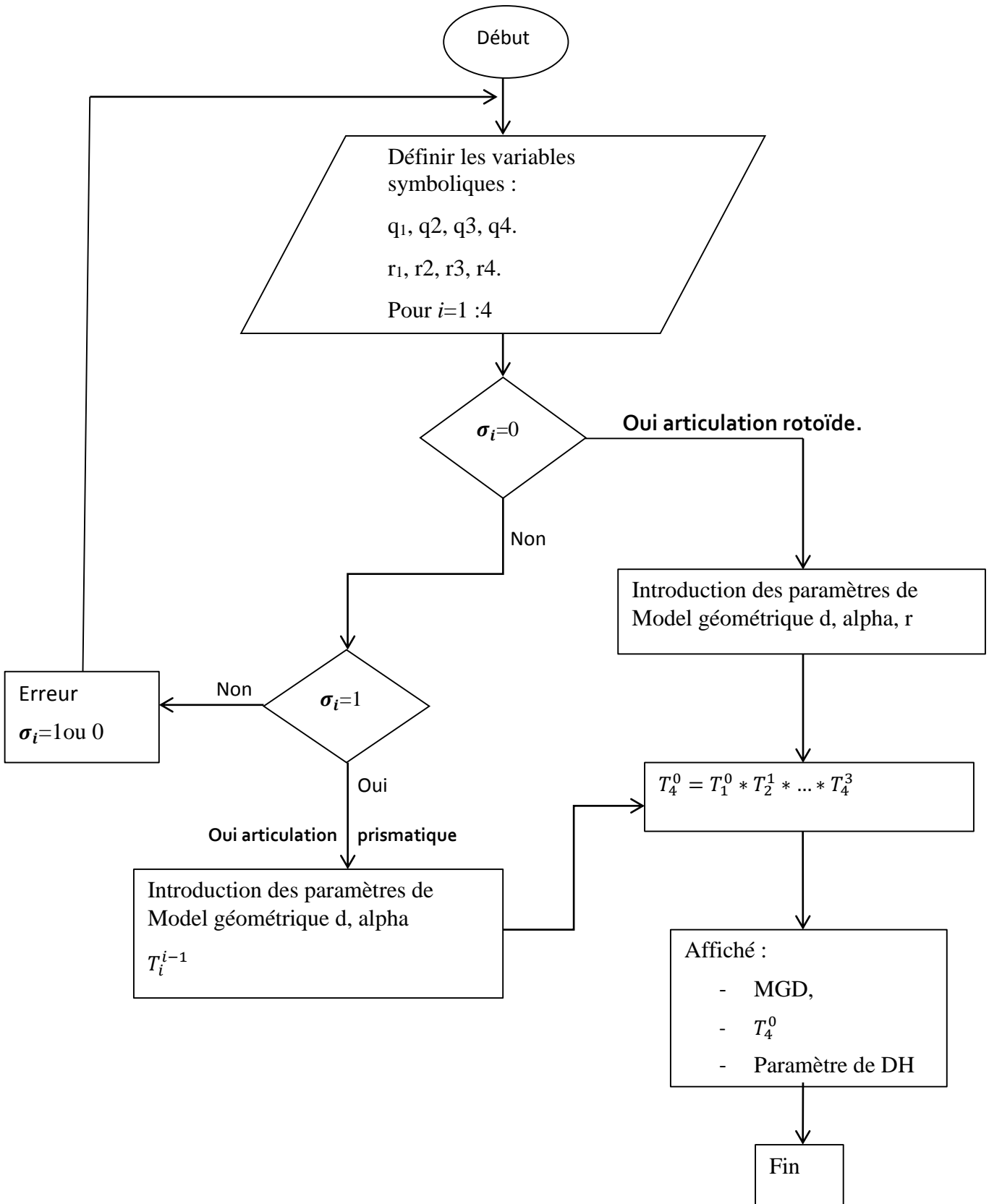


Figure 4. 4: Organigramme de calcul de MGD

4.4.1. Résultats de calcul du MGD :

Les résultats obtenus par le programme sont les suivantes :

- la matrice de transformation 0T_1 exprimant le repère \mathbf{R}_1 dans \mathbf{R}_0 :

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

- la matrice de transformation 1T_2 exprimant le repère \mathbf{R}_2 dans \mathbf{R}_1 :

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

- la matrice de transformation 2T_3 exprimant le repère \mathbf{R}_3 dans \mathbf{R}_2 :

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & 3/5 \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

- la matrice de transformation 3T_4 exprimant le repère \mathbf{R}_4 dans \mathbf{R}_3 :

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 7/10 \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

- la matrice outil 4T_5 exprimant le repère \mathbf{R}_5 dans \mathbf{R}_4 :

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.130 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = E \quad (4.5)$$

E est la matrice de transformation homogène définissant le repère outil.

Le modèle géométrique directe est donné par la relation (2.12).

$${}^0T_4 = {}^0T_1 \times {}^1T_2 \times {}^2T_3 \times {}^3T_4 \quad (4.6)$$

4.5. Modèle géométrique inverse, Algorithme de calcul :

Pour calculer les différents angles qui permet à l'organe terminal de suivre la trajectoire désire, nous avons établi un programme sous MATLAB dont l'algorithme est le suivante :

Introduction des données

- T_4^3

- E_{outil}

- T_{Ei} et T_{Ef} % Situations initiale et finale de l'outil

- V_0 % vitesse de déplacement de l'outil

Calcul : situation désirée le long du parcours rectiligne [5]

$$t_f = \frac{Dist}{V_0}$$

$$P(t) = P^i + \left(3 \left(\frac{t}{t_f}\right)^2 - 2 \left(\frac{t}{t_f}\right)^3\right) (P^f - P^i)$$

$$T_E^0(t) = \begin{bmatrix} R(t) & P(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Modèle géométrique inverse :

