REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

> UNIVERSITE DE BLIDA FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN AERONAUTIQUE

**OPTION : PROPULSION** 

# Thème :

# SIMULATION NUMERIQUE SUR LES TUYERES SUPERSONIQUE TRONQUEES

Présenté par :

**Promoteur** :

Melle. EL-KECHEBOUR KHADIDJA

Mr. ABADA OMAR

Mr. KOUADRI BOUALEM

**PROMOTION 2009** 

# <u>REMERCIEMENTS</u>

Je remercie Allah tout puissant de m'avoir donner la volonté, le courage et la confiance en moi même pour pouvoir continuer mes études et arriver à ce stade. Mes sincères remerciements vont : A mes parents pour leur soutient et encouragement, tout au long de ces dures années. A M<sup>r</sup> le promoteur ; le distingué M' ABBADA OMAR, pour ces conseilles et ces directives. Ainsi qu'au ; Mr SALHI MAROUANE. A tous je vous dis : MERCI. Merci pour votre précieuse contribution et aide. Merci pour votre patience Merci pour votre soutien Merci pour votre soutien Merci pour votre dévouement.

# DEDICACES

Je dédie ce modeste travail aux personnes les plus chères au monde : Mes parents que dieu les garde pour moi ;

A mes chères frères : Mouhamed, Youcef et sa femme Nabila, Amhamed et sa femme Hassiba.

A mes très chères sœurs : F. Zohra, Fatiha, samira et son mari Abd nour, Zakia et son fiancé Kamel. A mes adorables : Amine et Nessrine.

> A tous mes oncles, mes tantes, mes cousins et cousines. A mon binôme khadidja A toutes mes amies.

A toutes qui me sont chères.

Boualem

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail A mes très chers parents et ma sœur Fathia en signe De reconnaissance pour tous les sacrifices Consentis à mon égard, et encouragements tout Au long de mes études.

A mes frères Mohamed et Sid-Ali, Ahmed et Hocine et Mes sœurs Djamila et Samia, Meriem et ses enfants Asma Sadek et Sara Nesrine, Abd el Karim et Farah Nour el Houda et Yasmine Abir, Hadjar et Mohamed Meriem et Hadil et mes beau frères Kamel et Mohamed, Ali et mes belles sœurs Souad Samia et Fatima, À toute MA famille. A mon binôme Kouadri Boualam Et mes amis Chacun par son nom et spécialement Abedou Boualem Et Ait Hamada Samir.

El- Kechebour Khadidja

#### SOMMAIRE

Remerciement	
Dédicace	
Résume	
Sommaire Naman datuma	
Nomenciature INTRODUCTION CENERALE	
Chapitre I : GENERALITES SUR LES TUYERES	
I.1: Introduction	3
I.2 : principaux paramètre de performances	3
I.2.1 : la poussée	3
I.2.2 : Coefficient de poussée	4
I.2.3 : Coefficient de décharge	4
I.2.4 : Vitesse caractéristique	4
I.2.5 : Vitesse effective	5
I.2.6 : Impulsion spécifique	5
I.2.7 : Impulsion totale	5
I.3 : Définition d'une tuyère	5
I.4 : Différents types de tuyères	7
I.4.1 : la tuyère conique	7
I.4.2 : Tuyère à contour profilé	8
I.4.3 : Tuyère annulaire	8
I.4.4 : Les tuyères auto-adjustables	9
I.5 : Etude d'une tuyère CV-DV	10
I.6 : étude sur les tuyères supersonique	11
I.6.1 : Forme géométrique d'une tuyère supersonique	11
I.6.2 : Forme géométrique d'une tuyère supersonique adaptée	13
I.6.3 : Régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique	15
I.6.4 : Domaines d'utilisation	19
Chanitre II • LES MODELES PHYSIOLE ET NUMERIOUE	
II.1 : Le modèle physique	21
II.1.1 : Introduction	21
II.1.2 : Equations de transports	22
II.1.2.1 : Principe de conservation de la masse	22
II.1.2.2 : Principe de conservation de la quantité de mouvement	22
II.1.2.3 : Conservation de l'énergie	23
II.1.2 : Effets pratique de la turbulence	24
II.1.3 : Les modèles de turbulence	24
II.2 : Le modèle numérique	26
II.2.1 : Modélisation mathématique du problème	26
II.2.2 : Résolution numérique (méthode de volume finis)	27
II.2.2.1 : Principe de la méthode des volumes finis	27

Chapitre III : Méthode des caractéristiques pour le calcul des écoulements	
supersoniques.	22
III.1 : Hypothèses	33
III.2 : Equation de l'écoulement	34
III.3 : Propriétés des équations hyperboliques	37
III.4 : Equations des caractéristiques	38
III.5 : Domaine de dépendance-région d'influence	40
III.6 : Relations de comptabilité	42
III .7 : Théorèmes concernant les écoulements plans	47
III.7.1 : Ecoulement en régime non simple	47
III.7.2 : Ecoulement en régime simples	48
III.7.3 : Ecoulement en régime uniforme	50
III.8 : Maillages en caractéristiques	51
Chapitre IV : PRINCIPE DE DEVELOPPEMENT DE L'APPROCHE DE COMPRESSION DE TUYERES SUPERSONIOUE.	
IV.1 : Introduction	53
IV.2 : Conception de la tuyère adaptée	54
IV.2.1 : Profil de la tuyère adaptée	54
IV.2.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère adaptée	56
IV.3 : Conception de la tuyère tronquée	56
IV.3.1 : Profil de la tuyère tronquée	57
IV.3.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère tronquée	57
IV.4 : Conception de la tuyère compressée	58
IV.4.1 : Profil de la tuyère compressée	58
IV.4.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère compressée	59
Chapitre V : APPLICATION AUX CAS D'ETUDE.	
V.1 : Introduction	62
V.2 : Premier cas d'étude : Tuyère 'ANTARES'	62
V.2.1 : Tuyère 'ANTARES' adaptée	63
V.2.2 : Tuyère 'ANTARES' tronquée	70
V.2.3 : Tuyère 'ANTARES' compressée	78
V.3 : Second cas d'étude : Tuyère 'BERENICE'	86
V.3.1 : Tuyère 'BERENICE' adaptée	86
V.3.2 : Tuyère 'BERENICE' tronquée	94
V.3.3 : Tuyère 'BERENICE ' compressée	102
Chapitre VI : RESULTATS ET COMPARAISON	
VI.1 : Introduction	110
VI.2 : Résultats et comparaison	110
VI.2.1 : Cas d'étude 'ANTARES'	110
VI.2.2 : Cas d'étude 'BERENICE'	117

CONCLUSION	123
BIBIOGRAPHIQUIE	125
ANNEXES	126

# Liste des figures

N° de figure	Titre de figure	N° de page
Figure I.1	profils des tuyères	
Figure I.2	Différentes formes géométriques des tuyères	
Figure I.3	Tuyère conique	
Figure I.4	Tuyère à contours profilés	
Figure I.5	Tuyère annulaire	
Figure I.1	<i>Tuyère type bouchon</i>	
Figure I.7	tuyère type détente déviation	
Figure I.8	nombre de mach para port au rapport des sections A/A <sup>*</sup>	
Figure I.9	Ecoulement quasi-dimensionnel	
Figure I.10	Volume de contrôle pour un écoulement monodimensionnel	
Figure I.11	Contour d'une tuyère supersonique	
Figure I.12.a	Tuyère bidimensionnelle en régime sous-détendu	
Figure I.12.b	Tuyère bidimensionnelle en régime sur détendu	
Figure I.13	Jet supersonique avec réflexion régulière et réflexion de	
	Mach. Pc désigne la pression chambre.	
Figure I.14	Moteur Vulcain au banc d'essai (Photos Snecma).	
Figure I.15	Décollement effectif lors d'un amorçage rapide - tuyère Amann	
Figure I.16	Représentation schématique de la réflexion régulière, de la réflexion de Mach et du choc en chapeau.	
Figure I.17	Tuyères d'une fusée	
Figure I.18	Tuyères d'un avion de combat	
Figure I.19	Tuyères d'orientations dans une navette spatiale	
Figure II.1	Volume de contrôle dans un maillage tri dimensionnel non	
_	orthogonal	
Figure II.2	Organigramme de la méthode isolée de résolution	
Figure II.3	Organigramme de la méthode couplée de résolution	
Figure III.1	Composantes du vecteur vitesse	
Figure III.2	Illustration de la relation entre $\mu$ et M	
Figure III. 3	Les caractéristiques $C^+$ et $C^-$ et les lignes de mach II	
	$et\xi$ .	
Figure III.4	Solution de part et d'autre d'une courbe C	
Figure III.5	Illustration du domaine de dépendance du point 3	
Figure III.6	Illustration de la région d'influence du point 4	
Figure III. 7	Déviation de l'écoulement à travers une onde de mach	
	correspondant à une compression ou une détente	
Figure III. 8	Relation entre les lignes caractéristiques (mach) et les	
	coordonnées cartésiennes	
Figure III.9	Ecoulement en régime non simple	
Figure III.10	Ecoulement en régime simple	
Figure III.11	Ecoulement en régime uniforme	
Figure(III.12)	Raffinement du maillage dans la zone de Kernel de la	
	tuyère MLN 2D sans insertion des caractéristiques	
E'anna (III 12)	supplementaire	
rigure(III.13)	de Kernel d'une tuyère MLN 2D	

Figure(III.14)	Effet du coefficient $\Delta$ sur la qualité du maillage en	
	caracteristique à une tuyere MLN 2D	
Figure IV.1	tuyêre adaptee	
Figure IV.2	représentation des tuyères adaptée, tronquée et compressée	
Figure IV.3	représentation de la procédure de déplacement du profil de la tuyère compressée.	
Figure V.1	la tuyère 'ANTARES' adaptée en trois dimensions.	
Figure V.2	Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère	
	'ANTARES' adaptée	
Figure V.3	Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère	
	'ANTARES' adaptée dans FLUENT	
Figure V.4	Résidus de la tuyère 'ANTARES' adaptée	
Figure V.5	Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES'	
	adaptée	
Figure V.6	Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES'	
	adaptée	
Figure V 7	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	<u></u>
riguie v.v	symétrie et de la paroi	
Figure V 8	Distribution de la pression le long de l'are de symétrie et	
riguie v.o	de la paroi	
Figure V 9	la tuvère 'ANTARES' tronquée en trois dimension	
Figure V 10	Présentation de géométrie et le maillage de la tuvère	 
	'ANTARES' tronquée	
Figure V.11	Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère	
	'ANTARES' tronquée dans FLUENT	L
Figure V.12	Résidus de la tuyère 'ANTARES' tronquée	1
Figure V.13	Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES'	
	tronquée	
Figure V.14	Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES'	
<b>D' V</b> 17	tronquee.	
Figure V.15	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	
	symetrie et la paroi.	
Figure V.16	Distribution de la pression statique le long de l'axe de	
<b>D' V</b> 17	symetrie et la paroi	
Figure V.17	la tuyere 'ANTARES' compressee en trois dimension	
Figure V.18	<i>Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère</i> <i>'ANTARES' compressée</i>	
Figure V.19	Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère	
I Iguie (.1)	'ANTARES' compressée dans FLUENT	
Figure V.20	Résidus de la tuvère 'ANTARES' compressée	
Figure V 21	Champ de pression statique de la tuvère 'ANTARES'	
1 iguie v.21	compressée	
Figure V.22	Champ de nombre de mach de la tuvère 'ANTARES'	
0	compressée	
Figure V.23	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	
-	symétrie et la paroi.	
Figure V.24	Distribution de la pression statique le long de l'axe de	
-	symétrie et la paroi.	
Figure V.25	la tuyère 'BERENICE' adaptée en trois dimension	
Figure V.26	Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère	
	'BERENICE' adaptée	
Figure V.27	Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère	
	'BERENICE' adaptée dans FLUENT	

Figure V.28	Résidus de la tuvère 'BERENICE' adaptée	
Figure V.29	Champ de pression statique de la tuvère 'BERENICE'	
8	adaptée	
Figure V.30	<i>Champ de nombre de mach de la tuvère 'BERENICE'</i>	
8	adaptée	
Figure V.31	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	
C	symétrie et la paroi.	
Figure V.32	Distribution de la pression statique le long de l'axe de	
C	symétrie et la paroi	
Figure V.33	la tuyère 'BERENICE' tronquée en trois dimension	
Figure V.34	Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère	
C .	'BERENICE' tronquée	
Figure V.35	Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère	
-	'BERENICE' tronquée dans FLUENT	
Figure V.36	Résidus de la tuyère 'BERENICE' tronquée	
Figure V.37	Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE'	
	tronquée	
Figure V.38	Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE'	
	tronquée	
Figure V.39	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	
	symétrie et la paroi	
Figure V.40	Distribution de la pression statique le long de l'axe de	
	symétrie et la paroi	
Figure V.41	la tuyère 'BERENICE' compressée en trois dimension	
Figure V.42	Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère	
	'BERENICE' compressée	
Figure V.43	<i>Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère</i>	
<b>T</b> : <b>X X X</b>	"BERENICE' compressée dans FLUENT	
Figure V.44	Résidus de la tuyére "BERENICE" compressée	
Figure V.45	Champ de pression statique de la tuyère "BERENICE"	
	compressée	
Figure V.46	Champ de nombre de mach de la tuyere "BERENICE"	
Figure V 47	Compressee	
Figure V.47	Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de	
Figure V 18	Distribution de la prossion statique le long de l'ave de	
rigule v.40	Symétrie et la paroi	
Figure VI 1	distribution de la pression le long de l'are de symétrie pour	
riguie vill	les trois variantes d'ANTARES : adantée tronquée et	
	compressée	
Figure VI 2	distribution du nombre de Mach le long de l'axe de	
1 18010 1 112	symétrie pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée,	
	tronquée et compressée	
Figure VI.3	distribution de pression le long de l'axe de la paroi pour	
C	les trois variantes d'ANTARES : adaptée, tronquée et	
	compressée	
Figure VI.4	distribution du nombre de Mach le long de l'axe de la	
	paroi pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée,	
	tronquée et compressée	
Figure VI.5	Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES'	
	(comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et	
	compressée).	
Figure VI.6	Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES'	
	(comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et	
	compressée)	

Figure VI.7	distribution de la pression le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes BERENICE : adaptée, tronquée et compressée
Figure VI.8	distribution de la pression le long de la paroi pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compresse
Figure VI.9	distribution du nombre de Mach le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compressée
Figure VI.10	distribution du nombre de Mach le long de l'axe de la paroi pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compressée
Figure VI.11	Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).
Figure VI.12	Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).

# Liste des tableaux

$N^{\circ}$ de tableau	Titre de tableau	N° d	le
		page	
Tableau V.1	Performances de la tuyère 'ANTARES' adaptée.	67	
Tableau V.2	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie	68	
Tableau V.3	représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi.	68	
Tableau V.4	représentera distribution de la pression statique le long de la symétrie.	69	
Tableau V.5	représente la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	69	
Tableau V.6	Performances de la tuyère 'ANTARES' tronquée	75	
Tableau V.7	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie	76	
Tableau V.8	représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi.	76	
Tableau V.9	la distribution de la pression statique le long de la symétrie	77	
Tableau V.10	la distribution de la pression statique le long de la symétrie	77	
Tableau V.11	Performances de la tuyère 'ANTARES' compressée	83	
Tableau V.12	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.	84	
Tableau V.13	représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.	84	
Tableau V.14	la distribution de la pression statique le long de la symétrie	85	
Tableau V.15	la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	85	
Tableau V.16	Performances de la tuyère 'BERENICE' adaptée.	91	
Tableau V.17	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.	92	
Tableau V.18	représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.	92	
Tableau V.19	la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	93	
Tableau V.20	la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	93	
Tableau V.21	Performances de la tuyère 'BERENICE' tronquée	99	
Tableau V.22	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.	100	
Tableau V.23	représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.	100	
Tableau V.24	la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	101	
Tableau V.25	la distribution de la pression statique le long de la symétrie.	101	
Tableau V.26	Performances de la tuyère ''BERENICE' compressée.	107	
Tableau V.27	représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.	108	
Tableau V.28	représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi	108	
Tableau V.29	la distribution de la pression statique le long de la symétrie	109	
	performances développées par les trois configurations de la tuyère 'ANTARES'.		
TableauVI. 1	performances développées par les trois configurations de la tuyère 'ANTARES'.	111	
TableauVI. 2	performances développées par les trois configurations de la tuyère 'BERENICE'.	117	
TableauVI. 3	comparaison des résultats trouvés avec la référence	122	

#### NOMENCLATURE

### 1- Système de coordonnée :

- X coordonnée axiale
- Y coordonnée radiale

### 2- <u>Lettres latines :</u>

$A_w$	coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère
a	vitesse local du son
B <sub>w</sub>	coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère
С	facteur de compression
C <sub>d</sub>	coefficient de décharge
$C_{\mathrm{f}}$	coefficient de poussée
$C_{w}$	coefficient du polynôme simulant le profil de la tuyère
F	poussée
g	accélération de pesanteur
Ι	impulsion totale
Is	impulsion spécifique
Μ	nombre de mach
ṁ	débit massique
Р	pression
R	rayon de courbure ou rapport du rayon de courbure au rayon au col
RG	constante des gaz parfaits
R <sub>S</sub>	rapport des sections
S	aire de section
Т	température
t	temps
$V_{eff}$	vitesse effective des gaz
X" <sub>d</sub>	coordonnée axiale du point appartenant à la paroi compressée déplace
У	rayon

## 3- Lettres grecques :

a constante ou angle de ma	ch
----------------------------	----

- γ rapport de chaleurs spécifiques
- θ angle
- densite

# 4- Indices:

a ambiant

А	attaché
c	col
cu	col amont
cd	col aval
t	total
W	paroi



# Introduction générale

#### **Introduction générale**

Plusieurs méthodes sont employées pour la conception des tuyères de propulsion convergentes divergentes symétriques et axisymétriques. Le contour le plus simple est la conique qui donne généralement lieu à des pertes de performance appréciables causées principalement par la divergence de l'écoulement à la sortie de la tuyère entrainant une diminution de poussée. Une alternative afin de limiter ces pertes est d'utilise des sections divergentes en forme de « cloche » qui permettront de corriger la direction de l'écoulement à la rendre axiale afin de rendre uniforme à la section de sortie.

