

LICENCE 1 & 2  
INFORMATIQUE

Skander Belhaj  
Anis Ben Aïssa

# Mathématiques pour l'informatique

- Cours complet
- Méthodes et applications fondamentales
- Exercices d'entraînement corrigés

Vuibert

éditions Vuibert



2-004-378-1

Skander Bellal, ~~et autres auteurs~~

# Mathématiques pour l'informatique

**Cours et exercices corrigés**

**LICENCE 1 & 2  
INFORMATIQUE**

**Vuibert**

## Table des matières

<b>Analyse</b>	<b>1</b>
<b>1 Nombres réels, nombres complexes et suites numériques</b>	<b>3</b>
1.1 L'ensemble des réels . . . . .	3
1.2 L'ensemble des complexes . . . . .	6
1.3 Les suites . . . . .	12
1.4 Exercices . . . . .	17
<b>2 Étude des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>21</b>
2.1 Limite d'une fonction . . . . .	21
2.2 Fonctions continues . . . . .	23
2.3 Dérivabilité . . . . .	28
2.4 Fonctions convexes . . . . .	31
2.5 Complément sur les fonctions classiques . . . . .	32
2.6 Formules de Taylor . . . . .	36
2.7 Développements limités . . . . .	37
2.8 Fonctions équivalentes, définition et opérations . . . . .	44
2.9 Applications . . . . .	45
2.10 Exercices . . . . .	46
<b>3 Séries numériques</b>	<b>51</b>
3.1 Définitions . . . . .	51
3.2 Exemples . . . . .	51
3.3 Propriétés . . . . .	52
3.4 Séries à termes positifs . . . . .	53
3.5 Série quelconque. Convergence absolue. . . . .	54
3.6 Exercices . . . . .	55
<b>4 Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>57</b>
4.1 Généralités . . . . .	57
4.2 Techniques de calcul d'une intégrale . . . . .	60
4.3 Calcul pratique des intégrales . . . . .	62
4.4 Exercices . . . . .	63

## Table des matières

<b>Analyse</b>	<b>1</b>
<b>1 Nombres réels, nombres complexes et suites numériques</b>	<b>3</b>
1.1 L'ensemble des réels . . . . .	3
1.2 L'ensemble des complexes . . . . .	6
1.3 Les suites . . . . .	12
1.4 Exercices . . . . .	17
<b>2 Étude des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>21</b>
2.1 Limite d'une fonction . . . . .	21
2.2 Fonctions continues . . . . .	23
2.3 Dérivabilité . . . . .	28
2.4 Fonctions convexes . . . . .	31
2.5 Complément sur les fonctions classiques . . . . .	32
2.6 Formules de Taylor . . . . .	36
2.7 Développements limités . . . . .	37
2.8 Fonctions équivalentes, définition et opérations . . . . .	44
2.9 Applications . . . . .	45
2.10 Exercices . . . . .	46
<b>3 Séries numériques</b>	<b>51</b>
3.1 Définitions . . . . .	51
3.2 Exemples . . . . .	51
3.3 Propriétés . . . . .	52
3.4 Séries à termes positifs . . . . .	53
3.5 Série quelconque. Convergence absolue. . . . .	54
3.6 Exercices . . . . .	55
<b>4 Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>57</b>
4.1 Généralités . . . . .	57
4.2 Techniques de calcul d'une intégrale . . . . .	60
4.3 Calcul pratique des intégrales . . . . .	62
4.4 Exercices . . . . .	63

<b>5 Équations différentielles</b>	<b>65</b>
5.1 Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . .	65
5.2 Étude de l'équation avec second membre . . . . .	66
5.3 Équations différentielles linéaires du second ordre . . . . .	67
5.4 Compléments . . . . .	68
5.5 Exercices . . . . .	69
 <b>Algèbre</b>	 <b>71</b>
<b>6 Espaces vectoriels et applications linéaires</b>	<b>73</b>
6.1 L'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ . . . . .	73
6.2 Espace vectoriel . . . . .	74
6.3 Combinaisons linéaires, sous-espaces vectoriels . . . . .	76
6.4 Indépendance linéaire, base . . . . .	78
6.5 Applications linéaires . . . . .	81
6.6 Exercices . . . . .	84
<b>7 Matrices, déterminant et systèmes linéaires</b>	<b>89</b>
7.1 Calcul matriciel . . . . .	89
7.2 Systèmes d'équations linéaires . . . . .	101
7.3 Le déterminant . . . . .	107
7.4 Exercices . . . . .	113
<b>8 Diagonalisation des endomorphismes - matrices</b>	<b>117</b>
8.1 Valeurs propres et vecteurs propres . . . . .	117
8.2 Caractéristique d'une valeur propre . . . . .	118
8.3 Diagonalisation d'une matrice carrée . . . . .	120
8.4 Application de la diagonalisation . . . . .	123
8.5 Exercices . . . . .	124
<b>9 Polynômes et fractions rationnelles</b>	<b>127</b>
9.1 Polynômes . . . . .	127
9.2 Fractions rationnelles . . . . .	132
9.3 Exercices . . . . .	137
<b>10 Applications bilinéaires et formes quadratiques</b>	<b>139</b>
10.1 Applications bilinéaires . . . . .	139
10.2 Formes quadratiques . . . . .	142
10.3 Exercices . . . . .	145
 <b>Probabilités</b>	 <b>149</b>
<b>11 Notion de probabilité</b>	<b>151</b>
11.1 Modèle probabiliste . . . . .	151
11.2 Probabilités conditionnelles et indépendance . . . . .	157