For i=1 à N

$$q_1(i) = \text{atan2}(p_y, p_x)$$

$$q_2(i) = \text{atan2}\left(\frac{YZ - \varepsilon X \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2}, \frac{XZ - \varepsilon Y \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2}\right)$$

$$q_3(i) = \text{atan2}(S2 P_z - S2(C1P_x + S1P_y), S2 P_z + C2(C1P_x + S1P_y) - D3)$$

$$q_4(i) = \text{atan2}(S4, C4)$$

End

- Impression des q_i sous formes de courbes

4.5.1. Résultats de calcul du MGI:

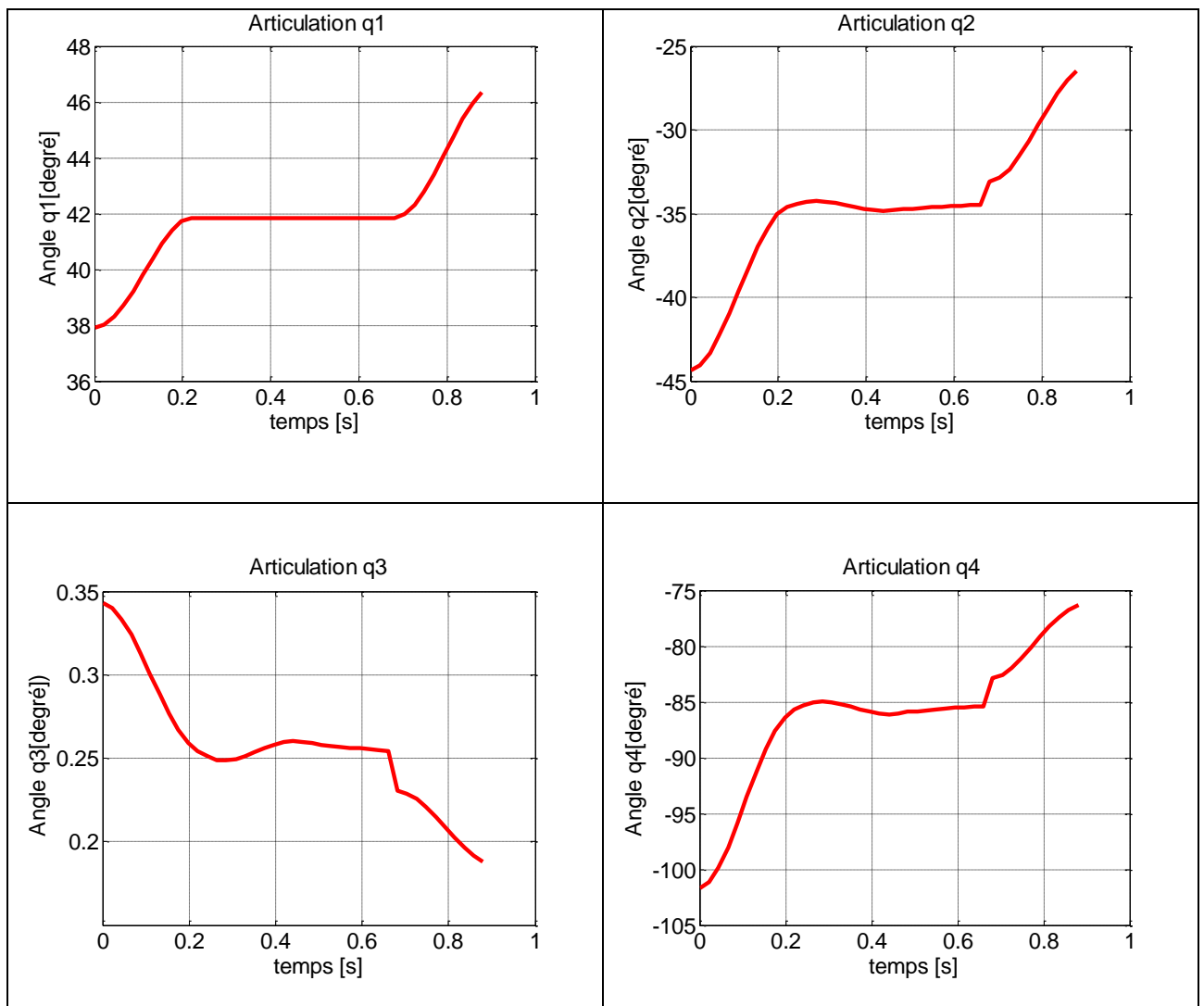


Figure 4. 5: Les quatre déplacements articulaires q_i

Commentaire :

Les graphes représentent les déplacements articulaires des 4 articulations rotoïde et qui correspondent au déplacement de l'outil du point $A1 \rightarrow B1 \rightarrow B2 \rightarrow C1$ comme le montre la (figure 4.6), ce dernier est répétitif pour effectuer la tâche d'assemblage.

4.6. Modèle cinématique inverse, Algorithme de calcul :

Pour notre application, nous avons besoin du modèle cinématique inverse pour le calcul des vitesses et des accélérations des articulations en fonction de la vitesse et l'accélération de l'organe terminal.

$$\dot{q} = j^{-1} * \dot{X} \quad (4.7)$$

D'après cette équation (4.7), on tire $J(q)$ qui désigne la matrice Jacobienne de dimension $(m \times n)$ du mécanisme.

L'intérêt de la matrice Jacobienne est multiple [4] [23] :

- elle est nécessaire pour le calcul du modèle cinématique inverse.
- en statique, on utilise la matrice Jacobienne pour modéliser l'interaction de l'environnement sur l'organe terminal.
- elle facilite le calcul des singularités et la dimension de l'espace opérationnel.

4.6.1. Algorithme de calcul du MCI du premier ordre :

Algorithme de calcul du Jacobienne

$$a_1^1 = a_2^2 = \dots = a_4^4 = [0,0,1]^T$$

For $i=1$ to 4

$$R_i^0 = R_1^0 * \dots * R_i^{i-1}$$

$$T_4^i = T_i^{i-1} * \dots * T_4^2 * T_4^3$$

$$P_i^i = T_4^i(1:3,4)$$

$$J_{4,i}^0 = \begin{bmatrix} R_i^0(\hat{a}_i^i * P_i^i) \\ R_i^0 a_i^i \end{bmatrix}$$

$$J_4^0 = [J_{4,1}^0, \dots, J_{4,4}^0]$$

End

Calcul des vitesses articulaires

$$VD = [v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$$

N : nombre de points de discrétisation de VD

$$JJ = J_4^0$$

For $i=1$ to N

$$JJ = JJ(q_1(i), q_2(i), \dots, q_4(i))$$

$$\dot{q}(:, i) = [J^T J + \alpha^2 I_n]^{-1} J^T \dot{X}$$

End

Remarque :

La matrice Jacobienne n'est pas de dimension carrée (nombre d'équation est supérieurs de nombre d'inconnu) on a plusieurs solution, pour cela on choisit la méthode pseudo-inverse amortie.

