

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA 1
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du Diplôme de Master en
Génie mécanique
Option : installation énergétique et turbomachines

Thème

*Etude de la stabilité linéaire d'un écoulement de Taylor-
couette pour les fluides non newtoniens*

Proposé et encadré par :
Dr. ALIBENYAHIA Brahim

Réalisé par :
RAHMOUNI Soumiya
DARDJINE Kamel

Année universitaire 2018/2019

Dédicace

*A ceux qui n'ont jamais cessé de nous encourager
Et de nos soutenir,*

*A ceux qui leur aident n'avons donné la volonté
D'aller toujours de l'avant,*

A nous très chers parents, que Dieu les protège,

A nous merveilleuses familles,

A ceux qui nous donnent de l'amour et de la vivacité

A nous amis,

Nous dédions ce travail.

Remerciements

*« Tout d'abord, je remercie Dieu le tout puissant de
me donner l'occasion de poursuivre mes études à
l'université de Blida 1 »*

*Ce travail a été mené au sein du département de
mécanique, faculté des technologies, Université de
Blida 1.*

*J'exprime mes sincères remerciements à Mr Ali ben
yahia Ibrahim accepte d'être le promoteur de mon
mémoire*

*Je remercie aussi les membres de jury , d'avoir
accepté de participer au jury et pour l'intérêt qu'il
a manifesté pour ce mémoire.*

Résumé:

On présente une analyse linéaire de stabilité tridimensionnelle de l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux cylindres concentriques en rotation connu sous le nom de type Taylor-Couette pour un fluide de Bingham. L'influence de paramètres rhéologique et géométrique sur les conditions critiques et la structure des Taylor est examinée. Les configurations étudiées sont: seul le cylindre intérieur est en rotation et les deux cylindres tournant en sens inverse et co-rotation. Les paramètres de contrôle du problème sont le rapport de rayon et le nombre de Bingham et basé sur la vitesse de rotation du cylindre intérieur. La simulation a été effectuée à l'aide du code de calcul FLUENT qui est basé sur la méthode des volumes finis.

Summary:

A three-dimensional linear stability analysis of the flow of a viscous fluid between two concentric rotating cylinders known as the Taylor-Couette type for a Bingham fluid. The influence of rheological and geometric parameters on the critical conditions and Taylor structure is examined. The configurations studied are: only the inner cylinder is in rotation and the two cylinders rotating in opposite direction and co-rotation. The control parameters of the problem are the radius ratio and the Bingham number based on the rotational speed of the inner cylinder. The simulation was performed using the FLUENT calculation code which is based on the Finite Volume Method.

خلاصة القول:

تحليل ثلاثي الأبعاد للاستقرار الخطي لتدفق السائل اللزج بين أسطوانة دوارة متحدة المركز والمعروفة باسم نوع تايلور-كوبيت لسائل بينجهام. يتم فحص تأثير العوامل الريولوجية والهندسية على الظروف الحرجة وبنية تايلور. التكوينات التي تمت دراستها هي: الأسطوانة الداخلية فقط هي التي يتم تدويرها والإسطوانتان تدوران في الاتجاه المعاكس والدوران المشترك. معلمات التحكم في المشكلة هي نسبة نصف القطر وعدد بينجرام استنادًا إلى السرعة الدورانية للأسطوانة الداخلية. حساب FLUENT تم إجراء المحاكاة باستخدام كود يعتمد الذي على طريقة الحجم المحدود.

NOMENCLATURE

Symboles latins :

| | |
|-------|--|
| R_1 | Rayon du cylindre intérieur |
| R_2 | Rayon du cylindre extérieur |
| H | Hauteur du dispositif de Couette |
| d | Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire |
| U | Composante radial de la vitesse d'écoulement du fluide |
| V | Composante tangentielle de la vitesse d'écoulement du fluide |
| W | Composante axiale de la vitesse d'écoulement du fluide |
| r | Composante cylindrique de la direction radiale |
| z | Composante cylindrique de la direction axiale |
| P | Pression |
| Mc | Moment cinétique |
| L | la hauteur de l'entrefer |

Les nombres adimensionnels :

| | |
|--------|---|
| Re | Nombre de Reynolds |
| Ta | Nombre de Taylor |
| Re_1 | Nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le cylindre intérieur |
| Re_2 | Nombre de Reynolds de l'écoulement basé sur le cylindre extérieur |

Symboles grecs :

| | |
|----------------|---|
| Ω_{int} | Vitesse de rotation du cylindre intérieur |
| Ω_{ext} | Vitesse de rotation du cylindre extérieur |
| θ | Composante cylindrique de la direction tangentielle |
| μ | Viscosité dynamique |
| Γ | Rapport d'aspect |
| η | Rapport des rayons |
| δ | Jeu radial |
| Δ | opérateur laplacien |
| ν | Viscosité cinématique |

Σ Symbole de sommation

ρ Masse volumique

τ Contrainte de cisaillement

ω Vitesse angulaire

Liste de tableau

Chapitre I

Tableau I .1 : Classification des fluides leurs comportements.....02

Chapitre IV

Tableau IV.1 Valeurs des facteurs géométriques caractéristiques du dispositif de
Taylor-Couette prises comme référence (Fave, 1999 et Bouabdallah, 1980).....53

Tableau IV-2 des caractéristiques géométrique du dispositif de Couette.....55

Liste des figures

Chapitre I Rhéologique

Fig. I.1 : courbe comportement des différents fluides3

Chapitre II Ecoulement de Taylor couette

Fig. II.1: Expérience de Couette-Taylor : le fluide est cisaille entre deux cylindres coaxiaux.....12

Fig. II.2 : cylindre intérieur tournant, cylindre extérieur fixe. Système de coordonnées cylindrique et caractéristiques du fluide [32].....12

Fig. II.3- étude de stabilité temporelle15

Fig.II.4 - Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor [43].....21

Fig. 5- a) composante moyenne de vitesse axiale - b) composante moyenne de vitesse azimutale $V_{\theta} / \Omega_i R_i$, [38].....22

Fig. II .6 : Visualisation des ondes azimutales (θ) et structure ondulatoire [43].....23

Fig. II .7: Diagramme des états observés dans un montage de Taylor-Couette en Co ou contre-rotation (tiré de Physical Fluid Dynamics, D.J. Tritton).....24

Chapitre III Formulation mathématique et Écoulement de base

Fig. III .1: l'écoulement de Taylor couette.....28

Fig. III.2 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=0$ fluide Newtonien ;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$35

Fig. III.3 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=0$ fluide Newtonien ;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$35

Fig. III. 4 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$36

Fig. III.5 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$36

Fig. III. 6 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$37

Fig. III. 7 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$37

| | |
|--|----|
| Fig. III.8 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 38 |
| Fig. III. 9 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 38 |
| Fig. III.10: Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 39 |
| Fig. III.11 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 39 |
| Fig. III.12 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 40 |
| Fig. III. 13 : Profile de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 40 |
| Fig. III. 14 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50. | 41 |
| Fig. III.15 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 41 |
| Fig. III. 16 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23. | 42 |
| Fig. III.17 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23. | 42 |
| Fig. III. 18 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23. | 43 |
| Fig. III.19: Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=0;(2) B=0.5 ;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23. | 43 |
| Fig. III.20 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50. | 44 |
| Fig. III.21 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50. | 44 |
| Fig. III.22 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 45 |
| Fig. III.23 :Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=0;(2) B=0.5;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 45 |
| Fig. III.24 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1)B=0;(2) B=0.5;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 46 |

| | |
|--|----|
| Fig. III.25 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) B=0;(2) B=0.5;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 46 |
| Fig. III.26 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=0;(2) B=0.5;(3) B=0.85; (4) B=1 ; (5) B=1.23..... | 47 |
| Fig. III.27 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 47 |
| Fig. III. 28 : Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 48 |
| Fig. III.29: Profile de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50..... | 48 |
| CHAPITRE IV simulation numérique de l'écoulement de couette Taylor | |
| Fig.IV.1 Architecture du logiciel Fluent..... | 50 |
| Fig.IV.2 Représentation du grid..... | 52 |
| Fig. IV.3 Schéma du dispositif de Couette..... | 55 |
| Fig. IV.4 Propriétés caractéristiques de l'écoulement d'un fluide de masse volumique ρ et de viscosité μ , dans le dispositif de Couette..... | 55 |
| Fig. IV.5 maillage du domaine de l'écoulement..... | 56 |
| Fig. IV.6 : visualisation numérique en vue de dessus de l'écoulement laminaire sur Fluent..... | 58 |
| Fig. IV.7 : Écoulement de Couette Taylor avec apparition des tourbillons de Taylor entre les deux cylindres coaxiaux. | 60 |
| Fig. IV.8 Convergence des résidus..... | 61 |
| Fig. IV.9 Contour de vitesses de l'écoulement de Taylor –Couette dans le plans azimuthal..... | 62 |
| Fig. IV.10 Contour de vitesses de l'écoulement selon la direction azimuthal en zoom d'un quart de vue à gauche..... | 62 |
| Fig. IV.11-Contour de pression statique de l'écoulement selon la direction azimuthal en vue complète à droite..... | 63 |
| Fig. IV.12-Contour de pression statique de l'écoulement selon la direction azimuthal en zoom d'un quart de vue à gauche..... | 63 |
| Fig. IV.13 image de vortex de Taylor de l'expérience à droite et en simulation à gauche..... | 64 |

| | |
|--|----|
| Fig. IV.14 simulation de l'effet du champ de vitesse sur coupe plan | 64 |
| Figure IV.15 : Comparaisons des différents régimes obtenus pour le système A avec ceux trouvés par [43]..... | 65 |
| La figure IV.16 État intermédiaire te apparition partielle des rouleaux de Taylor | 67 |

Sommaire

Introduction générale

Chapitre I Rhéologique

| | |
|--|---|
| I. 1 .Comportement rhéologie | 1 |
| I.1 .1.Introduction..... | 1 |
| I .1.2.Fluide newtonien | 2 |
| I .1.3.Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps | 4 |
| I .1.3.1.Les fluides en loi de puissance | 4 |
| I .1.3.1.1.Fluide rhéofluidifiant ou pseudo plastique | 5 |
| I .1.3.1.2.Fluide rhéopaissant ou dilatant | 5 |
| I .1.3.1.3.Fluide Herschel-Bulkley | 5 |
| I .1.3.1.4.Fluide de bingham | 6 |
| I .1.4.Fluide non newtonien ou comportement dépendant du temps..... | 6 |
| I .1.4.1. Fluide thixotropie | 6 |
| I .1.4.2.Fluide anti thixotrope | 7 |
| I .1.5.Les fluides à seuil | 7 |
| I .1.5.1.. Les fluides viscoélastiques..... | 8 |
| I .2.conclusion | 9 |

Chapitre II Ecoulement de Taylor couette

| | |
|---|----|
| II.1- Introduction | 10 |
| II.2-Travaux antérieurs | 10 |
| II.3- Description de l'écoulement | 11 |
| II.4-Phénomènes d'instabilités | 14 |

| | |
|---|----|
| II .4.1- Caractérisation et analyse des phénomènes d'instabilités | 14 |
| II.4.1.1-Théorie de stabilité linéaire | 14 |
| II .4.1.1.1- Première étape : linéarisation des équations de Navier-Stokes | 14 |
| II.4.1.1.2- Deuxième étape : étude de l'évolution des perturbations | 15 |
| II .4.1.2- Énoncé du critère de la stabilité | 16 |
| II.4.1.3- Notion de paramètres de contrôle | 18 |
| II.4.1.3.1- 1 Notion de Reynolds : De l'équation de Navier | 18 |
| II .4.1.3.2- Nombre de Taylor | 19 |
| II.4.1.4- Les régimes de transition | 20 |
| II .4.1.4.1 Régime laminaire stable | 20 |
| II.4.1.4.2 Régime laminaire perturbe | 21 |
| II .4.1.4.2.1 –Première instabilité, instabilité de couette Taylor | 21 |
| II .4.1.4.2.1.1- Caractérisation du champ de vitesse moyen pour la première instabilité..... | 22 |
| II.4.1.4.2.2 -Deuxième instabilité | 22 |
| II .4.1.4.3 Régime de pré turbulence ou chaos | 23 |
| II.4.1.4.4- Régime de turbulence complètement développé | 25 |
| II.5- Généralité sur les méthodes numériques | 25 |
| II.5.1.Méthode des différences finies | 25 |
| II.5.2. Méthode des éléments finis..... | 26 |
| II.5.3.Méthode des volumes finis..... | 27 |
| Chapitre III. Formulation mathématique et Écoulement de base | |
| III.1Introduction..... | 28 |
| III.1Formulation mathématique | 28 |
| III.1.1.L'équation de continuité | 29 |
| III.1.2L'équation de quantité de mouvement | 29 |
| a) Equation de quantité de mouvement azimuthale | 29 |

| | |
|---|-----|
| b) Equation de quantité de mouvement radiale | 30 |
| c) Equation de quantité de mouvement axiale | 30 |
| III.3 L'équation adimensionnelle | 31 |
| III.4 Écoulement de base | 32 |
| III.5 Conclusion..... | 49 |
| CHAPITRE IV simulation numérique de l'écoulement de couette Taylor | |
| IV.1 Présentation du code de calcul «fluent »: | 50 |
| IV.2 Architecture du logiciel fluent | 50 |
| IV.3 Le préprocesseur « Gambit » | 51 |
| IV.4 Le solveur fluent | 51 |
| IV.5 Le post –processeur | 52 |
| IV.6 Simulation de l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux | 52. |
| IV.7 Caractéristiques géométriques du dispositif de couette | 53 |
| IV.8 Paramètre du dispositif de couette utilise dans notre étude de simulation | 53 |
| IV.9 Dispositif de couette | 53 |
| IV.10 Propriétés caractéristique de l'écoulement | 55 |
| IV.11 Maillage | 56 |
| IV.11.1 Définition du maillage..... | 56 |
| IV.11.2 Equation du mouvement | 56 |
| IV.11.3 Condition aux limites utilisées | 57 |
| IV.11.4 Ecoulement laminaire | 57 |
| IV.11.5 Nombre de Reynolds | 59 |
| IV.11.6 Nombre de Taylor | 59 |
| IV.11.7 Disposition expérimental de couette utilise dans cette étude et comparaison des résultats | 60 |
| IV.11.8 Simulation du champ d'écoulement | 60 |
| IV.12 Ecoulement laminaire | 61 |

| | |
|--|----|
| IV.12.1 Critère de convergence des calculs | 61 |
| IV.12.2 Champs de vitesse | 61 |
| IV.12.3 Champs de pression dynamique..... | 63 |
| IV.12.4 Ecoulement de couette-Taylor apparition de la première instabilité | 64 |
| IV.12.5 Evolution de la grandeur vitesse azimutale sur coupe plan le long du fluide | 65 |
| IV.12.6 Etat intermédiaire de la formation des vortex de Taylor pour un fluide non newtonien(lois de puissance)..... | 67 |
| Conclusion générale | |

INTRODUCTION GENERALE

Pour la compréhension des phénomènes d'instabilités et de transitions vers la turbulence, la mécanique des fluides s'intéresse plus particulièrement à des systèmes relativement simples, tel que, les cylindres tournants, qui sont l'objectif de notre étude, les sphères tournantes, les cônes tournants, disques tournants, etc.....

L'étude de l'instabilité de l'écoulement entre deux cylindres concentriques en rotation connue sous le nom de « Taylor-Couette » a suscité un grand intérêt depuis les travaux initiaux de G.I. Taylor . Bien que cette instabilité soit aujourd'hui bien connue théoriquement, expérimentalement et numériquement, des effets extérieurs peuvent être ajoutés à cet écoulement qui le rend alors plus complexe: champ magnétique, parois complantes, fluide viscoélastique, flux thermique, effet de la stratification, etc. En outre, des facteurs influencent la stabilité de l'écoulement : facteur de forme, rapport d'aspect, l'angle de l'inclinaison, les vitesses de rotation des cylindres ainsi que la viscosité du fluide utilisé dans l'espace annulaire. L'inertie du fluide en mouvement, notamment la force centrifuge créée par la rotation a tendance à faire croître les instabilités (effet déstabilisant), alors que la viscosité du fluide a tendance à gommer les instabilités (effet stabilisant).

A faible vitesse, l'écoulement entre les deux cylindres est laminaire, les lignes de courant sont des cercles concentriques. La viscosité arrive à contenir les effets déstabilisant de l'inertie. C'est l'écoulement de Couette.

Si l'on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur, les effets de l'inertie deviennent trop forts et la viscosité ne peut plus empêcher la création d'une instabilité. On observe l'apparition de rouleaux dans l'écoulement. L'écoulement est dit Taylor-couette. Si l'on continue à augmenter la vitesse de rotation, une deuxième instabilité apparaît et diminue encore la symétrie de l'écoulement. Les rouleaux décrits plus hauts se mettent à osciller périodiquement. Ce genre d'écoulement est lié à un grand nombre d'applications. Citons par exemple les machines rotatives et centrifuges, les paliers de butée, les viscosimètres, le pompage des métaux liquides à hautes températures de fusion, la production des cristaux, la rotation des disques durs d'ordinateurs : cet empilement de disques en rotation rapide entraîne une mince couche d'air interstitielle, dont les instabilités peuvent induire des vibrations, et donc un risque d'endommagement par contact avec la tête de lecture.

G.I. Taylor a prouvé que quand la vitesse de rotation du cylindre intérieur est augmentée au-dessus d'un certain seuil, l'écoulement de Couette devient instable et un équilibre secondaire caractérisé par des vortex toroïdaux est établi, connus sous le nom d'écoulement de vortex de Taylor.

Le présent travail comporte quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à une recherche bibliographique sur l'écoulement Taylor- Couette. La description de l'écoulement et la formulation mathématique du problème avec les caractéristiques géométriques et physiques a été présenté dans le 2^{ème} chapitre. Le troisième chapitre est consacré à la simulation numérique par le logiciel Fluent avec Gambit ou nous avons présenté les étapes de la démarche numérique. Les résultats et leurs discussions seront présentés dans le quatrième chapitre. On terminerons par une conclusion.

I. 1 .Comportement rhéologie

I.1 .1.Introduction

Dans cette section, nous proposons d'introduire brièvement les notions de base en rhéologie et les principales grandeurs utilisées tout au long de ce manuscrit. Ces éléments sont présentés dans de nombreux ouvrages généraux [1, 2, 3, 4]. La « rhéologie » (du grec rheo, couler et logos, étude), terme inventé par Eugène Bingham et Marcus Reiner en 1929, est une discipline qui traite l'étude de la déformation et de l'écoulement de la matière. La caractérisation rhéologique d'un matériau consiste à établir des relations entre les contraintes imposées et les déformations qui en résultent via des fonctions matérielles, qui sont par exemple la viscosité, le module élastique ou le module visqueux. Dans le texte, les vecteurs seront notés en gras, les tenseurs en italique gras et les scalaires en italique.

La rhéologie est la science qui étudie la déformation des corps sous l'effet des contraintes appliquées en tenant compte du temps (ou vitesse d'application de contraintes). Plus généralement, elle étudie la relation entre la contrainte et la déformation en fonction du temps dans le matériau.

Les procédés de préparation de produits (solutions, pâtes,.....etc) ou de la mise en forme des pièces (en métallurgie, en plasturgie,etc.) nécessitent inmanquablement l'étude de l'écoulement de la matière, il est donc nécessaire de connaître le comportement de la matière pour déterminer les forces mises en jeu. D'une manière générale, la rhéologie suppose que

- Le matériau est continu (pas de vide dans le matériau).
 - Chaque point du corps se déplace de façon continue.
 - Deux points du corps infiniment voisins avant la déformation le sont encore après la déformation.
 - Les propriétés physiques du corps varient d'une façon continue d'un point à un autre.
- On peut classer la rhéologie en trois type :

- La rhéologie expérimentale : elle détermine expérimentalement la relation de comportement entre les contraintes et la vitesse de déformation.

Chapitre 1 Etude Rhéologie

- La rhéologie structurale : elle explique le comportement du matériau à partir de sa structure.

- La rhéologie théorique : elle fournit des modèles mathématiques en nombre limité des comportements indépendamment de la structure microscopique.

Classification des fluides suivant leurs comportements

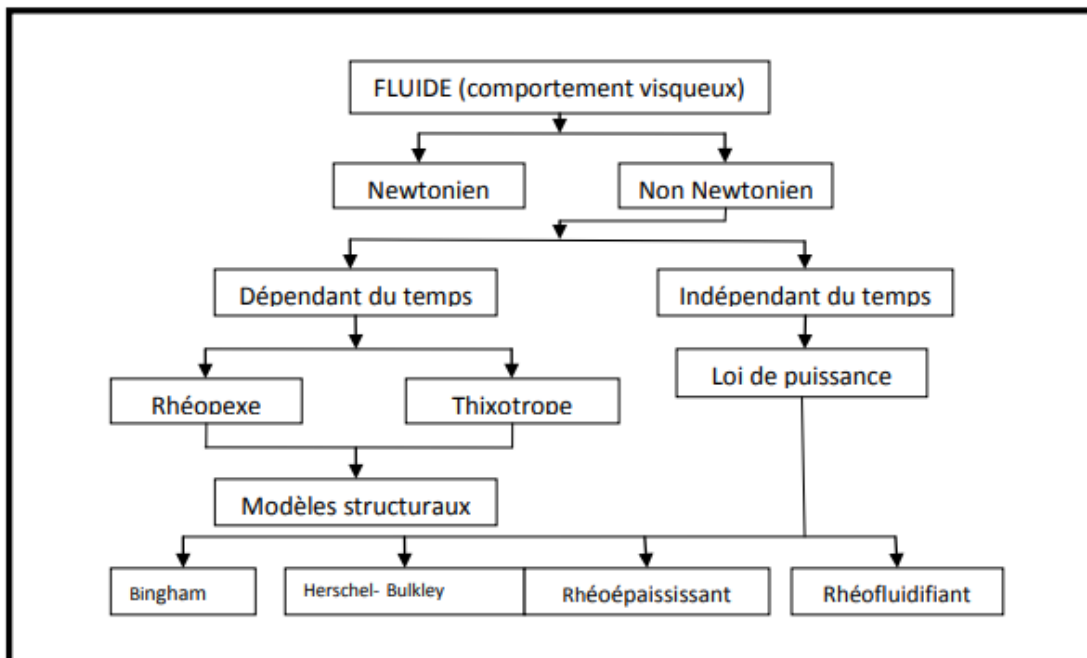


Tableau I.1 : Classification des fluides leurs comportements

I.1.2. Fluide Newtonien

C'est ainsi qu'Isaac Newton exprime de façon intuitive l'idée de viscosité pour un liquide visqueux dans son œuvre philosophie naturalis principia mathematica en 1726.

Les vérifications expérimentales n'arrivent que bien plus tard, avec les travaux de Poiseuille en 1856 et de Couette en 1890. L'équation de proportionnalité $\sigma = n\dot{\gamma}$ est ainsi vérifiée pour de nombreux liquides, que l'on qualifie alors de « Newtonien ».

Un fluide Newtonien est donc un fluide dont la viscosité ne varie pas suivant le gradient de vitesse.

Cela implique que :

- La viscosité de cisaillement n est indépendante du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$.

Chapitre 1 Etude Rhéologie

- Dans un écoulement de cisaillement simple, les seules contraintes créées par l'écoulement sont des contraintes de cisaillement σ .
- La viscosité est indépendante du temps et les contraintes s'annulent immédiatement lorsque l'écoulement est arrêté. Si on reprend le cisaillement ultérieurement, la viscosité doit être la même que précédemment.

Un fluide est dit Newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses est une fonction linéaire du tenseur des taux de déformation. Le facteur de proportionnalité se nomme viscosité, il est constant et indépendant du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$.

La plupart des fluides usuels [eau, lait, jus de fruits naturels (non concentrés), la plupart des miels, huiles, etc.] dans des conditions standards, ce modèle est très satisfaisant [5].