Afin d'atteindre des poussées maximales, la détente des gaz de combustion devrait se faire complètement au sein de la tuyère. Cette démarche donne lieu dans certains cas à des configurations longues donc d'un poids excessif. Ce dernier paramètre est d'une importance capitale car la tuyère ainsi que l'engin doivent être propulses dans l'espace, une masse importante nécessitant une poussée importante.

Une méthode de conception de tuyère supersonique qui a été très populaire est celle développée par Rao en 1958 ; elle permet la conception des tuyères performantes dont le contour est détermine grâce à des calculs variationnels. Aucune contrainte n'est imposée sur la forme de la configuration sauf qu'elle doit être une ligne de courant. L'inconvénient majeur de cette approche réside dans le fait que si le contour de la tuyère ou le modèle régissant l'écoulement sont modifies, l'analyse ainsi que le programme de calcul entiers doivent être refaits.

L'approche présentée dans le cadre de ce mémoire essaye de remédier à cet inconvénient majeur en développant et en appliquant une procédure de conception de la section divergente permettant de résulter en un maximum de poussée avec un minimum de masse en simulant à priori le contour du divergent par un polynôme du second degré dont les constantes sont calculées grâce aux conditions aux limites imposées au col et à la sortie . Cette simulation par un polynôme a été appliquée par Allman et Hoffman et par Haddad et produisit des configurations dont les performances se comparaient à celles de Rao.

Cette procédure de calcul est présentée au chapitre 4 de ce mémoire qui comporte 6 dont le premier tente d'introduire les principes de base ainsi que les définitions des différents paramètres de performances appliquées aux tuyères supersonique de propulsion. Certaines configurations présentées sont éloignées quelque peu de celles classiques usuellement utilisées. Cette partie des diverses approches numériques permettant la résolution des équations générales de conservation.

Le chapitre 4 développe la méthode utilisée afin de concevoir des tuyères adaptées, de les tronquer ensuite pour enfin les compresser. La validation de cette approche est réalisée grâce à deux cas d'étude représentée par les tuyères équipant les premiers étages des propulseurs des engins de recherche « Bérénice » et « Antares » de l'Office National d' Etude et de Recherche Aérospatiales (ONERA- France). Elle fait l'objet de chapitre 5. La comparaison en terme de performance et de poids pour chaque cas étudie fait l'objet du chapitre 6.

# Chapitre I : Généralités sur les tuyères.

# Chapitre I Généralités sur les tuyères

#### **I.1.Introduction :**

La poussée d'un moteur à réaction dépend essentiellement de la quantité de mouvement impartie aux produits de combustion par leurs décharges à travers une tuyère d'éjection. Durant leurs passages à travers cette dernière, les gaz sont continuellement accélérés à partir des vitesses faiblement subsoniques à des vitesses fortement supersoniques. Le débit massique traversant la tuyère est déterminé par l'aire de la section d'entrée et les conditions de fonctionnement de la chambre de combustion. La vitesse subsonique atteinte par les gaz est fixée par les conditions de la chambre de combustion. Elle peut être davantage augmentée par la détente des gaz dans les parties convergente divergente de la tuyère. Cette vitesse additionnelle, et par conséquent le taux d'augmentation de la poussée dépend uniquement de la configuration de la tuyère.

#### I.2 : principaux paramètre de performances :

#### I.2.1 : la poussée :

La poussée délivrée par une tuyère est fonction non seulement de la vitesse d'éjection des gaz de combustion mais aussi de la différence entre les pressions de sortie et ambiante.

L'application de l'équation de conservation de la quantité de mouvement permet d'exprimer la poussée infinitésimale développée à travers une section annulaire d'épaisseur dy par :

$$dF = 2\pi [\rho V_s + (P_s - P_a)]ydy$$
(1.1)

La poussée totale peut être déterminée par l'intégration de l'équation précédente (1.1) sur la section de sortie de la tuyère. Le résultat de cette intégration est :

$$F = \pi \sum_{i} [\rho V_{s_{i}}^{2} + (P_{s_{i}} - P_{a})] (y_{S}^{i+1} - y_{S}^{i})^{2}$$
(1.2)

#### I.2.2 : Coefficient de poussée :

Le coefficient de poussée est un paramètre sans dimension défini comme le rapport de la poussée F au produit de la pression dans la chambre de combustion ou pression totale  $P_t$  par l'aire de la section au col  $A^*$ :

$$C_{\rm F} = \frac{F}{P_{\rm t}A^*} \tag{1.3}$$

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère. Il peut être considéré comme particulièrement caractéristique de la performance du contour de la section divergente supersonique.

#### I.2.3 : Coefficient de décharge :

A cause principalement des effets de frottement, les performances réelles d'une tuyère sont généralement légèrement différentes de celle déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté  $C_d$  est défini comme étant le rapport du débit actuel réel à celui déterminé à partir des relations isentropiques :

$$C_{d} = \frac{\text{Débit actuel réel}}{\text{Débit isentropique}}$$
(1.4)

#### I.2.4 : Vitesse caractéristique :

La vitesse caractéristique, notée  $C^*$ , d'une réaction est définie comme le rapport du produit de la pression totale par la section au col ( $P_t A^*$ ) au débit massique  $\dot{m}$ :

$$C^* = \frac{P_t A^*}{\dot{m}} \tag{1.5}$$

C'est un paramètre qui n'est fonction que de la nature du mélange du gazeux et de la température de combustion.

#### I.2.5 : Vitesse effective :

La vitesse effective notée  $V_{eff}$  est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée. Elle est définie par le rapport de la poussée au débit massique :

$$V_{\rm eff} = \frac{F}{\dot{m}}$$
(1.6)

C'est un paramètre qui tient compte de la correction atmosphérique.

#### I.2.6 : Impulsion spécifique :

L'impulsion spécifique, notée I<sub>s</sub> est définie comme le rapport de la poussée au produit du débit massique par l'accélération de la pesanteur :

$$I_{s} = \frac{F}{mg}$$
(1.7)

C'est un paramètre généralement utilisé pour les performances des propergols utilisés pour la propulsion.

#### **I.2.7 : Impulsion totale :**

L'impulsion totale, notée I, est définie comme l'intégrale de la poussée durant la totalité du temps de fonctionnement :

$$I = \int_0^t F dt \tag{1.8}$$

#### I.3 : Définition d'une tuyère :

Une tuyère est un organe mécanique passif qui met en communication deux réservoirs à des pressions différentes, elle constitue un des éléments les plus importants dans les turbomachines et les turboréacteurs ; d'ailleurs **40 %** de la poussée totale de ces derniers est produite par les tuyères. Selon le taux de détente, les tuyères seront soit simplement convergente (Figure.I.1.a) pour les taux de détente élevés, sinon seront convergente divergente [1] (Figure.I.1.b), selon la géométrie on trouve des tuyères à géométrie plane (Figure.I.2.a) ou axisymétrique (Figure.I.2.b).



a : tuyère simplement convergente

**b**: tuyère convergente divergente (de-laval) Figure I.1.profils des tuyères



a: tuyère plane



b: tuyère axisymétrique Figure I.2 : Différentes formes géométriques des tuyères.

#### I.4 : Différents types de tuyères :

Le choix approprié d'une tuyère pour un moteur dépend essentiellement des méthodes de la fabrication de ses parois, des limites dimensionnelles de son poids et de l'influence de ce dernier sur les performances globales du moteur etc. Les différents types des tuyères les plus utilisées sont :

#### I.4.1 : la tuyère conique :

Du point de vue construction, ce type de tuyère est le plus simple. Il est représenté en (Figure I.3). Étant donné que l'obtention d'une poussée maximale est conditionnée par un écoulement axial à la section de sortie, cette tuyère conique ne peut répondre à cette condition. Des pertes de poussée dues à la divergence de l'écoulement à la sortie sont toujours présentées. Elles sont plus importantes si l'angle du divergent est important.





Le facteur  $\lambda$  est exprime par :

$$\lambda = \frac{1 + \cos\alpha}{2} \tag{1.9}$$

#### I.4.2 : Tuyère à contour profilé :

Dans le cas d'une telle géométrie, il est possible de donner une valeur relativement importante à l'angle de divergent situé prés du col permettant ainsi la réalisation d'une importante détente (Figure I.4). La seconde partie du divergent due à sa forme courbée tend à faire suivre l'écoulement en une direction axiale limitant ainsi les pertes de poussée dues à la divergence rencontrée avec la tuyère conique.



Figure I.4 : Tuyère à contours profilés

#### I.4.3 : Tuyère annulaire :

Dans les deux types de tuyères cités précédemment, les formes de sections au col et à la sortie circulaire sont normales à l'axe. La tuyère annulaire diffère de ces contours en présentant des sections au col en forme d'anneau. Les gaz de combustion en aval de ce col se détendent au sein de ces anneaux et le long de la section divergente (Figure. I.5).



Figure I.5 : Tuyère annulaire

Le facteur  $\lambda$  est exprime par :

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{(\sin\alpha + \sin\beta)^2}{2(\alpha + \beta)\sin\beta + \cos\beta - \cos\alpha}$$
(1.10)

#### I.4.4 : Les tuyères auto-adjustables :

Dans tous les cas de tuyères citées, le paramètre pression ambiante n'a pas d'influence directe sur le processus de détente des gaz. Dans le cas des tuyères auto-adjustables, le processus de détente est régulé par la

pression ambiante. Ce type de tuyères est généralement classé en deux catégories : les tuyères type bouchon et les tuyères type détente déviation.

#### a/ La tuyère type bouchon

Le col de ce type de tuyère possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur (figure.I.6). L'écoulement est contrôlé par des ondes de détente provoquées par la déviation du bouchon dont la surface constitue le principal paramètre qui l'influence. Les gaz d'échappement subissent une détente de la pression dans la chambre de combustion jusqu'à la pression ambiante.



Figure 1.6 : Tuyère type bouchon

#### b/ La tuyère type détente déviation :

Ce type de tuyère est caractérisé par la présence d'un obstacle situé prés du col et obligeant l'écoulement des gaz de combustion qui sont en train de se détendre à des vitesses supersoniques à dévier sa direction vers l'extérieur (figure I.7).



Figure I.7 : tuyère type détente déviation

#### I.5 : Etude d'une tuyère CV-DV :

Considérons une tuyère convergente- divergente (figure I.11), nous admettons que la section d'entrée d'aire est assez grande pour qu'on puisse supposer qu'il existe dans cette section les conditions de réservoir  $P_t$ ,  $T_t$ ,  $\rho_t$ , à la section de sortie d'aire A<sub>s</sub> la pression est désignée par P<sub>s</sub>.

L'écoulement ne peut qu'être subsonique dans le convergent. Si au col la vitesse encore inférieure à la célérité du son, l'écoulement est encore subsonique dans le divergent. En effet pour que l'écoulement devienne

supersonique, il faudrait diminuer la pression régnante en amont de la tuyère. La vitesse est donc inférieure à la célérité du son dans la tuyère, la valeur maximale de cette vitesse étant la vitesse au col [3]. Le débit au col est donné par la relation suivante :

$$\dot{m} = \rho u \dot{A} \tag{1.11}$$

 $\dot{m}$ : Le débit massique

 $\rho^*$ : la densité au col

u<sup>\*</sup>: vitesse au col

 $A^*$ : section du col

La relation qui relie le nombre de mach avec le rapport des sections de la tuyère à la section au col  $A^*$  (dans la théorie monodimensionnelle), est une relation très importante.

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$
(1.12)

L'allure de cette relation est représentée dans la (figure I.8), montre qu'il y a un minimum au col.

(Pour  $\frac{A}{A^*}$  = 1, M=1), ce minimum sépare le régime subsonique de régime supersonique



#### I.6 : étude sur les tuyères supersonique :

#### I.6.1 : Forme géométrique d'une tuyère supersonique :

Considérons l'écoulement au sein d'un conduit ayant une variation de la section, la vitesse n'a qu'une composante axiale (Figure I.9). Cet écoulement est appelé écoulement quasi unidimensionnel. L'application des équations de conservation à l'élément de volume de ce conduit représenté en (Figure. 1.10) permet d'aboutir à la relation suivante:

$$\frac{dA}{A} = \left(M^2 - I\right)\frac{du}{u} \tag{1.13}$$

L'équation (1.13) reliant les variations de la section « dA » et de la vitesse « du »est appelée la relation aire vitesse. Elle nous informe que :

• Pour  $0 \le M \le 1$  correspondant à un régime subsonique, toute diminution de la vitesse résulte en une augmentation de la section et vis versa. Il en résulte donc que pour un écoulement subsonique, l'augmentation de la vitesse est assujettie à l'utilisation d'un convergent.

•Pour M = 1 correspondant à un régime sonique, l'équation (1.13) montre que dA=0 pour « du » finie. Mathématiquement, dA=0 correspond à un extremum représenté dans ce cas par la section minimale.

•Pour M > 1 correspondant à un régime supersonique, une augmentation de la vitesse entraîne une augmentation de la section et réciproquement. Il en résulte que l'accélération d'un écoulement supersonique est inhérente à l'utilisation d'un divergent et sa décélération à un convergent [2].



Figure I.9 : Ecoulement quasi-dimensionnel



Figure I.10 : Volume de contrôle pour un écoulement monodimensionnel

Finalement, les remarques précédentes nous amènent à conclure que la forme géométrique d'une tuyère conçue pour détendre un gaz d'un régime subsonique à des régimes supersoniques possède obligatoirement une géométrie convergente divergente telle que celle représentée en (figure I.11)



Figure I.11 : Contour d'une tuyère supersonique

#### I.6.2 Forme géométrique d'une tuyère supersonique adaptée :

On dit que la tuyère est adaptée, si la tuyère produisant le maximum de poussée, et la tuyère adaptée est une tuyère où la pression de sortie est adaptée à la pression ambiante. Par définition, une tuyère adaptée élargit la gorge flux isentropique et produit un flux de sortie uniforme parallèle à un nombre de Mach de sortie prévue, Me, ou  $\epsilon$ . Le coefficient d'expansion et de la pression de la tuyère de sortie, p<sub>e</sub>, par exemple une tuyère sont données par :

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M} \sqrt{\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_e\right)\right]^{\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)}}$$
(1.14)

$$P_e = P_c \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e \right)^{\left(\frac{\gamma}{1 - \gamma}\right)}$$
(1.15)

F, produit par la tuyère peut être exprimé avec des paramètres de performance couramment utilisés dans la communauté de propulsion:

$$F = (\dot{m}v_e + p_eA_e) - p_aA_e = C_F P_c A_t = \dot{m}I_{sp} \quad (1.16)$$

Où  $\dot{m}$  est le débit massique de moteur,  $C_F$  est le coefficient de poussée (sans dimension) et les  $I_{sp}$  impulsions [m / s].  $V_e$  et  $P_e$  sont des valeurs moyennes de la vitesse et la pression sur la sortie de tuyère.

 $F_C$  donne l'amplification de la poussée due à l'expansion du gaz dans la tuyère.  $I_{sp}$  est une mesure de l'efficacité d'un débit de propergol est transformée en poussée. On Utilisation de l'isentropique relations ; idéal impulsion spécifique peut être écrit comme suit:

$$I_{sp,id\acute{e}al} = \frac{F}{\acute{m}} = \nu_e + A_e \frac{P_e - P_a}{\acute{m}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_c}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right]} + \sqrt{\frac{R T_c}{\gamma} \left[\frac{2}{\gamma + 1}\right]^{\frac{\gamma + 1}{1 - \gamma}}} \cdot \varepsilon \frac{P_e - P_a}{P_c} (1.17)$$

 $T_c$  est la température de la chambre de combustion et R est la constante des gaz. Une performance optimale est obtenue avec la pression correspondant (c'est-à-dire  $P_e=P_a$ ). Inspection de l'équation (1.13), (1.15) et (1.17) indique que cela nécessite une variable  $\varepsilon$  c'est-à-dire une tuyère adaptable. Toutefois, la requises pour un tel mécanisme de la tuyère est généralement complexe [4].

#### I.6.3 Régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique :

Lorsque la tuyère est amorcée (état sonique au col), le régime d'écoulement ne dépend que du rapport entre la pression ambiante  $p_a$  et la pression statique en sortie  $p_{e,vac}$  (où vac fait référence au vide) que celle-ci a dans le vide. Dans la pratique, on distingue, pour ces régimes de fonctionnement, les écoulements non-décolles des écoulements décolles.

