

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du Diplôme de Master en
Installation Energétique Et Turbomachine

**L'INSTABILITE D'UN ECOULEMENT DE RAYLEIGH
BENARD POUR UN FLUIDE RHEOFLUIDIFIANT
AVEC ET SANS SEUIL**

Proposé et encadré par :
Dr. ALI BENYAHIA Brahim

Réalisé par :
Mr. BOULEROUAH Abderrahmane
Mr. LARBI Abderrahmane

Année universitaire 2018/2019

Remerciements

Avant tout, nous tenons à remercier Dieu pour nous avoir donné le courage et la patience de mener ce modeste travail.

Nos remerciements les plus sincères vont à tout d'abord notre encadreur Dr. ALI BEN YAHIA nous le remercions de nous avoir encadrés, orientés, aidés, et conseillés.

Nous voulons aussi remercier Mr le chef de département ainsi que tout le corps enseignant du département de Génie Mécanique qui ont contribué dans notre formation.

Nos plus sincères reconnaissances aux membres du jury d'avoir accepté d'évaluer notre travail.

Sans oublier nos parents qui nous ont accompagnés depuis le premier jour de notre scolarité, nous remercions tous ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la finalisation de ce projet.

DÉDICACE

À ma mère, mon père, mes frères et sœurs,

À ceux qui me sont chers

ملخص:

تناول هذا البحث دراسة عددية حول الحمل الحراري الطبيعي لسوائل غير نيوتونية (Rhéofluidifiant) مع وبدون عتبة، في إطار خصائص رايلي-بينارد (Rayleigh-Bénard)، وتم دراسة سلوك (Rhéofluidifiant) باختبار نموذج كارو-ياسودا (Carreau-Yasuda)، وهارشل بلكلي ، (Herschel-Bulkley)، تدفق الحمل الحراري يعتبر محصورا في تجويف، الذي يخضع لتدرج حراري عمودي، يتم تسخينها من أسفل وتبريدها من الأعلى.

تم الفصل في معادلات النقل بواسطة طريقة الحجوم المحدود ويتم حلها عدديًا باستخدام كود CFD (Ansys Fluent).

تم دراسة تأثير إعدادات السيطرة على التدفق ونقل الحرارة، مثل العدد رايلي ($Rayleigh, Ra$) ، ونسبة الشكل، A ، والعدد براندلت ($Prandtl, Pr$)، مؤشر الطاقة n وثابت الوقت E .

RESUMÉ :

Ce travail porte sur une étude numérique de la convection naturelle d'un fluide non-Newtonien rhéofluidifiant avec et sans seuil, dans la configuration de Rayleigh-Bénard. Le comportement rhéofluidifiant est décrit par le modèle de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley. L'écoulement convectif considéré est confiné dans une cavité laquelle est soumise à un gradient de température vertical, chauffée par le bas et refroidie par le haut.

Les équations de transport sont discrétisées par la méthode des volumes finies et sont résolues numériquement en utilisant un code CFD : " Ansys Fluent".

L'influence des paramètres de contrôle sur l'écoulement et le transfert de chaleur tels que le nombre de Rayleigh, Ra le rapport de forme, A , les nombres de Prandtl, Pr , l'indice de puissance n et la constante de temps E , est étudiée.

ABSTRACT :

This work focuses on a numerical study of natural convection for a non-Newtonian fluid shear thinning with and without threshold, in the Rayleigh-Bénard configuration. The shear thinning behavior is described by the Carreau-Yasuda model and Herschel-Bulkley. The convective flow considered is confined in a cavity which is subjected to a vertical temperature gradient, heated from below and cooled from above.

The transport equations are discretized by the finite volume method and are solved numerically using a CFD code: "Ansys Fluent".

The influence of the control parameters on the flow and heat transfer such as the Rayleigh Ra number, the aspect ratio, A , the Prandtl numbers, Pr , the power index n and the time constant E , are studied.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS

RESUMÉ

TABLES DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES & DES TABLEAUX

INTRODUCTION GÉNÉRALE

CHAPITRE I LA RHEOLOGIE	4
I.1 Introduction :.....	4
I.2 Grandeurs caractéristiques de la rhéologie :.....	4
I.2.1 La contrainte de cisaillement :	4
I.2.2 La déformation :	5
I.2.3 La vitesse de déformation :	6
I.2.4 Viscosité dynamique :	6
I.2.5 Courbe rhéologique ou rhéogramme :.....	6
I.3 Classification des fluides :	7
I.4 Fluides newtoniens :.....	7
I.5 Fluides Non-Newtonien :	8
I.5.1 Fluides aux viscosités indépendantes du temps :.....	9
I.5.1.1 Fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) :.....	10
I.5.1.2 Fluides rhéoépaississants :.....	10
I.5.1.3 Fluides à seuil (viscoplastiques) :	11
I.5.1.3.1 Fluides de Bingham :.....	11
I.5.1.3.2 Fluides de Herschel-Bulkley :	12
I.5.2 Fluides à viscosité dépendants du temps :.....	13
I.5.2.1 Fluides thixotropes :	14
I.5.2.2 Fluides rhéopectine (antithixotropes) :.....	14
I.5.3 Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) :.....	14
I.6 Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :	15
I.6.1 Le modèle d'Oswald-de-Weale ou loi de puissance :	16
I.6.2 Le modèle de Sisko :.....	16

I.6.3	Le modèle de Cross :	17
I.6.4	Le modèle de Ellis :	17
I.6.5	Le modèle de Carreau-Bird :	17
I.6.6	Le modèle de Carreau-Yasuda :	18
I.7	Conclusion :	18
CHAPITRE II LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BENARD		19
II.1	Introduction :	19
II.2	Modes de transfert de la chaleur :	19
II.2.1	Transfert de chaleur par conduction :	19
II.2.2	Transfert de chaleur par convection :	20
II.2.2.1	La convection naturelle :	21
II.2.2.2	La convection forcée :	21
II.2.2.3	La convection mixte :	21
II.2.3	Transfert de chaleur par rayonnement :	22
II.3	Domaines d'application de la convection naturelle :	22
II.4	Convection dans les Enceintes :	22
II.5	La convection de Rayleigh-Bénard (RB) :	23
II.6	Problème de Rayleigh-Bénard (RB) :	24
II.6.1	Le paradigme de Rayleigh-Bénard pour un fluide à seuil :	27
II.7	Nombres sans dimension :	28
II.7.1	Le nombre de Prandtl :	28
II.7.2	Le nombre de Grashof :	28
II.7.3	Le nombre de Rayleigh :	29
II.7.4	Le nombre de Nusselt :	29
II.8	Approximation de Boussinesq et mise en équation :	29
II.9	Prototype des écoulements ouverts de convection naturelle :	30
II.10	Conclusion :	31
CHAPITRE III FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME		32
III.1	Introduction :	32
III.2	Généralités et mise en équation :	32

III.3	Géométrie du problème :	32
III.4	Hypothèses simplificatrices :	33
III.5	Conditions aux limites :	33
III.6	Equations gouvernantes :	34
III.6.1	Equation de continuité :	35
III.6.2	Equations de la quantité de mouvement :	35
III.6.3	Equation de l'énergie :	36
III.6.4	Équation constitutive (comportement rhéologique) :	36
III.6.5	Coordonnées cartésiennes :	36
III.7	Les variables adimensionnelles :	37
III.8	Le nombre de Nusselt moyen :	38
III.9	Grandeurs Fondamentales Liées à La Convection :	39
III.10	CONCLUSION :	40
CHAPITRE IV SIMULATION ET MÉTHODES NUMÉRIQUES		41
IV.1	Introduction :	41
IV.2	Rappel sur la méthode numérique :	41
IV.2.1	Méthodes des différences finies :	42
IV.2.2	Méthodes des éléments finis :	42
IV.2.3	Méthodes des volumes finis :	42
IV.3	Principe de la méthode des volumes finis :	42
IV.4	Etapas de résolution par la méthode des volumes finis :	43
IV.4.1	Maillage :	43
IV.4.2	Equation générale de transport appliqué :	44
IV.4.3	Discrétisation des équations de conservation :	45
IV.5	Application d'un schéma numérique quelconque :	47
IV.6	Fonction AP pour différents schémas numériques :	49
IV.7	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X :	49
IV.8	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y :	51
IV.9	Discrétisation de l'équation d'énergie :	52
IV.10	Algorithme SIMPLE :	53

IV.11	Sous relaxation :.....	56
IV.12	Critères de convergence :.....	56
IV.13	Présentation du code de calcul :.....	57
IV.13.1	Préprocesseur " Gambit " :.....	58
IV.13.2	Solveur " Fluent " :.....	58
IV.13.3	Post-processeur :.....	59
IV.14	Définition le problème sur Fluent :	59
IV.15	Conclusion :.....	59
CHAPITRE V RÉSULTATS ET DISCUSSIONS.....		60
V.1	Introduction :.....	60
V.2	Validation du code numérique :	60
V.3	Cas de fluide Newtonien :.....	62
V.3.1	Influence du nombre de Rayleigh :.....	62
V.3.2	Sur le champ de l'écoulement :	62
V.3.3	Sur le champ thermique :	64
V.3.4	Sur les vitesses d'écoulement :	65
V.3.5	Sur le nombre de Nusselt Nu local :.....	67
V.4	Cas fluide non Newtonien :.....	68
V.4.1	Modèle de Carreau-Yasuda :	68
V.4.1.1	Effet de l'indice de puissance n :.....	68
V.4.1.2	Le champ de l'écoulement et le champ thermique :.....	68
V.4.1.3	Les profils des vitesses :.....	70
V.4.1.4	Nombre de nusselt Nu :	71
V.4.1.5	Effet de la constante de temps adimensionnelle E :	72
V.4.1.6	Effet du rapport de forme.....	74
V.4.2	Modèle de Herschel-Bulkley:.....	77

LISTE DES FIGURES

<i>Figure I-1 schéma représentatif d'un cisaillement de deux couches fluides [5].....</i>	<i>5</i>
<i>Figure I-2 mouvement laminaire de cisaillement entre deux plans parallèles [5]</i>	<i>5</i>
<i>Figure I-3 Rhéogramme ou courbe du comportement rhéologique d'un fluide [4].....</i>	<i>7</i>
<i>Figure I-4 rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien [4].....</i>	<i>8</i>
<i>Figure I-5 Allure générale d'une courbe d'écoulement [4].....</i>	<i>9</i>
<i>Figure I-6 Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps [8].....</i>	<i>9</i>
<i>Figure I-7 Rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide rhéofluidifiants (1) et d'un fluide rhéoépaississants (2) [4]</i>	<i>10</i>
<i>Figure I-8 Courbe d'écoulement d'un fluide à seuil [8].....</i>	<i>11</i>
<i>Figure I-9 rhéogramme d'un fluide plastique idéal (fluide de Bingham) [4]</i>	<i>12</i>
<i>Figure I-10 rhéogramme d'un fluide de Herschel-Bulkley [4]</i>	<i>12</i>
<i>Figure I-11 Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps [12].....</i>	<i>13</i>
<i>Figure I-12 évolution de la vitesse déformation au sein d'un fluide viscoélastique lors d'un test de fluage [4]</i>	<i>15</i>
<i>Figure II-1 Répartition de la température dans une plaque d'épaisseur (dx) [17].....</i>	<i>20</i>
<i>Figure II-2 Schéma du transfert de chaleur par convection [18].....</i>	<i>20</i>
<i>Figure II-3 Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder et al [22]</i>	<i>24</i>
<i>Figure II-4 Schématisation d'écoulement a l'intérieur d'une cellule de Rayleigh-Bénard (a gauche). Profil moyen de température suivant la hauteur de la cellule (a droite) [23]</i>	<i>24</i>
<i>Figure II-5 Hexagone de type I et g [24]</i>	<i>26</i>
<i>Figure II-6 Rouleaux (Bejan) [26]</i>	<i>26</i>
<i>Figure II-7 Structure de l'écoulement pour régimes à grand Ra [26].....</i>	<i>26</i>
<i>Figure II-8 Evolution de la température entre les les deux parois verticales pour les régimes à grand Ra [26]</i>	<i>26</i>
<i>Figure II-9 Transitions en fonction de Ra et Pr selon Busse [24] Courbe I : rouleaux stables, Courbe II : structures 3D, Courbe III : convection dépendante du temps,</i>	<i>27</i>
<i>Figure III-1 Géométrie et conditions aux limites du cas de la cavité carrée.....</i>	<i>32</i>
<i>Figure IV-1 Volume de contrôle bidimensionnel.</i>	<i>43</i>
<i>Figure IV-2 Volume de contrôle décalé vers la droite.</i>	<i>44</i>

Figure IV-3 Volume de contrôle décalé vers le haut.	44
Figure IV-4 Volume de contrôle typique.	47
Figure IV-5 Structure de base du code "Fluent".....	57
Figure IV-6 Menu principale de Gambit.	58
Figure V-1 Effet de Ra sur les lignes de courant pour pour $A = 1, Pr = 0.71$	63
Figure V-2 Effet de Ra sur les isothermes pour pour $A = 1, Pr = 0.71$	65
Figure V-3 Effet de Ra sur les contours de vitesse « v »	66
Figure V-4 Effet de Ra sur la variation des composantes « u » en fonction de X	67
Figure V-5 Effet de Ra sur la variation des composantes « v » en fonction de X	67
Figure V-6 Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X	68
Figure V-7 Effet de l'indice « n » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $Ra = 4000, E = 0.4, s = 0.01$	70
Figure V-8 Effet de l'indice « n » sur la variation des composantes « u » en fonction de X pour $Ra = 4000, E = 0.4, s = 0.01$	70
Figure V-9 Effet de l'indice « n » sur la variation des composantes « v » en fonction de X pour $Ra = 4000, E = 0.4, s = 0.01$	71
Figure V-10 Effet de l'indice « n » sur le nombre de Nusselt local Nu en fonction de X pour $Ra = 4000, E = 0.4, s = 0.01$	72
Figure V-11 Effet de l'indice « n » sur la variation du Num en fonction de Ra	72
Figure V-12 L'effet du nombre de Rayleigh Ra sur le nombre de Nusselt moyen Num pour différentes valeurs de E avec $A = 1, Pr = 10, n = 0.4, s = 0.01$	74
Figure V-13 L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra , avec $Pr = 10, n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$	75
Figure V-14 L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra , avec $Pr = 10, n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$	76
Figure V-15 L'influence de rapport A sur le nombre de nusselt moyen Num en fonction de Ra , avec $n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$	77
Figure V-16 L'influence de la concentration de gel (Carbopol 980) sur le nombre de nusselt moyen Num en fonction de Ra	78

LISTE DES TABLEAUX

<i>Tableau I-1 Les principales lois rhéologiques des fluides à seuil [4].....</i>	<i>13</i>
<i>Tableau III-1 condition aux limites</i>	<i>34</i>
<i>Tableau IV-1 Variables et coefficients des équations de transport adimensionnelles</i>	<i>45</i>
<i>Tableau IV-2 Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques [37].</i>	<i>49</i>
<i>Tableau V-1 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen, Num dans le cas d'une cavité carrée rempli d'air.</i>	<i>60</i>
<i>Tableau V-2 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen Num, dans le cas d'une cavité carrée rempli d'eau.</i>	<i>61</i>
<i>Tableau V-3 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen Num, dans le cas d'une cavité rectangulaire rempli d'eau.</i>	<i>61</i>
<i>Tableau V-4 Effet de la constante de temps « E » sur la variation du Num en fonction de Ra avec différent indice de « n » pour $A = 1, Pr = 10, s = 0.01$.</i>	<i>73</i>
<i>Tableau V-5 propriété physique d'un fluide a seuil (Gel Carbopol 980) avec different concentration.....</i>	<i>77</i>
<i>Tableau V-6 La variation de nombre de nusselt moyen Num en fonction de Ra, et la concentration de gel (Carbopol 980).....</i>	<i>78</i>

Introduction Générale :

Nous évoquons souvent la température, qui se manifeste physiquement en la sensation de chaud et de froid. Dès qu'il y a une différence de température, nous devons aborder le transfert de chaleur, le phénomène qui est au cœur de notre vie quotidienne. Parmi les différents types de transfert de chaleur, la convection est le type de mouvement de fluide le plus fréquent. L'étude de la convection est par conséquent un sujet majeur dans la recherche scientifique et pour les applications industrielles.

La convection de type Rayleigh-Bénard, se réfère basiquement à la convection entre deux plaques parallèles, la plaque inférieure est chauffée, la plaque supérieure est refroidie. C'est une convection induite par la poussée d'Archimède, qui s'oppose à deux effets exercés sur les particules de fluide : les effets de dissipation visqueuse et thermique qui freinent le mouvement. Le paramètre de contrôle qui gouverne le système est le nombre de Rayleigh. Il représente le rapport entre le terme moteur qu'est la poussée d'Archimède et les effets visqueux et thermique qui limitent l'apparition du mouvement.

Lorsque la différence de température est suffisamment faible, le fluide compris entre les deux plaques est au repos, le régime est purement conducteur. A partir d'une certaine valeur ΔT , la poussée d'Archimède réussit à vaincre les effets dissipatifs et les particules fluides se mettent en mouvement : la convection de Rayleigh-Bénard démarre. Depuis les années 1900, beaucoup d'études ont été faites pour les fluides newtoniens [1], la valeur critique pour le nombre de Rayleigh dans ce cas est environ 1708. Cette valeur a été obtenue théoriquement via une analyse linéaire de stabilité [2], et vérifiée expérimentalement par plusieurs études, par exemple dans les travaux de Silverstone [2], différents fluides newtoniens (l'eau, l'heptan, l'éthylène glycol et l'huile de silicone) sont utilisés dans divers dispositifs, la valeur critique de Ra est trouvée environ 1708.

La plupart des fluides réels et industriels sont non newtoniens, c'est-à-dire que leur viscosité varie avec le taux de cisaillement. L'importance et la nécessité d'étudier la convection de Rayleigh Bénard est évidente. Il existe plusieurs catégories de comportement non-newtonien telles que :

- La rhéofluidification, qui se caractérise par une diminution de la viscosité avec le gradient de vitesse (ou la contrainte de cisaillement) qui augmente,

- L'existence d'une contrainte seuil d'écoulement au-dessous de laquelle le matériau est considéré comme un solide et au-dessus de laquelle le matériau s'écoule comme un fluide visqueux (généralement rhéofluidifiant),
- La visco-élasticité qui se caractérise par la présence d'un comportement visqueux et élastique au sein du matériau, etc.

L'intérêt porté à la compréhension et la maîtrise du comportement rhéologique des fluides, dans les écoulements convectifs, est indispensable afin d'apporter des solutions aux problèmes rencontrés dans les diverses branches d'activité telle que : les processus industriels, chimiques, pétrochimiques, pharmaceutiques et particulièrement dans l'industrie agro-alimentaires.

L'objectif de notre étude consiste à étudier numériquement la convection naturelle pour un fluide non-Newtonien rhéofluidifiant avec et sans seuil, dans la configuration de Rayleigh-Bénard. Le comportement rhéofluidifiant est décrit par le modèle de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley. En utilisant le Fluent comme code CFD de simulation.

Cette étude est une continuité d'une mémoire de master "Etude de l'instabilité de Rayleigh-Bénard pour un fluide non-newtonien" par [Belaid Med Imad Eddine et Yahiaoui Oussama] université blida 2018.

Notre étude est présentée en cinq chapitres :

Ce mémoire débute par une introduction générale sur la convection naturelle dans la configuration de Rayleigh-Bénard et son importance, en présentant l'objectif essentiel du présent travail.

- Le premier chapitre est consacré à des généralités sur la rhéologie, suivi d'une présentation des différents modèles rhéologiques de quelques fluides ;
- Le deuxième chapitre présente la convection de Rayleigh-Bénard et les phénomènes physiques mis en jeu dans notre étude ;

- Le troisième chapitre donnera une présentation mathématique détaillée du problème considéré. Contenant les équations, qui régissent le phénomène de la convection naturelle ;
- Le quatrième chapitre s'intéresse à la description de la méthode des volumes finis, ainsi que la discrétisation des équations différentielles du modèle mathématique obtenu, ainsi une présentation de code de calculer utiliser Ansys Fluent ;
- Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations et comparaisons les résultats obtenus ;
- Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale.

CHAPITRE I LA RHEOLOGIE

I.1 Introduction :

La rhéologie vient du mot grec 'rheo' qui veut dire couler et 'logos' qui signifie étude. Le concept 'rheology' a été introduit en 1929 par Eugène Cook Bingham.

La rhéologie est la science qui se trouve à la frontière entre la physique, la mécanique des fluides, la mécanique des solides. C'est la discipline qui étudie l'écoulement et les déformations de la matière sous l'action des contraintes [3].

En effet, la rhéologie s'adresse aux fluides complexes qui nécessitent la compréhension de son comportement et la définition de ses propriétés tels que les produits alimentaires (yaourts, sauces, mayonnaises...), les produits cosmétiques (crèmes, pâtes dentifrice, shampoings...), les produits d'entretien (gels, cires, peintures...) mais aussi les bétons, les boues des forages et les sédiments cohésifs.

I.2 Grandeurs caractéristiques de la rhéologie :

La rhéologie fait intervenir plusieurs grandeurs dynamiques et cinématiques [4], à savoir :

- La contrainte de cisaillement ;
- La déformation ;
- La vitesse de déformation et la viscosité.

I.2.1 La contrainte de cisaillement :

La contrainte de cisaillement (τ) est la grandeur dynamique fondamentale en rhéologie. Au cours d'un mouvement laminaire de cisaillement, deux couches successives au contact l'une de l'autre se déplacent relativement l'une par rapport à l'autre. Il apparaît à l'interface de ces deux couches des forces de frottement dF qui s'exercent tangentiellement à la surface dS de la couche, elles sont appelées forces de cisaillement (Figure I-1).

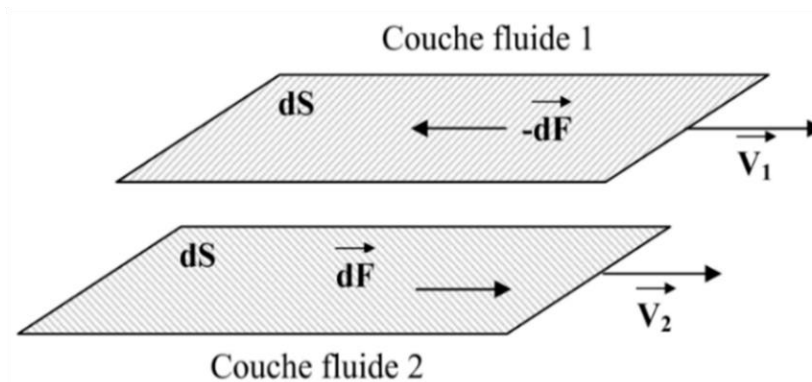


Figure I-1 schéma représentatif d'un cisaillement de deux couches fluides [5]

La contrainte de cisaillement (τ) est donc définie comme étant le rapport entre le module de la force de frottement et l'aire de son application :

$$\tau = \frac{dF}{dS} [N \cdot m^{-2}] \tag{I-1}$$

I.2.2 La déformation :

La déformation (γ) traduit les déplacements relatifs des couches fluides les unes par rapport aux autres, sous l'influence exercée par une contrainte. Avec dx la variation de déplacement (Figure I-2). La déformation de cisaillement est donnée par la relation :

$$\gamma = \frac{dx}{dy} \tag{I-2}$$

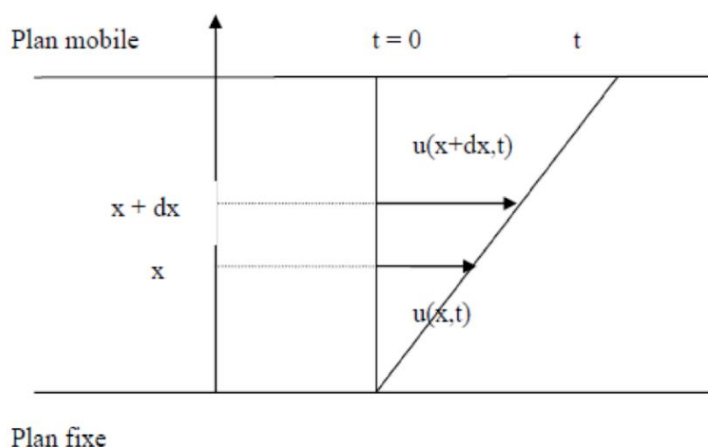


Figure I-2 mouvement laminaire de cisaillement entre deux plans parallèles [5]

I.2.3 La vitesse de déformation :

La vitesse de déformation ou la vitesse de déformation ou encore le taux de cisaillement, traduit la variation de la déformation au cours du temps. Autrement dit, elle est le rapport entre la déformation et le temps nécessaire à celle-ci pour se produire.

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{du}{dy} [S^{-1}] \quad (I-3)$$

I.2.4 Viscosité dynamique :

La viscosité dynamique est une propriété physique d'un fluide. Elle traduit la capacité d'entraînement exercée par une couche fluide en mouvement sur les autres couches adjacentes. D'après l'hypothèse de Newton, la viscosité dynamique est définie comme le rapport entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (I-4)$$

Dans le système international la viscosité dynamique s'exprime en poiseilles où :

$$1 \text{ poise} = 0.1 \text{ Pa.s} = 0.1 \text{ Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

I.2.5 Courbe rhéologique ou rhéogramme :

Le rhéogramme est une représentation graphique du comportement mécanique d'un fluide sous l'effet d'un cisaillement (Figure I-3).

