

SCIENCES SUP

Cours et exercices

2^e cycle • Écoles d'ingénieurs

INTRODUCTION À L'ALGORITHMIQUE

2^e édition

*Thomas H. Cormen
Charles E. Leiserson
Ronald L. Rivest
Clifford Stein*

DUNOD

005-578-1

2-005-578-1

INTRODUCTION À L'ALGORITHMIQUE

Table
Cours et exercices



Thomas Cormen

Professeur associé d'informatique au Dartmouth College

Charles Lieserson

Professeur d'informatique au MIT

Ronald Rivest

Professeur d'informatique au MIT

Clifford Stein

Professeur associé de génie industriel à l'université de Columbia

Préface de
Philippe Chrétienne, Claire Hanen, Alix Munier, Christophe Picouleau

1^{ère} édition traduite de l'américain par *Xavier Cazin*

Compléments et mises à jour de la 2^e édition traduits par *Georges-Louis Kocher*

2^e édition

DUNOD



Table des matières

PRÉFACE À L'ÉDITION FRANÇAISE	XVII
PRÉFACE	XXI
PARTIE 1 • INTRODUCTION	
CHAPITRE 1 • RÔLE DES ALGORITHMES EN INFORMATIQUE	3
1.1 Algorithmes	3
Exercices	8
1.2 Algorithmes en tant que technologie	8
Exercices	11
PROBLÈMES	11
CHAPITRE 2 • PREMIERS PAS	13
2.1 Tri par insertion	13
Exercices	18
2.2 Analyse des algorithmes	19
Exercices	25
2.3 Conception des algorithmes	25
Exercices	34
PROBLÈMES	35
CHAPITRE 3 • CROISSANCE DES FONCTIONS	39
3.1 Notation asymptotique	40
Exercices	48
3.2 Notations standard et fonctions classiques	48
Exercices	54
PROBLÈMES	55

CHAPITRE 4 • RÉCURRENCES	59
4.1 Méthode de substitution	60
Exercices	64
4.2 Méthode de l'arbre récursif	64
Exercices	68
4.3 Méthode générale	69
Exercices	71
4.4 Démonstration du théorème général	72
Exercices	80
PROBLÈMES	80
CHAPITRE 5 • ANALYSE PROBABILISTE ET ALGORITHMES RANDOMISÉS	87
5.1 Le problème de l'embauche	87
Exercices	90
5.2 Variables indicatrices	91
Exercices	94
5.3 Algorithmes randomisés	95
Exercices	100
5.4 Analyse probabiliste et autres emplois des variables indicatrices	101
Exercices	112
PROBLÈMES	113
PARTIE 2 • TRI ET RANGS	
CHAPITRE 6 • TRI PAR TAS	121
6.1 Tas	121
Exercices	123
6.2 Conservation de la structure de tas	124
Exercices	125
6.3 Construction d'un tas	126
Exercices	128
6.4 Algorithme du tri par tas	129
Exercices	129
6.5 Files de priorité	131
Exercices	134
PROBLÈMES	135

CHAPITRE 7 • TRI RAPIDE	139
7.1 Description du tri rapide	139
Exercices	142
7.2 Performances du tri rapide	143
Exercices	146
7.3 Versions randomisées du tri rapide	147
Exercices	148
7.4 Analyse du tri rapide	148
Exercices	152
PROBLÈMES	153
CHAPITRE 8 • TRI EN TEMPS LINÉAIRE	159
8.1 Minorants pour le tri	159
Exercices	161
8.2 Tri par dénombrement	162
Exercices	164
8.3 Tri par base	164
Exercices	167
8.4 Tri par paquets	167
Exercices	171
PROBLÈMES	171
CHAPITRE 9 • MÉDIANS ET RANGS	177
9.1 Minimum et maximum	178
Exercices	179
9.2 Sélection en temps moyen linéaire	179
Exercices	183
9.3 Sélection en temps linéaire dans le cas le plus défavorable	183
Exercices	186
PROBLÈMES	187
PARTIE 3 • STRUCTURES DE DONNÉES	
CHAPITRE 10 • STRUCTURES DE DONNÉES ÉLÉMENTAIRES	195
10.1 Piles et files	195
Exercices	197