#### a/Ecoulement non-décollé :





Fig 12.a):Tuyère bidimensionnelle en régime fig 12.b): Tuyère bidimensionnelle en régime Sous-détendu ( $p_a=p_e;v_ac=0.66$ ). Notez la sur détendu avec réflexion de Mach pour Présence des faisceaux de détente à la lèvre rapport de pression  $p_a=p_e;v_ac>2,5$  [5]. De sortie de la tuyère [5].

Lorsque la tuyère est amorcée et que l'écoulement dans le divergent reste attachée à la paroi, le profil de pression pariétale n'est pas influencé par la pression ambiante externe mais dépend principalement de la pression chambre, pc, et de la géométrie de la tuyère employée. Ce type d'écoulement se rencontre lorsque le moteur fonctionne à - ou au-delà de - l'altitude pour laquelle il a été adapté. En terme de rapport de pression, cela correspond à :

-  $p_a = p_{e,vac} = 1$  : tuyère adapté à la pression ambiante ou extérieure.

- pa=pe;vac < 1: tuyère dite sous-détendue. Dans ce cas, un faisceau de détente apparait à la lèvre de sortie de la tuyère (figure 12.a).

#### b) Ecoulement avec décollement naissant :

Lorsque le rapport de pression est supérieur à un  $(p_a=p_{e;vac} > 1)$ , la tuyère fonctionne en régime de sur détente. Une onde de choc (choc de recompression ou de décollement) se forme à la lèvre de la tuyère. La couche limite enregistre un gradient de pression adverse, s'épaissit, mais reste attaché à la paroi jusqu'à la lèvre de sortie de la tuyère. Différentes structures de choc (réflexion régulière, réflexion de Mach et choc en chapeau [6]), décrites plus en détails par la suite, peuvent être observées dans le jet comme en témoignent les figures I.13 a) et b) :



a)Reflex ion régulière à  $p_c=p_a=3:84$ 



*b)* Réflexion de Mach \_a  $p_c=p_a=3:54$ 

# figure I .13 : Jet supersonique avec réflexion régulière et réflexion de Mach. Pc désigne la pression chambre.

#### c) Ecoulement avec décollement effectif :

Si la pression aval continue \_a augmenter et dépasse un certain seuil (pa=pe;vac >> 1, régime de forte sur détente), il arrive un moment où la couche limite ne peut plus contrer le gradient de pression adverse devenu trop important et décolle. Soulignons, à ce niveau, que la prédiction de ce seuil de pression est un enjeu important pour les motoristes puisque ceux-ci souhaitent souvent éviter ou maitriser le décollement. Les critères de décollement pour objectif d'estimer ce seuil.



a) Réflexion de Mach



b) Choc en chapeau

Figure I.14 : Moteur Vulcain au banc d'essai (Photos Snecma).



Figure I.15 : Décollement effectif lors d'un amorçage rapide - tuyère Amann[7].

Comme évoque ci-dessus, plusieurs types de structure de choc peuvent être observés dans le jet. Lorsque l'évolution du profil de la tuyère est douce (cas des tuyères de moteurs fusée de type TIC), le choc de décollement se réfléchit sur l'axe de symétrie. Deux types de réflexion peuvent alors se produire :

- l'une dite "régulière" (figure I.16.a) où le choc incident I se réfléchit directement sur l'axe de symétrie en un choc oblique réfléchi IR ;
- l'autre dite "singulière" ou "de Mach" où le choc incident I se réfléchit en formant un choc normal à l'axe appelé disque de Mach (figure I.16.b). Du point triple TP, où se rencontrent le choc incident, le choc réfléchi et le disque de Mach, émane une ligne de glissement SL. Cette discontinuité iso-bars sépare la poche subsonique en aval du choc fort de la région supersonique en aval du choc réfléchi IR.
- On pourra noter que l'obtention de l'une ou l'autre de ces réflexions dépend fortement du rapport de pression (figure I.13) et du contour de la tuyère. D'autre part, le phénomène de transition entre ces réflexions peut faire intervenir un effet d'hystérésis.
- Lorsque l'évolution du profil de la tuyère est fortement optimisée en poussée (TOC et TOP), il se forme un choc interne de focalisation (IS). Ce choc est dû au changement de courbure De la paroi au niveau du col.



Figure I.16: Représentation schématique de la réflexion régulière, de la réflexion de Mach et du choc en chapeau.

I : choc incident, IS : choc de focalisation, IR : choc réfléchi, J : jet, SL : ligne de glissement, TP point triple, D: point de décollement, V: tourbillon.

• L'interférence de ce choc interne avec le choc de décollement (I) peut conduire à une structure de choc complexe dite "en chapeau" (figure I.16.b) .Cette structure serait le résultat de l'interférence entre le choc de décollement et la réflexion de Mach inverse 8 du choc interne sur l'axe de symétrie. Là encore, l'obtention de l'une ou l'autre de ces structures dépend du profil de la tuyère, du rapport de pression et fait également intervenir un effet d'hystérésis [8]. En dernier lieu, concernant le décollement lui-même, deux types de configurations ont été observés expérimentalement, puis confirmés numériquement.

#### I.6.4 Domaines d'utilisation :

Les tuyères sont généralement utilisées dans deux importants secteurs ; l'aéronautique et l'aérospatial, pour le premier cette utilisation s'est renforcée après le développement des moteurs à réactions (Figure I.18) et pour le deuxième on distingue deux types : les tuyères de grandes dimensions qui servent à propulser les fusées (figure I.17) et celles de petites dimensions qui permettent la correction de l'orbite ou pour contrôler leurs orientations dans l'espace (figure I.19) cette utilisation ne se résume pas la, mais elle s'élargit aussi dans le domaine militaire tels que les missiles.



Figure I.17 : Tuyères d'une fusée



Figure I.18 : Tuyères d'un avion de combat



Figure I.19 : Tuyères d'orientations dans une navette spatiale

# Chapitre II :Les modèles physique et numérique

# Chapitre II Les modèles physique et numérique

#### II.1 Le modèle physique :

#### **II.1.1 Introduction :**

Au 17<sup>eme</sup> siècle « Newton » applique les lois fondamentales de la dynamique sur les particules des fluides. Il établit ainsi la loi qui concerne le frottement dans un liquide en mouvement et propose la notion de viscosité dans le liquide. Cette théorie a été développée par Euler en 1775 en appliquant les lois de mouvement et il a obtenu les équations différentielles qui portent son nom, et qui régissent la dynamique des fluides, ceci n'est valable que dans le cas où les particules des fluides ne subissent aucune contrainte. Le frottement moléculaire étant négligeable ce qui définit la notion du fluide parfait. Obtient les équations de conservations d'énergie. Malgré que l'application des ces équations Ensuite, à partir de l'intégration des équations d'Euler (Bernoulli), on est vaste mais reste toujours son utilisation confiné au fluide parfait. Navier en 1827 et Stocks en 1845 ont généralisé les équations de mouvement en incluant les forces de frottement. (Application de ces équations générale reste néanmoins limitée au fluide Newtonien). Elles sont complexes et n'admettent que quelques solutions pour des cas particuliers. En 1883 Reynolds a montré qu'il existe en réalité deux types d'écoulement : laminaire et turbulent, il a montré aussi la dépendance des écoulements en générale sur un nombre nommé après lui, qui définit le rapport des forces d'inertie sur les forces de viscosité.

Au faibles nombre de Reynolds, l'écoulement est laminaire tandis qu'a des nombres de Reynolds élevés, devient turbulent. Cependant, la plupart si non la totalité des écoulements dans les applications pratiques sont turbulents.

Il faut noter que jusqu'à nos jours les équations de mouvement restent inchangeable sauf que leurs solution repose sur le coté numérique grâce au développement rapide des moyens informatiques tel que la techniques de CFD (computational fluid dynamics). Néanmoins les études expérimentales gardent leurs importances car elles restent indispensables pour la validation des nouvelles théories.
#### **II.1.2 Equations de transports**

Donc trois principes généraux apparaissent, tirés de la mécanique et de la physique, qui conduisent à écrire ces équations :

#### II.1.2.1 Principe de conservation de la masse :

Il se traduit par l'équation de continuité, sous sa forme générale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho \vec{U} = 0 \tag{2.1}$$

Dans le cas d'un fluide permanent (stationnaire), et incompressible, où la masse volumique est invariable, l'équation de continuité se réduit à :

$$div\vec{U} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(2.2)

#### II.1.2.2 Principe de conservation de la quantité de mouvement :

Ce principe se traduit par les équations de Navier-Stokes, qui ont été établies en 1822 par ces derniers.

Les équations de Navier Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui décrivent le mouvement des fluides. Elles gouvernent par exemple les courants atmosphériques ou océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de fluides. La paternité de ces équations est partagée par Claude Navier (1785-1836) et George Stokes (1819-1903).

Les équations de Navier-Stokes sont très complexes, des solutions analytiques ne peuvent être obtenues que par certaines configurations simples. On peut dire que si on sait les intégrer, on pourrait résoudre analytiquement les problèmes d'hydrodynamique.

La conservation de la quantité de mouvement  $\rho Ui$  (équation de Navier-Stokes) qui peut être formulée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i$$
(2.3)

Les trois termes à droite de l'équation. (2.2), représentent les composantes xi de toutes les forces dues à la pression P, du tenseur des contraintes visqueuses  $\tau ij$ , et de la force de gravité *f*i. Pour un fluide Newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses est donné par :

$$\tau_{ij} = -\mu_b \delta_{ij} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} - \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial U_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$
(2.4)

 $\mu_b = 2/3\mu$ ,  $\delta$  *ij* symbole de *Kronecker*.

$$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial u_i}{\partial u_j} \tag{2.5}$$

#### II.1.2.3 Conservation de l'énergie :

Quand notre élément de fluide reçoit de la chaleur et du travail, celle-ci s'exprimé par l'accroissement de l'énergie interne et de l'énergie cinétique soit:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{D} \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}^{2}}{2} \right) dw = \iiint_{D} \left( \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{V} \right) \, dw + \iint_{S} \overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{V} \cdot ds + \sum \frac{dQ}{dt}$$
(2.6)

E : L'énergie interne par unité de masse (J/kg).

 $\sum \frac{dQ}{dt}$ : Puissance calorifique reçue par le domaine (D) par rayonnement et par conduction.

 $\rho \frac{v^2}{2}$ : Energie cinétique.

 $\rho$ E : Mouvement d'agitation moléculaire.

#### II.1.2 Effets pratique de la turbulence :

Elles à des effets qui, selon les applications peuvent se révéler soient favorables, soit défavorables :

- La turbulence réduit les inhomogénéités cinématiques, thermiques, massiques au sein de l'écoulement, tout en augmentant les transferts pariétaux.
- La turbulence augmente la traînée de frottement visqueux, mais peut diminuer sensiblement la traînée de forme, en retardant d'éventuel décollement.

Dans notre cas étudié, on prend en compte les équations fondamentales de la mécanique des fluides visqueux et incompressibles.

#### II.1.3 Les modèles de turbulence

Les écoulements turbulents sont caractérisés par les champs de fluctuation de vitesse. Ces fluctuation peuvent être de petite échelle et de haute fréquence, elles sont d'un point de vue informatique trop chères pour être simuler directement dans des calcules pratiques. L'une des difficultés majeures de la résolution des équations de Navier-Stokes reste l'emploi d'un schéma de turbulence indispensable pour la simulation de l'écoulement turbulent

Par définition, un modèle de turbulence est un système additionnel d'équations algébriques ou aux dérivées partielles, régissant le mouvement moyen permettant le calcul des paramètres liés à la turbulence, ou une façon de progresser vers un schéma consistant à déduire des valeurs (par exemple la viscosité turbulente) d'une ou plusieurs fonctions transportables telles que :

- Les contraintes de turbulence.
- L'énergie cinétique de turbulence k.
- Le taux de dissipation de l'énergie cinétique ε.

FLUENT fournit les choix suivant des modèles de turbulence :

#### Modèle à zéro équation Modèle à une équation Modèle à deux équations

- > Modèles K&  $\varepsilon$ 
  - Modèle K&  $\varepsilon$  standard

-Modèle K&  $\varepsilon$  renormalisation – group (RNG)

-Modèle K&  $\varepsilon$  réalisable

 $\blacktriangleright$  Modèles K&  $\omega$ 

-Modèle K&  $\omega$  standard

-Modèle K&  $\omega$  shear-stress transport (SST)

#### Model Reynolds stress (RSM) Model Large Eddy simulation (LES).

#### Modèle (k, E)

Le modèle  $(k,\varepsilon)$  s'avère actuellement l'un des plus répandus dans les applications pratiques à l'usage de l'ingénieur. Il conduit à des résultats qui sans être toujours quantitativement corrects restent le plus souvent qualitativement représentatifs.

Ce modèle est basé sur les deux équations de conservation de l'énergie cinétique turbulente k et du taux de dissipation de l'énergie cinétique  $\varepsilon$ .

$$\frac{\partial \left(\rho k\right)}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho k \overrightarrow{C}\right) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}} \operatorname{grad} k\right) + 2 \mu_{t} \operatorname{E}_{ij} \cdot \operatorname{E}_{ij} - \rho \varepsilon \qquad (2.7)$$

et

$$\frac{\partial \left(\rho \varepsilon\right)}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho \varepsilon \overrightarrow{C}\right) = \operatorname{div}\left(\frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\operatorname{grad}\varepsilon\right) + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k} 2 \mu_{t} E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^{2}}{k}$$
(2.8)

Ces équations contiennent cinq constantes ajustables  $C_{\mu}$ ,  $\sigma_{\kappa}$ ,  $\sigma_{\epsilon}$ ,  $C_{1\epsilon}$ et  $C_{2\epsilon}$ . Les constantes utilisées dans ce modèle ont obtenu à partir des données expérimentales d'une variété de configurations d'écoulements

$C_{\mu}$	$\sigma_{\kappa}$	$\sigma_{\epsilon}$	C <sub>1ε</sub>	C <sub>2ε</sub>	
0.09	1.00	1.30	1.44	1.92	<u>II.2</u>

Tableau II .1 : Les constantes du modèle  $k, \varepsilon$ 

Le modèle numérique

#### II.2.1 Modélisation mathématique du problème

Le logiciel FLUENT propose un nombre assez important d'options qui déterminent la forme des équations de Navier-Stokes et des équations de transport des scalaires supplémentaires. L'utilisateur a le choix entre un écoulement tridimensionnel ou bidimensionnel, monophasique ou multiphasique (homogène ou non), turbulent ou laminaire, permanent ou non permanent, incompressible ou compressible, avec ou sans transfert de chaleur, Pour les écoulements turbulents, FLUENT permet d'utiliser les deux catégories classiques les modèles reposant sur le concept de la viscosité turbulente et les modèles de fermeture du second ordre. Néanmoins, concernant les modèles dépendant de la viscosité turbulente, le logiciel ne propose pas le modèle de la longueur de mélange mais mentionne des autres modèles à une équation ou à deux équations ou à cinq équations. Ainsi, l'utilisateur peut employer :

- Soit le modèle spalart-allamaras(1 eqs)
- soit le modèle  $k\varepsilon$  (2 eqs)
- soit le modèle K  $\omega$  (2 eqs)
- soit le modèle Reynolds Stress (5 eqs)

FLUENT basé sur la technique des volumes finis, qui consiste à discrétiser le volume étudié sous la forme de petits blocs (volumes).

Alors la méthode numérique employée est basée sur un schéma de type volume finis permettant la résolution des ´équations de Navier-Stokes stationnaires et compressibles ou l'écoulement est bidimensionnel (axisymétrique), avec le modèle de turbulence k-ε.

#### II.2.2 Résolution numérique (méthode de volume finis)

Les équations moyennes de transport sont très complexe et ne peuvent pas être résolues analytiquement ; cependant il existe des méthodes numériques permettant la résolution de ces équation avec une précision considérable telle que la méthode des éléments finis, la méthode de différences finies et la méthode des volumes finis; cette dernière est la plus utiliser actuellement dans les code de calculs commerciales. La méthode des volumes finis a été introduite dans le domaine du calcul numérique des écoulements par McDonald (1971), Mac-Cormack et Paully (1972), pour la résolution des écoulements bidimensionnels, et par Rizzi et Inouye (1973) pour la résolution des écoulements tridimensionnels.

L'avantage de la résolution par la méthode des volumes finis réside dans la simplicité de la discrétisation du domaine d'écoulement.

#### II.2.2.1 Principe de la méthode des volumes finis

Le domaine de calcul est divisé en une série de sous domaines appelés volumes de contrôle. Ces volumes de contrôle enveloppent tout le domaine de calcul sans chevauchement, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume du domaine de calcul. Un point est positionné au centre de chaque volume et est appelé centre du volume de contrôle, il sera noté *P*, (*figure* II.1). Les nœuds des volumes voisins seront notés suivant leurs positions *N*, *S*, *W*, *E*, *T* et *B* (se rapportant aux directions *North, South, West, East, Top* et *Bottom* respectivement). Dans la méthode des volumes finis les lois de conservation (de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sous une forme intégrale

La pierre angulaire de cette méthode réside dans le théorème de Gauss (appelé aussi le théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski) et qui permet de transformer une intégrale de volume en une intégrale de surface. Le but de cette méthode est de convertir l'équation différentielle générale en un système d'équations algébriques en mettant en relation les valeurs de la variable considérée  $\phi$  aux points nodaux adjacents d'un volume de contrôle typique. Cela est obtenu par l'intégration de l'équation différentielle gouvernante dans ce volume de contrôle avec l'approximation des différents termes (convection, diffusion et source).



