Jean-Marie Monier

Cours – Tome 4

ANALYSE 4

Cours et 500 exercices corrigés

2e année
MP • PSI • PC • PT

j'intègre
PRÉPAS SCIENTIFIQUES

DUNOD

Table des matières du tome 4

Première partie – Cours

Chapitre 4. – Suites et séries d'applications 3

4.1. Suites d'applications 3
4.1.1. Convergences 3
4.1.2. Convergence uniforme et limite 9
4.1.3. Convergence uniforme et continuité 10
4.1.4. Convergence uniforme et intégration sur un segment 13
4.1.5. Convergence uniforme et dérivation 16
4.1.6. Convergence d'une suite d'applications et intégration sur un intervalle quelconque 18

4.2. Approximation des fonctions d'une variable réelle 28
4.2.1. Approximation par des fonctions en escalier ou affines par morceaux et continues 28
4.2.2. Approximation par des polynômes 29
4.2.3. Approximation par des polynômes trigonométriques 38

4.3. Séries d'applications 42
4.3.1. Convergences 42
4.3.2. Convergence uniforme et limite 54
4.3.3. Convergence uniforme et continuité 54
4.3.4. Convergence uniforme et intégration sur un segment 58
4.3.5. Convergence uniforme et dérivation 61
4.3.6. Convergence d'une série d'applications et intégration sur un intervalle quelconque 66

Compléments 70

Chapitre 5. – Séries entières 81

5.1. Rayon de convergence 81
5.1.1. Notion de série entière 81
5.1.2. Rayon de convergence et somme d'une série entière 82
5.1.3. Comparaisons de rayons 85
5.1.4. Règle de d'Alembert 86

5.2. Opérations sur les séries entières 92
5.2.1. Structure vectorielle 92

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.

5.2.2. Dérivation 94
5.2.3. Produit de deux séries entières 96

5.3. Convergence 98

5.4. Régularité de la somme d'une série entière 99

5.5. Développements en série entière 101
5.5.1. Généralités 101
5.5.2. Opérations sur les fonctions développables en série entière 105
5.5.3. DSE(0) usuels 108

5.6. Fonctions usuelles d'une variable complexe 118
5.6.1. L'exponentielle complexe 118
5.6.2. Fonctions circulaires directes 120
5.6.3. Fonctions hyperboliques directes 122

Compléments 124

Chapitre 6. – Séries de Fourier 129

6.1. Généralités 129
6.1.1. Ensemble $\mathcal{CM}_T$ 129
6.1.2. Coefficients de Fourier d'un élément de $\mathcal{CM}_T$ 131
6.1.3. Série de Fourier d'un élément de $\mathcal{CM}_T$ 135

6.2. Structure préhilbertienne 136
6.2.1. Espace préhilbertien $\mathcal{D}_T$ 136
6.2.2. Famille orthonormale $(e_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ 138
6.2.3. Le théorème de Parseval 139

6.3 Convergence ponctuelle 143
6.3.1. Convergence normale 143
6.3.2. Le théorème de Dirichlet 144

6.4. Exemples 147

Complément 153

Chapitre 7 – Équations différentielles (2ème étude) 155

7.1. Généralités 155
7.1.1. Définitions 155
7.1.2. Remplacement théorique d'une équation différentielle d'ordre n par une équation différentielle d'ordre 1 157
7.1.3. Équations différentielles autonomes 158

7.2. Le théorème de Cauchy-Lipschitz 160
7.2.1. Théorie 160
7.2.2. Exemples d'utilisation du théorème de Cauchy-Lipschitz 170

7.3. Systèmes différentielles linéaires du 1er ordre 182

7.3.1 Généralités 182
7.3.2. Exitence et unicité d'une solution du problème de Cauchy sur tout l'intervalle I 184
7.3.3. Structures de $\mathcal{S}_0$ et de $\mathcal{S}$ 187
7.3.4. Résolution de (E_0) 188
7.3.5. Résolution de (E) 189
7.3.6. Systèmes différentiels linéaires du 1er ordre à coefficients constants 192
7.3.7. Systèmes différentiels autonomes linéaires 200

7.4. Equations différentielles linéaires scalaires du second ordre 204
7.4.1. Généralités 204
7.4.2. Résolution de (E_0) 205
7.4.3. Résolution de (E) 207
7.4.4. Problème des raccords 209
7.4.5. Utilisation de séries entières 211

Chapitre 8 – Fonctions de plusieurs variables réelles (2ème étude) 217

8.1. Dérivées partielles premières 219
8.1.1. Définitions 219
8.1.2. Applications de classe C^1 sur un ouvert 220
8.1.3. Différentielle d'une application de classe C^1 222
8.1.4. Différentiabilité 228
8.1.5. Inégalité des accroissements finis 232
8.1.6. C^1-difféomorphismes 235
8.1.7. Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier ordre 241

