

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA -01-
FACULTE DE SCIENCE ET TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE



Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du Diplôme de
Master en Energétique

Titre

ETUDE THERMIQUE ET RHEOLOGIQUE D'UN FLUIDE
NON-NEWTONIEN-CAS DU PETROLE ALGERIEN-

Proposé et encadré par :

Dr. ALI BENYAHIA Brahim

Réalisé par :

Mr. YAHIAOUI Nour El Yamine

Mr. HADDOUCHE Abd El Wadoud

Année universitaire 2024/2025

Remerciements

Pour nous avoir permis de devenir ce que nous sommes aujourd'hui, nous voudrions tout d'abord exprimer notre profonde reconnaissance au **SEIGNEUR des mondes**, par qui tout est possible : **ALLAH**, pour la force, la patience et la persévérance qu'Il nous a accordées tout au long de ce parcours académique exigeant. C'est avec foi et gratitude que nous Lui dédions cette étape importante de notre vie.

Nous adressons nos remerciements les plus sincères à **Dr. ALI BENYAHIA Brahim**, notre encadrant de mémoire, pour la confiance qu'il nous a accordée, sa rigueur scientifique, ses conseils avisés, sa bienveillance et sa disponibilité tout au long de ce travail. Son encadrement a été un réel moteur qui nous a permis de mener ce projet à bien, et nous avons énormément appris à travers son accompagnement.

Nos remerciements vont également à **Monsieur KETFI**, chef de département, pour son accueil chaleureux, sa disponibilité constante, ainsi que pour l'organisation et le climat d'étude favorable qu'il a su maintenir au sein du département.

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à **l'ensemble des enseignants du département de Génie Mécanique**, qui, par la qualité de leur enseignement, leur engagement, et leur passion pour la transmission du savoir, ont contribué à notre formation tant scientifique que personnelle. Grâce à eux, nous avons acquis des compétences solides qui nous serviront tout au long de notre vie professionnelle.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude aux **membres du jury** pour l'honneur qu'ils m'ont accordé en acceptant d'évaluer ce travail.

Un remerciement très spécial est adressé à **AZROU ISGHI Karim**, représentant des **étudiants du département de Génie Mécanique** et notre **délégué tout au long des cinq années universitaires**. Grâce à son engagement constant, son sens du devoir et sa capacité à représenter ses camarades avec intégrité et efficacité, il a grandement facilité notre quotidien universitaire. Son rôle a été essentiel pour le bon déroulement de notre parcours, et nous lui exprimons toute notre reconnaissance.

Enfin, nous ne saurions oublier toutes les personnes – enseignants, camarades, personnels administratifs, amis ou membres de nos familles – qui, de près ou de loin, ont contribué, par un mot, un geste ou un soutien moral, à la réalisation de ce travail. À toutes et à tous, nous disons du fond du cœur : **merci**.

Merci

Dédicace

Ce mémoire est le fruit de nombreuses heures de travail, de patience et de coopération.

Je le dédie avec un profond respect :

À mes chers parents, pour leur soutien illimité et tous les sacrifices qu'ils ont faits pour moi.

À mes grands-parents, et particulièrement à mon grand-père, pour leur amour et leur souvenir qui m'ont toujours accompagné.

À mes frères, mes sœurs et toute ma famille, pour leur amour et leurs encouragements.

À mon binôme HADDOUCHE Wadoud, pour son sérieux, sa motivation et son aide précieuse tout au long de ce projet.

À mes enseignants du parcours Génie Mécanique Énergétique, pour leur enseignement et leur accompagnement.

À mes camarades de promotion, pour tous les bons moments et l'esprit d'équipe partagés.

Un grand merci à mes collègues de classe :

A. Karim, T. Raouf, A. Kossai et Z. Abdelkader, pour leur présence et leur bonne humeur.

Je remercie également mes professeurs de sport pour leur soutien moral et leurs précieux conseils : M. Abderrahmane et M. Ayoub.

À tous mes amis : Z. Mohamed Amine, CH. Hicham, GH. Fateh, Y. Mohamed Salah, CH.

Zouhir, Bk. Ghanou, Y. Makhloof, L. Okacha, et à toutes les personnes qui m'ont Aidé de près ou de loin pendant mes études.

Enfin, à tous ceux qui croient que la science peut changer le monde pour le mieux.

Mr. YAHIAOUI Nour El Yamine

Dédicace

Au terme de ce long chemin parsemé d'efforts, de découvertes et de dépassement de soi, je tiens à rendre

hommage à ceux qui ont rendu ce parcours possible.

À ma mère, lumière de ma vie, dont la patience, l'amour et les prières ont été les fondations de mon avancement. À mon père, dont la force tranquille et les conseils ont guidé mes pas avec sagesse.

À mes frères et sœurs, piliers discrets mais essentiels de mon équilibre.

À mes deux grands-mères, Fatma et Yamina, qui ont incarné la tendresse, la bienveillance et la force des générations passées.

À l'homme qui a profondément marqué ma trajectoire, HADJ MIHOUB Sid Ahmed, dont l'influence et l'exemple ont façonné l'homme que je suis devenu.

mon binôme et compagnon de route YAHIAOUI Nour El Yamine, pour l'esprit d'équipe, le sérieux et l'humour partagés.

À mes enseignants, pour leur passion et leur rigueur.

À mes camarades de promotion, avec qui j'ai partagé des années riches en savoir, en efforts collectifs et en souvenirs impérissables.

À mes amis les plus fidèles, dont l'humour, le soutien et la loyauté m'ont soutenu dans les moments les plus durs.

Une pensée particulière AZROU ISGHII Karim, avec toute mon estime et ma reconnaissance.

À ma famille élargie, HADDOUCHE, BOUKAFANE et ABDENNABI, dont la présence et le soutien ont été un rempart d'amour et de solidarité à chaque étape de mon parcours

Enfin, à tous ceux que j'aime, et qui m'aiment, pour avoir été ma source d'énergie et d'inspiration, chaque jour.

Mr. HADDOUCHE Abd El Wadoud

ملخص:

قمنا في هذا العمل بدراسة عددية لحالة الحمل الحراري الطبيعي داخل تجويف مربع مسخن من الأسفل ومبرد من الأعلى. الهدف الرئيسي هو تحليل عدم استقرار رايلي-بينار لأنواع مختلفة من الموائع، خصوصاً الموائع غير النيوتونية، والتي تم (Carreau-Yasuda) و (Herschel-Bulkley) نمذجتها باستخدام نماذج

تم اعتماد نهج يقوم على حل المعادلات باستخدام (Ansys Fluent) لإجراء المحاكاة العددية، و (MATLAB) لمعالجة النتائج. وقد تم التحقق من صحة النتائج بمقارنتها مع بيانات متوفرة في الأدبيات العلمية.

تمت دراسة تأثير عدة معلمات: عدد رايلي (Ra)، معامل القدرة (n)، الثابت الزمني (E)، نسبة الأبعاد (A)، وكذلك الإجهاد الحدي (τ_y) بالنسبة للموائع ذات العتبة. أظهرت النتائج وجود اختلافات ملحوظة في توزيعات السرعة، ودرجة الحرارة وعدد نوسلت، مما يبرز الدور الهام للخصائص الريولوجية للموائع في عملية انتقال الحرارة وبنية الجريان.

RÉSUMÉ :

Nous avons mené dans ce travail une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée chauffée par le bas et refroidie par le haut. Le but principal est d'analyser l'instabilité de Rayleigh-Bénard pour différents types de fluides, en particulier les fluides non-newtoniens, modélisés selon les modèles de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley.

L'approche adoptée repose sur la résolution des équations en utilisant Ansys Fluent pour la simulation numérique et MATLAB pour le traitement des résultats. Nous avons validé nos résultats en les comparant avec les données disponibles dans la littérature.

L'influence de plusieurs paramètres a été étudiée : nombre de Rayleigh (Ra), indice de puissance (n), constante de temps (E), rapport de forme (A), ainsi que la contrainte seuil (τ_y) pour les fluides à seuil. Les résultats montrent des variations notables dans les profils de vitesse, de température, et dans le nombre de Nusselt, mettant en évidence le rôle significatif de la rhéologie du fluide sur le transfert thermique et la structure de l'écoulement

ABSTRACT:

In this work, we conducted a numerical study of natural convection within a square cavity heated from below and cooled from above. The main objective is to analyze Rayleigh-Bénard instability for different types of fluids, particularly non-Newtonian fluids modeled using the Carreau-Yasuda and Herschel-Bulkley models.

The adopted approach relies on solving the equations using Ansys Fluent for numerical simulation and MATLAB for data processing. Our results were validated by comparison with reference data available in the literature.