Figure II.1 : Volume de contrôle dans un maillage tri dimensionnel non orthogonal.

L'équation stationnaire de transport d'une variable  $\phi$  par convection - diffusion dans un système de coordonnées cartésiennes, s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho U_i \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) = S_{\phi} \qquad i = 1, 2, 3$$
(2.9)

 $U_i$  est la composante de la vitesse suivant la direction  $x_i$ .

 $\rho$  la masse volumique.

 $\Gamma_{\phi}$  le coefficient de diffusion.

 $\phi$  une des variables suivantes  $\phi = u$ , v, w, k,  $\varepsilon$  et T.

 $S_{\boldsymbol{\phi}}$  Le terme source relatif à la variable  $\boldsymbol{\phi}$ 

L'équation (II.9) s'écrit encore sous la forme suivante :

$$div(\rho u\phi) = div(\Gamma_{\phi}grad(\phi)) + S_{\phi}$$
(2.10)

Et en intégrant sur un volume de contrôle (théorème de la divergence)

$$\int_{A} \rho(u \cdot n) \cdot \phi \cdot dA = \int_{A} \Gamma_{\phi} grad(\phi) \cdot n \cdot dA + \int_{CV} S_{\phi} dV$$
(2.11)

Où n est le vecteur unitaire perpendiculaire à la surface d'intégration .L'équation précédente s'écrit sous la forme :

$$\sum_{f} \rho \left( u \cdot n \right)_{f} \cdot \phi_{f} \cdot A_{f} = \sum_{f} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{f} \cdot A_{f} + \overline{S_{\phi}} \cdot \Delta V \qquad \qquad f = e, w, n, s, t \ et \ b \qquad (2.12)$$

Où f représente la face d'intégration.

Pour Fluent La méthode de résolution s'appuie sur l'algorithme SIMPLE (Semi Implicite Method for Pressure Linked Equations) ou sur une de ses variantes (SIMPLER, SIMPLEC, SIMPLEX, PISO). Les équations de conservation de la matière et de la quantité de mouvement sont résolues de façon itérative. L'algorithme démarre de valeurs supposées des vitesses et de la pression, puis les utilise dans les équations de conservation de la quantité de mouvement pour arriver à une nouvelle estimation des vitesses. Mais les vitesses calculées ne vérifient pas forcément l'équation de conservation de la matière. L'erreur obtenue permet de réévaluer les valeurs de la pression, avant de démarrer une nouvelle itération.

Une autre approche est le solveur couplé. Dans ce cas, les équations qui permettent d'estimer les vitesses et la pression sont résolues simultanément. Cette méthode évite de devoir sous-relaxer les équations aussi fortement que dans le cas des méthodes non couplées, car les vitesses satisfont automatiquement l'équation de conservation de la matière. Cet algorithme présente une très grande stabilité et permet de converger en un nombre d'itérations limité. Il est par contre légèrement plus coûteux en termes d'utilisation de mémoire.

Alors les deux méthodes numériques de résolution (isolée et couplée) utilisent une technique semblable de discrétisation (volume finis), mais l'approche utilisée pour linéariser et résoudre les équations est différente.

#### La méthode isolée de résolution :

Les équations discrètes sont résolues séquentiellement (c à d, isolé les unes des autres). Puisque les équations de conservation sont non linéaires (et couplé), plusieurs itérations de la boucle de solution doivent être exécutées avant qu'une solution convergée soit obtenue.

Chaque itération comprend les étapes illustrées dans l'organigramme (figure II.2) présenté ci-dessous:



Figure II.2 : Organigramme de la méthode isolée de résolution

#### La méthode couplée de résolution :

En utilisant cette approche les équations de conservation, de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie sont résolus simultanément (c à d, couplé ensemble). Puisque les équations de conservation sont non linéaire (et couplé), plusieurs itérations de la boucle de solution doivent être exécutées avant qu'une solution convergée soit obtenue.

Chaque itération comprend les étapes illustrées dans l'organigramme (figure II.3) et décrites ci-dessous:



Figure II.3 : Organigramme de la méthode couplée de résolution

#### II.2.2.2 Linéarisation: Implicite-explicite

Dans la méthode isolée et couplée de résolution la discrétisation non linéaire des équations de conservation est linéarisé pour produire un système d'équations pour les variables dépendantes en chaque élément du domaine. Le système linéaire résultant est alors résolu. La façon dont les équations de conservation sont linéarisées peut prendre une forme « implicite » ou « explicite ».

« Implicite »ou « explicite » veut dire :

**Implicite :** Pour une variable donnée, la valeur inconnue en chaque élément est calculée en utilisant une relation qui inclut les valeurs existantes et inconnues des éléments voisins. Par conséquence, chaque variable inconnue spécifique à un élément apparaît dans plus d'une équation dans le système, et ces équations doivent être résolues simultanément pour donner les quantités inconnues.

**Explicite** : Pour une variable donnée, la valeur inconnue en chaque élément est calculée en utilisant une relation qui inclut seulement des valeurs existantes. Par conséquence, chaque variable inconnue spécifique à un élément apparaît seulement dans une équation dans le système et les équations pour la valeur inconnue en chaque élément peuvent être résolues une à la fois pour donner les quantités inconnues.

Dans la méthode couplée de résolution il est possible d'employer une implicite ou explicite linéarisation des équations de conservation.

### Chapitre III Méthode des caractéristiques pour le calcul des écoulements supersoniques

#### **Chapitre III**

#### Méthode des caractéristiques pour le calcul des écoulements supersoniques

#### **III.1.Hypothèses :**

La résolution du problème d'écoulement dans les tuyères supersoniques consiste a résoudre simultanément les équations de conservations de la masse, quantités de mouvement axiale et radiale et de l'énergie. Notons que ces équations sont des équations différentielles aux dérivées partielles dont la résolution n'est pas connue a priori, vu le manque des conditions aux limites pour l'unicité de la solution, étant donne encore que le profil de la tuyère est lui même inconnu et recherché. a ce titre, on a mentionné et considérer les hypothèses suivantes :

1- l'écoulement est entièrement établi (stationnaire).

2- les forces a distances, telle que, l'effet de la pesanteur, les interactions entre les particules de la fluide sont négligées et les forces extérieures de source électriques et magnétiques sont absentes.

3- le gaz est parfait .cependant, le volume occupe par les molécules du gaz est suppose nul, ce qui donne que l'effet de la viscosité est négligée.

4- l gaz est thermiquement parfait. Cependant, la variation ou l'augmentation de la température ne permet pas la dissociation des molécules.

5- le gaz est calorifiquement parfait, ce qui donne  $c_p$  et  $\gamma$  restent constantes durant la détente du gaz et ne dépendent pas de la température.

6- l'écoulement est entièrement isentropique .cette propriété est expliquée par l'absence de dissipation causée par la naissance des ondes de choc.

7- l'écoulement est idéal, le transfert de chaleur par conduction entre les différentes particules de gaz est négligé.

8- l'écoulement est irootationnel. Cette hypothèse est vérifie tant que l'entropie est invariable.

9- le transfert de chaleur forcé par convection ou rayonnement avec la paroi de la tuyère est absent.

#### **III.2.Equation de l'écoulement :**

Dans un système de coordonnées cartésiennes, les équations de base de l'écoulement sont les suivantes :

1- équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} + y^{-\delta} \frac{\partial(y^{\delta} \rho \mathbf{v})}{\partial y} = \mathbf{0}$$
(3.1)

2- équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} = 0$$
(3.2)

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial y} = 0$$
(3.3)

3- équation de conservation d'énergie :

$$\frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\mathbf{v}^2 = \frac{a_0^2}{\gamma - 1} \tag{3.4}$$

avec  $v^2 = u^2 + v^2$ 

et  $a = \sqrt{\gamma r T}$ 

Cette équation est valable suivant une ligne de courant.

4- équation d'état d'un gaz parfait :

$$\frac{P}{P} = \left[\frac{\rho}{\rho_0}\right]^{\gamma}$$

$$P = \rho r T \qquad (3.5)$$

$$r = \frac{\Re}{m}$$

Ou

Avec

Ce système est constitue cinq équation avec cinq inconnus ( $\rho$ ,u,v,T).

Après des transformations mathématiques des équations (3.2), (3.3), (3.5), on peut obtenir une équation unique pour les composantes du vecteur vitesse de la forme suivante :

$$(a^{2} - u^{2})\frac{\partial u}{\partial x} + (a^{2} - v^{2})\frac{\partial v}{\partial y} - uv\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right] + \delta a^{2}\frac{v}{y} = 0$$
(3.6)

Avec  $\delta = 0$  ; Le cas plan.  $\delta = 1$  ; Le cas axisymétrique.

On obtient ainsi l'équation générale de la dynamique des gaz. Dans cette équation la vitesse du son est fonction de la vitesse v selon l'équation d'énergie (3.4).

#### Remarque :

Pour l'écoulement axisymétrique, la symétrie est suivant l'axe x. Cependant, la direction y dans les équations est celle la direction radiale. Comme l'écoulement est isentropique

l'entropie est invariable dans tout le champ d'écoulement selon le théorème de crocco. L'écoulement est donc irrotationnel. Autrement :

$$rot \vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow \nabla \Lambda \vec{v} = \vec{0}$$

ce qui donne :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{0} \tag{3.7}$$

Cette équation constitue une équation auxiliaire, dont son utilisation remplace l'une de cinq équations de base [10].

Cependant, le système d'équations de l'écoulement devient :

$$(a^{2} - u^{2})\frac{\partial u}{\partial x} + (a^{2} - v^{2})\frac{\partial v}{\partial y} - uv\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right] + \delta a^{2}\frac{v}{y} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\frac{a^{2}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}v^{2} = \frac{a_{0}^{2}}{\gamma - 1}$$
Avec :
$$\delta = 0 \quad ; \text{ le cas plan } .$$

$$\delta = 1 \quad ; \text{ le cas axisymétrique}$$

$$+\delta \frac{a^{2}}{y}\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \qquad (3.9)$$

Observons que l'équation (3.9) représente une équation différentielle aux dérivées partielles de deuxième ordre .elle est non linéaire .les coefficients des termes de deuxième ordre contient les dérivées de première ordre de la fonction Ø.L'équation (3.9) est de type hyperbolique, si le discriminant D est supérieur à zéro pour tout point du domaine d'écoulement .autrement :

 $\mathbf{D} = \mathbf{B}^2 + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{0}$ 

Avec

$$B = -2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial y} = -2 u v$$

$$A = a^{2} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^{2} = a^{2} - u^{2}$$

$$C = a^{2} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^{2} = a^{2} - v^{2}$$
(3.10)

(2.10)

La condition (3.10) se réduit à :

$$\frac{u^2 + v^2}{a^2} > 1$$
 (3.11)  
M > 1

Ou

Les coordonnées cartésiennes x et y sont généralement mal adaptées à une description de l'écoulement supersonique et les équations présentées précédemment ne peuvent donc utilisées directement. dans le plan (xy) il ya certaine direction pour les quelles les dérivées des variables de l'écoulement telle que ( $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots$ Etc) sont indéterminées ou discontinues [10]. Cependant, ces directions sont appelées les caractéristiques qu'on les choisies comme de nouvelles coordonnées au système soit d'équations (3.8), on peut s'attendre à ce que ce système soit considérablement simplifié. La détermination de ces directions se fera dans le paragraphe (III-4).

#### III.3. Propriétés des équations hyperboliques :

Sans entrer dans les détails de la théorie mathématique des équations hyperboliques, on peut mentionner les propriétés suivantes :

- 1. Une équation est de type hyperbolique, si une certaine relation est satisfaite par le coefficient de dérivée le plus grand, dans notre cas, cette condition est la relation (3.11).
- 2. La solution dans un point ne dépend que de l'état en amont à ce point.
- 3. Les équations hyperboliques de distinguent par une direction privilégiée dans le plan (xy), ces directions sont appelées les caractéristiques .dans notre cas les caractéristiques sont les lignes de mach qui sont définies en chaque point ou le nombre de mach est M, tracées l'une ver le haut et l'autre ver le bas faisant un angle μ avec le vecteur vitesse v.

Cependant dans le cas général il y a une différence entre ligne de mach et les lignes caractéristiques, ces dernières sont courbes et tangentes aux lignes de mach, les vitesses sont continues à travers les caractéristiques [10].

Sur les lignes caractéristiques, les variables d'états dépendantes obéissent à des relations dite relations de compatibilités .ces relations sont la base de la méthode numérique.

#### **III.4.Equations des caractéristiques:**

Les équations des caractéristiques sont obtenues dans la première étape par la multiplication des équations (3.6) et (3.7) par des inconnues  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  après la sommation on obtient :

$$\sigma_{1}(a^{2} - u^{2})\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\sigma_{1}(-2uv) - \sigma_{2}}{\sigma_{2}(a^{2} - u^{2})}\frac{\partial u}{\partial y}\right] + \sigma_{2}\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\sigma_{1}(a^{2} - v^{2})}{\sigma_{2}}\frac{\partial v}{\partial y}\right] + \sigma_{1}\left[\frac{\sigma a v^{2}}{y}\right] = 0$$

$$(3.12)$$

Supposons que u(x,y) et v(x,y) sont des fonctions continues. Cependant :

 $\frac{\mathrm{d} u}{\mathrm{d} x} \;=\; \frac{\partial u}{\partial x} \;+\; \lambda \;\; \frac{\partial u}{\partial y} \qquad ; \qquad \frac{\mathrm{d} v}{\mathrm{d} y} \;=\; \frac{\partial v}{\partial x} \;+\; \lambda \;\; \frac{\partial v}{\partial y}$ 

Avec :

 $\lambda = \frac{dy}{dx}$ : est la pente des caractéristiques courbes et sont égaux aux coefficients de  $\frac{\partial u}{\partial v}$  et  $\frac{dv}{dv}$  dans l'équation (3.12) par :

$$\lambda = \frac{\sigma_1(-2uv) - \sigma_2}{\sigma_2(a^2 - u^2)} \quad ; \quad \lambda = \frac{\sigma_1(a^2 - v^2)}{\sigma_2} \tag{3.13}$$

a partir des équations précédentes, on obtient un système d'équation en  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  par :

$$\begin{cases} \sigma_1[(a^2 - u^2)\lambda + 2 u v] + \sigma_2[1] = 0 \\ \sigma_1[(a^2 - v^2)] + \sigma_2[-\lambda] = 0 \end{cases}$$
(3.14)

Le système (3.14) possède des solutions non triviales pour des inconnues  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  si le déterminant de ce système est égale à zéro, ce qui donne :

$$(a2 - u2)\lambda2 + 2 u v \lambda + (a2 - v2) = 0$$
(3.15)

L'équation (3.15) donne deux solutions par :

$$\lambda^{\pm} = \left[\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right]^{\pm} = \frac{\mathrm{u}v \pm \mathrm{a}^2 \sqrt{\mathrm{M}^2 - 1}}{\mathrm{u}^2 - \mathrm{a}^2} \tag{3.16}$$





Figure III.2 : Illustration de la relation entre  $\mu$  et M



Figure III. 3 : Les caractéristiques  $C^+$  et  $C^-$  et les lignes de mach  $\mu$  et $\xi$ .

Ces deux solutions représentent deux courbe s dans le plan (xy) qui sont appelées les caractéristiques.une forme très simplifiée de (3.16) est obtenue par introduction de u et v en termes de v et  $\theta$  et par M en terme de  $\mu$  par :

D'après la figure (III.1) on a :

$$\begin{cases}
u = v \cos(\theta) \\
v = v \sin(\theta) \\
\theta = \operatorname{arctg}(\frac{v}{u})
\end{cases}$$
(3.17)

D'après la figure (III.2) on a :

$$\begin{cases} M = \frac{1}{\sin(\mu)} \\ \sqrt{M^2 - 1} = \operatorname{cotg}(\mu) \end{cases}$$
(3.18)

Substituons les équations (3.17) et (3.18) dans (3.16) et après quelques transformations trigonométriques on aboutit a :

$$\lambda^{\pm} = \left[\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right]^{\pm} = \mathrm{tg}\left(\theta \pm \mu\right) \tag{3.19}$$

Cette équation est illustrée par la figure (III.3), telle que C<sup>+</sup>et C<sup>-</sup> représentent respectivement la caractéristique montante et descendante.

#### III.5.Domaine de dépendance-région d'influence :

Considérons deux points 1 et 2 de la courbe c dans la figure(III.4). Il ya en effet deux solutions possibles :

soit le point d'intersection 4 de la caractéristique C<sup>-</sup> menée par le point 2 et l'autre C<sup>+</sup>
 menée par le point 1.

soit le point d'intersection 3 de la caractéristique C<sup>+</sup> menée par le point 2 et l'autre C<sup>-</sup>
 menée par le point 1.

Considérons un point 3 vers le quel convergent deux caractéristiques, une  $C^-$  et une  $C^+$ , figure (III.5).

L'état de l'écoulement en point 3 ne dépend que de l'état de l'écoulement dans la zone située entre les deux caractéristiques convergentes vers, c'est ce qu'on appel le domaine de dépendance du point 3.