Obtenue à partir des rhéomètres, cette représentation constitue une base de données nécessaire pour une modélisation mathématique, qui donnera naissance à un modèle rhéologique représentatif du comportement du fluide en question [6].

Généralement, le rhéogramme représente l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse déformation :

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad (I-5)$$

Mais on peut aussi rencontrer d'autres représentations telles que :

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \quad (I-6)$$

$\gamma = f(\tau)$: déterminée à partir des expériences dites de fluage où la contrainte de cisaillement est maintenue constante.

$\tau = f(t)$: déterminée à partir des expériences dites de relaxation caractérisée par une vitesse de déformation maintenue constante.

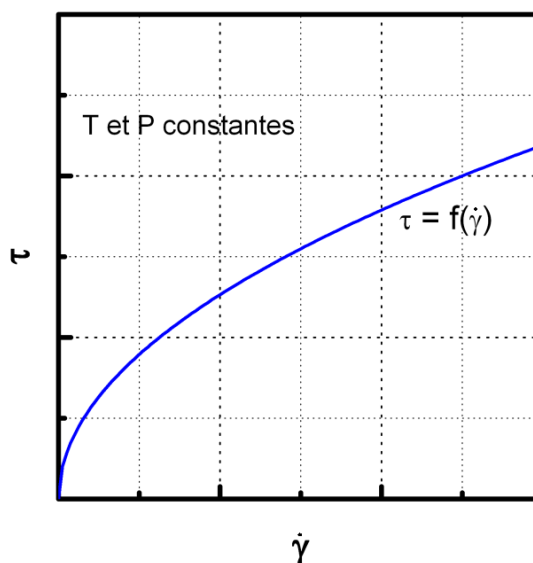


Figure I-3 Rhéogramme ou courbe du comportement rhéologique d'un fluide [4]

I.3 Classification des fluides :

Il est possible d'effectuer une classification rhéologique des fluides réels suivant la nature des paramètres influençant leur comportement rhéologique. Nous distinguons plusieurs catégories principales de fluides [7]:

- Fluides Newtoniens ;
- Fluides non Newtoniens ;
- Fluides viscoélastiques.

I.4 Fluides newtoniens :

Ils s'appellent aussi liquides linéaires ou liquides parfaits. Dans ce cas, les contraintes de cisaillement sont proportionnelles au gradient de vitesse et la viscosité est indépendante de la contrainte appliquée et du temps. C'est une caractéristique de chaque fluide qui dépend de la température et de la pression. L'équation rhéologique s'écrit sous la forme

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (I-7)$$

Avec μ ($Pa.s$) la viscosité dynamique du liquide dite absolue dans ce cas. Parmi les liquides appartenant à cette famille, on trouve l'eau, l'air, le miel... (Figure I-4)

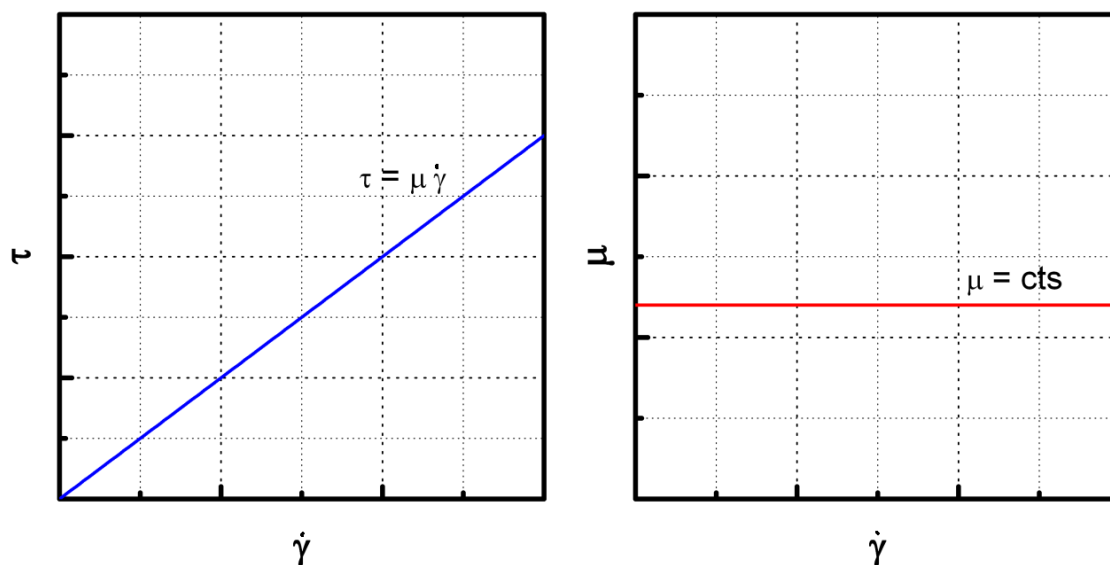


Figure I-4 rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien [4]

I.5 Fluides Non-Newtonien :

Un fluide non-newtonien ils s'appellent aussi liquides non-linéaires est un fluide ayant une viscosité apparente variable en fonction de la vitesse de cisaillement (Figure I-5).

Les fluides non-newtoniens sont subdivisés en trois groupes, qui sont caractérisés par des comportements rhéologiques distincts :

- Fluides à viscosité indépendantes du temps ;
- Fluides à viscosité dépendantes du temps ;
- Fluides viscoplastiques.

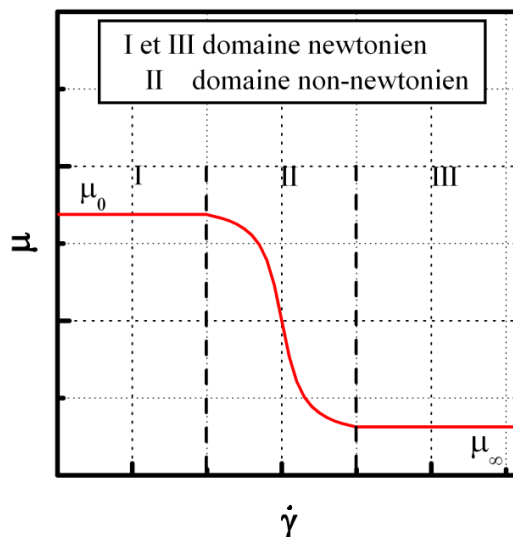


Figure I-5 Allure générale d'une courbe d'écoulement [4]

I.5.1 Fluides aux viscosités indépendantes du temps :

Dans ce type de fluide, la viscosité dite apparente μ dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement [8]. Cette catégorie comporte à son tour les trois types de fluides suivants (voir Figure I-6) :

- Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;
- Les fluides rhéoépaississants (dilatants) ;
- Les fluides à seuil (viscoplastiques).

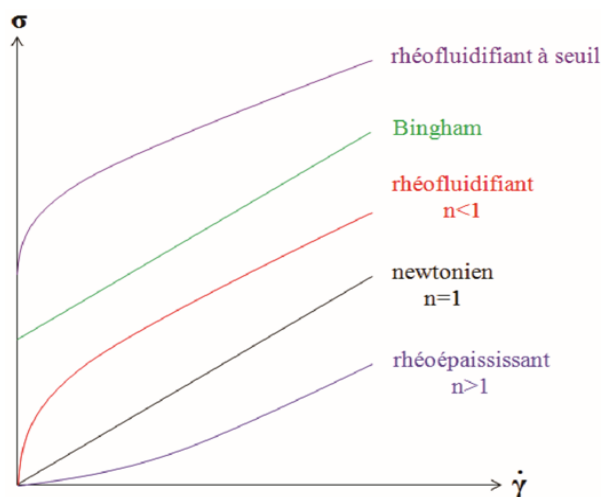


Figure I-6 Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps [8]

I.5.1.1 Fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) :

Appelés également pseudo-plastiques, ces fluides sont caractérisés par la diminution de leurs viscosités apparentes avec l'accroissement de la vitesse déformation (courbe 1 de la Figure I-7). Ce comportement est très répandu et on peut citer en guise d'exemples : les polymères à longues chaînes en solution ou à l'état fondu, les colles, les pâtes à papier, les ciments... [4]

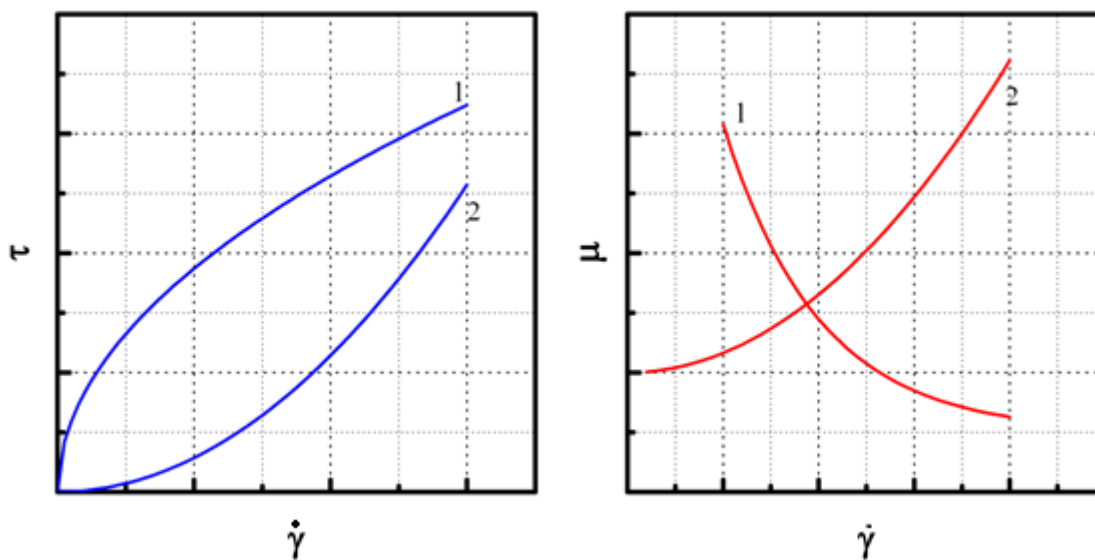


Figure I-7 Rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide rhéofluidifiants (1) et d'un fluide rhéoépaississants (2) [4]

I.5.1.2 Fluides rhéoépaississants :

À l'inverse des fluides rhéofluidifiants, les fluides possèdent une viscosité apparente qui croît avec l'augmentation du cisaillement rhéoépaississants (courbe 2 de la Figure I-7). Ce comportement est moins fréquent que celui des rhéofluidifiants. On le rencontre dans les suspensions fortement concentrées, dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les espaces entre les particules solides. Dans ce cas, quand le taux de cisaillement augmente, les particules solides tendent à freiner le déplacement d'une couche par rapport à l'autre, à cause de la disparition du liquide interstitiel [9]. L'accroissement des frottements, entraîne une augmentation considérable de la viscosité dynamique apparente. On observe ce type de comportement dans les solutions aqueuses d'amidon ou dans l'eau avec du sable et du quartz.

I.5.1.3 Fluides à seuil (viscoplastiques) :

Ce sont des fluides qui ne s'écoulent que lorsque les contraintes qui leurs sont appliquées dépassent une certaine valeur dite contrainte seuil τ_0 (Figure I-8). Au-delà de cette valeur seuil, on peut retrouver, suivant le fluide, les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

Dans cette catégorie de fluides, on peut citer par exemple : les pâtes de fruits et de chocolat, les peintures à l'huile, les pommades, le dentifrice, la pâte à papier, les boues de forage et le ciment frais.

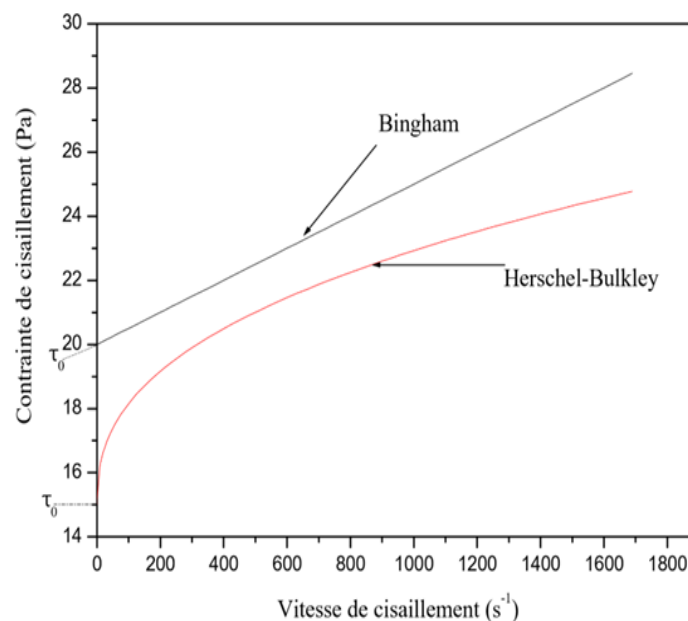


Figure I-8 Courbe d'écoulement d'un fluide à seuil [8]

Plusieurs modèles existent pour décrire le comportement rhéologique d'un fluide à seuil.

I.5.1.3.1 Fluides de Bingham :

Bingham en 1916 a montré que certains fluides commencent à s'écouler seulement lorsqu'on leur applique une force égale à la résistance interne causée par la friction. Quand l'écoulement qui s'en suit est similaire à celui d'un système Newtonien, on le nomme écoulement plastique de Bingham (Figure I-9) [10].

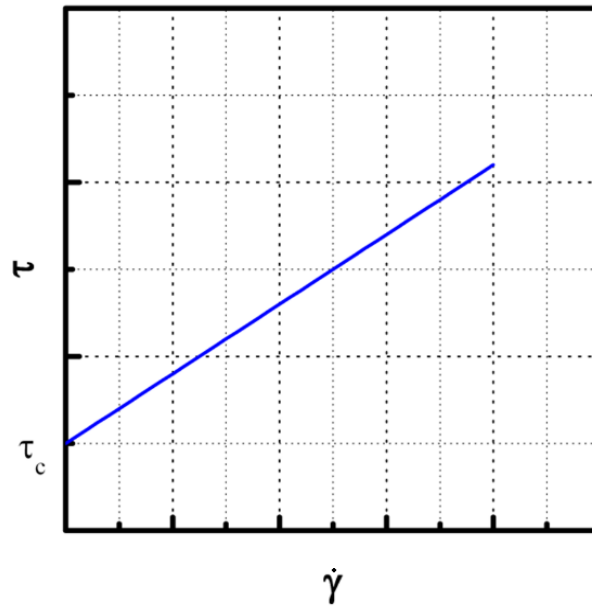


Figure I-9 rhéogramme d'un fluide plastique idéal (fluide de Bingham) [4]

I.5.1.3.2 Fluides de Herschel-Bulkley :

Le modèle d'Herschel-Bulkley est celui permettant de décrire la plupart des fluides plastiques, la courbe d'écoulement de tels fluides finit par devenir rectiligne au-delà d'une certaine contrainte critique appliquée τ_0 (Figure I-10) [11].

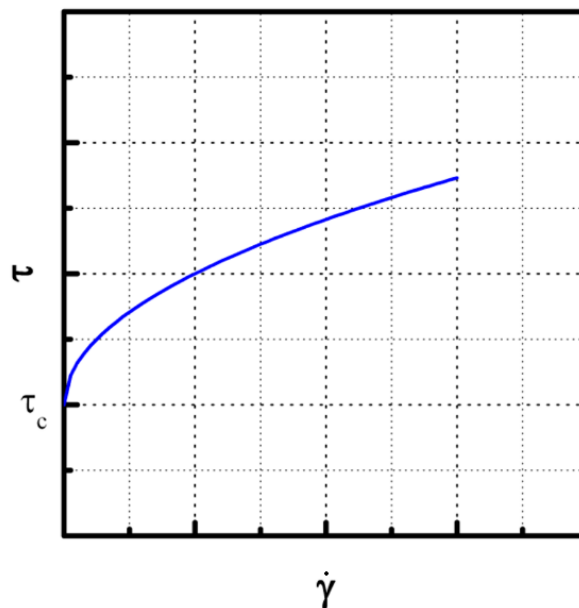


Figure I-10 rhéogramme d'un fluide de Herschel-Bulkley [4]

Model	Loi rhéologique
Bingham	$\tau = \tau_B + \mu_B \dot{\gamma}$
Herschel-Bulkley	$\tau = \tau_H + K \dot{\gamma}^n$
Casson général	$\tau^n = \tau_C^n + (K_C \dot{\gamma})^n$
Casson	$\tau^{\frac{1}{2}} = \tau_C^{\frac{1}{2}} + (K_C \dot{\gamma})^{\frac{1}{2}}$

Tableau I-1 Les principales lois rhéologiques des fluides à seuil [4]

I.5.2 Fluides à viscosité dépendants du temps :

Certains fluides non-Newtoniens possèdent un comportement qui varie en fonction du temps et du taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par une viscosité apparente qui dépend de la durée d'application de la contrainte sans interruption.

Ces fluides se comportent comme si les contraintes subies dans un passé relativement récent modifiaient leurs comportements à l'écoulement présent. Les rhéogrammes résultantes de l'application d'une vitesse de déformation qui croît et décroît régulièrement (charge décharge) sur ces derniers, présentent des cycles d'hystérésis.

Cette catégorie de fluide peut se subdiviser en deux classes (Figure I-11) :

- Les fluides thixotropes
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes)

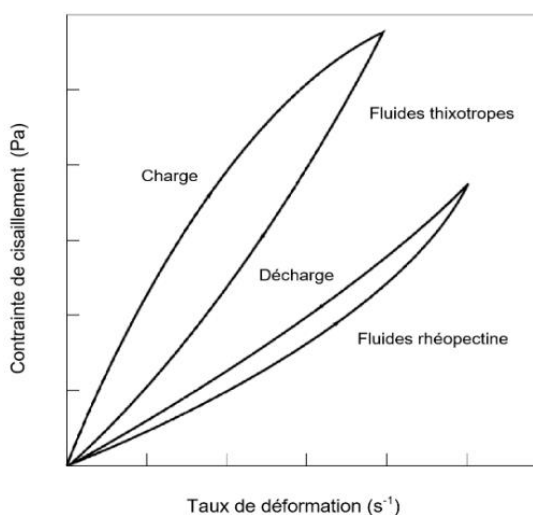


Figure I-11 Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps [12]

I.5.2.1 Fluides thixotropes :

Les fluides thixotropes ont une viscosité apparente qui diminue avec le temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante. L'application d'une contrainte constante détruit certaines parties du fluide, conduisant ainsi, à une diminution de la viscosité apparente dans le temps. Après la suppression de cette contrainte, le fluide retrouve sa viscosité initiale.

Ces fluides admettent une contrainte seuil comme les fluides rhéoplastiques (Figure I-10) Ce seuil augmente avec le temps lorsque le fluide est au repos et s'abaisse après agitation. Comme la caractéristique du fluide dépend de son histoire, les mesures rhéologiques deviennent complexes car il existe des effets d'hystérésis (effets de mémoire). Parmi ces fluides, on cite le cas de la moutarde, du ketchup, du yaourt, des peintures, des boues de forage, du béton et certains polymères.

I.5.2.2 Fluides rhéopectine (antithixotropes) :

L'antithixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie, c'est un comportement rare auquel le fluide durcit par agitation, par exemple : les suspensions aqueuses de gypse et le ciment (Figure I-10).

I.5.3 Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) :

Les fluides viscoélastiques manifestent sous l'effet d'une contrainte, un comportement qui dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps.

Ces fluides possèdent simultanément des propriétés visqueuses et élastiques. Car soumis à un test de fluage (contrainte de cisaillement constante) (Figure I-11), ces fluides se déforment en trois temps successifs :

- Déformation instantanée qui résulte de l'élasticité du fluide ;
- Déformation élastique amortie par la viscosité ;
- Déformation linéaire purement visqueuse.

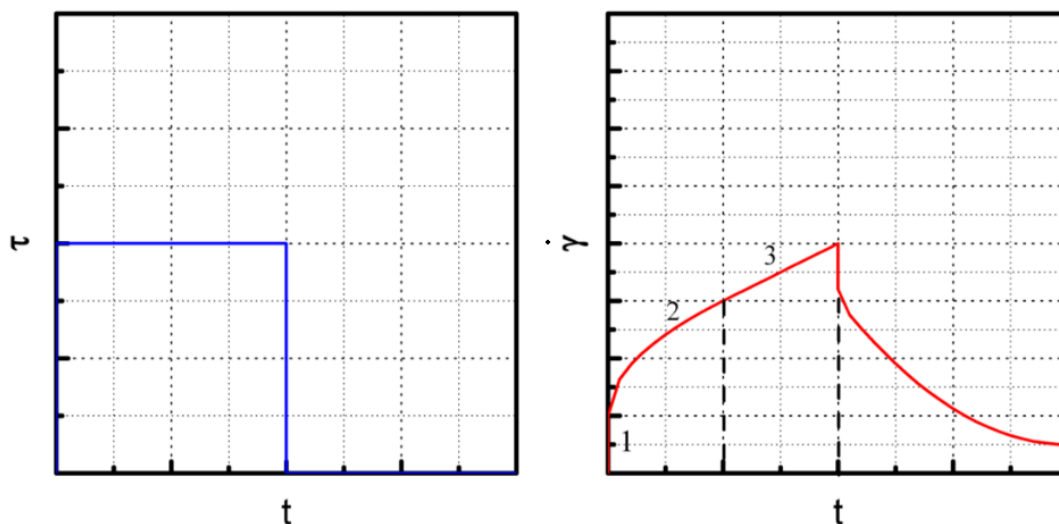


Figure I-12 évolution de la vitesse déformation au sein d'un fluide viscoélastique lors d'un test de fluage [4]

I.6 Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :

Différentes lois permettant de modéliser les fluides non-Newtoniens peuvent être trouvées dans la littérature (Bird et al [13] [14]), y compris certaines recommandations et les limitations d'emplois.

Dans la présente étude, on s'est intéressé au cas des fluides non-Newtoniens les plus répandus dans les procédés industriels et dont la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Il s'agit éventuellement du comportement rhéofluidifiant. Dans ce paragraphe, on s'est limité à citer les modèles rhéologiques les plus utilisés à savoir :

- Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance [12] ;
- Le modèle de Sisko [15];
- Le modèle de Cross [16];
- Le modèle d'Ellis [12];
- Le modèle de Carreau-Bird [14] ;
- Le modèle de Carreau-Yasuda [14];

I.6.1 Le modèle d'Oswald-de-Weale ou loi de puissance :

C'est un modèle mathématique simple permettant de modéliser facilement un fluide non-Newtonien sans seuil par la relation :

$$\mu = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (I-8)$$

Où μ : la viscosité apparente ;

K : l'indice de consistance ;

Et n : l'indice rhéologique.

- Si $0 < n < 1$, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- $n = 1$, il est Newtonien ;
- $n > 1$, il est rhéoépaississant ou dilatant.

Bien que ce modèle permette de résoudre un bon nombre de problème d'écoulement de fluide non-Newtonien, il faut garder à l'esprit qu'il décrit mal le comportement à très faible ou très fort taux de cisaillement et que les paramètres n et K n'ont pas une signification physique claire.

En réalité, un fluide rhéofluidifiant ne l'est que pour une certaine gamme de taux de cisaillement, comme on peut l'observer sur (la Figure I-13). Pour les faibles taux de cisaillement, on observe le plateau Newtonien, avec une éventuelle viscosité μ_0 appelée viscosité à cisaillement nul. Pour les cisaillements élevés, on constate aussi le plateau Newtonien avec une viscosité μ_∞ appelée viscosité à cisaillement infini.

I.6.2 Le modèle de Sisko :

$$\mu = \mu_\infty + K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (I-9)$$

Où μ : la viscosité apparente ;

K : l'indice de consistance ;

n : l'indice rhéologique ;

Et μ_∞ : la viscosité à taux de cisaillement élevé.

I.6.3 Le modèle de Cross :

Le modèle de Cross a l'avantage de présenter le plateau Newtonien à faible taux de cisaillement :

$$\mu - \mu_{\infty} = \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (E' \dot{\gamma})^n} \quad (I-10)$$

Où E' : représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

μ_0 : la viscosité du premier plateau Newtonien à faible taux de cisaillement ;

Et μ_{∞} : la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

I.6.4 Le modèle de Ellis :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\tau / \tau_{1/2})^{n-1}} \quad (I-11)$$

Où μ_0 : représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul ;

$\tau_{1/2}$: la contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$;

Et n ($n > 1$) : représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide.

I.6.5 Le modèle de Carreau-Bird :

Généralement, pour un grand nombre de polymère, on choisit la valeur de $a = 2$, on parle alors du modèle de Carreau-Bird à quatre paramètres [14], le paramètre a fut ajouté plus tard par Yasuda.

On obtient :

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (E' \dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (I-12)$$

Où E' : le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

μ_0 : la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_{∞} : la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé ;

Et n : représente l'indice de puissance.

I.6.6 Le modèle de Carreau-Yasuda :

Ce modèle est largement utilisé pour décrire avec précision la viscosité des fluides rhéofluidifiants pour les faibles et fort taux de cisaillement.