The influence of several parameters was investigated: Rayleigh number (Ra), power-law index (n), time constant (E), aspect ratio (A), as well as yield stress (τ_y) for yield-stress fluids. The results show significant variations in velocity profiles, temperature fields, and Nusselt number, highlighting the crucial role of fluid rheology in heat transfer and flow structure.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS

RÉSUMÉ

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

INTRODUCTION GÉNÉRAL

CHAPITRE I : LA RHEOLOGIE

I.1 Introduction :	3
I.2 Les grandeurs caractéristiques de la rhéologie :	3
I.2.1 La contrainte de cisaillement:.....	3
I.2.2 La déformation :	4
I.2.3 la vitesse de déformation :	4
I.2.4 la viscosité :	5
I.3 Les types des fluides non-newtoniens :	5
I.3.1 Fluides à viscosité indépendante du temps :	5
I.3.1.1 Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) :	6
I.3.1.2 Les fluides rhéoépaississant (dilatants) :	9
I.3.1.3 Fluide à seuil (viscoplastiques) :	10
I.3.2 Les fluides à viscosité dépendants du temps :	11
I.3.2.1 Les fluides thixotropes :	12
I.3.2.2 Les fluides rhéopectine :	12
I.3.3 Les fluides viscoélastiques :	13
I.3.3.1 Liquide visqueux newtonien :	13
I.3.3.2 Solide élastique parfait :	13
I.4 Les Modèles rhéologique dans les fluides viscoélastiques :	14
I.4.1 Fluide Maxwell :	14

I.4.2 Solide de Kelvin-Voigt :	15
I.5 Fonctions de fluage et de relaxation :	16
I.6 Les Rhéomètres :	17
I.6.1 Les Rhéomètres à régime permanent :	17
I.6.1.a Les rhéomètres de type couette :	17
I.6.1.b Les rhéomètres de type Poiseuille :	19
I.6.2 Les rhéomètres à régime transitoire :	21
I.6.3 Les rhéomètres dynamique :	21
I.7 Conclusion :	21

CHAPITRE II : LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD

II.1 Introduction :	22
II.2 L'état de l'Arte de Rayleigh-bénard :	22
II.3 Modes de transfert de la chaleur :	25
II.3.1 La conduction thermique ou (la diffusion thermique) :	26
II.3.2 Transfert de chaleur par convection :	27
II.3.3 Transfert de chaleur par rayonnement :	28
II.4 Domaines d'application de la convection naturelle :	29
II.5 Nombre sans dimension :	30
II.5.1 Nombre de Prandtl (Pr) :	30
II.5.2 Nombre de Nusselt :	30
II.5.3 Le nombre de Grashof :	31
II.5.4 Le nombre de Reynolds :	31
II.5.5 Le nombre de Rayleigh :	32
II.6 Le Mécanisme de l'instabilité de Rayleigh Bénard :	33
II.7 Approximation de Boussinesq et mise en équation :	36
II.8 Prototype des écoulements ouverts de convection naturelle :	37

II.9 Conclusion :	37
-------------------	----

CHAPITRE III : FORMULATION MATHÉMATIQUE

III.1 Introduction :	38
III.2 Description du problème :	38
III.3 Hypothèses simplificatrices	38
III.4 Les équations gouvernantes	39
III.4.1 Equation de continuité	39
III.4.2 Equations de la quantité de mouvement	39
III.4.3 Equation de l'énergie	40
III.4.4 Équation constitutive (comportement rhéologique)	41
III.4.5 Coordonnées cartésiennes	41
III.5 Les variables adimensionnelles	42
III.6 Le nombre de Nusselt moyen	42
III.7 Grandeurs Fondamentales Liées à La Convection	43
III.8 Les condition aux limites.....	44
III.9 Conclusion.....	44

CHAPITRE IV : SIMULATION NUMÉRIQUE

IV.1 Introduction :	45
IV.2 Simulation Numérique :	45
IV.3 Présentation du logiciel Ansys Fluent :	45
IV.3.1 Prétraitement sous Ansys : géométrie et maillage :	46
IV.3.1.1 Détail des principaux menus d'Ansys Fluent :	48
IV.3.1.2 Choix du type de maillage dans Ansys Meshing :	48
IV.3.1.3 Qualité d'un maillage :	49
IV.3.1.4 Condition aux limites :	50
IV.3.2 Condition aux limites utilisée par le code Fluent :	50

IV.3.2.2 Loi rhéologique définie en Fluent :	51
IV.3.3 Le post-processeur :	51
IV.4 Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique par Fluent :	52
IV.5 Conclusion :	52

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

V.1 Introduction :	53
V.2 Validation du code numérique :	53
V.3 Cas de fluide Newtonien :	53
V.3.1 Influence du nombre de Rayleigh sur les vitesses d'écoulement :	55
V.3.2 Influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt :	56
V.4 Cas de fluide Non- Newtonien :	57
V.4.1 Modèle de Carreau-Yasuda :	57
V.4.1.1 Effet de L'indice de puissance « n » sur les profils des vitesses :	58
V.4.1.2 Effet de L'indice de puissance « n » sur le nombre de Nusselt :	59
V.4.1.3 Effet de la constante de temps adimensionnelle E :	60
V.4.1.4 Effet du rapport de forme A sur le nombre de Nusselt :	61
V.4.2 Modèle de Herschel-Bulkley :	64
V.4.2.1 Le gel Carbopol 980 :	64
V.4.2.2 Pétrole brut d'Algérie :	70

CONCLUSION GÉNÉRAL

LISTE DES FIGURES

Figure [I-1] : Schéma représentatif d'un cisaillement de Deux couches fluide	3
Figure [I-2] : Représentation de la déformation de cisaillement dans un écoulement unidimensionnel.	4
Figure [I-3] : Modèles rhéologique	6
Figure [I-4] : Représentation schématique d'un comportement rhéofluidifiant	7
Figure [I-5] : Rhéogramme d'un fluide rhéofluidifiants (1) fluide rhéoépaississants (2)	9
Figure [I-6] : Rhéogrammes de fluides viscoplastique	10
Figure [I-7] : Rhéogramme des fluides non-newtoniens dépendant du temps	11
Figure [I-8] : un amortisseur de coefficient de viscosité μ	13
Figure [I-9] : Ressort de module élastique G	13
Figure [I-10] : Modèle rhéologique de Maxwell.....	15
Figure [I-11] : Modèle rhéologique de Kelvin-Voigt	16
Figure [I-12] : schéma de l'écoulement de Couette plan	17
Figure [I-13] : l'écoulement de Taylor-Couette	18
Figure [I-14] : Rhéomètre rotatif Cône / Plateau	19
Figure [I-15] : Viscosimètres Ostwald	20
Figure [I-16] : Viscosimètre d'Hoeppler	20
Figure [II-1] : Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder	22
Figure [II-2] : Schémas simplifiés des rouleaux thermo-convectifs	24
Figure [II-3] : Les transferts de chaleur	26
Figure [II-4] : Transfert de chaleur par conduction	27
Figure [II-5] : Transfert de chaleur par convection naturelle.....	28
Figure [II-6] : Transfert de chaleur par rayonnement	29
Figure [II-7] : Schéma de principe de la convection de Rayleigh-Bénard.....	33
Figure [II-8] : Schéma de la convection de Rayleigh-Bénard : interactions entre poussée d'Archimède, viscosité et conduction thermique.	34
Figure [II-9] : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard	34
Figure [II-10] : Diagramme des régimes de convection selon Rayleigh et Prandtl, montrant les transitions vers la turbulence (Krishnamurti 1973 ; modifié par Busse, 1985)	36
Figure [III.1] : Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh Bénard .	38

Figure [IV-1] : Structure de base du programme.	45
Figure [IV-2] : Vue globale de Design Modeler	46
Figure [IV-3] : Vue globale d'Ansys Meshing	47
Figure [IV-4] : Menu principale de Ansys Fluent.	48
Figure [IV-5] : Les types de maillage	49
Figure [V-1] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « u » en fonction de X pour A=1 et Pr=0.71.	55
Figure [V-2] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « v » en fonction de X pour A=1 et Pr=0.71.	55
Figure [V-3] : La variation de nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour A=1 et Pr=0.71.	56
Figure [V-4] : Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X pour A=1 et Pr=0.71.	56
Figure [V-5] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour Ra=4000, E=0.4 et s=0.01.	59
Figure [V-6] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour Ra=4000, E=0.4 et s=0.01.	59
Figure [V-7] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra, A=1 et Pr=10.	60
Figure [V-8] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour Ra = 4000, A=1 et Pr=10.	60
Figure [V-9] : L'effet du nombre de Rayleigh Ra sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m pour différentes valeurs de E avec A = 1, Pr = 10, n = 0.4, s = 0.01	61
Figure [V-10] : L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra, avec Pr=10, n=0.6, E=0.4, s=0.01.	62
Figure [V-11] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra, avec n=0.6, E=0.4, s=0.01.	64
Figure [V-12] : Effet de « C » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour Ra=10⁷.	66
Figure [V-13] : Effet de « C » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour Ra=10⁷.	66
Figure [V-14] : L'effet de « C » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra.	67
Figure [V-15] : L'effet de « C » sur la variation de Nusselt local en fonction de X pour Ra=10⁷.	67

Figure [V-16] : L'effet de « A » sur le champ d'écoulement est champ thermique pour différentes valeurs de C avec $Ra=10^7$	68
Figure [V-17] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra Avec $C=0.075\%$	70
Figure [V-18] : Evolution expérimentale de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement du pétrole brut d'Algérie.	71
Figure [V-19] : Les valeurs de la viscosité dynamique (μ) en fonction du taux de cisaillement($\dot{\epsilon}$)	71
Figure [V-20] : Effet de Ra sur le champ de l'écoulement et le champ thermique pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	73
Figure [V-21] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « u » en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	74
Figure [V-22] : Effet de Ra sur La variation de composante de vitesse « v » en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	74
Figure [V-23] : La variation de nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	75
Figure [V-24] : Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	75
Figure [V-25] : Effet de l'indice « n » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	77
Figure [V-26] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	78
Figure [V-27] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	78
Figure [V-28] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	78
Figure [V-29] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra, $A=1$, $Ra=10$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	79
Figure [V-30] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$	80
Figure [V-31] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$	81

Figure [V-32] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.	82
Figure [V-33] : L'effet de « τ_y » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.	82
Figure [V-34] : L'effet de « τ_y » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.	82
Figure [V-35] : L'effet de « Bn » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra avec $A=1$, $n=0.75$, $K=0.447$.	84
Figure [V-36] : Effet de « Bn » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 5 \times 10^7$, $K=0.447$.	84
Figure [V-37] : Effet de « Bn » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 5 \times 10^7$, $K=0.447$.	84
Figure [V-38] : L'effet de « Bn » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de n avec $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $n=0.75$, $K=0.447$.	86
Figure [V-39] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Bn avec $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $K=0.447$.	86
Figure [V-40] : L'influence de rapport A sur le champ de l'écoulement et le champ thermique pour différentes valeurs de Ra avec $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.	87
Figure [V-41] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Num en fonction de Ra , avec $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.	89