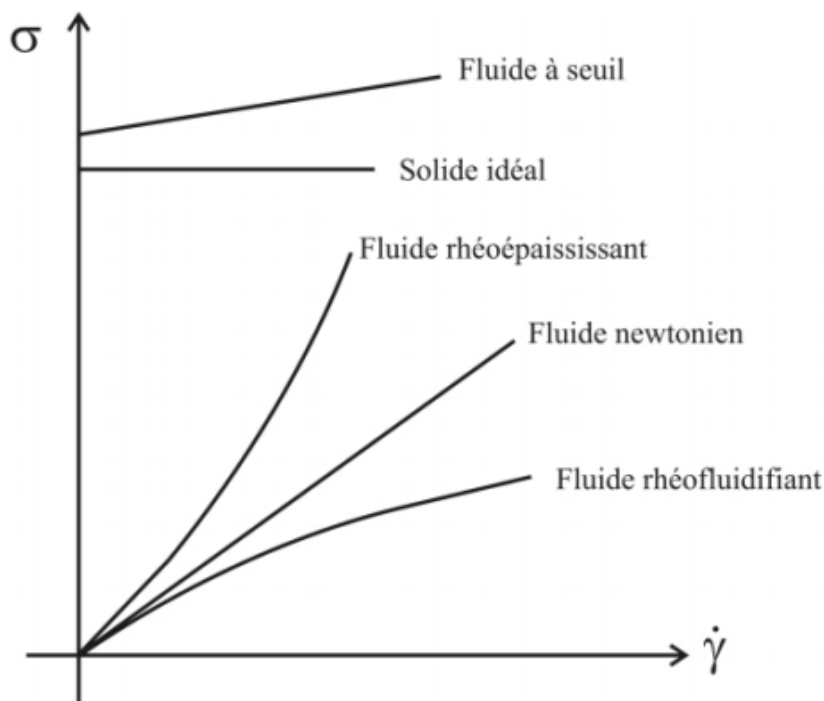


Fig. I.1 : Courbe Comportement des différents fluides [5].

Les fluides rhéofluidifiants ou pseudoplastiques ont une viscosité qui diminue si la contrainte ou si la vitesse de cisaillement augmente. Les suspensions de particules asymétriques ont souvent ce comportement : plus on cisaille vite, plus ces particules s'orientent dans le sens de l'écoulement et leurs interactions de frottement diminuent. (**figure1.1**).

I.1.3.Fluide non Newtonien au comportement indépendant du temps

Un fluide est dit non Newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses n'est pas une fonction linéaire du tenseur des taux de déformation. Autrement dit, lorsque sa vitesse de déformation (par exemple le taux de cisaillement) n'est pas directement proportionnelle à la force qu'on lui applique.

Le meilleur exemple est celui du sable mouillé en bord de mer : quand on frappe le sable, il a la viscosité élevée d'un solide, alors que lorsqu'on appuie doucement dessus, il se comporte comme une pâte. Un autre exemple typique est un mélange épais d'eau et de fécule de maïs, dans lequel une main entre aisément à faible vitesse, mais ne peut rentrer à grande vitesse.

En rhéologie et de manière simple, un fluide non newtonien correspond à un fluide dont la viscosité dépend du taux de cisaillement. Concrètement lorsqu'on soumet un tel matériau à une contrainte de cisaillement σ , la réponse de ce fluide n'est pas proportionnelle, ce qui serait le cas pour un fluide newtonien. Il existe plusieurs types classiques de fluide non newtonien. Ils ne sont d'ailleurs pas exclusifs l'un de l'autre, un fluide peut présenter plusieurs des propriétés présentes ci-dessous [5].

I.1.3.1.Les fluides en loi de puissance

De la même manière que pour les fluides newtoniens, de nombreux travaux théoriques ont été entrepris pour le dip-coating de fluides en loi de puissance, conduisant à divers développements parfois contradictoires, et ne permettant pas toujours de décrire correctement les résultats expérimentaux. L'influence de θ notamment varie selon les études. Gutfinger et Tallmadge [6] ont proposé un prolongement intéressant de la théorie LLD (Landau-Levich-Deryagin) pour les fluides rhéofluidifiants. Remarquant qu'il n'était pas possible de la développer de manière rigoureuse théoriquement, ils se sont appuyés sur des expériences d'enductions de plaques, faites avec des gels de Carbopol, dont la loi de comportement est approximée par une loi de puissance. Pour des fluides de faible élasticité en loi de puissance, en prenant en compte la gravité, pour de faibles nombres capillaires définis comme le rapport des forces visqueuses sur la tension de surface, ils ont proposé une expression semi-empirique.

I.1.3.1.1. Fluide rhéofluidifiant ou pseudo plastique

Pour des fluides tels les polymères en solution ou à l'état fondu, émulsions peu chargées, suspensions, dispersions (ex. : purée de fruits, moutarde), la viscosité diminue lorsque le gradient de vitesse augmente. Cela donne un système de plus en plus fluide, ce qui justifie le nom de « rhéofluidifiant ». La courbe d'écoulement (représentation graphique de $\sigma = f(\dot{\gamma})$) d'un corps pseudoplastique s'incurve vers le bas.

Pour de très faibles et très élevées valeurs de $\dot{\gamma}$, le liquide est Newtonien (ce qui est quasi universel), cela correspond aux *1^{er} et second domaines newtoniens*, respectivement. À chacun de ces domaines est associée une viscosité constante appelée viscosité à cisaillement nul ou viscosité en écoulement continu (η_0), et viscosité infinie (η), respectivement [5].

I.1.3.1.2. Fluide rhéopaisissant ou dilatant

Le comportement rhéopaisissant, inverse à la rhéofluidification, est assez rare. La viscosité augmente lorsque le taux de cisaillement augmente. Ce phénomène est nommé (en) dilatant ou shear *thickening*, (de) *dilatanz*. La courbe d'écoulement correspondante s'incurve vers le haut. On retrouve ce comportement pour des suspensions très concentrées ou certains polymères associatifs (ex. : empois, certains miels et certaines formulations de plastisols, suspensions concentrées de fécule de maïs) [5].

I.1.3.1.3. Fluide Herschel-Bulkley

Le fluide de Herschel – Bulkley est un modèle généralisé d'un fluide non Newtonien, dans lequel la déformation subie par le fluide est liée à la contrainte de manière compliquée et non linéaire. Trois paramètres caractérisent cette relation: la consistance k , l'indice de fluidité n et la contrainte de cisaillement $\dot{\gamma}$.

La consistance est une simple constante de proportionnalité, tandis que l'indice de flux mesure le degré d'amincissement ou d'épaississement par cisaillement du fluide. La peinture ordinaire est un exemple de fluide amincissant par cisaillement, tandis que oobleck permet de réaliser un fluide épaississant par cisaillement. Enfin, la limite d'élasticité quantifie le degré de contrainte que le fluide peut subir avant de céder et de commencer à s'écouler.

Ce modèle fluide non newtonien a été introduit par Winslow Herschel et Ronald Bulkley en 1926[5].

I.1.3.1.4. Fluide de Bingham

Le fluide de Bingham est un modèle théorique de milieu viscoplastique qui correspond à un comportement de solide parfait sous faibles contraintes, et à un comportement de fluide visqueux au-delà d'une contrainte-seuil. Ce modèle porte le nom d'Eugène Bingham qui en a donné l'expression mathématique.

Ce modèle mathématique est d'emploi courant en génie pétrolier pour organiser le pompage des boues ou l'évacuation des rebuts. Un autre bon exemple est le dentifrice, qu'on ne peut extruder que moyennant l'application d'une certaine pression sur le tube, et qui se dépose comme un gel quasi-solide.

Pour présenter ses observations relatives au comportement des peintures, a cherché à tracer le débit en fonction de la contrainte appliquée, comme sur la **figurer 1.1** ci-contre : il s'agit d'une comparaison du comportement d'un fluide de Bingham avec un fluide newtonien. Le diagramme s'interprète de la façon suivante : avec un liquide newtonien, l'augmentation de la pression d'entrée d'une conduite crée un champ de contrainte dans le fluide qui le met en mouvement (cisaillement), et le débit augmente en proportion de cet accroissement. Mais si la conduite est remplie d'un fluide de Bingham (courbe caractéristique), il faut que le cisaillement atteigne une certaine intensité, dite « contrainte d'écoulement », avant que le débit augmente avec la pression. Ces propriétés confèrent aux fluides de Bingham une texture crémeuse avec en surface des rides et des fronces, contrairement à la surface unie que présente tout fluide newtonien [5].

I.1.4. Fluide non Newtonien ou comportement dépendant du temps

I.1.4.1. Fluide thixotropie

La thixotropie étant un comportement dépendant du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ (ou de la contrainte σ) et du temps, on maintient l'un des facteurs constant ($\dot{\gamma}$ ou σ). Après une longue période de repos, σ ou $\dot{\gamma}$ étant brusquement appliqué puis maintenu constant, on observe une diminution de la viscosité apparente avec le temps. La structure est désorganisée par cisaillement. Le produit retrouve intégralement son état initial après un repos assez long (dans le cas contraire, il s'agit de thixotropie partielle). La thixotropie est souvent associée à un comportement rhéofluidifiant. On peut également avoir une contrainte seuil pour ces fluides. On observe ainsi des phénomènes d'hystérésis [5].

I.1.4.2.Fluide anti thixotrope

Inversement, on trouve également les fluides antithixotropes (très rares), c'est-à-dire dont la viscosité apparente augmente avec le temps, dans les mêmes conditions que pour une expérience de thixotropie. La structure est organisée par cisaillement.

L'antithixotropie est souvent associée à un comportement rhéoépaississant.

Il ne faut pas confondre l'antithixotropie et la rhéopexie : ce dernier terme désigne la solidification d'un système thixotrope sous l'effet d'un mouvement doux et régulier [5].

I.1.5.Les fluides à seuil

Les fluides à seuil sont des matériaux dont la principale caractéristique est de pouvoir se déformer indéfiniment lorsqu'ils sont soumis à une contrainte supérieure à une valeur critique ; sinon, ils se déforment de manière finie, comme des solides. Ces matières se comportent selon des lois différentes de celles des liquides et des solides. Afin de décrire leur écoulement, à savoir leur réponse à une sollicitation, nous nous plaçons dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

L'état de contrainte en tout point du fluide est décrit par le tenseur des contraintes σ . Celui-ci se décompose en une partie isotrope, homogène à une pression, et en une partie déviatorique s , cause de l'écoulement du fluide :

$$\sigma = -p\mathbf{I} + s \quad (1.1)$$

$$\tau = 1/2 (\nabla\mathbf{u} + \mathbf{T} \nabla\mathbf{u}) \quad (1.2)$$

La loi de comportement d'un matériau est la relation entre le tenseur des contraintes σ et le tenseur des taux de déformations τ . Le lecteur peut se référer à [5] pour une description plus complète pour les fluides.

comme introduit précédemment, certains fluides ne s'écoulent pas si la contrainte qui leur est appliquée ne dépasse pas une certaine valeur "seuil". Ils se présentent généralement comme des matériaux pâteux, type gels, crèmes, émulsions, mousses ou boues. Concernant leur microstructure, la plupart des fluides complexes est formée en mélangeant à un liquide une quantité importante d'éléments mésoscopiques (par exemple des particules, bulles, gouttes d'un autre liquide) dont les interactions augmentent la résistance à l'écoulement de

l'ensemble. Des phénomènes complexes peuvent alors apparaître comme la migration de phase, la thixotropie (lorsque la viscosité apparente dépend de l'histoire des déformations, voir [8, 9]) ou l'apparition de bandes de cisaillement [10–14]. Le comportement des fluides à seuil combine celui des solides élastiques sous le seuil et des fluides visqueux (newtoniens ou rhéofluidifiants le plus fréquemment) au dessus ; on le qualifie d'élasto-viscoplastique ou viscoplastique si l'élasticité en régime solide est négligeable

I.1.5.1. Les fluides viscoélastiques

Dans le cas du comportement (visco) plastique, l'écoulement n'a lieu qu'au de la d'une certaine valeur de contrainte à appliquer sur le fluide ,dite point de fluage ,seuil d'écoulement ,seuil de plasticité ,contrainte critique ou contrainte seuil Au-delà ,on retrouve en général un comportement de type rhéofluidifiant .Quelques matériaux tels la mayonnaise ou les boues de forage ,ont cependant un comportement linéaire de type newtonien après leur seuil d'écoulement .on parle alors de fluide de Bingham .le modèle de Bingham est

$$\sigma = \sigma_y + k\dot{\gamma}^n \quad [5].$$

I.2.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé de faire une définition des fluides et comprendre les fluides newtonien et non newtonien ou ce dernier est composés de plusieurs paramètres comme les fluides pseudo plastique et fluide rhéoépaississane et les fluides a seuil qui est comporte le fluide a Bingham et Herschel-Bulkley .

II.1- Introduction:

L'étude de l'écoulement de Taylor – Couette occupe une place importante dans l'histoire de la dynamique des fluides; il est devenu le modèle prototype pour l'étude des instabilités hydrodynamique en vue de réaliser la prévision de leur apparition, la description de leurs propriétés ainsi que la transition vers le chaos et la turbulence développée...

Cet écoulement a été étudié, en détail, depuis les travaux fondateurs de G.I. Taylor effectués en 1923 [26] et 1936 [27]. Depuis ces premières tentatives, on enregistre des milliers de publications traitant de ce type d'écoulement [28]

L'écoulement de Taylor-Couette, dans lequel le fluide est contenu entre deux cylindres de rotation concentriques, a été le sujet de beaucoup d'études expérimentales, analytiques et numériques au cours de ces dernières années [29-32] au point où il a été jugé nécessaire d'organiser une rencontre mondiale entièrement consacrée à ce système d'écoulement « International Meeting Taylor Couette Flow ».

II.2-Travaux antérieurs:

Les premiers travaux de Taylor contiennent des mesures dans une grande gamme de rapports d'aspect $n = R_1/R_2$. Dans ses publications de 1936, il utilise onze différentes tailles pour le cylindre intérieur et se focalise sur la mesure du couple exercé par le fluide. Cependant, la technique utilisée ne permet l'accès à cette quantité qu'avec un seul des cylindres en rotation, le couple est mesuré grâce à un système de contrepoids qui maintient le second cylindre au repos.

La publication de Wendt (1933) est complémentaire de celle de Taylor. S'il n'utilise que trois rapports d'aspect, Wendt mesure, en plus des couples, les profils de rotation grâce à une ingénieuse technique de mesure de l'élévation du ménisque de la surface laissée libre du fluide. Il explore également des régimes où les deux cylindres sont en mouvement.

Dans l'étude de Karen L. Henderson D. Rhys Gwynllyw (2009), l'appareillage de Couette est utilisé comme filtre tournant de fluide pour beaucoup de buts [33-35]. Les applications du filtre spécifique pour séparer le plasma du sang [36], un réacteur photo catalytique pour la purification de l'eau [31] et un bioréacteur pour la culture des cellules animales [29].

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

Un examen récent de ses applications a été écrit par Vedantam et Joshi[30].

En raison de sa simplicité, la configuration de l'écoulement offre plusieurs possibilités pour des études fondamentales des aspects théoriques et expérimentaux. Depuis le travail de G.I Taylor [23], une quantité de travail considérable a été consacré à ce type d'écoulement.

En 1976, J.A Cole [29] a exploré l'effet d'une taille finie du dispositif de Couette sur les phénomènes de transition du mouvement de l'écoulement de vortex de Taylor à la vague azimutale. Il a prouvé que l'aspect des cellules se produit aux extrémités des cylindres pour une valeur de nombre de Reynolds R_e (très au-dessous de la valeur critique R_{e1}).

Ce dernier correspond au cas classique de la taille infinie étudiée en 1965 par D. Coles [30]. D'ailleurs J.A Cole a constaté que le nombre de Reynolds Re_2 caractérisant l'établissement du régime azimutal de vagues augmente considérablement quand la taille d'écoulement est réduite.

Dans le cadre d'une étude faite par Favé (1999)et suivi par la suite par Mehel en (2006) une étude expérimentalement sur les mécanismes d'interaction entre les structures de la turbulence et le développement d'une phase dispersée (gaz ou vapeur) dans une expérience de Taylor Couette diphasique, avec rotation du cylindre intérieur. La localisation de la phase vapeur (ou gazeuse) et son influence sur l'écoulement dépend de la géométrie et de la nature même de l'écoulement. Dans ce contexte, l'expérience de Taylor Couette diphasique constitue une approche originale pour comprendre les différents mécanismes des échanges de quantité de mouvement entre phases en écoulement confiné, cisailé et tourbillonnaire.

II.3-Description de l'écoulement:

Ce problème continue d'attirer l'attention des chercheurs jusqu'à nos jours malgré le nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui lui ont été consacrés. On se propose d'examiner, ici, quelques travaux parmi les plus marquants afin de préciser notre contribution dans l'ensemble de recherches consacrées à ce type d'écoulement.

On se propose d'effectuer d'abord une description des propriétés physiques de cet écoulement, à travers ses caractéristiques hydrodynamiques et les équations régissant le comportement du phénomène de transition.

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

L'écoulement de Taylor – Couette dans le cas général, est le mouvement d'un fluide défini entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 tournants respectivement à des vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 en Co – rotation ou contra – rotation ou l'un des cylindre est tournant et l'autre fixe, et de hauteur donnée H (Figure 2.1).

Nous nous sommes limités, dans le cadre de la préparation de notre travail au cylindre intérieur tournant $\Omega_1 > 0$ et cylindre extérieur fixe $\Omega_2 = 0$. Le fluide considéré est de caractéristiques données telle que la masse volumique (ρ) et la viscosité dynamique (μ) sont à propriétés physiques constantes.

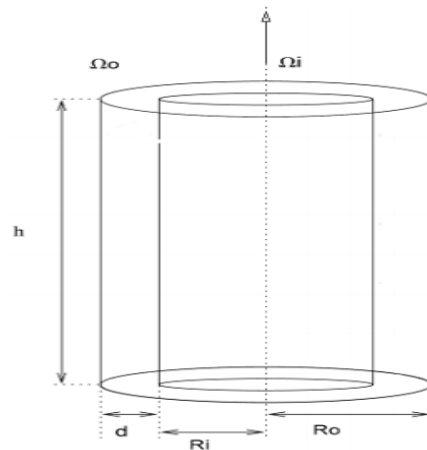


Fig. II.1: Expérience de Couette-Taylor : le fluide est cisailé entre deux cylindres coaxiaux.

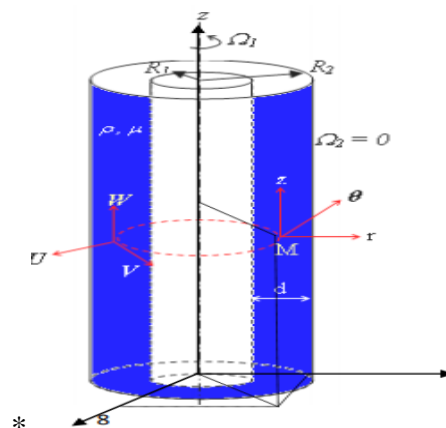


Fig. II.2 : Cylindre intérieur tournant, cylindre extérieur fixe. Système de coordonnées cylindrique et caractéristiques du fluide [32]

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

La description du champ de vitesse V_r de composantes (u, v, w) et de pression P s'effectuent en fonction de l'espace et du temps t , sont représentées dans un système de coordonnées cylindriques au point $M (r, \theta, z)$ (figure 2) de façon que V_r et le champ de pression P vérifient les équations de l'hydrodynamique, tel que :

- Équation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(r) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.1})$$

- Équations du bilan de la quantité de mouvement :

$$\left\{ \begin{array}{l} r: \frac{D}{Dt} u - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[\left(-\frac{1}{r^2}\right) u - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] \\ \theta: \frac{D}{Dt} v + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left[\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right) v - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] \\ z: \frac{D}{Dt} w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \nabla^2 w \end{array} \right. \quad (\text{II.2})$$

Le symbole $e (D/Dt)$ désigne un opérateur différentiel qui traduit la dérivation particulière par rapport au temps t , telle que :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{II.3})$$

La notation (Δ) désigne le Laplacien lié aux coordonnées cylindriques

$$(\Delta) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{II.4})$$

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

L'intérêt de cette présentation du système d'équation (II.2) met en évidence les contributions de

La force centrifuge $\frac{-v^2}{R}$ selon (r) et de la force de cisaillement $\frac{uv}{r}$ selon (θ).

$$\text{à } r = R_1 \quad v = R\Omega_1 \quad \text{et} \quad u = w = 0 \quad \text{si} \quad r = R \quad (\text{II.5})$$

$$\text{et à } r = R_2 \quad v = 0 \quad \text{et} \quad u = w = 0 \quad \text{si} \quad r = R_2$$

II.4- Phénomènes d'instabilités:

Pour avoir une bonne connaissance sur les fondements théoriques du problème, on se propose de donner, ici, une description des phénomènes d'instabilités afin de mettre en évidence les hypothèses de travail utilisées ainsi que les propriétés caractéristiques en régime de transition.

II.4.1- Caractérisation et analyse des phénomènes d'instabilités:

Le but de l'analyse des phénomènes d'instabilités consiste à énoncer les conditions de leur apparition et de déterminer dans quel domaine le mouvement persiste afin d'analyser ces états en fonction des paramètres gouvernant l'écoulement.

II .4.1.1- Théorie de stabilité linéaire:

La non-linéarité des équations de Navier-Stokes ne permet pas d'étudier simplement la stabilité des solutions trouvées. Il est possible néanmoins de définir des critères de stabilité ou d'instabilité. Sans détailler le processus (assez complexe), on peut en distinguer les trois grandes étapes.

II .4.1.1.1-première étape –linéarisation des équations de Navier Stokes.

On considère l'écoulement d'un fluide de viscosité cinématique ν et de masse volumique ρ constante. Afin d'étudier la stabilité, on considère le champ de vitesse et le champ de pression comme la somme d'une solution (connue) et d'une petite perturbation :

$$\bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}},t) = \bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{x}},t) + \bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}},t) \quad \text{avec} \quad \|\bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}},t)\| \ll \|\bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{x}},t)\| \quad (\text{II.6})$$

$$\mathbf{p}(\bar{\mathbf{x}},t) = \mathbf{P}(\bar{\mathbf{x}},t) + \mathbf{P}'(\bar{\mathbf{x}},t) \quad \text{avec} \quad \|\mathbf{P}'(\bar{\mathbf{x}},t)\| \leq \|\mathbf{P}(\bar{\mathbf{x}},t)\| \quad (\text{II.7})$$

On obtient des équations Navier-Stokes linéarisées pour les variables

$\bar{u}(\bar{x}, t)$ et $P'(\bar{x}, t)$

Il est alors possible d'étudier le comportement de ces perturbations dans le temps et/ou l'espace.

II.4.1.1.2- deuxième étape -étude de l'évolution des perturbations ;

On exprime les perturbations comme superposition de modes normaux :

$$\bar{u}'(\bar{x}, t) = \sum u'_0 e^{st + i\bar{k} \cdot \bar{x}} \longrightarrow \text{evolution spatiale (II.8)}$$

↙
Evolution temporelle

Les termes (st) représente l'évolution temporelle et celui de $(k \cdot \bar{x})$ représente l'évolution spatiale

La stabilité temporelle est d'étudiée le plus souvent :

s est un complexe : si $s = \sigma + i\omega$

- si $\sigma > 0$ évolution instable
- si $\sigma = 0$ évolution stable neutre
- si $\sigma < 0$ évolution stable

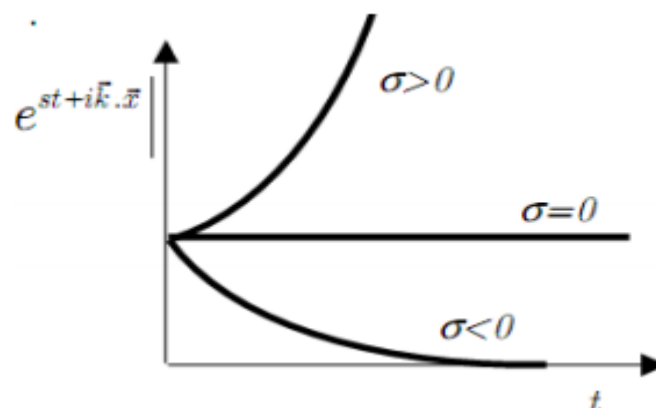


Fig. II.3- Etude de stabilité temporelle

- définition : l'écoulement est stable si tous les modes normaux sont stables

- critère : l'écoulement est instable si un des modes normaux est instable

II .4.1.2-Enonce du critère de la stabilité :

Pour étudier la stabilité de l'écoulement circulaire non visqueux entre cylindres coaxiaux Lord Rayleigh a énoncé une loi qui caractérise son apparition et a constaté que : « L'origine de l'instabilité de l'écoulement rotatif est une instabilité centrifuge.

