

G. CHILOV

ANALYSE MATHÉMATIQUE

**FONCTIONS DE PLUSIEURS
VARIABLES RÉELLES**



G. CHILOV



2-515-391-1

Analyse mathématique

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES RÉELLES

1^{ère} et 2^e parties

Deuxième édition



Editions Mir • Moscou

Table des matières

Avant-propos	5
------------------------	---

Première partie

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Chapitre 1. Dérivées du premier ordre	11
§ 1.1. Fonctions continues	11
§ 1.2. Fonctions dérivables	24
§ 1.3. Théorèmes généraux sur les fonctions dérivables	37
§ 1.4. Théorème de la moyenne	50
§ 1.5. Théorème sur la fonction implicite	62
§ 1.6. Structure locale d'une fonction dérivable	78
§ 1.7. Valeurs stationnaires de fonctions numériques	96
§ 1.8. Equations différentielles (théorèmes locaux)	103
§ 1.9. Equations différentielles (théorèmes non locaux)	117
Exercices	123
Historique	127
Chapitre 2. Dérivées d'ordre supérieur	129
§ 2.1. Dérivées d'ordre supérieur d'une fonction numérique de n variables	129
§ 2.2. Définition générale des dérivées d'ordre supérieur	144
§ 2.3. Propriétés des dérivées d'ordre supérieur	150
§ 2.4. Dérivées par rapport aux champs vectoriels	158
§ 2.5. Théorème de Frobenius	170
§ 2.6. Systèmes d'équations à dérivées partielles et applications géométriques	177
§ 2.7. Théorème de Taylor et son inversion	185
Exercices	194
Historique	196
Chapitre 3. Intégration dans les espaces à plusieurs dimensions	197
§ 3.1. Intégrale de Riemann sur un espace chargé	197
§ 3.2. Théorèmes d'existence	207
§ 3.3. Ensembles jordaniens	213
§ 3.4. Applications des espaces chargés	224
§ 3.5. Intégrale de Riemann dans un espace euclidien	228
§ 3.6. Intégrale de surface	256
§ 3.7. Intégrales impropres	275
Exercices	297
Historique	299

Chapitre 4. L'intégration et la dérivation	301
§ 4.1. Formule d'Ostrogradski	301
§ 4.2. Rotationnel du champ vectoriel	313
§ 4.3. Opérateur hamiltonien	324
§ 4.4. Certains types de champs vectoriels	332
§ 4.5. Champs et fonctions harmoniques	341
§ 4.6. Construction d'un champ vectoriel dans R_3 d'après ses rotationnel et divergence	352
Exercices	355
Historique	357

Deuxième partie

DES ESPACES VECTORIELS AUX VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES

Chapitre 5. Géométrie différentielle classique	361
§ 5.1. Première forme quadratique	361
§ 5.2. Deuxième forme quadratique	369
§ 5.3. Relations entre la première et la deuxième formes quadratiques	384
§ 5.4. Lignes géodésiques et systèmes de coordonnées qui y sont liés	396
§ 5.5. Surfaces bidimensionnelles de courbure constante	408
§ 5.6. Translation des vecteurs et théorème de Levi-Civita	416
Exercices	422
Historique	424
Chapitre 6. Géométrie riemannienne	426
§ 6.1. Théorie algébrique des tenseurs	426
§ 6.2. Variété différentiable élémentaire	439
§ 6.3. Espace riemannien élémentaire	445
§ 6.4. Espace à connexion affine	451
§ 6.5. Courbure	465
§ 6.6. Espaces riemanniens de courbure constante	478
Exercices	484
Historique	485
Chapitre 7. Différentiation et intégration sur les variétés	486
§ 7.1. Formes antisymétriques	486
§ 7.2. Formes différentielles	497
§ 7.3. Théorèmes intégraux	508
§ 7.4. Codifférentiation	526
Exercices	537
Historique	539
Indications et réponses	540
Index	548