Casimir KURATOWSKI

TOPOLOGIE

I et II

ÉDITIONS
JACQUES GABAY

blong®

TABLE DES MATIÈRES DU VOLUME II.

PRÉFACE AU VOLUME II V
PRÉFACE À LA TROISIÈME ÉDITION IX
QUATRIÈME CHAPITRE. **Espaces compacts.**

§ 37. Notion de compacité 1
I. Définition. II. Rapports aux espaces complets. III. Produits cartésiens. Sous-ensembles. IV. Théorèmes de Cantor et de Riesz. V. Familles d'ensembles ouverts. VI. Transformations continues. VII. Propriétés métriques des ensembles compacts. VIII. Invariants des transformations à petites tranches. Déplacements. Quasi-homéomorphie.

§ 38. Espaces $2^{\mathfrak{X}}$ et $\mathcal{Y}^{\mathfrak{X}}$ 20
I. Propriétés de l'espace $2^{\mathfrak{X}}$. II. Relations entre ensembles. III. Fonctions d'ensemble: $\delta(X)$ et $\varrho(X, Y)$. IV. Familles d'ensembles. V. Ensembles irréductibles, ensembles saturés. VI. Propriétés de l'espace $\mathcal{Y}^{\mathfrak{X}}$. VII. Applications.

§ 39. Fonctions et décompositions semi-continues 32
I. Semi-continuité supérieure et inférieure. II. Conditions nécessaires et suffisantes. III. Opérations sur les fonctions semi-continues. IV. Semi-continuité et fonctions de première classe de Baire. V. Décompositions semi-continues. VI. Décompositions continues. Transformations intérieures. VII. Applications aux espaces localement compacts.

§ 40. Problèmes de la dimension (suite) 52
I. Transformations d'ordre k. II. Représentation paramétrique des espaces parfaits et compact de dimension n sur l'ensemble $\mathcal{C}$ de Cantor. Théorèmes de décomposition. IV. Degré n-dimensionnel. V. Noyau dimensionnel d'un espace compact. VI. Transformations à tranches de dimension k. VII. L'espace $(\mathcal{I}^r)^{\mathfrak{X}}$ pour $r \geqslant 2\dim \mathfrak{X} + 1$. VIII. L'espace $(\mathcal{I}^r)^{\mathfrak{X}}$ pour $r > \dim \mathfrak{X}$. L'espace $(\mathcal{I}^r)^{\mathfrak{X}}$ pour $r \leqslant \dim \mathfrak{X}$.

CINQUIÈME CHAPITRE. **Espaces connexes.**

§ 41. Notion de connexité 79
I. Définition. Généralités. II. Opérations. III. Composantes. IV. Connexité entre ensembles. V. Quasi-composantes. VI. Espaces nulle part connexes. Espaces dispersés. VII. Séparateurs. VIII. Séparation des espaces connexes. IX. Points de séparation. X. Unicohérence. Discohérence. XI. Connexité n-dimensionnelle. XII. Connexité n-dimensionnelle entre deux ensembles.

§ 42. Continus 108
I. Définition. Conséquences immédiates. II. Sous-ensembles connexes des espaces compacts. III. Sous-ensembles fermés du continu. IV. Séparation des espaces compacts. V. Arcs. Courbes simples fermées. VI. Décompositions des espaces compacts en continus. Transformations monotones. VII. Espace $2^{\mathfrak{X}}$. VIII. Semi-continus. Coupures de l'espace. IX. Espaces ponctiformes.

§ 43. Espaces irréductibles. Espaces indécomposables 131
I. Définition. Exemples. Généralités. II. Sous-ensembles connexes des espaces irréductibles. III. Sous-domaines fermés et connexes. IV. Tranches d'un espace irréductible. V. Espaces indécomposables. VI. Composants. VII. Sous-ensembles indécomposables des espaces irréductibles. VIII. Espaces irréductiblement connexes entre A et B. IX. Espaces compacts irréductiblement connexes.

