

# TECHNOSUP

Les FILIÈRES TECHNOLOGIQUES des ENSEIGNEMENTS SUPÉRIEURS

## MESURE

# Traitement des mesures

Interprétation, modélisation,  
outil statistique

Roger JOURNEAUX

ellipses

# Table des matières

<b>Avant-propos</b> .....	<b>3</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre I. Probabilités et Statistiques</b> .....	<b>11</b>
1. Population et échantillon .....	12
2. Rappels de probabilité .....	13
2.1. Généralités.....	13
2.2. Le cas de couples de variables.....	14
2.3. Grandeurs associées aux lois de probabilité.....	14
3. Théorèmes importants .....	17
3.1. L'inégalité de BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV.....	17
3.2. La loi faible des grands nombres.....	17
3.3. Le théorème limite central.....	18
4. Lois de probabilité importantes .....	19
4.1. La loi de Laplace-Gauss ou normale.....	19
4.2. Les lois binomiale et de Poisson.....	20
4.3. La loi du CHI2 ( $\chi^2$ ).....	20
4.4. Loi de Student.....	21
4.5. La loi F de Snedecor.....	22
4.6. Deux distributions intéressantes.....	23
5. Simulation d'une variable aléatoire.....	25
5.1. Présentation de la technique.....	25
5.2. Application à une loi triangulaire.....	26
5.3. Le cas d'une répartition gaussienne.....	28
5.4. Test du caractère aléatoire.....	28
6. Illustration du théorème limite central.....	32
<b>Chapitre II. Généralités sur la mesure</b> .....	<b>43</b>
1. Les types de variables .....	44
2. Le rôle de la mesure.....	45
3. Les pratiques de référence .....	47
4. Les qualités d'une mesure .....	48
4.1. La notion de valeur vraie.....	48
4.2. Les types d'erreurs.....	51
4.3. Une théorie historique des erreurs.....	55

5. Quelques problèmes de vocabulaire .....	59
6. Les caractéristiques d'un instrument de mesure .....	63
7. Les statistiques et le traitement des mesures .....	64
<b>Chapitre III. Traitement de la mesure d'une grandeur .....</b>	<b>66</b>
1. Les estimateurs d'une population .....	67
1.1. Estimation de la moyenne. ....	67
1.2. Estimation de la variance. ....	70
1.3. Cas général. ....	71
2. L'intervalle de confiance d'un résultat de mesure .....	77
2.1 Utilisation de la variance. ....	78
2.2. Utilisation de l'étendue .....	86
2.3. Cas général. ....	89
3. Les valeurs aberrantes.....	90
3.1 Comparaison à la moyenne. ....	90
3.2 Test de Grubbs.....	91
3.3 Test de Dixon. ....	92
4. Le cas des incertitudes systématiques (type B) .....	93
4.1 Le problème général.....	93
4.2 Application pratique. ....	95
4.3 Un exemple simple.....	99
5. La visualisation des résultats .....	100
6. Utilisation du tableur Excel® .....	105
<b>Chapitre IV. La propagation des incertitudes .....</b>	<b>113</b>
1. Etude de quelques cas particuliers .....	113
1.1. Multiplication par une constante .....	113
1.2. Addition d'une constante .....	114
1.3. Addition de deux grandeurs .....	114
2. Généralisation .....	115
2.1. Moyenne et variance. ....	115
2.2. Le cas de la covariance.....	117
3. Utilisation pratique .....	117
4. Les limites de l'étude précédente .....	118
4.1. Approche théorique. ....	119
4.2. Une méthode pour trouver l'intervalle de confiance. ....	122
4.3. Illustrations par Excel® .....	125
4.4. Utilisation de la simulation.....	129
5. Le cas des incertitudes de type B.....	134
6. Le cas des variables non indépendantes .....	136
6.1. Présentation du problème. ....	136
6.2. Généralisation.....	138
6.3. Application à un cas particulier.....	139
<b>Chapitre V. La régression linéaire .....</b>	<b>149</b>
1. Présentation de la régression .....	149
1.1. Les critères utilisés dans la régression. ....	150
1.2. Les limites du critère quadratique classique.....	152

