

ENTRAÎNEMENT AUX CONCOURS

l'intégrale

Éric Sorosina

Système D

Algèbre et géométrie

200 méthodes et 250 exos

**MPSI, PCSI
MP, PC, PSI**

Préface de Jean-Marie Monier

DUNOD

Table des matières

Avant-propos	XI
Chapitre 1. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées	1
I. Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée	1
I.1 Valeurs propres d'un endomorphisme en dimension finie ou d'une matrice carrée	1
I.2 Éléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée	9
I.2.1 Cas d'un endomorphisme en dimension infinie	9
I.2.2 Cas d'un endomorphisme en dimension finie ou d'une matrice carrée	11
II. Diagonalisabilité d'une matrice ou d'un endomorphisme en dimension finie	18
III. Diagonalisation et matrices classiques	31
III.1 Matrices nilpotentes	31
III.2 Matrices de rang 1	33
III.3 Matrices de projecteur	35
III.4 Matrices par blocs	37
IV. Application de la diagonalisation	41
V. Trigonalisation	47
Chapitre 2. Formes quadratiques	53
I. Généralités	53
I.1 Reconnaître une forme bilinéaire symétrique	53
I.2 Reconnaître une forme quadratique	55
I.3 Décomposition d'une forme quadratique en combinaison linéaire de carrés de formes linéaires indépendantes en dimension finie	59
II. Propriétés d'une forme quadratique indépendantes de la dimension	63
II.1 Noyau d'une forme quadratique	64
II.2 Non-dégénérescence d'une forme quadratique	67
II.3 Signe d'une forme quadratique	69

III. Propriétés d'une forme quadratique spécifiques de la dimension finie	73
III.1 Rang d'une forme quadratique	73
III.2 Signature d'une forme quadratique	76
IV. Applications de la théorie sur les formes quadratiques	80
Chapitre 3. Espaces euclidiens ; espaces hermitiens	83
I. Généralités sur les espaces préhilbertiens réels/complexes	83
I.1 Produit scalaire	83
I.2 Orthogonalité	89
II. Structure d'espace euclidien/hermitien	94
II.1 Bases orthonormales	94
II.2 Isomorphisme canonique	99
II.3 Projection orthogonale, symétrie orthogonale	100
III.3.1 Généralités sur la projection orthogonale	100
III.3.2 Projecteur orthogonal et problème de borne inférieure	100
III.3.3 Symétrie orthogonale	108
III. Adjoint d'un endomorphisme d'un espace euclidien	110
III.1 Généralités	108
III.2 Réduction des endomorphismes symétriques d'un espace euclidien	113
Chapitre 4. Géométrie euclidienne affine et vectorielle en dimension 2 et 3	119
I. Groupes orthogonal	119
I.1 Généralités	119
I.2 Groupe orthogonal de $\mathbb{R}^2$	126
I.3 Groupe orthogonal de $\mathbb{R}^3$	128
II. Géométrie dans le plan	135
II.1 Droites du plan	135
II.2 Problèmes de distance	139
II.3 Problèmes d'angle	141
II.4 Le cercle dans le plan	145
II.5 Conique dans le plan	149
III. Géométrie dans l'espace	160
III.1 Produit vectoriel	160
III.2 Droites et plans dans l'espace	167
III.3 Problèmes de distance	172
III.4 Problèmes d'angle	175
III.5 Sphères	175

Chapitre 5. Courbes du plan	179
I. Courbes définies par une représentation paramétrique (RP)	180
I.1 Étude d'une courbe définie par une RP	180
I.2 Utilisation d'une courbe définie par une RP	197
II. Courbes définies par une équation polaire (EPOL)	199
II.1 Étude d'une courbe définie par une EPOL	199
II.2 Utilisation d'une courbe définie par une EPOL	207
III. Courbes définies par une équation cartésienne (EC)	208
III.1 Étude d'une courbe définie par une EC	208
III.2 Utilisation d'une courbe définie par une EC	214
IV. Propriétés métriques des courbes du plan	214
IV.1 Longueur d'un arc	214
IV.2 Repère de FRENET	218
IV.3 Rayon de courbure	220
Chapitre 6. Courbes de l'espace et surfaces	227
I. Courbes de l'espace	227
I.1 Généralités	227
I.2 Courbe de l'espace défini par une RP	230
I.3 Courbe de l'espace définie par un SEC	235
II. Surfaces	239
II.1 Généralités	239
II.2 Plan tangent	241
II.3 Surfaces et droites	247
II.4 Surfaces usuelles	252
II.4.1 Surfaces de révolution	252
II.4.2 Quadriques	257
Index	267