LISTE DES TABLEAUX

Tableau [I-1] : Modèles rhéologiques des fluides à contrainte seuil (Midoux, 1988).....	11
Tableau [III-1] : Les conditions aux limites pour un écoulement dans une cavité carrée	44
Tableau [V-1] : les paramètres thermo physique de l'air	54
Tableau [V-2] : Validation du code numérique de nombre de Nusselt moyen Nu_m dans le cas d'une cavité carrée remplir d'air	54
Tableau [V-3] : Test maillage pour $A=1$	54
Tableau [V-4] : les paramètres thermo physique de l'eau	57
Tableau [V-5] : Validation du code numérique de nombre de Nusselt moyen Nu_m dans le cas d'une cavité carrée remplir d'eau $A=1$	57
Tableau [V-6] : Validation du code numérique du nombre de Nusselt moyen Nu_m dans le cas d'une cavité carrée remplir d'eau avec $A=10$	58
Tableau [V-7] : Test maillage pour $A=10$	58
Tableau [V-8] : Effet de la constante de temps « E » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent indice de « n » pour $A = 1$, $Pr = 10$, $s = 0.01$	61
Tableau [V-9] : propriété physique d'un fluide a seuil (Gel Carbopol 980) avec différents concentration.	65
Tableau [V-10] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et la Concentration massique de gel Carbopol 980 pour $A=1$	65
Tableau [V-11] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et la Concentration massique de gel Carbopol 980 pour $A=10$	68
Tableau [V-12] : Paramètres rhéologiques de Modèle Herschel-Bulkley pour différentes températures du pétrole brut d'Algérie.....	71
Tableau [V-13] : propriété physique du pétrole brut d'Algérie	72
Tableau [V-14] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pétrole brut pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	72
Tableau [V-15] : Effet de l'indice de « n » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$	76

Tableau [V-16] : Effet de contrainte à seul sur la variation du Nu_m pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$	80
Tableau [V-17] : Effet de nombre de Bingham « Bn » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent de « n » pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$	85
Tableau [V-18] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$ et $A=10$ avec $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$	87

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans le domaine des sciences appliquées, les fluides jouent un rôle central dans une grande variété de phénomènes naturels et de procédés industriels. Les fluides newtoniens, comme l'air et l'eau, obéissent à des lois simples avec une viscosité constante, tandis que les fluides non-newtoniens présentent un comportement beaucoup plus complexe. Leur viscosité varie en fonction du taux de cisaillement, ce qui rend leur étude théorique et numérique particulièrement délicate, mais essentielle pour de nombreuses applications réelles.

Un fluide newtonien se caractérise par une viscosité indépendante de la contrainte appliquée. En termes techniques, le tenseur des contraintes évolue de manière linéaire avec celui des vitesses de déformation. À l'inverse, les fluides non-newtoniens manifestent une viscosité variable et peuvent présenter des phénomènes tels que la rhéofluidification, la viscoélasticité, ou encore une contrainte seuil.

La viscoélasticité désigne la capacité d'un fluide à présenter des propriétés à la fois visqueuses et élastiques sous l'effet d'une déformation. La rhéofluidification caractérise la diminution de la viscosité sous l'action d'une contrainte.

Ces propriétés rendent l'étude des fluides non-newtoniens incontournable dans de nombreux secteurs d'ingénierie, notamment la pétrochimie, la pharmacologie et l'agroalimentaire. Le pétrole brut en est un exemple typique, nécessitant des modèles adaptés à sa complexité.

Parmi les mécanismes de transfert thermique, la convection naturelle est l'un des plus répandus et des plus étudiés. La configuration de Rayleigh-Bénard, dans laquelle un fluide confiné entre deux parois horizontales est chauffé par le bas et refroidi par le haut, représente un cas emblématique de convection instable. Ce type d'écoulement apparaît dans de nombreux systèmes naturels, comme le manteau terrestre, ainsi que dans des applications industrielles telles que le refroidissement, la géothermie ou le transport thermique de fluides complexes.

Ce phénomène a fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques en raison de sa simplicité géométrique et du faible nombre de paramètres de contrôle. Le paramètre principal est le nombre de Rayleigh (Ra), qui quantifie l'équilibre entre la force de flottabilité et la dissipation thermique. Plus Ra est élevé, plus l'intensité de la convection est importante.

La convection naturelle dans des cavités fermées de formes variées (carrée, rectangulaire, cylindrique...) est largement documentée dans la littérature. Toutefois, les études sur les fluides non-newtoniens à seuil, en régime thermique instable, demeurent limitées.

Ce travail porte sur la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie de fluides non-newtoniens tels que le gel Carbopol 980 et le pétrole brut algérien. Ces

fluides sont modélisés par les lois de Carreau-Yasuda et de Herschel-Bulkley, qui permettent de décrire des comportements rhéofluidifiants, avec ou sans contrainte seuil. Le logiciel Ansys Fluent est utilisé pour la résolution des équations de Navier-Stokes et d'énergie, tandis que MATLAB est employé pour l'analyse et l'interprétation des résultats.

L'objectif de cette étude est de mettre en évidence l'influence de différents paramètres physiques le nombre de Rayleigh (Ra), l'indice de puissance (n), la constante de temps (E), le rapport de forme (A) et la contrainte seuil (τ_y) sur le comportement de l'écoulement et sur l'efficacité du transfert thermique. En comparant les résultats entre fluides newtoniens et non-newtoniens, cette recherche vise à approfondir la compréhension des mécanismes associés aux instabilités thermoconvectives.

L'organisation de ce mémoire est pensée de manière à couvrir l'ensemble des aspects du problème étudié :

- **Le chapitre I :** aborde la caractérisation des fluides non-newtoniens et les modèles rhéologiques permettant de décrire leur comportement.
- **Le chapitre II :** présente une analyse théorique approfondie de la convection de Rayleigh-Bénard.
- **Le chapitre III :** décrit la configuration géométrique du cas étudié ainsi que le modèle mathématique associé, en détaillant les équations gouvernantes.
- **Le chapitre IV :** est consacré à la simulation numérique du phénomène à l'aide du logiciel Ansys Fluent, en passant par la géométrie, le maillage, les conditions aux limites, le paramétrage du solveur et le post-traitement.
- **Le chapitre V :** est dédié à la présentation et à la discussion des résultats, où une simulation bidimensionnelle est effectuée pour analyser l'écoulement d'un fluide newtonien et non-newtonien dans une cavité carrée.

Enfin, ce mémoire se termine par une conclusion générale qui résume les résultats obtenus et les points essentiels de notre étude.

CHAPITRE I :
LA RHEOLOGIE

I.1 Introduction :

Les fluides sont des substances caractérisées par leur capacité à se déformer et à s'écouler librement. Ils englobent non seulement les liquides et les gaz, mais aussi certains solides dans des conditions spécifiques.

Les fluides sont omniprésents dans notre quotidien. Certains, comme l'eau, appartiennent à la catégorie des fluides newtoniens. Ces derniers se distinguent par une viscosité constante, indépendante de la contrainte exercée sur eux, ce qui permet de prédire aisément leur comportement en mouvement. La viscosité représente la résistance d'un fluide à l'écoulement.

En revanche, il existe une autre catégorie de fluides, appelés fluides non newtoniens. Ceux-ci se caractérisent par une viscosité variable qui dépend de la contrainte appliquée. Cette particularité rend leur étude plus complexe que celle des fluides newtoniens [1].

I.2 Les grandeurs caractéristiques de la rhéologie :

Pour décrire le comportement d'un fluide, plusieurs grandeurs physiques sont couramment utilisées [2], notamment :

- La contrainte de cisaillement.
- La déformation du fluide.
- La vitesse de déformation.
- La viscosité.

I.2.1 La contrainte de cisaillement :

En rhéologie, la contrainte de cisaillement (τ) représente une grandeur dynamique fondamentale, en particulier dans le cadre d'un écoulement laminaire en cisaillement.

Lorsque deux couches fluides très minces sont en contact l'une avec l'autre (figure [I.1]), leur mouvement relatif engendre des forces de frottement dF qui s'exercent parallèlement à leurs surfaces dS .

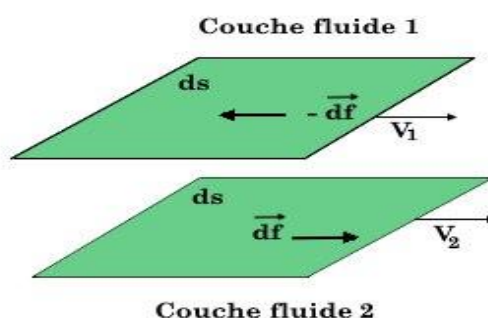


Figure [I-1] : schéma représentatif d'un cisaillement de Deux couches fluide.

CHAPITRE I : LA RHÉOLOGIE

La contrainte de cisaillement (τ) se définit comme le quotient du module de la force de frottement par la surface sur laquelle elle s'applique :

$$\tau = \frac{dF}{dS} \quad [N/m^2] \quad [I.1]$$

I.2.2 La déformation du fluide :

La déformation (ε) représente la variation relative de position entre les couches d'un fluide sous l'effet d'une contrainte appliquée. Considérons deux points, M_1 et M_2 , situés sur deux couches fluides adjacentes C_1 et C_2 , dans un écoulement unidimensionnel [2].

- À l'instant t_0 , leurs coordonnées sont $N_1(x_1, y_1)$ et $N_2(x_1, y_1+dy)$, où dy représente la distance entre les deux couches.

- À un instant ultérieur t_1 , après déplacement du fluide, ces points se retrouvent aux positions $N_1(x_2, y_2)$ et $N_2(x_2+dx, y_2+dy)$.

