

MECANIQUE EXPERIMENTALE DES FLUIDES

**TOME II
DYNAMIQUE DES
FLUIDES REELS
TURBOMACINES**

4e édition

R. COMOLET

MASSON

TABLE DES MATIÈRES

<i>Avant Propos</i>	xvii
CHAPITRE I. — Introduction	1
A — Définitions et rappels de cinématique	1
1 — Description lagrangienne du mouvement	2
2 — Description eulérienne du mouvement	4
3 — Écoulements permanents et non-permanents	4
4 — Écoulements établis et non établis	5
5 — Analyse du mouvement d'un élément de volume. Taux de déformation	5
B — Les principes	8
1 — Principe de conservation de la masse	8
2 — Principe de conservation des quantités de mouvement	8
3 — Principe de conservation de l'énergie	9
C — Les hypothèses	9
1 — Hypothèses concernant la nature des forces	9
a) Forces extérieures. Tenseur des contraintes	9
b) Expressions des forces et des contraintes	12
2 — Hypothèses concernant les énergies	14
3 — Hypothèses concernant la nature du fluide	15
4 — Hypothèses concernant les conditions aux limites et initiales	15
D — Théorèmes généraux	15
1 — Formule de la divergence	16
2 — Dérivées particulières	17
3 — Lemme fondamental	21
E — Remarque : Les trois sortes de dérivées temporelles	22
F — Viscosité des fluides	23
1 — Expérience de Couette - Viscosité dynamique μ	23
2 — Dimensions de μ et unités de viscosité	25
3 — Viscosité cinématique ν	25

4 — Variations de μ et de ν	26
a) Influence de la pression	26
b) Influence de la température	28
5 — Indice de viscosité	30
6 — Théories de la viscosité	31
7 — Fluides non newtoniens	33
a) Viscosité apparente	33
b) Lois de comportement	33
c) Exemples	34
CHAPITRE II. — Équations fondamentales de la mécanique des fluides	35
A — Équations de conservation de la masse	35
1 — Énoncé du principe	35
2 — Équation ponctuelle	36
Cas des fluides incompressibles	36
Cas particuliers	37
3 — Équation intégrée	39
4 — Généralisation	40
B — Équations des quantités de mouvement	40
1 — Énoncé du principe	40
2 — Équations dynamiques ponctuelles	42
a) Équations de la dynamique des fluides visqueux	43
b) Cas des fluides visqueux incompressibles: équations de Navier-Stokes	44
3 — Équations dynamiques intégrées	45
a) Cas où $\partial \rho \vec{v} / \partial t = 0$	46
b) Cas où $\rho = \text{Cte}$ et $\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}} \Pi$	47
4 — Théorème de l'énergie cinétique	51
Cas où il y a des parois solides mobiles	52
C — Équations de conservation de l'énergie	52
1 — Énoncé du principe	52
2 — Équation d'énergie ponctuelle	56
3 — Théorème de Crocco	58
4 — Autre forme de l'équation d'énergie	59
5 — Équation d'énergie intégrée	60
6 — Expression de la fonction de dissipation Φ	62
D — Deuxième principe de Thermodynamique	62
Énoncé de Carnot-Clausius	63
E — Compléments	63
1 — La surface de référence dans les écoulements permanents et les écoulements permanents en moyenne	63

2 — Équations intrinsèques	65
3 — Équation gouvernant le tourbillon (Helmholtz)	67
a) Cas où $\vec{\Omega} = 0$	68
b) Écoulement plan	68
CHAPITRE III. — <i>Statique des fluides</i>	70
A — <i>Equations générales</i>	70
B — <i>Etude de quelques modèles de fluides en équilibre</i>	71
1 — $\vec{F} = -\text{grad } U$	71
2 — $\vec{F} = -\text{grad } U$ et $\rho = \text{Cte}$	72
3 — $\vec{F} = 0$	73
C — <i>Théorème d'Archimède</i>	73
CHAPITRE IV. — <i>Intégrales premières de la dynamique des fluides</i>	75
A — <i>Fluides parfaits, barotropes ou incompressibles</i>	75
1 — Intégration de l'équation dynamique ponctuelle	77
a) Cas où $\partial \vec{V} / \partial t = 0$	77
b) Cas où $\text{rot } \vec{V} = 0$	79
2 — Equations intrinsèques	80
3 — Utilisation de ces résultats	81
B — <i>Fluides visqueux, barotropes ou incompressible</i>	83
CHAPITRE V. — <i>Écoulements laminaires</i>	86
A — <i>Écoulement à potentiel des liquides visqueux</i>	87
B — <i>Écoulement de Poiseuille</i>	89
1 — Équation du mouvement	89
2 — Calcul du débit	92
3 — Vitesse maximale et vitesse débitante	93
4 — Coefficient de perte de charge linéaire	93
5 — Force de frottement	94
6 — Débit d'énergie cinétique et débit de quantité de mouvement	94
7 — Longueur d'entrée	95
8 — Domaine d'existence du mouvement laminaire	97
9 — Historique	97
C — <i>Écoulement longitudinal laminaire entre deux plans parallèles</i>	99
1 — Écoulement plan de Poiseuille	100
2 — Écoulement plan de Couette	101
3 — Écoulement de Couette généralisé	101