10.2 Listes chaînées	199
Exercices	203
10.3 Implémentation des pointeurs et des objets	203
Exercices	207
10.4 Représentation des arborescences	208
Exercices	209
PROBLÈMES	211
CHAPITRE 11 • TABLES DE HACHAGE	215
11.1 Tables à adressage direct	216
Exercices	217
11.2 Tables de hachage	218
Exercices	222
11.3 Fonctions de hachage	223
Exercices	230
11.4 Adressage ouvert	231
Exercices	238
11.5 Hachage parfait	238
Exercices	242
PROBLÈMES	243
CHAPITRE 12 • ARBRES BINAIRES DE RECHERCHE	247
12.1 Qu'est-ce qu'un arbre binaire de recherche ?	248
Exercices	249
12.2 Requête dans un arbre binaire de recherche	250
Exercices	253
12.3 Insertion et suppression	254
Exercices	257
12.4 Arbres binaires de recherche construits aléatoirement	258
Exercices	261
PROBLÈMES	262
CHAPITRE 13 • ARBRES ROUGE-NOIR	267
13.1 Propriétés des arbres rouge-noir	267
Exercices	270
13.2 Rotation	271
Exercices	272

13.3 Insertion	273
Exercices	280
13.4 Suppression	281
Exercices	286
PROBLÈMES	287
CHAPITRE 14 • EXTENSION D'UNE STRUCTURE DE DONNÉES	295
14.1 Rangs dynamiques	296
Exercices	300
14.2 Comment étendre une structure de données	301
Exercices	303
14.3 Arbres d'intervalles	304
Exercices	309
PROBLÈMES	310
PARTIE 4 • TECHNIQUES AVANCÉES DE CONCEPTION ET D'ANALYSE	
CHAPITRE 15 • PROGRAMMATION DYNAMIQUE	315
15.1 Ordonnancement de chaînes de montage	316
Exercices	322
15.2 Multiplications matricielles enchaînées	323
Exercices	330
15.3 Éléments de la programmation dynamique	330
Exercices	341
15.4 Plus longue sous-séquence commune	341
Exercices	347
15.5 Arbres binaires de recherche optimaux	347
Exercices	354
PROBLÈMES	354
CHAPITRE 16 • ALGORITHMES GLOUTONS	361
16.1 Un problème de choix d'activités	362
Exercices	370
16.2 Éléments de la stratégie gloutonne	370
Exercices	375
16.3 Codages de Huffman	376
Exercices	382

16.4 Fondements théoriques des méthodes gloutonnes	383
Exercices	388
16.5 Un problème d'ordonnancement de tâches	389
Exercices	392
PROBLÈMES	392
CHAPITRE 17 • ANALYSE AMORTIE	395
17.1 Méthode de l'agrégat	396
Exercices	400
17.2 Méthode comptable	400
Exercices	402
17.3 Méthode du potentiel	402
Exercices	405
17.4 Tables dynamiques	406
Exercices	414
PROBLÈMES	415
PARTIE 5 • STRUCTURES DE DONNÉES AVANCÉES	
CHAPITRE 18 • B-ARBRES	425
18.1 Définition d'un B-arbre	429
Exercices	431
18.2 Opérations fondamentales sur les B-arbres	432
Exercices	437
18.3 Suppression d'une clé dans un B-arbre	439
Exercices	442
PROBLÈMES	442
CHAPITRE 19 • TAS BINOMIAUX	445
19.1 Arbres binomiaux et tas binomiaux	447
Exercices	450
19.2 Opérations sur les tas binomiaux	451
Exercices	461
PROBLÈMES	462

