

**OBJECTIF  
LICENCE**

*3<sup>e</sup> année*

Sous la direction de GUY AULIAC  
GUY AULIAC - CHRISTIANE COCOZZA-THIVENT  
SOPHIE MERCIER - MICHEL ROUSSIGNOL

# **MATHÉMATIQUES**

## **Intégration et probabilités**

**50% COURS  
+ 50% EXOS  
= 100%  
EFFICACE**

**EdiScience**

# Table des matières

*Les astérisques indiquent les parties qui peuvent être omises sans perdre la cohérence d'ensemble.*

<b>AVANT-PROPOS</b>	III
<b>NOTATIONS ET TERMINOLOGIE</b>	IX
<b>CHAPITRE 1 • MESURE</b>	
1.1 Tribu	2
1.2 Applications mesurables	4
1.3 Notion de mesure	7
EXERCICES	12
SOLUTIONS DES EXERCICES	18
<b>CHAPITRE 2 • INTÉGRALE</b>	
2.1 Intégration des fonctions réelles positives	33
2.2 Intégration des fonctions réelles quelconques	43
2.3 Intégration des fonctions complexes	48
EXERCICES	49
SOLUTIONS DES EXERCICES	53
<b>CHAPITRE 3 • PROPRIÉTÉS DE L'INTÉGRALE</b>	
3.1 Intégrale sur l'ensemble des nombres réels	63
3.2 Convergence dominée	70
3.3 Continuité et dérivation d'une fonction définie par une intégrale	73
3.4 Espace $L^p$	77
EXERCICES	83
SOLUTIONS DES EXERCICES	90
<b>CHAPITRE 4 • INTÉGRALES MULTIPLES</b>	
4.1 Mesure sur un espace produit	111
4.2 Intégrale sur un espace produit	113
4.3 Intégrale de Lebesgue sur $\mathbb{R}^k$	118
EXERCICES	121
SOLUTIONS DES EXERCICES	124



<b>CHAPITRE 5 • CONVOLUTION ET TRANSFORMATION DE FOURIER</b>	
5.1	Produit de convolution 133
5.2	Transformée de Fourier des mesures bornées 138
5.3	Transformée de Fourier des fonctions intégrables 145
EXERCICES 153	
SOLUTIONS DES EXERCICES 158	
<b>CHAPITRE 6 • COMPLÉMENTS</b>	
6.1	Convergence de mesures 173
6.2	Propriétés de densité (*) 182
EXERCICES 188	
SOLUTIONS DES EXERCICES 191	
<b>CHAPITRE 7 • PROBABILITÉS</b>	
7.1	Espace des épreuves 201
7.2	Notion de probabilité 204
7.3	Probabilité conditionnelle 210
7.4	Événements indépendants 214
EXERCICES 218	
SOLUTIONS DES EXERCICES 224	
<b>CHAPITRE 8 • VARIABLES ALÉATOIRES RÉELLES</b>	
8.1	Loi d'une variable aléatoire réelle. Lois usuelles 237
8.2	Moments d'une variable aléatoire réelle 245
8.3	Fonction génératrice d'une variable aléatoire entière 252
8.4	Fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle 253
8.5	Calculs de lois 255
Tableau de lois discrètes classiques 258	
Tableau de lois à densité classiques 259	
EXERCICES 259	
SOLUTIONS DES EXERCICES 266	
<b>CHAPITRE 9 • VECTEURS ALÉATOIRES</b>	
9.1	Loi et moments d'un vecteur aléatoire 281
9.2	Vecteurs aléatoires indépendants 291
9.3	Fonction caractéristique 297
9.4	Somme de variables aléatoires indépendantes 300
9.5	Vecteurs gaussiens 303
9.6	Lois conditionnelles (*) 307
9.7	Simulation de variables aléatoires (*) 312
EXERCICES 317	
SOLUTIONS DES EXERCICES 326	

**CHAPITRE 10 • LOI DES GRANDS NOMBRES ET THÉORÈME DE LIMITE CENTRALE**

10.1 Convergence des variables aléatoires 359

10.2 Loi des grands nombres 363

10.3 Convergence en loi 368

10.4 Convergence vers la loi de Gauss 372

EXERCICES 374

SOLUTIONS DES EXERCICES 380

ANNEXES 395

BIBLIOGRAPHIE 401

INDEX 403

GUY AULIAC - CHRISTIANE COCOZZA-THIVENT  
SOPHIE MERCIER - MICHEL ROUSSIGNOL

# MATHÉMATIQUES

## Intégration et probabilités

Cours et exercices corrigés

Ce cours en trois tomes (*Intégration et probabilités*, *Algèbre et géométrie* et *Topologie et analyse*) est destiné aux étudiants en Licence 3 de mathématiques. Il fait suite au cours en quatre volumes de Elie Azoulay, Jean Avignant et Guy Auliac destiné aux étudiants en Licences 1 et 2.

La compréhension du sujet est facilitée par de nombreux exemples. Afin d'aider l'étudiant à bien assimiler les notions, plus de 250 exercices et problèmes résolus sont proposés en complément au cours. Ces exercices sont aussi bien des applications immédiates du cours qu'un approfondissement et une synthèse des nouvelles notions abordées au niveau 3.

### Mathématiques

L1	Tome 1	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
	Tome 2	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
L2	Tome 1	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
	Tome 2	E. Azoulay, J. Avignant, G. Auliac
L3	Intégration et probabilités	G. Auliac, Ch. Cocozza-Thivent, S. Mercier, M. Roussignol
	Algèbre et géométrie	G. Auliac, J. Delcourt, R. Goblot
	Topologie et analyse	G. Auliac, J.-Y. Caby



9 782100 483341

ISBN 2 10 048334 X

[www.ediscience.net](http://www.ediscience.net)

OBJECTIF  
LICENCE

OBJECTIF  
BTS/DUT

OBJECTIF  
CONCOURS

Guy Auliac,  
Christiane Cocozza-Thivent,  
et Michel Roussignol  
sont professeurs à l'université  
de Mame-la-Vallée

Sophie Mercier  
est maître de conférences  
à l'université de Mame-la-Vallée