Considérons les deux caractéristiques  $C^-$  et  $C^+$  issues d'un point 4, figure (III.6).



Figure III.4 : Solution de part et d'autre d'une courbe C.



Figure III.5 : Illustration du domaine de dépendance du point 3.



Figure III.6 : Illustration de la région d'influence du point 4.

#### III.6.Relations de comptabilité :

Comme on a mentionne au paragraphe (III.2) que les équations obtenues (3.8) ne peuvent être utilisées directement et dans le paragraphe (III.4) on a déterminé les directions des caractéristiques dans le plan (xoy). Les équations (3.19) découlent de la localisation géométrique des lignes  $\xi$  et  $\eta$  constante. Ces lignes ainsi définies sont en général des lignes courbées. Puisque  $\mu$  et  $\theta$  ont des valeurs locales dans le champ d'écoulement. Ces lignes ne sont pas connues a priori. Par conséquent. En introduisant les lignes  $\xi$  et  $\eta$  constantes comme nouvelles coordonnées dans les équations (3.6) et (3.7), on peut s'attendre a ce que ce système soit considérablement simplifie. Dans le plan (xy), nous obtenons par cette transformation deux familles de courbes  $\xi(x,y)$ =constante et  $\eta(x,y)$ =constante qui prennent ainsi la fonction d'un nouveau réseau de coordonnées.

Cette transformation se révélera très utile pour la description d'un écoulement supersonique. Lors de la mise en forme des équations de base pour cette transformation on con constate qu'il est avantageux de travailler a partir de (3.8) avec V et  $\theta$  comme variables dépendantes. D'après la figure (III.1) :

$$\begin{cases} u = v \cos(\theta) \\ v = v \sin(\theta) \end{cases}$$
(3.20)

Les dérivées partielles deviennent alors :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) - V \frac{\partial \theta}{\partial x} \sin(\theta)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) - V \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin(\theta)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + V \frac{\partial \theta}{\partial x} \sin(\theta)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial y} \cos(\theta) + V \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin(\theta)$$
(3.21)

Par substitution des relations (3.20) et (3.21) dans (3.6) et (3.7) on obtient a l'aide de définition de  $\eta$  selon (2.18) et après quelques manipulation mathématiques et réarrangement :

$$\sin(\mu) \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} \sin(\theta) - \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) \right] + \frac{\cot g(\mu)}{V} \left[ \frac{\partial V}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial V}{\partial y} \sin(\theta) \right] \cos(\mu) - \delta \frac{\sin(\mu) \sin(\theta)}{y} = 0$$
(3.22)

$$\frac{\partial \theta}{\partial x}\cos(\theta) + \frac{\partial \theta}{\partial y}\sin(\theta) + \left[\frac{\partial V}{\partial x}\sin(\theta) - \frac{\partial V}{\partial y}\sin(\theta)\right] = 0$$
(2.23)

Par multiplication de (3.29) par  $cos(\eta)$  et ensuite, soit par l'addition, soit par la soustraction de (3.22) on obtient après quelques transformations trigométriques :



Figure III. 7 : Déviation de l'écoulement à travers une onde de mach correspondant à une compression ou une détente.



Figure III. 8 : Relation entre les lignes caractéristiques (mach) et les coordonnées cartésiennes.

On introduit a cette étape les coordonnées  $\xi(x,y)$  et  $\eta(x,y)$ . D'après la figure (III.8), pour une fonction scalaire f arbitraire :

Si on se déplace de p à p' le long de la caractéristique  $\eta$ , on à :

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial \eta} \Delta \eta \tag{3.26}$$

Suivant x , puis suivant y, on à :

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \tag{3.27}$$

Par identification de (3.26) et (3.27):

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\Delta \eta}{\Delta x}$$
(2.28)

Cependant, d'après la même figure on a :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg(\theta + \mu)$$
(2.29)  
$$\frac{\Delta \eta}{\Delta x} = \frac{1}{\cos\left(\theta + \mu\right)}$$
(3.30)

Remplaçant (3.29) et (3.30), ensuite multipliant par  $\cos(\theta + \mu)$  on obtient :

$$\frac{\partial f}{\partial x}\cos(\theta + \mu) + \frac{\partial f}{\partial y}\sin(\theta + \mu) = \frac{\partial f}{\partial \eta}$$
(3.31)

De même, une relation entre la direction  $\xi$  et x,y cartésiennes, on allons de p à p'' sur  $\xi$  :

$$\frac{\partial f}{\partial x}\cos(\theta - \mu) + \frac{\partial f}{\partial y}\sin(\theta - \mu) = \frac{\partial f}{\partial \xi}$$
(3.32)

Par identification de (3.32) et (3.24) on peut écrire :

Le long de la ligne 
$$\eta$$
=cte

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} + \frac{\cot g(\mu)}{V} \frac{\partial V}{\partial\xi} = -\delta \frac{\sin(\mu)\sin(\theta)}{y}$$
(3.33)

De même, par identification de (3.31) et(3.25) on peut écrire :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\eta} + \frac{\cot g(\mu)}{V} \frac{\partial V}{\partial\eta} = -\delta \frac{\sin(\mu)\sin(\theta)}{y}$$
(3.34)

Ce résultat est particulièrement intéressant, puisque dans l'équation applicable le long de la linge  $\eta$ = constante n'interviennent que les dérivées dans la direction  $\xi$  et vice versa.les linges  $\xi$  et  $\eta$  constantes sont les lignes caractéristiques du système d'équation (3.33) et (3.34).

L'utilisation de cette propriété est évidente, puisque les deux équations peuvent être intégrées immédiatement le long des deux linges de mach.

	$\frac{\partial(\nu+\theta)}{\partial\xi} = \delta \frac{\sin(\mu) \sin(\theta)}{y}  suivant \xi$ $\frac{\partial(\nu-\theta)}{\partial \eta} = \delta \frac{\sin(\mu) \sin(\theta)}{y}  suivant \eta$	(3.35) (3.36)
Pour le cas Les	ση γ	
	$\frac{\partial(\nu+\theta)}{\partial\xi} = 0 \qquad suivant \ \xi$	
	$\frac{\partial(\nu-\theta)}{\partial \eta} = 0 \qquad \text{suivant } \eta$	

Qui se simplifiées à :

$$\begin{array}{c|c}
\nu + \theta = Q^{-} & suivant \xi \\
\nu - \theta = Q^{+} & suivant \eta
\end{array}$$
(3.37)
(3.38)
  
Avec : Q<sup>-</sup> et Q<sup>+</sup>

Ces deux relations sont les relations de compatibilités entre  $v \, et \, \theta$  pour le cas d'un écoulement plan, elles donnent des résultats simples que  $(v - \theta)$  et  $(v + \theta)$  sont constantes le long des caractéristiques  $\eta$  et  $\xi$  respectivement indépendement de la géométrie de l'écoulement. Cependant, les équations complètes sont données par (3.37), (3.38) et (3.19). Pour le cas axisymétrique :

Les équations (3.35) et (3.36) deviennent :

$$\frac{\frac{\partial(\nu+\theta)}{\partial\xi}}{\frac{\partial\xi}{\partial\eta}} = \frac{\sin(\mu) \sin(\theta)}{y} \quad suivant \xi$$
$$\frac{\frac{\partial(\nu-\theta)}{\partial\eta}}{\frac{\partial\eta}{\partial\eta}} = \delta \frac{\sin(\mu) \sin(\theta)}{y} \quad suivant \eta$$

l'intégration n'est pas simple, mplète de l'écoulement il faut

car la

ajouter les équations des caractéristiques (3.19). La résolution est simultanée ou il faut tenir les positions des nœuds.

Remarque :

Une fois le problème est résolu par  $\nu$  et  $\theta$ , on peut facilement obtenir les variations des autres paramètres, tel que (M,  $\lambda$ ,  $P/P_0$ ,  $T/T_0$ ,  $\rho/\rho_0$ ....) à partir des équations appropriées.

#### III .7. Théorèmes concernant les écoulements plans :

Pour un écoulement supersonique plan, les équations de compatibilités (3.37) et (3.38) sont valables. Les écoulements peuvent être décomposés en trois types :

- Ecoulement en zone dite non simple.
- Ecoulement en zone dite simple.
- Ecoulement en zone dite uniforme.

#### **III.7.1 Ecoulement en régime non simple :**

Les caractéristiques sont courbes (cas général) et chacune d'elle correspondant à une valeur de Q<sup>+</sup> et Q<sup>-</sup>, figure (II.9). Les valeurs de  $\nu$  et  $\theta$  sont faciles à obtenir sur les intersections des caractéristiques par :

$$\nu = \frac{1}{2} (Q^{-} + Q^{+})$$
  
$$\theta = \frac{1}{2} (Q^{-} - Q^{+})$$

Si on déplace le long des caractéristiques  $\eta$ , on a :

$$Q^+$$
=cte  
 $\Delta \theta = \Delta v = \frac{1}{2} \Delta Q^-$ 

Si on se déplace le long des caractéristiques  $\xi$ , on a :



Figure III.9 : Ecoulement en régime non simple.

#### **III.7.2.Ecoulement en régime simples :**

Il est défini par la condition que l'une des quantités  $Q^-$  ou  $Q^+$  soit constante. <u>a- on suppose que  $Q^+$ =cte</u>

$$Q^+ = Q_0^+ = \text{cte}$$

Si on se déplace sur le long des caractéristiques  $\xi$ , on a :

$$Q^{-}=$$
 cte  
 $\Delta v = -\Delta \theta = \frac{1}{2} \Delta Q^{+} = 0$ 

Ce qui donne que  $\nu$  et  $\theta$  sont constantes suivant les caractéristiques $\xi$ . Comme résultat, les caractéristiques  $\xi$  sont des droites, figure (II.10a).

On passant d'une caractéristique  $\xi$  à l'autre, on a :

$$\Delta v = \Delta \theta = \frac{1}{2} \Delta Q^{-}$$

Les résultats sont valables sur n'importe quel linge coupant les caractéristiques et en particulier les linges de courant.

<u>b- on suppose que  $Q^-$ =cte :</u>

$$Q^- = Q_0^- = \text{cte}$$

Si on se déplace sur le long des caractéristiques  $\eta$ , on a :

$$Q^+ = \text{cte}$$
  
 $\Delta v = \Delta \theta = \frac{1}{2} \Delta Q^- = 0$ 

Ce qui donne que  $\nu$  et  $\theta$  sont constantes suivant les caractéristiques  $\eta$ . Comme résultat, les caractéristiques  $\eta$  sont des droites, figure (II.10b).

On passant d'une caractéristique  $\eta$  à l'autre, on obtient :

$$\Delta \nu = \Delta \theta = \frac{1}{2} \Delta Q^{+}$$

Les résultats sont valables sur n'importe quel linge coupant les caractéristiques et en particulier les linges de courant.



Figure III.10 : Ecoulement en régime simple.

#### III.7.3.Ecoulement en régime uniforme :

Dans ce cas les quantités  $Q^+$  et  $Q^-$  sont tous constantes. Aux intersections les valeurs de  $\nu$  et  $\theta$  sont :

$$\nu = \frac{1}{2} (Q_0^- + Q_0^+) = cte$$
$$\theta = \frac{1}{2} (Q_0^- - Q_0^+) = cte$$

Les caractéristiques sont partout rectilignes, figure (III.11).

#### Convention :

Une convention usuelle consiste à omettre de représenter qu'une seule caractéristique dans une région d'écoulement uniforme, et de représenter que les caractéristiques rectilignes dans le cas d'un régime d'onde simple et de représenter les deux types de caractéristique dans le cas de régime non simple.

#### Remarque :

Une région uniforme est toujours limitée par des zones d'ondes simples et qu'elle contacte un régime non simple en un seul point non plus.



Figure III.11 : Ecoulement en régime uniforme.

#### **III.8.**Maillages en caractéristiques :

Dans les figure (III.12), (III.13)et (III.14), on a présenté des maillages en caractéristiques dans une tuyère à détente centrée avec et sans effet de condensation. Dans ces figures, on a pris l'exemple avec  $T_0=2000 \text{ K}^\circ$ ,  $M_S=3.00$  qui donne  $\theta^*=27.49$  degré.

La figure (III.13) représente quelques maillages obtenus si en utilise l'insertion progressive des caractéristiques supplémentaires dans la région de Kernel entre la ligne sonique et la première C régulière.

Sur la figure 5.16, on a pris des exemples en changeant le coefficient  $\Delta$  de la formule (3.50) sur la forme du maillage et en particulier sur la paroi de la tuyère au voisinage du col. Il est clair que si on prend un coefficient élevé,  $\Delta=8$  par exemple, la tuyère sera très bien présentée au voisinage du col.



Figure (III.12): Raffinement du maillage dans la zone de Kernel de la tuyère MLN 2D sans insertion des caractéristiques supplémentaire

(a) : Zone de Kernel gros avec  $\Delta \theta = 3.0$ . (b) : Zone de Kernel modéré avec  $\Delta \theta = 1.2$ .

(c): Zone de Kernel assez fin avec  $\Delta \theta = 0.50$ . (d): Zone de Kernel fin avec  $\Delta \theta = 0.20$ .



Figure (III.13): Insertion des caractéristiques supplémentaires dans la zone de Kernel d'une tuyère MLN 2D avec  $\Delta$ =2.00 et  $\Delta$ θ=3.0.

(a): Sans insertion  $N_i=0$ . (b): Insertion avec  $N_i=5$ . (c): Insertion avec  $N_i=20$ . (d): Insertion avec  $N_i=50$ .



Figure (III.14): Effet du coefficient  $\Delta$  sur la qualité du maillage en caractéristique d'une tuyère MLN 2D avec  $\Delta \theta = 2.0$  degré et  $N_i = 10$ . (a)  $: \Delta = 2$ . (b)  $: \Delta = 3$ . (c)  $: \Delta = 4$ . (d)  $: \Delta = 7$ .

## Chapitre IV : principe et developpement de l'approche de compression de tuyeres supersoniques.

#### CHAPITRE IV: Principe et développement de l'approche de compression de tuyères supersoniques.

#### IV.1 : Introduction :

Plusieurs méthodes sont employées afin de concevoir des tuyères de propulsion convergentes-divergentes axisymétriques. Le contour le plus simple étant le conique .Ce dernier en plus du fait qu'il nécessite une longueur assez importante pour pouvoir détendre les gaz de combustion jusqu'à la pression ambiante , donne généralement lieu à des pertes de performance appréciables causées essentiellement par la divergence de l'écoulement à la sortie de la tuyère entrainant une diminution de la poussée. Ces pertes peuvent être réduites par l'utilisation d'autres formes géométriques permettant une plus grande détente sur une longueur réduite ainsi qu'une uniformisation de l'écoulement à la sortie.

Le contour utilise dans cette étude est celui dit profile ou n forme de cloche. Grace à un angle de divergence assez important, cette configuration permet la réalisation de la plus grande partie de la détente prés du col .le reste de la paroi possédant un contour dirige vers l'intérieur avec un petit angle à la sortie permettant de diriger l'écoulement dans la direction axiale induisant une forte poussée.

Le principe de base de conception d'une tuyère compressée repose sur trois étapes essentielles :

- 1<sup>ère</sup> Etape : Conception de la tuyère adaptée correspondant à un rapport détermine de sections,
- 2<sup>eme</sup> Etape : Découpe de la tuyère précédemment conçue de telle façon à atteindre la longueur spécifique requise,
- 3<sup>eme</sup> Etape : Compression de la tuyère tronquée par un facteur de compression adéquat permettant d'éviter la production d'ondes de choc au sein de la tuyère.

#### IV -2 : Conception de la tuyère adaptée :

La conception d'une tuyère adaptée possédant un rapport de section spécifie ( $S_s/S_c$ ) nécessite l'utilisation du programme de calcul développe. La détermination de la ligne initiale de départ supersonique est initiée par l'application de l'approche de Kliegel et Levine tandis que celle de l'écoulement au sein de la section divergente est réalise grâce à l'application de la méthode des caractéristiques [11].

#### IV -2-1 : Profil de la tuyère adaptée :

La géométrie choisie par pour la tuyère est celle dite profilée (en forme de cloche) possédant un col constitue de deux arcs de cercle. Celui en aval du col est joint au point d'attache à un contour polynomial [annexe 1].



Figure IV.1 : tuyère adaptée

L'arc de cercle situe en amont du col est défini par l'équation (4.1). Celui en aval est donne par l'équation (4.2).

$$x^{2}+[y-(y_{c}-R_{cu})]^{2}=R_{cu}^{2}$$
 (4.1)

$$x^{2} + [y_{-}(y_{t} - R_{cu})]^{2} = R_{cu}^{2}$$
(4.2)

avec :

y<sub>c</sub>: rayon du col.

 $R_{cu}$ : arc de cercle amont.

 $R_{cd}$ : arc de cercle aval.

Le contour de la section divergente est simule par un polynôme du second degré et défini par la relation.

$$y=A_W+B_W+C_W x^2 \tag{4.3}$$

avec :

A<sub>w</sub>, BW,CW: coefficients du polynôme.

Les contours polynomial est relie à l'arc de cercle aval du col au point d'attache .les coordonnées de ce dernies s'expirent :

$$\mathbf{x}_{a} = \mathbf{R}_{cd} \sin(\boldsymbol{\theta}_{A}) \tag{4.4}$$

$$y_a = y_c + R_{cd} [1 + \cos(\theta_A)]$$

$$(4.5)$$

avec :

 $x_a$ ,  $y_a$ : coordonnees du point d'attache.

