



Skander Belhaj  
Anis Ben Aïssa

LICENCE 1 & 2  
INFORMATIQUE

# Mathématiques pour l'informatique

- Cours complet
- Méthodes et applications fondamentales
- Exercices d'entraînement corrigés

Vuibert



2-004-378-1

Skander Bell

# Mathématiques pour l'informatique

Cours et exercices corrigés

LICENCE 1 & 2  
INFORMATIQUE

**Vuibert**



# Table des matières

<b>Analyse</b>	<b>1</b>
<b>1 Nombres réels, nombres complexes et suites numériques</b>	<b>3</b>
1.1 L'ensemble des réels . . . . .	3
1.2 L'ensemble des complexes . . . . .	6
1.3 Les suites . . . . .	12
1.4 Exercices . . . . .	17
<b>2 Étude des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>21</b>
2.1 Limite d'une fonction . . . . .	21
2.2 Fonctions continues . . . . .	23
2.3 Dérivabilité . . . . .	28
2.4 Fonctions convexes . . . . .	31
2.5 Complément sur les fonctions classiques . . . . .	32
2.6 Formules de Taylor . . . . .	36
2.7 Développements limités . . . . .	37
2.8 Fonctions équivalentes, définition et opérations . . . . .	44
2.9 Applications . . . . .	45
2.10 Exercices . . . . .	46
<b>3 Séries numériques</b>	<b>51</b>
3.1 Définitions . . . . .	51
3.2 Exemples . . . . .	51
3.3 Propriétés . . . . .	52
3.4 Séries à termes positifs . . . . .	53
3.5 Série quelconque. Convergence absolue. . . . .	54
3.6 Exercices . . . . .	55
<b>4 Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>57</b>
4.1 Généralités . . . . .	57
4.2 Techniques de calcul d'une intégrale . . . . .	60
4.3 Calcul pratique des intégrales . . . . .	62
4.4 Exercices . . . . .	63

# Table des matières

<b>Analyse</b>	<b>1</b>
<b>1 Nombres réels, nombres complexes et suites numériques</b>	<b>3</b>
1.1 L'ensemble des réels . . . . .	3
1.2 L'ensemble des complexes . . . . .	6
1.3 Les suites . . . . .	12
1.4 Exercices . . . . .	17
<b>2 Étude des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>21</b>
2.1 Limite d'une fonction . . . . .	21
2.2 Fonctions continues . . . . .	23
2.3 Dérivabilité . . . . .	28
2.4 Fonctions convexes . . . . .	31
2.5 Complément sur les fonctions classiques . . . . .	32
2.6 Formules de Taylor . . . . .	36
2.7 Développements limités . . . . .	37
2.8 Fonctions équivalentes, définition et opérations . . . . .	44
2.9 Applications . . . . .	45
2.10 Exercices . . . . .	46
<b>3 Séries numériques</b>	<b>51</b>
3.1 Définitions . . . . .	51
3.2 Exemples . . . . .	51
3.3 Propriétés . . . . .	52
3.4 Séries à termes positifs . . . . .	53
3.5 Série quelconque. Convergence absolue. . . . .	54
3.6 Exercices . . . . .	55
<b>4 Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>57</b>
4.1 Généralités . . . . .	57
4.2 Techniques de calcul d'une intégrale . . . . .	60
4.3 Calcul pratique des intégrales . . . . .	62
4.4 Exercices . . . . .	63



<b>5 Équations différentielles</b>	<b>65</b>
5.1 Équations différentielles linéaires du premier ordre . . . . .	65
5.2 Étude de l'équation avec second membre . . . . .	66
5.3 Équations différentielles linéaires du second ordre . . . . .	67
5.4 Compléments . . . . .	68
5.5 Exercices . . . . .	69
 <b>Algèbre</b>	 <b>71</b>
<b>6 Espaces vectoriels et applications linéaires</b>	<b>73</b>
6.1 L'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ . . . . .	73
6.2 Espace vectoriel . . . . .	74
6.3 Combinaisons linéaires, sous-espaces vectoriels . . . . .	76
6.4 Indépendance linéaire, base . . . . .	78
6.5 Applications linéaires . . . . .	81
6.6 Exercices . . . . .	84
 <b>7 Matrices, déterminant et systèmes linéaires</b>	<b>89</b>
7.1 Calcul matriciel . . . . .	89
7.2 Systèmes d'équations linéaires . . . . .	101
7.3 Le déterminant . . . . .	107
7.4 Exercices . . . . .	113
 <b>8 Diagonalisation des endomorphismes - matrices</b>	<b>117</b>
8.1 Valeurs propres et vecteurs propres . . . . .	117
8.2 Caractéristique d'une valeur propre . . . . .	118
8.3 Diagonalisation d'une matrice carrée . . . . .	120
8.4 Application de la diagonalisation . . . . .	123
8.5 Exercices . . . . .	124
 <b>9 Polynômes et fractions rationnelles</b>	<b>127</b>
9.1 Polynômes . . . . .	127
9.2 Fractions rationnelles . . . . .	132
9.3 Exercices . . . . .	137
 <b>10 Applications bilinéaires et formes quadratiques</b>	<b>139</b>
10.1 Applications bilinéaires . . . . .	139
10.2 Formes quadratiques . . . . .	142
10.3 Exercices . . . . .	145
 <b>Probabilités</b>	 <b>149</b>
<b>11 Notion de probabilité</b>	<b>151</b>
11.1 Modèle probabiliste . . . . .	151
11.2 Probabilités conditionnelles et indépendance . . . . .	157