8.2. Dérivées partielles successives 246
8.2.1. Définition 246
8.2.2. Applications de classe C^k sur un ouvert 246
8.2.3. Interversion des dérivations 247
8.2.4. C^k-difféomorphismes 250
8.2.5. Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles d'ordre $\geqslant 2$ 251

8.3. Extremums des fonctions numériques de plusieurs variables réelles 254
8.3.1. Définitions 254
8.3.2. Etude à l'ordre 1 254
8.3.3. Etude à l'ordre 2 255
8.3.4. Extremums globaux 261

8.4. Fonctions implicites 263

8.5. Formes différentielles 266
8.5.1. Définition 266
8.5.2. Formes différentielles exactes 266
8.5.3. Formes différentielles fermées 267
Complément 270

Chapitre 9 – Compléments de calcul intégral (2ème étude) 271

9.1. Intégrales de surface 271
9.1.1. Applications de classe C^1 271
9.1.2. Surfaces 272
9.1.3. Intégrales de surface 274

9.2. Aire d'un morceau de surface 276
9.2.1. Généralités 276
9.2.2. Cas particuliers 277

9.3. Flux 281
9.3.1. Généralités 281
9.3.2. Angle solide 283
9.3.3. Théorèmes de Stokes et Ostrogradski 285

9.4. Masse, centre d'inertie, moments d'inertie pour une plaque gauche 290
9.4.1. Plaques gauches 290
9.4.2. Masse d'une plaque gauche 290
9.4.3. Centre d'inertie d'une plaque gauche 291
9.4.4. Moments d'inertie d'une plaque gauche 296

Deuxième partie
Indications et réponses des exercices

Chap. 4, **301**; Chap. 5, **403**; Chap. 6, **451**; Chap. 7, **471**; Chap. 8, **501**; Chap. 9, **537**.

Index des notations 545

Index alphabétique 547

Table des matières du tome 3

Première partie – Cours

Chapitre 1. – Espaces vectoriels normés 3

1.1. Vocabulaire de la topologie d'un espace vectoriel normé 3

1.2. Limites, continuité 37

1.3. Compacité 57

1.4. Complétude 68

1.5. Connexité par arcs 76

1.6. Espaces préhilbertiens 86

Chapitre 2. – Fonctions vectorielles d'une variable réelle 111

2.1. Généralités 111

2.2. Dérivation 123

2.3. Intégration sur un segment 138

2.4. Comparaison locale 176

2.5. Intégration sur un intervalle quelconque 181

Chapitre 3. – Séries 231

3.1. Séries à termes dans un evn 231

3.2. Séries à termes dans $\mathbb{R}_+$ 238

3.3. Séries à termes dans un evn 254

3.4. Familles sommables 289

© Dunod – La photocopie non autorisée est un délit.

Deuxième partie
Indications et réponses des exercices

Chap. 1, 313; Chap. 2, 357; Chap. 3, 435.

Index des notations 495

Index alphabétique 497

COLLECTION J'INT

Série Monier

j'intègre

2e année
MP
PSI
PC
PT

Jean-Marie Monier

ANALYSE 4 - TOME 4

Cours et 500 exercices corrigés

COURS

L'objectif de ce cours de mathématiques est de devenir l'outil de travail familier, efficace et adapté des élèves des classes préparatoires, des étudiants du 1er cycle universitaire scientifique et des candidats aux concours externes et internes de recrutement de professeurs.

Le **tome 3** contient l'étude des **espaces vectoriels normés, les fonctions vectorielles d'une variable réelle** ainsi que **les séries** ce qui correspond à la première partie de l'analyse en 2e année.

Le **tome 4** contient l'étude des **suites et séries d'applications, séries entières, séries de Fourier, équations différentielles, fonctions de plusieurs variables et compléments de calcul intégral**, ce qui correspond à la deuxième partie de l'analyse en 2e année.

JEAN-MARIE MONIER
est professeur en classe de Spéciales au lycée La Martinière-Monplaisir à Lyon.

	COURS		EXERCICES CORRIGÉS	
	ANALYSE	*ALGÈBRE*	*ANALYSE*	*ALGÈBRE & GÉOMÉTRIE*
SUP	**MPSI • PCSI • PTSI**		**MPSI**	
	T1 Analyse 1	*T5 Algèbre 1*	*Analyse MPSI*	*Algèbre et géométrie MPSI*
	T2 Analyse 2	*T7 Géométrie 1re et 2e années*	**PCSI • PTSI**	
			Analyse PCSI • PTSI	*Algèbre et géométrie PCSI • PTSI*
SPÉ	**MP • PSI • PC • PT**		**MP**	
	T3 Analyse 3	*T6 Algèbre 2*	*Analyse MP*	*Algèbre et géométrie MP*
	T4 Analyse 4	*T7 Géométrie*	**PSI • PC • PT**	
			Analyse PSI • PC • PT	*Algèbre et géométrie PSI • PC • PT*

9 782100 034666

ISBN 2 10 003466 9
Code 043466

DUNOD