Dans un écoulement en rotation, la trajectoire des particules fluides résulte de l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression radial centripète, égal et opposé. Pour savoir si un tel écoulement est stable ou non, il faut regarder si un déplacement infinitésimal d'une particule fluide dans la direction radiale va être amplifié (cas d'instabilité) ou au contraire atténué (cas de stabilité) »

Considérons une particule de fluide initialement à la distance r de l'axe des deux cylindres. Celle-ci a une vitesse ortho radiale $V = r \Omega(r)$, et subit donc une force centrifuge $f = \frac{\rho v^2}{r}$

qui est contre carrée (en opposition) par un gradient de pression centripète $\frac{\partial p}{\partial r}$

Si l'on déplace cette particule en la position $r + dr$, elle va devoir ralentir, car elle doit conserver son moment cinétique $\Gamma = V r = \Omega r^2$.

En conséquence, la force centrifuge de la particule fluide diminue, et ne sera donc plus compensée par le gradient de pression environnant en $r + dr$, à ce moment là deux possibilités peuvent se présenter :

Premier cas :

Le cas où $\Gamma = \Gamma(r+dr)$: le moment cinétique correspondant en la position $r + dr$ est supérieur à $\Gamma = \Gamma(r)$ correspondant à celui en la position r , le gradient de pression en $r + dr$ aura tendance à ramener la particule fluide à sa position initiale c'est à dire en r . L'écoulement est dit alors stable.

Deuxième cas :

Le cas où $\Gamma = \Gamma(r+ dr)$ est inférieur à $\Gamma = \Gamma(r)$, la particule subit une force centrifuge supérieure au gradient de pression centripète environnant, et la particule continue son chemin à r croissant. L'écoulement est dit instable.

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

On peut formaliser ce raisonnement par le critère de stabilité de Rayleigh [37] qui peut s'écrire comme suit :

L'écoulement est stable si :

$$d\Gamma / dr > 0 \quad (\text{II.9})$$

Pour un fluide parfait (viscosité nulle) le critère de Rayleigh s'écrit comme suit :

$$d / dr (\Omega r^2) \geq 0 \quad (\text{II.10})$$

Pour vérifier le critère de Rayleigh pour tout r compris entre R_1 et R_2 , il faut satisfaire l'inéquation découlant de:

$$\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2 \geq 0 \quad (\text{II.11})$$

Dans notre étude nous avons la géométrie du cylindre intérieur tournant et cylindre extérieur fixe, on a $\Omega_1 \neq 0$ et $\Omega_2 = 0$. Il apparaît, selon le critère (II.8) que l'écoulement devrait toujours être instable même pour de faibles vitesses de rotation Ω_1 .

Dans le cas des fluides visqueux la loi (II.7) n'est plus valable et ceci est dû à l'opposition de la force centrifuge déstabilisante à la force de frottements stabilisante provoqué par les frottements visqueux.

Au – delà du régime laminaire, la relation (II.8) ne permet pas de décrire la suite des régimes d'écoulement. On introduit alors la notion de paramètres de contrôle qui sont des nombres, sans dimension, qui comparent l'effet relatif de ces deux forces (forces stabilisantes et forces déstabilisantes) :

Ce sont le nombre de Reynolds et le nombre de Taylor qui sont basés sur la vitesse caractéristique $V_T = \Omega_1 R_1$, la distance inter – cylindres ou espace annulaire (entrefer) $d = R_2 - R_1$ et la hauteur du remplissage H .

L'objectif consiste à trouver la relation de dépendance entre le paramètre de contrôle et les caractéristiques dynamiques de l'écoulement.

I.4.1.3- Notion de paramètres de contrôle:

I.4.1.3.1 Notion de Reynolds : De l'équation de Navier –Stokes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} = -\Delta p \\ \mathit{div} \mathbf{u} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

Il découle une caractéristique physique des écoulements : le nombre de Reynolds. Le terme $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$

est appelé terme convectif, c'est un terme non linéaire générateur d'instabilités et c'est lui qui est tenu pour responsable de l'aspect turbulent lorsqu'il advient.

Le terme $\nu \Delta \mathbf{u}$ est le terme visqueux ; il a l'effet contraire de lisser l'écoulement et de lui donner un caractère laminaire.

Et c'est l'ordre de grandeur du rapport entre ces deux termes qui va conditionner l'aspect de l'écoulement. On définit ainsi le nombre (sans dimension) de Reynolds de l'écoulement :

$$Re = \frac{V_1 d}{\nu} \quad (\text{II.13})$$

V_1 : désigne la vitesse du cylindre intérieur tournant ;

d : Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire : $d = R_2 - R_1$,

ν : Viscosité cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Ce nombre compare la prépondérance des effets des deux forces, l'une stabilisante qui est la force visqueuse et l'autre, déstabilisante est imposée par la force centrifuge.

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

II.4.1.3.2-Nombre de Taylor :

Il est souvent utilisé comme un nombre caractéristique de la géométrie cylindrique liée aux systèmes tournants. Il apparaît comme une combinaison du nombre de Reynolds (Re) et du facteur géométrique

$$\delta = \frac{d}{R_1} \quad (\text{II.14})$$

Ainsi, le nombre de Taylor T_a de l'écoulement apparaît comme le rapport entre deux temps caractéristiques :

$$T_a = \tau_s / \tau_{des} \quad (\text{II.15})$$

- τ_s : indique le temps de la diffusion visqueuse due au transfert de vorticité sur la distance d (temps de stabilisation).

- τ_{des} : est le temps caractéristique d'advection du fluide sous l'action de la force centrifuge sur une distance (d) dans la direction radiale (temps de déstabilisation).

Ainsi, cette dernière peut être évaluée à partir de la loi fondamentale de la dynamique exprimant la force centrifuge exercée sur une particule dans la direction radiale telle que :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m \frac{v_1^2}{r} \quad (\text{II.16})$$

En faisant apparaître les caractéristiques temporelles et spatiales de la vitesse V_1

$$\frac{d}{\tau_{des}^2} = \frac{v_1^2}{R_1} \quad (\text{II.17})$$

Dés lors le paramètre de contrôle pour les géométries courbes donné par (I.9) peut être évalué en fonction des caractéristiques de l'écoulement :

$$T_a = \frac{v_1 d}{\gamma} \sqrt{\frac{d}{R_1}} = Re \sqrt{\frac{d}{R_1}} \quad (\text{II.18})$$

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

Qui permet d'indiquer selon les valeurs du jeu radial $v = \frac{d}{R_1}$ les principaux domaines de l'écoulement. En fait, ce résultat est surtout valable dans le cas du petit espace annulaire ($\frac{d}{R_1} \ll 1$).

II.4.1.4-Les régimes de transition :

En augmentant la vitesse de rotation Ω_1 du cylindre intérieur progressivement et d'une manière lente ou quasi statique, au-delà d'une certaine valeur du paramètre de contrôle appelée valeur critique $T_a > T_{c1}$, l'écoulement de Taylor – Couette présente une série de transitions.

1. Régime laminaire stable
2. Régime laminaire perturbé ou instable
3. Régime de pré turbulence ou chaos
4. Régime de turbulence complètement développé

II .4.1.4.1 Régime laminaire stable:

Lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur tournant Ω_1 est faible, le régime d'écoulement est dit laminaire ou stationnaire.

Celui – ci est indépendant du temps t et représente un écoulement stationnaire purement tangentiel qui est décrit à l'aide de la seule coordonnée radiale r :

$$\bar{V} = Ar + \frac{B}{r} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Avec} \quad A = \frac{\Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad \text{et} \quad B = \frac{\Omega_1 R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}$$

II.4.1.4.2 Régime laminaire perturbé :

Il comporte plusieurs régimes d'instabilités qu'on peut recenser comme suit :

II.4.1.4.2.1 – première instabilité, instabilité de Couette Taylor :

En étudiant l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres circulaires coaxiaux en rotation (écoulement de Couette) avec le cylindre extérieur fixe, le cylindre intérieur a une vitesse Ω , et à une certaine valeur de Ω , R_1 et R_2 , il est observé des trajectoires d'ondes circulaires, l'apparition de ces formes circulaires est caractérisée par le paramètre du nombre de Taylor. Cette onde correspond à l'onde axiale ou cellules de Taylor.

G. I. Taylor [26] a montré en 1923 théoriquement et il a confirmé expérimentalement que le régime laminaire de base devient instable pour une valeur critique de la vitesse de rotation du cylindre intérieur correspondant à une valeur critique de nombre de Taylor ($T_{ac} = 41.2$, et expérimentalement $T_{ac} = 41.32$).

Par la suite, ce même résultat a été vérifié théoriquement par R.C. Diprima [29] $T_{c1} = 41.61$ et ensuite par S. Chandrasekhar [30] $T_{c1} = 41.41$ à l'aide de deux méthodes de calculs différentes. À partir de la valeur $T_a = T_{c1}$, le liquide s'organise en un empilement de tourbillons toriques contra-rotatifs qui occupent la largeur de l'espace annulaire d et se propagent suivant l'axe z (Figure 3). Ce type de configuration cellulaire est appelé vortex de Taylor ou perturbation axisymétrique qui reste stable dans la gamme du nombre de Taylor : $41,2 \leq T_a \leq 48$.

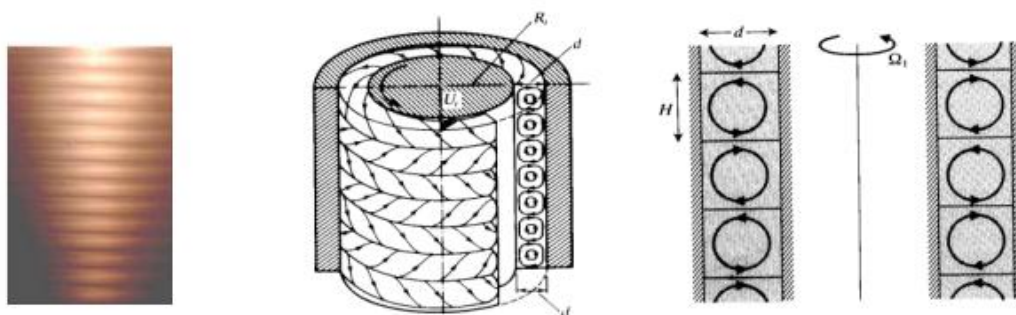


Fig. II .4 - Visualisation de l'onde axiale et schématisation des cellules de Taylor [43]

II. 4.1.4.2.1.1-Caractérisation du champ de vitesse moyen pour la première instabilité :

Afin de visualiser les cellules de Taylor, des mesures suivant des coupes transversales (dans le plan (r, z)) de la vitesse axiale et azimuthale ont été réalisées. L'alternance de vitesses positives et négatives de la composante axiale est caractéristique des cellules contra rotatives et permet de déterminer la longueur d'onde axiale λ .

La Figure I.6 représente la vitesse axiale, sur laquelle on peut localiser les zones de outflow et de inflow par rapport aux parois du cylindre intérieur et visualiser le sens de rotation de la cellule. On voit nettement la périodicité axiale de l'écoulement, caractérisée par une longueur d'onde $\lambda=2d$.

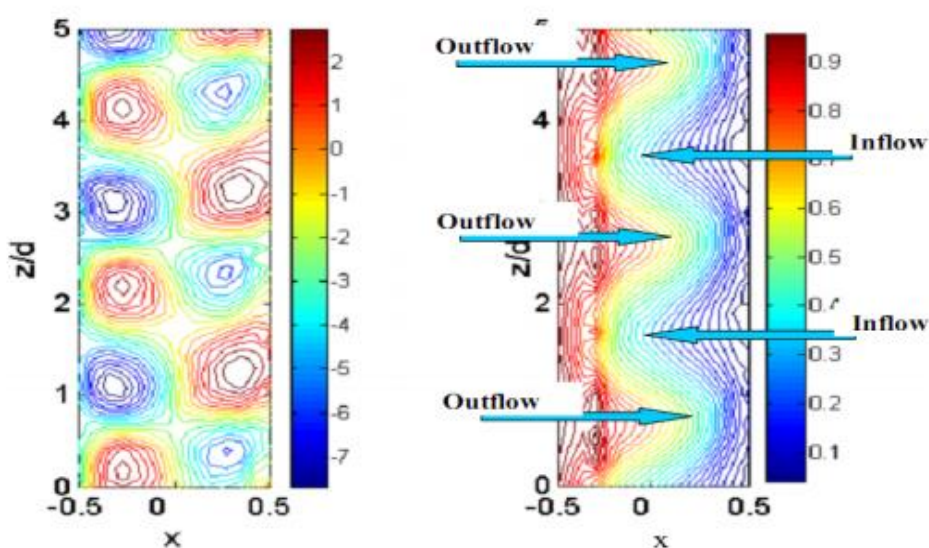


Fig. 5- a) composante moyenne de vitesse axiale - b) composante moyenne de vitesse azimuthale $V_{\theta} / \Omega_i R_i$, [38]

II.4.1.4.2.2 –Deuxième instabilité:

En augmentant encore la vitesse de rotation, il apparaît pour un nombre de Reynolds critique Rec_2 , un mouvement comportant des tourbillons ondulés en direction azimuthale. Il s'agit de l'onde azimuthale qui se propage dans la direction angulaire (θ) avec une fréquence d'oscillation ω qui donne lieu à un système d'ondes instationnaire se superposant aux cellules de Taylor. L'ensemble de l'écoulement est décrit selon un mouvement secondaire doublement périodique en z et θ . Ce système d'ondes est caractérisé par un nombre d'onde axiale n et un nombre d'onde azimuthal m [39] [40] [41]. Ainsi D. Coles [42] a montré que ce régime

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

présente plusieurs états stables pour une même valeur de nombre de Taylor et chaque état est identifié par le couple (n, m) caractérisant ce qu'on appelle « non – unicité de l'écoulement ».

En outre il montre que lorsqu' on augmente ou l'on diminue Re , le mouvement peut changer de manière discontinue et irréversible. En particulier, D. Coles [42] retrouve le phénomène d'hystérésis de l'écoulement de Taylor Couette. Ce dernier mentionne également que l'onde axiale ou cellules de Taylor persiste en turbulence complètement développée.

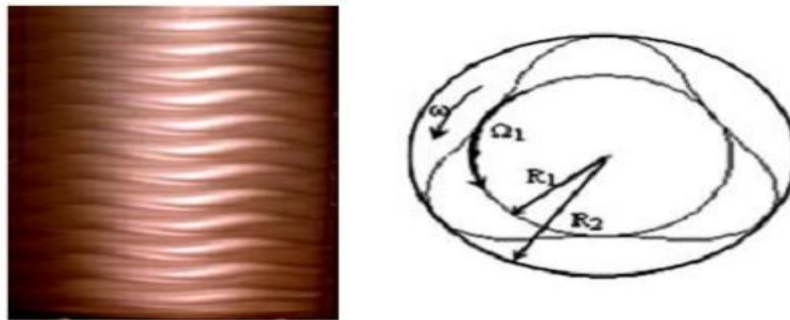
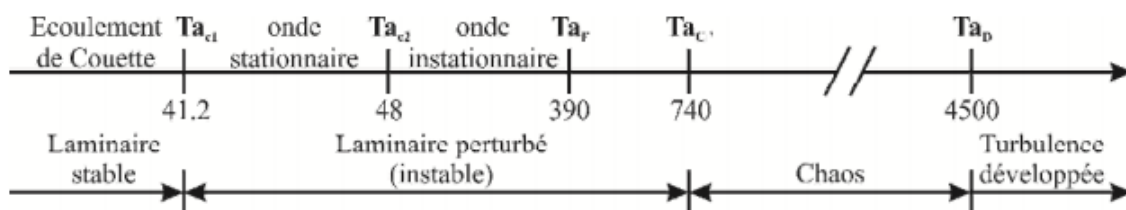


Fig. II .6 : Visualisation des ondes azimuthales (θ) et structure ondulatoire [43]

II.4.1.4.3 Régime de turbulence ou chaos :

Au-delà de $T_{cz} = 48$, l'écoulement se complique et il apparaît très vite que la prévision des états d'instabilités ultérieures à l'onde azimuthale devient quasi inextricable et le mouvement devient de plus en plus complexes le régime de fluctuation s'installe à $T_a \approx 400$. Le régime chaotique ou pré turbulent s'établit avec la disparition l'onde azimuthale vers $T_a \approx 740$. Au-delà de cette valeur, on observe l'établissement de la turbulence complètement développée à $T_a = 4500$ qui est elle-même marquée par la persistance de l'onde axiale qui se maintient toujours malgré la vitesse de rotation très élevée imposée sur le cylindre intérieur [38].

Les différents régimes de transition sont résumés dans le diagramme suivant à l'aide du nombre de Taylor Ta lui-même dérivant du nombre de Taylor Ta au sens de J. J Stuart [44].



Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

$0 \leq T_a \leq T_{c1}$: Ecoulement circulaire de couette.

$T_a = T_{c1}$: Apparition de l'onde axiale stationnaire (cellules de Taylor).

$T_a = T_{cz}$: Apparition de l'onde azimutale instationnaire (wavy mode).

$T_a = T_f$: Apparition des fluctuations Chaotiques (fréquence à spectre large).

$T_a = T_{c'}$: Disparition de l'onde azimutale.

$T_a = T_d$: Disparition des fréquences à spectre large.

$T_a \geq T_d$: Régime de turbulence développée.

Dans le cas général où les vitesses Ω_1 et Ω_2 varient de façon quelconque la prévision des instabilités en milieu visqueux a été synthétisée expérimentalement par D. Coles [20] sous la forme d'un diagramme dans le plan des nombres de Reynolds associés :

$$R_{e1} = \frac{\Omega_1 d^2}{\nu} \quad \text{et} \quad R_{e2} = \frac{\Omega_2 d^2}{\nu} \quad (\text{II.21})$$

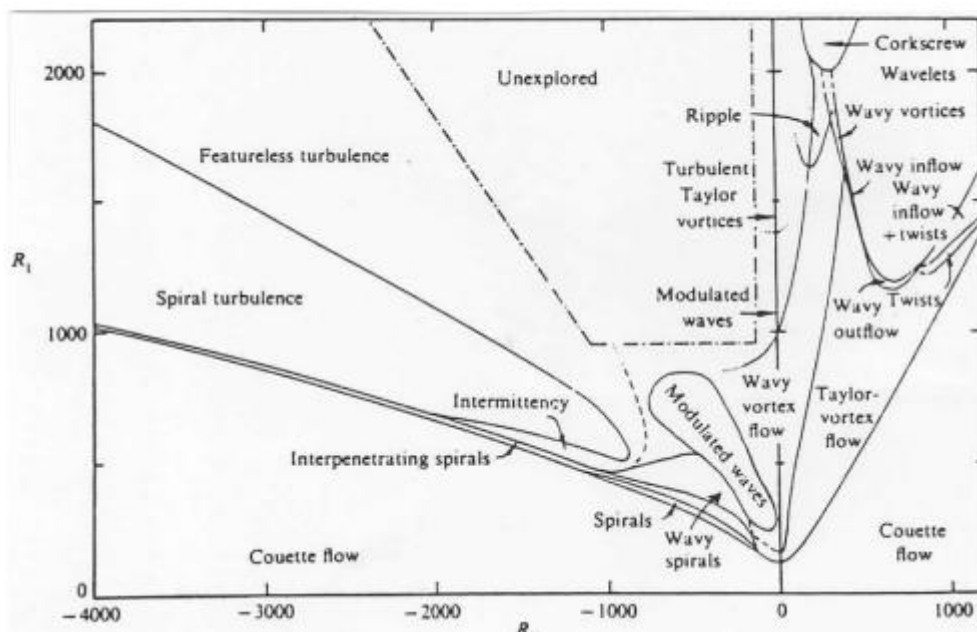


Fig. II .7: Diagramme des états observés dans un montage de Taylor-Couette en Co ou contra-rotation[5].

II.4.1.4.4-Régime de turbulence complément :

On s'intéresse ici à l'état de l'écoulement après la transition : la turbulence développée. On peut considérer qu'il s'agit d'un état qui a perdu complètement les perturbations qui l'ont engendré. Dans la pratique industrielle et dans les systèmes naturels, un très grand nombre d'écoulements sont en fait turbulents (circulation atmosphérique, aérodynamique externe et interne, hydrodynamique, cinétique chimique, physique des plasmas, génie nucléaire, etc...).

Les grandeurs physiques d'un écoulement turbulent (vitesse, pression...) ne sont pas directement accessibles. Ainsi l'état turbulent n'est connu qu'à travers des grandeurs moyennes et fluctuantes dont on peut toujours extraire quelques propriétés essentielles. Le caractère fortement aléatoire du phénomène de turbulence nécessite de mettre en œuvre des outils statistiques utiles tant du point de vue théorique qu'expérimental.

II.5.Généralité sur les méthodes numériques :

Après avoir sélectionné les équations différentielles à résoudre (modélisation mathématique), il est nécessaire de transformer ces équations différentielles en équations algébriques où les variations continues des variables de l'écoulement sont représentées par des valeurs à des points discrets dans l'espace. Les locations discrètes dans l'espace sont représentées par des points nodaux (ou nœuds) choisis dans une grille (maille) numérique qui subdivise le domaine de l'écoulement. Le choix d'une structure de grille détermine la flexibilité géométrique de la procédure numérique à utiliser et doit être fait selon la méthode de discrétisation choisie.

La discrétisation se fait selon l'une des quatre méthodes :

Méthode des différences finies

Méthode des volumes finis

Méthode des éléments finis

Méthodes spectrales

II.5.1.Méthode des différences finies

Un schéma numérique peut être défini comme la formulation algébrique d'un problème discret conçu à l'aide de la méthode des différences finies. La démarche comprend les étapes suivantes :

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

Choisir les opérateurs discrets qui sont des approximations des opérateurs différentiels de la formulation exacte.

Générer un maillage du domaine de définition en étant attentif aux nœuds frontières et à la manière de traduire les conditions aux limites.

En se fondant sur les expressions issues des opérateurs discrets, établir les relations liant les valeurs des fonctions aux nœuds du maillage (les inconnues).

S'assurer que l'ensemble des inconnues et des relations qui les relie constitue un problème numérique qui ne soit pas sur- ou sous-déterminé. Cette vérification est une condition minimale pour espérer trouver une solution, mais elle ne donne aucune garantie sur la convergence globale.

II.5.2. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (MÉF) consiste donc à :

Découper le modèle spatial en éléments finis : c'est le maillage ;

Écrire une version simplifiée de l'ÉDP sur chaque élément fini ; notons que les conditions limites d'un élément ne sont pas connues, on ne connaît que les conditions globales ;

Rassembler les expressions des ÉDP locales pour appliquer les conditions aux limites du problème.

On retrouve la démarche générale analyse-synthèse.

D'un point de vue pratique, la mise en œuvre de la méthode comporte les étapes suivantes :

Analyse du problème : définition de l'objectif du calcul, recherche des zones pouvant poser problème, éventuellement calcul manuel avec un modèle très simplifié pour avoir un ordre de grandeur du résultat.

Définition du modèle de calcul : la géométrie du système est dessinée avec un logiciel de dessin assisté par ordinateur (DAO). Si le modèle numérique (= sur ordinateur)

Chapitre 02 L'écoulement de Taylor – Couette

existe déjà (par exemple pièce dessinée par un bureau d'étude), il faut simplifier la géométrie afin d'avoir un calcul :

plus rapide (modèle « léger ») ;

ne présentant pas de singularités : les singularités sont des points particuliers se comportant mal vis-à-vis de l'algorithme de calcul ; en ces point-là, les résultats sont en général éloignés de la réalité.