Dans notre cas on a $n > m$ d'où le q_i peuvent être calculé par l'expression suivante : [Wampler 86]

4.6.1.1. Résultats de calcul du MCI du premier ordre :

On veut que l'OT se déplace avec un profil de vitesse adéquat à la trajectoire désirée figure (4.6)

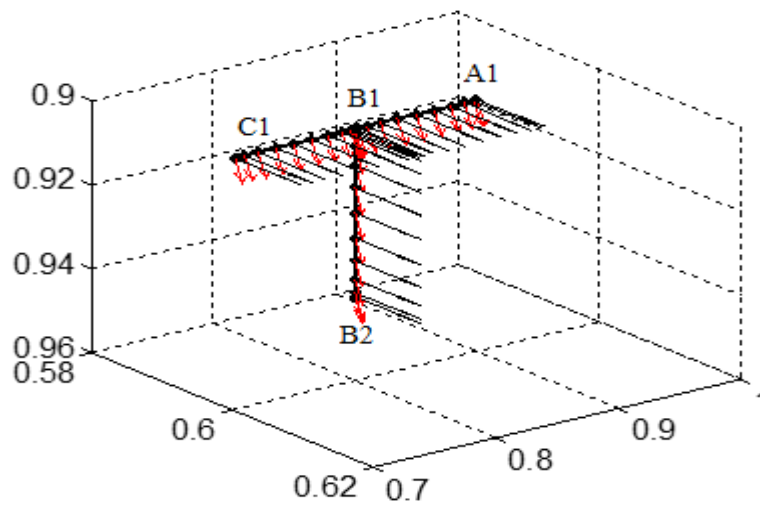


Figure 4. 6: Profile de la trajectoire de l'organe terminal (Espace Opérationnelle)

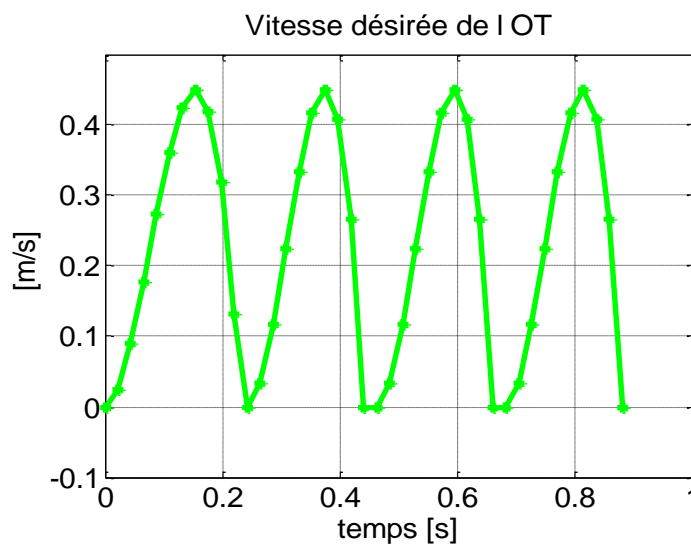


Figure 4. 7: Profil de la vitesse désirée de l'OT

Les résultats obtenus pour les vitesses articulaires sont les suivantes :

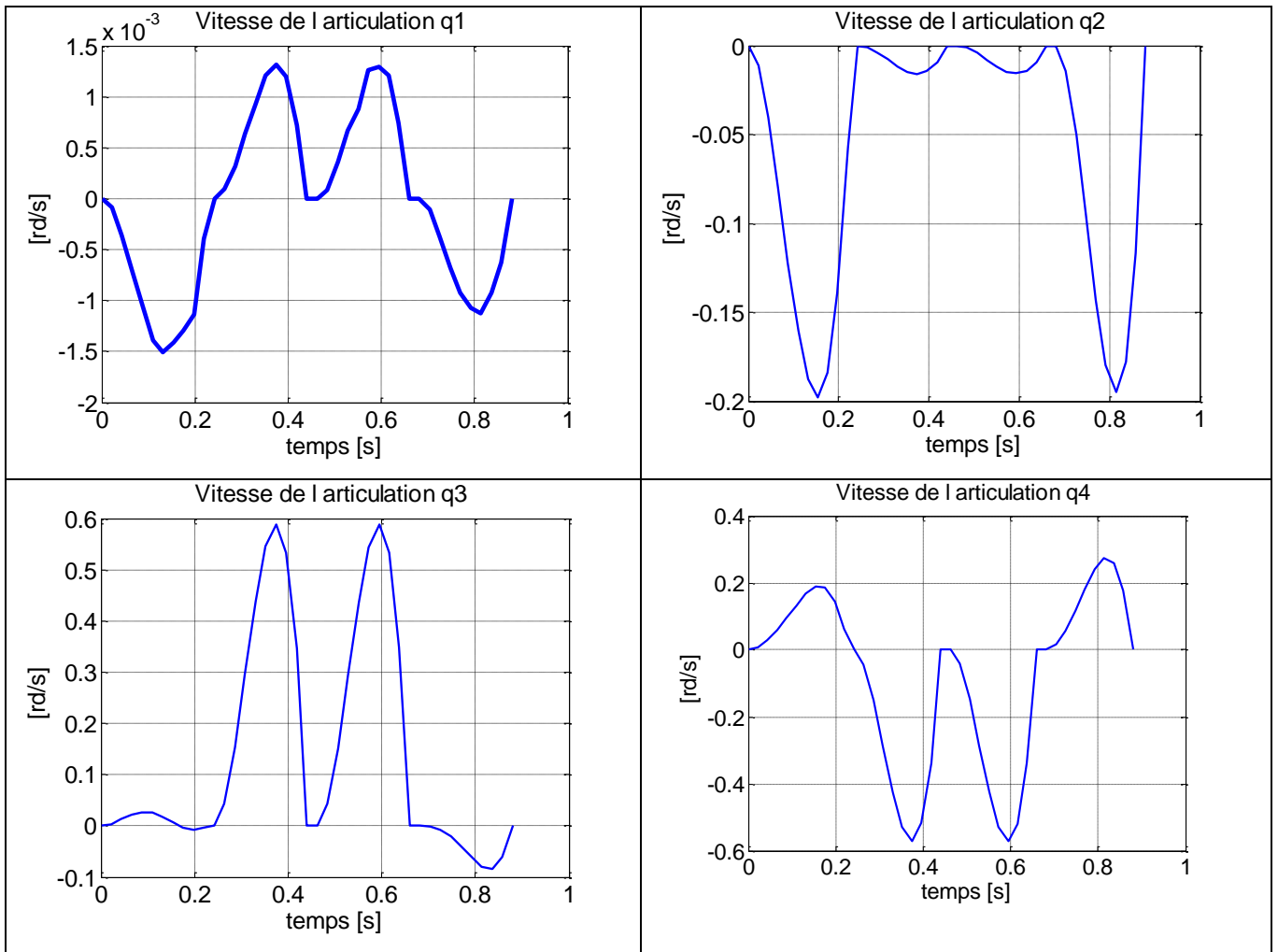


Figure 4. 8: Les vitesses d'orientations dans l'articulation 1, 2, 3 et 4

Commentaire :

Ces graphes représentent les variations des vitesses articulaires $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ et $\dot{\theta}_4$ en fonction du temps. Dans tous les graphes des vitesses, on remarque que les actionneurs démarrent par une vitesse nulle et se terminent en fin de l'opération à une vitesse nulle.

