



SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

Master • CAPES/AGREG

TOPOLOGIE ALGÈBRE

*Yves Félix
Daniel Tanré*

DUNOD

Table des matières

AVANT-PROPOS	IX
PRINCIPALES NOTATIONS UTILISÉES	XV
CHAPITRE 1 • LE GROUPE DE POINCARÉ	1
1.1 Homotopie	1
1.2 Groupe fondamental	5
1.3 Groupe fondamental du cercle	11
1.4 Applications de $\pi_1(S^1) = \mathbb{Z}$	16
1.5 Groupe fondamental des sphères S^n pour $n \geq 2$	19
1.6 Expressions analytiques du degré d'un lacet	20
EXERCICES	24
SOLUTION DES EXERCICES	27
CHAPITRE 2 • CONSTRUCTIONS D'ESPACES	31
2.1 Topologie quotient	31
2.2 Espaces cellulaires	34
2.3 Actions de groupes	38
2.4 Surfaces	44
EXERCICES	57
SOLUTION DES EXERCICES	59

CHAPITRE 3 • LE THÉORÈME DE SEIFERT ET VAN KAMPEN	65
3.1 Produits libres et sommes amalgamées de groupes	65
3.2 Théorème de Seifert et Van Kampen	69
3.3 Groupe fondamental d'un bouquet d'espaces	72
3.4 Groupe fondamental et attachement d'une cellule	74
EXERCICES	78
SOLUTION DES EXERCICES	80
CHAPITRE 4 • REVÊTEMENTS	85
4.1 Définitions	85
4.2 Relèvements d'applications	87
4.3 Constructions de revêtements par actions de groupes	92
4.4 Groupe fondamental et monodromie	96
4.5 Revêtements galoisiens	99
4.6 Groupe des automorphismes d'un revêtement	103
4.7 Revêtement universel et réalisation d'une classe de conjugaison	105
EXERCICES	110
SOLUTION DES EXERCICES	114
CHAPITRE 5 • LE MONDE DES COMPLEXES DE CHÂÎNES	121
5.1 Complexes de chaînes	122
5.2 Complexes simpliciaux. Homologie simpliciale	129
5.3 Homologie singulière d'un espace topologique	134
5.4 Théorème des coefficients universels	141
EXERCICES	150
SOLUTION DES EXERCICES	154
CHAPITRE 6 • L'HOMOLOGIE SINGULIÈRE ET SES APPLICATIONS	159
6.1 Homologie relative	160

6.2	Théorèmes d'excision	162
6.3	Homologie singulière et homologie simpliciale	167
6.4	Applications des théorèmes d'excision	169
6.5	Homologie cellulaire	175
6.6	Le transfert et ses applications	180
6.7	Le théorème de Brouwer et ses applications.....	184
	EXERCICES	188
	SOLUTION DES EXERCICES	191
CHAPITRE 7 • HOMOLOGIE ET HOMOTOPIE		197
7.1	Groupe fondamental et premier groupe d'homologie	197
7.2	Groupes d'homotopie d'ordre supérieur	200
7.3	Fibrations – Fibrés localement triviaux.....	203
7.4	Suite exacte longue d'homotopie d'une fibration.....	210
7.5	Quelques résultats sans démonstration	214
7.6	Choix social ou moyenne	216
7.7	Produits symétriques et configurations.....	218
ANNEXE A • UN PEU DE TOPOLOGIE GÉNÉRALE		221
	EXERCICES	222
	SOLUTION DES EXERCICES	225
BIBLIOGRAPHIE		229
LISTE DES FIGURES		233
INDEX		235