

André Fortin

ANALYSE NUMÉRIQUE

**pour
INGÉNIEURS**

deuxième édition

Prix Roberval 1996

**Prix francophone du livre
et de la communication en technologie
Catégorie enseignement supérieur**



**PRESSES INTERNATIONALES
POLYTECHNIQUE**

Table des matières

1	Analyse d'erreurs	1
1.1	Introduction	1
1.2	Erreurs de modélisation	5
1.3	Représentation des nombres sur ordinateur	7
1.3.1	Représentation des entiers signés	11
1.3.2	Représentation des nombres réels	13
1.3.3	Erreurs dues à la représentation	14
1.4	Norme IEEE-754	16
1.4.1	Exceptions	18
1.4.2	Nombres non normalisés	19
1.5	Arithmétique flottante	21
1.5.1	Opérations élémentaires	22
1.5.2	Opérations risquées	24
1.5.3	Évaluation des polynômes	29
1.6	Erreurs de troncature	31
1.6.1	Développement de Taylor en une variable	31
1.6.2	Développement de Taylor en plusieurs variables	38
1.6.3	Propagation d'erreurs dans le cas général	40
1.7	Évaluation de la fonction e^x	43
1.8	Exercices	47
2	Équations non linéaires	53
2.1	Introduction	53
2.2	Méthode de la bisection	54
2.3	Méthodes des points fixes	59
2.3.1	Convergence de la méthode des points fixes	63
2.3.2	Interprétation géométrique	68
2.3.3	Extrapolation d'Aitken	70
2.4	Méthode de Newton	72
2.4.1	Interprétation géométrique	75
2.4.2	Analyse de convergence	75
2.4.3	Cas des racines multiples	80

2.5	Méthode de la sécante	84
2.6	Applications	88
2.6.1	Modes de vibration d'une poutre	88
2.6.2	Premier modèle de viscosité	91
2.7	Exercices	95
3	Systèmes d'équations algébriques	103
3.1	Introduction	103
3.2	Systèmes linéaires	104
3.3	Opérations élémentaires sur les lignes	108
3.3.1	Multiplication d'une ligne par un scalaire	110
3.3.2	Permutation de deux lignes	111
3.3.3	Opération $(\vec{l}_i \leftarrow \vec{l}_i + \lambda \vec{l}_j)$	112
3.4	Élimination de Gauss	113
3.5	Décomposition LU	118
3.5.1	Principe de la méthode	118
3.5.2	Décomposition de Crout	119
3.5.3	Décomposition LU et permutation de lignes	125
3.5.4	Calcul de la matrice inverse A^{-1}	130
3.6	Effets de l'arithmétique flottante	132
3.7	Conditionnement d'une matrice	138
3.8	Systèmes non linéaires	149
3.9	Applications	156
3.9.1	Calcul des tensions dans une ferme	156
3.9.2	Deuxième modèle de viscosité	160
3.9.3	Réseau de distribution d'eau	162
3.10	Exercices	166
4	Systèmes dynamiques discrets	175
4.1	Introduction	175
4.2	Application quadratique	175
4.3	Méthodes des points fixes : cas complexe	185
4.4	Rappels sur les valeurs et vecteurs propres	188
4.4.1	Méthode des puissances	191
4.4.2	Méthode des puissances inverses	194
4.5	Méthodes des points fixes en dimension n	196
4.6	Méthodes itératives pour les systèmes linéaires	204
4.6.1	Méthode de Jacobi	206
4.6.2	Méthode de Gauss-Seidel	212
4.7	Exercices	216

5	Interpolation	219
5.1	Introduction	219
5.2	Matrice de Vandermonde	221
5.3	Interpolation de Lagrange	222
5.4	Polynôme de Newton	227
5.5	Erreur d'interpolation	235
5.6	Splines cubiques	245
5.6.1	Courbes de la forme $y = f(x)$	245
5.6.2	Splines paramétrées	257
5.7	Krigeage	260
5.7.1	Effet pépite	268
5.7.2	Courbes paramétrées	273
5.7.3	Cas multidimensionnel	275
5.8	Transformée de Fourier discrète	279
5.9	Introduction aux NURBS	289
5.9.1	B-splines	292
5.9.2	Génération de courbes	300
5.9.3	B-splines rationnelles non uniformes	300
5.9.4	Construction des coniques	302
5.9.5	Construction des surfaces	304
5.10	Exercices	306
6	Différentiation et intégration numériques	313
6.1	Introduction	313
6.2	Différentiation numérique	314
6.2.1	Dérivées d'ordre 1	314
6.2.2	Dérivées d'ordre supérieur	321
6.3	Extrapolation de Richardson	325
6.4	Intégration numérique	328
6.4.1	Formules de Newton-Cotes simples et composées	328
6.4.2	Méthode de Romberg	344
6.4.3	Quadratures de Gauss	349
6.4.4	Intégration à l'aide des splines	357
6.5	Applications	360
6.5.1	Courbe des puissances classées	360
6.5.2	Puissance électrique d'un ordinateur	361
6.6	Exercices	363
7	Équations différentielles	369
7.1	Introduction	369
7.2	Méthode d'Euler	372
7.3	Méthodes de Taylor	377
7.4	Méthodes de Runge-Kutta	383
7.4.1	Méthodes de Runge-Kutta d'ordre 2	383

7.4.2	Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4	386
7.4.3	Contrôle de l'erreur	389
7.5	Méthodes à pas multiples	394
7.6	Systèmes d'équations différentielles	401
7.7	Équations d'ordre supérieur	404
7.8	Méthodes de tir	407
7.8.1	Équations linéaires	407
7.8.2	Équations non linéaires	417
7.9	Méthodes des différences finies	423
7.10	Applications	426
7.10.1	Problème du pendule	426
7.10.2	Systèmes de masses et de ressorts	430
7.10.3	Attracteur étrange de Lorenz	432
7.10.4	Défi du golfeur	436
7.11	Exercices	442
	Réponses aux exercices du chapitre 1	449
	Réponses aux exercices du chapitre 2	452
	Réponses aux exercices du chapitre 3	457
	Réponses aux exercices du chapitre 4	463
	Réponses aux exercices du chapitre 5	465
	Réponses aux exercices du chapitre 6	471
	Réponses aux exercices du chapitre 7	476
	Bibliographie	481
	Index	485

André Fortin a été professeur au Département de mathématiques et de génie industriel de l'École Polytechnique de Montréal de 1984 à 2000. Il enseigne maintenant au Département de mathématiques et de statistique de l'Université Laval à Québec. Il est également directeur du Groupe interdisciplinaire de recherche en éléments finis (GIREF) qui regroupe des chercheurs provenant principalement de l'Université Laval et de l'École Polytechnique. Ce centre s'intéresse aux aspects théoriques et pratiques de la modélisation numérique et de ses applications industrielles.



ISBN 2-553-00936-4