4.6.2. Algorithme de calcul du MCI du second ordre :

Algorithme de calcul des accélérations articulaires

$$\omega_0^0 = [0,0,0]^T, \dot{\omega}_0^0 = [0,0,0]^T, v_0^0 = [0,0,0]^T$$

$$a_1^1 = a_2^2 = a_3^3 = a_4^4 = a_5^5 = a_6^6 = [0,0,1]^T$$

N : nombre de points disponibles

For $j=1$ to N

For $i=1$ to 6

$$\omega_{i-1}^i = R_{i-1}^i \omega_{i-1}^{i-1}$$

$$\bar{\omega}_i^i = \bar{\omega}_{i-1}^i + \bar{\sigma}_i \dot{q}_i \bar{a}_i^i$$

$$\dot{\bar{\omega}}_i^i = R_{i-1}^i \dot{\bar{\omega}}_{i-1}^{i-1} + \bar{\sigma}_i (\ddot{q}_i \bar{a}_i^i + \bar{\omega}_{i-1}^i \wedge \dot{q}_i \bar{a}_i^i)$$

$$\dot{V}_i^i = R_{i-1}^i \left(\dot{V}_{i-1}^{i-1} + \dot{\bar{\omega}}_{i-1}^{i-1} \wedge \bar{P}_i^{i-1} + \bar{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge (\bar{\omega}_{i-1}^{i-1} \wedge \bar{P}_i^{i-1}) \right)$$

End

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_6^6(j) \\ \dot{\bar{\omega}}_6^6(j) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{V}D(j) \\ \dot{\omega}D(j) \end{bmatrix} = \vec{0} \quad (*)$$

$\ddot{q}(:,j) = \text{Solve}(*)$

End

4.6.2.1. Résultats de calcul du MCI du second ordre:

Accélération désirée

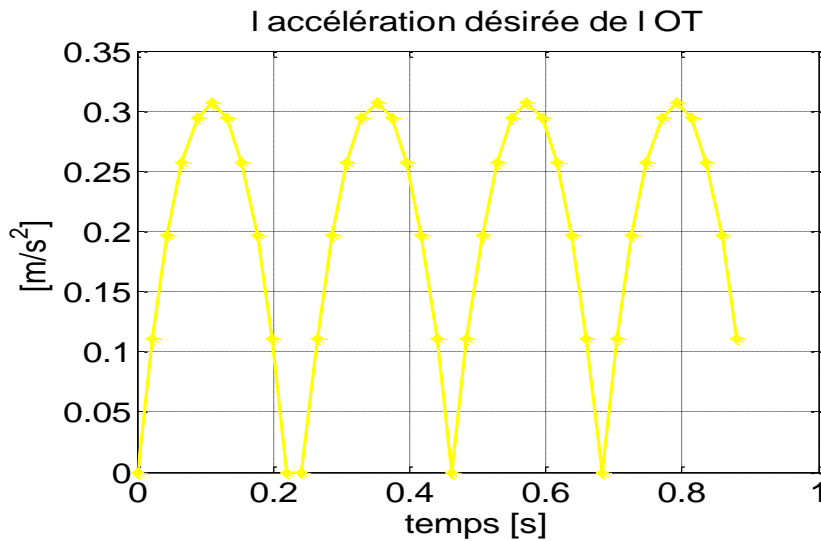


Figure 4. 9: Variation de l'accélération désirée

Et les graphes qui donnent les variations des accélérations $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4$ en fonction du temps sont les suivants :