SIXIÈME CHAPITRE. **Espaces localement connexes.**

§ 44. Notion de connexité locale 161
I. Points de connexité locale. II. Espaces localement connexes. III. Propriétés de la frontière. IV. Séparation des espaces l. c. V. Séparateurs irréductibles. VI. L'ensemble des points de non-connexité locale d'un continu. Continus de convergence.

§ 45. Continus localement connexes 182
I. Connexité par arcs. II. Caractérisation des continus l. c. III. Régions et sous-continus des continus $\mathfrak{X}$ localement connexes. IV. Continus héréditairement localement connexes (h. l. c.).

§ 46. Théorie des courbes. Ordre de l'espace en un point 200
I. Définitions et exemples. II. Généralités. III. Ordre $\aleph_0$ et $\mathfrak{c}$. IV. Espaces réguliers, espaces rationnels. V. Points d'ordre fini. Caractérisation des arcs et des courbes simples fermées. VI. Dendrites. VII. Dendrites locales.

§ 47. Décomposition d'un continu localement connexe en éléments cycliques. . . . 231
I. Ensembles complètement connexes par arcs. II. Éléments cycliques. III. Propriétés extensibles. IV. Courbes θ.

SEPTIÈME CHAPITRE. **Rétractes absolus. Espaces connexes en dimension n. Espaces contractiles.**

§ 48. Prolongement des fonctions continues. Rétraction 252
I. Relations τ et τ_0. II. Opérations. III. Rétractes absolus. IV. Connexité en dimension n. Cas où $\mathcal{T}^n \tau \mathcal{Y}$. V. Opérations. VI. Caractérisation de la dimension.

§ 49. Homotopie. Contractilité 275
I. Homotopie des fonctions. II. Homotopie relative aux espaces l. c. n. III. Relation f_0 *irr non* $\simeq f_1$. IV. Déformation. V. Contractilité. VI. Espaces contractiles dans soi. VII. Contractilité locale.

HUITIÈME CHAPITRE. **Groupes $\mathcal{G}^{\mathcal{X}}$ et $\mathcal{S}^{\mathcal{X}}$.**

§ 50. Groupes $\mathcal{G}^{\mathcal{X}}$ et $\mathfrak{B}_0(\mathcal{X})$ 291

I. Généralités sur les groupes commutatifs. II. Homomorphie. Isomorphie. III. Groupes-facteurs. IV. Opération $\widehat{A}$. V. Indépendance linéaire, rang, base. VI. Indépendance linéaire mod G. VII. Produits cartésiens. VIII. Groupe $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$. IX. Groupe $\mathcal{G}^{\mathcal{X}}$. X. Théorèmes d'addition. XI. Rapports à la connexité entre ensembles.

§ 51. Les groupes $\mathcal{S}^{\mathcal{X}}$ et $\mathcal{P}^{\mathcal{X}}$ 308

I. Généralités. II. Groupe $\Gamma(A)$. III. Groupe $\mathfrak{B}_1(\mathcal{X})$. IV. Théorèmes d'addition. V. Relations entre les groupes-facteurs. VI. Rapports à la connexité. VII. Relation f *irr non* ~ 1. VIII. Ensembles compacts. IX. Produits cartésiens. Rapports à l'homotopie. X. Ensembles localement connexes. XI. Transformations.

§ 52. Espaces contractiles relativement à $\mathcal{S}$. Espaces unicohérents 332

I. Contractilité relative à $\mathcal{S}$. II. Propriétés des espaces c. r. $\mathcal{S}$. III. Connexité locale et unicohérence.

NEUVIÈME CHAPITRE. **Topologie du plan.**

§ 53. Généralités sur l'espace $\mathcal{E}^n$. 339

I. Arcs polygonaux dans $\mathcal{E}^n$. II. Coupures de $\mathcal{S}_n$. III. Coupures irréductibles. IV. Invariants.

§ 54. La surface sphérique $\mathcal{S}_2$. Problèmes qualitatifs 353

I. Espaces de Janiszewski. II. Sous-continus localement connexes de $\mathcal{S}_2$. III. Ensembles élémentaires. IV. Caractérisation topologique de $\mathcal{S}_2$. Conséquences. V. Prolongement de l'homéomorphie. Équivalence topololique.