La déformation de cisaillement est alors exprimée par la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{dx}{dy} \quad [I.2]$$

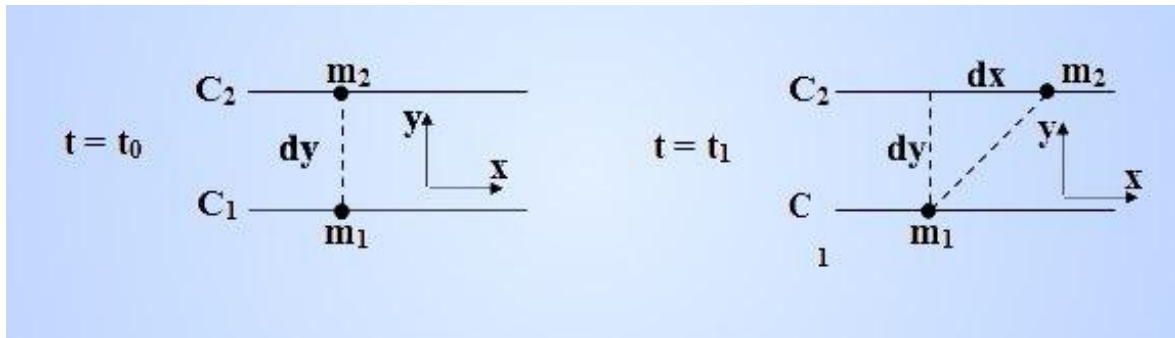


Figure [I-2]: Représentation de la déformation de cisaillement dans un écoulement unidimensionnel.

I.2.3 la vitesse de déformation :

La vitesse de déformation, également appelée vitesse de cisaillement ($\dot{\varepsilon}$), correspond à la dérivée temporelle de la déformation de cisaillement (ε). Elle s'exprime selon la relation suivante [3] :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{du}{dy} \right) \quad [s^{-1}] \quad [I.3]$$

Étant donné que l'expression $\frac{du(x,t)}{dt}$ représente la vitesse $v(x,t)$, on peut réécrire cette relation, dans le cas d'une symétrie plane, sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dy} \quad [I.4]$$

I.2.4 la viscosité :

En rhéologie, les coefficients de viscosité sont des paramètres clés qui influencent le comportement des matériaux. Leur détermination permet une caractérisation précise de leurs propriétés rhéologiques.

On distingue plusieurs coefficients de viscosité [3] :

a. Viscosité dynamique :

La rhéogramme illustre généralement la relation entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation :

$$\tau = f(\dot{\epsilon}) \quad [I.5]$$

La viscosité dynamique correspond au rapport entre la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation, s'exprimant par la formule :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\epsilon}} \quad [I.6]$$

Dans le système international, elle est mesurée en poiseuilles et peut être convertie selon l'équivalence suivante :

$$1 \text{ poise} = 0.1 \text{ Pa.s} = 0.1 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1} \quad [4]$$

b. Viscosité cinématique :

Ce coefficient est déterminé par la relation :

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho} \quad [\text{m}^2.\text{s}^{-1}] \quad [I.7]$$

où : (ρ) représente la masse volumique du matériau, et la viscosité cinématique est exprimée en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$.

I.3 Les types des fluides non-Newtoniens :

Les fluides non Newtoniens se classent en trois catégories, chacune présentant des propriétés rhéologiques spécifiques [2] :

- Les fluides non Newtoniens dont la viscosité ne varie pas avec le temps.
- Les fluides non Newtoniens dont la viscosité évolue en fonction du temps.
- Les fluides viscoélastiques, qui combinent des propriétés à la fois visqueuses et élastiques.

I.3.1 Fluides à viscosité indépendante du temps :

La viscosité de ce type de fluide varie en fonction de la température et de la pression, mais également en réponse au taux de déformation ou à la contrainte de cisaillement [5]. Cette catégorie englobe trois types de fluides distincts :

CHAPITRE I : LA RHÉOLOGIE

- Les fluides rhéofluidifiants (ou pseudo-plastiques), dont la viscosité diminue sous l'effet de la contrainte.
- Les fluides rhéoépaississants (ou dilatants), qui voient leur viscosité augmenter avec la contrainte.
- Les fluides à seuil (ou viscoplastiques), qui nécessitent une contrainte minimale pour commencer à s'écouler.

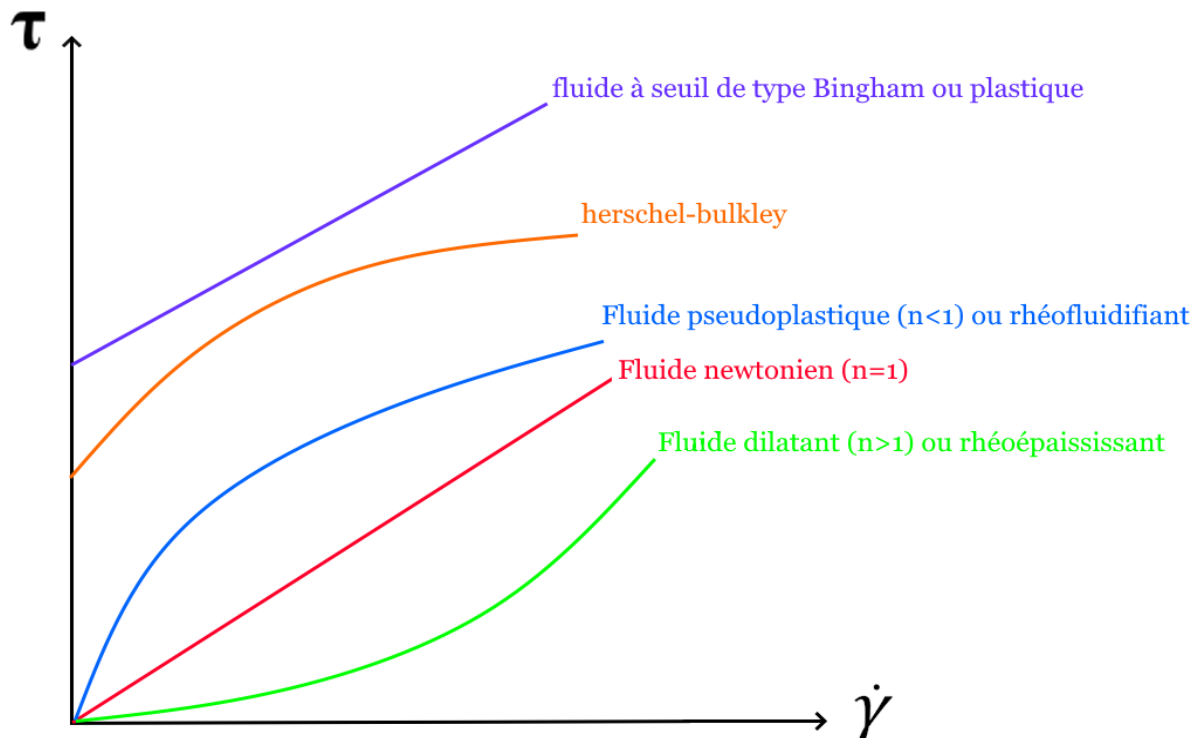


Figure [I-3] : Modèles rhéologique [6].

I.3.1.1 Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) :

Les fluides rhéofluidifiants se caractérisent par une diminution de leur viscosité lorsque le cisaillement s'accroît. De manière générale, ce comportement traduit une réorganisation de la structure interne du fluide, réduisant ainsi la dissipation visqueuse et favorisant son écoulement (figure [I.5], courbe (1)) [7].

I.3.1.1.a Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :

Dans cette section, nous présentons les principaux modèles rhéologiques couramment employés pour décrire le comportement des fluides rhéofluidifiants, tels que mentionnés dans [8] :

- Le modèle d'Oswald-de-Weale, également connu sous le nom de loi de puissance ;

- Le modèle de Sisko ;
- Le modèle de Cross ;
- Le modèle d'Ellis ;
- Le modèle de Carreau-Bird ;
- Le modèle de Carreau-Yasuda ;

I.3.1.1.a.1 Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance :

Une relation empirique largement utilisée pour décrire la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement permet de modéliser simplement un fluide non newtonien sans seuil. Cette équation, initialement proposée par Ostwald en 1925 [7], s'écrit comme suit :

$$\tau = k\dot{\epsilon}^n \quad [I.8]$$

où :

- k : est l'indice de consistance ;
- n : représente l'indice de comportement du fluide.

Selon la valeur de (n), le fluide adopte différentes propriétés :

- Si ($0 < n < 1$), le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- Si ($n = 1$), il se comporte comme un fluide newtonien ;
- Si ($n > 1$), il est rhéoépaississant ou dilatatant.

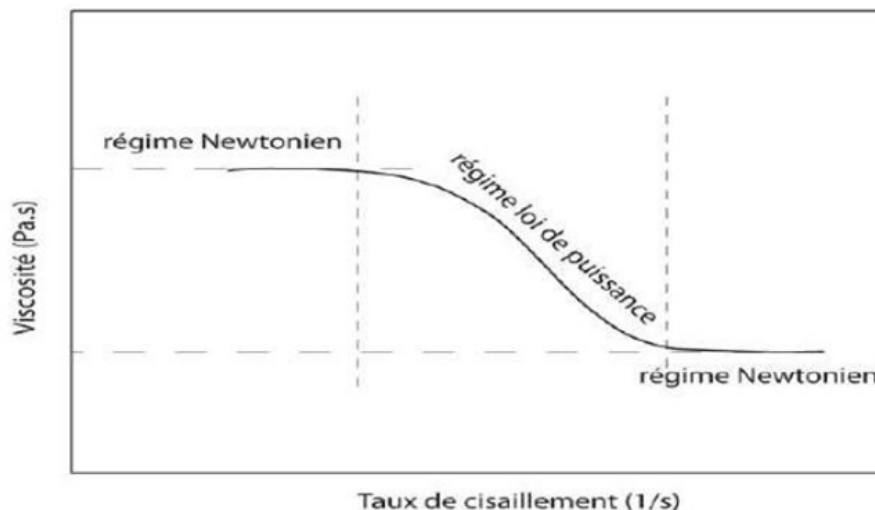


Figure [I-4] : Représentation schématique d'un comportement rhéofluidifiant [8].

I.3.1.1.a.2 Le modèle de Sisko :[9]

$$\mu = \mu_{\infty} + k\dot{\epsilon}^{n-1} \quad [I.9]$$

Où :

- μ : La viscosité apparente ;
- k : l'indice de consistance ;
- n : l'indice rhéologique ;
- μ_{∞} : La viscosité à taux de cisaillement élevé.