CHAPITRE 20 • TAS DE FIBONACCI	465
20.1 Structure des tas de Fibonacci	466
20.2 Opérations sur les tas fusionnables	469
Exercices	477
20.3 Diminution d'une clé et suppression d'un nœud	478
Exercices	481
20.4 Borne pour le degré maximal	482
Exercices	484
PROBLÈMES	484
CHAPITRE 21 • STRUCTURES DE DONNÉES POUR ENSEMBLES DISJOINTS	487
21.1 Opérations sur les ensembles disjoints	487
Exercices	490
21.2 Représentation d'ensembles disjoints par des listes chaînées	490
Exercices	493
21.3 Forêts d'ensembles disjoints	494
Exercices	497
21.4 Analyse de l'union par rang avec compression de chemin	498
Exercices	505
PROBLÈMES	506
PARTIE 6 • ALGORITHMES POUR LES GRAPHS	
CHAPITRE 22 • ALGORITHMES ÉLÉMENTAIRES POUR LES GRAPHS	513
22.1 Représentation des graphes	514
Exercices	516
22.2 Parcours en largeur	517
Exercices	524
22.3 Parcours en profondeur	525
Exercices	532
22.4 Tri topologique	534
Exercices	536
22.5 Composantes fortement connexes	536
Exercices	541
PROBLÈMES	542

CHAPITRE 23 • ARBRES COUVRANTS DE POIDS MINIMUM	545
23.1 Construction d'un arbre couvrant minimum	546
Exercices	550
23.2 Algorithmes de Kruskal et de Prim	551
Exercices	556
PROBLÈMES	558
CHAPITRE 24 • PLUS COURTS CHEMINS À ORIGINE UNIQUE	563
24.1 Algorithme de Bellman-Ford	571
Exercices	574
24.2 Plus courts chemins à origine unique dans les graphes orientés sans circuit	575
Exercices	577
24.3 Algorithme de Dijkstra	577
Exercices	582
24.4 Contraintes de potentiel et plus courts chemins	583
Exercices	587
24.5 Démonstrations des propriétés de plus court chemin	589
Exercices	594
PROBLÈMES	595
CHAPITRE 25 • PLUS COURTS CHEMINS POUR TOUT COUPLE DE SOMMETS	601
25.1 Plus courts chemins et multiplication de matrices	603
Exercices	608
25.2 L'algorithme de Floyd-Warshall	609
Exercices	614
25.3 Algorithme de Johnson pour les graphes peu denses	616
Exercices	620
PROBLÈMES	621
CHAPITRE 26 • FLOT MAXIMUM	625
26.1 Réseaux de transport	626
Exercices	631
26.2 La méthode de Ford-Fulkerson	632
Exercices	643
26.3 Couplage maximum dans un graphe biparti	644
Exercices	648
26.4 Algorithmes de préflots	649
Exercices	658

26.5 Algorithme réétiqueter-vers-l'avant	659
Exercices	669
PROBLÈMES	669

PARTIE 7 • MORCEAUX CHOISIS

CHAPITRE 27 • RÉSEAUX DE TRI	681
27.1 Réseaux de comparaison	682
Exercices	685
27.2 Le principe du zéro-un	686
Exercices	688
27.3 Un réseau de tri bitonique	689
Exercices	690
27.4 Un réseau de fusion	692
Exercices	693
27.5 Un réseau de tri	694
Exercices	696
PROBLÈMES	697
CHAPITRE 28 • CALCUL MATRICIEL	701
28.1 Propriétés des matrices	702
Exercices	709
28.2 Algorithme de Strassen pour la multiplication des matrices	710
Exercices	716
28.3 Résolution de systèmes d'équations linéaires	717
Exercices	730
28.4 Inversion des matrices	730
Exercices	734
28.5 Matrices symétriques définies positives et approximation des moindres carrés	735
Exercices	740
PROBLÈMES	741
CHAPITRE 29 • PROGRAMMATION LINÉAIRE	745
29.1 Forme canonique et forme standard	752
Exercices	759
29.2 Formulation de problèmes comme programmes linéaires	760
Exercices	764