D – Écoulement de Couette entre deux cylindres coaxiaux	101
E – Autres types d'écoulements en conduite	103
F – Écoulement laminaire d'un fluide compressible	103
G – Écoulements rampants	104
1 – Équation de Darcy	105
2 – Écoulement parallèle autour d'une sphère immobile	106
3 – Écoulement de Hele-Shaw	107
H – Graissage hydrodynamique	109
1 – Le frottement	110
2 – Équations du mouvement	111
3 – Écoulement dans un coin d'huile	112
4 – Forces s'exerçant sur le patin	114
5 – Cas du tourillon	115
CHAPITRE VI. Écoulements tourbillonnaires et notions de turbulence	117
A – Préliminaires	117
B – Écoulements tourbillonnaires	117
1 – Tourbillon de fluide parfait	118
2 – Tourbillon élémentaire visqueux	119
3 – Modèle de Rankine à noyau solide	120
4 – Dépression engendrée par un tourbillon	121
5 – Utilisation des modèles de tourbillons élémentaires dans la pratique	123
6 – Description du cisaillement par des tourbillons élémentaires	124
7 – Écoulement de rotation en conduites : le « swirl »	126
C – Notions sur les instabilités	127
1 – Introduction	127
2 – Notion d'instabilité	127
3 – Cas élémentaire : discontinuité en fluide parfait	128
D – Apparition de la turbulence	130
1 – Introduction	130
2 – Grandeurs moyennes et fluctuations	130
3 – Tenseur de Reynolds	131
E – Modèles de turbulence	132
1 – Viscosité turbulente	132
2 – Énergie cinétique et diffusion turbulente, modèle K- ϵ	133
3 – Écoulement purement cisailé et développé	133
4 – Écoulement quelconque, modèle K, ϵ	134

F – Turbulence expérimentale	135
1 – Le taux de turbulence	135
2 – La densité spectrale de la turbulence	136
3 – Corrélations et espace de Fourier	137
CHAPITRE VII. Similitude et analyse dimensionnelle	138
A – Généralités	138
B – Fluides visqueux incompressibles dans le champ de pesanteur	140
1 – Écoulements en charge	140
a) Variables réduites	141
b) Conditions de similitude de deux écoulements	144
c) Conditions initiales et conditions aux limites	147
d) Interprétation du nombre de Reynolds	148
2 – Écoulements à surface libre	150
a) Conditions de similitude de deux écoulements	150
b) Interprétation du nombre de Froude	152
c) Remarques	152
C – Fluides compressibles	153
a) Nombres sans dimension	153
b) Conditions initiales et conditions aux limites	156
c) Conditions de similitude	156
d) Remarques	157
D – Utilisation pratique des conditions de similitude	157
E – Similitude et analyse dimensionnelle	159
F – Applications	161
1 – Similitude des turbomachines	161
2 – Similitude de cavitation	161
3 – Exemples numériques	161
G – Techniques d'approximation	164
1 – Généralités	164
2 – Principe de moindre dégénérescence	168
3 – Dégénérescences à grands nombres de Reynolds	168
4 – Modèle de Stokes	174
5 – Conclusion sur les techniques d'approximation	175

CHAPITRE VIII. — <i>Théorie de la couche limite (fluide incompressible)</i>	177
A — <i>Notion de couche limite</i>	177
B — <i>Equations de la couche limite</i>	178
1 — Définition du problème. Notations	178
2 — Equations locales	179
a) Couche limite laminaire	179
b) Condition de compatibilité. Décollement	182
c) Couche limite turbulente	183
3 — Equations globales	185
a) Couche limite laminaire	185
b) Couche limite turbulente	187
4 — Paramètres caractéristiques de la couche limite	187
a) Définitions	187
b) Cas de la couche limite turbulente	189
c) Equations globales écrites avec ces paramètres	189
C — <i>Etude de la couche limite laminaire</i>	190
1 — Solutions exactes	190
a) Ecoulement sur (ou dans) un coin	190
b) Couche limite de la plaque plane parallèle à l'écoulement	192
c) Couche limite d'une plaque plane perpendiculaire à l'écoulement : point de stagnation	196
d) Recherche des solutions affines de la couche limite	197
2 — Solutions approchées	199
a) Méthodes dérivant de solutions exactes connues. Méthode de Blasius et Howarth	200
b) Méthodes fondées sur les équations globales. Méthode de Pohlhausen	202
3 — Décollement de la couche limite laminaire	207
D — <i>Etude de la transition laminaire-turbulente</i>	209
E — <i>Etude de la couche limite turbulente</i>	211
1 — Cas d'un gradient de pression nul	211
a) Aspects universels de la couche limite turbulente à grands nombres de Reynolds. Répartition des vitesses moyennes	211
b) Calcul des coefficients de frottement	213
c) Résultats numériques expérimentaux. Répartition des vitesses moyennes	219
2 — Cas d'un gradient de pression non nul	222
a) Répartition des vitesses moyennes	222
b) Coefficient de frottement local	224
c) Méthodes de calcul de la couche limite turbulente	224
3 — Décollement de la couche limite turbulente	227