11.3 Analyse combinatoire . . . . .	161
11.4 Formule du binôme de Newton . . . . .	163
11.5 Exercices . . . . .	163
<b>12 Variables Aléatoires Discrètes - Lois Discrètes</b>	<b>167</b>
12.1 Définitions . . . . .	167
12.2 Espérance, Moments et Variance . . . . .	172
12.3 Lois usuelles discrètes . . . . .	176
12.4 Exercices . . . . .	181
<b>13 Variables Aléatoires Continues - Lois Continues</b>	<b>185</b>
13.1 Définitions . . . . .	185
13.2 Espérance, Moments et Variance . . . . .	189
13.3 Lois usuelles continues . . . . .	192
13.4 Exercices . . . . .	198
<b>14 Notions de convergence</b>	<b>201</b>
14.1 Convergence en probabilité . . . . .	201
14.2 Convergence en loi . . . . .	206
14.3 Convergence des lois usuelles . . . . .	207
14.4 Exercices . . . . .	209
<b>Statistiques</b>	<b>213</b>
<b>15 Statistique descriptive</b>	<b>215</b>
15.1 Séries statistiques à une dimension . . . . .	215
15.2 Séries statistiques à deux dimensions . . . . .	223
15.3 Exercices . . . . .	230
<b>16 Échantillonnage et estimation</b>	<b>235</b>
16.1 Échantillonnage . . . . .	235
16.2 Estimation . . . . .	237
16.3 Exercices . . . . .	241
<b>17 Tests d'hypothèse et tests de comparaison</b>	<b>243</b>
17.1 Tests de conformité . . . . .	243
17.2 Tests de comparaison . . . . .	247
17.3 Exercices . . . . .	251
<b>Analyse numérique</b>	<b>253</b>
<b>18 Introduction à l'analyse numérique</b>	<b>255</b>
18.1 Représentations des nombres . . . . .	255
18.2 Arithmétique flottante . . . . .	257
18.3 Normes de vecteurs et de matrices . . . . .	258



18.4	Conditionnement d'une matrice . . . . .	260
18.5	Exercices . . . . .	261
<b>19</b>	<b>Méthodes directes de résolution des systèmes linéaires</b>	<b>265</b>
19.1	Introduction . . . . .	265
19.2	Méthode de Gauss-Jordan . . . . .	266
19.3	Méthode de Gauss . . . . .	268
19.4	Décomposition $LU$ . . . . .	271
19.5	Décomposition de Cholesky . . . . .	272
19.6	Exercices . . . . .	274
<b>20</b>	<b>Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires</b>	<b>279</b>
20.1	Introduction . . . . .	279
20.2	Définition et convergence . . . . .	279
20.3	Méthodes itératives linéaires . . . . .	280
20.4	La méthode de Jacobi . . . . .	280
20.5	La méthode de Gauss-Seidel . . . . .	283
20.6	Exercices . . . . .	285
<b>21</b>	<b>Résolution des équations non linéaires</b>	<b>287</b>
21.1	Introduction . . . . .	287
21.2	Méthodes à base géométrique . . . . .	288
21.3	Méthodes itératives . . . . .	293
21.4	Exercices . . . . .	295
<b>22</b>	<b>Méthodes d'intégration numérique</b>	<b>297</b>
22.1	Introduction . . . . .	297
22.2	Méthodes des trapèzes . . . . .	298
22.3	Méthode de Simpson . . . . .	300
22.4	Méthode de Romberg . . . . .	302
22.5	Exercices . . . . .	304
	<b>Corrigés des exercices</b>	<b>307</b>
	<b>Annexe</b>	<b>449</b>



Skander Belhaj & Anis Ben Aïssa

# Mathématiques pour l'informatique

Cet ouvrage présente les **concepts** et les **outils mathématiques de base** que tout étudiant en première et deuxième années de Licence Informatique doit maîtriser : initiation au raisonnement mathématique et à la modélisation de problèmes concrets mais aussi méthodes et applications fondamentales de l'analyse numérique.

Plus de **200 exercices corrigés** complètent le cours et permettent aux étudiants de s'entraîner efficacement.

## Sommaire

### Partie I. Analyse

1. Nombres réels, nombres complexes et suites numériques
2. Étude des fonctions réelles d'une variable réelle
3. Séries numériques
4. Intégration des fonctions réelles d'une variable réelle
5. Équations différentielles

### Partie II. Algèbre

6. Espaces vectoriels et applications linéaires
7. Matrices, déterminant et systèmes linéaires
8. Diagonalisation des endomorphismes – matrices
9. Polynômes et fractions rationnelles
10. Applications bilinéaires et formes quadratiques

### Partie III. Probabilités

11. Notion de probabilité
12. Variables Aléatoires Discrètes - Lois Discrètes

13. Variables Aléatoires Continues - Lois Continues
14. Notions de convergence

### Partie IV. Statistiques

15. Statistique descriptive
16. Échantillonnage et estimation
17. Tests d'hypothèse et tests de comparaison

### Partie V. Analyse numérique

18. Introduction à l'analyse numérique
19. Méthodes directes de résolution des systèmes linéaires
20. Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires
21. Résolution des équations non linéaires
22. Méthodes d'intégration numérique

### Corrigés des exercices

### Annexe

Docteur en mathématiques appliquées, **Skander Belhaj** est spécialiste d'algèbre matricielle rapide. Chercheur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis (LAMSIN), il enseigne actuellement à l'Institut Supérieur des Arts du Multimédia de la Manouba (Tunisie). Il est également Maître assistant et Directeur des Études et des Stages à l'ISAMM.

Maître assistant à l'Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie de Sousse (Tunisie), **Anis Ben Aïssa** est spécialiste des probabilités et statistiques.

ISBN 978-2-311-01241-5



9 782311 012415

WWW.VUIBERT.F.R.