II.5.3.Méthode des volumes finis

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés "volumes de contrôle". La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit "nœud principal",) La méthode des volumes finis, comporte essentiellement :

La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle ;

La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;

Le choix d'un schéma représentant la variation de la quantité physique et l'assemblage des diverses équations ;

Le modèle doit être stable est convergent.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôles quadrilatéraux et un maillage structuré. Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLER développée par Spalding et Patankar. Sa grande simplicité de mise en oeuvre a fait qu'elle a connu un essor depuis les années 1970-1980. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs (Phoenics, Fluent, CFD,...). La méthode des volumes finis se distingue par sa fiabilité, son adaptation au problème physique, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

III.1 Introduction :

Ce chapitre est consacré à la présentation des équations gouvernant le problème et la méthode numérique pour sa résolution. Dans la première partie, on donne les équations gouvernant le problème et on fait ressortir les différents adimensionnels qui interviennent dans le problème. Dans la deuxième partie, on décrit l'écoulement de base. Il s'agit de l'écoulement unidirectionnel stationnaire d'un fluide Bingham pour un écoulement de Taylor couette. On analyse l'influence des paramètres rhéologique sur la structure d'écoulement de base.

Le problème physique posé par la configuration précédentes est décrit par les équations aux dérivées partielles de continuité et des quantités de mouvement, dites l'équation de Navier-Stokes, ainsi que par leurs condition initiales et aux limites. Ces équations seront écrite dans les coordonnées cylindriques, ce qui permettra une meilleure analyse des résultats et un facilité de calcul étant donné la nature géométrique du domaine de travail .Un schéma descriptif du système à étudier est donné dans la figure III .1.

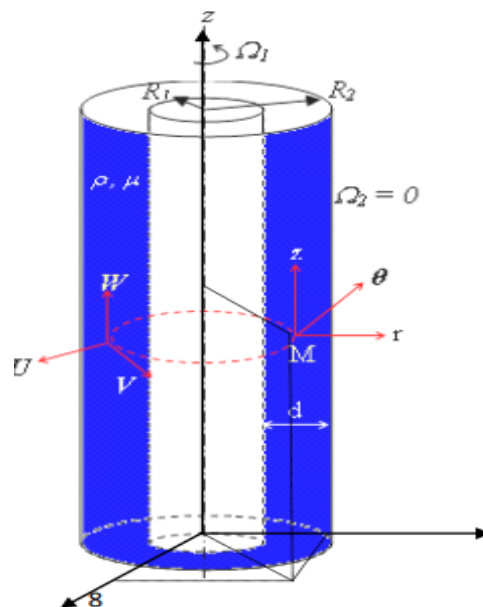


Fig. III .1: l'écoulement de Taylor couette.

III.1 Formulation mathématique :

L'écoulement d'un fluide incompressible entre deux cylindres coaxiaux infiniment long est considéré. Le cylindre intérieur de rayon R_1 tourne à la vitesse angulaire Ω_1 . Le cylindre extérieur de rayon R_2 tourne à la vitesse angulaire Ω_2 . L'écoulement dans l'espace annulaire est régi par les équations de continuité et de mouvement. Sous la forme dimensionnelle, celles-ci données par

$$\nabla \cdot U = 0 \quad \text{III.1}$$

$$\rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + (U \cdot \nabla) V \right] = -\nabla P + \nabla \tau \quad \text{III.2}$$

Nous présentons la formulation mathématique d'un L'écoulement de Taylor-couette.

La description du champ de vitesse \vec{V} de composantes (u_r, u_θ, u_z) et celui de pression P s'effectuent en fonction de l'espace et de temps t. Ils sont représentée dans un système de coordonnées cylindriques au point M (r, θ, z) (voir fig) de façon que \vec{V} et le champ de pression P vérifient les équations hydrodynamique [1]

III.1.1.L'équation de continuité :

Pour un écoulement incompressible, l'équation de continuité en coordonné cylindriques se présent sous la forme suivant :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad \text{III.3}$$

III.1.2L'équation de quantité de mouvement :

En coordonné cylindriques à symétrie axiale, l'équation projetées suivant les directions radiale, azimutale axiale s'écrivent alors :

a) Equation de quantité de mouvement azimutale :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + Re \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - 2V \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \gamma_{rr}(u)) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\gamma_{r\theta}(u)) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_{rz}(u)) - \frac{1}{r} \gamma_{\theta\theta} + B \left(\frac{1}{r} * \frac{\partial}{\partial r} (r M_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (M_{rz}) - \frac{1}{r} M_{r\theta} \right) \quad \text{III.4}$$

b) Equation de quantité de mouvement radiale :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + Re_1 \left(u \frac{dv}{dr} + u \frac{v}{r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \gamma_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\gamma_{\theta\theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_{\theta z}) + B \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r M_{\theta\theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (M_{\theta z}) \right) \quad \text{III.5}$$

c) Equation de quantité de mouvement axiale :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + Re_1 \left(\frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\gamma_{zr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\gamma_{z\theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_{zz}) + B \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r M_{zr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{z\theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (M_{zz}) \right) \quad \text{III.6}$$

Ou :

u_r la vitesse azimuthal, u_θ la vitesse radiale, u_z la vitesse axial .

La condition de non glissement à la paroi impose les Conditions suivantes :

$$V(R_1) = \Omega_1 R_1 \quad \text{III.7}$$

$$V(R_2) = \Omega_2 R_2 \quad \text{III.8}$$

-Fluide de Bingham :

Nous considérons ici le cas de fluide purement visqueux sans élasticité :

$$\tau = \mu \gamma \quad \text{III.9}$$

ou γ est le tenseur des taux de déformation défini par :

$$\gamma = [\nabla \cdot U + (\nabla \cdot U)^T] \quad \text{III.10}$$

La viscosité est une fonction du deuxième invariante de γ :

$$\mu = \mu(\gamma) \quad \text{III.11}$$

Le model de Bingham décrit le comportement de fluide qui ne s'écoulent que lorsque la contrainte est supérieure à un seuil. Ce comportement peut être mis en évidence dans certaines bous argileuses, pâtes, suspension concentrée etc..... En utilisant, le critère Von-mises, le modèle de Bingham s'écrit :

Chapitre 03 Écoulement de base

$$\tau = \left(\mu_p + \frac{\tau_y}{\gamma} \right) \gamma \quad \leftrightarrow \quad \tau \leq \tau_y \quad \text{III.12}$$

$$\gamma = 0 \quad \leftrightarrow \quad \tau \leq \tau_y \quad \text{III.13}$$

Où μ_p est la viscosité plastique, τ_y est le seuil de contrainte, γ et τ sont les deuxième invariants de tenseur des taux de déformation, γ et du déviateur de tenseur des contraint.

Un fluide de bingham se comporte d'un point de vue cinématique comme un solide indéformable si les contraintes qui lui sont appliquées sont inférieures à la contrainte seuil ($\tau \leq \tau_y$). Dès que cette contrainte est atteinte ($\tau > \tau_y$). Le fluide alors un comportement rhéofluidifiant.

III.3L'équation adimensionnelle :

Pour permettre d'avoir des informations généralisées à une variété des problèmes ayant les mêmes ordres de grandeur des coefficients de similitude d'un côté, et d'un autre côté réduire le nombre de paramètres d'un problème, on emploie la variable adimensionnelle. Permet d'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment des systèmes de mesures. En effet, pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les grandeurs de référence.

On définit les grandeurs caractéristiques introduites dans nos équations du modèle mathématique comme suit [10] :

$$V = \frac{1}{\Omega_1 R_1} \hat{V}, \quad r = \frac{1}{d} \hat{r}, \quad Z = \frac{1}{d} \hat{Z}, \quad t = \frac{1}{\hat{T}} \hat{t}, \quad P = \frac{1}{P_0} \hat{P}, \quad \tau = \frac{1}{P_0} \hat{\tau},$$

$$\text{avec } \hat{d} = R_2 - R_1, \quad \hat{T} = \frac{\rho d^2}{\mu_p} \quad \text{et} \quad P_0 = \frac{\mu_p R_1 \Omega_2}{d}$$

Les équations de continuité et de Navier-Stokes adimensionnelles deviennent alors :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad \text{III.14}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + Re_1 (U \cdot \nabla) U = -\nabla P + \nabla \tau \quad \text{III.15}$$

Le nombre de Reynolds apparaissant dans l'équation précédente est défini par :

$$Re_1 = \frac{\rho R_1 \Omega_1 d}{\mu_p} \quad \text{III.16}$$

Chapitre 03 Écoulement de base

Il s'agit du nombre de Reynolds interne, associé à la rotation du cylindre intérieur.

De même façon on définit le nombre de Reynolds externe par :

$$Re_2 = \frac{\rho R_2 \Omega_2 d}{\mu_p} \quad \text{III.17}$$

Aux équations précédentes, il faut rajouter les équations constitutives.

Dans cette étude, le fluide bingham est considéré, c.-à-d. des fluides la viscosité effective décroît lorsque le taux de cisaillement augmente.

Après dimensionnement les lois de comportement s'écrivent :

-Fluide de Bingham :

A l'aide des grandeurs adimensionnelles, l'équation constitutive prend la forme suivant :

$$\tau = \left(1 + \frac{B}{\gamma}\right) \gamma \quad \text{Si } \tau > B \quad \text{III.18}$$

$$\gamma = 0 \quad \text{Si } \tau \leq B \quad \text{III.19}$$

Le nombre de Bingham est défini par $B = \frac{\tau_y d}{\mu_p R_1 \Omega_1}$

III.4 Écoulement de base :

L'écoulement de base est supposé avec un champ de vitesse purement azimutale

$V = (0, V^\theta(r), 0)$. L'équation de mouvement, écrite en coordonnées cylindrique, donne :

$$0 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_\theta) \quad \text{III.20}$$

$$\tau_{r\theta}(R_1) = \tau \quad \text{III.21}$$

Avec les conditions aux limites sur le cylindre intérieur et extérieur :

$$V(R_1) = \Omega_1 R_1$$

$$V(R_2) = \Omega_2 R_2$$

-Fluide de Bingham :

Chapitre 03 Écoulement de base

Le fluide de bingham, se caractérise d'une part une modification de la zone ou l'écoulement est cisailé et d'autre part par le caractère rhéofluidifiant.

A l'aide des grandeurs adimensionnelles, l'équation constitutive prend la forme suivante :

$$\tau_{r\theta} = \left(\mu_p + \frac{B}{\gamma}\right) \gamma_{r\theta} \leftrightarrow \tau > B \quad \text{III.22}$$

$$\gamma = 0 \leftrightarrow \tau \leq B \quad \text{III.23}$$

L'écoulement de base dépend la contrainte appliqué au cylindre intérieur et du nombre de Bingham. Il est caractérisé par de deux régions : la première est la zone ou l'écoulement est cisailé une zone, adjacente au cylindre extérieur ou le cisaillement est nul.

1. Région 1 : toute l'espèce annulaire est cisailée $\frac{|\tau_i|}{B} > \left(\frac{1}{\eta}\right)^2$

$$\text{ou } B = \frac{|\tau_i|}{R^2} R_1^2 \quad \text{III.24}$$

$$\text{A partie de l'équation précédent on trouve : } r \frac{d}{dr} \left(\frac{V^b}{r}\right) = \frac{|\tau_i|}{r^2} R_1^2 + B \quad \text{III.25}$$

$$\text{Après intégration on obtient : } V^b = \frac{|\tau_i|}{r} R_1^2 + B r \ln(r) + cr \quad \text{III.26}$$

Les constantes τ_i et c sont déterminées par les conditions aux limites :

$$V(R_1) = \Omega_1 R_1 \quad \text{et} \quad V(R_2) = \frac{\Omega_2 R_2}{\Omega_1 R_1} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \quad \text{avec} \quad R_y = \sqrt{\frac{|\tau_i|}{B}} R_1^2$$

On obtient alors :

$$V^b = \frac{\Omega}{R_1} + \frac{1}{2} \tau_i R_1^2 \left(\frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{r^2}\right) + B r \ln\left(\frac{R_2}{r}\right) \text{sgn}(\tau_i) \quad \text{III.27}$$

Ou $R_1 < r < R_2$

Après calcul on trouve :

$$\tau_i = \frac{2}{\eta-1} (\text{Sgn}(\Omega - 1) B \ln(\eta) + (1 - \Omega) \left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)) \quad \text{III.28}$$

2. Région 2 : c'est la zone ou l'écoulement est cisailé, dans ce cas, on a :

$$1 < \frac{|\tau_i|}{B} \leq \left(\frac{1}{\eta}\right)^2 \quad \text{III.29}$$

Après calcul on trouve :

Chapitre 03 Écoulement de base

$$V^b = \frac{\Omega}{R_1} + \frac{1}{2} \tau_i R_1^2 \left(\frac{1}{R_y^2} - \frac{1}{r^2} \right) + B r \ln\left(\frac{R_2}{r}\right) \text{sgn}(\tau_i) \quad \text{Pour } R_1 < r < R_y \quad \text{III.30}$$

$$V^b = \frac{\Omega}{R_1} r \quad \text{Pour } R_y \leq r \leq R_2 \quad \text{III.31}$$

Pour déterminer la valeur de τ_i dans la deuxième région, on utilise les conditions aux limites :

$$V(R_1) = \Omega_1 R_1$$

On trouve :

$$1 - \Omega = \frac{B R_1}{2} \left(\frac{|\tau_i|}{B} (\eta^2 - 1) + \ln\left(\frac{1}{\eta^2}\right) \right) \text{sgn}(\tau_i) \quad \text{III.32}$$

$$\tau_i = \frac{2}{\eta - 1} (Sgn(\Omega - 1) B \ln(\eta) + (1 - \Omega) \left(\frac{1 - \eta}{\eta} \right)) \quad \text{III.33}$$

Cette équation est résolue de façon numérique en utilisant un processus itératif basé sur la méthode de dichotomie classique. Lorsque les deux cylindres tournent en sens opposés, les figures montrent les effets du caractère rhéofluidifiant sur le profil des vitesses et le profils de viscosités pour des rapports de rayons différent.

Le fait marquant est que la courbure des profils devient plus prononcée quand l'indice η diminue. Le taux de cisaillement augmente donc à la paroi du cylindre intérieur alors qu'il diminue très fortement sur le cylindre extérieur. Cet effet est encore plus significatif pour un large entrefer. Les résultats montrent aussi une stratification forte de la viscosité en fonction de la position radiale dans l'espace annulaire. La viscosité augmente de la paroi du cylindre intérieur vers la paroi du cylindre extérieur

La Fig. III.2 représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

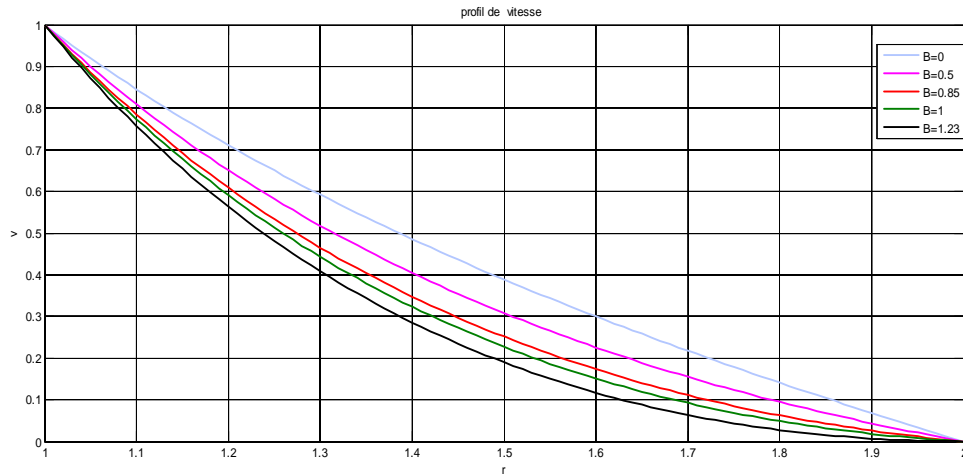


Fig. III.2 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=0$ fluide Newtonien ;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.3 représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$

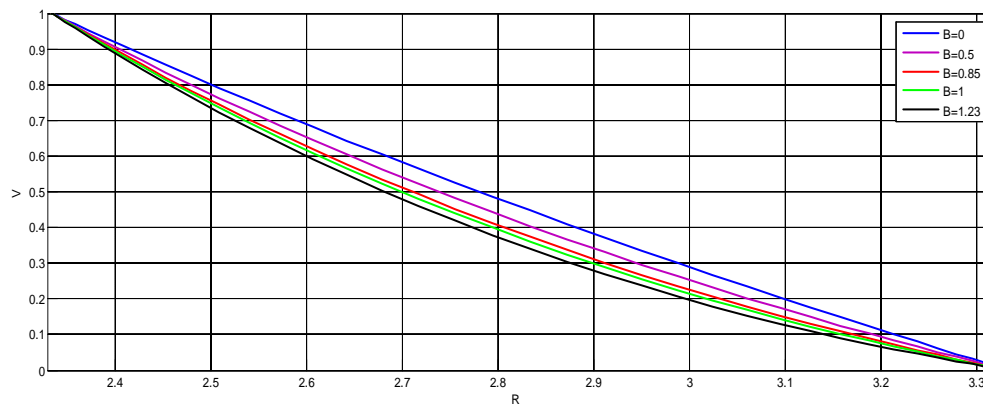


Fig. III.3 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=0$ fluide Newtonien ;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.4:représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

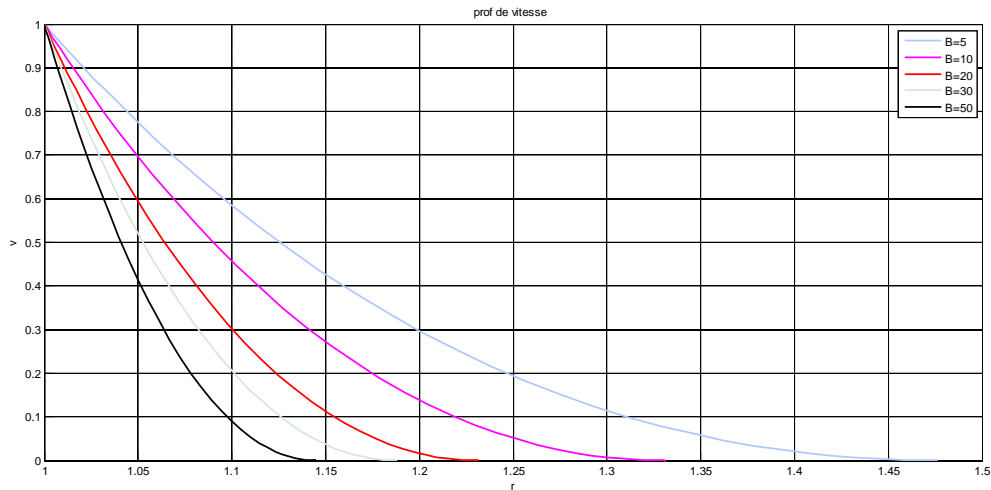


Fig. III. 4 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.5:représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

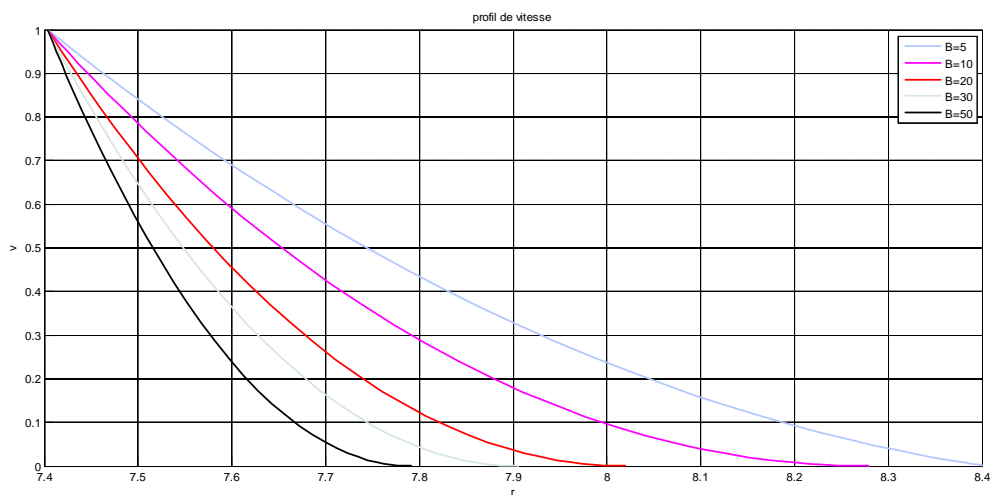


Fig. III.5: Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) $B=5$;(2) $B=10$;(3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.6:représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

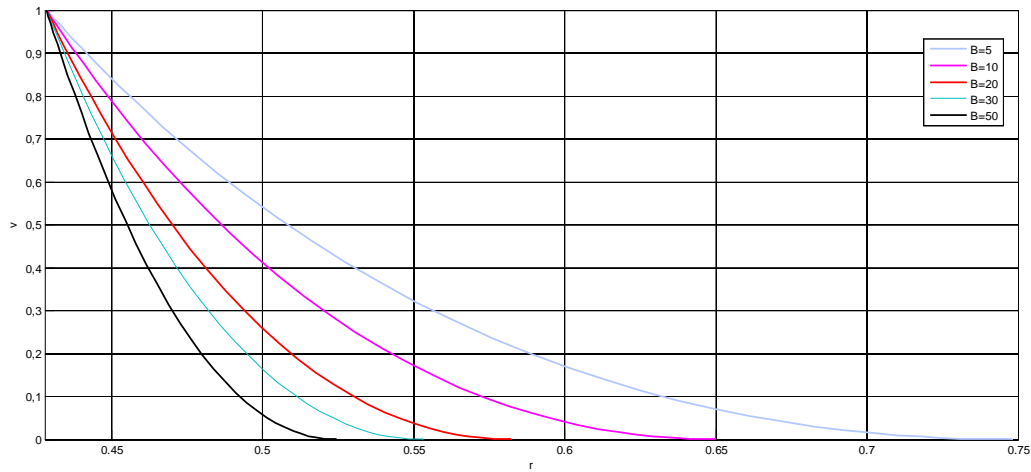


Fig. III. 6 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.7:représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30, 50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

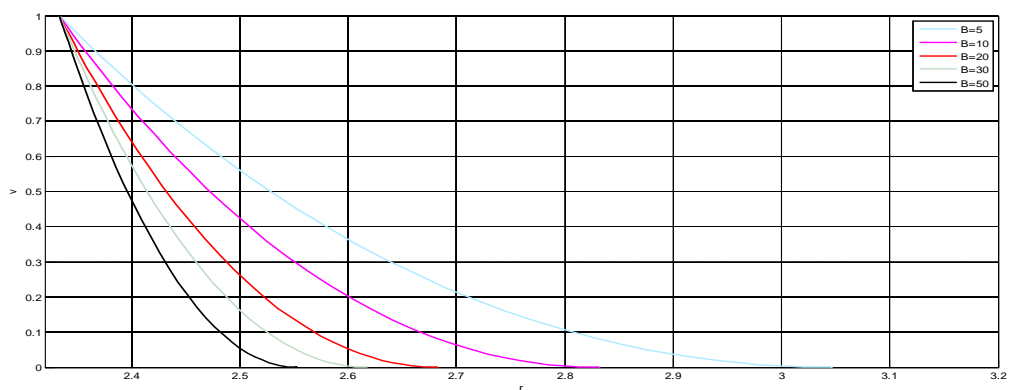


Fig. III. 7: Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$

La Fig. III.8:représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30, 50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-5$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