I.3.1.1.a.3 Le modèle de Cross :

Le modèle de Cross se distingue par sa capacité à représenter le plateau newtonien aux faibles taux de cisaillement [8] :

$$\mu - \mu_{\infty} = \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (E' \dot{\epsilon})^n} \quad [I.10]$$

Où :

- E' : représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;
- μ_0 : La viscosité du premier plateau Newtonien à faible taux de cisaillement ;
- μ_{∞} : la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

I.3.1.1.a.4 Le modèle de Ellis :[10]

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\tau/\tau_{1/2})^{n-1}} \quad [I.11]$$

Où :

- μ_0 : représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul ;
- $\tau_{1/2}$: la contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$;
- n ($n > 1$) : représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide.

I.3.1.1.a.5 Le modèle de Carreau-Bird :

Pour de nombreux polymères, la valeur de (a) est généralement fixée à 2, donnant ainsi naissance au modèle de Carreau-Bird à quatre paramètres [11]. Ce paramètre (a) a été introduit ultérieurement par Yasuda. L'équation associée devient alors :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = (1 + (\lambda \dot{\epsilon})^2)^{\frac{n-1}{2}} \quad [I.12]$$

où :

- λ : représente le temps caractéristique lié à l'enchevêtrement des chaînes polymères.
- μ_0 : désigne la viscosité correspondant au premier plateau newtonien à faible taux de cisaillement.

- μ_{∞} : correspond à la viscosité du second plateau newtonien observé à des taux de cisaillement élevés.

- n : est l'indice de puissance caractérisant le comportement du fluide.

I.3.1.1.a.6 Le modèle de Carreau-Yasuda :

La relation de Carreau constitue une extension du modèle en loi de puissance et repose sur cinq paramètres [11] :

$$\frac{\mu - \mu_{\infty}}{\mu_0 - \mu_{\infty}} = (1 + (\lambda \dot{\epsilon})^a)^{\frac{n-1}{a}} \quad [I.13]$$

où :

- μ_0 : est la viscosité lorsque le cisaillement est nul.
- μ_{∞} : correspond à la viscosité lorsque le cisaillement tend vers l'infini.
- λ : représente une constante de temps caractéristique du fluide.
- a : est un paramètre régissant la transition entre les régimes de viscosité.

I.3.1.2 Les fluides rhéoépaississant (dilatants) :

Contrairement aux fluides rhéofluidifiants, les fluides rhéoépaississants se caractérisent par une viscosité apparente qui augmente avec l'intensification du cisaillement. Ce phénomène, moins répandu que celui des rhéofluidifiants, est principalement observé dans les suspensions très concentrées, où la phase liquide se limite aux interstices séparant les particules solides.

Dans ce contexte, lorsque le taux de cisaillement s'accroît, les particules solides entravent le mouvement relatif des couches du fluide, en raison de la réduction du liquide interstitiel qui facilite habituellement leur glissement (Figure [I.5], courbe (2)) [8].

Le comportement de ces fluides est généralement décrit par la loi de puissance suivante :

$$\tau = k \dot{\epsilon}^n \quad \text{avec } (n > 1)$$

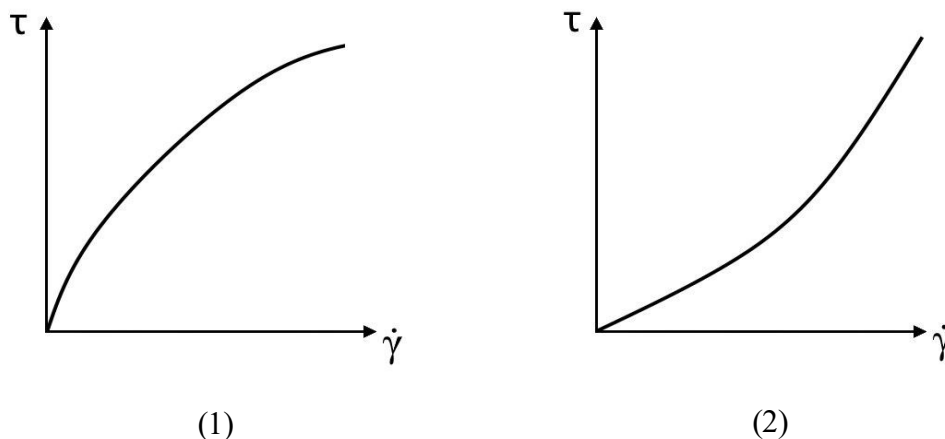


Figure [I-5] : Rhéogramme d'un fluide rhéofluidifiants (1) et d'un fluide rhéoépaississants (2).

I.3.1.3 Fluide à seul (viscoplastiques) :

Certains fluides ne commencent à s'écouler que lorsque la contrainte appliquée dépasse un seuil critique, appelé contrainte seuil τ_s . En dessous de cette valeur, ils se comportent comme des solides, sans écoulement apparent.

Une fois cette limite franchie, leur comportement varie en fonction de leur nature : ils peuvent réagir comme des fluides newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

On retrouve ce type de fluides dans divers matériaux du quotidien, tels que les pâtes de fruits et de chocolat, les peintures à l'huile, les pommades, le dentifrice, la pâte à papier, les boues de forage et le ciment frais.

Ces fluides sont généralement classés en deux grandes catégories (figure [I.6]) [12].

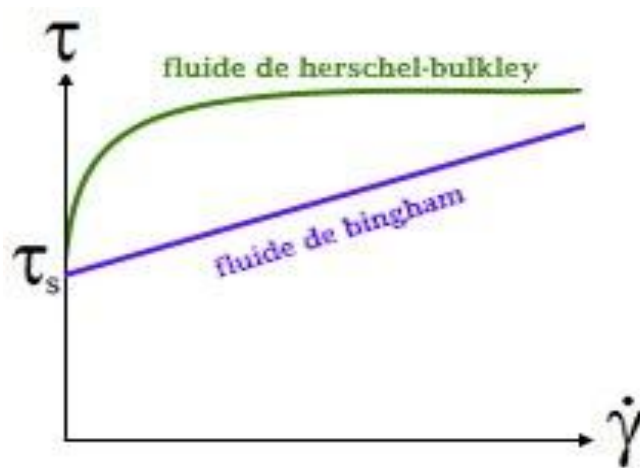


Figure [I-6] : Rhéogrammes de fluides viscoplastiques [5].

I.3.1.3.a Fluide de bingham :

Les liquides binghamiens, également appelés liquides plastiques idéaux, présentent une variation linéaire de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement. Cependant, contrairement aux fluides newtoniens, ils nécessitent l'application d'une contrainte minimale pour amorcer leur écoulement. Cette contrainte correspond à la contrainte seuil (τ_s).

L'équation rhéologique décrivant ce modèle repose sur deux constantes (τ_s et μ_b) [13] :

$$\tau = \tau_s + \mu_b \dot{\epsilon}$$

Si ($\tau < \tau_s$), alors ($\dot{\epsilon} = 0$), ce qui signifie qu'aucun écoulement ne se produit.

Où :

- τ_s : est la contrainte seuil (en Pa) ;
- μ_b : représente la viscosité de Bingham, déterminée à partir de la pente de la courbe (en Pa.s).

I.3.1.3.b Fluides de Herschel-Bulkley :

Le modèle d'Herschel-Bulkley est couramment utilisé pour représenter le comportement de la majorité des fluides plastiques. Lorsque la contrainte appliquée dépasse un certain seuil critique, la courbe d'écoulement de ces fluides tend à devenir linéaire [14].

Tableau [I-1] : Modèles rhéologiques des fluides à contrainte seuil.[2]

<u>Model</u>	<u>Loi rhéologique</u>
Bingham	$\tau = \tau_s + \mu_b \dot{\epsilon}$
Herschel-Bulkley	$\tau = \tau_s + k \dot{\epsilon}^n$
Casson général	$\tau^n = \tau_c^n + (k_c \dot{\epsilon})^n$
Casson	$\tau^{1/2} = \tau_c^{1/2} + (k_c \dot{\epsilon})^{1/2}$

I.3.2 Les fluides à viscosité dépendants du temps :

Les fluides dont le comportement varie avec le temps se distinguent par l'évolution de leur structure interne. Lorsque cette transformation se produit rapidement, le temps n'a pas d'effet notable sur les équations régissant l'écoulement, et la viscosité apparente reste déterminée uniquement par la contrainte ou la vitesse de cisaillement. À l'inverse, si la modification de la structure interne se fait lentement, les conditions antérieures influencent l'écoulement du fluide. Dans ce cas, la viscosité apparente devient une fonction du temps en plus de la contrainte exercée [13].

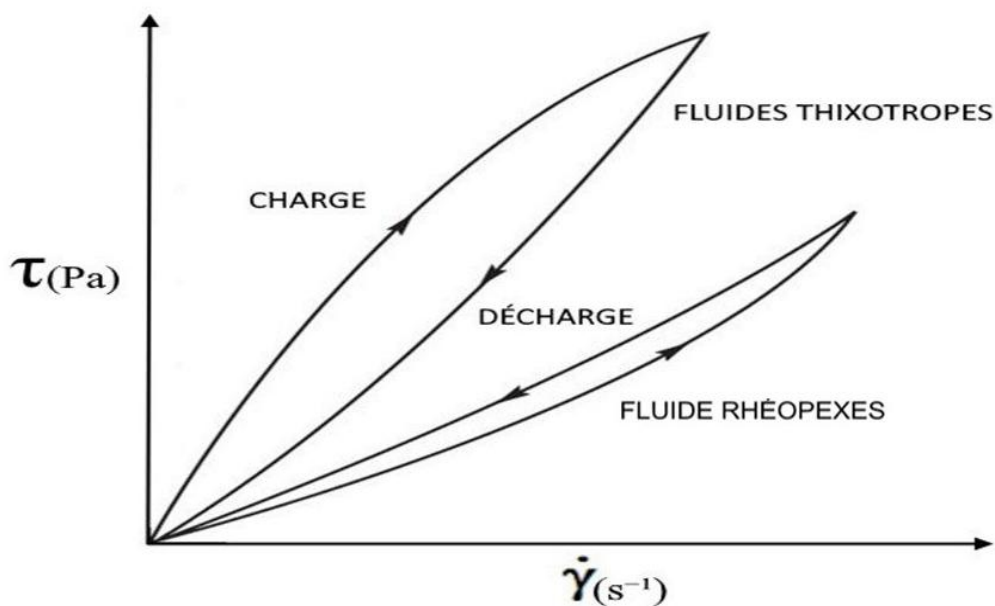


Figure [I-7] : Rhéogramme des fluides non-newtoniens dépendant du temps [6].