29.3	Algorithme du simplexe	765
	Exercices	778
29.4	Dualité	779
	Exercices	784
29.5	Solution de base réalisable initiale	785
	Exercices	790
	PROBLÈMES	791
 CHAPITRE 30 • POLYNÔMES ET TRANSFORMÉE RAPIDE DE FOURIER		795
30.1	Représentation des polynômes	797
	Exercices	802
30.2	Transformée discrète de Fourier et transformée rapide de Fourier	803
	Exercices	810
30.3	Implémentations efficaces de la FFT	811
	Exercices	816
	PROBLÈMES	816
 CHAPITRE 31 • ALGORITHMES DE LA THÉORIE DES NOMBRES		821
31.1	Notions de théorie des nombres	823
	Exercices	827
31.2	Plus grand commun diviseur	828
	Exercices	832
31.3	Arithmétique modulaire	833
	Exercices	839
31.4	Résolution d'équations linéaires modulaires	839
	Exercices	842
31.5	Théorème du reste chinois	843
	Exercices	845
31.6	Puissances d'un élément	846
	Exercices	850
31.7	Le cryptosystème à clés publiques RSA	850
	Exercices	856
31.8	Test de primalité	856
	Exercices	865
31.9	Factorisation des entiers	865
	Exercices	870
	PROBLÈMES	870

CHAPITRE 32 • RECHERCHE DE CHAÎNES DE CARACTÈRES	875
32.1 Algorithme naïf de recherche de chaîne de caractères	878
Exercices	879
32.2 Algorithme de Rabin-Karp	880
Exercices	884
32.3 Recherche de chaîne de caractères au moyen d'automates finis	885
Exercices	891
32.4 Algorithme de Knuth-Morris-Pratt	891
Exercices	898
PROBLÈMES	899
CHAPITRE 33 • GÉOMÉTRIE ALGORITHMIQUE	901
33.1 Propriétés des segments de droite	902
Exercices	907
33.2 Déterminer si deux segments donnés se coupent	908
Exercices	914
33.3 Recherche de l'enveloppe convexe	915
Exercices	924
33.4 Recherche des deux points les plus rapprochés	925
Exercices	929
PROBLÈMES	930
CHAPITRE 34 • NP-COMPLÉTUDE	933
34.1 Temps polynomial	939
Exercices	945
34.2 Vérification en temps polynomial	946
Exercices	950
34.3 NP-complétude et réductibilité	951
Exercices	960
34.4 Preuves de NP-complétude	961
Exercices	968
34.5 Problèmes NP-complets	969
Exercices	982
PROBLÈMES	983

CHAPITRE 35 • ALGORITHMES D'APPROXIMATION	987
35.1 Problème de la couverture de sommets	989
Exercices	992
35.2 Problème du voyageur de commerce	992
Exercices	997
35.3 Problème de la couverture d'ensemble	997
Exercices	1002
35.4 Randomisation et programmation linéaire	1002
Exercices	1007
35.5 Problème de la somme de sous-ensemble	1007
Exercices	1012
PROBLÈMES	1013

PARTIE 8 • ANNEXES : ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUES

ANNEXE A • SOMMATIONS	1021
A.1 Formules et propriétés des sommations	1022
Exercices	1025
A.2 Bornes des sommations	1025
Exercices	1031
PROBLÈMES	1031
ANNEXE B • ENSEMBLES, ETC.	1033
B.1 Ensembles	1033
Exercices	1037
B.2 Relations	1038
Exercices	1040
B.3 Fonctions	1040
Exercices	1042
B.4 Graphes	1043
Exercices	1046
B.5 Arbres	1047
Exercices	1053
PROBLÈMES	1054

ANNEXE C • DÉNOMBREMENT ET PROBABILITÉS	1057
C.1 Dénombrement	1057
Exercices	1061
C.2 Probabilités	1063
Exercices	1068
C.3 Variables aléatoires discrètes	1069
Exercices	1073
C.4 Distributions géométrique et binomiale	1074
Exercices	1078
C.5 Queues de la distribution binomiale	1079
Exercices	1084
PROBLÈMES	1085
BIBLIOGRAPHIE	1087
INDEX	1109