11.3 Analyse combinatoire . . . . .	161
11.4 Formule du binôme de Newton . . . . .	163
11.5 Exercices . . . . .	163
<b>12 Variables Aléatoires Discrètes - Lois Discrètes</b>	<b>167</b>
12.1 Définitions . . . . .	167
12.2 Espérance, Moments et Variance . . . . .	172
12.3 Lois usuelles discrètes . . . . .	176
12.4 Exercices . . . . .	181
<b>13 Variables Aléatoires Continues - Lois Continues</b>	<b>185</b>
13.1 Définitions . . . . .	185
13.2 Espérance, Moments et Variance . . . . .	189
13.3 Lois usuelles continues . . . . .	192
13.4 Exercices . . . . .	198
<b>14 Notions de convergence</b>	<b>201</b>
14.1 Convergence en probabilité . . . . .	201
14.2 Convergence en loi . . . . .	206
14.3 Convergence des lois usuelles . . . . .	207
14.4 Exercices . . . . .	209
<b>Statistiques</b>	<b>213</b>
<b>15 Statistique descriptive</b>	<b>215</b>
15.1 Séries statistiques à une dimension . . . . .	215
15.2 Séries statistiques à deux dimensions . . . . .	223
15.3 Exercices . . . . .	230
<b>16 Échantillonnage et estimation</b>	<b>235</b>
16.1 Échantillonnage . . . . .	235
16.2 Estimation . . . . .	237
16.3 Exercices . . . . .	241
<b>17 Tests d'hypothèse et tests de comparaison</b>	<b>243</b>
17.1 Tests de conformité . . . . .	243
17.2 Tests de comparaison . . . . .	247
17.3 Exercices . . . . .	251
<b>Analyse numérique</b>	<b>253</b>
<b>18 Introduction à l'analyse numérique</b>	<b>255</b>
18.1 Représentations des nombres . . . . .	255
18.2 Arithmétique flottante . . . . .	257
18.3 Normes de vecteurs et de matrices . . . . .	258

18.4 Conditionnement d'une matrice . . . . .	260
18.5 Exercices . . . . .	261
<b>19 Méthodes directes de résolution des systèmes linéaires</b>	<b>265</b>
19.1 Introduction . . . . .	265
19.2 Méthode de Gauss-Jordan . . . . .	266
19.3 Méthode de Gauss . . . . .	268
19.4 Décomposition <i>LU</i> . . . . .	271
19.5 Décomposition de Cholesky . . . . .	272
19.6 Exercices . . . . .	274
<b>20 Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires</b>	<b>279</b>
20.1 Introduction . . . . .	279
20.2 Définition et convergence . . . . .	279
20.3 Méthodes itératives linéaires . . . . .	280
20.4 La méthode de Jacobi . . . . .	280
20.5 La méthode de Gauss-Seidel . . . . .	283
20.6 Exercices . . . . .	285
<b>21 Résolution des équations non linéaires</b>	<b>287</b>
21.1 Introduction . . . . .	287
21.2 Méthodes à base géométrique . . . . .	288
21.3 Méthodes itératives . . . . .	293
21.4 Exercices . . . . .	295
<b>22 Méthodes d'intégration numérique</b>	<b>297</b>
22.1 Introduction . . . . .	297
22.2 Méthodes des trapèzes . . . . .	298
22.3 Méthode de Simpson . . . . .	300
22.4 Méthode de Romberg . . . . .	302
22.5 Exercices . . . . .	304
<b>Corrigés des exercices</b>	<b>307</b>
<b>Annexe</b>	<b>449</b>

Skander Belhaj & Anis Ben Aïssa

# Mathématiques pour l'informatique

Cet ouvrage présente les **concepts** et les **outils mathématiques de base** que tout étudiant en première et deuxième années de Licence Informatique doit maîtriser : initiation au raisonnement mathématique et à la modélisation de problèmes concrets mais aussi méthodes et applications fondamentales de l'analyse numérique.

Plus de **200 exercices corrigés** complètent le cours et permettent aux étudiants de s'entraîner efficacement.

## Sommaire

### Partie I. Analyse

- 1. Nombres réels, nombres complexes et suites numériques
- 2. Étude des fonctions réelles d'une variable réelle
- 3. Séries numériques
- 4. Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle
- 5. Équations différentielles

### Partie II. Algèbre

- 6. Espaces vectoriels et applications linéaires
- 7. Matrices, déterminant et systèmes linéaires
- 8. Diagonalisation des endomorphismes – matrices
- 9. Polynômes et fractions rationnelles
- 10. Applications bilinéaires et formes quadratiques

### Partie III. Probabilités

- 11. Notion de probabilité
- 12. Variables Aléatoires Discrètes - Lois Discrètes

- 13. Variables Aléatoires Continues - Lois Continues
- 14. Notions de convergence

### Partie IV. Statistiques

- 15. Statistique descriptive
- 16. Échantillonnage et estimation
- 17. Tests d'hypothèse et tests de comparaison

### Partie V. Analyse numérique

- 18. Introduction à l'analyse numérique
- 19. Méthodes directes de résolution des systèmes linéaires
- 20. Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires
- 21. Résolution des équations non linéaires
- 22. Méthodes d'intégration numérique

### Corrigés des exercices

### Annexe

Docteur en mathématiques appliquées, **Skander Belhaj** est spécialiste d'algèbre matricielle rapide. Chercheur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (LAMSIN), il enseigne actuellement à l'Institut Supérieur des Arts du Multimédia de la Manouba (Tunisie). Il est également Maître assistant et Directeur des Études et des Stages à l'ISAMM.

Maître assistant à l'Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie de Sousse (Tunisie), **Anis Ben Aïssa** est spécialiste des probabilités et statistiques.

ISBN 978-2-311-01241-5



9 782311 012415

[www.vuibert.fr](http://www.vuibert.fr)