 $\theta_A$ : l'angle de divergence au point d'attache.

Les coefficients du polynôme sont détermines grâce aux trios équations représentant les conditions à la sortie et au point d'attache. Elles s'expriment :

$$y_s = A_w + B_w x_s + C_w x_s^2$$
 (4.6)

avec :

$$\frac{dy}{dx} = tg(\theta_A) (x = x_a)$$
(4.7)

$$\frac{dy}{dx} = tg(\theta_s) (x=x_s)$$
(4.8)

#### IV.2.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère adaptée:

Les caractéristiques thermodynamiques et géométriques de la tuyère nécessaires au lancement des calculs sont résumées ci-dessous :

- La pression totale ou de stagnation (pression dans la chambre de combustion).
- La température totale ou de stagnation (pression dans la chambre de combustion).
- Le rapport des chaleurs spécifiques.
- La constante des gaz parfait.
- Le rayon au col.
- Les rayons de courbure amont et aval du col.
- L'angle de divergence au point d'attache.
- L'angle à la sortie.
- Rayon à la sortie.

#### IV.3 : Conception de la tuyère tronquée :

Le profil de la tuyère tronquée est obtenu en 'coupant' la tuyère adaptée précédemment conçue à un rapport de sections inferieur au rapport initial. Ceci est réalise grâce au choix d'une valeur pour le rapport de section qu'on notera  $R_s = (S_s / S_s)$  tel que  $R_s / R_s$ .une autre approche valable consisterait à choisir la longueur adéquate pour la section divergente et déterminer ensuite le rapport de sections  $R_s$ .

Un tel choix doit tenir compte des contraintes d'encombrement, des contraintes de poids, de l'intégration dans l'engin pour lequel la tuyère a été conçue etc. . Le calcul de cette tuyère nécessite l'utilisation du même programme de calcul mais avec des données différentes [11].

#### IV.3.1 : Profil de la tuyère tronquée :

Il est évident que la tuyère dite adaptée n'ayant été que traquée, le nouveau profil sera identique et il peut donc être écrit que :

$$y = A_w + B_w x + C_w x^2$$
 (4.9)

Les équations définissant le profil au col sont aussi identiques à celles dérivées au paragraphe (IV.2 .1).

#### IV.3.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère tronquée :

La connaissance du rapport de sections pour la tuyère traquée permet la détermination des autres caractéristiques inconnue telles que la longueur de la nouvelle tuyère ainsi que son aire à la sortie [annexe 1]. Les rapports des sections des tuyères adaptée et tronquée s'expriment respectivement par les relations :

$$R_{s} = [S_{s}/S_{c}]_{adapt\acute{e}} = [\frac{Ss}{Sc}]_{adapt\acute{e}} = \frac{1}{Ms}$$

$$R_{s} = [\frac{Ss}{Sc}]_{adapt\acute{e}} = y_{s}^{2}$$

$$(4.10)$$

La connaissance de l'air de la section au col permet le calcul du rayon à la section de sortie :

$$\mathbf{y}_{s} = \sqrt{\mathbf{R}_{s}' \mathbf{y}_{c}} \tag{4.12}$$

Ainsi que la longueur de la tuyère tronquée qui tenant compte du fait que le point S appartient au profil, s'exprime

$$C_{w}x_{s}^{'2}+B_{w}x_{s}^{'2}+(A_{w}-y_{s})=0$$

$$x_{s}^{'}=\frac{-B_{w}+\sqrt{B_{w}^{2}-4C_{w}(A_{w}-y_{s}')}}{2C_{w}}$$
(4.13)

L'angle à la sortie est détermine par application de l'équation (5.8)

$$\theta_s = \operatorname{arctg}(\frac{dy}{dx})$$
 (4.15)

$$\theta_{s}^{'} = \operatorname{arctg} \left[ B_{w} + 2C_{w} x_{s}^{'} \right]$$
 (4.16)



Figure IV.2: représentation des tuyères adaptée, tronquée et compressée.

#### IV.4 : Conception de la tuyère compressée :

Tenant compte des conditions citées en début du paragraphe (IV.5.3), la longueur finale adéquate pour la tuyère est choisie, elle notée  $x_s$  sur la (figure IV.2) l'longueur de cette longueur est réalisée grâce à une compression linéaire dans la direction axiale par un facteur de compression qu'on notera C et qui s'exprime [11] :

$$C = (x_s^{"} - x_A)/(x_s^{'} - x_A)$$
 (4.17)

#### IV.4.1 : Profil de la tuyère compressée :

Le facteur de compression C est applique en chaque point de la paroi de la tuyère tronquée x' permettant ainsi d'obtenir le contour de la tuyère compressée x'' tel que :

$$\mathbf{x}^{''} = \mathbf{C}(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_{A}) + \mathbf{x}_{A}$$

$$\mathbf{x}^{''}_{s} = \mathbf{C}(\mathbf{x}^{'}_{s} - \mathbf{x}_{A}) + \mathbf{x}_{A}$$

$$(4.18)$$

La procédure de compression crée malheureusement au point d'attache A. en effet pour les configurations adaptée et tronquée, le contour de l'arc de cercle aval était lie au profil de la section divergente d'une manière continue. En compressant la tuyère, le profil supersonique a été modifie et la continuité entre les deux sections situées de part et d'autre du point d'attache est perdue. Cette discontinuité est éliminée en faisant procéder au déplacement (d'amont en aval) du contour compresse j'jusqu'a ce qu'il soit tangent à l'arc de cercle aval. Le point d'attache A se déplacera vers A<sup>'</sup> d'une distance  $\Delta X$  et possédera par conséquent un plus grand angle d'attache :

$$\Delta x = x_A - x_A \tag{4.19}$$

Un déplacement d'une valeur égale à  $\Delta x$  est applique en tous les points de la paroi compressée x<sup>"</sup> modifiant ainsi le contour polynomial de celle-ci qui obéira à l'équation :

$$y = A_w + B_w x + C_w x^2$$
 (4.20)

L'angle d'attache est aussi modifie mais les rayons de courbure amont et aval du col ainsi que le rayon au col resteront inchangés. Il restera donc à déterminer les rayons et l'angle de divergence à la section de sortie respectivement notes  $y_s$  et  $\theta_s$ .

#### IV.4.2 : Caractéristiques géométriques et thermodynamiques de la tuyère compressée :

Connaissant la valeur de l'angle d'attache  $\theta_A$ , les coordonnées du point d'attache peuvent donc être déterminées par l'application des équations (4.4) et (4.5) qui s'écrivent dans ce cas :

$$\mathbf{\hat{k}}_{A} = \mathbf{R}_{cd} \sin(\boldsymbol{\theta}_{A})$$
(4.21)

$$\left\{\mathbf{y}_{A}^{''}=\mathbf{y}_{c}+\mathbf{R}_{cd}\left[1+\cos(\theta_{A}^{''})\right]$$
(4.22)

Le rayon a la sortie de la tuyère compressée est égal à celui de la tuyère tronquée (cf. figure IV..3) :

$$\mathbf{y}_{s}^{''}=\mathbf{y}_{s}^{''} \tag{4.23}$$

Les coordonnées des points de la paroi déplacée  $x_d$  ainsi que celui à la sortie s'expriment en fonction du déplacement  $\Delta x$  et des coordonnées du profil compresse x :

$$x_{d}^{"}=x$$
 (4.24)  
 $x_{ds}=x^{"}s^{+}\Delta x$  (4.25)

La manipulation des équations (4.20), (4.21), (4.22), (4.23) permet l'obtention des nouvelles valeurs des coefficients du polynôme simulant la paroi compressée ainsi que celle l'angle à la sortie :

$$C_{w}^{"} = \frac{-y_{A}^{"} + y_{s}^{"} + (x_{A}^{"} - x_{s}^{"})tg(\theta_{A}^{"})}{(x_{s}^{"} - x_{A}^{"})^{2}}$$
(4.25)

$$B_{w} = tg^{-1}(\theta_{A}) - 2C_{w} x_{A}$$
(4.26)

$$A_{W} = y_{s} - B_{W} x_{s}^{2} - C_{W} x_{s}^{2}$$
(4.27)

$$\theta_{s}^{"} = tg^{-1}[B_{w}^{2"} + 2C_{w}^{"}x_{s}^{"}]$$
(4.28)

Ayant choisi  $x_s$  et ayant détermine  $\theta_s$ , le même programme de calcul utilise précédemment est applique pour le calcul de la tuyère compressée [annexe 1].



Figure IV.3 : représentation de la procédure de déplacement du profil de la tuyère compressée.

Algorithme de programme pricipale Algorithme nozzel Var  $P_a$ ,  $P_t$ ,  $T_t$ ,  $R_{cd}$ ,  $R_{cu}$ ,  $\theta_a$ ,  $\theta_s$ ,  $y_s$ ,  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $x_s$ ,  $A_W$ ,  $B_W$ ,  $C_W$ : reels; Début Lire  $(P_a, P_t, T_t, R_{cd}, R_{cu}, \theta_a, \theta_s, y_s)$ ; Si  $P_a$ ;  $P_t$ ;  $T_t$ ;  $R_{cd}$ ;  $R_{cu}$ ;  $\Theta_a$ ;  $\Theta_s$ ;  $y_s \neq 0$  $x^2 + [y - (y_c - R_{cu})]^2 = R_{cu}^2$ ; alors  $\begin{array}{l} x^{2} + [y - (y_{t} - R_{cu})]^{2} = R_{cu}^{2}; \\ y = A_{W} + B_{W} + C_{W} x^{2}; \end{array}$  $x_a = R_{cd} sin(\Theta_A)$ ;  $\begin{array}{l} y_{a} = y_{c} + R_{cd} [1 + \cos(\theta_{A})]; \\ y_{s} = A_{w} + B_{w} x_{s} + C_{w} {x_{s}}^{2}; \end{array}$ = tg( $\theta_{A}$ );  $\frac{dy}{dy}$  $tg(\theta_s);$ Fin si Si non Ecrire  $(x_a; y_a; A_w; B_w; C_w; x_s; x_a; y_a)$ fin

# Chapitre V : Applications aux cas d'etude.

#### **Chapitre V**

#### Application aux cas d'étude :

#### V.1 : Introduction :

L'actuel chapitre est consacre à l'application de la méthode de conception décrite précédemment à deux cas d'étude représentes par des tuyères supersoniques appartenant à des engins de recherche aérospatiale de l'office national d'étude et recherches aérospatiales (ONERA-France). Le calcul de l'écoulement prenant place au sein de chaque configuration de la tuyère (adaptée-tronquée-compressée) se fait grâce a l'application du programme de calcul décrit précédemment, les comparaisons des différentes configurations est réalisée en termes de performances et de poids.

#### V.2 : Premier cas d'étude : tuyère 'ANTARES' :

Le premier cas d'étude faisant l'objet de ce paragraphe est représente par la tuyère équipant le premier étage du moteur SEPR-7341 de l'engin de recherche 'ANTARES' de l'office national et recherche aérospatiales (ONERA-France) .les trois étapes de conception d'une tuyère compressée y sont réalise .la tuyère adaptée est celle équipant le moteur précédemment cite. L'écoulement qui y prend place est calcule par application des approches de Kliegel et Leveine pour celui se tenant prés du col et des caractéristiques pour celui supersoniques se tenant au sein du divergent .cette tuyère est ensuite tronquée pour être enfin compressée. Les écoulements se tenant dans ces dernières configurations sont détermines de la même manière que celui concernant la tuyère adaptée [11].

#### V.2.1 : Tuyère ANTARES adaptée :

#### Données thermodynamiques et géométriques :

Les données nécessaires au lancement du programme du calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion et ce géométriques de la tuyère.et en prenant par exemple

 $P_a$ =1.013 bars ;  $y_c$ =0.088 m ;  $\theta_A$ =20°  $P_r$ =54 bars ;  $R_{cu}$ =0.176 m ;  $\theta_s$ =5°  $T_t$ =2500 k ;  $R_{cd}$ =0.044 m ;  $y_s$ =0.197 m

Avec:

 $\gamma = 1.2$  et R = 320 J/Kg K
## Les résultats :

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présents ciaprès concernant notamment les coordonnées du point d'attache, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la longueur de cette dernière ainsi que les performances atteintes [11].

# Coordonnées du point d'attache A :

 $\begin{cases} x_A=0.01505 \text{ m} \\ y_A=0.09065 \text{ m} \end{cases}$ Coefficient du polynôme :

 $A_{w}=0.08511$   $B_{W}=0.37280$  $C_{W}=-0.29354$ 

Longueur de la tuyère :

 $x_s\!\!=\!\!0.486\ m$ 

La présentation de la tuyère 'ANTARES' adaptée en 3D:



Figure .V.1 : la tuyère 'ANTARES' adaptée en trois dimensions.

# Génération de maillage :

Nombre de nœud est : 5



Figure V.2 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'ANTARES' adaptée

Nombre de nœud pour le maillage est : 9773

# Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

P=3000000 Pa

T=1500 K

# Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

P<sub>t</sub>=1200000 Pa

T=1000 K



Figure V.3 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'ANTARES' adaptée dans FLUENT



Figure V.4 : Résidus de la tuyère 'ANTARES' adaptée



Figure V.5 : Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES' adaptée



Figure V.6 : Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES' adaptée.

### **Performances :**

Le (tableau V.1) présente les performances de la tuyère tronquée précédemment conçue. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre du Mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les (figures V.7) et( V.8) respectivement.

Poussée développée : F (N)	202923
Débit massique <i>ṁ</i> (Kg/s)	95
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,993
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,54
Vitesse effective :	2135,94
$V_{eff} = F/\dot{m}$ (m/s)	
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2,49
Impulsion spécifique : I <sub>s</sub> (s)	217,73

Tableau V.1 : Performances de la tuyère 'ANTARES' adaptée.



Figure V.7 : Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi.

Tableau V.2 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

X (m)	0	50	100	150	200	250	300	350
М	0	1.2	1.4	1.6	2.1	2.3	2.5	2.45

Tableau V.3 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi.

X (m)	0	50	100	150	200	250	300	350
М	1.25	1.7	1.7	1.75	1.8	1.85	1.9	2



Figure V.8 : Distribution de la pression le long de l'axe de symétrie et de la paroi.

*Tableau V.4* : représentera distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	50	100	150	200	250	300	350
Ps	2.7 E06	2.5 E06	1.55 E06	1 E06	5.5 E05	2.65 E05	2.55 E05	2.6 E05

Tableau V.5 : représente la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	50	100	150	200	250	300	350
Ps	2.7 E06	9 E05	1 E06	9 E05	8.5 E05	8 E05	7.5 E05	7 E05

### V.2.2 : Tuyère 'ANTARES' tronquée :

Le profil de la tuyère tronquée reste identique à celui de la tuyère adaptée qui d'âpres l'équation (4.9) s'exprime :

y=0.08511+0.3728x<sup>2</sup>-0.2935x<sup>2</sup>

#### Données thermodynamiques et géométriques :

Les données nécessaires au lancement du programme de calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion qui sont identiques à celle utilisées pour la configuration adaptée et qui possèdent comme valeurs :

 $P_a$ =1.013 bars
  $\gamma$ =1.2

  $P_r$ =54 bars
 R=320 J/Kg K

  $T_r$ =2500 k

Les caractéristiques géométriques par contre ne gardent pas toutes les mêmes valeurs. Celles gardant les mêmes valeurs que pour la configuration adaptée sont :

$$y_c = 0.088 \text{ m}$$
  
 $\theta_A = 20^\circ$   
 $R_{cu} = 0.176 \text{ m}$   
 $R_{cd} = 0.044 \text{ m}$ 

Il reste donc à déterminer le rayon a la sortie, la longueur de la tuyère tronquée ainsi que l'angle de divergence a la sortie. Pour cela, il faudra d'abord et impérativement déterminer le rapport des sections sortie-col qui pour la configuration adaptée avait pour valeur :

$$R_s = (0.197^2 / 0.088^2) = 5$$

Le rapport des sections sortie-col pour la configuration tronquée doit être inferieur à 5. En tenant compte du fait que les performances des deux configurations qu'on a à concevoir (tronquée et compressée) doivent avoir des performances aussi proches que possible de celle de la tuyère adaptée (supposée être la plus performance), des calculs ont été entrepris avec différents rapport. Ils montrent que ce rapport devrait avoir une valeur comprise entre 3 et 4.le choix d'une valeur pour ce rapport doit tenir compte des paramètres tels que la minimisation de l'encombrement et du poids, l'évitement de l'apparition d'ondes de choc, l'obtention des meilleures etc [11].

Pour ces raisons, le rapport de troncation est choisi égal à :

 $\dot{R_s} = [S_s] / S_c ANTARES tronquée = 3.5$ 

Les équations (4.12), (4.14) et (4.16) permettent de déterminer les données géométriques manquantes au lancement du programme de calcul dont les valeurs sont :

$$\begin{cases} y_{s} = \sqrt{3.5. y_{c}} = 0.1646 \text{ m} \\ x_{s} = 0.2712 \text{ m} \\ \theta_{s} = 12^{\circ} \end{cases}$$

# <u>Résultats :</u>

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats suivants concernant notamment les coordonnées du point d'attaches, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la longueur de cette dernière ainsi que les performances atteinte.