Il est donné par la relation suivante :

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (E \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad (I-13)$$

Où E : le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

μ_0 : la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_{∞} : la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé ;

$\dot{\gamma}$: le second du tenseur de déformation ;

a : décrit la région de transition entre la viscosité à taux de cisaillement nul et la viscosité de la loi de puissance ;

Et n : représente l'indice de puissance.

I.7 Conclusion :

La rhéologie donner un cadre théorique permettant de décrire les comportements mécaniques des matériaux, les relations contraintes–déformations, la classification des propriétés mécaniques, et l'interprétation des résultats expérimentales de ces propriétés.

CHAPITRE II LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BENARD

II.1 Introduction :

Les transferts thermiques ont une énorme importance dans l'industrie. Dans la plupart des opérations unitaires, il est nécessaire de fournir ou d'enlever de la chaleur. A l'opposé, on cherche souvent à faire obstacle aux transferts pour éviter soit des déperditions thermiques, soit le réchauffement d'un produit. Lorsque plusieurs corps en présence dans un système sont à des températures différentes, il se produit entre eux des échanges thermiques tendant à égaliser la température de tout le système. Ces échanges thermiques se font toujours du corps le plus chaud au corps le plus froid. Le transfert thermique a lieu sous trois formes : Conduction, Convection et Rayonnement.

II.2 Modes de transfert de la chaleur :

Les modes fondamentaux de transfert thermique sont :

- La conduction ou diffusion ;
- La convection ;
- Le rayonnement.

II.2.1 Transfert de chaleur par conduction :

Ce mode d'échange s'applique à un milieu immobile, c'est à dire dans la pratique, à des milieux solides. La convection, liée au mouvement de fluides à l'échelle macroscopique, est un mode de transfert plus rapide que la conduction. C'est pourquoi même si la conduction existe aussi dans les fluides, on ne s'intéressera à ce phénomène que dans les seuls cas où le mouvement du fluide est impossible (couche limite au voisinage d'un corps solide, fluide enfermé dans les petits pores d'un solide, etc...) [17].

Considérons une plaque solide d'épaisseur dx d'aire A , (Figure II-1). Une différence de température $dT = T(x + dx) - T(x)$ entre les deux faces de la plaque entraînera un courant de chaleur (ou puissance thermique, quantité de chaleur transporté par unité de temps dQ/dt exprime en $(J/s = W)$ de la face la plus chaud vers la face plus froide. Cette puissance thermique est donnée par la première loi de Fourier :

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{T(x-dx) - T(x)}{dx} = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (II-1)$$

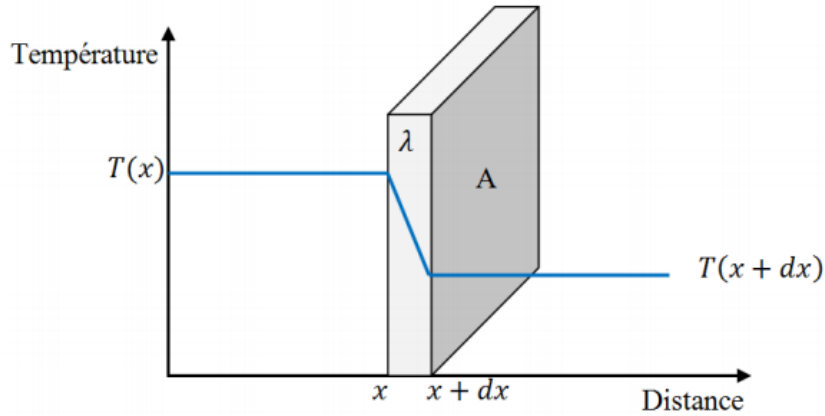


Figure II-1 Répartition de la température dans une plaque d'épaisseur (dx) [17]

Le signe (-) vient du fait que la chaleur va s'écouler dans le sens contraire du gradient de température (dans Figure II.2-1) vers la droite, tandis que le gradient de température, négatif, est orienté vers la gauche).

Le facteur λ est une propriété intrinsèque de la matière décrivant son aptitude à conduire la chaleur, et il est appelé conductivité thermique, s'exprime en $[Wm^{-1} C^{-1}]$.

II.2.2 Transfert de chaleur par convection :

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton [18].

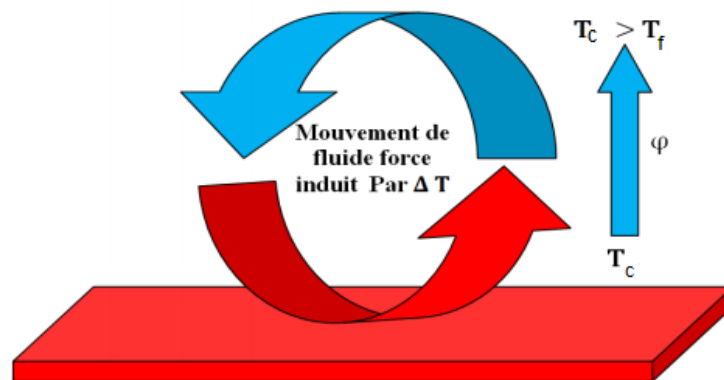


Figure II-2 Schéma du transfert de chaleur par convection [18]

$$\varphi = h A (T_c - T_f) \quad (II-2)$$

Avec :

- φ : Flux de chaleur transmis par convection [W] ;
- h : Coefficient de transfert de chaleur par convection [$Wm^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$] ;
- T_c : Température de surface du solide [$^\circ C$] ;
- T_f : Température du fluide loin de la surface du solide [$^\circ C$] ;
- A : Aire de la surface de contact solide / fluide [m^2].

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide. Trois types de convection sont généralement distingués :

II.2.2.1 La convection naturelle :

La convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situé dans un champ de forces massiques. Cette différence de densité, qui est la plupart du temps provoquée par une différence de température, avec la force de gravité, crée une force de flottabilité, qui par conséquent crée une différence de quantité de mouvement [19].

II.2.2.2 La convection forcée :

La convection forcée dans laquelle le mouvement de fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur...etc.), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide [19].

II.2.2.3 La convection mixte :

Elle correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcé) quand les vitesses d'écoulement fictives dues aux deux types de convection sont, considérées séparément, du même ordre de grandeur. Quel que soit les types de convection considéré, on distingue suivant la vitesse du fluide deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.

II.2.3 Transfert de chaleur par rayonnement :

Le rayonnement thermique est un phénomène se caractérisant par un échange d'énergie électromagnétique, sans que le milieu intermédiaire ne participe nécessairement à cet échange. Par exemple, le rayonnement solaire est capable d'échauffer la terre bien que le milieu traverse soit à une température plus basse que la terre [20].

II.3 Domaines d'application de la convection naturelle :

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant. La meilleure compréhension de phénomène augment le nombre d'application et mène à un certain nombre de conception industrielles et environnement sophistiquées. Toutefois, les coutes de fonctionnement sont importantes, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie.

En outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoirs les équipements électriques et les réactions nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérations et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science [19].

II.4 Convection dans les Enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte carrée continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt.

Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées.

On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal [21].

II.5 La convection de Rayleigh-Bénard (RB) :

En 1900, Henri Bénard a mis en évidence expérimentalement les mouvements convectifs en mettant dans un récipient une couche de fluide mince de blanc de baleine liquide (1mm) chauffé par le bas alors que la surface supérieure était libre. Bénard s'est intéressé seulement à la structure des cellules convectives obtenues en motif hexagonale (Figure II-3), sans pour autant, chercher à comprendre l'effet de la température sur la mise en mouvement du fluide.

Bénard a commenté le résultat de son travail en ces termes : « Je n'ai pas la prétention d'avoir épuisé un sujet aussi nouveau : bien que des points restent à éclaircir, même sans sortir du point de vue expérimental ; mais je serais heureux si mon travail, tout incomplet qu'il est, contribuait à attirer l'attention des expérimentateurs sur les domaines inexplorés de la Physique moléculaire et de la Mécanique des fluides. ».

Des années plus tard, et plus précisément en 1916, le souhait de Bénard semble être réalisé. Un physicien Anglais, du nom de Lord Rayleigh, a formulé mathématiquement ce processus physique expliquant le déclenchement des mouvements convectifs. Ce dernier, partant des équations de Navier Stokes et en se plaçant dans l'approximation de Boussinesq, propose un calcul de la différence de température ainsi que la longueur d'onde critique pour un mouvement de convection, au sein d'une couche infinie de fluide contenue entre deux interfaces planes horizontales infinies sujettes à des températures imposées et le long desquelles le fluide peut glisser librement. Lors de son calcul du seuil d'instabilité, l'auteur a introduit une quantité adimensionnelle qui deviendra par la suite le nombre de Rayleigh.

Dans la première phrase de son article, Rayleigh place lui-même son travail dans la continuité de celui de Bénard en disant : « The present is an attempt to examine how far the interesting results obtained by Bénard in his careful and skilful experiments can be explainedt heoretically »

Et depuis les travaux suscités, tout phénomène relatif à un fluide chauffé par le bas est nommé par : la convection de Rayleigh-Bénard. Mais malgré, la simplicité dans la géométrie et le peu de paramètres de contrôle, des zones d'ombre persistent, dans la compréhension du mécanisme de transport de la chaleur ayant trait aux fluides non-Newtoniens [20].

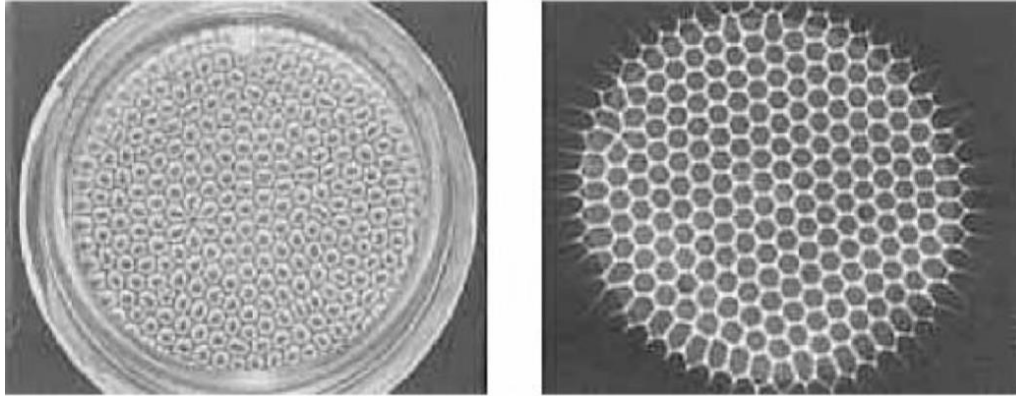


Figure II-3 Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder et al [22]

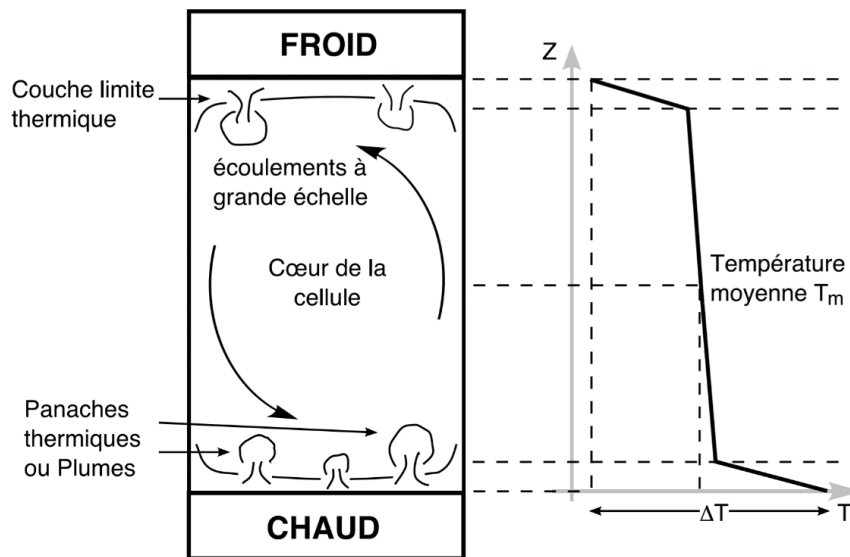


Figure II-4 Schématisation d'écoulement à l'intérieur d'une cellule de Rayleigh-Bénard (a gauche). Profil moyen de température suivant la hauteur de la cellule (a droite)

[23]

II.6 Problème de Rayleigh-Bénard (RB) :

Le problème de Rayleigh-Bénard décrit une cavité chauffée par le bas et refroidie par le haut. Généralement la largeur et la profondeur de cette cavité sont considérées beaucoup plus grandes que la hauteur voir même infinies. Le sens de la poussée d'Archimède est alors opposé à celui de la pesanteur. De nombreuses études traitent de cette configuration et permettent de définir quatre types de comportements

caractéristiques en fonction de la valeur de Ra par rapport au nombre de Rayleigh critique Ra_c , [24] :

- Pour $Ra < Ra_c$, le régime est conductif : le fluide reste immobile et le champ de température est linéaire entre les deux parois.
- À partir de $Ra < Ra_c$, un écoulement laminaire de cellules contrarotatives apparaît. Selon Sparrow et al [25]; dans l'air ($Pr = 0,71$), la valeur de Ra_c , est de 1708 pour des parois à température uniforme et de 720 pour des parois à flux uniforme.
- L'écoulement devient plus complexe à partir de $Ra = 10 Ra_c$. Les cellules 2D (Figure I.4-2) se scindent en cellules 3D qui apparaissent hexagonales.
- Lorsque Ra devient très grand, l'écoulement est turbulent. Des panaches chauds ascendants apparaissent à la paroi basse tandis que des panaches froids descendants apparaissent à la paroi supérieure. En se rapprochant des parois, les panaches chauds se refroidissent, les panaches froids se réchauffent, ils ralentissent formant ainsi des structures caractéristiques en champignon. Le cœur du fluide est turbulent et sa température est proche de la température moyenne ($T_0 = (T_c + T_f)/2$) alors que le régime est conductif à proximité des parois verticales ou la température varie linéairement Bejan [26].
- La structure de l'écoulement et l'évolution verticale de la température d'un cas de haut nombre de Rayleigh $Ra \gg Ra_c$ selon Bejan sont représentées par les (Figure II.4-2, Figure II.4-3, Figure II.4-4)

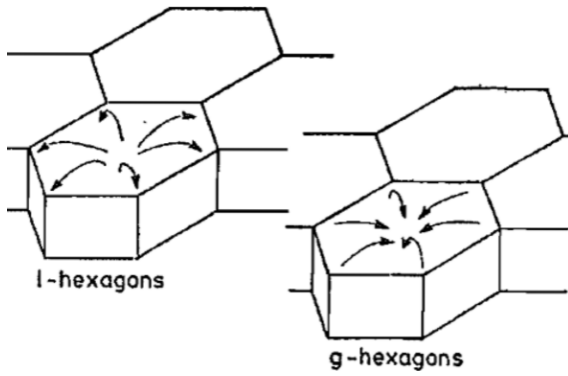


Figure II-5 Hexagone de type I et g [24]

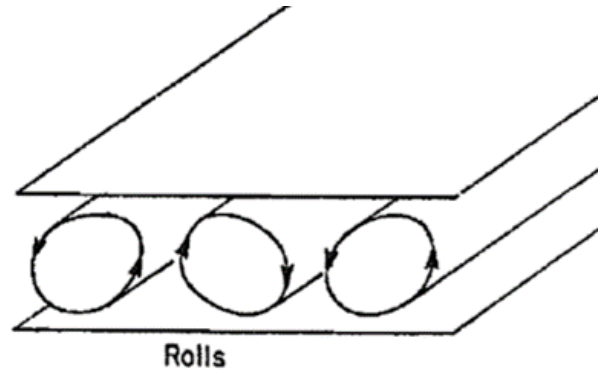


Figure II-6 Rouleaux (Bejan) [26]

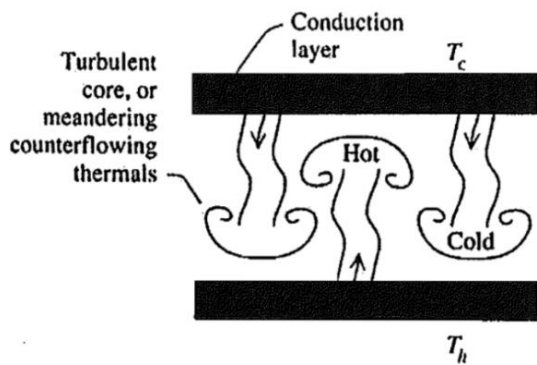


Figure II-7 Structure de l'écoulement pour régimes à grand Ra [26]

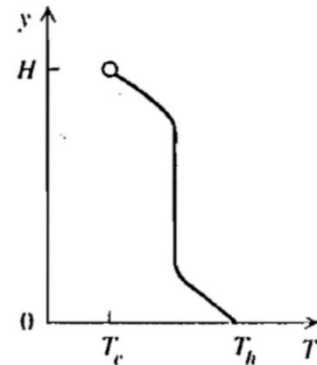


Figure II-8 Evolution de la température entre les les deux parois verticales pour les régimes à grand Ra [26]

En 1978, Busse [24] récapitule les connaissances acquises sur l'évolution de la structure de l'écoulement d'une configuration de type Rayleigh-Bénard en fonction de Ra , et de Pr à travers la (Figure II-9). Pour Pr modéré ou grand, des rouleaux stables et 2D apparaissent jusqu'à Ra de l'ordre de 2×10^4 . A partir de cette valeur une transition vers un écoulement stable et 3D est observé. Pour un nombre de Rayleigh plus grand, la structure de l'écoulement devient instationnaire et turbulente. Pour des Pr plus faibles, l'instationnarité et la turbulence apparaissent pour des Ra plus faibles [21].

Depuis, la convection de type Rayleigh-Bénard a été particulièrement explorée et on peut citer notamment, les études de Normand et al. [27], Oertel [28], Yang [29], Koschmieder [30] et Mukutmoni et Yang [31].

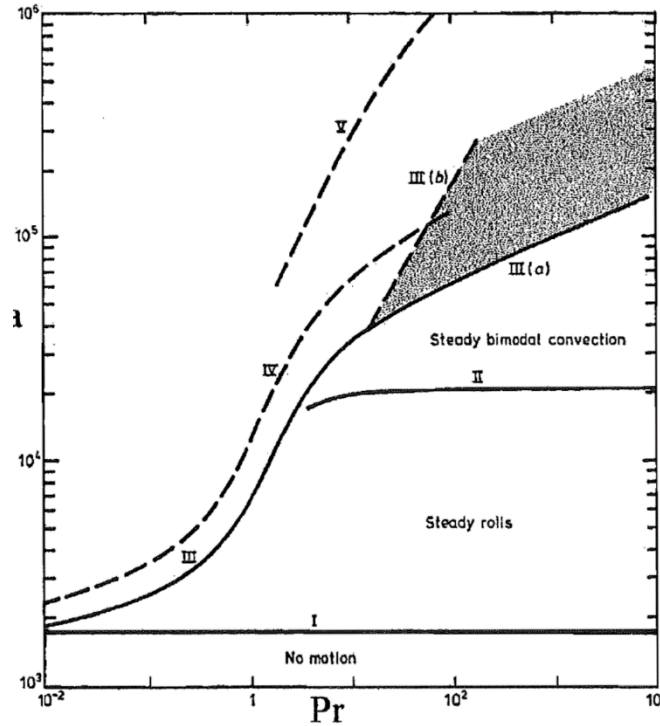


Figure II-9 Transitions en fonction de Ra et Pr selon Busse [24] Courbe I : rouleaux stables, Courbe II : structures 3D, Courbe III : convection dépendante du temps, Courbes IV à V : convection turbulente

II.6.1 Le paradigme de Rayleigh-Bénard pour un fluide à seuil :

Pour la convection de Rayleigh-Bénard dans les fluides à seuil, le phénomène devient plus complexe. La contrainte seuil s'ajoute aux forces stabilisatrices au sein du fluide et modifie de manière fondamentale le transfert de matière et le transfert thermique. Dans le paradigme de Rayleigh-Bénard, l'écoulement de base est statique (le fluide est au repos) ; avec une vitesse nulle, la viscosité effective est infinie. Si l'on suit l'approche classique de la stabilité linéaire, on doit perturber un fluide possédant une viscosité effective infinie, ce qui est problématique [32].

Et pour un fluide de Bingham, les instabilités sont conditionnées par le nombre de Bingham B . À un écart de température donné, Ce nombre représente d'une part : le rapport du seuil de contrainte d'écoulement au contrainte de la poussée d'Archimède. Les caractéristiques de cette instabilité diffèrent considérablement de celles d'un fluide newtonien.

II.7 Nombres sans dimension :

La majorité des écoulements de convection naturelle peut être caractérisée par deux nombres sans dimension :

- Le nombre de Prandtl Pr ;
- Le nombre de Grashof Gr .

De ces deux nombres sans dimension on peut en déduire le nombre de Rayleigh Ra . Le transfert de chaleur associé à ces écoulements est lui caractérisé par le nombre de Nusselt Nu .

II.7.1 Le nombre de Prandtl :

C'est le rapport entre la viscosité cinématique ν ($m^2 \cdot s^{-1}$) et la diffusivité thermique α ($m^2 \cdot s^{-1}$). Il compare la rapidité des phénomènes de diffusion thermique et de diffusion visqueuse dans un fluide et s'écrit :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (II-3)$$

Pour un nombre de Prandtl faible, la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse n'influence que très peu le profil de température. A un nombre de Prandtl élevé, le profil de température est fortement influencé par le profil de vitesse.

II.7.2 Le nombre de Grashof :

Le nombre de Grashof compare l'effet de la poussée d'Archimède $-\rho g \vec{e}_y$ (force motrice) aux forces de viscosité (forces résistives). Il s'écrit

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2} \quad (II-4)$$

Où H (m) est la dimension caractéristique du système étudié.

ΔT (K) : l'écart de température caractéristique.

g ($m \cdot s^{-2}$) : l'accélération de la gravité.

β (K^{-1}) : le coefficient de dilatation thermique isobare.

Et ν : la viscosité cinématique.

II.7.3 Le nombre de Rayleigh :

Est une variante du nombre de Grashof. Lorsque le nombre de Rayleigh est faible les forces de diffusion thermique et visqueuse sont prépondérantes et le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction. Le nombre de Rayleigh s'exprime de la manière suivante :

$$Ra = Pr \cdot Gr = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\alpha \nu} \quad (\text{II-5})$$

II.7.4 Le nombre de Nusselt :

Représente le rapport entre le transfert thermique total et le transfert thermique par conduction. Il s'agit en fait du transfert de chaleur sans dimension. Si la conduction est le mode de transfert prépondérant alors le nombre de Nusselt tendra vers 1, si l'influence de la convection est importante le nombre de Nusselt tendra vers $+\infty$. Le nombre de Nusselt s'écrit comme :

$$Nu = \frac{h L}{\lambda} \quad (\text{II-6})$$

Où $h [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$ est le coefficient d'échange convectif. Ce coefficient d'échange de chaleur par convection dépend de l'écoulement du fluide, des propriétés thermiques du milieu fluide et de la géométrie du système. [33] Au contact d'une paroi solide, la densité de flux de chaleur transmise au fluide est donnée par :

$$q'' = h (T_c - T_f) \quad (\text{II-7})$$

Où $T_c (K)$ la température du fluide à la paroi ;

Et $T_f (K)$ la température du fluide au loin de la paroi.

II.8 Approximation de Boussinesq et mise en équation :

La modélisation physique de la convection naturelle est effectuée en considérant valide l'approximation de Boussinesq. Cette approximation suppose alors les hypothèses suivantes (Gray et Giorgini 1976) [34] :

- La masse volumique du fluide est constante, exceptée dans le terme de la poussée d'Archimède et ne dépend que des variations de température (l'influence des variations de pression sur la masse volumique est négligée) ;
- Les autres propriétés thermophysiques du fluide sont constantes ;
- La dissipation de chaleur due à la viscosité du fluide est négligeable.

Cette hypothèse consiste à la simplification de l'équation d'état du fluide. La variation de la densité d'un fluide due à sa variation de température est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II-8})$$

ρ_0 : représente la densité du fluide donnée à la température référence T_0 ;

β : le coefficient d'expansion thermique a pression constante ; généralement, ce Coefficient est de l'ordre de 10^{-4} défini de la façon suivante :

$$\beta_T = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_p \quad (\text{II-9})$$

Selon Gray et Giorgini [34], l'approximation de Boussinesq est valide pour des faibles différences de température

II.9 Prototype des écoulements ouverts de convection naturelle :

Les écoulements de convection naturelle peuvent se diviser en quatre grandes catégories d'écoulement :

- Les écoulements externes de type couche limite en milieu infini (ex : plaque plane verticale),
- Les écoulements confinés dans une enceinte fermée (ex : cavité différentiellement chauffée),
- Les écoulements de type panache lorsqu'il n'y a pas de paroi à proximité (ex : barreau chauffé dans un environnement infini),

- Les écoulements confinés dans des enceintes partiellement ouvertes (ex : canal vertical).

II.10 Conclusion :

Ce chapitre expose les phénomènes physiques mis en jeu dans notre étude et les nombres sans dimension associés. L'approximation de Boussinesq est introduite et les équations gouvernant les phénomènes de convection naturelle sont présentées.