CHAPITRE IX. — <i>Aérodynamique des corps géométriquement simples</i>	228
A — <i>Considérations générales</i>	228
1 — En fluide parfait	228
2 — En fluide visqueux. Loi de Newton	229
Origine des forces de résistance	230
Corps en mouvement ou fluide en mouvement	230
Coefficients sans dimension	231
Résistance et nombre de Reynolds	232
B — <i>Résistance des obstacles non profilés à courbure progressive</i>	234
1 — Résistance de la sphère	234
Forme de l'écoulement et variation de C_x avec $\mathcal{R}$	234
Interprétation de ces résultats	236
Détermination de la valeur critique $\mathcal{R}_c$	237
Écoulement autour de la sphère aux faibles et moyennes valeurs de $\mathcal{R}$..	238
2 — Résistance du cylindre circulaire	239
a) Cylindre de longueur infinie	240
b) Cylindre de longueur finie	244
c) Cylindre incliné sur l'écoulement	245
d) Généralisation	245
e) Paradoxe de l'effet Magnus	246
C — <i>Résistance des obstacles à arêtes vives</i>	248
a) Plaque infiniment longue normale à la vitesse V_∞	248
b) Plaque inclinée sur la direction de la vitesse V_∞	250
c) Plaque d'envergure finie	254
d) Généralisation	254
D — <i>Résistance des obstacles profilés</i>	256
1 — Plaque plane parallèle à V_∞	257
a) Plaque lisse	257
b) Plaque rugueuse	258
2 — Obstacle profilé quelconque	258
a) Obstacle de révolution d'axe parallèle à V_∞	259
b) Obstacle cylindrique, avec plan de symétrie parallèle à V_∞	259
E — <i>Détermination de la résistance de pression</i>	259
F — <i>Détermination de la résistance de profil</i>	261
G — <i>Interactions</i>	263

CHAPITRE X. — <i>Aérodynamique (suite) aile d'avion</i>	265
A — <i>Aile unique en fluide incompressible</i>	265
1 — Définitions relatives à l'aile	265
2 — Etude de l'écoulement. Naissance de la portance	267
3 — Variations de C_x et de C_z avec $\mathcal{R}$	269
4 — Variations de C_x et de C_z avec i	270
Décrochage	271
5 — Aile d'envergure finie : Résistance induite	274
Calcul de la résistance induite	275
6 — Dispositifs hypersustentateurs	279
7 — Contrôle de la couche limite	280
8 — Position de la force résultante — Tracé des profils	283
B — <i>Théorie des grilles d'aubes</i>	284
1 — Généralités	284
2 — Calcul d'une grille d'aubes	285
3 — Diagramme de Zweifel	291
C — <i>Influence de la compressibilité</i>	292
1 — Généralités	292
2 — Ecoulement subsonique	293
3 — Ecoulement transsonique	294
4 — Ecoulement supersonique	295
5 — Règle des sections	296
D — <i>Instabilité en aéro- ou et hydrodynamique</i>	296
1 — Oscillations entretenues	297
2 — Auto-oscillations	297
a) Systèmes à résistance négative	298
b) Systèmes couplés à plusieurs degrés de liberté	299
CHAPITRE XI. — <i>Ecoulements dans les conduites</i>	301
A — <i>Charge et perte de charge</i>	302
1 — Que devient la formule de Bernoulli dans le cas d'un fluide incompressible visqueux?	302
2 — Ecoulement permanent dans une conduite	303
a) Charge totale moyenne dans une section droite	303
b) Généralisation	305
3 — Écoulement permanent en moyenne dans une conduite	306
Valeurs moyennes du débit, du débit d'énergie, de la charge totale	306
4 — Perte de charge d'une conduite	307
a) Définition de la perte de charge	307
b) Perte de charge d'un tronçon de conduite cylindrique longue	309