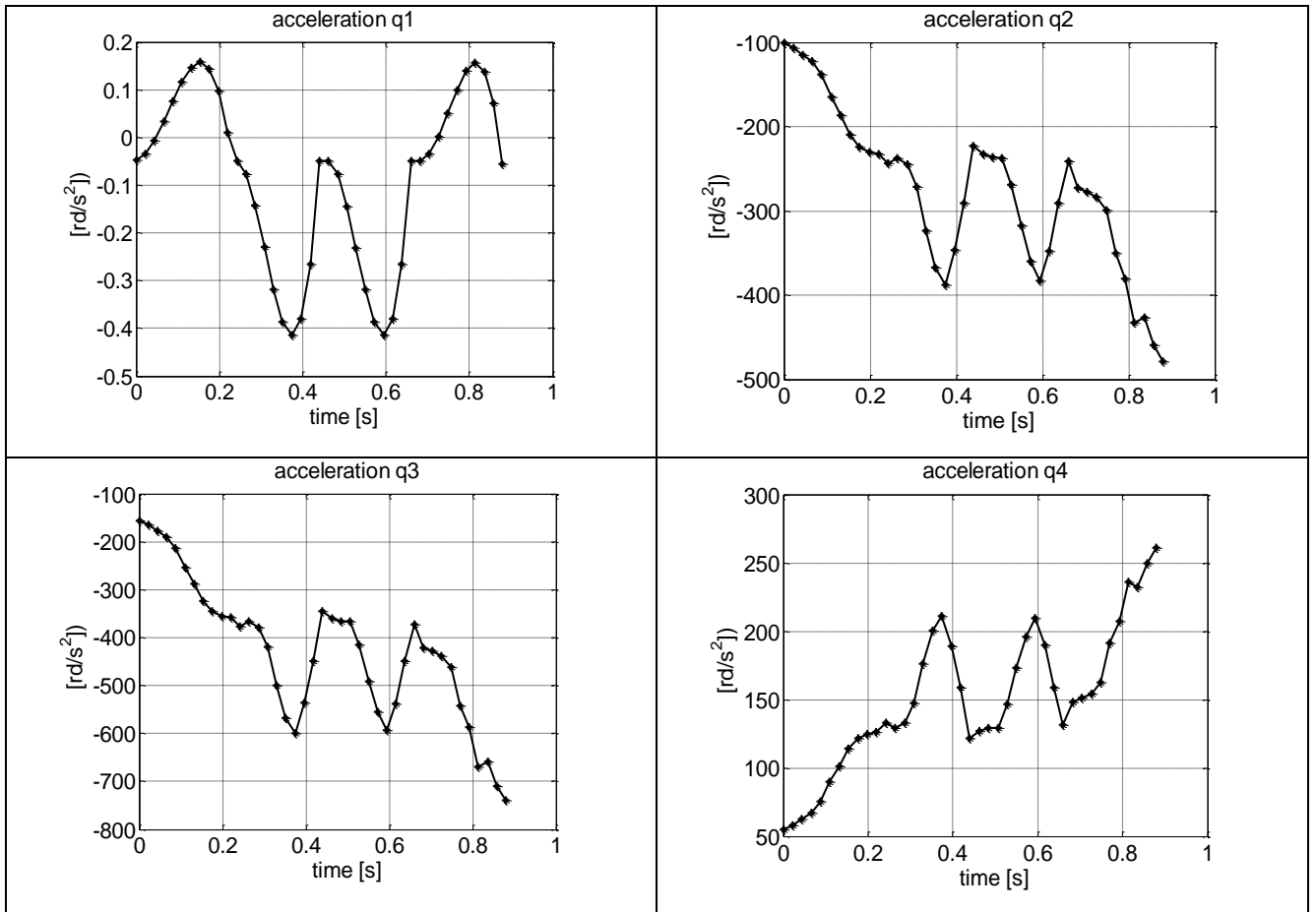


Figure 4. 10: Variation des accélérations articulaires

4.8. Validation du programme :

Pour tester la fiabilité de nos programmes, on a choisi un modèle à 2 degrés de liberté figure (X) qui a été traité par la référence [14], est on a comparé les résultats obtenus par nos programmes avec celle du référence. Les données de l’application sont :

$$a_1=a_2=1m, \quad l_1=l_2=0,5m, \quad m_{c1}=m_{c2}=50kg, \quad I_{c1}=I_{c2}=10kgm^2$$

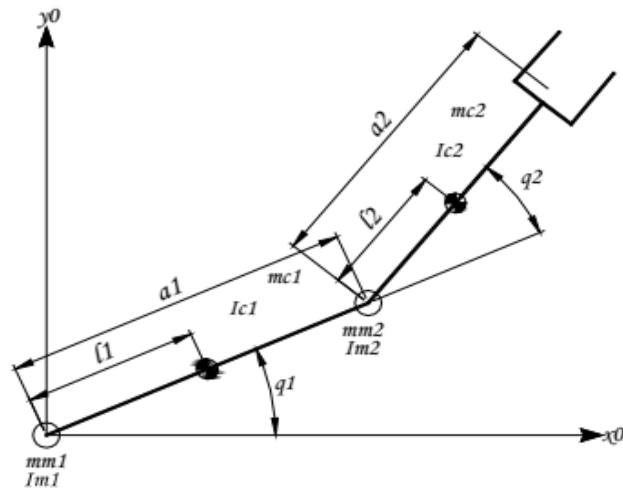


Figure 4. 11: Robot plan à 2 ddl

La position M de l'extrémité libre du corps 2 à l'état initial à pour coordonnées $x=0.2$ et $y=0$. Dans le sens positif, le corps 1 et le corps 2 tournent d'un angle de 90° pour que la position M à l'état final soit donnée par $(x=0.89, y=-0.89)$, Ce mouvement est effectué pendant un temps égal à 0.5 seconde. (Figure 4.12).[14]

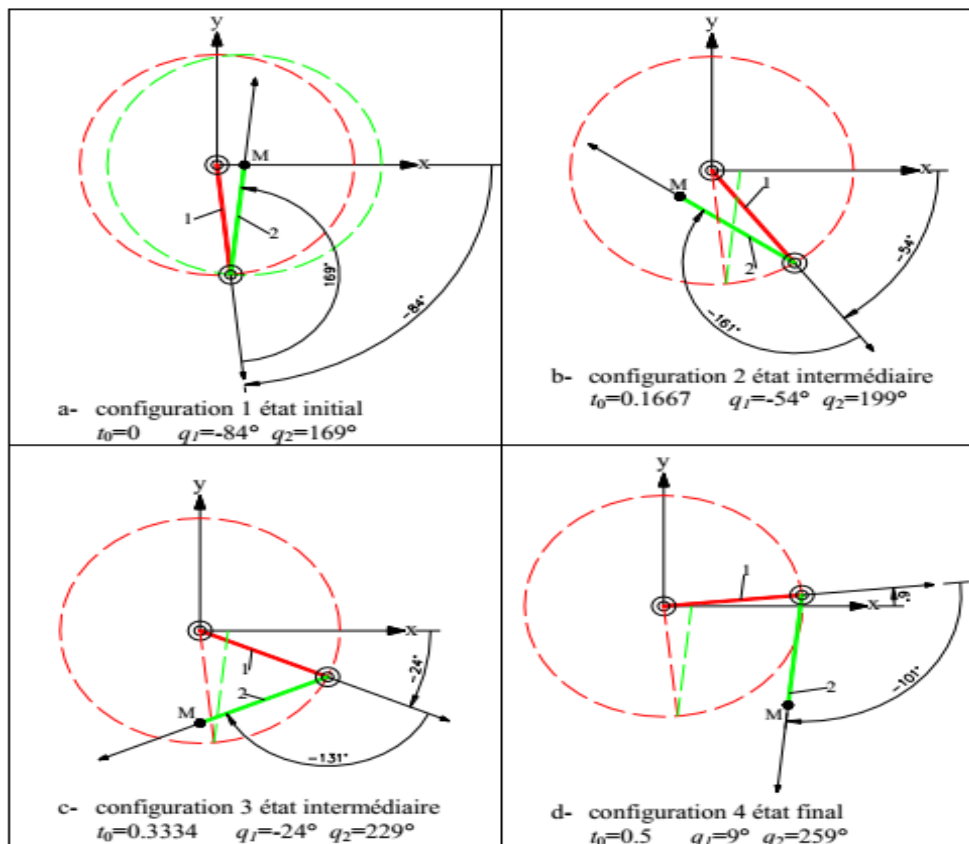


Figure 4. 12: Etats initiaux et finaux d'un bras plan rotation de 90° $t=0,5$ seconde

Les positions, les vitesses et les accélérations sont sur la figure 4.14

Les paramètres de Denavit-Hartenberg pour un bras plan à 2ddl sont dans le tableau 4.1

I	Σ	A	d_i	r_i	Q_i
1	0	0	0	0	q_1
2	0	0	1	0	q_2
3	0	0	1	0	q_3

Tableau 4. 2: les paramètres de D.H pour un bras à 2ddl

L'introduction des paramètres géométriques, d'inertie et les variables articulaires, dans le programme de calcul donne les résultats qui sont résumés dans la figure 4.14 ainsi que les résultats obtenus par la référence [14]