CHAPITRE III FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

III.1 Introduction :

Dans cette partie, nous présentons les formulations mathématiques détaillée du problème considéré qui régissent le phénomène de l'instabilité de Rayleigh Bénard.

III.2 Généralités et mise en équation :

Ce chapitre est consacré à la mise en équations du problème considéré en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et les équations de l'énergie. Ces dernières expriment les principes fondamentaux de la physique.

On commence par une description et présentation de la problématique et l'écriture des équations gouvernantes, puis les conditions aux limites.

III.3 Géométrie du problème :

On s'intéresse à la convection thermique dans une cavité carrée de hauteur h , avec des parois horizontales adiabatiques et des parois verticales soumises à des températures constantes respectivement (T_c et T_f).

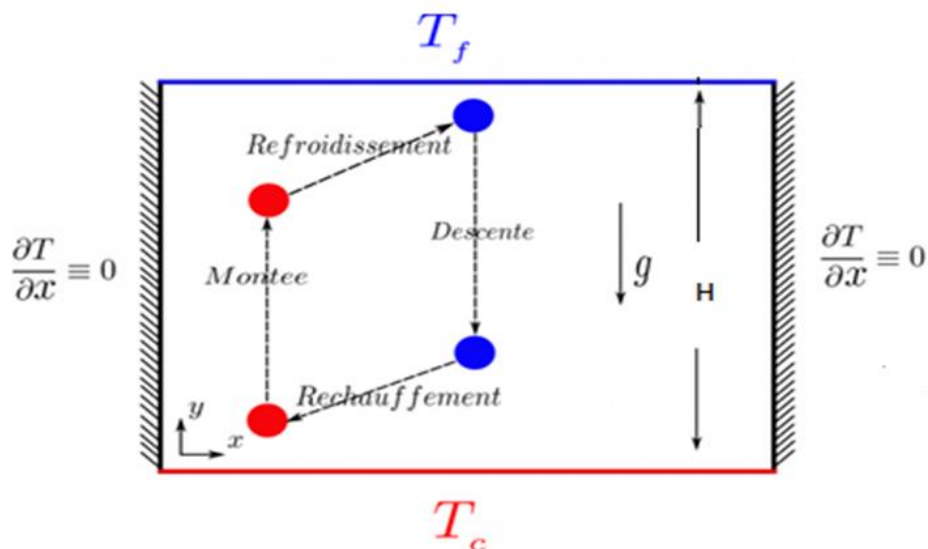


Figure III-1 Géométrie et conditions aux limites du cas de la cavité carrée

III.4 Hypothèses simplificatrices :

Afin de simplifier la formulation mathématique du modèle, on a pris en considération quelques approximations qui sont largement utilisées par de nombreux auteurs dans leurs études sur la convection naturelle.

On a supposé que :

- La troisième dimension est suffisamment grande par rapport aux deux autres dimensions (L et H) rendant les effets de bords négligeables et ramenant la configuration à un problème bidimensionnel ;
- Le fluide non-Newtonien confiné à l'intérieur de la cavité est supposé incompressible ;
- L'écoulement engendré est supposé laminaire ;
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable ;
- Le travail des forces visqueuses et de pression est négligeable ;
- Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes (indépendantes de la température) et sont évaluées à la température de référence ; à l'exception de la masse volumique ρ dans le terme de la poussée d'Archimède qui varie linéairement avec la température T et obéit à l'approximation de Boussinesq [35].

III.5 Conditions aux limites :

Le modèle mathématique doit d'être complété par des conditions initiales et des conditions aux limites.

Les conditions aux limites sont les conditions appliquées au niveau des frontières du domaine d'écoulement. Ces deux types de conditions doivent être bien pris en compte pour pouvoir déterminer la valeur des constantes apparaissant lors de l'intégration des équations aux dérivées partielles.

- Paroi gauche : $x = 0, 0 < y < H, t > 0$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- Paroi supérieure : $0 < x < L, y = H, t > 0$

$$T(x, L, t) = T_f$$

- Paroi droite : $x = L, 0 < y < H, t > 0$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- Paroi inférieure : $0 < x < L, y = 0, t > 0$

$$T(x, L, t) = T_c$$

Limites géométriques	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
$x = 0, \quad 0 \leq y \leq H$	$u = 0, \quad v = 0$	$q = 0$
$x = L, \quad 0 \leq y \leq H$	$u = 0, \quad v = 0$	$q = 0$
$y = 0, \quad 0 \leq x \leq H$	$u = 0, \quad v = 0$	$T = T_c = T_f + \Delta T$
$y = H, \quad 0 \leq x \leq H$	$u = 0, \quad v = 0$	$T = T_f$

Tableau III-1 condition aux limites

III.6 Equations gouvernantes :

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir : la vitesse, la pression et la température.

Ces équations proviennent de la prise de la moyenne dans le temps des équations de Navier Stokes.

Les équations de Navier-Stokes étant très complexes à résoudre, nous utiliserons une forme simplifiée en adoptant des hypothèses.

On obtient en conséquence les équations de Reynolds données ci-dessous et exprimant :

- La loi de conservation de masse (équation de continuité) ;
- La loi de conservation de la quantité de mouvement ;
- La loi de conservation de l'énergie (équation de l'énergie).

III.6.1 Equation de continuité :

Cette équation est déduite du principe de conservation de masse. Puisque le fluide est considéré comme étant incompressible ($\rho = \text{constante}$) [36].

Elle s'exprime comme suivant :

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III-1})$$

III.6.2 Equations de la quantité de mouvement :

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule.

$$u_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{III-2})$$

Donc : le taux net de transport de quantité de mouvement représenté

Avec :

- Le 1^{er} terme représente les forces dues à la pression.
- Le 2^{eme} terme représente les forces nettes de viscosité [19].

III.6.3 Equation de l'énergie :

Dans l'équation de l'énergie, le concept de diffusivité turbulente liée à la viscosité turbulente par l'intermédiaire du nombre de Prandtl turbulent Pr .

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad (\text{III-3})$$

Avec :

- $\alpha = \frac{K}{\rho c_p}$: La diffusivité thermique ;
- K : La conductivité thermique ;
- C_p : La chaleur spécifique à pression constante.

III.6.4 Équation constitutive (comportement rhéologique) :

Dans le présent travail, le fluide considéré est un fluide purement visqueux, c'est un fluide rhéofluidifiant dont sa viscosité, obéit au modèle de Carreau-Yasuda et de Herschel-Bulkley.

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (E \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad (\text{III-4})$$

$$\tau = \tau_H + K \dot{\gamma}^n \quad (\text{III-5})$$

III.6.5 Coordonnées cartésiennes :

Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-6})$$

Équation de mouvement suivant x :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (\text{III-7})$$

Équation de mouvement suivant y :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_0 \beta (T - T_0) g + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (\text{III-8})$$

Où :

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (\text{III-9})$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

Équation de l'énergie :

$$\rho_0 C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III-10})$$

III.7 Les variables adimensionnelles :

Il est plus commode de présenter les équations régissant le problème sous une forme adimensionnelle. Des nombres sans dimensions caractéristiques vont apparaître et qui réduiront considérablement la complexité du problème.

Sont données par :

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)}, \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)}$$

$$P = \frac{p}{\left(\frac{\rho \alpha^2}{H^2}\right)}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}, \quad t = \frac{t \alpha}{H^2}, \quad \eta = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Alors avec l'introduction des variables adimensionnelles, le système d'équations définit antérieurement prends la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III-11})$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y}\right) \quad (\text{III-12})$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial Y} Ra\theta\right) \quad (\text{III-13})$$

$$\tau_{xx} = 2\eta \frac{\partial U}{\partial X}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X}\right) \quad (\text{III-14})$$

$$\tau_{yy} = 2\eta \frac{\partial V}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (\text{III-15})$$

Dans les équations ci-dessus, nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh (Ra) et le nombre de Prandtl (Pr) Approximation de Boussinesq, elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{III-16})$$

Où ρ_0 et T_0 dénotent respectivement, la masse volumique et la température de référence.

Et β est le coefficient de dilatation thermique donné par l'expression suivante :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad (\text{III-17})$$

III.8 Le nombre de Nusselt moyen :

Le taux du transfert de la chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est le rapport entre la chaleur transférée par convection par rapport à la chaleur transférée par conduction.

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité de la convection. C'est le rapport adimensionné entre le flux de chaleur vertical en surface du fluide et le flux que l'on mesurerait s'il n'y avait pas de convection dans la couche de ce fluide.

$$Nu = \frac{q_{convectif}}{q_{conductif}} \quad (\text{III-18})$$

Si $Nu = 1$ pas de convection. Plus le nombre de Nusselt est grand, plus le refroidissement par convection est efficace. En d'autres termes, le nombre de Nusselt peut être calculé par la formule suivante :

$$Nu = \frac{hL}{K} \quad (\text{III-19})$$

Où h : le coefficient de transfert de chaleur par convection,

L : longueur de la cavité

Et k : est la conductivité thermique du fluide.

Pour une cavité chauffée différentiellement, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi froide ou chaude. Le nombre de Nusselt local se calcule sur une paroi isotherme par l'expression suivante :

$$Nu_{local} = \frac{\partial\theta}{\partial Y} \quad (\text{III-20})$$

Le nombre de Nusselt moyen est alors donné par la relation suivante :

$$Nu_{moy} = \frac{\sum_{noeud} Nu_{local}}{n} \quad (\text{III-21})$$

III.9 Grandeurs Fondamentales Liées à La Convection :

Le rapport entre les forces d'inertie et la force visqueuse est donné par un nombre sans dimension, Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (\text{III-22})$$

Le rapport entre la poussée d'Archimède et la force visqueuse est donné par un nombre sans dimension, le nombre de Grashof avec :

$$Gr = \frac{g\beta H^3}{\nu^2} (T_c - T_f) \quad (\text{III-23})$$

La concurrence entre les forces visqueuses et la diffusion thermique est représentée dans le nombre de Rayleigh par un autre nombre sans dimensions :

Le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (\text{III-24})$$

À partir de sa définition, le nombre de Rayleigh est donc :

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (\text{III-25})$$

Si la condition de Boussinesq est respectée, le nombre de Rayleigh s'écrit alors :

$$Ra = \frac{g\beta H^3}{\alpha\nu} (T_c - T_f) \quad (\text{III-26})$$

III.10 CONCLUSION :

Après avoir développé les équations dynamiques, thermiques et massiques, ainsi que les conditions aux limites associées à notre configuration, on va modéliser numériquement le problème.

CHAPITRE IV SIMULATION ET MÉTHODES NUMÉRIQUES

IV.1 Introduction :

Les écoulements de fluides, que ce soit en régime laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement. Malheureusement, il est pratiquement impossible de trouver une solution analytique et exacte à de tels systèmes du fait que les équations citées précédemment soient très complexes, c'est-à-dire non linéaires d'une part et couplées d'autre part. Dans ce cas, le recours à la résolution numérique s'impose et nous incite à choisir la méthode numérique adéquate pour obtenir les meilleures approximations.

IV.2 Rappel sur la méthode numérique :

C'est la méthode la plus performante en matière d'analyse des phénomènes physiques. La résolution consiste en la discrétisation en modèles élémentaires faciles à manipuler. Elle présente plusieurs avantages, entre autres, sa rapidité de prédiction, son coût non élevé, ses informations complètes et détaillées ainsi que sa capacité à simuler des conditions réelles est idéale.

Toutefois, la vérification expérimentale est nécessaire pour valider les informations obtenues par la méthode numérique ou analytique.

Dans ce travail la résolution numérique utilisée est basée sur la méthode de discrétisation des équations du problème. Cette méthode consiste à transformer une équation différentielle en une équation algébrique, facile à résoudre (équation discrétisée). Les méthodes de discrétisation les plus couramment utilisées sont :

- Les différences finies ;
- Les éléments finis ;
- Les volumes finis.

IV.2.1 Méthodes des différences finies :

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Cette méthode est une approximation des dérivées intervenant dans les équations à l'aide de développement en série de Taylor.

IV.2.2 Méthodes des éléments finis :

La méthode consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points ou nœuds du maillage.

IV.2.3 Méthodes des volumes finis :

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [37]. La méthode des volumes finis est utilisée par la majorité des codes de calcul comme : Fluent, Star CD, CFX, Fine Turbo, Nous allons examiner dans le détail de la méthode des volumes finis.

IV.3 Principe de la méthode des volumes finis :

Le principe de la méthode des volumes finis basé sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de la conservation aux dérivées partielles en équation algébrique qui peuvent être résolues numériquement.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation de domaine considéré en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- Écriture des équations algébriques aux nœuds de maillage ;
- Résolution algébrique linéaire obtenue.

IV.4 Etapes de résolution par la méthode des volumes finis :

IV.4.1 Maillage :

Les équations différentielles ponctuelles qui régissent notre problème sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle bidimensionnel sont localisées au point e, w, n, s (Figure IV-1). Notons P le centre du volume de contrôle considéré et E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant P .

Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (Figure IV-1). Par contre, les quantités vectorielles (composantes u et v) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (Figure IV-2) et (Figure IV-3). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalées vers la droite pour l'impulsion suivant X et vers le haut pour l'impulsion suivant Y [38].

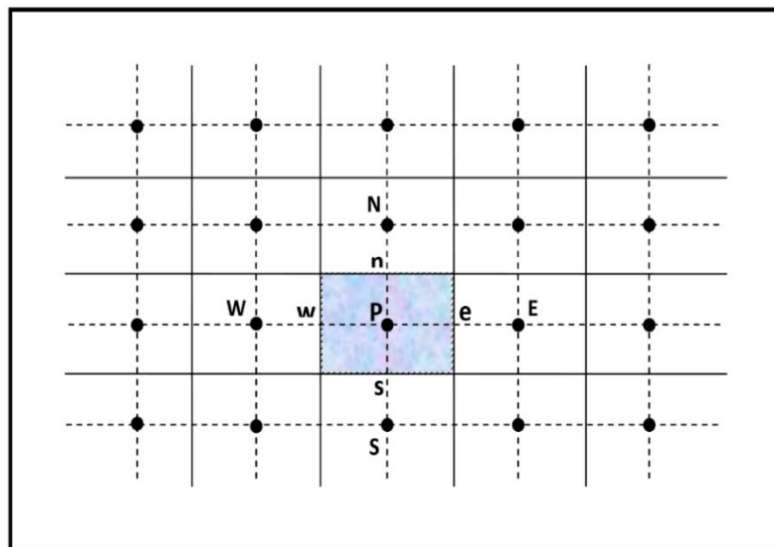


Figure IV-1 Volume de contrôle bidimensionnel.

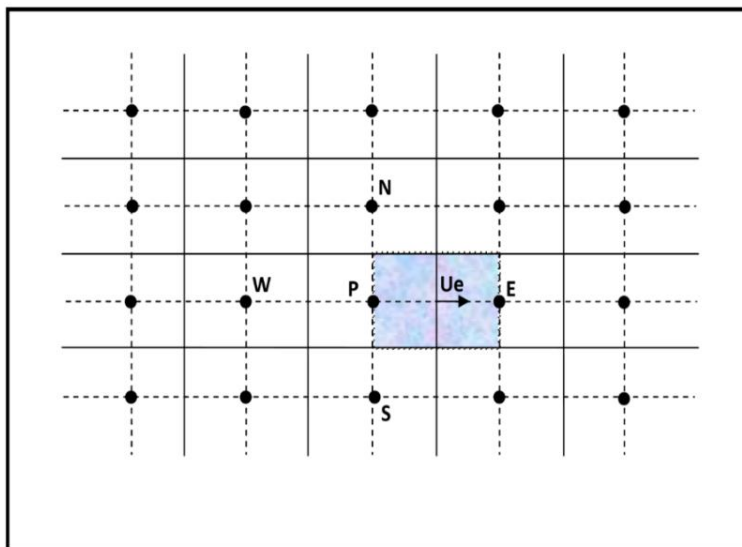


Figure IV-2 Volume de contrôle décalé vers la droite.

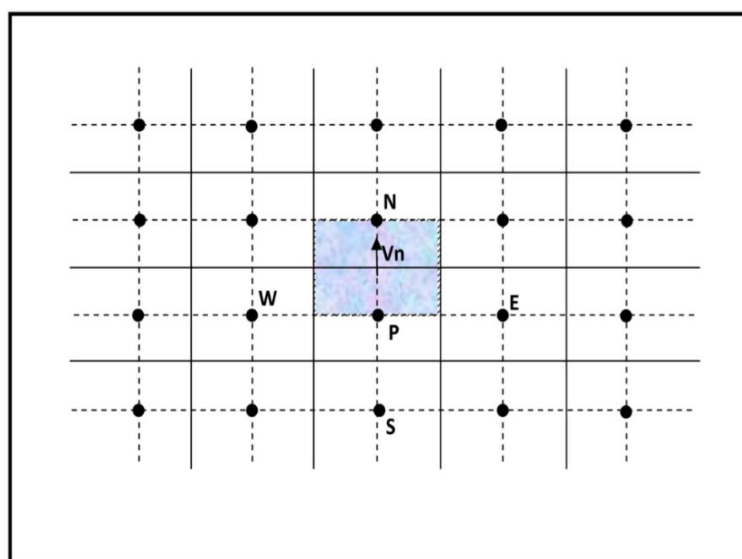


Figure IV-3 Volume de contrôle décalé vers le haut.

IV.4.2 Equation générale de transport appliqué :

Considérons l'équation de transport de la variable ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X_j} (U, \phi) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \tag{IV-1}$$

- (j : indice de sommation ; $j = 1, 2$ dans le cas bidimensionnel) ;
- $\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: Le terme transitoire ;

- $\frac{\partial}{\partial X_j} (U, \phi)$: Le transport par convection de la quantité ϕ ;
- $\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)$: Le transport par diffusion de la quantité ϕ ;
- S_ϕ : Le terme source.

Les expressions de ϕ, Γ et S_ϕ sont données dans le tableau suivant :

Équation	ϕ, Γ	ϕ, Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Mouvement selon X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Mouvement selon Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr Ra \theta$
Energie	θ	1	0

Tableau IV-1 Variables et coefficients des équations de transport adimensionnelles

IV.4.3 Discrétisation des équations de conservation :

L'équation de la variable est ϕ intégrée sur le volume de contrôle (Figure IV-1)

L'intégration de l'équation (IV-1), nous donne :

$$\begin{aligned}
 & \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dXdY = \\
 & \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY + \int_s^n \int_w^e S_\phi dXdY
 \end{aligned} \tag{IV-2}$$

- Le terme convectif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dXdY = \int_s^n [U\phi]_w^e dY = [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dXdY = \int_w^e [V\phi]_s^n dX = [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X$$
(IV-3)

- Le terme diffusif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dXdY = \int_s^n \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right]_w^e dY = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dXdY = \int_w^e \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right]_s^n dX = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X$$
(IV-4)

- Le terme source :

$$\int_s^n \int_w^e S_\phi dXdY = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y$$
(IV-5)

L'équation (IV 2) s'écrira alors :

$$[(U\phi)_e - (U\phi)_w] dY + [(V\phi)_n - (V\phi)_s] dX =$$

$$\left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] dY + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] dX + \bar{S}_\phi dXdY$$
(IV-6)

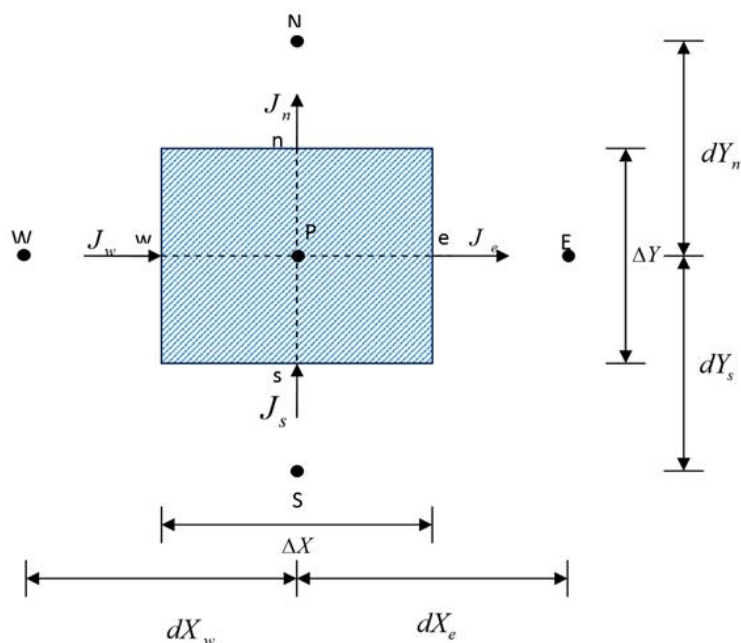


Figure IV-4 Volume de contrôle typique.

IV.5 Application d'un schéma numérique quelconque :

Finalement, on obtient une équation discrétisée pour la variable ϕ sous la forme générale suivante :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \tag{IV-7}$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P|) + \max(-F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P|) + \max(-F_s, 0) \end{aligned} \tag{IV-8}$$

$$b = \bar{S}_\phi dX dY \tag{IV-9}$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w - F_n - F_s) \tag{IV-10}$$

$$\begin{aligned}
 F_e &= U_e \Delta Y \\
 F_w &= U_w \Delta Y \\
 F_n &= V_n \Delta X \\
 F_s &= V_s \Delta X
 \end{aligned}
 \tag{IV-11}$$

Et :

$$\begin{aligned}
 D_e &= \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_e} \Delta Y \\
 D_w &= \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_w} \Delta Y \\
 D_n &= \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_n} \Delta X \\
 D_s &= \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_s} \Delta X
 \end{aligned}
 \tag{IV-12}$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

Avec :

A_E, A_W, A_N, A_S : sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et centre du volume

A^0_P : est le coefficient de la variable à calculer au point P , et à un instant précédent.

b : est un terme de source supposé être constant dans le volume de contrôle.

F_e, F_w, F_n, F_s et D_e, D_w, D_n, D_s sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud.

P_e, P_w, P_n, P_s : désignent le rapport du flux convectif aux flux diffusif à différentes faces du volume de contrôle.

IV.6 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques :

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrés	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$Max [1 - 0.5 P]$
Power Law	$Max [0, (1 - 0.5 P)^5]$
Exponentiel	$ P /[exp(P) - 1]$

Tableau IV-2 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques [37].

Dans le présent travail nous utilisons :

- Le schéma Upwind de deuxième ordre pour les phénomènes de transfert de chaleur.
- L'algorithme SIMPLE pour le couplage Pression vitesse.