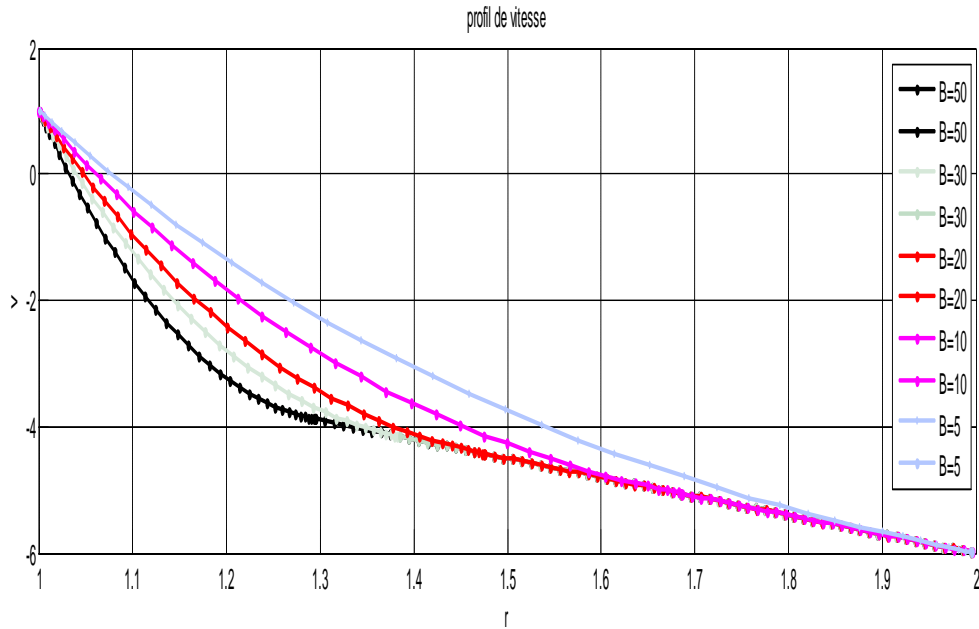


Fig. III.8: Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$

La Fig. III.9: représente le profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30, 50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-3$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

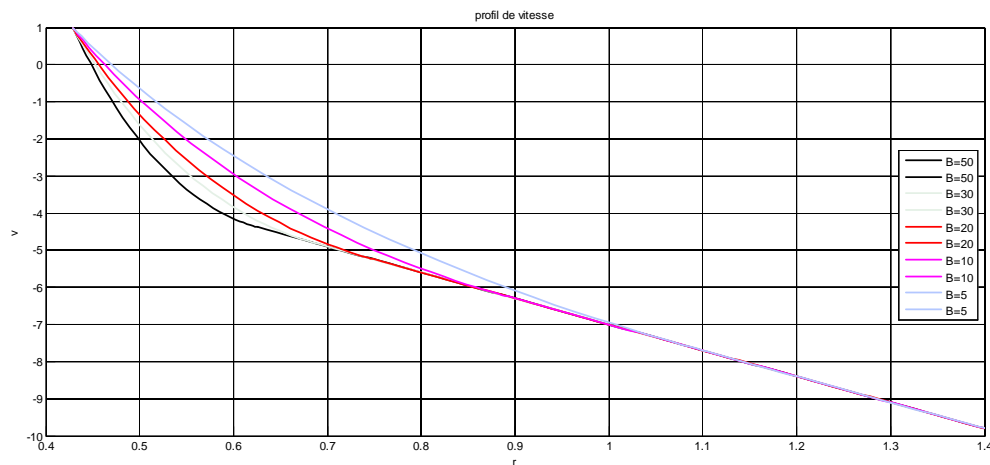


Fig. III. 9 : Profil de vitesse pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.10: représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=0, 0.5, 0.85, 1, 1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

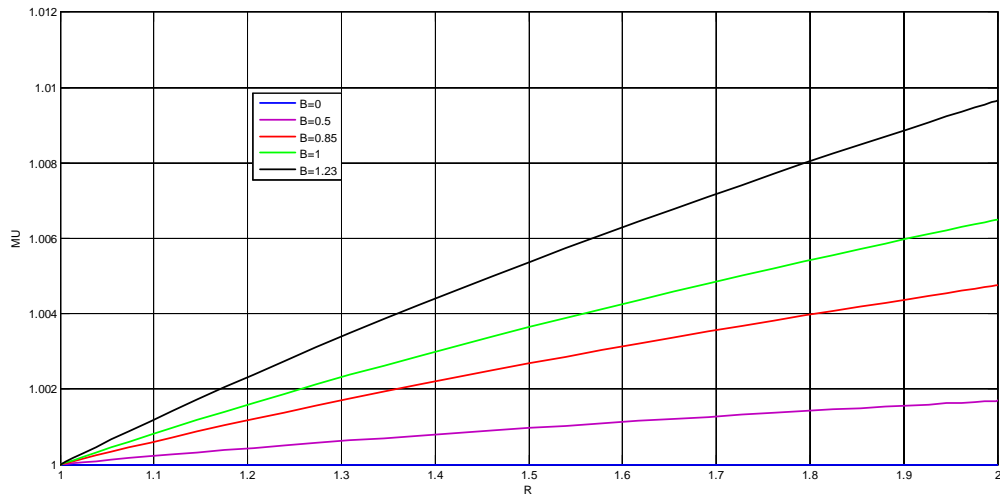


Fig. III.10: Profil Viscosité de pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig.III.11:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

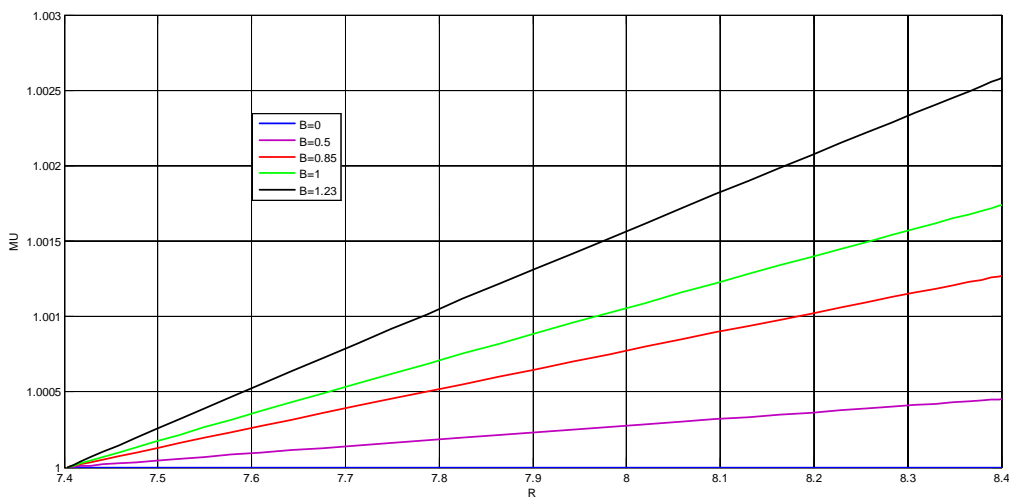


Fig. III.11 : Profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig.III.12:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

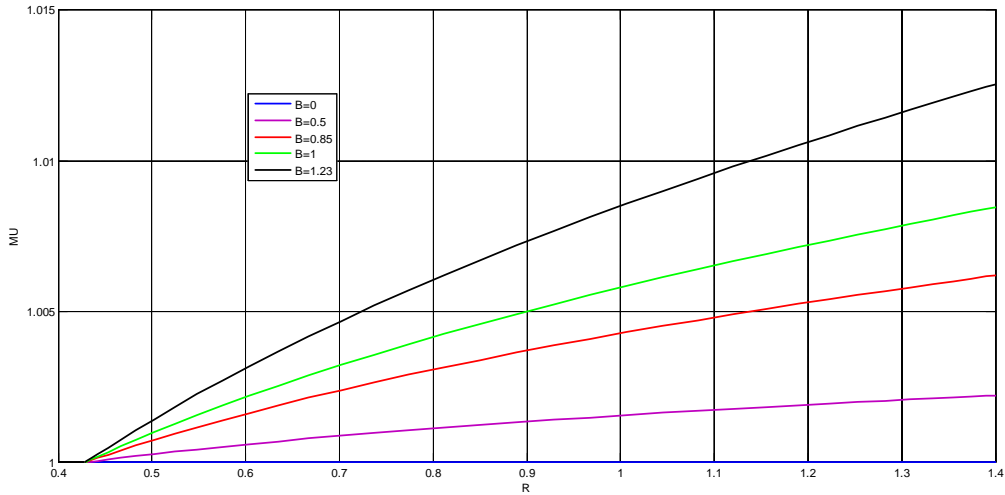


Fig. III.12: Profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.13: représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

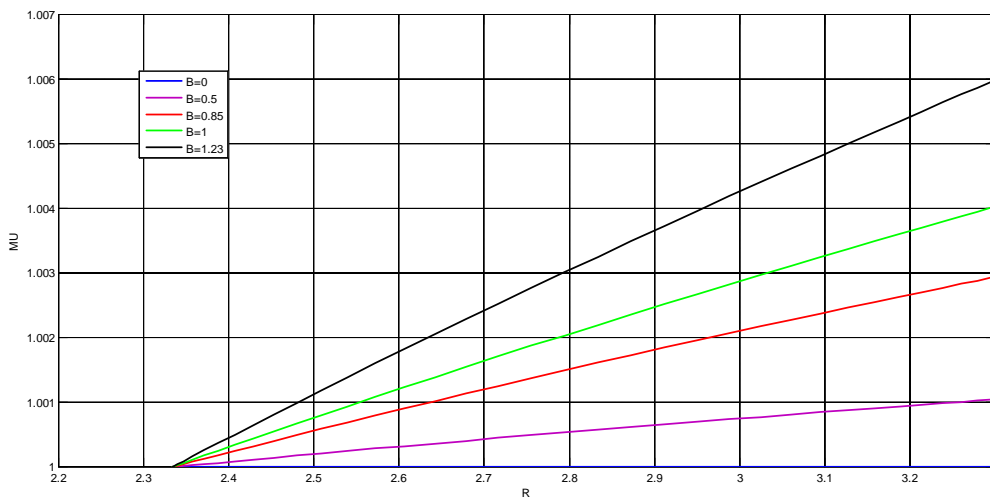


Fig. III. 13: Profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.14: représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

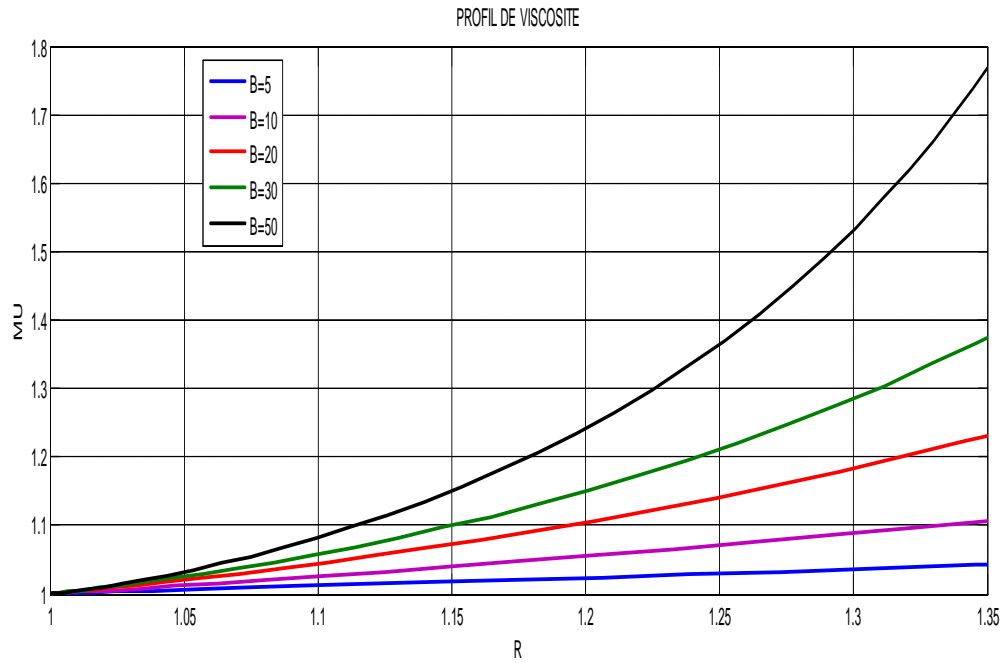


Fig. III. 14: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

La Fig. III.15:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham B=5, 10, 20, 30,50 et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=0$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

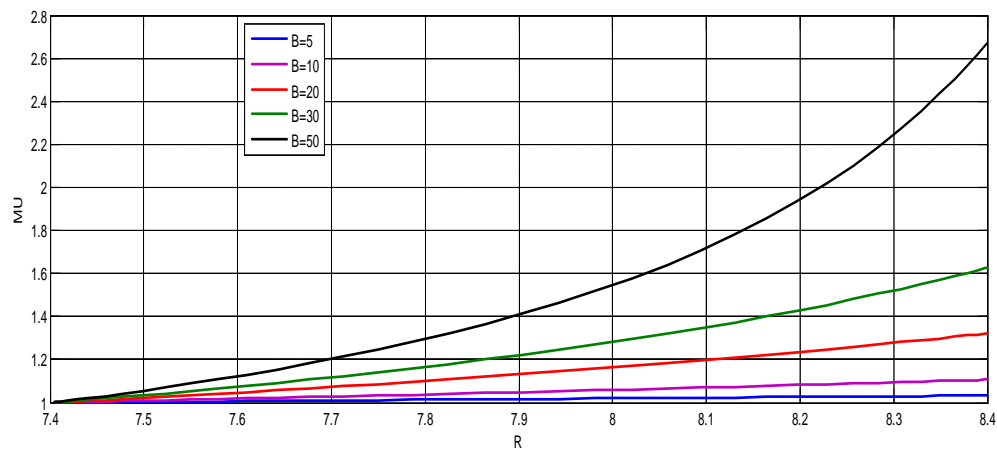


Fig. III.15 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

Chapitre 03 Écoulement de base

La Fig. III.16:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-5$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

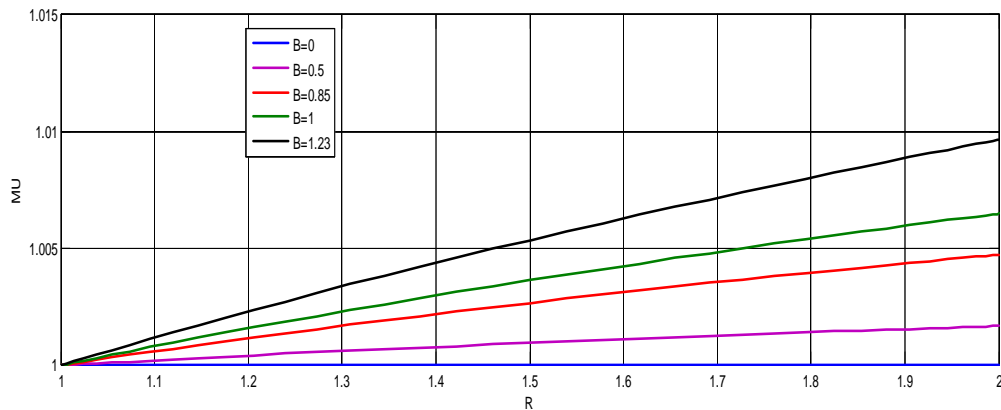


Fig. III. 16: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=0$;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.17:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-8.81$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

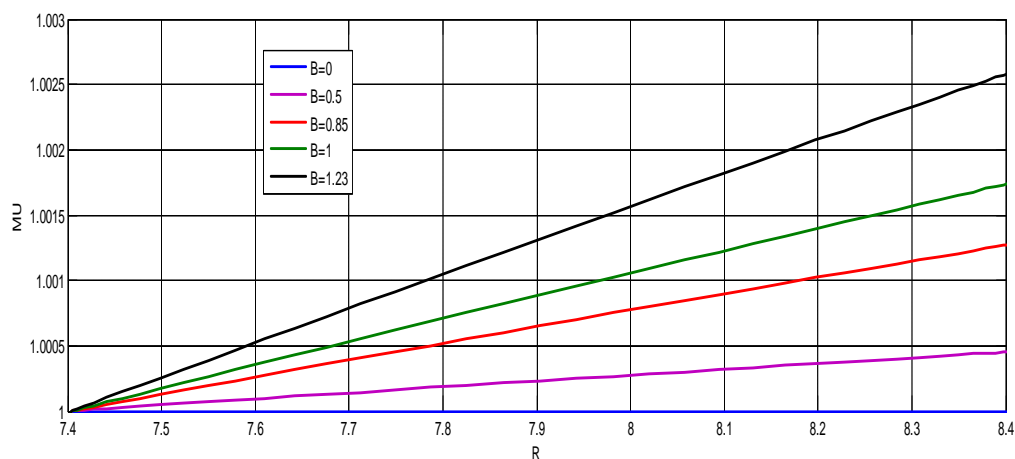


Fig. III.17: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) $B=0$;(2) $B=0.5$;(3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.18:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-3$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

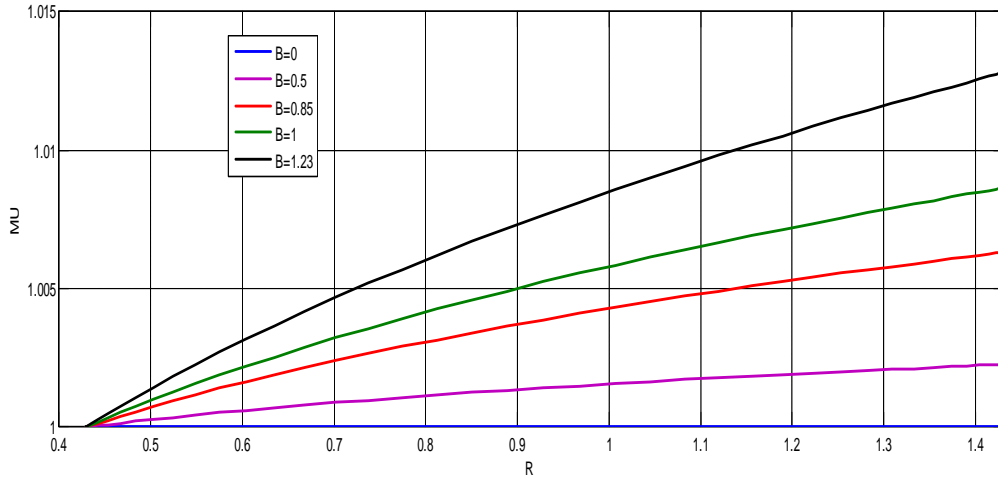


Fig. III. 18: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.19:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-7$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

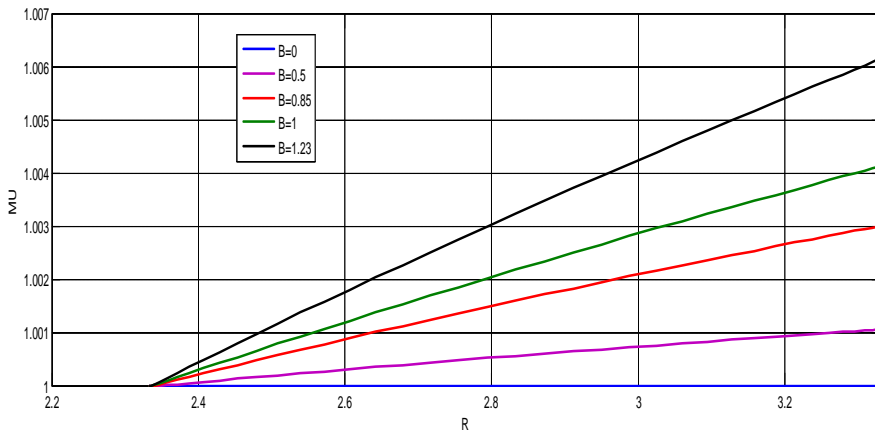


Fig. III.19 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.20:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$, et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

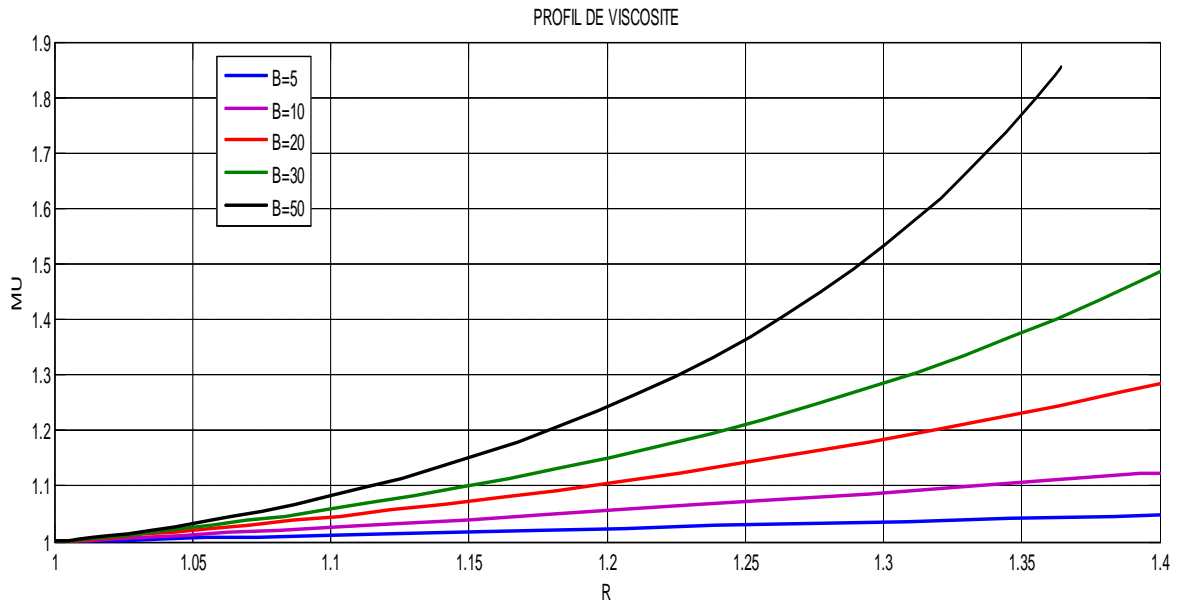


Fig. III.20: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

La Fig. III.21:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham B=5, 10, 20, 30,50, et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-8.81$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

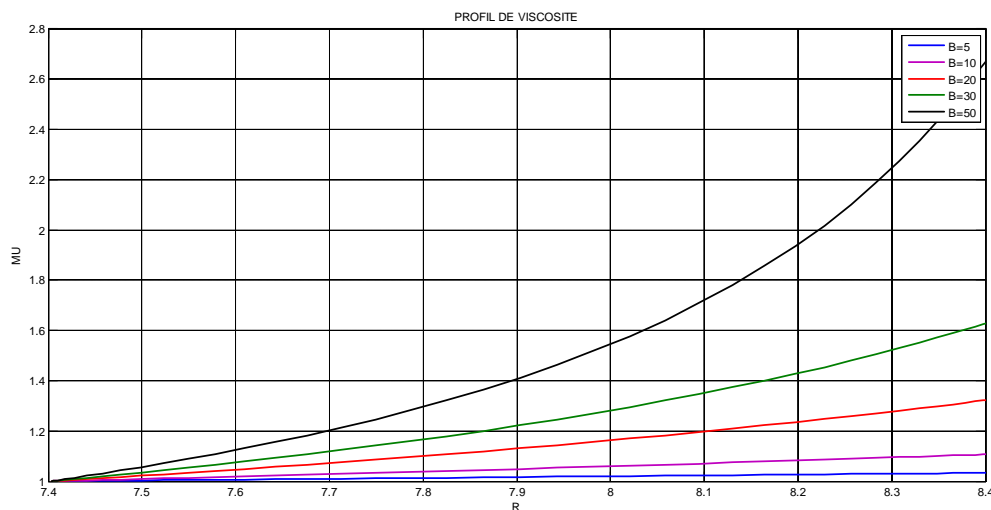


Fig. III.21: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10 ;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

La Fig. III.22:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham B=5, 10, 20, 30,50, et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=-7$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

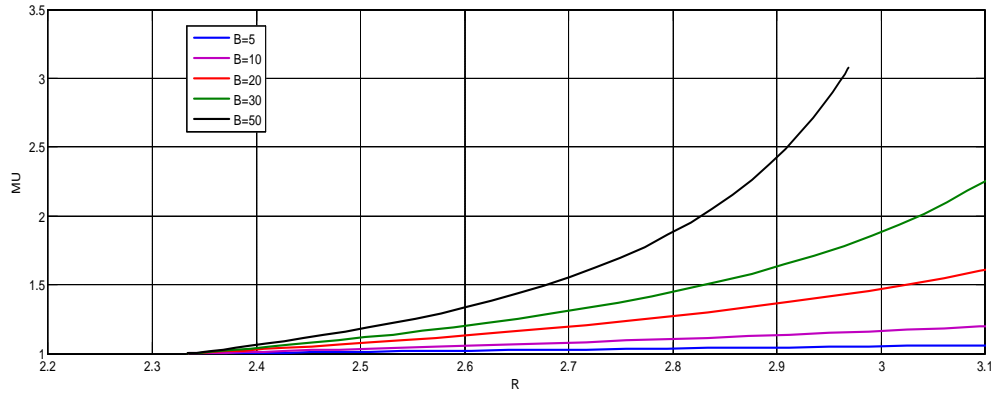


Fig. III.22 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.23:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=5$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