§ 55. La surface sphérique $\mathcal{S}_2$. Problèmes quantitatifs. Étude du groupe $\mathcal{P}^A$. 387

I. Généralités et notations. II. Coupures de $\mathcal{S}_2$. III. Groupes $\mathcal{P}^F$ et $\mathfrak{B}_1(F)$ pour $F = \bar{F} \subset \mathcal{S}_2$. IV. Théorèmes d'addition. V. Coupures irréductibles. VI. Groupes $\mathcal{P}^A$ et $\mathfrak{B}_1(A)$ pour A localement connexe. VII. Groupes $\mathcal{P}^G$ et $\mathfrak{B}_1(G)$ pour G ouvert. VIII. Multiplicité d'un ensemble par rapport à une fonction $f \in \mathcal{P}^F$ où F est fermé. IX. Multiplicité par rapport aux fonctions $f \in \mathcal{P}^G$ où G est ouvert. X. Groupe $\mathfrak{R}(\mathcal{X})$. Caractérisation du groupe $\mathfrak{B}_1(G)$. XI. Accroissement du logarithme. Indice. XII. Rapport à la multiplicité: Caractéristique de Kronecker. XIII. Homéomorphies positives et négatives. Topologie orientée.

APPENDICE I. **Groupe de composantes. Groupe de mesures. Multiplication cohomotopique.**

§ 1. Généralités 437

I. Systèmes et limites inverses. II. Topologie induite par une famille de transformations. III. Topologie naturelle de l'espace $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$. IV. $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$ dans le cas où $\mathcal{X}$ est métrique séparable et localement compact. V. Topologie-quotient. VI. Quasi-composantes. VII. Famille $(0,1)^{\mathcal{X}}$ des ensembles fermés-ouverts dans $\mathcal{X}$.

§ 2. Groupe topologique des mesures entières définies sur $(0,1)^{\mathfrak{X}}$ 458
I. $\mathfrak{M}(\mathfrak{X})$ conçu comme espace topologique. II. $\mathfrak{M}(\mathfrak{X})$ conçu comme groupe topologique. III. Mesures normées. IV. Extension de mesures.

§ 3. L'espace des composantes de $\mathcal{Y}^{\mathfrak{X}}$, où $\mathcal{Y}$ est un rétracte de voisinage . . . 471
I. Propriétés des composantes. II. L'ensemble $\mathfrak{C}(\mathcal{Y}^{\mathfrak{X}})$ conçu comme espace topologique. III. Cas où $\mathfrak{X}$ est métrique séparable et localement compact. IV. Rapports aux limites inverses.

§ 4. Groupe topologique des composantes de l'espace $\mathcal{P}_n^X$ où $X \subset \mathcal{E}^n$ 477
I. Généralités. II. Position du problème. III. Propriétés auxiliaires de l'homotopie. IV. Théorèmes auxiliaires sur la sphère. V. Groupe $\mathfrak{C}(\mathcal{S}_n^X)$ pour $\dim X \leqslant 2n-2$. VI. Groupe $\mathfrak{C}(\mathcal{P}_n^X)$ pour $X \subset \mathcal{E}^n$ et $n \geqslant 2$. VII. Groupe $\mathfrak{C}(\mathcal{P}_n^X)$ pour X compact $\subset \mathcal{E}^n$.

§ 5. Rapports entre $\mathfrak{C}(\mathcal{P}_n^X)$ et $\mathfrak{N}(\mathcal{S}_n - X)$. Théorèmes de dualité 495
I. Cas de X compact $\subset \mathcal{E}^n (n \geqslant 2)$. II. Cas de X arbitraire $\subset \mathcal{E}^n$. III. Cas de X localement compact $\subset \mathcal{E}^n$.

APPENDICE II. **Remarques diverses.** 502
N° I — § 37, VIII. N° II — § 38. N° III — § 40, IV. N° IV — § 43, V. N° V — § 46, VII, 7. N° VI — § 48. N° VII — § 51, XI. N° VIII — § 53. N° IX — § 55.

INDEX TERMINOLOGIQUE 513
AUTEURS CITÉS 518