IV.7 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X :

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant X sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne l'équation algébrique suivante :

$$\begin{aligned}
 A_p(i,j) U(i,j) &= A_E(i,j) U(i+1,j) + A_W(i,j) U(i-1,j) \\
 &+ A_N(i,j) U(i,j+1) + A_S(i,j) U(i,j-1) + b(i,j)
 \end{aligned}
 \tag{IV-13}$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P|) + \max(-F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P|) + \max(-F_s, 0)$$

(IV-14)

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i + 1, j)] \Delta Y(j)$$

(IV-15)

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

(IV-16)

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i + 1, j) + U(i, j)] dY(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i, j)] dY(j)$$

(IV-17)

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i, j) + V(i + 1, j)] dX(i)$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i + 1, j - 1)] dY(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = Pr \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i + 1)}$$

$$D_w = Pr \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i)}$$

(IV-18)

$$D_n = Pr \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j)}$$

$$D_s = Pr \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j - 1)}$$

IV.8 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y :

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut donne l'équation algébrique suivante :

$$A_p(i,j) V(i,j) = A_E(i,j) V(i+1,j) + A_W(i,j) V(i-1,j) + A_N(i,j) V(i,j+1) + A_S(i,j) V(i,j-1) + b(i,j) \quad (\text{IV-19})$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P|) + \max(-F_w, 0) \quad (\text{IV-20})$$

$$A_N = D_n A(|P|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P|) + \max(-F_s, 0)$$

$$b(i,j) = [P(i,j) - P(i,j+1)] \Delta X(i) + \frac{Ra Pr A}{2} [\theta(i,j) + \theta(i,j+1)] dY(j) \quad (\text{IV-21})$$

$$A_p(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) \quad (\text{IV-22})$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i+1,j) + U(i,j+1)] dY(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i-1,j) + U(i-1,j+1)] dY(j)$$

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i,j+1) + V(i+1,j)] dX(i)$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i,j-1) + V(i,j)] dY(i)$$

(IV-23)

Les termes diffusifs :

$$\begin{aligned}
 D_e &= Pr \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i)} \\
 D_w &= Pr \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i-1)} \\
 D_n &= Pr \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j+1)} \\
 D_s &= Pr \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j)}
 \end{aligned}
 \tag{IV-24}$$

IV.9 Discrétisation de l'équation d'énergie :

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle sur un volume de contrôle typique donne l'équation algébrique suivante :

$$\begin{aligned}
 A_p(i,j) \theta(i,j) &= A_E(i,j) \theta(i+1,j) + A_W(i,j) \theta(i-1,j) \\
 &+ A_N(i,j) \theta(i,j+1) + A_S(i,j) \theta(i,j-1) + b(i,j)
 \end{aligned}
 \tag{IV-25}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A_E &= D_e A(|P|) + \max(-F_e, 0) \\
 A_W &= D_w A(|P|) + \max(-F_w, 0) \\
 A_N &= D_n A(|P|) + \max(-F_n, 0) \\
 A_S &= D_s A(|P|) + \max(-F_s, 0)
 \end{aligned}
 \tag{IV-26}$$

$$b(i,j) = 0
 \tag{IV-27}$$

$$A_p(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j)
 \tag{IV-28}$$

Les termes convectifs :

$$\begin{aligned}
 F_e &= U(i, j) \Delta Y(j) \\
 F_w &= U(i - 1, j) \Delta Y(j) \\
 F_n &= V(i, j) \Delta X(i) \\
 F_s &= V(i, j - 1) \Delta X(i)
 \end{aligned}
 \tag{IV-29}$$

Les termes diffusifs :

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i)} \\
 D_w &= \frac{\partial Y(j)}{\partial X(i - 1)} \\
 D_n &= \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j)} \\
 D_s &= \frac{\partial X(i)}{\partial Y(j - 1)}
 \end{aligned}
 \tag{IV-30}$$

IV.10 Algorithme SIMPLE :

L'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) a été utilisé pour sa simplicité et son efficacité. L'idée générale de cet algorithme est de prédire et corriger la pression et les vitesses, dans un procédé itératif, jusqu'à ce que ces dernières vérifient les équations du phénomène. Pour formuler SIMPLE, on prend l'équation de discrétisation de l'équation de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned}
 a_{i,j} u_{i,j} &= \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I-1,J} - P_{I,J}) A_{i,j} + b_{i,j} \\
 a_{I,J} v_{I,J} &= \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I,J-1} - P_{I,J}) A_{I,J} + b_{I,J}
 \end{aligned}
 \tag{IV-31}$$

Avec :

$$A_{i,j} = \frac{\Delta V_u}{\delta x_u} \text{ et } b_{i,j} = \bar{S} \Delta V_u$$

$$A_{I,J} = \frac{\Delta V_v}{\delta y_v} \text{ et } b_{I,J} = \bar{S} \Delta V_v$$
(IV-32)

La première étape consiste à estimer ou prédire un champ de pression P^* pour obtenir des valeurs approximatives de la vitesse u^* et v^* à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} a_{i,j} u^*_{i,j} = \sum a_{nb} u^*_{nb} + (P^*_{I-1,J} - P^*_{I,J}) A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{I,J} v^*_{I,J} = \sum a_{nb} v^*_{nb} + (P^*_{I,J-1} - P^*_{I,J}) A_{I,J} + b_{I,J} \end{cases}$$
(IV-33)

On définit une correction de pression et des vitesses par la différence entre le champ exact et le champ estimé :

$$\begin{cases} u = u' + u^* \\ v = v' + v^* \\ P = P' + P^* \end{cases}$$
(IV-34)

En remplaçant l'équation (IV-34) dans l'équation (IV-31) et en faisant la différence avec l'équation (IV-34) on aura :

$$\begin{cases} a_{i,j} u'_{i,j} = \sum a_{nb} u'_{nb} + (P'_{I-1,J} - P'_{I,J}) A_{i,j} \\ a_{I,J} v'_{I,J} = \sum a_{nb} v'_{nb} + (P'_{I,J-1} - P'_{I,J}) A_{I,J} \end{cases}$$
(IV-35)

Dans les expressions ci-dessus, les termes $\sum a_{nb} u'_{nb}$ et $\sum a_{nb} v'_{nb}$ sont négligeables. Ce qui donne un caractère semi implicite à l'algorithme SIMPLE. Les termes négligés sont des corrections qui vont tendre vers zéro lorsque la procédure numérique converge.

On obtient :

$$\begin{cases} u'_{ij} = d_{i,j} + (P'_{I-1,J} - P'_{I,J}) \\ v'_{I,j} = d_{I,j} + (P'_{I,J-1} - P'_{I,J}) \end{cases}$$
(IV-36)

Avec :

$$\begin{cases} d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \\ d_{l,j} = \frac{A_{l,j}}{a_{l,j}} \end{cases} \quad (\text{IV-37})$$

Les expressions des composantes longitudinales et transversales du champ de vitesses corrigées sont :

$$\begin{cases} u_{i,j} = u^*_{i,j} + d_{i,j} + (P'_{l-1,j} - P'_{l,j}) \\ v_{l,j} = v^*_{l,j} + d_{l,j} + (P'_{l,j-1} - P'_{l,j}) \end{cases} \quad (\text{IV-38})$$

Pour $u_{i+1,j}$ et $v_{l,j+1}$

$$\begin{cases} u_{i+1,j} = u^*_{i+1,j} + d_{i+1,j} + (P'_{l,j} - P'_{l+1,j}) \\ v_{l,j+1} = v^*_{l,j+1} + d_{l,j+1} + (P'_{l,j} - P'_{l,j+1}) \end{cases} \quad (\text{IV-39})$$

L'équation de la continuité donne :

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho u A)_{i,j+1} - (\rho u A)_{i,j}] = 0 \quad \text{IV-40}$$

En remplaçant les vitesses dans l'équation de continuité (3.37), on obtient :

$$a_{i,j} P'_{i,j} = a_{i+1,j} P'_{i+1,j} + a_{i-1,j} P'_{i-1,j} + a_{i,j+1} P'_{i,j+1} + a_{i,j-1} P'_{i,j-1} + b'_{i,j} \quad (\text{IV-41})$$

Avec :

$$a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1} \quad (\text{IV-42})$$

Et :

$$\begin{cases} a_{i+1,j} = (A\rho d)_{i+1,j} \\ a_{i-1,j} = (A\rho d)_{i,j} \\ a_{i,j+1} = (A\rho d)_{i,j+1} \\ a_{i,j-1} = (A\rho d)_{i,j} \\ b'_{i,j} = (\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j} + (\rho v^* A)_{i,j} - (\rho v^* A)_{i,j+1} \end{cases} \quad (\text{IV-43})$$

L'algorithme SIMPLE est itératif et doit être exécuté séquentiellement

IV.11 Sous relaxation :

Elle est utilisée dans ce programme pour éviter la divergence du processus itératif décrit précédemment. Elle consiste à atténuer l'amplification des variables physiques ϕ d'une itération à autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ . L'ensemble des équations de transport discrétisées sont mises sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi \quad (\text{IV-44})$$

Pouvant se mettre sous la forme :

$$\phi_p = \phi_p^* \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_p} - \phi_p^* \quad (\text{IV-45})$$

Où le terme entre parenthèses représente le changement ϕ_p pendant une itération. Cette variation peut alors être amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation α_ϕ :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha_\phi \left(\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_p} - \phi_p^* \right) \quad (\text{IV-46})$$

Concernant la pression, la sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage vitesse- pression. Elle est simplement introduite dans la correction de pression p sous la forme suivante :

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (\text{IV-47})$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre les valeurs 0 et 1, leurs choix sont essentiels pour la procédure itérative.

IV.12 Critères de convergence :

Une procédure itérative est convergente si toutes les erreurs tendent à décroître au cours des itérations. Elle est convergente lorsque les itérations ne produisent pas de changement significatif sur les variables selon des critères de convergence définis par l'utilisateur.

Le critère de convergence utilisé dans notre code de calcul repose sur les résidus des équations du problème. Le résidu correspond à la somme, sur toutes les mailles, des erreurs effectuées sur l'équation discrétisée en question lorsque les variables déterminées par le processus sont réintégréées dans l'équation discrétisée.

Par définition :

$$R = \sum_{maille} \left(\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_{\phi} - a_P \phi_P \right) \tag{IV-48}$$

Pour l'équation de la pression le résidu correspondant porte sur la conservation de la masse. Sa valeur est donnée par la relation suivante :

$$R = \sum_{noeud} |(\rho u A)_e - (\rho u A)_w + (\rho u A)_n - (\rho u A)_s| \tag{IV-49}$$

IV.13 Présentation du code de calcul :

Comme tout logiciel de CFD, le Fluent est composé de trois clés : le préprocesseur, le solveur, et le post-processeur [39].

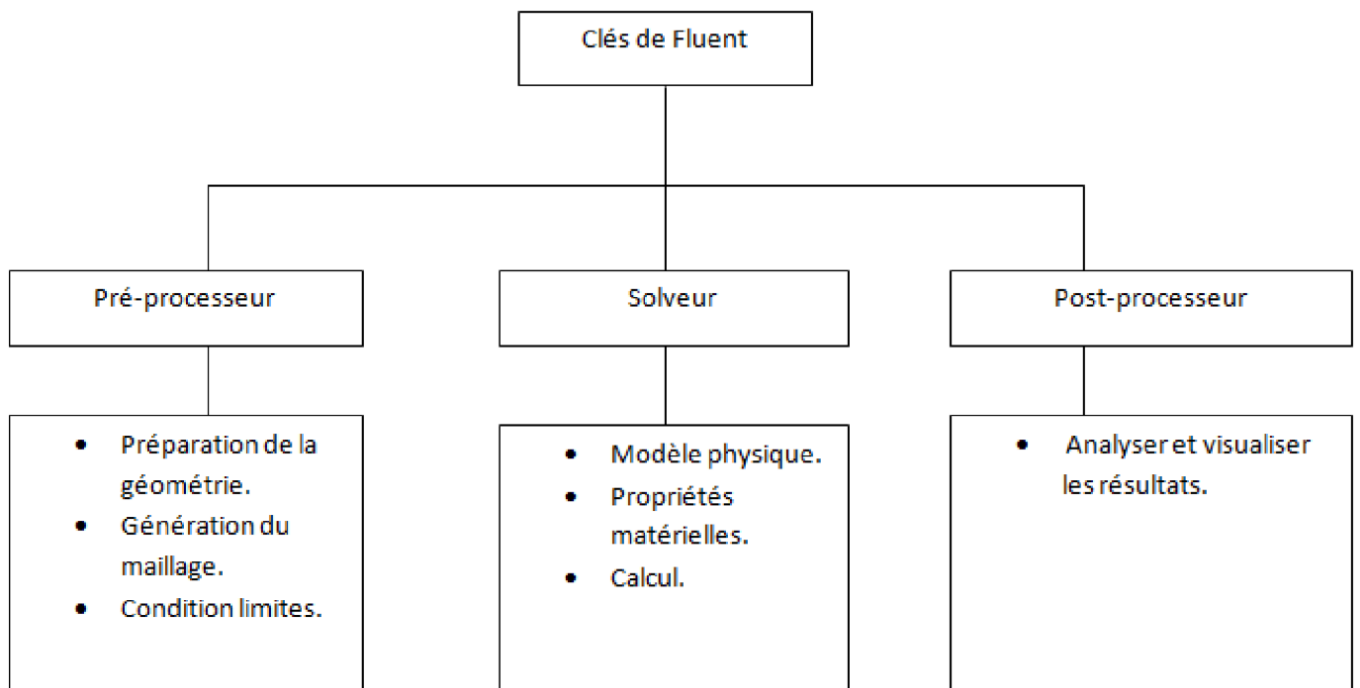


Figure IV-5 Structure de base du code "Fluent".

IV.13.1 Préprocesseur " Gambit " :

Le Gambit en anglais (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit), C'est un préprocesseur integer pour l'analyse en CFD (Computational Fluid Dynamics). Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage. Eventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO (Conception Assisté par Ordinateur) peut être importée dans ce préprocesseur.

- **Analyser et visualiser les resultats**

Les options de génération de maillage de gambit offrent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés.

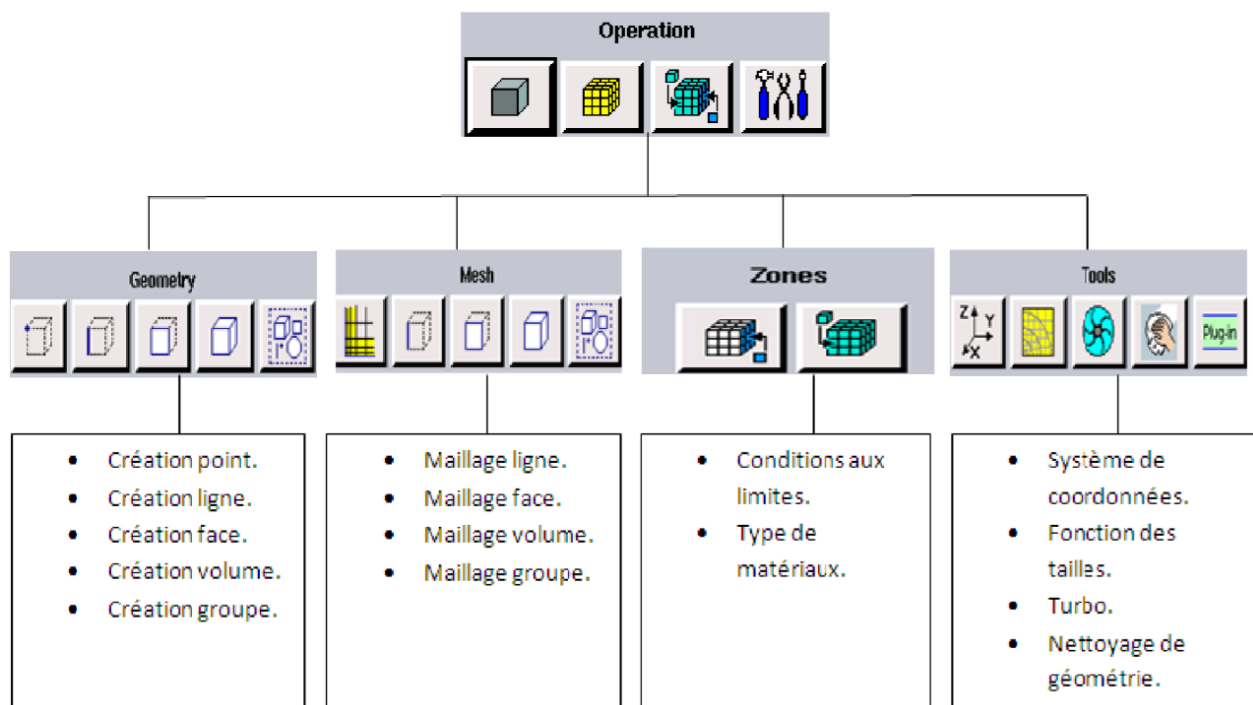


Figure IV-6 Menu principale de Gambit.

IV.13.2 Solveur " Fluent " :

Fluent est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes. Il présente une grande flexibilité d'adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il permet le raffinement du

maillage en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenus. Cela est très utile dans les régions à gradients importants (couches limites, couches à cisaillement libre).

Fluent est écrit en *langue C*. il emploie toute la flexibilité et la puissance qu'offre cette langue. Il a une architecture serveur client nécessaire au calcul parallèle sur plusieurs machines. Fluent dispose d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation.

IV.13.3 Post-processeur :

Le post-processeur permet de visualiser les différents résultats à l'écran (champs de vitesse, champs de température, ligne de courant ...etc.).

IV.14 Définition le problème sur Fluent :

Dans cette étude on va traiter le problème avec un type de géométrie, et l'écoulement généré par le transfert de chaleur (convection naturelle). Dans la convection naturelle les équations dimensionnelles montrent que le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh gouvernent l'écoulement et en utilise l'approximation de Boussinesq.

IV.15 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode des volumes finis, les étapes de discrétisation du modèle mathématique.

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie a été mise en œuvre pour simuler l'écoulement généré par le transfert de chaleur (convection naturelle). La résolution est effectuée par le code CFD « Fluent », basé sur la méthode des volumes finis.

CHAPITRE V RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats suivis d'une discussion des effets des paramètres rhéologiques du modèle de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley sur la structure d'écoulement, le transfert de chaleur et l'existence de la convection sous-critique.

On examinera également les effets des paramètres de contrôle sur l'écoulement et le transfert de chaleur ; à savoir le rapport de forme, A , les nombres de Prandtl, Pr , et de Rayleigh, Ra , l'indice de puissance n et la constante de temps E .

V.2 Validation du code numérique :

Le code numérique élaboré pour résoudre les équations de conservation a été validé dans le cas Newtonien et Non Newtonien en comparant les résultats de la présente étude à ceux reporté par Benouared [20].

Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen, Nu_m dans le cas d'un fluide Newtonien dans une cavité carrée rempli d'air (Tableau V-1).

$A = 1, \quad Pr = 0.71$				
Ra	10^4	1.5×10^4	10^5	10^6
Benouared	2.163	2.42	3.934	6.379
Présente étude	2.163	2.424	3.925	6.274

Tableau V-1 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen, Nu_m dans le cas d'une cavité carrée rempli d'air.

Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen, Nu_m dans le cas d'un fluide Non Newtonien dans une cavité rempli de l'eau (Tableau V-2) V-3)).

$A = 1, \quad Pr = 10$								
	<i>Benouared</i>	<i>Présente étude</i>	<i>Benouared</i>	<i>Présente étude</i>	<i>Benouared</i>	<i>Présente étude</i>	<i>Benouared</i>	<i>Présente étude</i>
Ra	$n = 1$		$n = 0.8$		$n = 0.6$		$n = 0.4$	
2000	1.1	1.093	1.4	1.303	2	1.716	2.4	2.285
4000	1.5	1.518	2	1.803	2.4	2.201	2.9	2.768
6000	1.8	1.835	2.2	2.142	2.7	2.567	3.4	3.232
8000	2	2.044	2.4	2.371	2.9	2.836	3.6	3.658
10000	2.1	2.196	2.6	2.544	3.1	3.056	3.9	4.051

Tableau V-2 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen Nu_m , dans le cas d'une cavité carrée rempli d'eau.

$A = 10, \quad Pr = 10$				
	Benouared		Présente étude	
Ra	$n = 1$	$n = 0.6$	$n = 1$	$n = 0.6$
2000	1.2	2.7	1.199	2.402
3000	1.6	3.2	1.642	3.283
4000	1.9	3.6	1.897	3.785
5000	2.1	4.1	2.078	4.157
10000	2.6	5.2	2.584	5.168

Tableau V-3 Validation du code numérique en termes de nombre de Nusselt moyen Nu_m , dans le cas d'une cavité rectangulaire rempli d'eau.

Les tableaux)V-1) (V-2) (V-3) montrent qu'avec un maillage de 81×81 pour $A = 1$, et 161×81 pour $A = 10$, une bonne concordance des résultats est observée pour les valeurs de Nusselt moyen, Nu_m , avec une erreur relative inférieure à 1%.

V.3 Cas de fluide Newtonien :

V.3.1 Influence du nombre de Rayleigh :

Dans cette partie, l'étude basée sur l'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur d'un écoulement d'un fluide Newtonien (L'air $Pr = 0.71$) par convection naturelle dans une cavité. La variation du nombre de Rayleigh est effectuée dans la gamme de $Ra = 10^3$ à $Ra = 10^6$.

V.3.2 Sur le champ de l'écoulement :

La Figure V-1, représente les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh $Ra = 10^3$ à $Ra = 10^6$. Nous remarquons un écoulement des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur.

Pour $Ra = 10^3$, les valeurs de la fonction de courant sont très faibles. Lorsque on augmente le nombre de Rayleigh à $Ra = 1.7 \times 10^3$, la structure de l'écoulement et les valeurs de la fonction de courant augmentent sensiblement ce qui traduit une convection naturelle naissante.

Pour les valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$, les valeurs de la Fonction de courant correspondants à ces valeurs augmentent significativement, tout ceci nous amène à dire que la convection naturelle est devenue prépondérante. Les lignes de courant sont très serrées près des parois actives. Cela s'explique par l'augmentation du nombre de Rayleigh qui mène à une dominance de la convection naturelle aux niveaux des coins de la cavité.

$A = 1, Pr = 0.71$

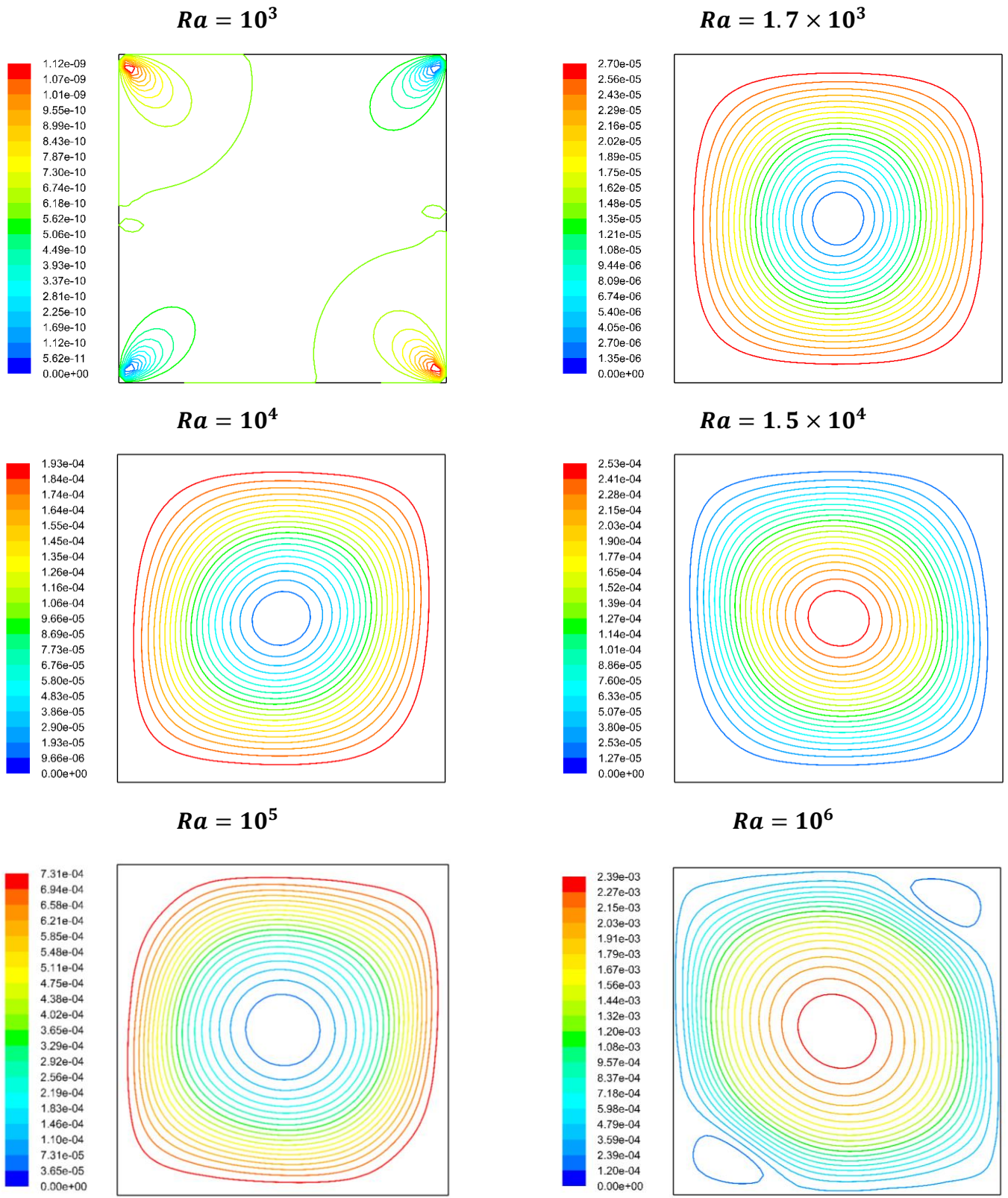


Figure V-1 Effet de Ra sur les lignes de courant pour pour $A = 1, Pr = 0.71$.

V.3.3 Sur le champ thermique :

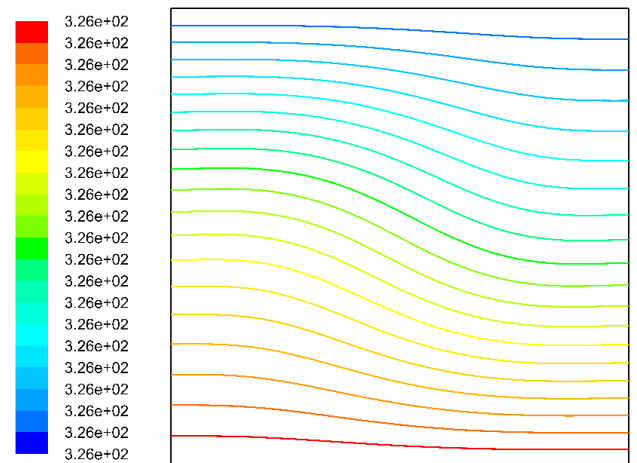
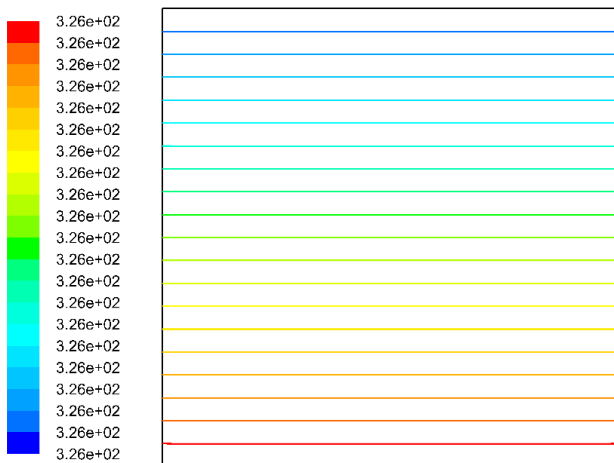
La Figure V-2, représente le champ thermique pour différents nombres de Rayleigh Ra , Pour $Ra = 10^3$, on remarque que les lignes isothermes sont parallèles aux parois horizontales de la cavité, dans ce cas la distribution de température est simplement décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide. Le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction, et pour $Ra = 1.7 \times 10^3$, montrent que les lignes isothermes se déforment légèrement suivant le sens de rotation des lignes de courant mais restent encore presque parallèles à la paroi supérieure froide, Les transferts thermiques restent toujours dominés par un régime pseudo conductif.

Pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$, les contours correspondants montrent que les lignes isothermes se déforment beaucoup pour devenir parallèles aux parois verticales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives horizontales tout en restant très serrées ce qui montre un transfert très intense dans ces régions. L'augmentation du nombre de Rayleigh traduit donc une intensification de la convection naturelle.

$A = 1, \quad Pr = 0.71$

$Ra = 10^3$

$Ra = 1.7 \times 10^3$



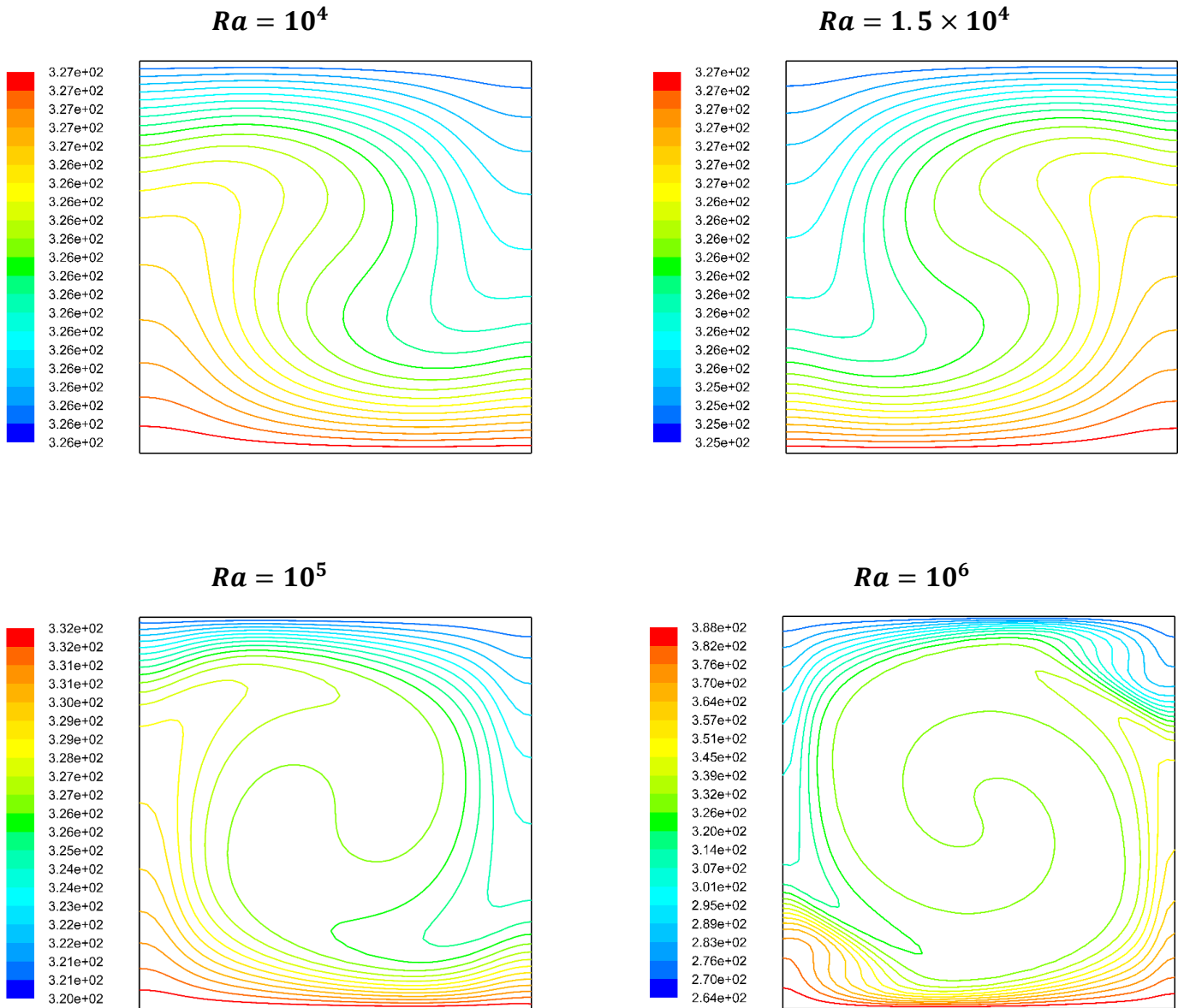


Figure V-2 Effet de Ra sur les isothermes pour pour $A = 1$, $Pr = 0.71$.

V.3.4 Sur les vitesses d'écoulement :

La figure V-3, représente les contours de la vitesse v pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra , montre un profil symétrique par rapport au centre de la cavité et on remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois adiabatiques verticales, avec l'augmentation du nombre de Rayleigh Ra .

Les figures (V-4), (V-5), illustrent les profils des vitesses ; longitudinale et transversale en fonction de x , pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra .

Le profil de la vitesse u (Figure V-4) montre qu'il est symétrique par rapport au centre de la cavité. Pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh $Ra = 10^4$, la vitesse est presque nulle. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, on observe l'apparition des valeurs maximales et minimales de la vitesse u près des parois actives horizontales.

Pour la vitesse v , (Figure V-5) montre aussi un profil symétrique par rapport au centre de la cavité et on remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois adiabatiques verticales, avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Nous pouvons conclure que l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une augmentation progressive des vitesses.

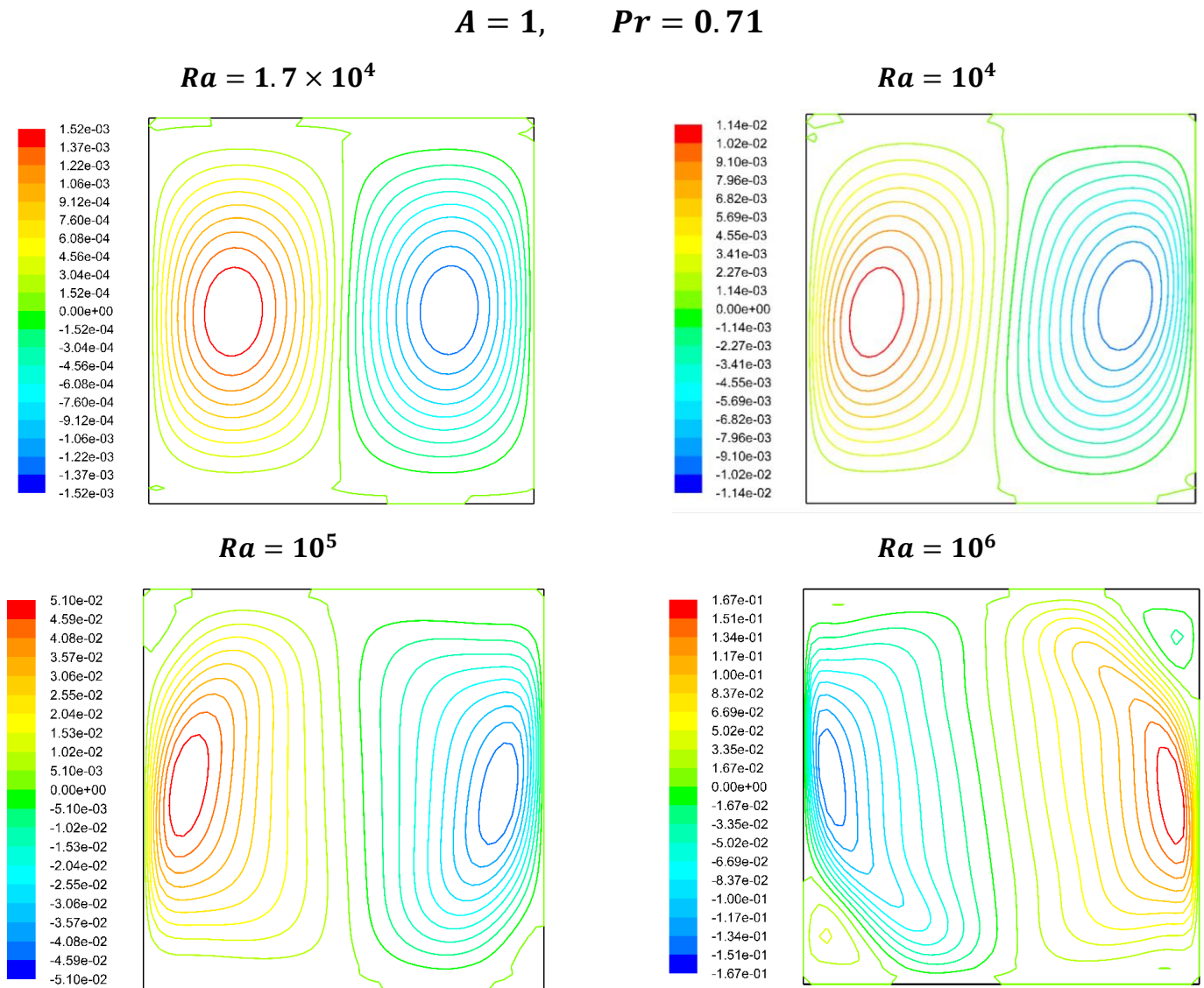


Figure V-3 Effet de Ra sur les contours de vitesse « v »

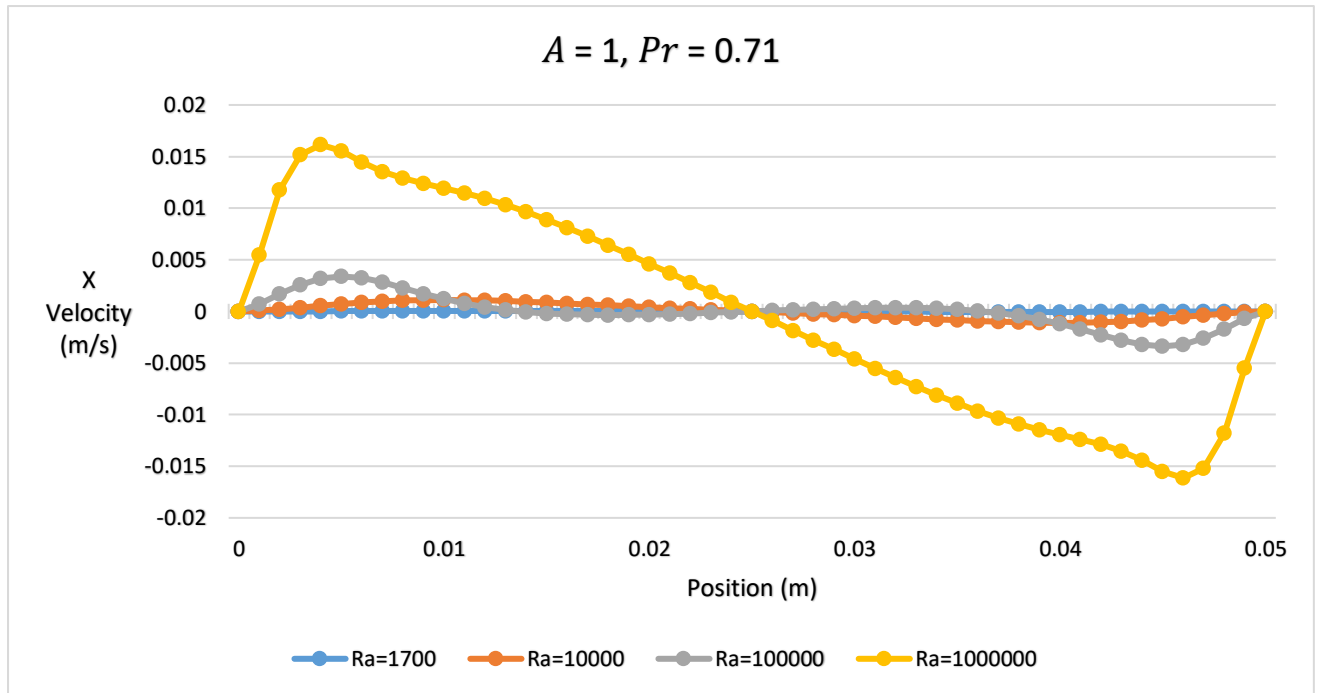


Figure V-4 Effet de Ra sur la variation des composantes « u » en fonction de X

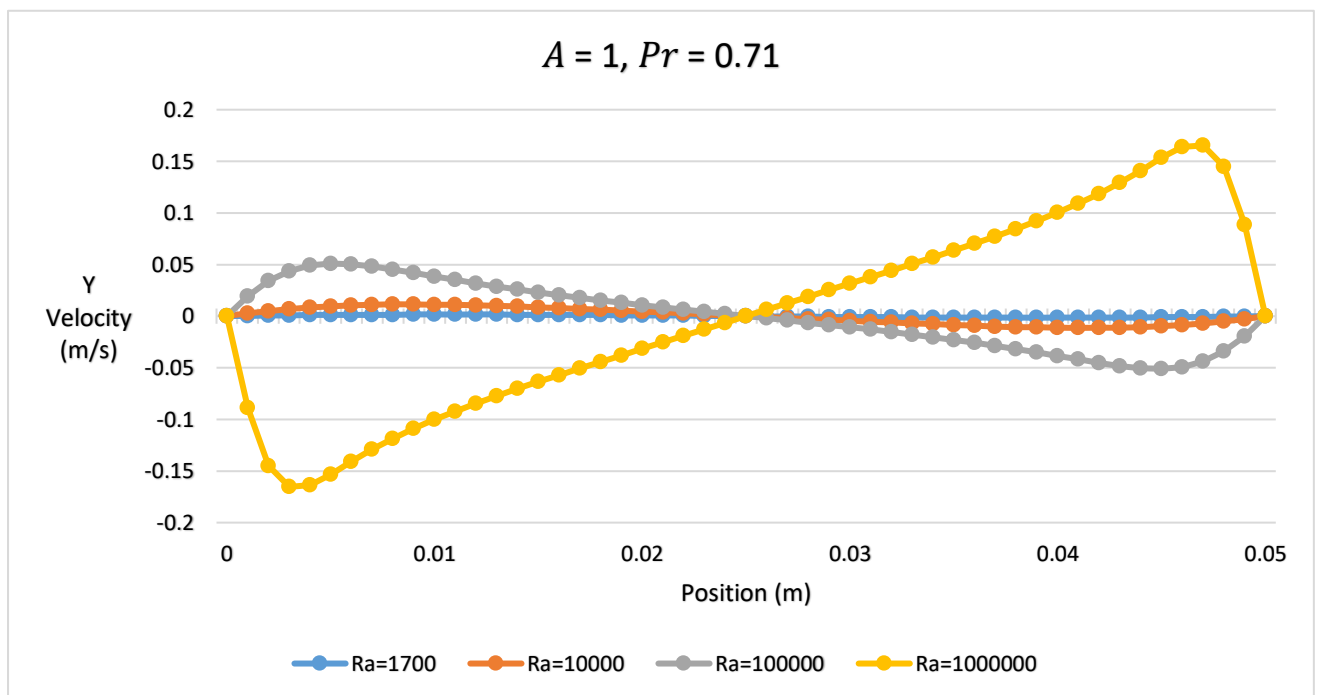


Figure V-5 Effet de Ra sur la variation des composantes « v » en fonction de X

V.3.5 Sur le nombre de Nusselt Nu local :

La Figure V-6 représente la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra , on remarque que le nombre de

Nusselt Nu local augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et cela signifie que l'échange de chaleur est meilleur pour des nombres de Rayleigh élevés.

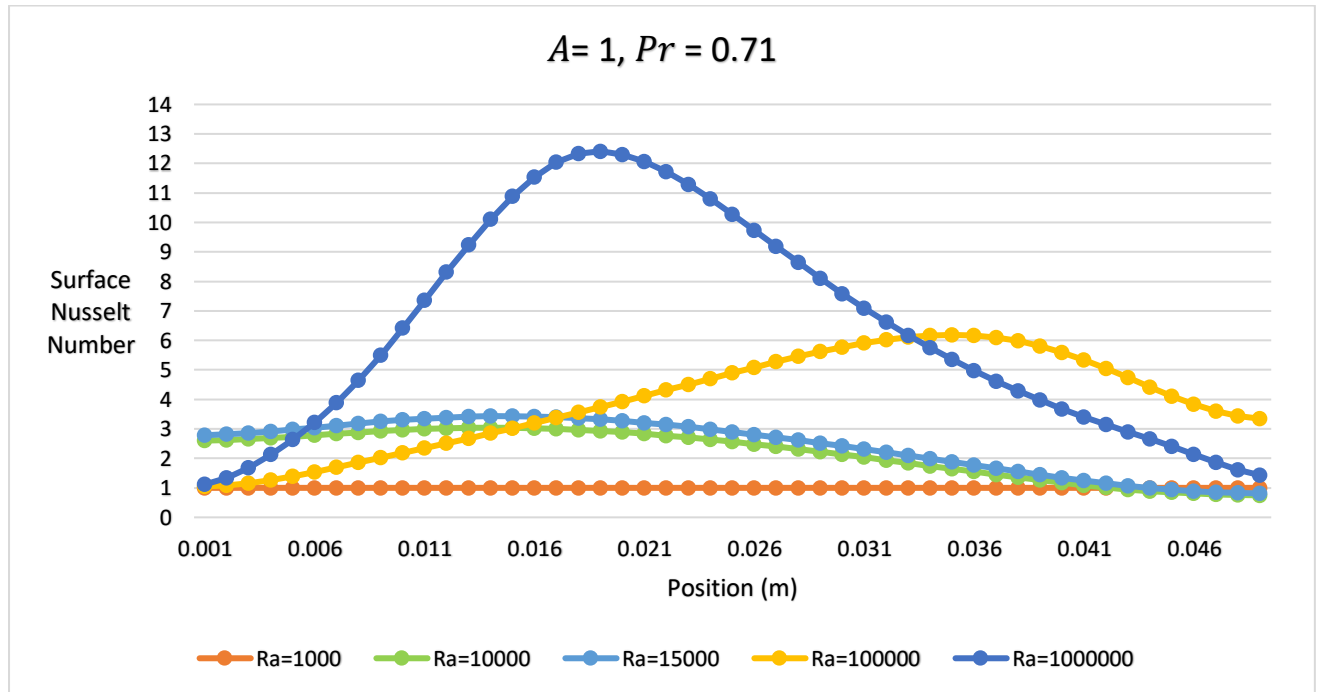


Figure V-6 Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X

V.4 Cas fluide non Newtonien :

V.4.1 Modèle de Carreau-Yasuda :

V.4.1.1 Effet de l'indice de puissance n :

Dans cette partie, l'étude basée sur l'effet de variation de l'indice de puissance « n » sur la structure et le transfert de chaleur d'un fluide non Newtonien par convection naturelle dans la même cavité précédente. (La variation de l'indice de puissance « n » dans la gamme de (0.4, 0.6, 0.8, 1) .On a comparé nos résultats avec la thèse doctorat de Benouared.

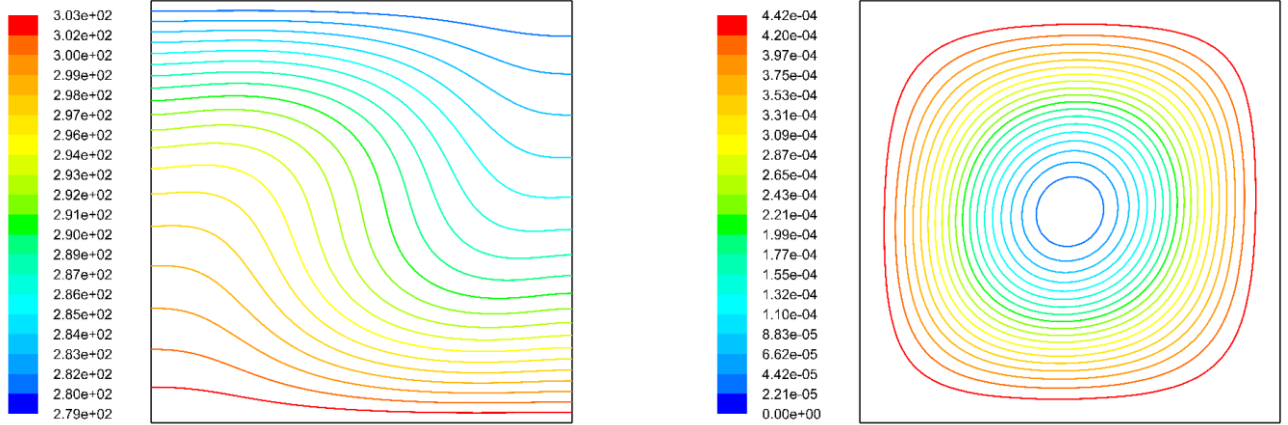
V.4.1.2 Le champ de l'écoulement et le champ thermique :

Dans le cas d'un fluide non-Newtonien modèle de Carreau-Yasuda, La Figure V-7 montres la solution stationnaire du problème en termes des lignes de courant et d'isothermes lorsque $Ra = 4000$ et $n = (0.4, 0.6, 0.8, 1)$. On remarque une augmentation de la perturbation ainsi que de la convection dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant comparé au cas Newtonien ($n = 1$). Les résultats montrent que le transfert de chaleur et de force

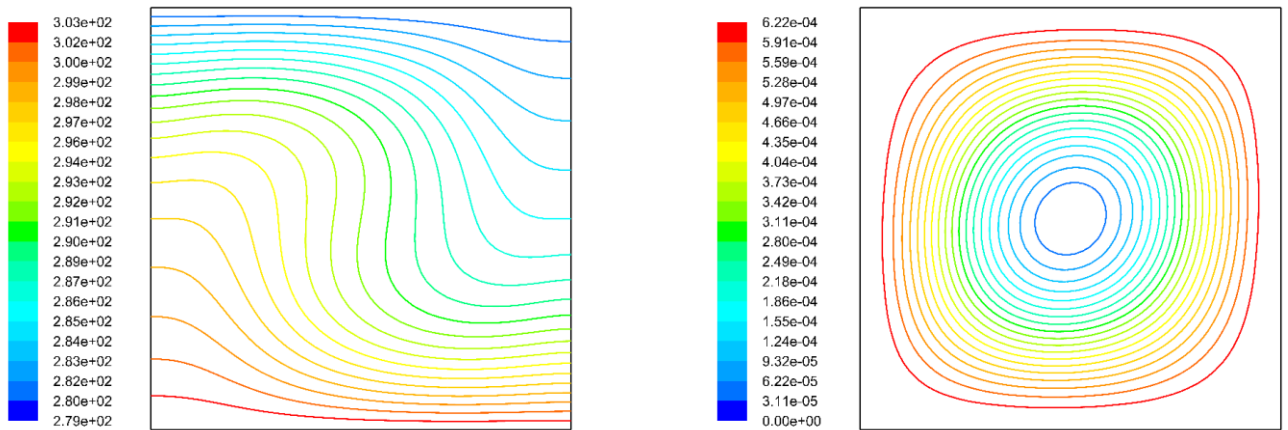
de convection augmente avec l'augmentation de nombre Ra et la diminution de l'indice « n » de la loi de puissance.

$$A = 1, \quad Pr = 10$$

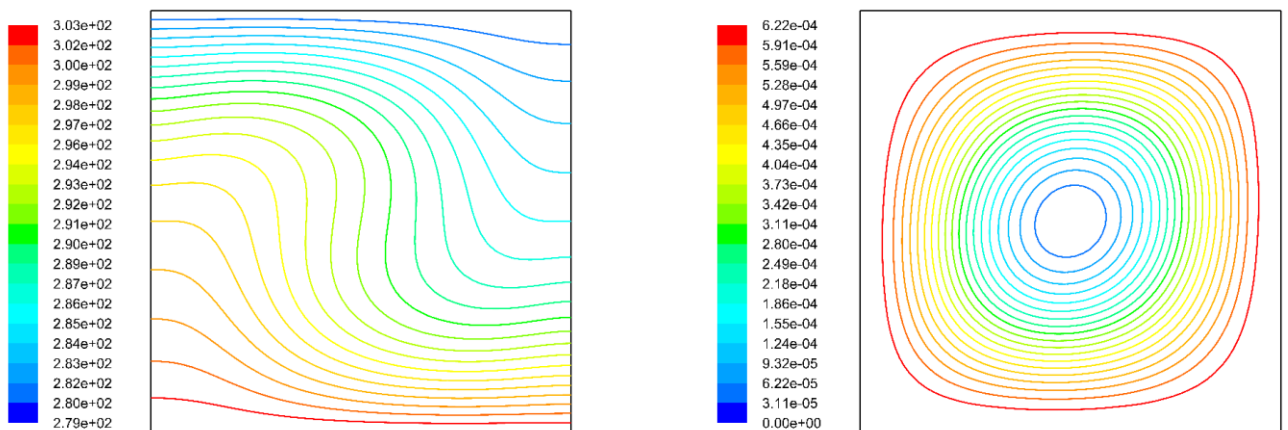
$$n = 1$$



$$n = 0.8$$



$$n = 0.6$$



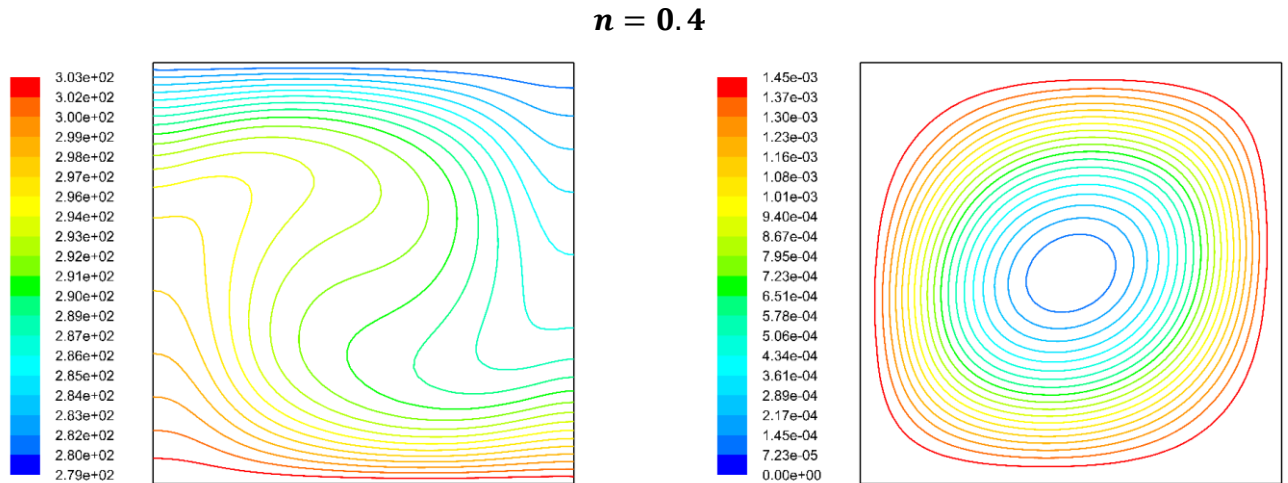


Figure V-7 Effet de l'indice « n » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $Ra = 4000$, $E = 0.4$, $s = 0.01$.