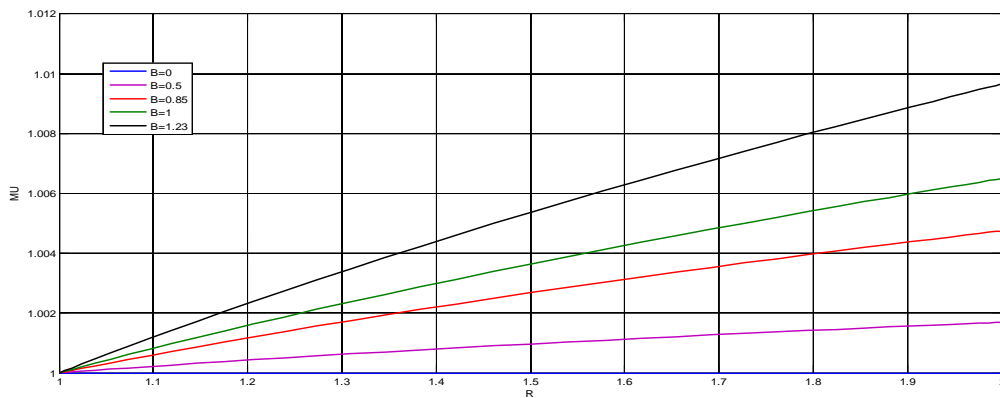


Fig. III.23 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.24:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=8.81$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

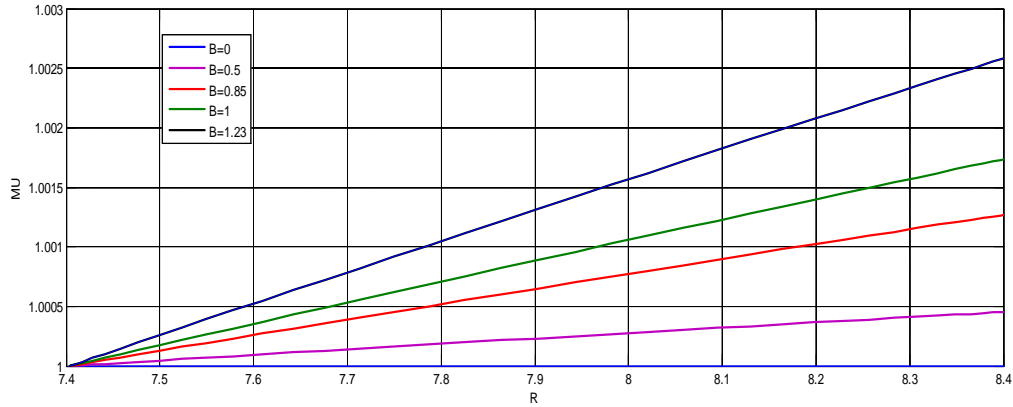


Fig. III.24 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.25:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=3$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

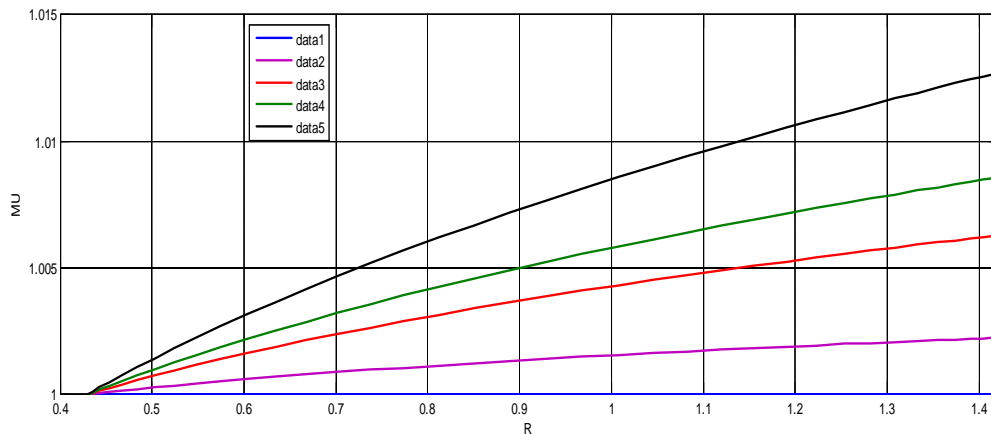


Fig. III.25 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.3$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.26:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=0,0.5, 0.85, 1,1.23$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=7$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

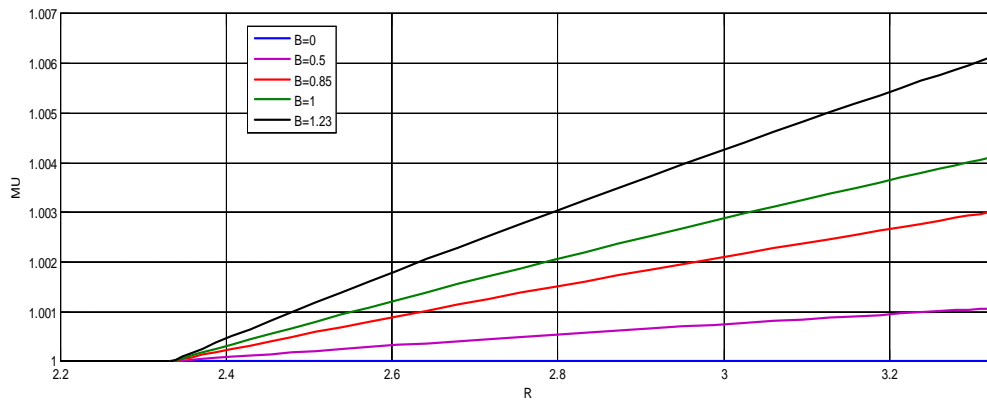


Fig. III.26: Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) $B=0$; (2) $B=0.5$; (3) $B=0.85$; (4) $B=1$; (5) $B=1.23$.

La Fig. III.27:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30, 50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=5$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

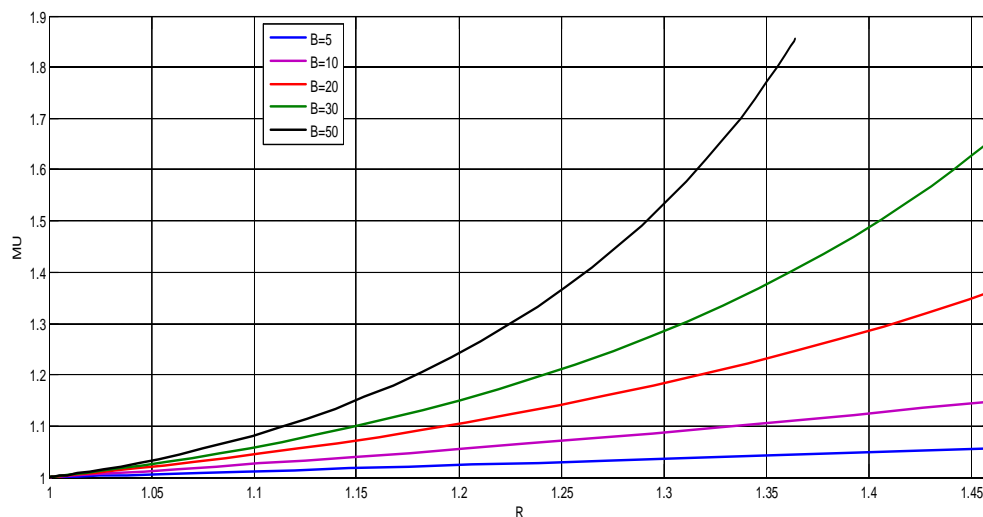


Fig. III.27 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.5$: (1) $B=5$; (2) $B=10$; (3) $B=20$; (4) $B=30$; (5) $B=50$.

La Fig. III.28:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30, 50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=8.81$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

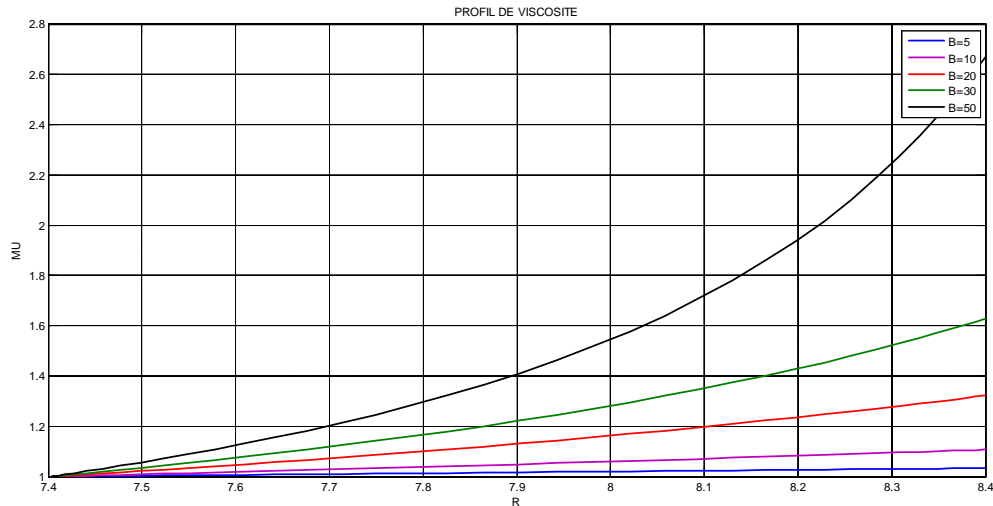


Fig. III. 28 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.881$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

La Fig. III.29:représente le profil de Viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$ et le Bingham $B=5, 10, 20, 30,50$ et la vitesse angulaire extérieur $\Omega_2=7$ et la vitesse angulaire intérieur $\Omega_1=1$.

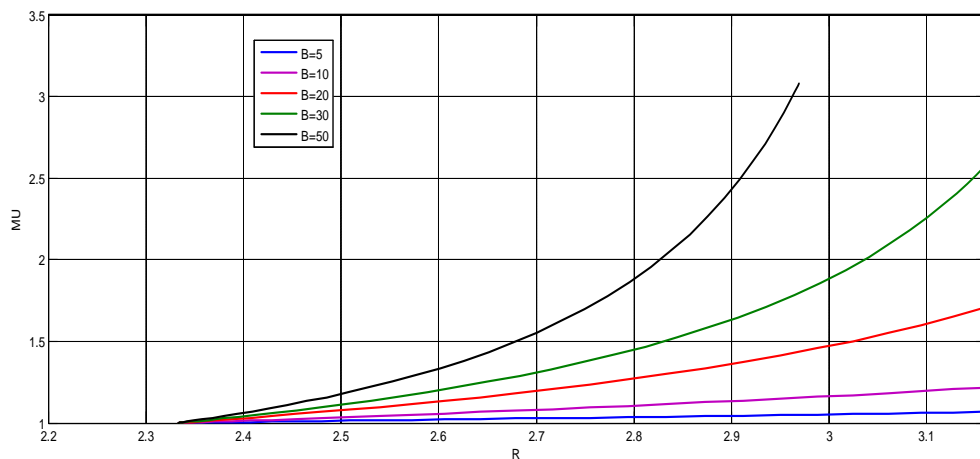


Fig. III.29 : Profil de viscosité pour un rapport de rayon $\eta=0.7$: (1) B=5;(2) B=10;(3) B=20; (4) B=30 ; (5) B=50.

Pour de faibles et larges entrefers, les figures (III 8.16.21.23.28.30)montrent l'influence du seuil sur l'écoulement de base. Pour un espace annulaire complètement cisailé, le comportement rhéofluidifiant à seuil a un effet similaire au caractère purement Il apparaît que le taux de cisaillement augmente fortement au niveau du cylindre intérieur lorsque le nombre de Bingham augmente. Quand une zone non cisailée existe dans l'entrefers, le profil

Chapitre 03 Écoulement de base

de vitesse y est presque linéaire et la viscosité est infinie au niveau de l'interface (situé en $r = R_0$) séparant la zone cisailée de la zone non cisailée

III.5 Conclusion:

Finalemment l'écoulement de base est contrôlé par 3 paramètres (le B et η et Re). Dans ce qui suit, on étudie l'influence de ce dernier sur la stabilité de cet écoulement vis à vis d'une perturbation infinitésimale. En réalité, l'influence de B manifeste par cinq effets :

- _ La modification du gradient de vitesse.
- _ La condition aux limites aux interfaces qui désigne la vitesse de la perturbation.
- _ L'augmentation de la viscosité.
- _ La Rhé fluidification.

IV.1 Présentation du code de calcul «Fluent »:

Actuellement on porte plus d'intérêt aux simulations numériques des écoulements par la méthode des méthodes finis, elles sont considérées comme de véritables expériences numériques, en plus de leurs avantages de nous renseigner

À tout moment des paramètres physiques liées à l'écoulement ce qui est difficile à obtenir en pratique. Par contre et ce qui peut être un inconvénient, la résolution des équations de Navier-Stokes reste limitée à des nombres de Reynolds moyennement modérés et relatif à des géométries d'écoulements relativement simples.

IV.2 Architecture du logiciel fluent :

Les codes de calcul CFD ou « Computational Fluid Dynamics » mécanique des fluides numérique sont appliquées à de larges problèmes en mécanique des fluides. Le code FLUENT est un logiciel de modélisation tridimensionnelle des écoulements de fluides compressibles et incompressibles, le plus utilisé, il est couplés avec ou non du transfert de chaleur, et avec ou non des réactions chimiques, et pour une ou plusieurs phases. Les capacités de ce logiciel sont vastes, ce qui en fait un outil utilisé dans de nombreux domaines industriels : aéronautique, véhicules à moteurs, marine, biomédical, Refroidissement en électronique, Verre, Traitement de polymère, Processus chimique, Production d'électricité, Turbomachine, etc. Le code FLUENT se présente sous la forme de trois fenêtres: le préprocesseur, le solveur et le post-processeur.

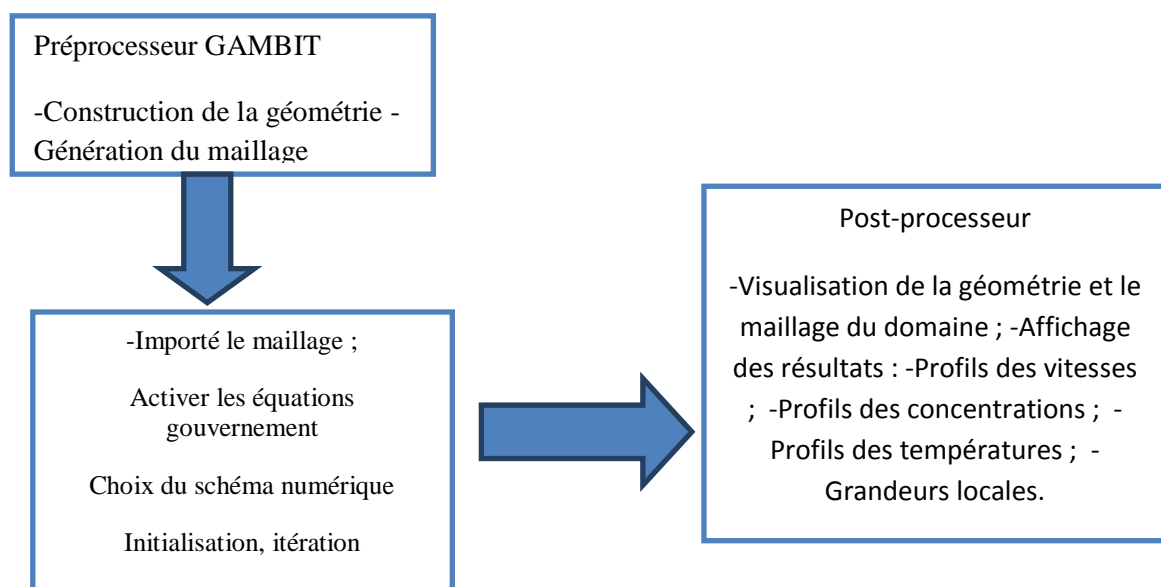


Fig.IV.1 Architecture du logiciel Fluent

IV.3 Le préprocesseur « *Gambit* »

GAMBIT est un logiciel de génération tridimensionnelle de maillage. Les maillages générés peuvent être utilisés par de nombreux logiciels d'analyse que ce soit pour la résistance des matériaux par éléments finis ou pour la simulation des écoulements fluides en mécanique des fluides dont fait partie le code FLUENT. GAMBIT comprend dans une même fenêtre principale, une fenêtre graphique, un menu d'instructions à gauche, avec au-dessus une fenêtre d'information et encore au-dessus, du texte d'information sur l'action en cours. Il permet la construction de géométrie du domaine de calcul et de diviser ce dernier en petits volumes ou cellules de calcul et de contrôle. L'ensemble de ces petits volumes constitue le maillage. Il existe plusieurs sortes de maillage, le préprocesseur GAMBIT utilise des maillages structurées, non structurées ou combinées (hybrides). Le maillage structurée est composé de mailles quadratiques en deux dimensions ou hexagonale en trois dimension. Le maillage non-structurées est composé de mailles quadratiques ou triangulaire en deux dimensions et hexagonale ou tétraédrique en trois dimension. Le cas du maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en deux dimensions et des hexaèdres en trois dimensions et dans le reste du domaine les mailles sont des triangles en deux dimensions et des tétraèdres en trois dimensions, et ceux qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des mailles en prismes ou en pyramides.

IV.4 Le solveur fluent :

Le solveur Fluent est basé sur la méthode finie de volume, où le domaine est discrétisé en jeu fini de volumes ou de cellules de contrôle. Les cellules d'une maille sont les fondamentales éléments de calcul dans Fluent dans laquelle l'économie de propriété est imposée, c'est-à-dire, la forme intégrale de l'équation de transport générale pour la masse, l'énergie, etc. peut être appliqué à chaque cellule. Pour les fluides incompressibles le solveur Fluent réalise les calculs en pression relative et la méthode utilisée est celle des éléments finis selon les étapes suivantes :

- intégration des équations continues sur chaque volume de contrôle.
- discrétisation dans l'espace et dans le temps des équations, substitution des dérivées partielles par des approximations en différences finies.
- Résolution du système algébrique par un processus itératif.

Les équations sur lesquelles se reposent Fluent pour notre problème sont l'équation de conservation de la masse et l'équation de Navier Stokes. L'équation de conservation de la masse prend la forme suivante

Équation de Navier Stokes :

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{Grad p} + V\nabla^2\vec{U} \quad (IV.1)$$

IV.5 Le post –processeur :

Le post-processeur nous offre la possibilité de visualiser les résultats de la simulation, ainsi que la géométrie et le maillage du domaine. Nous avons donc la possibilité de voir les champs de vitesses, les champs de pressions, de turbulence et toutes les autres grandeurs calculées sur tout le volume du domaine. Aussi il est possible de tracer les courbes et de visualiser les lignes de courant.

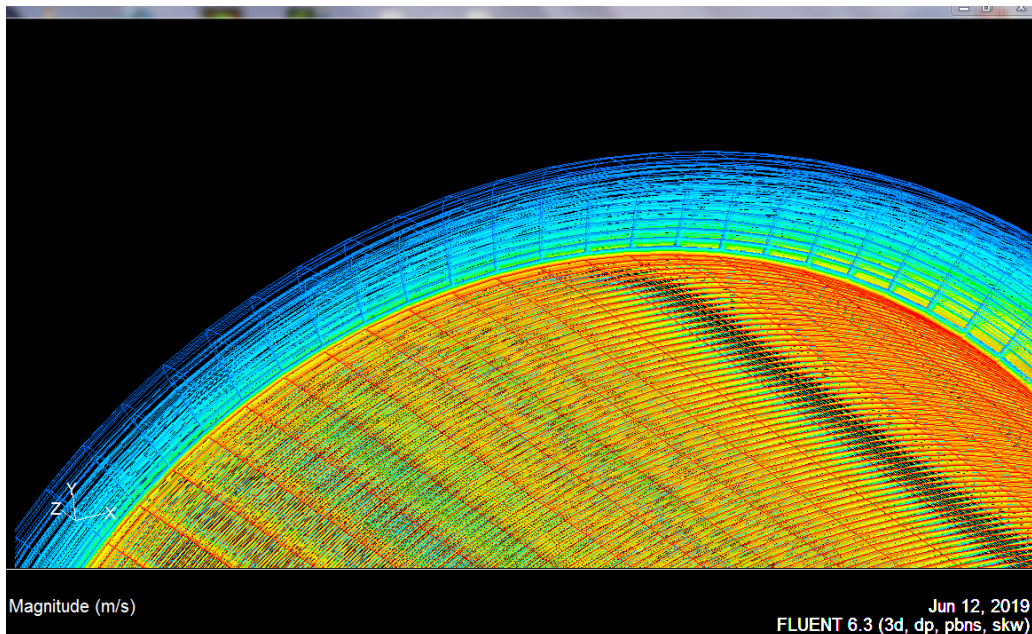


Fig.IV.2 Représentation du grid

IV.6 Simulation de l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux : L'objectif de notre étude est de déterminer et caractériser l'instabilité primaire dans un écoulement de Couette Taylor. Le fluide remplit l'inter-espace (entrefer) entre deux cylindres concentriques, dont le cylindre intérieur en rotation et le cylindre extérieur fixe.

IV.7 Caractéristiques géométriques du dispositif de couette :

La géométrie du dispositif de Couette Taylor est caractérisée par certaines valeurs des facteurs géométriques qui permettent l'étude d'écoulement et l'observation des instabilités des différents états hydrodynamiques du fluide au cours des phases de transition vers l'état final de turbulence.

| ----- | Etude de Mehel en 2006 [37] | Expérience de Bouabdallah 1980 [25] | Simulation |
|--------------|-----------------------------|-------------------------------------|------------|
| η | 0.91 | 0.91 | 0.83 |
| d/R_i | 0.1 | 0.1 | 0.18 |
| $\Gamma=H/d$ | 40 | 20 | |

Tableau IV.1 Valeurs des facteurs géométriques caractéristiques du dispositif de Taylor-Couette prises comme référence (Fave, 1999 et Bouabdallah, 1980).

IV.8 Paramètre du dispositif de couette utilise dans notre étude de simulation :

Le schéma du dispositif numérique utilisé pour la présente étude est l'expérience de Taylor Couette composée de deux cylindres coaxiaux verticaux. Dans cette configuration, le cylindre intérieur est en rotation et le cylindre extérieur est maintenu fixe, son rayon intérieur est $R_{int} = 50$ mm et le cylindre extérieur est de rayon $R_2 = 60$ mm, les deux cylindres son de même hauteur 200 mm, délimitant l'espace annulaire (entrefer) $d = R_2 - R_1 = 10$ mm, rempli de fluide. On caractérise l'entrefer par la grandeur adimensionnelle $d/R_1 = 0.181$ à la hauteur de notre domaine d'étude, le fluide est délimité par une condition de surface libre, tandis qu'en partie basse, on a une condition de contact direct (adhérence) à la paroi.

IV.9 Dispositif de couette :

La géométrie du dispositif de Taylor Couette se caractérise par un facteur de forme $\eta = \frac{R_1}{R_2} = 0.88$ et un rapport d'aspect η qui se défini comme le rapport entre la hauteur utile du fluide dans l'entrefer et la largeur de l'entrefer. En écoulement monophasique la surface libre

se situe au-dessus du cylindre intérieur à hauteur H par rapport au cylindre extérieur. La hauteur utile correspond donc à la hauteur de l'entrefer L , ce qui donne $\Gamma = (L/d) = 20$. Le choix de ces paramètres est particulièrement important compte tenu du fait qu'ils influent directement sur les nombres de Taylor de transition et des états d'écoulement. Un faible facteur de forme η , c'est-à-dire un espace annulaire large, permet de retarder les transitions, (Diprima, 1984) [8].