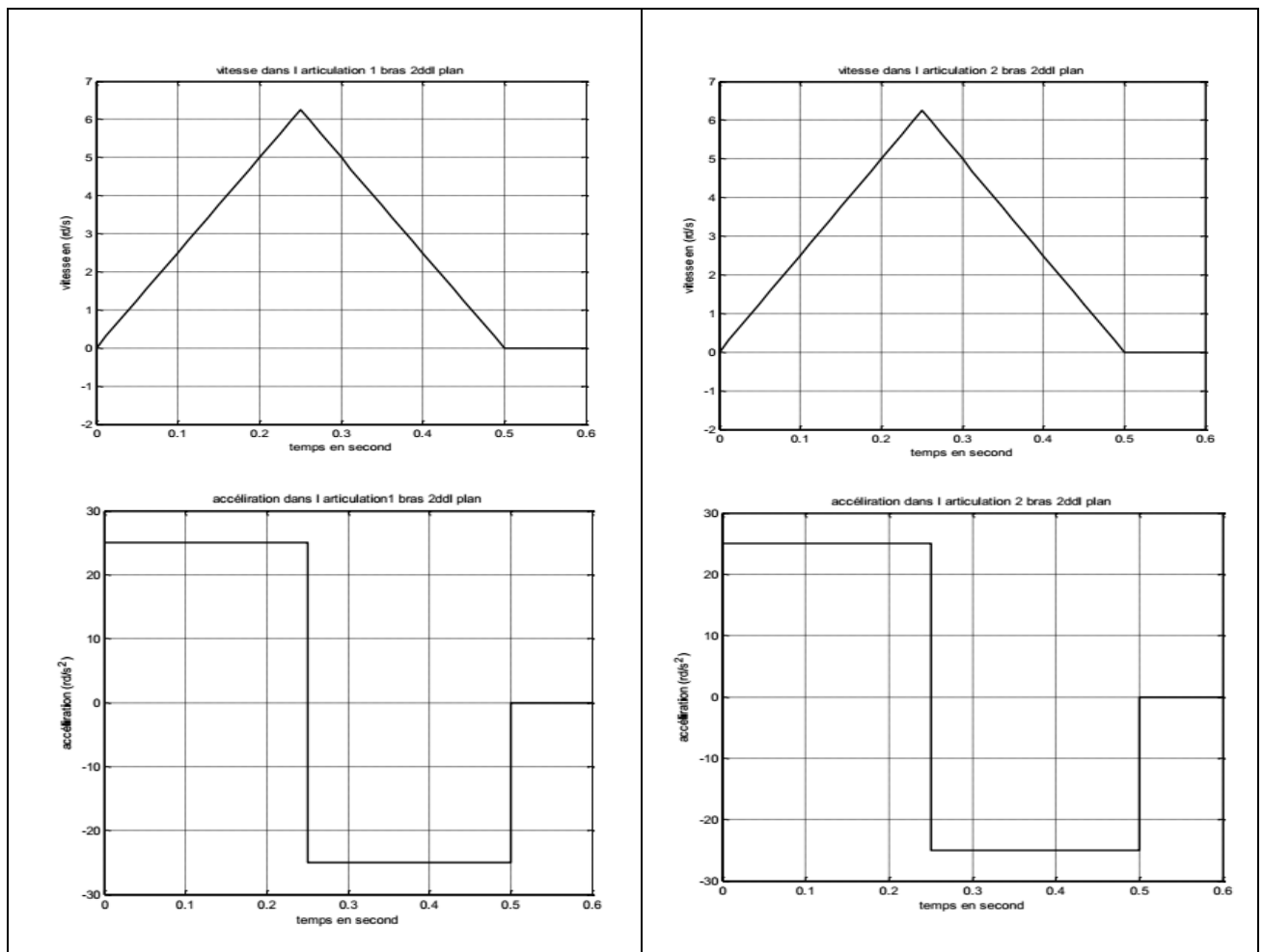


Figure 4. 13: Positions, vitesses et accélérations des articulations 1 et 2 du bras à 2 ddl

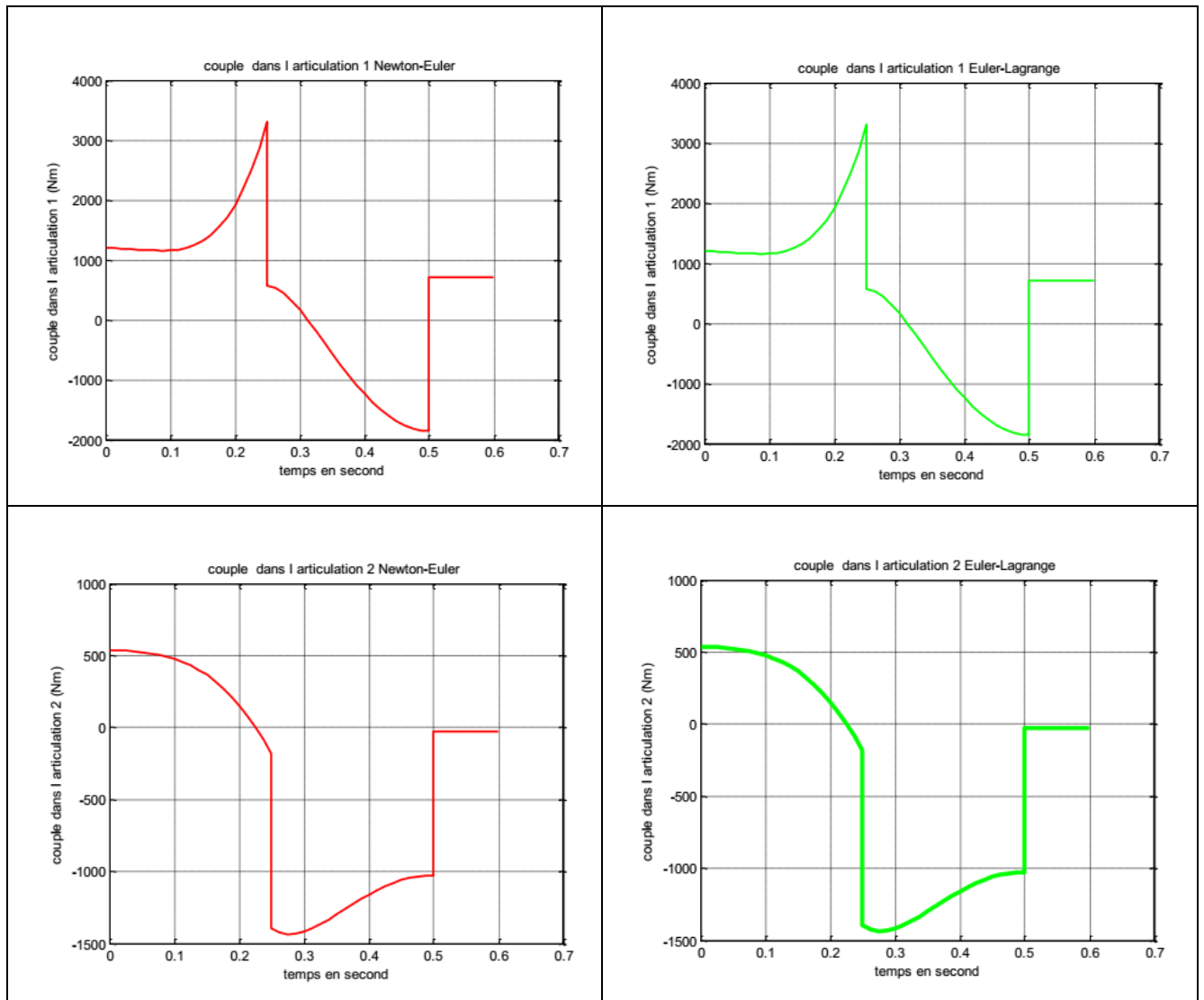


Figure 4. 14: Couples des articulations d'un mécanisme à 2ddl

Les courbes de gauche en rouge sont obtenues par la méthode de N-E, Celles de droite (en vert) sont données dans la référence [14] et obtenus par la méthode d'Euler-Lagrange.