V.4.1.3 Les profils des vitesses :

Les figures (V-8), (V-9), confirment que lorsque l'indice de puissance (n) diminue, l'intensité de l'écoulement augmente au niveau du profil de la composante horizontale de la vitesse (u), et la composante verticale de la vitesse (v).

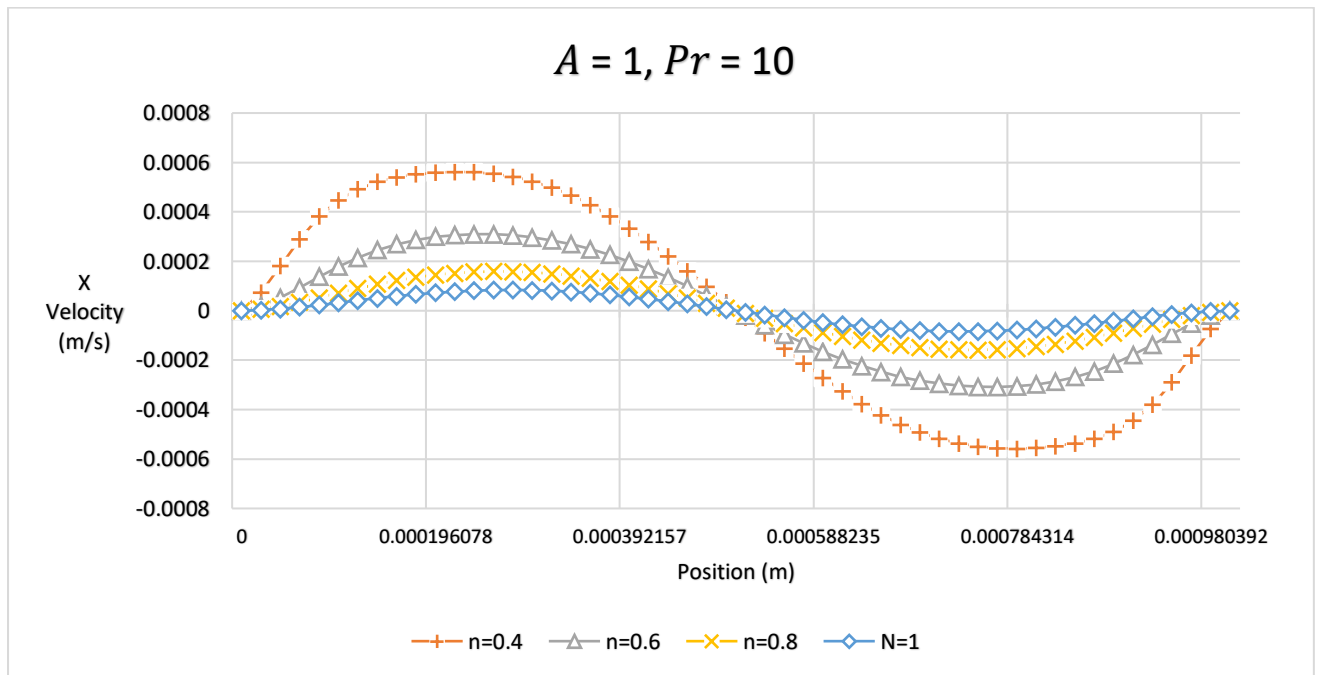


Figure V-8 Effet de l'indice « n » sur la variation des composantes « u » en fonction de X pour $Ra = 4000$, $E = 0.4$, $s = 0.01$.

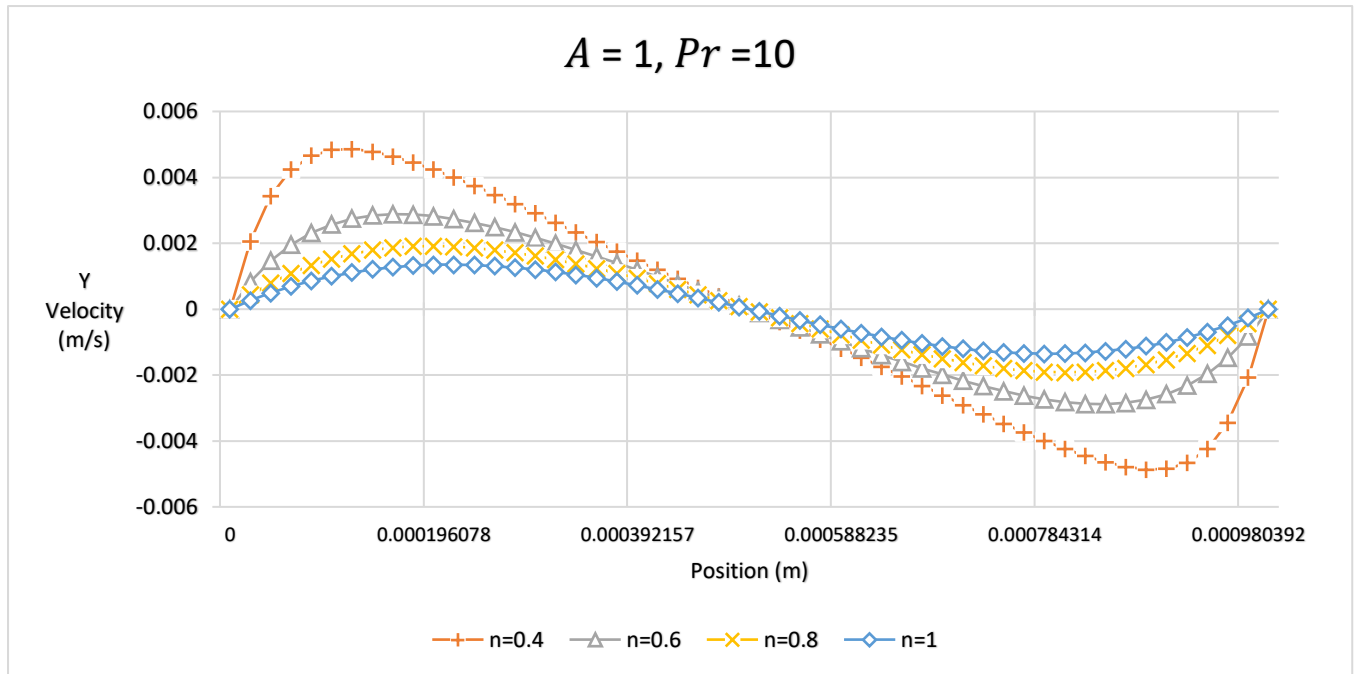


Figure V-9 Effet de l'indice « n » sur la variation des composantes « v » en fonction de X pour $Ra = 4000$, $E = 0.4$, $s = 0.01$.

V.4.1.4 Nombre de nusselt Nu :

La figure V-10 représente l'effet de l'indice « n » sur le nombre de Nusselt local Nu pour un nombre de Rayleigh $Ra = 4000$, $A = 1$, $Pr = 10$ en fonction de position x .

La figure V-11 représente l'effet de l'indice de puissance « n » sur la variation du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra .

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité de la convection, donc si $Nu = 1$ le transfert de chaleur est par conduction, pour l'indice de puissance « n » pour les fluides non Newtoniens on remarque que la diminution de l'indice provoque une forte convection avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, ce qui signifie que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la diminution de l'indice de puissance « n ».

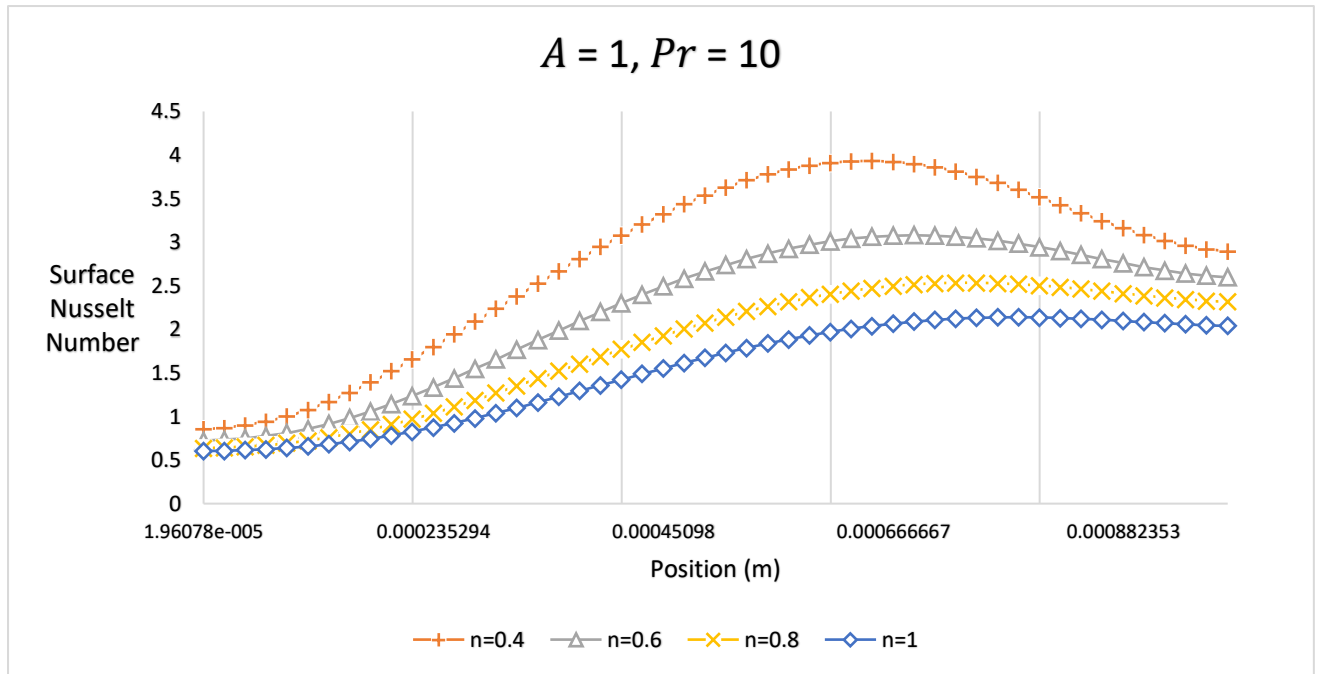


Figure V-10 Effet de l'indice « n » sur le nombre de Nusselt local Nu en fonction de X pour $Ra = 4000, E = 0.4, s = 0.01$

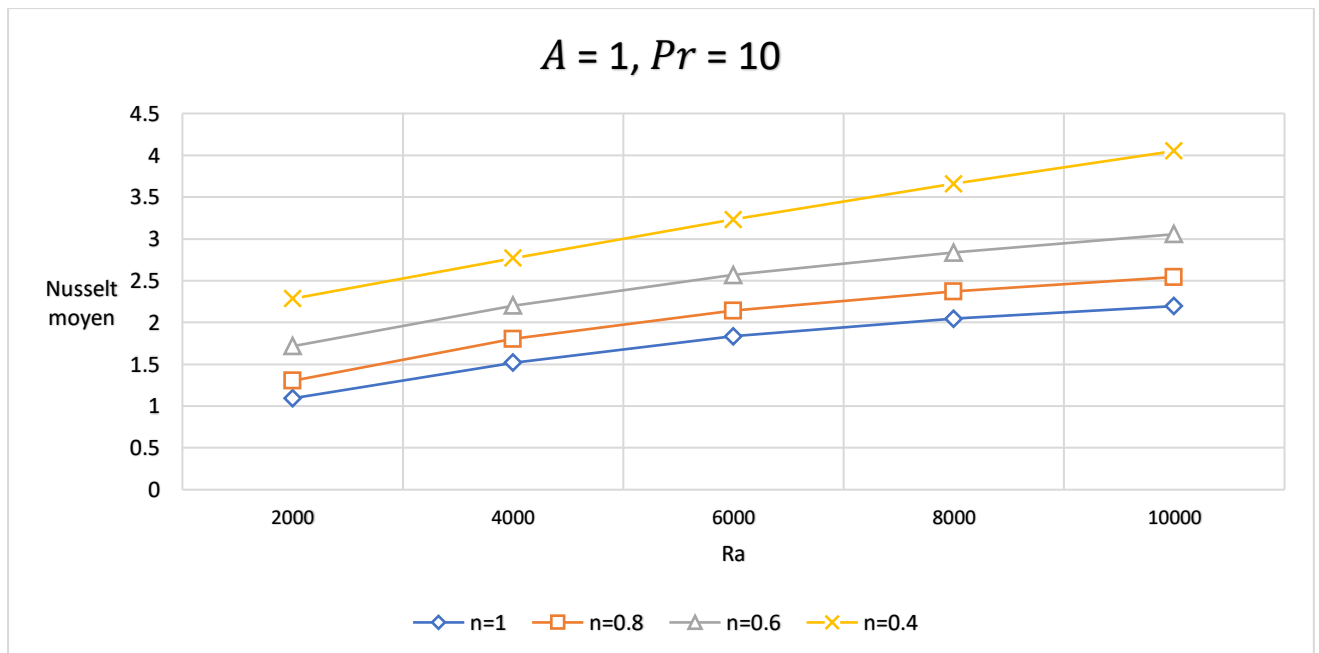


Figure V-11 Effet de l'indice « n » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra

V.4.1.5 Effet de la constante de temps adimensionnelle E :

Le tableau V-4 montre l'influence de la constante de temps adimensionnelle « E » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent indice de n (0.4, 0.6, 0.8) .

La figure V-12 montre l'effet du nombre de Rayleigh Ra sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m pour différentes valeurs de la constante de temps adimensionnelle « E » pour un indice de puissance $n = 0.4$.

On constate d'après le Tableau V-4 et la Figure V-12, que pour l'augmentation de la constante de temps adimensionnelle « E » provoque une forte convection avec l'augmentation de nombre de Rayleigh Ra , sa signifie que le nombre de nusselt moyen augment avec l'augmentation de nombre de Rayleigh Ra .

Ra		2000	4000	6000	8000	10000
$E = 0.8$	$n = 0.8$	1.497	1.931	2.251	2.475	3.339
	$n = 0.6$	2.062	2.461	2.811	3.095	2.647
	$n = 0.4$	2.748	3.241	3.818	4.312	4.709
$E = 0.4$	$n = 0.8$	1.302	1.802	2.142	2.371	2.544
	$n = 0.6$	1.716	2.201	2.566	2.836	3.056
	$n = 0.4$	2.284	2.768	3.230	3.658	4.051
$E = 0.2$	$n = 0.8$	1.149	1.6744	2.030	2.266	2.443
	$n = 0.6$	1.285	1.911	2.314	2.588	2.800
	$n = 0.4$	1.604	2.287	2.755	3.099	3.398
$E = 0.1$	$n = 0.8$	1.105	1.579	1.932	2.168	2.344
	$n = 0.6$	1.121	1.663	2.068	2.345	2.555
	$n = 0.4$	1.143	1.789	2.283	2.6288936	2.896
$E = 0$		1.092	1.517	1.834	2.044	2.196

Tableau V-4 Effet de la constante de temps « E » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent indice de « n » pour $A = 1$, $Pr = 10$, $s = 0.01$.

Et on remarque que pour une valeur de $E = 0$ on trouve les valeurs de nusselt moyen Nu_m , du cas Newtonien ($n = 1$).

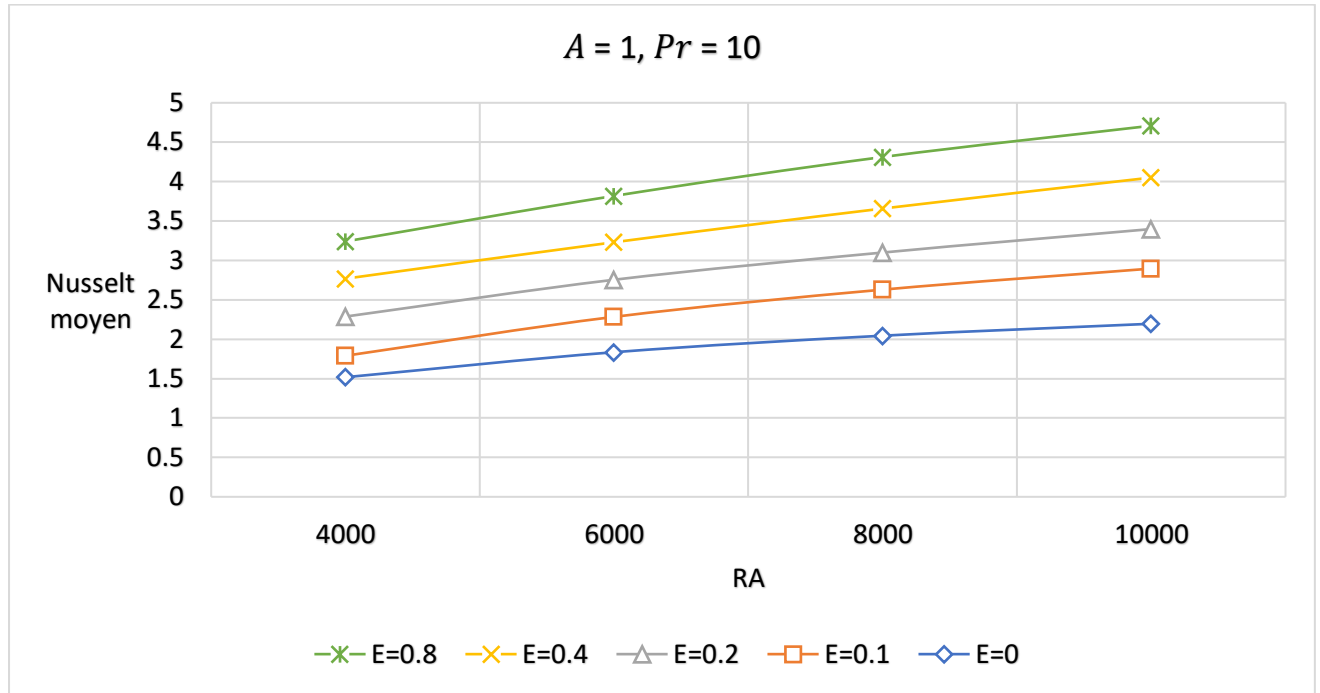


Figure V-12 L'effet du nombre de Rayleigh Ra sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m pour différentes valeurs de E avec $A = 1, Pr = 10, n = 0.4, s = 0.01$

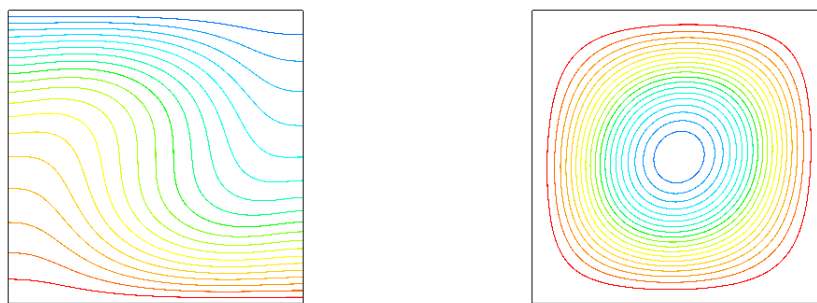
V.4.1.6 Effet du rapport de forme

L'influence de la variation du rapport de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur, sont étudiées dans ce qui suit. Ainsi, nous représentons dans les figures (V-13) (V-14), les champs de température et les lignes de courant, pour différentes valeurs du rapport de forme $A = 1$; et $A = 10$ avec la même nombre de Rayleigh Ra et pour $Pr = 10, n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$.

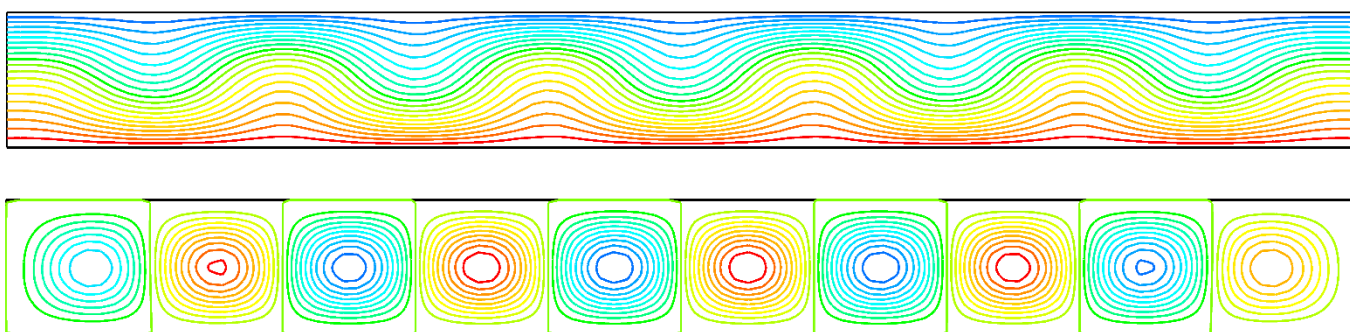
D'après ces contours, nous constatons que l'augmentation de rapport de forme A , influence sur le changement de nombre des cellules apparaissent. Le nombre de ces cellules (rouleaux) égale ou rapport de forme de la cavité.

Nous représentons dans les Tableaux (V-2) et (V-3) le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Rayleigh ($Pr = 10$) pour différents rapports de formes $A = 1$; et $A = 10$. D'après la figure V-15 On constat que le nombre de nusselt moyen Nu_m augment avec l'augmentation de rapports de formes pour $n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$.