On classe ces fluides en deux grandes catégories :

- Les fluides thixotropes, dont la viscosité diminue au fil du temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante.
- Les fluides rhéopexes, qui au contraire, voient leur viscosité augmenter sous une contrainte prolongée.

I.3.2.1 Les fluides thixotropes :

Ce type de fluide se caractérise par une diminution progressive de sa viscosité dynamique sous l'effet d'une contrainte constante. Ce phénomène résulte d'une altération progressive de sa structure interne. Le temps associé à cette évolution est comparable à celui de l'observation. Une fois la contrainte supprimée, le fluide retrouve sa structure d'origine après une phase de repos.

I.3.2.2 Les fluides rhéopexes :

Ces phénomènes sont peu fréquents et se manifestent par une évolution graduelle de la viscosité sous l'effet d'une contrainte maintenue constante au cours du temps [15].

I.3 Les fluides viscoélastiques :

Un matériau viscoélastique linéaire présente un comportement situé entre celui d'un solide parfaitement élastique et celui d'un liquide newtonien purement visqueux. Afin de mieux comprendre cette nature intermédiaire, il est essentiel de rappeler les caractéristiques fondamentales de ces deux types de matériaux idéaux et d'établir des modèles décrivant les comportements intermédiaires [3].

I.3.3.1 Liquide visqueux newtonien :

L'équation décrivant le comportement rhéologique d'un liquide visqueux newtonien s'écrit comme suit :

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{\tau}{\mu} \quad [\text{I.16}]$$

Dans ce cas, un liquide visqueux newtonien peut être représenté par un amortisseur dont le coefficient de viscosité est noté μ (Figure [I.8]).

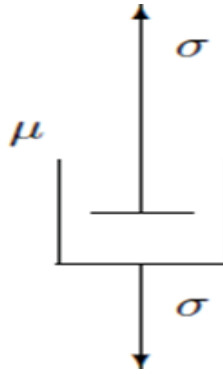


Figure [I-8] : un amortisseur de coefficient de viscosité μ [5].

I.3.3.2 Solide élastique parfait :

Dans le cas d'un solide parfaitement élastique, la relation entre la contrainte et la déformation suit une loi linéaire, conformément à la loi de Hooke. Cette relation s'exprime par l'équation suivante :

$$\sigma(t) = J \cdot \varepsilon(t) \quad [\text{I.15}]$$

où :

- σ représente la contrainte de cisaillement ;
- ε désigne la déformation ;
- J est un coefficient constant, appelé complaisance élastique, qui dépend des propriétés intrinsèques du matériau.

Ce coefficient est relié au module de rigidité G par la relation $J = \frac{1}{G}$, où G correspond au module de cisaillement, exprimé en pascals (Pa).

En rhéologie, un solide parfaitement élastique est souvent modélisé par un ressort dont le coefficient de rigidité est G , comme illustré sur la figure [I.9].

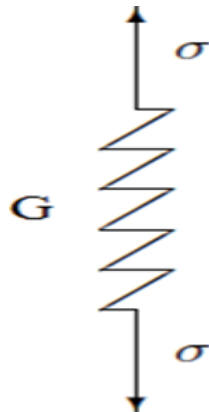


Figure [I-9] : Ressort de module élastique G [5].

I.4 Les Modèles rhéologique dans les fluides viscoélastiques :

Pour caractériser le comportement viscoélastique général, on établit des modèles basés sur l'association de composants élastiques et visqueux. Ces modèles se présentent sous deux configurations principales : une disposition en série, correspondant au modèle de Maxwell, ou une disposition en parallèle, représentée par le modèle de Kelvin-Voigt.

I.4.1 Fluide Maxwell :

Le modèle de Maxwell est l'un des modèles les plus couramment utilisés en rhéologie pour décrire le comportement des liquides viscoélastiques. Il est constitué d'une association en série d'un ressort, caractérisé par une complaisance élastique (J), et d'un amortisseur ayant un coefficient de viscosité (μ) (Figure [I.10]).

Dans ce modèle, les déformations dans le ressort et l'amortisseur sont notées respectivement (ε_1) et (ε_2), tandis que les contraintes correspondantes sont (τ_1) et (τ_2).

L'association en série implique que :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\tau = \tau_1 = \tau_2$$

D'après les équations [I.15] et [I.16] on obtient :

$$\tau_1 = \varepsilon_1 J$$

$$\tau_2 = \mu \frac{d\varepsilon_2}{dt}$$

En dérivant l'équation de la déformation totale, on en déduit :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = J \frac{d\tau}{dt} + \frac{\tau_2}{\mu}$$

Ce modèle est caractérisé par deux fonctions essentielles :

- La fonction de fluage , lorsque la contrainte (τ) est constante :

$$f(t) = \frac{1}{\mu} t + J \quad [I.17]$$

- La fonction de relaxation, lorsque la déformation (ε) est maintenue constante :

$$g(t) = J e^{-\frac{t}{\mu}} \quad [I.18]$$

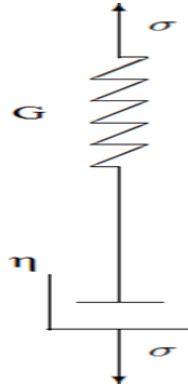


Figure [I-10] : Modèle rhéologique de Maxwell [5].

I.4.2 Solide de Kelvin-Voigt :

Il est composé d'une combinaison en parallèle d'un ressort élastique de compliance J et d'un amortisseur caractérisé par un coefficient de viscosité μ (Figure [I-11]). Soient ε_1 et ε_2 les déformations, ainsi que τ_1 et τ_2 les contraintes respectives dans le ressort et l'amortisseur.

En appliquant les équations rhéologiques [I.13] et [I.14], nous obtenons :

$$\tau_1 = \varepsilon_1 J$$

$$\tau_2 = \mu \frac{d\varepsilon_2}{dt}$$

Selon les règles de combinaison en parallèle, la déformation et la contrainte totales sont données par :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

Ainsi, on obtient :

$$\tau = \mu \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon J$$

Les fonctions associées sont alors :

Fonction de fluage ($\tau = \text{constante}$) :

$$f(t) = \frac{1}{J} \left(1 - e^{-\frac{J}{\mu}t} \right) \quad [I.19]$$

Fonction de relaxation ($\varepsilon = \text{constante}$) :

$$g(t) = J \quad [I.20]$$

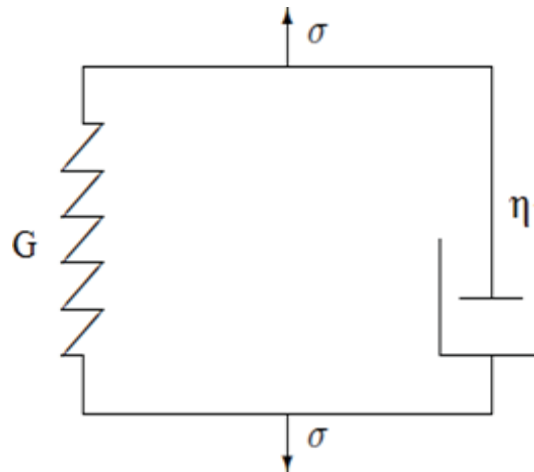


Figure [I-11] : Modèle rhéologique de Kelvin-Voigt.[5].

I.5 Fonctions de fluage et de relaxation :

Les fonctions de fluage et de relaxation jouent un rôle essentiel en viscoélasticité linéaire. Elles sont définies comme suit [16] :

- **Fonction de fluage $f(t)$:** Elle traduit l'évolution de la déformation d'un matériau soumis à une contrainte unitaire appliquée à l'instant ($t = 0$) et maintenue constante dans le temps.

Cette relation s'exprime par :

$$f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\tau_0}$$

où :

$\varepsilon(t)$: représente la déformation et τ_0 la contrainte imposée.

- **Fonction de relaxation $g(t)$:** Elle représente la diminution progressive de la contrainte en réponse à une déformation unitaire appliquée à ($t = 0$) et conservée constante. L'expression mathématique associée est :

$$g(t) = \frac{\tau(t)}{\varepsilon_0}$$

où :

τ : est la contrainte et ε_0 la déformation imposée.

I.6 Les Rhéomètres :

Pour caractériser les propriétés rhéologiques de fluide, on utilise différents types de rhéomètres. Ces instruments se répartissent en trois grandes catégories :

1. Les rhéomètres en régime permanent, qui permettent d'étudier le comportement des fluides sous une contrainte constante.

2. Les rhéomètres en régime transitoire, utilisés pour analyser la réponse des fluides à une variation de contrainte au cours du temps.

3. Les rhéomètres dynamiques, qui fonctionnent selon un régime sinusoïdal afin d'examiner les propriétés viscoélastiques des matériaux.

I.6.1 Les Rhéomètres à régime permanent :

Dans cette catégorie de rhéomètres, le fluide étudié s'écoule de manière laminaire et stable dans le temps. Ces dispositifs sont principalement utilisés comme viscosimètres pour mesurer la viscosité, ainsi que comme rhéomètres τ - $\dot{\epsilon}$ permettant d'analyser les propriétés rhéologiques des liquides.