Commentaire

On remarque qu'il y a une bonne correspondance entre les résultats obtenus par les deux méthodes.

On conclut, suite à cette configuration que notre programme est efficace.

4.7. Modèle dynamique inverse, Algorithme de calcul :

Lire les paramètres :

$$m_i, S_i, I_i, I_{ai}, g = [0,0,9.85]$$

$$R_{i+1}^i, P_{i+1}^i, \vec{q}, \dot{\vec{q}}, \ddot{\vec{q}}$$

Initialisation

$$\vec{\omega}_0^0 = [0,0,0]^T, \dot{\vec{\omega}}_0^0 = [0,0,0]^T \text{ et } \dot{\vec{V}}_0^0 = [0,0,0]^T$$

Calcul des vitesses et accélérations de chaque corps

For j=1 to n : dimension du vecteur temps

For i=1 to m : nombre de corps

$$\omega_{i-1}^i = R_{i-1}^i \omega_{i-1}^{i-1}$$

$$\vec{\omega}_i^i = \vec{\omega}_{i-1}^i + \bar{\sigma}_i \dot{q}_i \vec{a}_i^i$$

$$\dot{\vec{\omega}}_i^i = R_{i-1}^i \dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{i-1} + \bar{\sigma}_i (\dot{q}_i \vec{a}_i^i + \vec{\omega}_{i-1}^i \times \dot{q}_i \vec{a}_i^i)$$

$$\dot{\vec{V}}_i^i = R_{i-1}^i \left(\dot{\vec{V}}_{i-1}^{i-1} + \dot{\vec{\omega}}_{i-1}^{i-1} \times \vec{P}_{i-1}^{i-1} + \vec{\omega}_{i-1}^{i-1} \times (\vec{\omega}_{i-1}^{i-1} \times \vec{P}_{i-1}^{i-1}) \right) + \sigma_i (\dot{q}_i \vec{a}_i^i + 2\vec{\omega}_{i-1}^i \times \dot{q}_i \vec{a}_i^i)$$

$$F_i^i = m_i \dot{\vec{V}}_i^i + m_i \dot{\vec{\omega}}_i^i \times \vec{S}_i + \vec{\omega}_i^i \times (\vec{\omega}_i^i \times \vec{S}_i)$$

$$C_i^i = I_i^i \dot{\vec{\omega}}_i^i + \vec{\omega}_i^i \times (I_i^i \vec{\omega}_i^i)$$

End

For i=m to 1: number de corps

$$\vec{f}_i^i = \vec{F}_i^i + R_{i+1}^i \vec{f}_{i+1}^{i+1} + R_0^i \vec{g}$$

$$\vec{f}_i^{i-1} = R_i^{i-1} \vec{f}_i^i$$

$$\vec{c}_i^i = \vec{C}_i^i + R_{i+1}^i \vec{c}_{i+1}^{i+1} + \vec{S}_i^i \wedge \vec{f}_i^i + (\vec{P}_{i+1}^i - \vec{S}_i^i) \wedge (\vec{f}_{i+1}^{i+1}) + \vec{c}_{ei}^i$$

$$K_i = (\sigma_i \vec{f}_i^i + \bar{\sigma}_i \vec{c}_i^i)^T \vec{a}_i^i + \vec{F}_{si} \text{Sign}(\dot{q}_i) + \vec{F}_{vi} \dot{q}_i + I_{ai} \ddot{q}_i$$