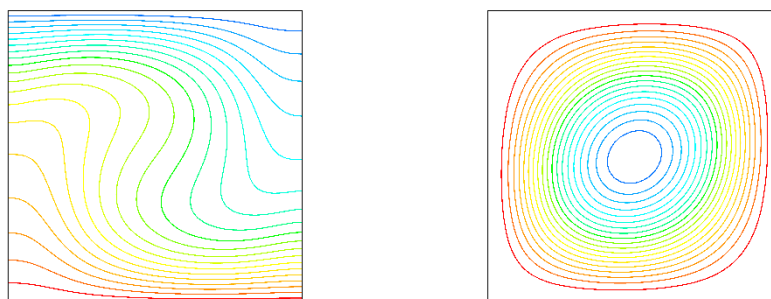
$Ra = 2000, \quad A = 1$



$Ra = 2000, \quad A = 10$



$Ra = 4000, \quad A = 1$



$Ra = 4000, \quad A = 10$

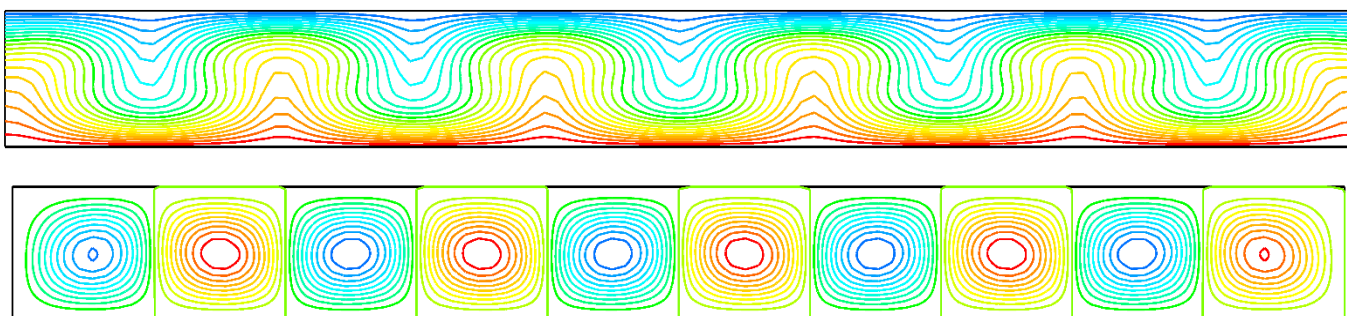
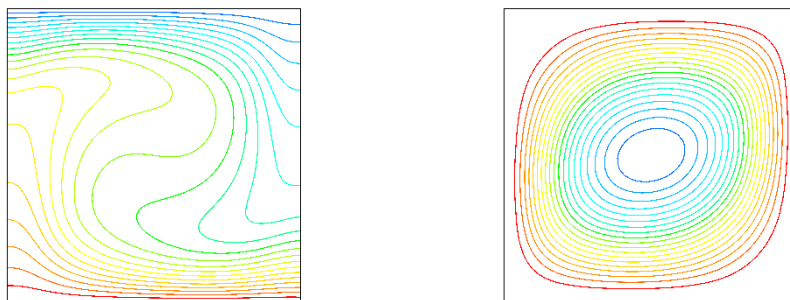
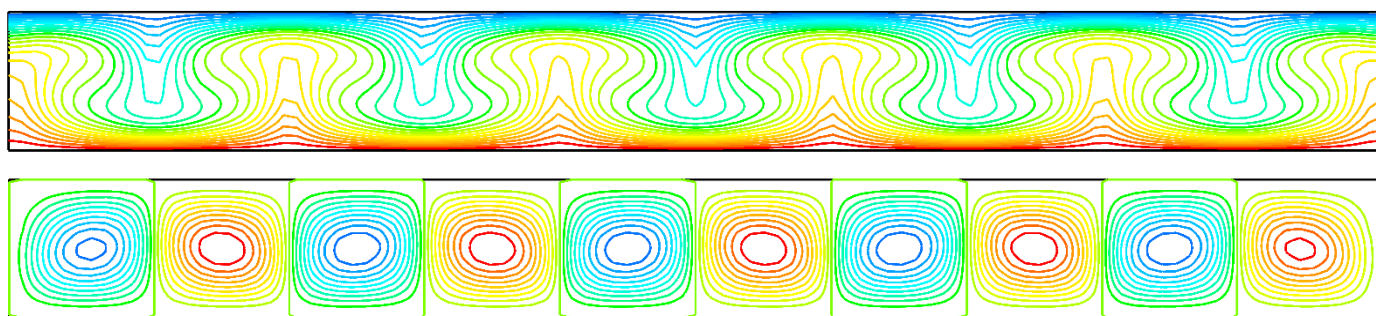


Figure V-13 L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra , avec $Pr = 10, n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$.

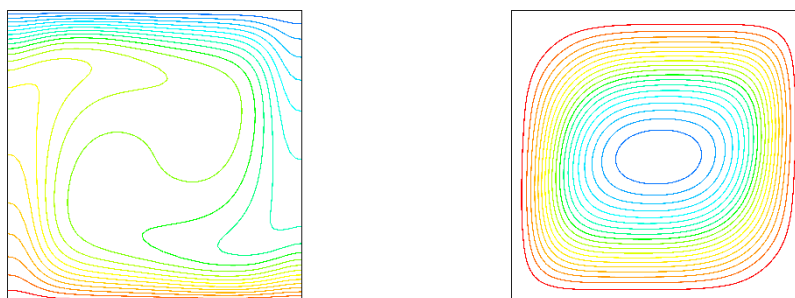
$Ra = 10^4, \quad A = 1$



$Ra = 10^4, \quad A = 10$



$Ra = 10^5, \quad A = 1$



$Ra = 10^5, \quad A = 10$

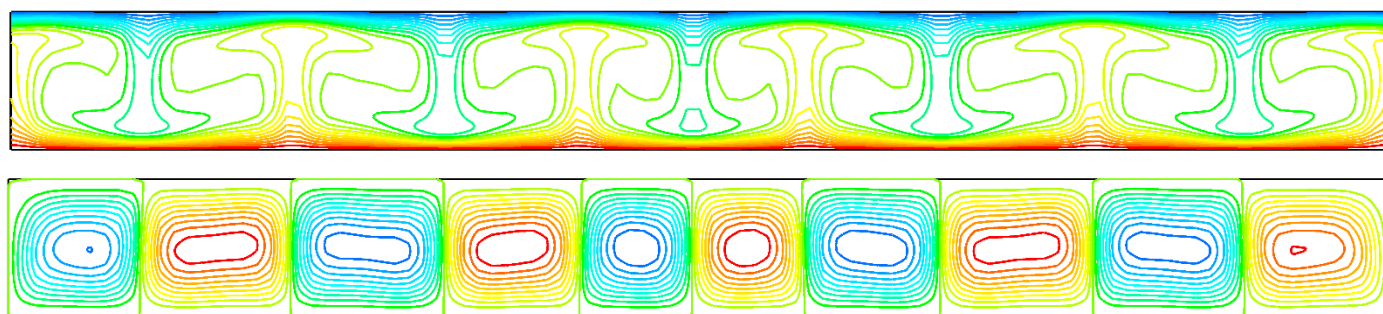


Figure V-14 L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra , avec $Pr = 10, n = 0.6, E = 0.4, s = 0.01$.

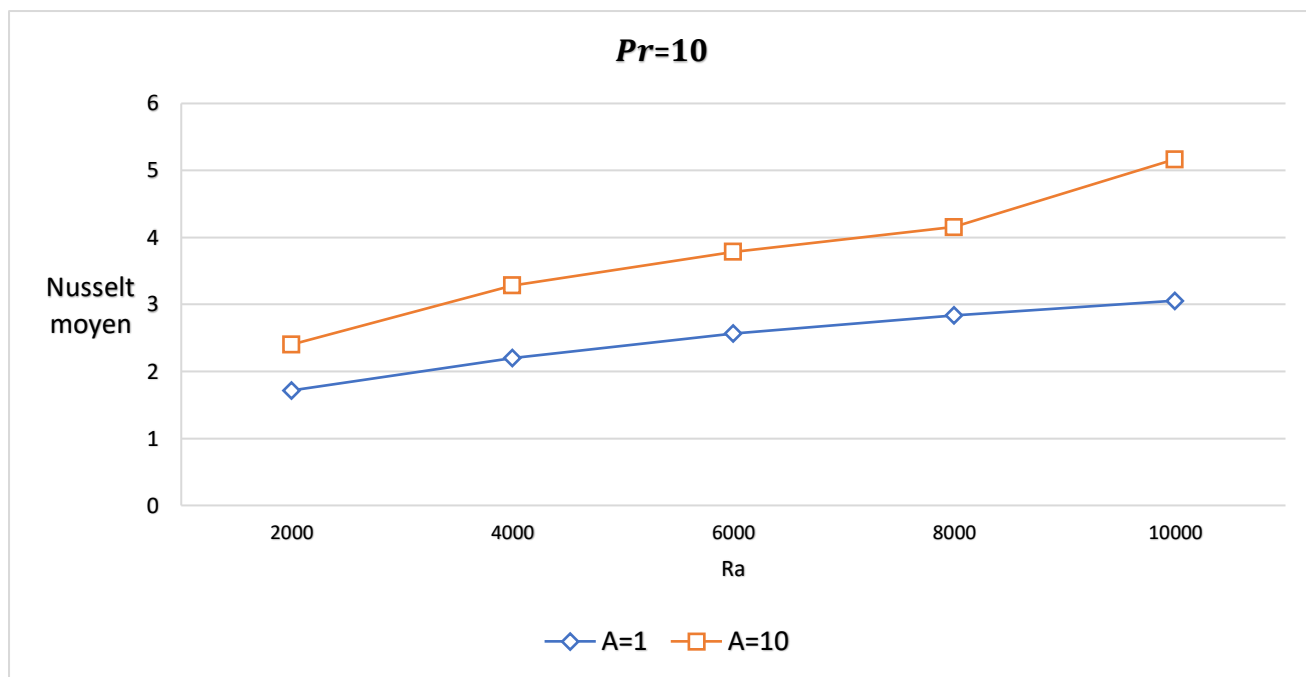


Figure V-15 L'influence de rapport A sur le nombre de nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , avec $n = 0.6$, $E = 0.4$, $s = 0.01$.

V.4.2 Modèle de Herschel-Bulkley:

Le gel de Carbopol est un fluide à seuil modèle très largement utilisé en mécanique des fluides complexes expérimentale. Ils se comportent comme un fluide élasto-viscoplastique. Il est obtenu par mélange de résine d'acide polyacrylique réticulé dans de l'eau déminéralisée.

Pour le modèle de Herschel-Bulkley, nous avons pris la valeur de la contrainte seuil comme paramètre caractéristique (Tableau V-5) de gel Carbopol 980. Pour les concentrations massiques comprises entre 0,06% et 0,08% [40].

c (wt%)	β ($10^{-7} K^{-1}$)	cp ($JKg^{-1}K^{-1}$)	α ($10^{-7} m^2 s^{-1}$)	λ (W/mK)	ρ ($kg m^3$)	τ (Pa)	K ($Pa s$)	n	$\dot{\gamma}_c$ (s^{-1})
0.06	2	4245.77	1.48	0.61	970	0.2	0.054	0.92	0.05
0.075	2	4202.79	1.44e - 7	0.6	990	0.55	0.079	0.77	0.04
0.08	2	4176.13	1.45	0.6	990	0.65	0.118	0.77	0.02

Tableau V-5 propriété physique d'un fluide a seuil (Gel Carbopol 980) avec different concentration.

Après la simulation, le tableau V-6 résume les résultat qui nous avons trouve sur La variation de nombre de nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , et la concentration de gel (Carbopol 980).

c (wt%) \ RA	0.06	0.075	0.08
10^6	1.919	1.132	1
5×10^6	3.154	2.437	2.133
10^7	3.796	2.907	2.595
5×10^7	3.967	3.233	2.896

Tableau V-6 La variation de nombre de nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , et la concentration de gel (Carbopol 980).

La figure V-16 représente les résultats qui nous avons obtenu, qui donne l'influence de la concentration de gel Carbopol 980 sur le nombre de nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , on remarque que tant que la concentration diminuée le nusselt moyen augment.

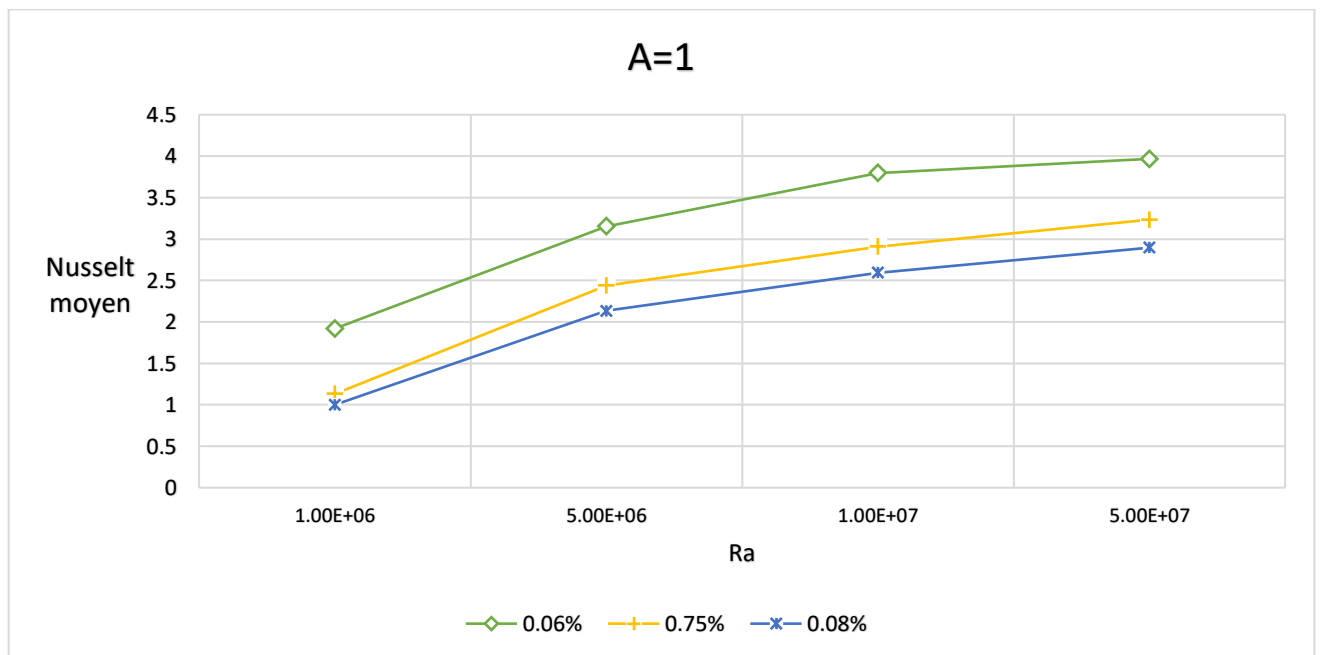


Figure V-16 L'influence de la concentration de gel (Carbopol 980) sur le nombre de nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra .

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail porte sur une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité remplie d'un fluide Non-Newtonien Rhéofluidifiant avec et sans seuil, qui est décrit par le modèle de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley.

La simulation de problème a été effectuée à l'aide d'un code de calcul commercial Ansys Fluent.

Les résultats numériques nous ont conduit à clarifier l'influence des paramètres rhéologiques sur l'écoulement et le transfert de chaleur tels que le nombre de Rayleigh, Ra le rapport de forme, A , les nombres de Prandtl, Pr , l'indice de puissance n et la constante de temps E , ainsi que la concentration de fluide.

Les principales constatations déduites de cette étude :

- L'augmentation du nombre de Rayleigh Ra nous a permis d'observer que ce dernier influe directement sur la structure de l'écoulement ainsi que sur le transfert de chaleur.
- Le nombre de Nusselt est sensible à l'indice de loi de puissance n et à la constante de temps adimensionnelle E .
- Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et la diminution de l'indice de puissance n .
- L'augmentation de la constante de temps adimensionnelle E provoque une forte convection avec l'augmentation du nombre de Rayleigh Ra .
- Le nombre de Nusselt moyen augmente avec la diminution de la concentration de fluide.
- L'augmentation du rapport de forme A , influence sur le changement du nombre de cellules qui apparaissent. Le nombre de ces cellules est égal au rapport de forme de la cavité.

NOMENCLATURE

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

A : Rapport d'aspect ; $A = L/H$

H : Hauteur de la cavité ; $[m]$

L : Largeur de la cavité ; $[m]$

E : Temps caractéristique adimensionnel ; $E = E' \alpha / H^2$

g : Accélération de la pesanteur ; $[m \cdot s^{-2}]$

K : Nombre d'onde de la perturbation

n : Indice de la loi en puissance, paramètre réel

s : Rapport de la viscosité à taux de cisaillement infini sur taux de cisaillement

$$\text{nul : } s = \mu_{\infty} / \mu_0$$

A_e, A_w, A_n, A_s : Coefficients de l'équation algébrique de transport

$A(|P|)$: Fonction d'un schéma numérique

b : Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées

C_p : Chaleur massique à pression constante ; $[j \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$

D_e, D_w, D_n, D_s : Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisées

dX_e, dX_w, dY_n, dY_s : Distance entre le nœud considéré P et les nœuds

F_e, F_w, F_n, F_s : Flux convectifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisé

H : Hauteur entre les deux plaques ; $[m]$

K : l'indice de consistance

L : Longueur de la plaque ; $[m]$

p : Pression ; $[N \cdot m^{-2}]$

S_{\emptyset} : Terme source

T : Température ; $[K]$

t : Temps ; [s]

T_0 : Température initiale ; [k]

T_h : Température adimensionnelle de la paroi chaude

T_c : Température adimensionnelle de la paroi froide

ΔT : Ecart de température ; $\Delta T = T_h - T_c$

u : Composante de la vitesse suivant la direction x ; [$m \cdot s^{-1}$]

U : Composante adimensionnelle de la vitesse suivant x

v : Composante de la vitesse suivant la direction y ; [$m \cdot s^{-1}$]

V : Composante adimensionnelle de la vitesse suivant y

X, Y : Coordonnées cartésiennes adimensionnelle

x, y : Coordonnées cartésiennes ; [m]

Lettres grecques

β : est le coefficient de dilatation thermique en ; [$^{\circ}C^{-1}$]

α : la diffusivité thermique du fluide en ; [$m^2 \cdot s^{-1}$]

μ : Viscosité dynamique du fluide ; [$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]

ν : Viscosité cinématique du fluide ; [$m^2 \cdot s^{-1}$]

$\dot{\gamma}$: Second invariant du tenseur de taux de déformation (taux de cisaillement)

ρ : Masse volumique du fluide ; [$Kg \cdot m^{-3}$]

τ : Conductivité thermique du fluide ; [$W / m K$]

λ : Tenseur déviateur des contraintes

θ : Température adimensionnelle

Γ : Coefficient de diffusion de l'équation générale du transport

$\Delta X, \Delta Y$: Dimensions du volume de contrôle considéré ; [m]

Opérateurs mathématiques

∇ : Opérateur gradient

∂ : Dérivée partielle

Δ : Opérateur différence

Nombres adimensionnels

Pr : Nombre de Prandtl ; $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$

Ra : Nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\alpha\nu}$

Gr : Nombre de Grashof ; $Gr = \frac{g\beta\Delta\theta L^3}{\nu^2}$

Nu : nombre de Nusselt ; $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

Indices et exposants

c : Chaude

E : Nœud du côté Est du nœud P

e : Face Est du volume de contrôle

f : Froide

N : Nœud du côté Nord du nœud P

n : Face Nord du volume de contrôle

p : Nœud du maillage

S : Nœud du côté Sud du nœud P

W : Nœud du côté Ouest du nœud

REFERENCES

- [1] E. L. Koschmieder, Bénard Cells and Taylor Vortices. Cambridge University Press, 1993.
- [2] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Dover Publications, 1961.
- [3] J.-L. Grossiord et A. Ponton, «La mesure en rhéologie. Des avancés récentes aux perspectives,» EDP Sciences, 2013.
- [4] B. A. Hamid, «CONTRIBUTION A L'ETUDE THERMO-HYDRODYNAMIQUE DES FLUIDES BINGHAMIENS,» Thèse UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA , BOUMERDES, 2011.
- [5] Fourar k., «Amélioration des propriétés rhéologiques des fluides de forage a base de,» Thèse de doctorat, l'université M'hamed Bougara, Boumerdes, 2007.
- [6] B. A. Hamid, «CONTRIBUTION A L'ETUDE THERMO-HYDRODYNAMIQUE DES FLUIDES BINGHAMIENS,» Thèse UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA , BOUMERDES , 2011.
- [7] G. Couarraze. J.L. Grossiord, «Initiation à la rhéologie,» Tec & Doc, Lavoisier, 3ème édition, Paris, 2000.
- [8] RIGAL Claire., «Comportement de fluides complexes sous ecoulement,» chez *Approche experimentale par resonance magnetique nucleaire et techniques optiques et simulations numeriques*, Institut National Polytechnique de Lorraine, THESE, 2012.
- [9] Koller E., «Transport et stockage des fluides dans l'industrie,» Paris, Dunod, 2002, p. 416 .
- [10] Bingham, E.C., 1916. An Investigation of the Laws of Plastic Flow. U.S. Bureau of Standards Bulletin, 13, 309-353.
- [11] Herschel, W.H., Bulkley, R., 1926. Konsistenzmessungen von GummiBenzollösungen. Kolloid Zeitschrift 39, 291–300.
- [12] Chhabra, R.P., Richardson, J.F., "Fundamentals and Engineering Applications", Butterworth-Heinemann, (1999), 436 p.

- [13] Bird B.R. Armstrong R.C. Hassager O., Dynamics of Polymeric Liquids, New York: John Wiley and Sons Inc, 1987.
- [14] Baird C.G. Collias D.I., Polymer Processing: Principles and Design, New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [15] H. J. W. K. Barnes H.A., «An Introduction to Rheology,» Elsevier Science Publishers, 1989, p. 200.
- [16] Cross M.M., «Rheology of Non-Newtonian Fluids. A new flow equation for pseudo-plastic systems,» J. of Colloid Sciences,V.20, 1965, pp. 417-437.
- [17] Werner J. Bauer et al, Science et technologie des aliments, Principes de chimie des constituants et de technologie des procédés, Livre, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes..
- [18] Yves Jannot, Transferts thermiques, Cours 2eme année, Ecole des Mines Nancy,, 2011.
- [19] T. Amel, «Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs,» Université Kasdi Merbah Ouargla, 2011.
- [20] Ouahiba Benouared, 2016, Convection De Rayleigh-Bénard D'un Fluide Rhéofluidifiant Confiné Dans Une Conduite Rectangulaire, Thèse De Doctorat, Universite De Saad Dahleb De Blida.
- [21] Menard, Valerie Convection naturelle dans une cavite contenant une source de chaleur Ecole nationale superieure de l'aeronotique et de l'espace these 2005
- [22] Koschmieder, E.L., Pallas, S.G., "Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer", Int. J. heat Mass Transfer,V.17,(1974), 991-1002.
- [23] GAUTHIER, Frédéric Convection turbulente dans une cellule de Rayleigh-Bénard cryogénique : de nouveaux éléments en faveur du Régime Ultime de Kraichnan THESE 2008.
- [24] F. H. Busse : Non-lineare proprietes of thermal convection. Reports on Progress in Physics, 41 : 1929-1967, 1978.
- [25] M. S. R. J. G. e. V. K. J. E, «Thermal instability in horisontal fluid layer : Effect of boundary conditions and non-linear temperature profile,» Journal of Fluid Mechanics, 1964.
- [26] A. BEJAN : Convection Heat Transfer, 2nd ed. Wiley, New York, 1995.

- [27] H. OERTEL Thermal instabilities ,Convective Transport and Instability phenomena. Edite par J. Zierep and H. Ortel, Jr. Publie par G. Braun, 1982.
- [28] H. OERTEL, «Thermal instabilities ,Convective transport and instability phenomena. Edite par J Zierep and H. Ortel, Jr.,» G. Braun, 1982.
- [29] K. T. Yang: Transitions and bifurcations in laminar buoyant flows in confined enclosures.ASME Journal ofHeat Transfer, 110: 1191-1204, 1988.
- [30] E. L. KOSHMIDEDER : Benard Cells and Taylor Vortices (Cambridge Monographs on Mechanics), 42 : 295-307, 1970. Part 1.
- [31] D. MUKUTMONI et J. T. YANG : Flow transition and pattern selection of the Rayleigh-Benard problem in rectangular enclosures. Sadhana, 19: 646-670, 1994.
- [32] Ahmed Abdelali .Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques . THÈSE 2012. UNIVERSITÉ DE GRENOBLE .
- [33] Charles GARNIER. Modélisation numérique des écoulements ouverts de convection naturelle au sein d'un canal vertical asymétriquement chauffé Thèse de doctorat. Université Pierre et Marie Curie. 2014
- [34] D. Gray et A. Giorgini. The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases. International Journal of Heat and Mass Transfer, 19 :545–551, 1976.
- [35] J. Boussinesq, «Théorie analytique de la chaleur,» Paris, Gauthier-Villars, 1903, p. 666 p.
- [36] Xavier Nicolas, Ecoulements De Convection Mixte En Conduites Rectangulaires Horizontales Chauffées Par Le Bas, Laboratoire D'étude Des Transferts D'énergie Et De Matière, Université De Marne La Vallée,France
- [37] Patankar V., «Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,» Mac Graw-Hall, New York, 1980.
- [38] MERABET AYECHÉ Chahra., «Modélisation et simulation des phénomènes thermo-convectifs des écoulements se produisant rayonnement thermique.,» Mémoire de magister, Université de Skikda, 1955.

- [39] Taourit Farida, Etude du comportement dynamique et thermique de deux écoulements du fluide Dans un échangeur de chaleur (comparaison entre le cas simple et le Cas avec ailettes), Mémoire de Master, Université Abou Bakr Belkaid, Tlemcen, (2013).
- [40] A. Mohamed Darbouli, «Rayleigh-Benard convection for viscoplastic fluids,» Laboratoire Rheologie et Procédés, France.
- [41] H. B. F, «Non-lineare proprieties of thermal convection,» Report on Progress in Physics, 1978.
- [42] Quemada D., «Modélisation rhéologique structurelle,» Lavoisier, 2006, p. 316.
- [43] Coelho P.M. Pinho F.T., «Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids. III Pressure measurements,» J. Non-Newtonian Fluid Mech, V.121, 2004, pp. 55-68.
- [44] C. RIGAL, «Comportement de fluides complexes sous écoulement : Approche expérimentale par résonance magnétique nucléaire et techniques optiques et simulations numériques,» THESE, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2012.