Il est de même pour le rapport d'aspect η s'il est suffisamment faible ($\Gamma < 6$, DominguezLerma et al. 1984). Selon l'étude de Fave en 1999 les petites dimensions dont les caractéristiques géométriques étaient telles que $\eta = \frac{R_1}{R_2} = 0.88$ et $\Gamma = 20$, représentent un bon compromis pour limiter la multiplicité des états d'écoulement et réduire les effets d'extrémités.

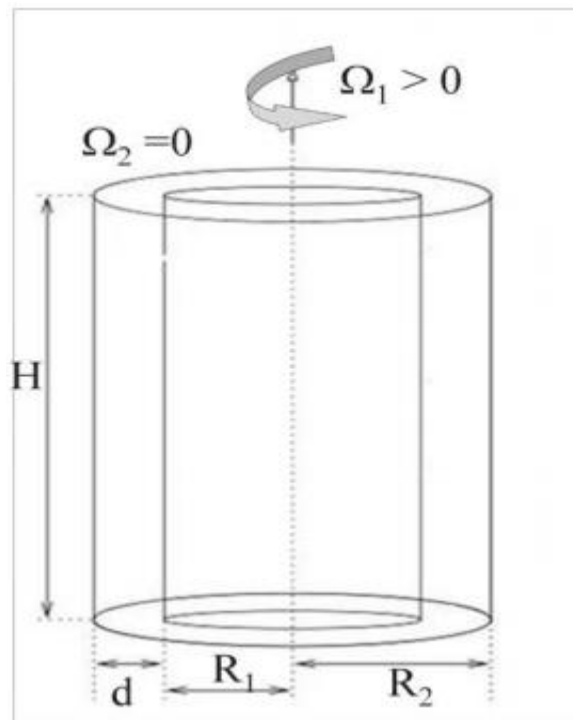


Fig. IV.3 Schéma du dispositif de Couette

De manière générale, les paramètres géométriques ont plus d'influence sur la transition à la deuxième instabilité que sur la transition à la première. A partir de l'apparition du régime d'onde, dès le régime de deuxième instabilité, l'écoulement Taylor Couette est caractérisé par la multiplicité des états d'écoulement (Coles, 1965).

Mais, d'après Cole et Cognet il est certain qu'un rapport d'aspect important ($\Gamma > 40$) tendra à favoriser un plus grand nombre d'états qui dépendront du nombre de Taylor (Cole, 1976 et Cognet, 1984)

| R_1 | R_2 | $d=R_2-R_1$ | $\Gamma=R_1/R_2$ | $\delta=d/R_1$ | $\Gamma=H/d$ | H |
|-------|-------|-------------|------------------|----------------|--------------|-------|
| 50mm | 60mm | 10mm | 0.833 | 0.2 | 20 | 200mm |

Tableau IV-2 des caractéristiques géométrique du dispositif de Couette

Le jeu radial $\delta=d/R_1 = 0.2$ définit une configuration d'espace relativement large ou intermédiaire.

IV.10 Propriétés caractéristique de l'écoulement :

On considère un fluide de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ telle que $\mu = \rho \nu$ ou ν est la viscosité cinématique.

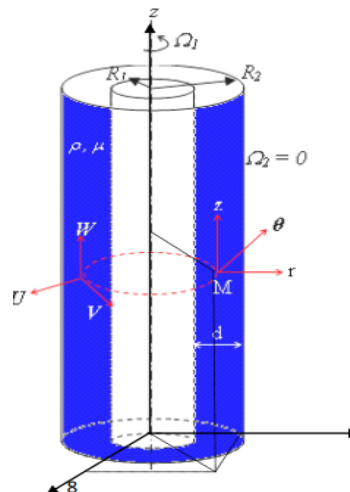


Fig. IV.4 Propriétés caractéristiques de l'écoulement d'un fluide de masse volumique ρ et de viscosité μ , dans le dispositif de Couette.

Les équations du mouvement régissant le fluide entre cylindres s'expriment dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , les positions radiale r et axiale z de

l'écoulement sont définies respectivement dans les domaines $r \in [R1, R2]$ et $0 \leq z \leq H$ en fonction de la pression P et des composantes de la vitesse $V_r = U$, $V_\theta = V$, $V_z = W$ respectivement suivant les directions radiale r , azimutale θ , et axiale z .

IV.11 Maillage :

IV.11.1 Définition du maillage :

L'opération du maillage consiste à discrétiser le domaine d'étude en volumes finis. Il existe plusieurs types de maillages qui sont tous possibles (structurés, non structurés et hybrides combinaison des deux précédent). Le maillage du dispositif de couette est fait sur Gambit en tenant compte de la géométrie de celui qui est très symétrique, pour cela on a utilisé un maillage structuré sur tout le domaine d'étude.

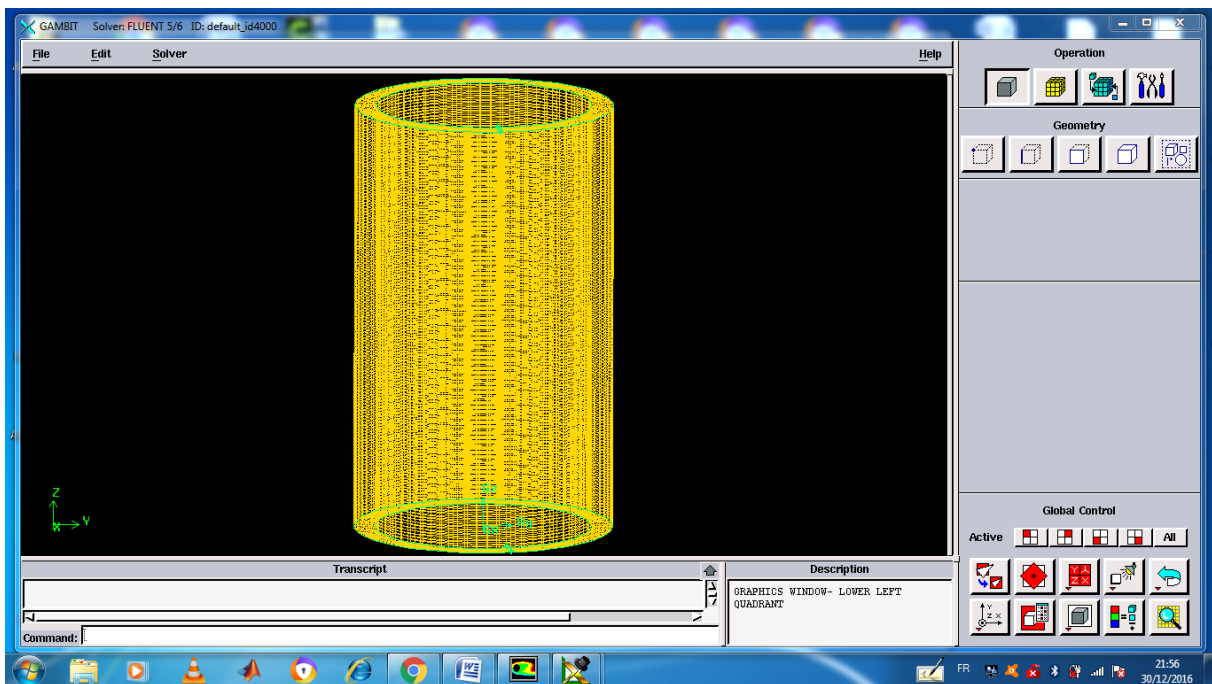


Fig. IV.5 maillage du domaine de l'écoulement

Le préprocesseur Gambit regroupe trois fonctions, définition de la géométrie du problème, le maillage et sa vérification, la définition des frontières (type de condition aux limites) et définition des domaines de calculs.

IV.11.2 Equation du mouvement :

L'écoulement de Couette Taylor satisfait au bilan hydrodynamique des hypothèses suivantes :

- Le fluide est à propriétés physique constante (ρ, μ).
- Configuration cylindrique (r, θ, z) à symétrie axiale $\partial = 0$.
- Etude au voisinage de l'état critique T=TC.
- Approximation de l'espace annulaire mince : $d/R1 \ll 1$.

Equations du bilan de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned}
 * v \frac{\partial}{\partial r} u + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} u + w \frac{\partial}{\partial z} u - \frac{v^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} p + v \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u \\
 * u \frac{\partial}{\partial r} v + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} v + \frac{uv}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} p + v \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v \\
 * v \frac{\partial}{\partial r} w + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} w + w \frac{\partial}{\partial z} w &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} p + v \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) w
 \end{aligned} \tag{IV.2}$$

-Equation du bilan de masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} V + \frac{\partial}{\partial z} w = 0 \tag{IV.3}$$

Avec Δ l'opérateur Laplacien tel que :

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{IV.4}$$

IV.11.3 Condition aux limites utilisées :

Dans les conditions aux limites des parois du domaine de notre dispositif d'études, nous considérons que le cylindre intérieur tourne à une vitesse $\Omega_2 > 0$, les bornes des extrémités supérieure et inférieure étant fixes, et le cylindre extérieur fixe $\Omega_1 = 0$. Les modèles et les hypothèses aux frontières sont donc déterminants pour la bonne précision des résultats.

IV.11.4 Ecoulement laminaire :

Dans un écoulement à petit nombre de Reynolds, les forces visqueuses sont dominantes. Conformément à l'expression de Re, ces écoulements sont observés pour des vitesses faibles et/ ou dans des systèmes de très faible taille (bactéries par exemple), ou encore

pour des fluides très visqueux dans lesquels la diffusion moléculaire est très importante. Il s'agit en général d'écoulement très stable, aux profils bien définis.

Dans ce cas, le régime est dit laminaire. Pour de faibles vitesses de rotation du cylindre interne, le fluide est animé d'un mouvement dans la direction tangentielle (θ).

L'écoulement est stable et axisymétrique. Il est possible de déterminer la solution analytique d'un tel écoulement.

$$\overline{V}_\theta(r) = \left[-\frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} r + \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r} \right] \overline{e}_\theta \Omega \quad (\text{IV.5})$$

Le dispositif de Couette est constitué de deux cylindres concentriques : un cylindre interne en rotation avec une vitesse de rotation Ω et un cylindre extérieur fixe.

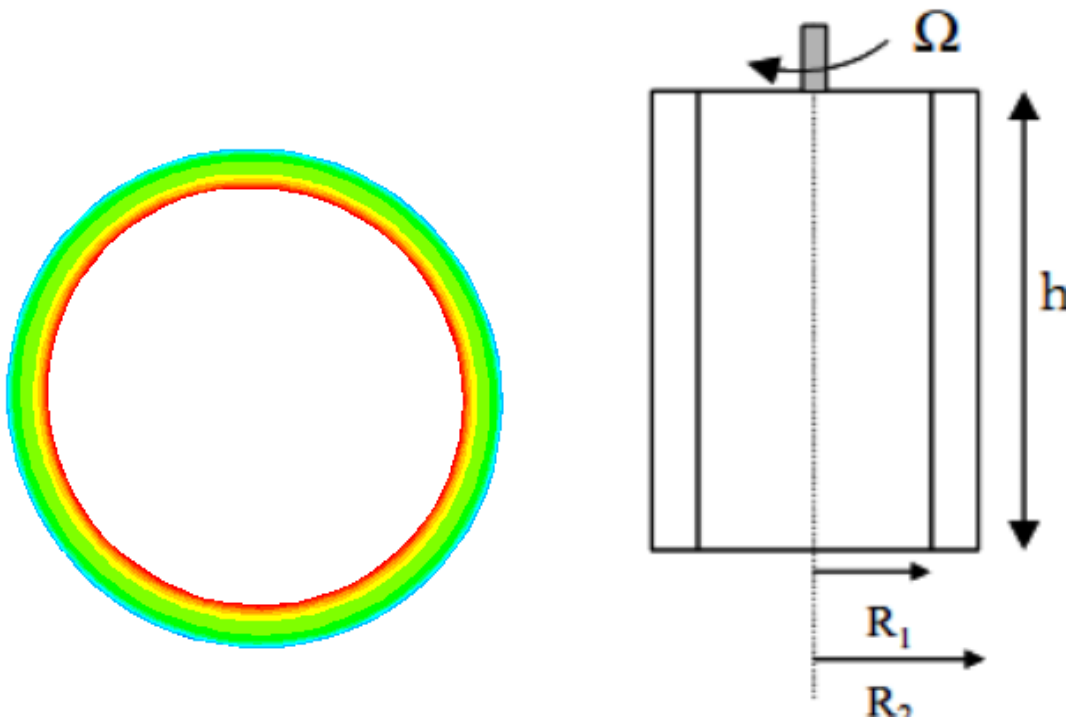


Fig. IV.6 : visualisation numérique en vue de dessus de l'écoulement laminaire sur Fluent.

Sur la Figure IV.6, on présente les profils radiaux de vitesse azimutale. A l'apparition des cellules, la distribution radiale reste quasi-linéaire, comme en écoulement laminaire.

Les équations sur lesquelles se reposent Fluent pour notre problème sont l'équation de conservation de la masse et l'équation de Navier Stokes. L'équation de conservation de la masse prend la forme suivante pour un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$) :

Équation de Navier Stokes :

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{Grad } p} + \nu \nabla^2 \vec{U} \quad (\text{IV.6})$$

IV.11.5 Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds (Re) s'exprime sous la forme suivante : $Re = \frac{UL}{\nu}$

Avec :

- L : diamètre hydraulique (caractéristique de la géométrie),
- U : vitesse de l'écoulement
- ν : viscosité cinématique du fluide

Dans le cas des systèmes en rotations, le nombre de Reynolds est défini comme suit :

$$Re = \frac{Nd^2}{\nu}$$

- N : fréquence de rotation du cylindre tournant,
- $d = r_0 - r_i$: diamètre du cylindre tournant,
- ν : viscosité cinématique du fluide.

IV.11.6 Nombre de Taylor :

Ce nombre caractérise la transition turbulente de l'écoulement d'un fluide, contenu dans l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux dont l'élément interne est en rotation, le cylindre extérieur étant fixe. Le nombre de Taylor exprime le rapport de la force centrifuge et des forces visqueuses,

$$Ta = \frac{\bar{\Omega}^2 (R_2 - R_1)^3}{\nu^2} = \frac{\Omega^2 (R_2 - R_1)^3}{2\nu^2} \quad (\text{IV.7})$$

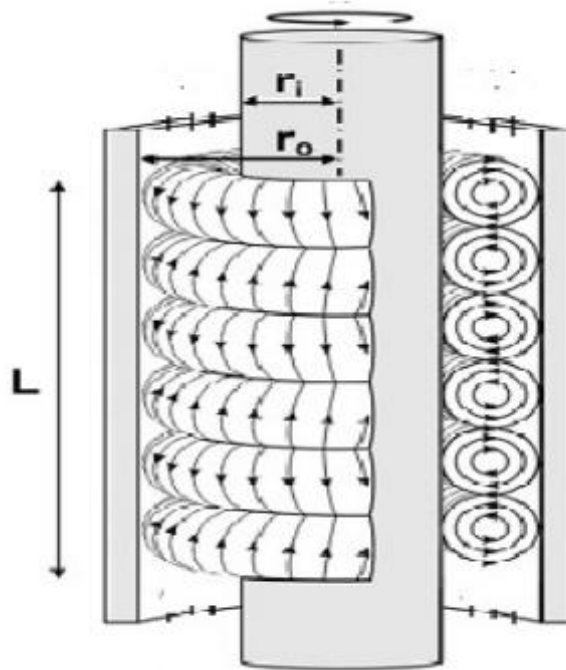


Fig. IV.7 : Écoulement de Couette Taylor avec apparition des tourbillons de Taylor entre les deux cylindres coaxiaux.

IV.11.7 Disposition expérimental de couette utilise dans cette étude et comparaison des résultats :

L'appareil se compose de deux cylindres coaxiaux avec une longueur de 200 millimètres. Les diamètres des cylindres intérieurs et externes sont de 100 millimètres et de 120 millimètres, respectivement, avec un rapport de rayon en résultant de 0.833 et un allongement (longueur des cylindres/de espace annulaire) rapport d'aspect de 20. Le cylindre externe est stationnaire et une vitesse de rotation est appliquée au cylindre intérieur.

IV.11.8 Simulation du champ d'écoulement :

Dans cette étape nous présentons les résultats les plus concluants que nous avons pu réaliser par le code de calcul Fluent. On a donc représenté les champs de vitesses et de pressions exercées sur un fluide (eau) dans le dispositif de couette Taylor, ainsi que la représentation des rouleaux de Taylor qui sont dû à la première instabilité de Taylor-Couette.

IV.12 Ecoulement laminaire :

IV.12.1 Critère de convergence des calculs :

Dans cette partie il s'agit de choisir les critères qu'on doit vérifier, pour que les calculs de la simulation s'arrêtent. A chaque itération les résidus sont calculés pour chaque variable de calcul. Le critère de convergence nous renseigne sur le degré de déséquilibre de l'équation associée à chaque variable, celui-ci est par défaut égal à 10^{-3} , mais on général on vérifie seulement que les résidus soient inférieurs à une valeur suffisamment petite.

Nous somme arriver dans notre cas jusqu'à une valeur moyenne de 10^{-4} ,

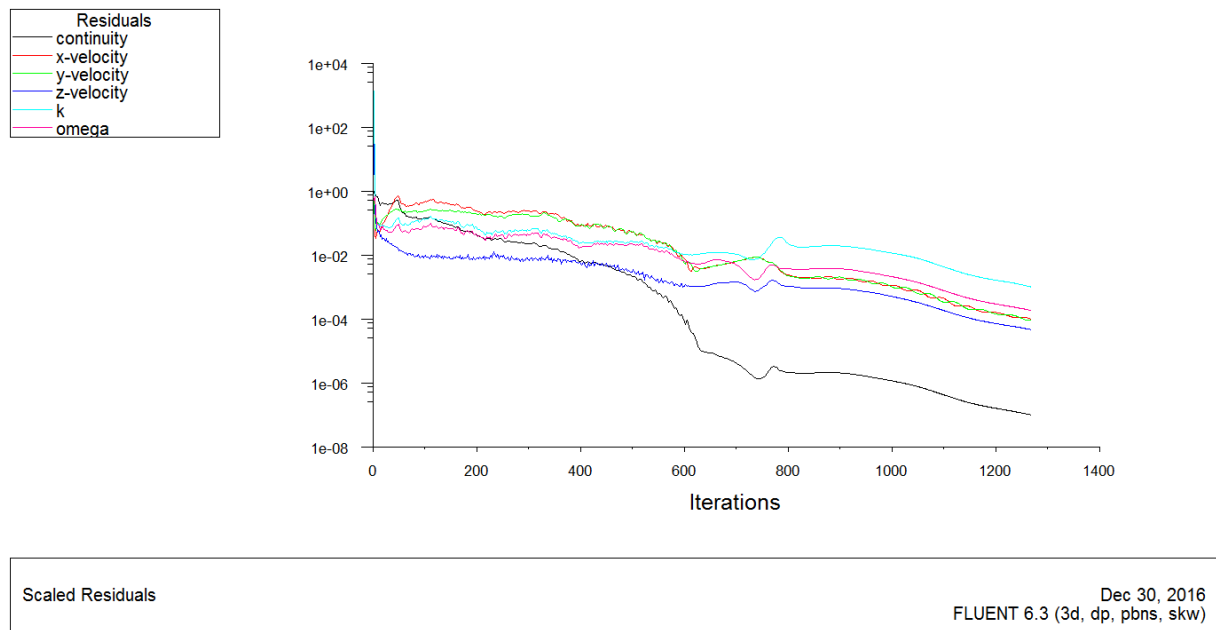


Fig. IV.8 Convergence des résidus

IV.12.2 Champs de vitesse :

Nous présentons dans les figures suivantes Fig. IV.9 et IV.10, les contours des vitesses de l'écoulement de Taylor –Couette dans le plans azimuthal

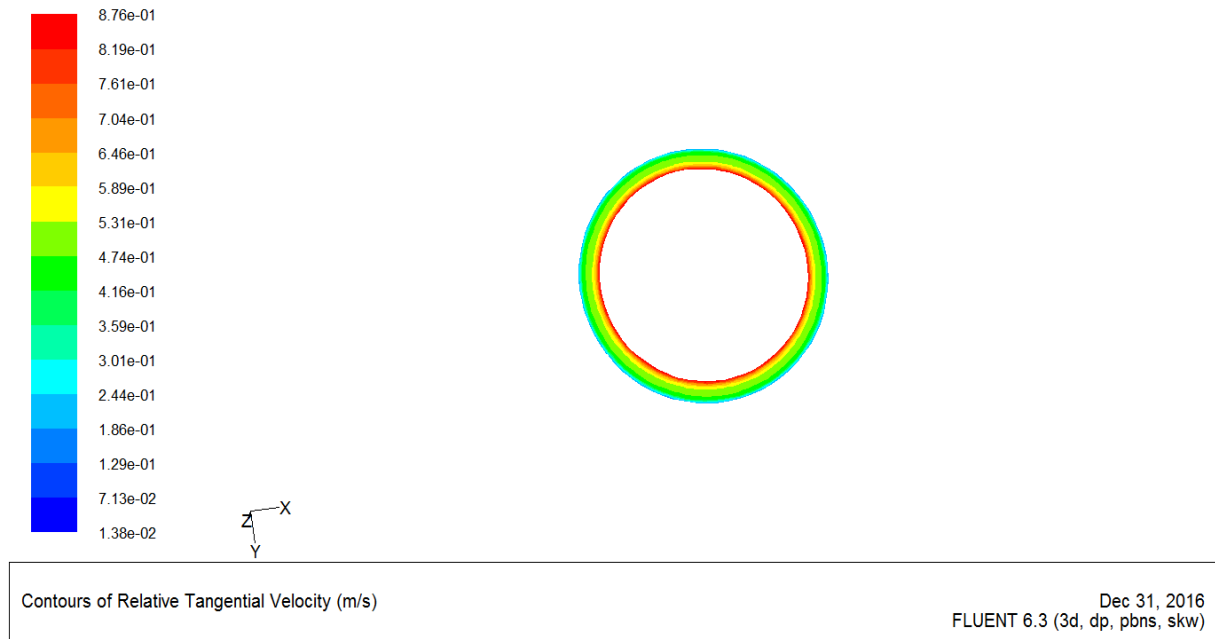


Fig. IV.9 Contour de vitesses de l'écoulement de Taylor –Couette dans le plans azimuthal

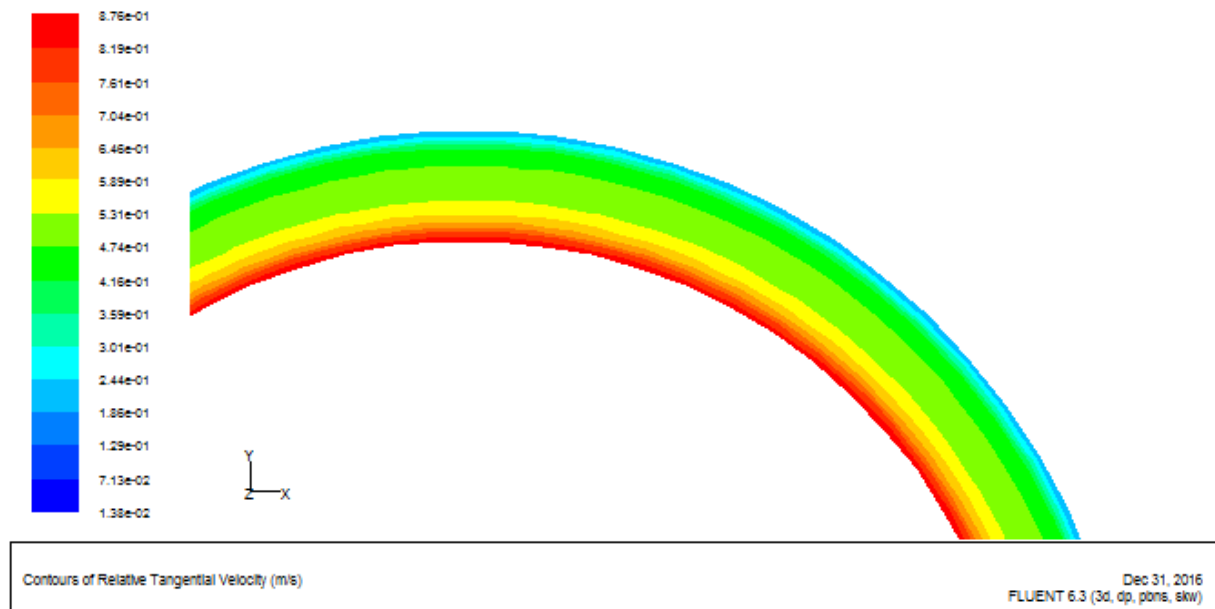
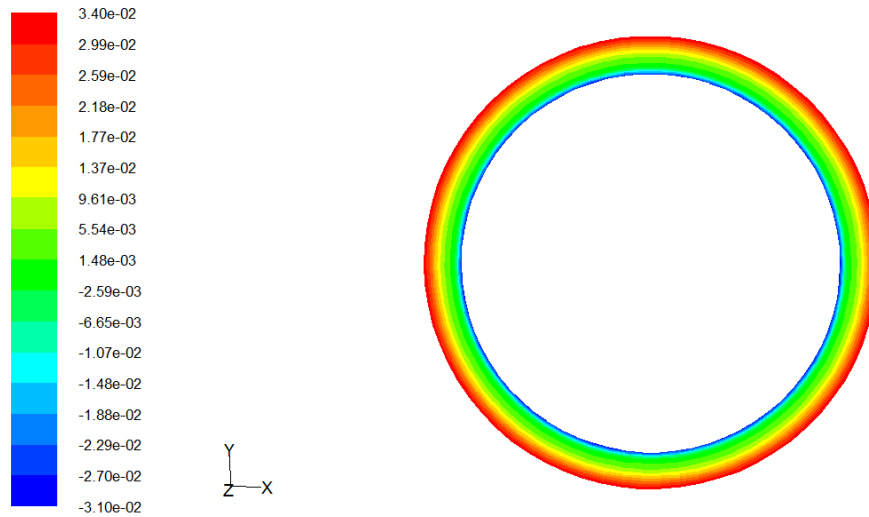


Fig. IV.10 Contour de vitesses de l'écoulement selon la direction azimuthal en zoom d'un quart de vue à gauche.