B — Calcul des pertes de charge dans les conduites cylindriques longues	310
1 — Position du problème et hypothèses	310
2 — Pertes de charge dans les conduites circulaires	311
a) Formule de Chézy	311
b) Coefficient de perte de charge linéaire λ	313
C — Répartition des vitesses dans une section droite	321
1 — Considérations dimensionnelles sur la répartition des vitesses	321
2 — Loi de paroi et loi déficitaire	323
3 — Conduites hydrauliquement lisses	323
a) Zone de recouvrement. Lois logarithmiques	324
b) Sous-couche visqueuse	324
c) Vitesse débitante. Coefficient de perte de charge	326
4 — Conduites hydrauliquement rugueuses	329
a) Répartition des vitesses	329
b) Vitesse débitante. Coefficient de perte de charge	330
D — Pertes de charge dans les conduites non circulaires	333
1 — Coefficient de perte de charge	333
2 — Répartition des vitesses dans une section droite	335
3 — Perte de charge d'une conduite circulaire courbe	336
4 — Conduites ondulées	337
E — Écoulement avec frottement d'un fluide compressible dans une conduite cylindrique longue	338
1 — Hypothèses et équations du mouvement	338
2 — Écoulement isotherme	339
3 — Écoulement adiabatique	341
Chapitre XII. — Écoulements dans les singularités.	
Pertes de charge singulières	345
1 — Position du problème	345
2 — Changement de section	347
a) Elargissement brusque	347
b) Rétrécissement brusque	348
c) Entrée d'une conduite	349
d) Conduite cylindrique débouchant à l'aval dans un grand réservoir ...	350
e) Convergent	350
f) Divergent	351
g) Diaphragmes en mince paroi	352
3 — Changement de direction	354
a) Coude arrondi	354
b) Coude à angle vif	355
4 — Branchements et confluent	356

5 — Appareils divers	357
6 — Perte de charge de l'ensemble d'un circuit. Orifice équivalent. Couplages	361
7 — Pertes de charge singulières en écoulement laminaire	363
a) Rétrécissement brusque	363
b) Diaphragme dans une conduite	363
CHAPITRE XIII. — <i>Écoulements dans les canaux découverts</i>	365
A — <i>Écoulements permanents (en moyenne)</i>	366
1 — Écoulements uniformes	366
a) Définition	366
b) Extension à l'étude des canaux de notions établies à propos des conduites en charge	367
c) Calcul du coefficient de Chézy. Formule de Bazin.	368
d) Débitance d'un canal	369
2 — Écoulements graduellement variés	370
a) Définition	370
b) Charge spécifique H_S	370
c) Écoulement à débit Q , constant, y étant variable	371
d) Écoulement à charge spécifique H_S constante, Q , étant variable	372
e) Exemples d'applications	374
f) Formes de la surface libre	376
3 — Écoulements rapidement variés	381
a) Ressaut	381
b) Écoulement au-dessus d'un déversoir	383
B — <i>Écoulements ondulatoires</i>	385
1 — Ondes de gravité	385
2 — Ondes capillaires	386
C — <i>Rôle du nombre de Froude</i>	387
CHAPITRE XIV. — <i>Éléments de la théorie des turbomachines</i>	389
A — <i>Généralités sur les turbomachines</i>	390
1 — Classification	390
2 — Dispositions générales	391
3 — Composition des vitesses. Trajectoires	391
B — <i>Équations générales de la théorie des turbomachines</i>	394
1 — Équations de continuité	395
2 — Équations des quantités de mouvement	397
a) Étude de la résultante générale des forces	398

b) Étude du moment résultant des forces	400
3 — Équations d'énergie	402
C — Machines à fluide incompressible	405
1 — Roue à nombre d'aubes infini. Théorie d'Euler	405
a) Équation d'Euler	405
b) Autre forme de l'équation d'Euler	408
c) Composantes de l'énergie transférée. Degré de réaction	409
2 — Roue à nombre d'aubes fini	409
a) Tourbillon relatif	410
b) Considérations théoriques	413
3 — Influence de la viscosité. Caractéristiques des turbomachines	420
a) Rendements	421
b) Caractéristiques d'une turbomachine	421
4 — Similitude des turbomachines	422
a) Produits sans dimensions et invariants de Rateau	422
b) Autres combinaisons sans dimension	424
c) Machines en fonctionnement semblable	425
d) Emploi des variables spécifiques — Classification des turbomachines	430
e) Influence du nombre de Reynolds. Effet d'échelle	434
f) Machines semblables et machines parentes	437
Annexes	440
A — Formules et opérateurs utilisés en analyse vectorielle	440
B — Équations fondamentales ponctuelles dans divers systèmes de coordonnées	443
C — Expression de la fonction de dissipation	446
D — Écoulements relatifs permanents tels que $\vec{\text{rot}} \vec{w} = -2\vec{\omega} = \text{cte}$ et $\text{div} \vec{w} = 0$	447
Bibliographie	451
Index alphabétique des noms et des matières	455