# Coordonnées du point d'attache A':

$$\begin{cases} x_{A} = x_{A} = 0.01505 \\ y_{A} = y_{A} = 0.09065 \text{ m} \end{cases}$$

Coefficient du polynôme :

$$\begin{cases} A_{w} = A_{w} = 0.08511 \\ B_{w} = B_{W} = 0.37280 \\ C_{w} = C_{W} = -0.29354 \end{cases}$$

# Présentation de la tuyère sur en 3D:



Figure V.9: la tuyère 'ANTARES' tronquée en trois dimension.

Génération de maillage :



Figure V.10 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'ANTARES' tronquée

Nombre de nœud pour le maillage est : 4582

Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

Pt=3000000 Pa

T<sub>t</sub>=1500 K

# Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

P<sub>t</sub>=1200000 Pa

T=1000 K



Figure V.11 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'ANTARES' tronquée dans FLUENT



Figure V.12 : Résidus de la tuyère 'ANTARES' tronquée



Figure V.13 : Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES' tronquée.



Figure V.14 : Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES' tronquée.

## Les performances :

Le tableau V.6 présente les performances de la tuyère tronquée précédemment conçue. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre du Mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les figures V.14 et V.15 respectivement.

Tableau V.6 : Perfo	ormances de la tuyère	'ANTARES' tronquée
---------------------	-----------------------	--------------------

Poussée développée : F (N)	197824 ,4
Débit massique : <i>ṁ</i> (Kg/s)	95
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,993
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,51
Vitesse effective :	2082,27
$V_{eff}=F/\dot{m}$ (m/s)	
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2,4
Impulsion spécifique : $I_s$ (s)	212,26



*Figure V.15 : Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de symétrie et la paroi.* 

Tableau V.7 représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

X(m)	0	50	75	100	125	150	175	200	250
М	1	1.2	1.35	1.5	1.65	1.9	2	2.1	2.49

 Tableau V.8 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi.

X (m)	0	50	75	100	150	200	250	300
М	1.25	1.75	1.7	1.7	1.74	1.8	1.9	1.95



Figure V.16 : Distribution de la pression statique le long de l'axe de symétrie et la paroi.

Tabl	leau	V.9	):	la	distri	bution	de	la	pression	statique	le	long	de	la	symét	rie.
------	------	-----	----	----	--------	--------	----	----	----------	----------	----	------	----	----	-------	------

X (m)	0	50	100	150	200	250	275	300
Ps	2.7 E06	2.1 E06	1.45 E06	1.85 E06	6 E05	4 E05	3 E05	2.6 E05

Tableau V.10 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	25	50	100	150	200	250	300
Ps	2.7 E06	1 E06	9 E05	1 E06	9 E05	8.5 E05	8 E05	7.75 E05

### V.2.3 : Tuyère 'ANTARES' compressée :

Le profil de la configuration compressée est différent de des deux autres configurations précédemment calcules. La procédure de compression telle que décrite dans les précédents chapitre (principalement le chapitre IV) est appliquée ici à la configuration tronquée de la tuyère 'ANTARES'.

### Données thermodynamiques et géométriques :

Les données nécessaires au lancement du programme de calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion qui sont identiques à celles utilisées pour la configuration adaptée et qui possèdent comme valeurs :

$$P_a$$
=1.013 bars  $\gamma$ =1.2  
 $P_r$ =54 bars  $R$ =320 J/Kg K  
 $T_r$ =2500 k

Les caractéristiques géométriques par contre ne gardent pas toutes les mêmes valeurs que pour la configuration adaptée sont :

$$\begin{cases} y_c = 0.088 \text{ m} \\ \theta_A = 25^{\circ} \\ R_{cu} = 0.176 \text{ m} \\ R_{cd} = 0.044 \text{ m} \end{cases}$$

Il reste donc à déterminer le rayon ainsi que l'angle de divergence à la sortie. Pour cela, il est impératif de choisir une longueur adéquate pour la configuration compressée de la tuyère pour ensuite procéder à sa compression .cette procédure ainsi que les résultats qu'elle permet d'obtenir sont résumes dans ce qui suit [11].

a/ Au vu des critères de choix cites précédemment (paragraphe IV.4.2 ), la longueur de la configuration compressée est :  $x_{is} = 0.25$  m.

b/ Détermination du facteur de compression note C qui doit être applique en chaque point de la paroi de la tuyère tronquée  $x^{2}$ . Il s'exprime grâce à la relation (4.17) :

$$C = (x_s - x_A) / (x_s - x_A) = 0.917$$

c/ Eviter le problème de discontinuité au point d'attache .pour cela, il faudra procéder au déplacement de A<sup>'</sup> vers une nouvelle position de qu'on notre A<sup>''</sup>distance de :

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\mathbf{A}} - \mathbf{x}_{\mathbf{A}}$$

A ce stade des calculs, les différents paramètres géométriques nécessaires au lancement des calculs peuvent être détermines grâce a l'application des relations spécifiques dérivées au chapitre 5.

-Equation 5.21 : $x_{A}^{"}=0.0186$	-Equation 5.22 : y <sub>A</sub> "=0.09212 m
-Equation 5.23 :y <sub>s</sub> "=0.1646 m	-Equation 5.19 : Δx=0.0035 m

-Equation 5.25 :  $C_w$  =-0.67115 m -Equation 5.27 :  $A_W$  =0.08322 m -Equation 5.28 :  $\theta_S$  =8.6° -Equation 5.26 :  $B_W^{"}=0.49127 \text{ m}$ -Equation 5.24 :  $x_{sd}^{"}=0.254 \text{ m}$ 

## **Résultats:**

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats suivants concernant notamment les coordonnées du point d'attache, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la valeur du rayon à la sortie de ainsi que les performances atteintes.

Coordonnées du point d'attache A":

 $\begin{cases} x_{A} = 0.0186 \text{ m} \\ y_{A} = 0.09212 \text{ m} \\ \end{cases}$ Coefficient du polynôme :  $\int A_{w} = 0.08322 \\ P = -0.49127 \end{cases}$ 

$$\begin{cases} B_{W} = 0.49127 \\ C_{W} = -0.6711 \end{cases}$$

Rayon à la sortie :

y<sub>s</sub><sup>"</sup>=0.486 m

Présentation de la tuyère en 3D :



*Figure V.17 : la tuyère 'ANTARES' compressée en trois dimension* **Génération de maillage** 



Figure V.18 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'ANTARES' compressée

Nombre de nœud pour le maillage est : 4318

## Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

P=3000000 Pa

T=1500 K

## Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

Pt=1200000 Pa

T=1000 K



semmetry

Figure V.19 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'ANTARES' compressée dans FLUENT



Figure V.20 : Résidus de la tuyère 'ANTARES' compressée



Figure V.21 : Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES' compressée



Figure V.22: Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES' compressée .

### Performances :

Le tableau III.4 les performances de la tuyère compressée précédemment conçue. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre du mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les figures 6.5 et 6.6 respectivement.

Poussée développée : F (N)	197130 ,10
Débit massique : <i>ṁ</i> (Kg/s)	95
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,50
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,50
Vitesse effective :	2074,97
$V_{eff}=F/\dot{m}~(m/s)$	
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2,37
Impulsion spécifique : $I_s$ (s)	211,51

Tableau V.11 : Performances de la tuyère 'ANTARES' compressée.



X(m)	0	50	75	100	125	150	175	200	250
М	1	1.95	2.15	2.25	2.45	2.55	2.7	2.75	2.8

Tableau V.12 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

Tableau V.13 : représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.

X (m)	0	50	75	100	150	175	200	250
М	1	1.9	1.75	2	2.15	2.2	2.25	2.3



Figure V.24: Distribution de la pression statique le long de l'axe de symétrie et la paroi.

X (m)	0	25	50	100	125	150	175	200
Ps	2.3 E06	5.5 E05	5.4 E05	5 E05	4 E05	3 E05	2.5 E05	2 E05

Tableau V.13 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

Tableau V.14 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	25	50	75	100	125	150	200
Ps	2.75 E06	7.5 E05	7 E05	7 E05	6.75 E05	6.5 E05	6 E05	4 E05

### V.3 :Deuxième cas d'étude : TUYERE 'BERENICE' :

Le second cas d'étude faisant l'objet de ce paragraphe est représente par la tuyère équipant le premier étage du moteur SEPR-739P de l'engin de recherche 'BERENICE' de l'Office National d'Etude et Recherche Aérospatiales (ONERA –France). Les trois étapes de conception d'une tuyère compressée y sont réalises. Le même cheminement que celui explicite en paragraphe IV.2 concernant la tuyère 'ANTARES' est suivi pour ce cas.

# <u>V.3.1 : Tuyère 'BERENICE' adaptée :</u> Donnée thermodynamiques et géométriques :

Les données nécessaires au lancement du programme de calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion et ce géométriques de la tuyère.

$P_a=1.013$ bars	; y=0.069 m ; $\theta_A$ =20°
$P_t$ =69 bars	; $R_{cu}=0.138 \text{ m}$ ; $\theta_s=5^\circ$
$T_t = 2800 \text{ k}$	; $R_{cd}=0.0345 \text{ m}$ ; $y_s=0.223 \text{ m}$

Avec:

$$\gamma = 1.2$$
 et  $R = 320 \text{ J/Kg K}$ 

### **Résultats :**

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats présents ci âpres concernant notamment les coordonnées du point d'attache, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la longueur de cette dernière ainsi que les performances atteintes.

## Coordonnées du point d'attache A :



Figure V.25 : la tuyère 'BERENICE' adaptée en trois dimension.



axe de symetrie (semmetry)

Figure V.26 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'BERENICE' adaptée

Nombre de nœud pour le maillage est : 10151

Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

P=3000000 Pa

T=1500 K

# Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

Pt=1200000 Pa

T=1000 K



Figure V.27 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'BERENICE' adaptée dans FLUENT



Figure V.28 : Résidus de la tuyère 'BERENICE' adaptée



Figure V.29 : Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE' adaptée



Figure V.30: Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE' adaptée.

## **Performances :**

Le tableau V.15 présentes les performances obtenues pour tuyère adaptée. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre de Mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les figures V.30 et V.31 respectivement.

Poussée développée : F (N)	164546.9	
Débit massique : $\dot{m}$ (Kg/s)	70.52	
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,993	
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,59	
Vitesse effective :	2333,27	
$V_{eff} = F/\dot{m}$ (m/s)		
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2.70	
Impulsion spécifique : $I_s$ (s)	237,85	

Tableau V.15 : Performances de la tuyère 'BERENICE' adaptée.



*Figure V.31 : Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de symétrie et la paroi.* 

X(m)	0	100	150	200	250	300
М	1	2.3	2.65	2.9	3	3.2

Tableau V.16 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

Tableau V.17 : représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.

X (m)	0	100	150	200	250	300	350
М	1	2	2.25	2.7	2.7	2.9	3.1



Figure V.32 : Distribution de la pression statique le long de l'axe de symétrie et la paroi.

Tableau V.18: la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	100	150	200	250	300	350	400
Ps	2.7 E06	2.6 E05	2.5 E05	1.5 E05	1 E05	0.8 E05	0.75 E05	0.65 E05

Tableau V.19 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	100	150	200	250	300	350
Ps	2.75 E06	4.5 E05	3 E05	2 E05	2 E05	1.5 E05	1 E05

### V.3.2 : Tuyère 'BERENICE' tronquée :

Le profil de la tuyère tronquée reste identique à celui de la tuyère adaptée qui d'âpres l'équation (5.9) s'exprime :

$$\begin{cases}
P_a = 1.013 \text{ bars} \\
P_i = 69 \text{ bars} \\
T_i = 2800 \text{ k}
\end{cases} R = 320 \begin{cases}
\gamma = 1.2 \\
J/\text{Kg K} \\
J/\text{Kg K}
\end{cases}$$

Les caractéristiques géométriques par contre ne gardent pas toutes les mêmes valeurs. Celles gardant les mêmes valeurs que pour la configuration adaptée sont :

$$\begin{cases} y_c = 0.069 \text{ m} \\ \theta_A = 20^{\circ} \\ R_{cu} = 0.138 \text{ m} \\ R_{cd} = 0.0345 \text{ m}. \end{cases}$$

Il reste donc à déterminer le rayon à la sortie, la longueur de la tuyère tronquée ainsi que l'angle de divergence à la sortie. Pour cela, il faudra d'abord et impérativement déterminer le rapport le rapport des sections sortie-col qui pour la configuration adaptée avait pour valeur [11].

$$R_{\rm S} = (0.223^2/0.069^2) = 10.4$$

Le rapport des sections sortie-col pour la configuration tronquée doit être inferieur à 10.4. En tenant compte du fait que les performances des deux configurations qu'on a à concevoir (tronquée et compressée) doivent avoir des performances aussi proches que possible de celle de la tuyère adaptée(supposée être la plus performante),

Pour ces raisons, le rapport de troncation est choisi égal à :

$$\mathbf{R}_{s} = [\mathbf{S}_{s} / \mathbf{S}_{c}]_{BERENICE \text{ tronquée}} = 5$$

Les équations (5.12), (5.14), (5.16) permettent de déterminer les données géométriques manquantes au lancement du programme de calcul dant les valeurs sont :

$$\begin{cases} y_{s} = \sqrt{5. y_{c}} = 0.154 \text{ m} \\ x_{s} = 0.281 \text{ m} \\ \theta_{s} = 14^{\circ} \end{cases}$$

## <u>Résultats</u>

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats suivants concernant notamment les coordonnées du point d'attaches, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la longueur de cette dernière ainsi que les performances atteinte.

# Coordonnées du point d'attache A':

$$\begin{cases} x_{A} = x_{A} = 0.0118 \text{ m} \\ y_{A} = y_{A} = 0.07108 \text{ m} \end{cases}$$

# Coefficient du polynôme :

$$\begin{cases} A_{w} = A_{w} = 0.06676 \\ B_{w} = B_{W} = 0.36882 \\ C_{w} = C_{W} = -0.20535 \end{cases}$$

# La présentation en 3D :



Figure V.33: la tuyère 'BERENICE' tronquée en trois dimension.



axe de symetrie (semmetry)

*Figure V.34 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'BERENICE' tronquée* Nombre de nœud pour le maillage est : 4113 Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

Pt=3000000 Pa

T<sub>t</sub>=1500 K

Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

Pt=1200000 Pa

T=1000 K



semmetry

Figure V.35 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'BERENICE' tronquée dans FLUENT



Soalad Residuals	Jun 15, 2009 FLUENT 6.3 (2d. dbns Imp)
------------------	-------------------------------------------

Figure V.36 : Résidus de la tuyère 'BERENICE' tronquée



Figure V.37 : Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE' tronquée



Figure V.38 : Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE' tronquée

## Les performances :

Le tableau 6.7 présente les performances de la tuyère tronquée précédemment conçue. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre du Mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les figures 6.9 et 6.10 respectivement.

Poussée développée : F (N)	160692.22	
Débit massique : <i>ṁ</i> (Kg/s)	70.5	
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,993	
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,56	
Vitesse effective :	2278,61	
$V_{eff} = F/\dot{m}$ (m/s)		
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2,55	
Impulsion spécifique : I <sub>s</sub> (s)	232,27	

Tableau V.19 : Performances de la tuyère 'BERENICE' tronquée





X(m)	0	25	50	100	125	150	175	200	225
М	1	1.1	1.3	1.5	1.85	2	2.15	2.3	2.4

Tableau V.20 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

Tableau V.21 : représentable distribution du nombre de Mach le long de la paroi.

X (m)	0	50	75	100	150	175	200	225
М	1	1.75	1.75	1.8	1.85	1.9	1.95	2.1



Figure V.40 : Distribution de la pression statique le long de l'axe de symétrie et la paroi.

 Tableau V.22 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	25	50	100	150	200	250
Ps	2.7 E06	2.6 E05	2.5 E06	2.2 E06	7 E05	3.5 E05	2.5 E05

Tableau V.23: la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

X (m)	0	25	50	100	150	200	250
Ps	2.7 E06	1 E06	9 E05	8.5 E05	8 E05	4 E05	3 E05

### V.3.3 : Tuyère 'BERENICE' compressée :

Dans ce cas, la procédure de compression est complètement identique à celle suivie pour la conception de la configuration de la tuyère 'ANTARES' (paragraphe V.2.3).