IV.12.3 Champs de pression dynamique :

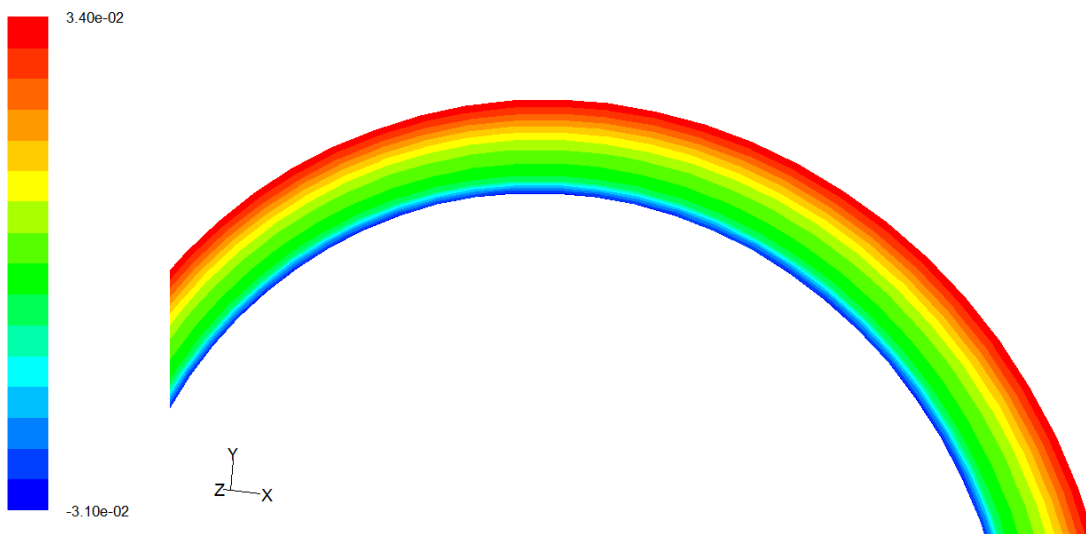
L'apparition du gradient de pression est une réaction due à la présence de la vitesse de rotation, et des parois externe (cylindre externe) et s'opposant à la force centrifuge.



Contours of Static Pressure (pascal)

Dec 30, 2016
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, skw)

Fig. IV.11-Contour de pression statique de l'écoulement selon la direction azimutal en vue complète à droite.



Contours of Static Pressure (pascal)

Dec 30, 2016
FLUENT 6.3 (3d, dp, pbns, skw)

Fig. IV.12-Contour de pression statique de l'écoulement selon la direction azimuthal en zoom d'un quart de vue à gauche.

IV.12.4 Ecoulement de couette-Taylor apparition de la première instabilité : Lorsque la vitesse de rotation est suffisamment faible, les forces visqueuses sont plus importantes que les forces centrifuges et l'écoulement de Couette est stable. Au-delà de cette transition, l'écoulement résulte de la superposition de l'écoulement de Couette et d'écoulement hélicoïdal tournant autour de l'axe des turbulences.

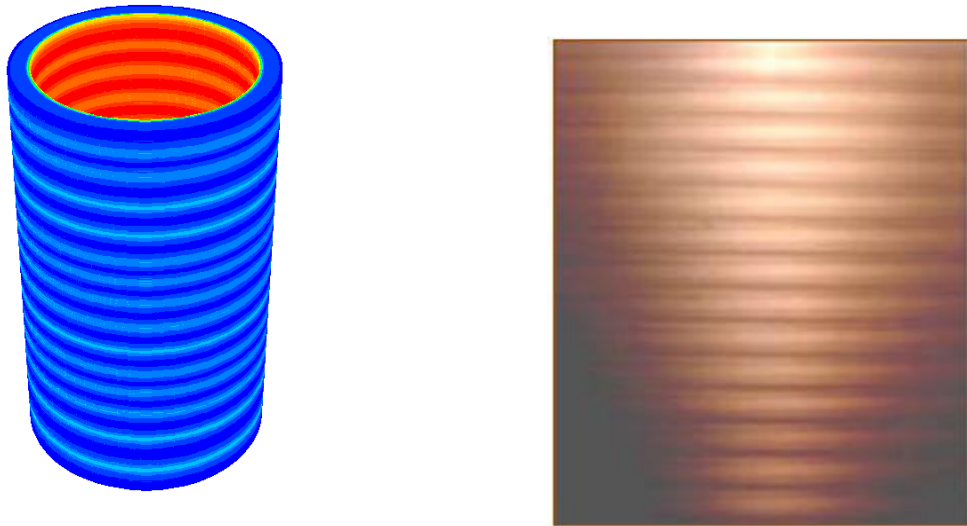


Fig. IV.13 image de vortex de Taylor de l'expérience à droite et en simulation à gauche.

IV.12.5 Evolution de la grandeur vitesse azimutale sur coupe plan le long du fluide :

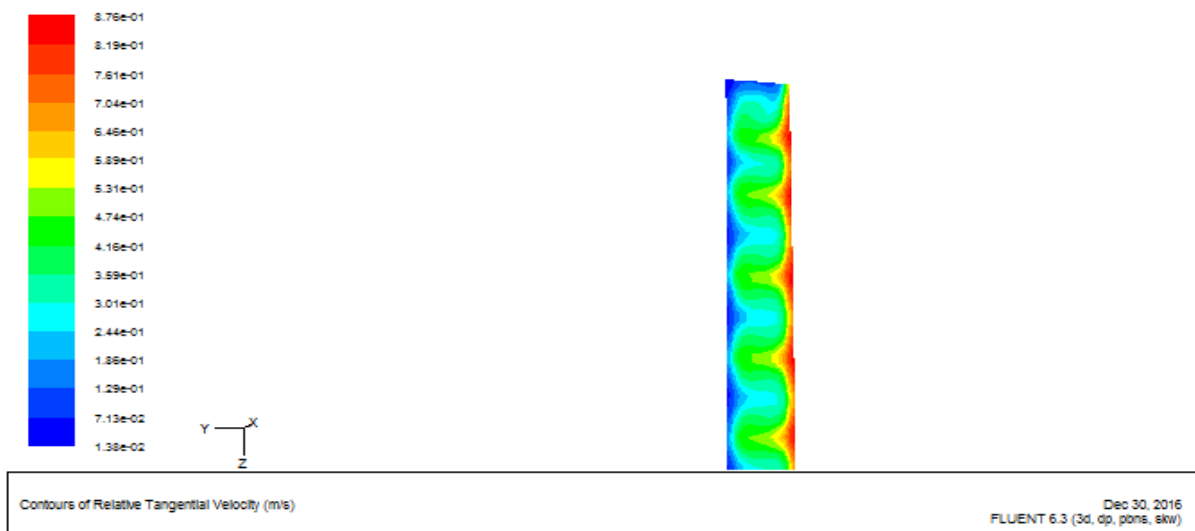


Fig. IV.14 Simulation de l'effet du champ de vitesse sur coupe plan

Cette simulation de coupe en plan le long du domaine de présence du fluide (entrefer) fait apparaître la forme ondulatoire du mouvement des particule du fluide par l'évolution de la grandeur de la vitesse azimutale.

On observe l'évolution de l'écoulement de couette laminaire stable vers celui de la première instabilité avec apparition des rouleaux axisymétriques ou rouleaux de Taylor jusqu'à la deuxième instabilité avec l'apparition des ondes azimutales.


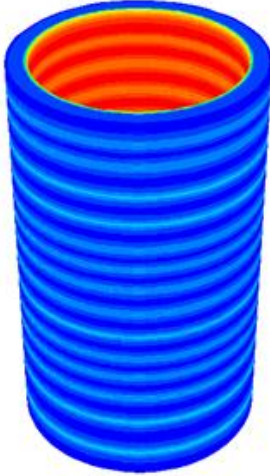
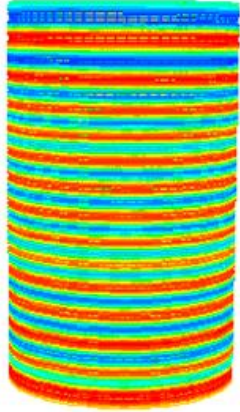



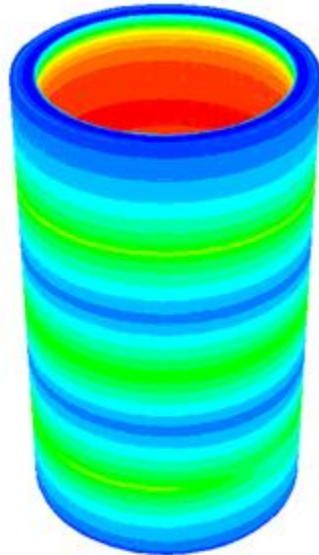
| Type d'instabilité | régime laminaire stable | 1 ère instabilité Onde axiale | 2 ème instabilité Onde azimuthale |
|-------------------------------|---|--|---|
| Résultat de simulation |  |  |  |
| Expérience expérimentale [43] |  Ta=34 |  Ta=42 |  Ta=48 |

Figure IV.15 : Comparaisons des différents régimes obtenus pour le système A avec ceux trouvés par [43]

La présentation, des résultats du modèle Fluent, prévoit la transition de l'écoulement de Couette à l'écoulement de vortex de Taylor et ensuite à l'écoulement de vortex de Taylor ondulé. Cette comparaison entre les visualisations expérimentales de l'écoulement, tirés de l'expérience de TAYLOR [43] et numériques soutient favorablement la validation du modèle de calcul Fluent.

IV.12.6 Etat intermédiaire de la formation des vortex de Taylor pour un fluide non newtonien (loi de puissance) :

Dans cette étape intermédiaire de simulation on observe l'apparition des tourbillons de Taylor d'une façon symétrique au niveau des extrémités.



La figure IV.16 Apparition partielle des rouleaux de Taylor pour un fluide loi de puissance pour $n= 0.66$ et $k= 1.716e-05$

CONCLUSION GENERALE

Une étude de la stabilité linéaire de l'écoulement de Couette-Taylor circulaire d'un fluide non Newtonien est réalisée. Les écarts entre les résultats existants peuvent être attribués en partie à l'échelle de la viscosité utilisée comme référence. Ce problème est longuement abordé dans le présent travail. Le modèle de Bingham décrit le comportement de fluide qui ne s'écoule que lorsque la contrainte est supérieure à un seuil. Ce comportement peut être mis en évidence dans certaines boues argileuses, pâtes, suspensions concentrées etc...

L'écoulement de base est contrôlé par 3 paramètres (le B et η et Re). Dans ce travail, on étudie l'influence de ce dernier sur les profils de vitesses et de viscosité. Les résultats montrent que la vitesse est variée lorsque on change le Bingham et η et la vitesse angulaire et nous nous intéressons au Bingham qui exerce une force qui réduit la vitesse de fluide donc la valeur absolue du gradient de vitesse croît sur la paroi intérieure et décroît sur la paroi extérieure. La viscosité augmente avec la position radiale. Cette augmentation est d'autant plus forte que le fluide est rhéofluidifiant (augmentation de Nombre de Bingham).

Pour une étude de la stabilité nous avons réalisé une simulation numérique sous le code de calcul Fluent d'un expérimental de Couette Taylor. Les résultats obtenus seront confrontés par la suite aux résultats de l'expérimental tirés de documents bibliographiques. Les résultats nécessaires à cette étude seront obtenus en utilisant le logiciel commercial Fluent et le logiciel de graphisme et maillage Gambit.

Nous avons ensuite étudié l'apparition des rouleaux de Taylor à des vitesses de rotations différentes. À la vitesse plus faible la forme des rouleaux de Taylor est complète mais l'apparition des vortex n'est pas totale sur toute la longueur du domaine. Toutefois, nous considérons que par cette présente étude numérique que la modélisation permet d'avoir des résultats rapides, concluants et souvent fort utiles pour la réalisation expérimentale.

Pour terminer, les perspectives qui pourraient être suggérées afin de compléter l'étude entamée dans le présent travail peuvent être résumées comme suit :

- * Extension pour un fluide en Herschell_Bulkley et fluide de carreau.
- * Faire une simulation dans le régime turbulent.

CONCLUSION GENERALE

Une étude de la stabilité linéaire de l'écoulement de Couette-Taylor circulaire d'un fluide non Newtonien est réalisée. Les écarts entre les résultats existants peuvent être attribués en partie à l'échelle de la viscosité utilisée comme référence. Ce problème est longuement abordé dans le présent travail. Le modèle de Bingham décrit le comportement de fluide qui ne s'écoule que lorsque la contrainte est supérieure à un seuil. Ce comportement peut être mis en évidence dans certaines boues argileuses, pâtes, suspensions concentrées etc...

L'écoulement de base est contrôlé par 3 paramètres (le B et η et Re). Dans ce travail, on étudie l'influence de ce dernier sur les profils de vitesses et de viscosité. Les résultats montrent que la vitesse est variée lorsque on change le Bingham et η et la vitesse angulaire et nous nous intéressons au Bingham qui exerce une force qui réduit la vitesse de fluide donc la valeur absolue du gradient de vitesse croît sur la paroi intérieure et décroît sur la paroi extérieure. La viscosité augmente avec la position radiale. Cette augmentation est d'autant plus forte que le fluide est rhéofluidifiant (augmentation de Nombre de Bingham).

Pour une étude de la stabilité nous avons réalisé une simulation numérique sous le code de calcul Fluent d'un expérimental de Couette Taylor. Les résultats obtenus seront confrontés par la suite aux résultats de l'expérimental tirés de documents bibliographiques. Les résultats nécessaires à cette étude seront obtenus en utilisant le logiciel commercial Fluent et le logiciel de graphisme et maillage Gambit.

Nous avons ensuite étudié l'apparition des rouleaux de Taylor à des vitesses de rotations différentes. À la vitesse plus faible la forme des rouleaux de Taylor est complète mais l'apparition des vortex n'est pas totale sur toute la longueur du domaine. Toutefois, nous considérons que par cette présente étude numérique que la modélisation permet d'avoir des résultats rapides, concluants et souvent fort utiles pour la réalisation expérimentale.

Pour terminer, les perspectives qui pourraient être suggérées afin de compléter l'étude entamée dans le présent travail peuvent être résumées comme suit :

- * Extension pour un fluide en Herschell_Bulkley et fluide de carreau.
- * Faire une simulation dans le régime turbulent.

Références Bibliographie

- [1] G. Couarraze and J.-L. Grossiord, “Initiation `a la rhéologie,” 1983.
- [2] C. W. Macosko and J. Mewis, *Suspension Rheology*. VCH, 1994.
- [3] H. A. Barnes, *A handbook of elementary rheology*. University of Wales, Institute of Non Newtonian Fluid Mechanics Aberystwyth” England, 2000.
- [4] E. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit, and P.-G. De Gennes, *Hydrodynamique physique*. EDP sciences Les Ulix, France, 2001.
- [5] [Landry, 2006] LANDRY, M. (2006). Stability and instability of Taylor - Couette flows of a Bingham fluid. *J. Fluid Mech.*, 560:321–353.
- [6] C. Gutfinger and J. Tallmadge. Films of non-newtonian fluids adhering to flat plates. *AIChE Journal*, 11(3) :403–413, 1965.
- [7] P. Coussot. *Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials : applications in industry and environment*. John Wiley & Sons, 2005.
- [8] F. Pignon, A. Magnin, and JM Piau. Thixotropic colloidal suspensions and flow curves with minimum : Identification of flow regimes and rheometric consequences. *Journal of Rheology (1978-present)*, 40(4) :573–587, 1996.
- [9] D. Bonn, J. Paredes, MM Denn, L. Berthier, T. Divoux, and S. Manneville. Yield stress materials in soft condensed matter. arXiv preprint arXiv :1502.05281, 2015.
- [10] P. Coussot and G. Ovarlez. Physical origin of shear-banding in jammed systems. *The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics*, 33(3) :183–188, 2010.
- [11] PCF Møller, S. Rodts, MAJ Michels, and D. Bonn. Shear banding and yield stress in soft glassy materials. *Physical Review E*, 77(4) :041507, 2008.
- [12] G. Ovarlez, S. Rodts, X. Chateau, and P. Coussot. Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids. *Rheologica acta*, 48(8) :831–844, 2009.
- [13] P. Coussot, JS Raynaud, F. Bertrand, P. Moucheront, JP Guilbaud, HT Huynh, S. Jarny, and D. Lesueur. Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials. *Physical review letters*, 88(21) :218301, 2002.
- [14] S. Manneville. Recent experimental probes of shear banding. *Rheologica Acta*, 47(3) :301– 318, 2008.
- [15] Y. Greener and S. Middleman. Blade-coating of a viscoelastic fluid. *Polymer Engineering & Science*, 14(11) :791–796, 1974.
- [16] F. Davard and D. Dupuis. Flow visualisation experiments in a blade coating process. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 93(1) :17–28, 2000.

- [17] T. Sullivan and S. Middleman. Film thickness in blade coating of viscous and viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 21(1) :13–38, 1986.
- [18] T. Sullivan, S. Middleman, and R. Keunings. Use of a finite-element method to interpret rheological effects in blade coating. *AIChE journal*, 33(12) :2047–2056, 1987.
- [19] E. Mitsoulis. Numerical simulation of viscoelastic effects in blade-over-roll coating forming flows. *Computer Methods in Materials Science*, 10 :156–166, 2010.
- [20] T. Hsu, M. Malone, RL Laurence, and S. Middleman. Separating forces in blade coating of viscous and viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 18(3) :273–294, 1985.
- [21] S. Sofou and E. Mitsoulis. Roll-over-web coating of pseudoplastic and viscoplastic sheets using the lubrication approximation. *Journal of plastic film and sheeting*, 21(4) :307–333, 2005.
- [22] OJ Romero, LE Scriven, and MS Carvalho. Slot coating of mildly viscoelastic liquids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 138(2) :63–75, 2006.
- [23] L. Landau et E. Lifchitz, Tome VI, *Mécanique des fluides*, sections 18 et 28, édition Mir 1971.
- [24] M. Gorman and H.L. Swinney, Visual Observation of the Second Characteristic Mode in a Quasiperiodic Flow, *Phys. Rev. Lett.* 43, 1871 - 1875 (1979).
- [25] A. Bouabdallah et G. Cognet, laminar–turbulent transition in Taylor– Couette flow. In laminar–turbulent transition (IUTAM Conference), Edited in Springer–Verlag, Berlin, pp 368-377, 1980.
- [26] G. I. Taylor, Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders, *Phil. Trans. Roy. Soc. A Vol 223*, 605-615 (1923).
- [27] G. I. Taylor, Fluid Friction between Rotating Cylinders. II. Distribution of Velocity between Concentric Cylinders when Outer One Is Rotating and Inner One Is at Rest, *Proc. Roy. Soc. A Vol 157*, N°.892, 565-578 (Dec.2, 1936),
- [28] D. T. Richard, *Instabilités Hydrodynamiques dans les Ecoulements en Rotation Différentielle*, Thèse de Doctorat, Université Paris 7 (2001).
- [29] G. I. Taylor, Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders, *Phil. Trans. Roy. Soc. A Vol 223*, 289–343 (1923).
- [30] A. Davey, R.C. Di Prima, J.T., Stuart On the instability of Taylor vortices, *J. Fluid Mech.* 31:17–52 (1968).
- [31] C.A. Jones, Nonlinear Taylor vortices and their stability, *J. Fluid Mech.* 102:249–261 (1981).

[32] P.R. Fenstermacher, H.L. Swinney, J.P. Gollub Dynamical instabilities and the transition to chaotic Taylor vortex flow. *J. Fluid Mech* 94:103–128 (1979)

[33] R.M. Lueptow Fluidmechanics of a rotating filter separator. In: ChoiKJ (ed) *Advances in filtration and separation technology*, vol 9. American Filtration and Separations Society, pp 283–291(1995) [12] U.B. Holeschovsky, C.L. Cooney Quantitative description of a ultrafiltration in a rotating filtration device. *AICh E J* 37: 1219–1226 (1991)

[34] G. Belfort, P. Mikulasek, J.M. Pimbley, K.Y. Chung Diagnosis of membrane fouling using a rotating annular filter. 2. Dilute particle suspensions of known particle-size. *J Memb Sci* 77:23–39 (1993)

[35] K. Ohashi, K. Tashiro, F. Kushiya, T. Matsumoto, S. Yoshida, M. Endo, T. Horio, K. Ozawa, K. Sakai Rotation-induced Taylor vortex enhances filtrate flux in plasma separation. *Trans Am Soc Artif Intern Organs* 34:300–307 (1988)

[36] L. Rayleigh, On the motion of a viscous fluid, *Phil. Mag.* Vol.26 p.776 (1913).

[37] Thèse de Doctorat Amine Mehel, « Etude Expérimentale d'un Ecoulement Diphasique de Taylor Couette » Dynamique des fluides 2006 et Fave en 1999.

[38] C. D. Andereck, S. S. Liu and H. L. Swinney, Flow Regimes in a Circular Couette System with Independently Rotating Cylinders. *Fluid Mech.* Vol.164, (1986).

[39] C. D. Andereck, R. Dickman, H. L. Swinney, New flows in a circular Couette system with corotating cylinders, *Phys. Fluids* vol 26, (1983).

[40] N. Gravas, B. W. Martin, Instability of viscous axial flow in annuli having a rotating inner cylinder *Fluid Mech.* Vol. 86, 1978.

[41] D. Coles, Transition in circular Couette flow. *J Fluid Mech* 21:385–425 (1965).

[42] Jean- philippe Boin “Etude des écoulements turbulents”, Ecole Nationale Supérieure de Bourges (ENSIB), (cours) année 2001/2002.

[43] J. Stuart Taylor vortex flow: A dynamical system *SIAM Review* vol 28 N°3 pp 315-342 (sept 1986).

[44] C.Barrels, M.Breuer, F.Durst, Comparison Between Direct Numerical Simulation and $k-\epsilon$ Prediction of the Flow in a Vessel Stirred by a Rushton Turbine, 10th European Mixing Conference, Delft, Pays-Bas, p.239-246 (2000).

[24] “Numerical Flow Visualization of the Formation of Taylor Cells in a Laminar TaylorCouette Flow” * FEMTO-ST-UMR 6174, Dépt ENISYS, Université de Franche-Comté, Belfort F-90000, France.