On distingue essentiellement deux types de rhéomètres dans cette classe :

- Les rhéomètres de Couette, qui étudient l'écoulement d'un fluide entre deux surfaces en mouvement relatif.
- Les rhéomètres de Poiseuille, qui analysent l'écoulement à travers un conduit sous l'effet d'une pression.

I.6.1.a Les rhéomètres de type couette :

- **Rhéomètres plans à translation :**

Une substance est confinée entre deux plans solides parallèles de surface identique (S). Lorsqu'une force (F) constante est appliquée tangentiellement sur le plan supérieur en mouvement, tandis que le plan inférieur reste fixe, un écoulement laminaire de cisaillement se produit.

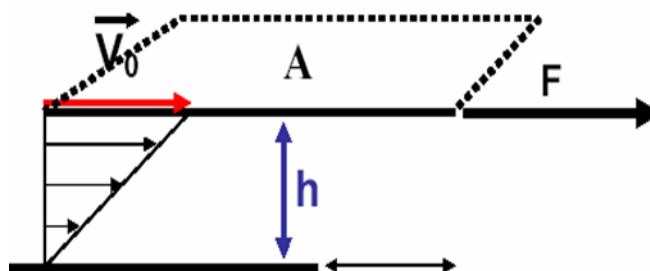


Figure [I-12] : schéma de l'écoulement de Couette plan.

Avec :

$$\tau = \frac{F}{S} \quad ; \quad \dot{\epsilon} = \frac{V_0}{h}$$

- **Rhéomètres rotatifs cylindriques :**

Les rhéomètres rotatifs cylindriques figurent parmi les instruments les plus couramment utilisés. L'échantillon de fluide est confiné entre deux cylindres coaxiaux de rayons (R_1 et R_2), et de hauteur (h). Un mouvement de rotation uniforme (M) est appliqué avec une vitesse angulaire (ω_0), générant un écoulement laminaire en cisaillement.

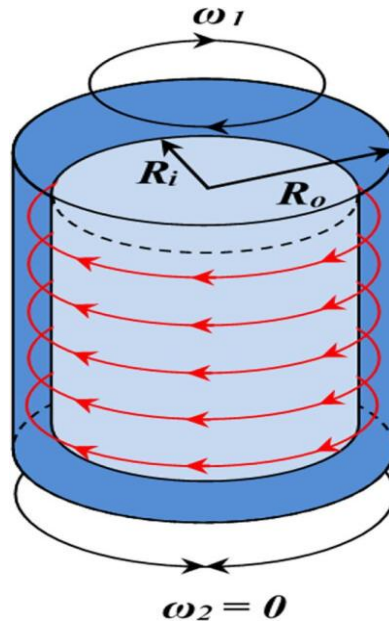


Figure [I-13] : l'écoulement de Taylor-Couette [17].

Avec :

$$\tau = \frac{M}{S} = \frac{M}{2\pi r^2 h} \quad \dot{\epsilon} = \frac{\omega R}{R_2 - R_1} \rightarrow R = \frac{R_2 + R_1}{2}$$

$$\gamma = \frac{K M}{\omega_0} \quad \rightarrow K = \frac{1}{4\pi h} \left(\frac{1}{(R^2)_1} - \frac{1}{(R^2)_2} \right) \quad [I.23]$$

- **Rhéomètres rotatifs Cône / plateau :**

Ce type de rhéomètre consiste à confiner le fluide entre un plateau fixe et un cône de révolution de rayon (R). Une vitesse de rotation constante (ω_0) est appliquée au cône, engendrant un écoulement laminaire de cisaillement (Figure [I.14]).

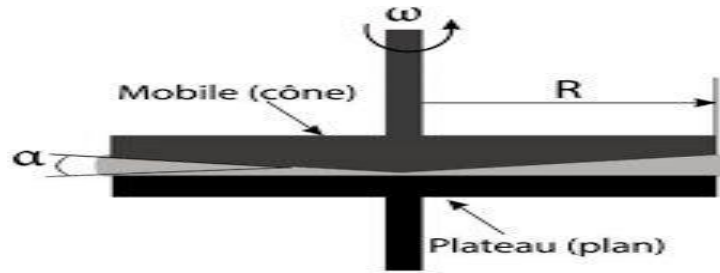


Figure [I-14] : Rhéomètre rotatif Cône / Plateau [18].

Avec :

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{M}{2\pi R^3} & \dot{\epsilon} &= \frac{\omega_0}{a} \\ \gamma &= \frac{K M}{\omega_0} & \rightarrow K &= \frac{3a}{2\pi R^3}\end{aligned}\quad [I.24]$$

- **Rhéomètres rotatifs cylindriques :**

Deux approches expérimentales peuvent être adoptées :

- La première consiste à appliquer un couple de rotation (M) connu à la partie mobile, puis à mesurer la vitesse angulaire résultante (ω_0).
- La seconde méthode impose une vitesse angulaire (ω_0) à la partie mobile et mesure le couple (M) nécessaire pour maintenir le cylindre fixe en équilibre.

Dans les deux cas, les données expérimentales obtenues sont :

- La vitesse de rotation de la partie mobile.
- Le couple de rotation (M) appliqué.

I.6.1.b Les rhéomètres de type Poiseuille :

- **Rhéomètres de type Ostwald :**

Les viscosimètres sont utilisés pour effectuer des mesures rapides de la viscosité absolue des liquides newtoniens. L'écoulement d'une substance à travers un capillaire de rayon (r) est induit par une différence de pression, qu'elle soit d'origine gravitationnelle ou appliquée. Cependant, ce déplacement est limité par les forces de frottement exercées contre les parois du capillaire (Figure [I.15]).

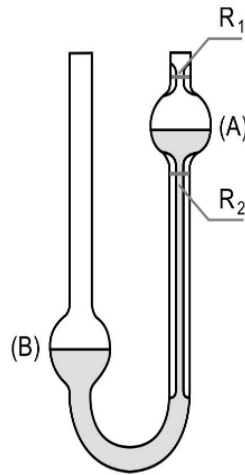


Figure [I-15]: viscosimètre Ostwald [19].

Avec :

$$\text{Loi de poiseuille : } Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad \text{et} \quad Q = \frac{V}{t} \quad \gamma = \frac{\pi R^3 \Delta P}{8 V L} t \quad [\text{I.25}]$$

- **Viscosimètre de type à chute de bille :**

Les viscosimètres servent à déterminer rapidement la viscosité absolue des liquides newtoniens. Cette évaluation se fait en observant la durée nécessaire à une bille pour descendre librement à travers le fluide.

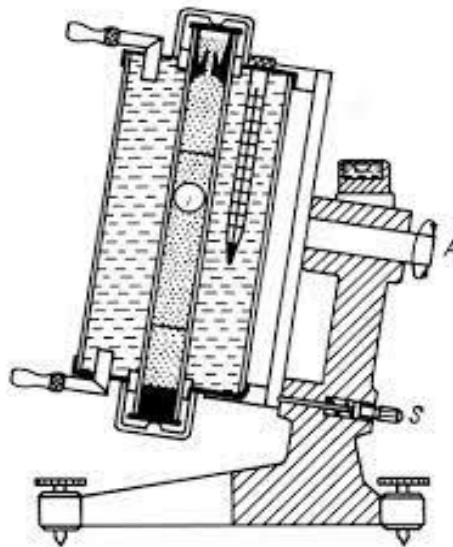


Figure [I-16]: Viscosimètre d'Hoeppler [20].

Viscosité donnée par l'équation de Stokes :

$$\gamma = \frac{2gR^2(\rho_s - \rho)}{9V} \quad [\text{I.26}]$$

I.6.2 Les rhéomètres à régime transitoire :

Pour caractériser le comportement viscoélastique des matériaux solides ou liquides linéaires, on utilise des rhéomètres qui appliquent une sollicitation instantanée à l'échantillon, maintenue constante par la suite. L'évolution de la réponse du matériau est alors analysée dans les instants suivants. Avant d'atteindre un régime permanent, le matériau présente une phase transitoire où son comportement dépend du temps. L'étude de cette phase permet d'identifier ses propriétés viscoélastiques.

I.6.3 Les rhéomètres dynamique :

Les rhéomètres dynamiques appliquent à l'échantillon un cisaillement laminaire dont l'amplitude fluctue selon une variation sinusoïdale au fil du temps [13].

I.7 Conclusion :

Ce chapitre a introduit la rhéologie en expliquant la contrainte, la déformation et la viscosité. Il a distingué les fluides newtoniens, non-newtoniens et présenté les modèles rhéologiques ainsi que les instruments de mesure. Ces notions sont essentielles pour comprendre les écoulements complexes et leurs applications.

CHAPITRE II :
**LA CONVECTION DE RAYLEIGH-
BÉNARD**

II.1 Introduction :

L'échange thermique entre deux systèmes est un concept clé en thermodynamique. Parfois, on cherche à ajouter de la chaleur, tandis que d'autres fois, on essaie de limiter ce transfert pour éviter des pertes d'énergie ou empêcher le réchauffement d'un produit. Lorsqu'on place plusieurs objets à des températures différentes dans un même système, ils échangent de la chaleur jusqu'à atteindre une température uniforme.

La chaleur se déplace toujours du corps le plus chaud vers le plus froid.

La convection de Rayleigh-Bénard est un phénomène qui se produit entre deux plaques parallèles : celle du bas est chauffée et celle du haut est refroidie, sous l'effet de la gravité. Ce processus illustre comment un écoulement peut passer progressivement d'un état stable (laminaire) à un état plus désordonné (turbulent). Le nombre de Rayleigh est le paramètre clé qui influence cette transition.

De nombreuses études ont été réalisées sur ce sujet pour les fluides newtoniens, mais il en existe peu pour les fluides non newtoniens.

II.2 L'état de l'Arte de Rayleigh-Bénard :

La convection de Rayleigh-Bénard est un phénomène physique qui survient lorsqu'un fluide est chauffé par le bas et refroidi par le haut, créant des mouvements convectifs organisés. Cette instabilité thermo-convective est gouvernée par le nombre de Rayleigh (Ra), qui détermine la transition entre la conduction et la convection.