### Données thermodynamiques et géométriques :

Les données nécessaires au lancement du programme de calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion qui sont identiques à celles utilisées pour la configuration adaptée et qui possèdent comme valeurs :

$$P_a$$
=1.013 bars  $\gamma$ =1.2  
 $P_r$ =69 bars  $R$ =320 J/Kg K  
 $T_r$ =2800 k

Les caractéristiques géométriques par contre ne gardent pas toutes les mêmes valeurs .celle gardant les mêmes valeurs que pour la configuration adaptée sont :

$$\begin{cases} y_c = 0.069 \text{ m} \\ \theta_A = 25^{\circ} \\ R_{cu} = 0.138 \text{ m} \\ R_{cd} = 0.0345 \text{ m} \end{cases}$$

Il reste donc à déterminer le rayon ainsi que l'angle de divergence à la sortie. Pour cela, il est impératif de choisir une longueur adéquate pour la configuration compressée de la tuyère pour ensuite procéder à sa compression .cette procédure ainsi que les résultats qu'elle permet d'obtenir sont résumes dans ce qui suit.

a/ Les mêmes critères de choix cites précédemment pour la configuration 'ANTARES' (paragraphe V.2.3) sont appliques pour ce cas .il en ressort que la longueur de la configuration compressée est choisie égale à :  $x_s^{"}=0.25$  m [11].

b/ Détermination du facteur de compression note C qui doit être applique en chaque point de la paroi de la tuyère tronquée  $x^{'}$ . Il s'exprime grâce à la relation (4.17) :

$$C=(x_s - x_A) / (x_s - x_A) = 0.903$$

c/ Eviter le problème de discontinuité au point d'attache .pour cela, il faudra procéder au déplacement de A<sup>'</sup> vers une nouvelle position de qu'on notre A<sup>''</sup>distance de :

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\mathrm{A}} - \mathbf{x}_{\mathrm{A}}$$

A ce stade des calculs, les différents paramètres géométriques nécessaires au lancement des calculs peuvent être détermines grâce a l'application des relations spécifiques dérivées au chapitre 5.ceci donne :

-Equation 5.21 : $x_A = 0.01458$	-Equation 5.22 : y <sub>A</sub> <sup>"</sup> =0.07223 m
-Equation 5.23 :ys =0.154 m	-Equation 5.19 : Δx=0.003 m
-Equation 5.25 : $C_{w}^{,,i}$ =-0.51143 m	-Equation 5.26 : B <sub>W</sub> <sup>"</sup> =0.48122 m

-Equation 5.27 :  $A_W^{"}=0.06532 \text{ m}$ -Equation 5.28 :  $\Theta_S^{"}=12.5^{\circ}$ 

Equation 5.24 : 
$$x_{sd}$$
 = 0.253 m

## **Résultats:**

L'application du programme de calcul a permis d'atteindre les résultats suivants concernant notamment les coordonnées du point d'attache, le polynôme simulant le profil de la tuyère, la valeur du rayon à la sortie de ainsi que les performances atteintes.

# Coordonnées du point d'attache A":

$$\begin{cases} x_{A}"=0.01458 \text{ m} \\ y_{A}"=0.07223 \text{ m} \\ \hline \text{Coefficient du polynôme :} \\ & \left( A_{w}"=0.06532 \right) \end{cases}$$

$$B_{W}$$
<sup>"</sup>=0.48122  
 $C_{W}$ <sup>"</sup>=-0.51143

Rayon à la sortie :

y<sub>s</sub><sup>"</sup>=0.154 m

### Présentation en 3D :



*Figure V.41 : la tuyère 'BERENICE' compressée en trois dimension.* <u>Génération de maillage :</u>



Figure V.42 : Présentation de géométrie et le maillage de la tuyère 'BERENICE' compressée

Nombre de nœud pour le maillage est : 3803

## Les conditions aux limites au niveau du col (inlet\_col) sont :

M=1

P=3000000 Pa

T=1500 K

Les conditions aux limites au niveau de la sortie (outlet) sont :

P<sub>t</sub>=1200000 Pa





Figure V.43 : Présentation de type des conditions aux limites de la tuyère 'BERENICE' compressée dans FLUENT



Figure V.44 : Résidus de la tuyère 'BERENICE' compressée



Figure V.45 : Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE' compressée.



Figure V.46: Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE' compressée.

#### Performances :

Le tableau V.24 les performances de la tuyère compressée précédemment conçue. Les distributions de la pression ainsi que celle du nombre du mach le long de l'axe de symétrie et de la paroi sont représentées sur les figures V.44 et V.45 respectivement.

Poussée développée : F (N)	161092.2
Débit massique : <i>m</i> (Kg/s)	70.52
Coefficient de décharge :C <sub>d</sub>	0,993
Coefficient de poussée : C <sub>F</sub>	1,56
Vitesse effective :	2284,28
$V_{eff}=F/\dot{m}$ (m/s)	
Mach de sortie :M <sub>s</sub>	2,49
Impulsion spécifique : I <sub>s</sub> (s)	232,85

Tableau V.24 : Performances de la tuyère 'BERENICE' compressée.





Figure V.47 : Distribution de nombre de Mach le long de l'axe de symétrie et la paroi.

X(m)	0	50	75	100	125	150	175	200	250
М	1	1.2	1.4	1.6	1.9	2	2.1	2.4	2.6

Tableau V.25 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la symétrie.

Tableau V.26 : représente la distribution du nombre de Mach le long de la paroi.





Figure V.48 : Distribution de la pression statique le long de l'axe de symétrie et la paroi.

X (m)	0	50	100	150	200	250
Ps	3 E06	2.25 E06	1.25 E06	5.25 E05	5 E05	2.75 E05

Tableau V.27 : la distribution de la pression statique le long de la symétrie.

 Tableau V.28 : la distribution de la pression statique le long de la paroi.

X (m)	0	25	50	100	150	200	250
Ps	2.65 E06	8 E05	9 E05	9 E06	8 E05	7.5 E05	7 E05
# Chapitre VI : Resultats et comparaisons.

### **CHAPITRE VI :**

#### **RESULTATS ET COMPARAISONS**

#### VI.1. Introduction :

Dans le chapitre 5 on a présentes les résultats obtenus concernant l'application de l'approche de conception des tuyères compressées dans les deux cas d'étude choisis. Une comparaison entre ces résultats est indispensable afin de validité la méthode développée et d'en déterminer les performances.

La procédure de comparaison est réalisée entre les trois configurations (adaptée, tronquée et compressée) de chaque tuyère étudiée ( 'ANTARES' et 'BERENICE') non seulement en termes des paramètres de performances définis au chapitre 1 mais aussi en termes de masse développée.

#### VI.2.Résultats et Comparaisons :

#### VI.2.1.Cas d'étude 'ANTARES'

Le tableau VI.1 présente les résultats obtenus pour les trois configurations adaptées tronquée et compressée de la tuyère 'ANTARES'. Il montre que les pertes de performances sont faibles par rapport au gain en masse. Pour une réduction de 30 % du rapport de section  $R_s$ , notre gain est de l'ordre de 50% en terme de masse et de 44% en termes de longueur entrainant donc le besoin d'une faible poussée pour propulser cet engin beaucoup moins lourd. Les pertes en termes de poussée et de vitesse représentée par le nombre de mach à la sortie sont de l'ordre de 2.85 % et 8.60% respectivement. En termes d'impulsion spécifique, elles sont de l'ordre de 2.85 %. Ces faibles écarts en particulier en ce qui concerne l'impulsion spécifique peut s'expliquer par le fait que malgré les opérations réalisées sur la tuyère adaptée initiale, l'écoulement reste axial et la section divergente est capable d'en commander efficacement le processus de détente. En plus, sachant que pour ce genre de tuyères profilées la presque totalité de la détente se fait prés du col dont l'angle de divergence est augmente pour la configuration compressée, il n'est pas surprenant d'atteindre de tels résultats. Ces dernies montrent non seulement l'efficacité de l'approche appliquée mais aussi le bon choix du profil en 'cloche' utilise.

Tableau VI.1 : performances développées par les trois configurations de la tuyère

'ANTARES'.

paramètre	adaptée	tronquée	compressée		
Poussée développée	202.923	197.8244	197.1301		

F(KN)				
Coefficient de	0.993	0.993	0.993	
décharge C <sub>d</sub>				
Coefficient de	1.54	1.51	1.5	
poussée C <sub>F</sub>				
Vitesse effective V <sub>eff</sub>	2135.94	2082.27	2074.97	
Mach de sortie M <sub>s</sub>	2.49	2.4	2.37	
Impulsion spécifique	217.73	212.26	211.51	
Is				
Masse /p ey <sub>c</sub>	53.853	28.366	26.689	
Rapport de masse	1	0.5267	0.4956	
rapporte à la masse				
de la tuyère adaptée				

Les figures VI.1 et VI.2 représentent les variations de la pression et du nombre de mach le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes adaptée, tronquée et compressée de la tuyère 'ANTARES' respectivement. La détente des gaz de combustion se fait normalement pour les trois types de tuyères considérées, elle se réalise d'une manière rapide le long de l'arc circulaire aval du col jusqu'au point d'attache. Au delà de ce dernier, elle continue d'une manière progressive jusqu'à la sortie. Ceci est principalement du comme explique précédemment à l'angle d'attache important choisi afin d'imposer que cette détente se face presque entièrement le long de l'arc de circulaire aval du col, la partie restent (contour polynomial) ne servant essentiellement qu'à redresser l'écoulement afin de le rendre axial et obtenir ainsi une valeur maximale pour la poussée.

Le même résonnement peut être applique aux courbes représentant les variations du nombre de mach et présentées en figure VI.2 pour les trois tuyères considérées.



Figure VI.1 : distribution de la pression le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée, tronquée et compressée.



Figure VI.2 : distribution du nombre de Mach le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée, tronquée et compressée.

Les figures 6.3 et 6.4 représentent les variations de pression et du nombre de mach le long de la paroi pour les trois variantes adaptée, tronquée et compressée de la tuyère 'ANTARES'

respectivement. On remarquera l'importance des pentes des courbes de ces figures particulièrement prés du col jusqu'à atteindre le point d'attache. Au delà de ce point, la détente se fera plus lentement, ceci est caractéristique des tuyères profilées dont l'angle de divergence est important afin de permettre comme indiquer précédemment la presque totalité de la détente des gaz de combustion de se faire prés du col, le reste de la section divergente ne servant qu'à redresser l'écoulement vers la direction axiale et atteindre ainsi des valeurs importantes pour la poussée.

Au vu des résultats obtenus, on peut conclure de l'intérêt de la configuration compressée qui permet de concevoir des tuyères légères développant d'importantes poussées.



Figure VI.3 : distribution de pression le long de l'axe de la paroi pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée, tronquée et compressée



Figure VI.4: distribution du nombre de Mach le long de l'axe de la paroi pour les trois variantes d'ANTARES : adaptée, tronquée et compressée.

Figure VI.5 : Champ de pression statique de la tuyère 'ANTARES' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).



Figure VI.6 : Champ de nombre de mach de la tuyère 'ANTARES' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).



#### VI.2.2.Cas d'étude 'BERENICE' :

Le tableau 6.2 représente les résultats obtenus concernant les configurations adaptée, tronquée et compressée de la tuyère 'BERENICE'. Il est à noter que dans ce cas aussi, une réduction de 50% du rapport de sections permet de réaliser un gain d'approximativement 42% en masse Alor que les pertes en termes de poussée et de mach à la sortie ne sont que de 2.10% et 7.42% respectivement.

Les mêmes observations notées pour le cas d'étude 'ANTARES' sont remarquées pour ce cas. En effet , les figures 7.5 et 7.6 représentant les distributions des pressions le long de l'axe de symétrie et du col alors que les figures 7.7 et 7.8 représentant celles du mach le long des mêmes axes montrent une forte détente des gaz de combustion prés du col suivie par un redressement de l'écoulement vers la direction axiale permettant d'atteindre une poussée optimale sur une longueur minimale de la tuyère.

Tableau	VI.2 :	performances	développées	par	les	trois	configurations	de	la	tuyère
'BERENI	ICE '.									

paramètre	adaptée	tronquée	compressée		
Poussée développée	169546.9	160692.2	162128		
F(N)					
Coefficient de	0.993	0.993	0.993		
décharge C <sub>d</sub>					
Coefficient de	1.59	1.56	1.56		
poussée C <sub>F</sub>					
Vitesse effective V <sub>eff</sub>	2333.28	2278.97	2298.97		
Mach de sortie M <sub>s</sub>	2.7	2.55	2.49		
Impulsion spécifique	238.85	232.27	234.35		
Is					
Masse /p ey <sub>c</sub>	82.378	39.011	35.256		
Rapport de masse	1	0.4735	0.4280		
rapporte à la masse					
de la tuyère adaptée					



Figure VI.7 : distribution de la pression le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes BERENICE : adaptée, tronquée et compressée



Figure VI.8 : distribution de la pression le long de la paroi pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compresse



Figure VI.9 : distribution du nombre de Mach le long de l'axe de symétrie pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compressée



Figure VI.10 : distribution du nombre de Mach le long de l'axe de la paroi pour les trois variantes d'BERENICE : adaptée, tronquée et compressée

Figure VI.11 : Champ de pression statique de la tuyère 'BERENICE' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).



Figure VI.12 : Champ de nombre de mach de la tuyère 'BERENICE' (comparaissant entre la tuyère adaptée, tronquée et compressée).



adaptée

#### Comparaison des résultats avec la référence

Type de tuyère	Résultats	Référence [11]	Erreur
Antares adaptée	2.49	2.79	0.3
Antares tronquée	2.4	2.59	0.19
Antares compressée	2.37	2.55	0.18
Bérénice adaptée	2.7	3	0.3
Bérénice tronquée	2.55	2.84	0.29
Bérénice compressée	2.49	2.71	0.22

Tableau VI. 3 : comparaison des résultats trouvés avec la référence

## Conclusion

#### **Conclusion :**

Une approche de conception de tuyères adaptées tronquées compressées est développée dans le cadre de cette étude. Elle y est présentée et appliquée à deux cas d'étude aux fins de validation et de recherche de son potentiel à concevoir des tuyères De Laval performantes.

Le développement de l'approche de compression de tuyères supersoniques est explique en détail dans le chapitre 4.elle peut être résumée comme comportant trois étapes essentielles consistant en une conception de la tuyère adaptée correspondant à un rapport détermine de section, sa découpe de telle façon à atteindre la longueur spécifique requise et enfin sa compression par application d'un facteur dit de compression choisi de telle façon à éviter la production d'onde de choc.

L'application d'une telle approche est réalisée sur les deux cas d'étude représentant les tuyères équipant le premier étage du moteur SEPR-7341 de l'engin de recherche 'ANTARES' et celle équipant le premier étage du moteur SEPR-739P de l'engin de recherche 'BERENICE' de l'Office National d'Etude et de Recherche Aérospatiales (ONERA-France). Elle est présentée en chapitre 5.

Les résultats obtenus sont représentes en terme de courbes représentant les distributions de la pression et du nombre de Mach le long des lignes centrales et des parois des différentes configurations étudiées. Ils montrent une détente des gaz de combustion se faisant normalement pour tous les cas. Celle-ci se réalise d'une manière rapide le long de l'arc de circulaire aval du col jusqu'au point d'attache. Au delà de ce dernier, elle continue d'une manière progressive jusqu'à la sortie. Ceci est en fait une caractéristique intrinsèque des tuyères profilées principalement du à l'angle d'attache important choisi afin d'imposer que cette détente se fasse presque entièrement le long de l'arc circulaire aval du col, la partie restante (contour polynomial) ne servant essentiellement qu'à redresser l'écoulement afin de rendre axial et obtenir ainsi une valeur maximale pour la poussée.

Les résultats sont aussi représentes en termes de performance montrant que les pertes occasionnées par les opérations de sectionnement et la compression sont faibles compares au gain en masse et ceci est vrai pour les différentes configurations des deux tuyères 'ANTARES' et 'BERENICE'. en termes de performances, les pertes ont été trouvées inferieures à 3% entre les configurations initiales adaptées et celles finales tronquées compressées. Néanmoins, les gains occasionnes en terme de masse à propulser sont importantes. En effet la différence de masse les configurations initiales adaptées et celles finales tronquées finales tronquées sont trouvées supérieures à 42%.

Ces résultats permettent de conclure à l'opportunité et de l'intérêt d'une telle approche intéressante pour la conception de tuyère de Laval performances et légères.

### Bibliographie

#### **Bibliographie**

[1] Irwin E. Treager traduction Didier Féminier, *Les réacteurs principes de fonctionnement*, *Édition 1983*.

[2] Pierre-Louis Viollet, *Mécanique des fluides à masse volumique variable, aérodynamique, thermhydraulique, ecoulement stratifiés, transferts de chaleur ; édition 1997.* 

[3] Sébastien Candel, *Mécanique des fluides* ; cours, 2<sup>éme</sup> édition 2003.

[4] Hagemann, G., Immich. H., Dumnov, G., and Nguyen, Th., *Advanced Rocket Nozzles, Journal of Power* and *Propulsion, Vol. 14, No. 5, September – October 1998* 

[5] H.W. Liepmann and A. Roshko. *Elements of gasdynamics. John wiley and sons, 1957.* 

[6] G. Hagemann, M. Terhardt, M. Frey, P. Reijasse, M. Onofri, F. Nasuti, and J. Ostlund. *Flow separation and side-loads in rocket nozzles.* In Proc. of the 4th International Symposium on Liquid Space Propulsion, 2000.

[7] H.O. Amann. *Experimental study of the starting process in a reflection nozzle*. *Phys. Fluids Supplement*, 12 :150–153, 1967.

[8] M. Frey and G. *Hagemann*. *Status off flow separation prediction in rocket nozzles*. *AIAA Paper 98-3619*, 1998.

[9] A.Bonnet, J.Lunneau, *théories de la mécanique des fluides*; *Cépadués édition techniques d'ingénieur* (génie énergétique). Edition 10-1998.

[10] Mr. Zebiche Toufik, These de magister ; *Détermination des profils des tuyères supersoniques par la méthode des caractéristiques* ; septembre 1995

[11] Mr.Mechighel Farid, These de magister ; *Développement d'une méthode de conception de tuyères supersoniques de propulsion*, Décembre 1997.



