

LES GRANDS CLASSIQUES GAUTHIER-VILLARS

---

Vito **VOLTERRA**

**LEÇONS**

SUR LA

**THÉORIE MATHÉMATIQUE**

DE LA

**LUTTE POUR LA VIE**



**ÉDITIONS  
JACQUES GABAY**

# TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
PRÉFACE.....	v
INTRODUCTION.....	1
1. But de l'Ouvrage.....	1
2. Intérêt pratique de ces questions.....	2
3. Travaux mathématiques publiés sur le sujet.....	3
4, 5, 6. Méthodes employées dans l'Ouvrage. Hypothèses fondamentales et mise en équations. Étude mathématique et interprétation des résultats.....	4

## CHAPITRE I.

### COEXISTENCE DE DEUX ESPÈCES.

I. 1. <i>Deux espèces se disputant la même nourriture</i> .....	
II. <i>Deux espèces dont l'une se nourrit de l'autre</i> .....	14
2. Mise en équations.....	14
3. Étude générale des fluctuations. Loi du cycle périodique et de la conservation des moyennes.....	15
4. Petites fluctuations.....	20
5. Diagrammes dans le cas général.....	22
6. Perturbation des moyennes par destruction. Loi fondamentale.....	25
III. <i>Deux espèces dans les divers cas d'actions mutuelles</i> .....	27
7. Tracé des diverses courbes $\varphi(N_1, N_2) = 0$ .....	27
8. Déplacement sur ces courbes.....	29
9. Un cas de passage et les divers cas dans la destruction des espèces relative au paragraphe II.....	33

## CHAPITRE II.

### PREMIÈRE ÉTUDE DE LA COEXISTENCE D'UN NOMBRE QUELCONQUE D'ESPÈCES.

I. 1. <i>Espèces se disputant la même nourriture</i> .....	36
II. <i>Espèces qui s'entre-dévorent</i> .....	38
2. Notions d'équivalents; système différentiel de l'association biologique avec l'hypothèse générale des équivalents que l'on gardera.....	38
3. Quelques conséquences immédiates.....	41

	Pages.
III. <i>Cas d'un nombre pair d'espèces qui s'entre-dévorent</i> .....	42
4. Relation entre les nombres d'individus.....	42
5, 6, 7. Dans le cas où il y a possibilité théorique d'équilibre, les fluctuations sont bornées et non amorties.....	45
8. Loi des moyennes asymptotiques.....	49
9. Perturbation des moyennes par destruction.....	50
10. Petites fluctuations.....	52
11. Dans le cas général, diverses possibilités.....	56
12. Cas particulier où les coefficients d'accroissement sont tous nuls.....	57
IV. <i>Cas d'un nombre impair d'espèces s'entre-dévorant</i> .....	58
13. Il est impossible que toutes les espèces subsistent avec des variations bornées, en général.....	58
14. Cas particulier où les coefficients d'accroissement $\epsilon_r$ sont tous nuls....	59
15. Sur un cas particulier à trois espèces.....	63
<i>Note mathématique</i> .....	68
16. Propriétés essentielles des déterminants.....	68
17. Déterminants symétriques gauches.....	70
18. Équations linéaires.....	72
19. Formes linéaires.....	76

## CHAPITRE III.

ÉTUDE DE LA COEXISTENCE DE  $n$  ESPÈCES AVEC DES HYPOTHÈSES PLUS LARGES.  
SYSTÈMES CONSERVATIFS ET DISSIPATIFS.