2. Cas de la régression linéaire .....	154
2.1. Cas n°1 .....	154
2.2. Cas n°2 .....	155
2.3. Cas n°3. ....	155
3. Incertitudes sur les coefficients .....	155
3.1. Variances de a et b .....	156
3.2. La covariance entre a et b .....	156
3.3. Retour sur le cas 1. ....	156
3.4. Passage à l'intervalle de confiance. ....	157
3.5. Le cas de l'interpolation.....	158
3.6. Le cas de l'origine. ....	159
3.7. Illustration par Excel®. ....	160
4. Régression linéaire et calculatrice .....	163
5. Les changements de variable .....	164
5.1. Position du problème.....	164
5.2. Application à la fonction puissance.....	165
5.3. Application à une étude d'impédance. ....	167
6. Implications didactiques .....	170
<b>Chapitre VI. La régression généralisée .....</b>	<b>177</b>
1. La régression polynomiale.....	177
1.1. Le problème général.....	177
1.2. Les méthodes de calcul des paramètres.....	178
2. La régression multiple .....	183
3. Combinaison des régressions multiple et polynomiale .....	184
4. Régression généralisée.....	186
5. Incertitudes sur les résultats.....	187
6. Régressions à solutions non linéaires .....	188
6.1. Présentation du problème. ....	188
6.2. Application à la fonction puissance.....	190
6.3. Application à la régression polynomiale. ....	191
6.4. Application à la décomposition en gaussiennes. ....	192
6.5. Application à la déviation par le prisme.....	197
6.6. Une régression par recherche manuelle des paramètres.....	199
7. Deux applications particulières.....	200
7.1. Etude du circuit résonnant série. ....	200
7.2. Etude d'une bobine.....	205
8. L'interpolation .....	205
9. Méthode exacte de régression.....	208
9.1. Le critère de régression.. ....	208
9.2. Comparaison à la méthode de la variance. ....	209
9.3. Les techniques de résolution. ....	211
9.4. La validation du modèle. ....	213
9.5. Les incertitudes sur les coefficients.....	213
9.6. Utilisation d' Excel®. ....	216
9.7. Les intervalles de confiance. ....	219
9.8. Le cas de l'interpolation.....	220
9.9. Appartenance d'un point au modèle. ....	222

<b>Chapitre VII. Les tests statistiques .....</b>	<b>227</b>
1. Un exemple de conduite d'un test .....	227
2. La technique générale des tests.....	230
2.1. Test bilatéral.....	231
2.2. Test unilatéral.....	232
2.3. Le risque de seconde espèce.....	233
3. Tests statistiques et hasard.....	236
<b>Chapitre VIII. Corrélation .....</b>	<b>238</b>
1. La corrélation linéaire.....	239
1.1. Le problème général.....	239
1.2. Les tests sur la corrélation.....	242
2. Les autres cas de corrélation.....	243
3. La corrélation des rangs.....	244
4. Exemples d'utilisation .....	245
<b>Chapitre IX. Tests de comparaison .....</b>	<b>254</b>
1. Comparaison de variances .....	255
1.1. Comparaison d'une variance à une variance de référence.....	255
1.2. Comparaison des variances de deux échantillons.....	256
1.3. Comparaison de deux étendues.....	257
1.4. Comparaisons de plusieurs variances.....	259
2. Comparaison de moyennes .....	260
2.1. Comparaison à une moyenne connue.....	260
2.2. Comparaison de deux échantillons de variables indépendantes.....	262
2.3. Test des rangs de Wilcoxon Mann Whitney.....	264
2.4. Comparaison de deux échantillons de variables normales dépendantes .....	267
2.5. Test de Wilcoxon.....	268
2.6. Le test des signes.....	271
2.7. Illustration avec Excel® .....	271
3. Comparaison de paramètres de régression .....	278
3.1. Comparaisons dans une régression.....	278
3.2. Comparaison sur deux régressions.....	280
4. Analyse de la variance .....	281
4.1. Analyse simple de variance.....	282
4.2. Analyse de variance double.....	285
<b>Chapitre X. Tests d'ajustement.....</b>	<b>298</b>
1. Ajustement à une loi de probabilité .....	298
1.1. Présentation du problème.....	298
1.2. Le test du CHI <sup>2</sup> .....	298
1.3. Test de Kolmogorov-Smirnov.....	302
1.4. Droite de Henry.....	304
1.5. Illustration avec Excel® .....	306
1.6. Test de normalité de Shapiro-Wilk.....	310

2. Validité de l'ajustement à un modèle mathématique .....	311
2.1. Application aux régressions. ....	311
2.2. Exemple de confrontations de modèles. ....	312
2.3. Les limites de la technique. ....	315
2.4. Caractère aléatoire d'une série de résultats. ....	316
3. Analyse non paramétrique .....	317
3.1. Présentation sur un cas simple. ....	317
3.2. Les tableaux de contingence. ....	319
3.3. Un exemple avec Excel® .....	322
<b>Chapitre XI. Statistiques descriptives .....</b>	<b>329</b>
1. Le codage des données .....	329
2. Les protocoles univariés .....	331
2.1. Le cas de la variable d'intervalle. ....	331
2.2. Variables ordinales et nominales. ....	333
3. Les protocoles bivariés .....	335
3.1. $V_1$ et $V_2$ sont des variables d'intervalle. ....	335
3.2. $V_1$ est une variable d'intervalle, $V_2$ une variable ordinale ou nominale. ....	336
3.3. $V_1$ et $V_2$ sont des variables catégorisées. ....	337
4. Les protocoles multivariés .....	338
4.1. Variables d'intervalle. ....	338
4.2. Variables catégorisées. ....	339
<b>Chapitre XII. Analyse des grands tableaux. ....</b>	<b>349</b>
1. Les analyses factorielles .....	350
1.1. Le principe des analyses factorielles. ....	350
1.2. L'analyse en composantes principales. ....	353
1.3. L'analyse factorielle des correspondances. ....	359
1.4. Quelques différences entre les deux techniques. ....	366
2. La classification ascendante hiérarchique .....	367
2.1. Le problème des distances. ....	367
2.2. La technique de classification. ....	369
2.3. Exemples d'applications. ....	369
<b>Bibliographie. ....</b>	<b>373</b>
<b>Index .....</b>	<b>374</b>