

Mathématiques & Applications 22

Gérard Gagneux Monique Madaune-Tort

**Analyse mathématique
de modèles non linéaires
de l'ingénierie pétrolière**



SMAI



Springer

TABLE DES MATIERES

PREFACE	v
INTRODUCTION	vii
PRINCIPALES NOTATIONS	xvii

CHAPITRE 1.

MODELISATIONS DES ECOULEMENTS POLYPHASIQUES EN MILIEU POREUX

1.1. Difficulté d'une approche par une description corpusculaire	1
1.1.1. Equations locales couplées de Navier-Stokes	1
1.1.2. Vers une approche macroscopique	6
1.2. Eléments de Mécanique des fluides en milieu poreux	7
1.2.1. Expression des lois de conservation de masse	7
1.2.2. Lois d'état associées aux équations de continuité	12
1.2.3. Description et transcription des conditions aux limites	13
1.3. Analyse de la nature des systèmes d'équations aux dérivées partielles résultants	16
1.3.1. Formulations variationnelles formelles	16
1.3.2. Situation particulière des systèmes à variance thermodynamique constante	22
1.3.3. L'équation de Buckley-Leverett	26

CHAPITRE 2.

ETUDE ANALYTIQUE DE MODELES BLACK OIL DES ECOULEMENTS DIPHASIQUES NON MISCIBLES 3-D INCOMPRESSIBLES ISOTHERMES

2.1. La méthode de viscosité artificielle	29
2.1.1. Rappels de lemmes utiles en Analyse non linéaire : théorèmes de point fixe dans un espace de Hilbert séparable formule de Green généralisée. dérivation de la superposition fonctionnelle	29
2.1.2. Existence d'une solution au système régularisé	35
2.2. Existence d'une solution faible au problème dégénéré	47
Couplage d'une inéquation variationnelle dégénérée de diffusion-transport et d'une famille d'équations elliptiques paramétrées par le temps	47
2.3. La question de l'unicité des solutions faibles du système	54
2.3.1. Le cas particulier des écoulements monodirectionnels	54
2.3.2. Régularité du gradient de pression dans un milieu poreux faiblement anisotrope	60

2.3.3. Construction d'un modèle pour lequel le gradient de pression est borné	67
2.4. Résultats sur les modèles "black oil" pseudo-compositionnels	77

CHAPITRE 3.

ETUDE GENERALE DES EQUATIONS AUTONOMES DE DIFFUSION-CONVECTION

3.1. Résultats d'existence, d'unicité et de régularité.	
Notions de solutions fortes	92
3.2. Le caractère localement hyperbolique	109
3.2.1. Mise en évidence par la construction d'une sous-solution	109
3.2.2. La méthode de localisation de l'énergie	111
3.3. L'instant de percée du fluide mouillant déplaçant	112
3.3.1. Définition dans un cadre L^1	112
3.3.2. Existence et évaluation de l'instant de percée	114
3.3.3. Influence de la capillarité	115
3.4. Lien avec les solutions au sens de Kruskov	
Le cas particulier de l'imbibition	115
3.5. Dimension de Hausdorff de l'onde de choc	120
3.5.1. Notion d'approximative continuité	120
3.5.2. Définition de l'onde de choc	121
3.5.3. Lien entre la dimension de Hausdorff de l'onde de choc et la régularité de la solution	122
Remarque sur les systèmes d'équations de continuité à données mesures	125

CHAPITRE 4.

ETUDE DE L'EQUATION DE BUCKLEY-LEVERETT NON LINEAIRE	127
4.1. Fonctions à variation bornée sur des ouverts bornés	128
4.1.1. Existence de traces	131
4.1.2. Résultat de compacité	136
4.2. Notion de solution faible entropique des équations hyperboliques du premier ordre non linéaires	137
4.2.1. Introduction de la formulation considérée	138
4.2.2. Résultat d'existence et d'unicité	144
4.3. Comparaison des modèles de diffusion-convection à diffusion lente et des modèles de transport	158
BIBLIOGRAPHIE	171
INDEX	184