I. <i>Première extension</i> . — On fait dépendre du nombre de ses individus le coefficient d'accroissement de chaque espèce vivante seule (en conservant l'hypothèse des équivalents).....	77
1. Nouvelles équations différentielles.....	78
2. Premières conséquences.....	79
3. Cas de possibilité d'un état stationnaire : il y a alors un état limite qui est celui-là.....	80
4. Rôle d'amortissement d'une certaine forme quadratique.....	83
5. Petites variations.....	84
6. Cas d'impossibilité d'un état stationnaire.....	86
7. Extension aux hypothèses précises adoptées dans I.....	88
8. Reprise de l'étude du cas de trois espèces examiné au Chapitre II.....	89
II. <i>Théorie beaucoup plus générale</i> . — On prend pour expression de $\frac{1}{N_i} \frac{dN_i}{dt}$ une fonction linéaire quelconque de $N_i$ . Extension des résultats précédents.	96
9. Équations différentielles.....	96
10. Hypothèse de l'existence d'une forme quadratique définie positive jouant le rôle de celle du paragraphe I et entraînant la résolubilité du système de l'état stationnaire.....	97
11. Cas où toutes les racines de ce système sont positives et petites variations. Autres cas.....	101

TABLE DES MATIÈRES.

213

	Pages.
III. <i>Associations conservatives et dissipatives</i> .....	104
12. Systèmes conservatifs. Définition et conditions caractéristiques. Ce sont ceux étudiés au Chapitre II (§ II, III, IV).....	104
13. Théorèmes sur la valeur d'une association conservative.....	108
14. Systèmes dissipatifs. Définition et recherche de conditions caractéristiques. Ce sont ceux étudiés dans les deux paragraphes précédents ..	109
15. Propriétés de la valeur d'une association dissipative.....	116
16. Perturbation dans un système variant au voisinage d'un état d'équilibre stable par l'apport d'individus, en petits nombres, d'espèces nouvelles.....	118
17. Applications de cette dernière étude.....	123
18. Nouvelle extension des hypothèses fondamentales. ....	127
IV. <i>Introduction de l'hypothèse de variation des conditions extérieures</i> .....	131
19. Dans le cas de petites variations. Superposition des variations propres et des fluctuations dues à des causes externes périodiques.....	131
<i>Note mathématique</i> .....	135
20. Sur les formes quadratiques.....	135

CHAPITRE IV.

SUR LES ACTIONS HÉRÉDITAIRES COMPARÉES EN BIOLOGIE  
ET EN MÉCANIQUE.

I. <i>Notion d'hérédité et sa traduction mathématique</i> .....	141
1. Idée d'hérédité; sa signification spéciale.....	141
2. Équations de l'évolution de deux espèces avec des hypothèses simples d'hérédité .....	143
3. Notions de mécanique héréditaire.....	146
4. Analogies .....	150
5. L'idée la plus générale d'hérédité et sa forme mathématique.....	152
II. <i>Étude de la coexistence d'une espèce dévorante et une espèce dévorée dans l'hypothèse d'une hérédité invariable et linéaire</i> .....	159
6. Principe des fluctuations.....	159
7. Propriétés de limitation pour ces fluctuations .....	162
8. Lois de conservation et perturbation des moyennes.....	165
III. <i>Énergétique héréditaire en biologie (cas précédent avec petites fluctuations) et en mécanique à un seul paramètre</i> .....	169
9. Équation énergétique fondamentale.....	169
10. Conséquences mécaniques et biologiques .....	171
11. Mouvement spontané en mécanique et problème biologique.....	173
12. Recherche de la périodicité.....	177
13. Problèmes avec hérédité postérieure à un certain instant et généralisations .....	183

	Pages.
<i>Note mathématique</i> .....	188
14. Équations intégrales de Volterra.....	188
15. Système intégral-différentiel commun au problème mécanique et au problème biologique des petites fluctuations.....	190
16. Système intégral-différentiel du problème biologique général.....	191

## CONCLUSION.

## HISTORIQUE. BIBLIOGRAPHIE.

1, 2, 3. Vue d'ensemble sur l'étude qui précède. — Remarques diverses.....	197
4. Vérifications expérimentales.....	201
5-9. Notice biologique et historique sur les associations et les équilibres biologiques.	202
6. Biologie agraire.....	204
7. Épidémies. Paludisme.....	206
8. Hydrobiologie.....	207
9. Fluctuations.....	209
TABLE DES MATIÈRES.....	211