End

End

4.7.1. Résultats de calcul du MDI :

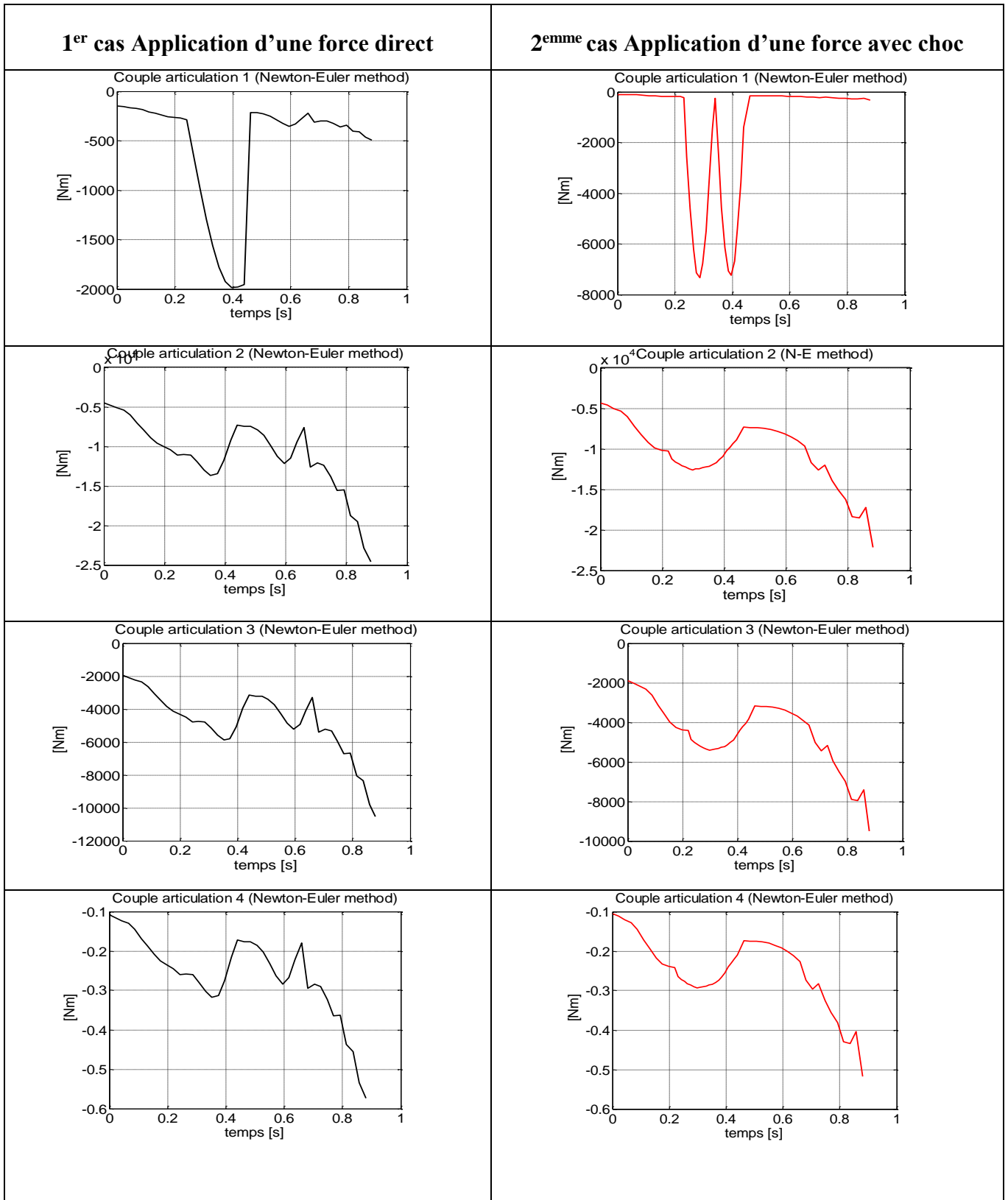


Figure 4. 15: résultat obtenu des couples dans les deux cas

4.8. Paramètres Inertielle de robot à effecteur à 4ddl :

Nous avons modélisé le manipulateur par logiciel SOLIWORKS 2015, ce dernier nous a permis de calculer tous les tenseurs d'inertie de chaque corps ainsi que leur centre de masse (au Annexe 1).

4.9. Conclusion :

Ce chapitre représente une application directe de tout ce qu'on a vu durant notre projet. On a donné dans ce chapitre les modèles géométriques, cinématiques, et celui de l'environnement. Ce sont des étapes nécessaires pour avoir le modèle dynamique qui est l'objectif de notre travail.

Conclusion

Générale

Conclusion générale :

La robotique est un domaine vaste et multidisciplinaire, son utilisation dans l'industrie et dans notre vie quotidienne augmente de jour en jour grâce au développement de l'informatique, la mécanique et l'électronique.

Ce travail nous a permis de mieux saisir le domaine de la robotique en appliquant les notions théoriques de la mécanique analytique acquises durant notre cursus universitaire. Cependant, La dynamique d'un robot n'est pas une tâche aisée, elle nécessite des études rigoureuses, en passant par plusieurs niveaux de la modélisation numérique et expérimentale (pour valider les résultats obtenus)

Le formalisme de Lagrange, est très favorable pour la programmation, pour réaliser cette étude, nous avons réalisé plusieurs programmes pour calculer : MGD, MGI, MCI, MDI. A travers cette application nous avons conclu qu'il y'a plusieurs opportunités de recherche dans ce domaine qu'on peut les exploiter.

En effet, nous avons pu apercevoir que la simulation de ce robot avec un outil marteau pneumatique nécessite l'établissement MDD pour pouvoir résoudre ses équations de forte non linéarité.

Bibliographie

- [1] Jean-Louis FANCHON « Guides des science et technologie industrielles » NATHAN AFNOR 2001 Paris la défonce
- [2] K LANGL « Handbook of metal forming » Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, Michigan USA 1985.
- [3] G SABATIER, F RAGUSA, H ANTZ «Manuel de technologie mécanique » DUNOD Paris 2006.
- [4] E ROUX « Assemblage Mécanique : Stratégies d'optimisation des procédés et d'identification des comportements mécaniques des matériaux » l'École nationale supérieure des mines de Paris 2011.
- [5] Wissama KHALIL, Etienne DOMBRE : « Modélisation identification et commande des robots » 2eme édition 1999 Hermes Science Publications Paris.
- [6] El Hadi OSMANI : « Dynamique Des Systèmes Multi corps Appliquée Aux Bras Manipulateurs » 2012 Thèse de Magister Université Saad DAHLAB De Blida.
- [7] A BENHADNA, A BEKKAR « Dynamique des systèmes multi-corps appliqué au découpage des plaques en verre par un robot redondant à outil à tête en diamant » 2015 Université Blida1.
- [8] Bernard BAYLE « Introduction à la Robotique » 2004-2005 Université Louis Pasteur de Strasbourg.
- [9] Alain LIEGEOIS « Modélisation et Commande des Robots Manipulateurs » Techniques de l'ingénieur S 7 730 2006.
- [10] R MERSOUKI « Robotique Industrielle » 2010-2011 Université Louis Pasteur de Strasbourg.
- [11] André PREUMONT : « Théorie Générale des Systèmes Articulés Introduction à la Robotique » 2emeédition 2001 Université Libre De Bruxelles.
- [12] T LATOUR « Modélisation Cinématique et Dynamique des Robots Industriels » 2006 ECAM Bruxelles.
- [13] S BORSALI « Modélisation des Robots » 2012 Université Abou-Bekr BELKAID de Tlemcen.
- [14] Bruno SICILIANO, Lorenzo SCIAVICCO, Luigi VILLANI, Giuseppe ORIOLO

Bibliographie

« Robotics Modelling, Planning and Control » 2009 Springer.

[15] Jean-Louis BOIMOND : « Robotique » ISTIA, Université Angers. 2003

[16] H DEMOUVEAU « Initiation à la Modélisation et aux Performances des Robots » 2006

Ecole d'ingénieurs Centre de recherche Mines de Douai Lille Eurorégion.

Annexes 1

Paramètres Inertielle de robot à effecteur à 4ddl :

Corps(i)	1	2	3	4
m_i (kg)	30.45	13.46	25.54	1.55
I_{xxi} (kg.m ²)	1.7299	2.0388	13.7148	0.0446
I_{xyi} (kg.m ²)	-0.0595	0.0039	0.0112	-0.000002282
I_{xzi} (kg.m ²)	0.000001658	0.0023	0.0001	-0.000001797
I_{yyi} (kg.m ²)	0.4445	0.2034	0.0947	0.0059
I_{yzi} (kg.m ²)	-0.000007019	-0.3847	-0.1300	0.0044
I_{zzi} (kg.m ²)	0.7425	1.9008	13.7039	0.0400
S_x (m)	30.64	-1.70	0.99	-0.01
S_y (m)	170.57	291.25	641.18	154.53
S_z (m)	0	-99.10	-3.92	18.76