Observé expérimentalement par Henri Bénard (1900) et modélisé théoriquement par Lord Rayleigh (1916), ce phénomène joue un rôle clé en météorologie, en géophysique et en ingénierie thermique. Son étude permet de mieux comprendre la dynamique des fluides et leurs applications dans divers domaines scientifiques et technologiques.

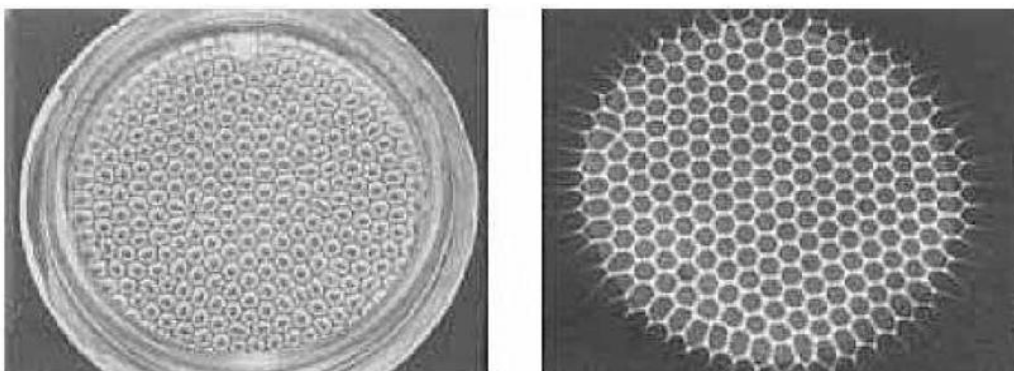


Figure [II-1] : Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder [21].

Bénard reconnaît humblement que son travail ne saurait épuiser un sujet aussi novateur, certaines questions restant encore à éclaircir, même d'un point de vue purement expérimental. Cependant, il espère que, malgré son caractère incomplet, son étude saura attirer l'attention des chercheurs et expérimentateurs sur les vastes domaines encore inexplorés de la physique moléculaire et de la mécanique des fluides, ouvrant ainsi la voie à de nouvelles découvertes et avancées scientifiques [8].

En 1903, la maison d'édition Gauthier-Villars publiait à Paris le deuxième tome du traité de Joseph Boussinesq, intitulé "Théorie Analytique de la Chaleur". Dans l'avertissement de ce tome, à la page VII, Boussinesq fait une observation essentielle concernant les mouvements des fluides lourds sous l'effet de la chaleur. Il explique que, dans la plupart de ces mouvements, le volume ou la densité des fluides restent quasiment constants, bien que la variation de l'unité de volume soit précisément la cause des phénomènes étudiés. Ainsi, il devient possible de négliger ces variations de densité lorsqu'elles ne sont pas multipliées par l'accélération gravitationnelle g , tout en conservant leur effet lorsqu'elles sont prises en compte dans ce produit. Cette approche est aujourd'hui connue sous le nom d'"approximation de Boussinesq", un terme adopté par Rayleigh en 1916. Une conséquence majeure de cette approximation est la simplification des équations régissant les mouvements thermiques des fluides, permettant de modéliser un système quasi-incompressible où l'équation de Navier-Stokes décrit la dynamique du fluide et l'équation de Fourier la distribution de la température. Dans ce cadre, la poussée d'Archimède devient la principale force motrice du mouvement.

L'approximation de Boussinesq permet de reformuler les équations de Navier-Stokes sous une forme incompressible, tout en intégrant les forces de flottabilité, notamment la poussée d'Archimède, qui résultent localement de la dilatation du fluide due aux variations de température. L'analyse de la stabilité dans ce cadre se fait en linéarisant les équations autour de l'état conductif. Il est alors démontré que la stabilité de cet état ne dépend que de la valeur du nombre de Rayleigh [22].

En 1916, le physicien britannique Lord Rayleigh approfondit cette explication en analysant le comportement d'une couche de fluide infinie placée horizontalement entre deux surfaces rigides maintenues à des températures différentes.

Lord Rayleigh (1842-1912) et Henri Bénard (1874-1939) sont les deux scientifiques à l'origine de la découverte et de l'étude des cellules de convection. Rayleigh s'est concentré sur l'aspect théorique, tandis que Bénard a mené la partie expérimentale.

CHAPITRE II : LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD

Ce phénomène de convection naturelle, connu sous le nom d'instabilité de Rayleigh-Bénard, est une instabilité thermo-convective qui peut émerger dans un environnement où des conditions déstabilisantes sont présentes [23].

Un grand nombre de polymères d'origine naturelle ainsi que leurs dérivés possèdent la capacité de former des gels physiques dotés d'une thermo réversibilité [Guenet (1992)]. Il a été observé que certains composés issus de la cellulose naturelle, tels que le méthylcellulose (MC) [Sarakar (1979), Haque (1993), Wang (2005), Bodvik (2010)], l'hydroxypropylméthylcellulose (HPMC) [Ford (1999)] et la benzylcellulose [Itagaki (1997)], ont la particularité de gélifier en solution sous l'effet de la chaleur et de retrouver leur état initial en se refroidissant.

Au cours des deux dernières décennies, de nombreuses recherches ont été menées afin d'examiner les propriétés de thermo-gélification, le mécanisme de formation du gel ainsi que la structure du réseau gélifié du MC, en s'appuyant sur différentes techniques expérimentales [Chevillard (1997), Desbrières (1998), Li (1998), Desbrières (2000)]. Sur le plan thermodynamique, ces matériaux se caractérisent par une température critique spécifique, connue sous le nom de LCST ou CPT, en dessous de laquelle la solution polymérique demeure monophasique, garantissant ainsi une dissolution homogène du polymère dans le solvant [24].

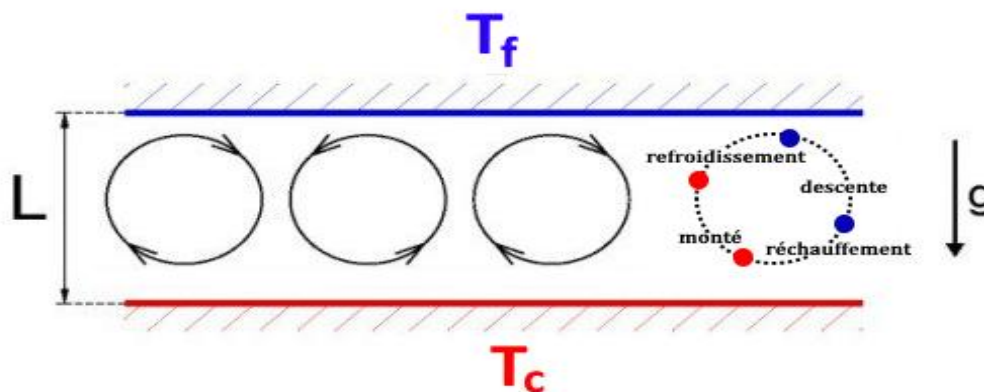


Figure [II-2] : Schémas simplifiés des rouleaux thermo-convectifs [25].

Mme Ouahiba BENOURED a réalisé en 2016 une thèse de doctorat intitulée « Convection de Rayleigh-Bénard d'un fluide rhéofluidifiant confiné dans une conduite rectangulaire » [8], a étudié la convection naturelle d'un fluide non-newtonien en utilisant le modèle de Carreau-Yasuda. Réalisée dans une cavité à grand rapport de forme, cette étude a mis en évidence l'influence des conditions thermiques ainsi que des paramètres rhéologiques sur le comportement de la convection sous-critique. Les résultats numériques obtenus ont montré une

bonne concordance avec les solutions asymptotiques disponibles, tout en révélant l'effet significatif du comportement rhéofluidifiant sur la structure de l'écoulement.

Dans le cadre d'un projet de fin d'études réalisé en 2020, intitulé « Simulation numérique d'un écoulement de Rayleigh-Bénard pour un fluide non-Newtonien » [54], Mm Asma HALHAL et M. Abd El Wahab BOUAMAMA ont mené une étude numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée. À l'aide du logiciel Ansys Fluent et des modèles rhéologiques de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley, ils ont analysé l'influence de plusieurs paramètres de contrôle notamment les nombres de Rayleigh, de Prandtl et de Bingham sur le comportement thermique et dynamique de l'écoulement.

Dans le cadre de travaux expérimentaux et numériques portant sur le pétrole brut en tant que fluide non-newtonien, plusieurs études ont été menées pour caractériser son comportement rhéologique et son écoulement. En 2014, Mr. NEDJARI Bencherki a réalisé une étude expérimentale [56] qui a permis d'identifier les modèles rhéologiques les plus adaptés (Bingham, Herschel-Bulkley, Ostwald) pour décrire la viscosité et la contrainte de cisaillement du pétrole brut à différentes températures, mettant en évidence l'influence de la température sur son comportement. Plus tard, en 2017, Mr. NTSIETE Banzouzi a mené une simulation numérique dans une conduite avec rétrécissement de section [57], utilisant le modèle de Herschel-Bulkley pour analyser les effets des conditions géométriques et des paramètres physiques sur l'écoulement. Ces travaux combinés ont fourni des données précieuses et des repères pour la modélisation du pétrole comme fluide viscoplastique dans notre propre étude.

Dans notre travail, nous avons tiré parti de ces données expérimentales pour établir une modélisation plus réaliste du comportement du pétrole brut algérien. En utilisant le logiciel ANSYS Fluent, nous avons simulé son écoulement dans des conditions physiques représentatives, afin d'analyser avec précision son comportement thermique et dynamique dans un contexte de convection naturelle.

II.3 Modes de transfert de la chaleur :

Le transfert thermique est le processus par lequel l'énergie thermique se déplace d'un corps ou d'un système à un autre en raison d'une différence de température. Ce phénomène peut se produire par trois modes principaux [26] :

- La conduction.
- La convection.
- Le rayonnement.

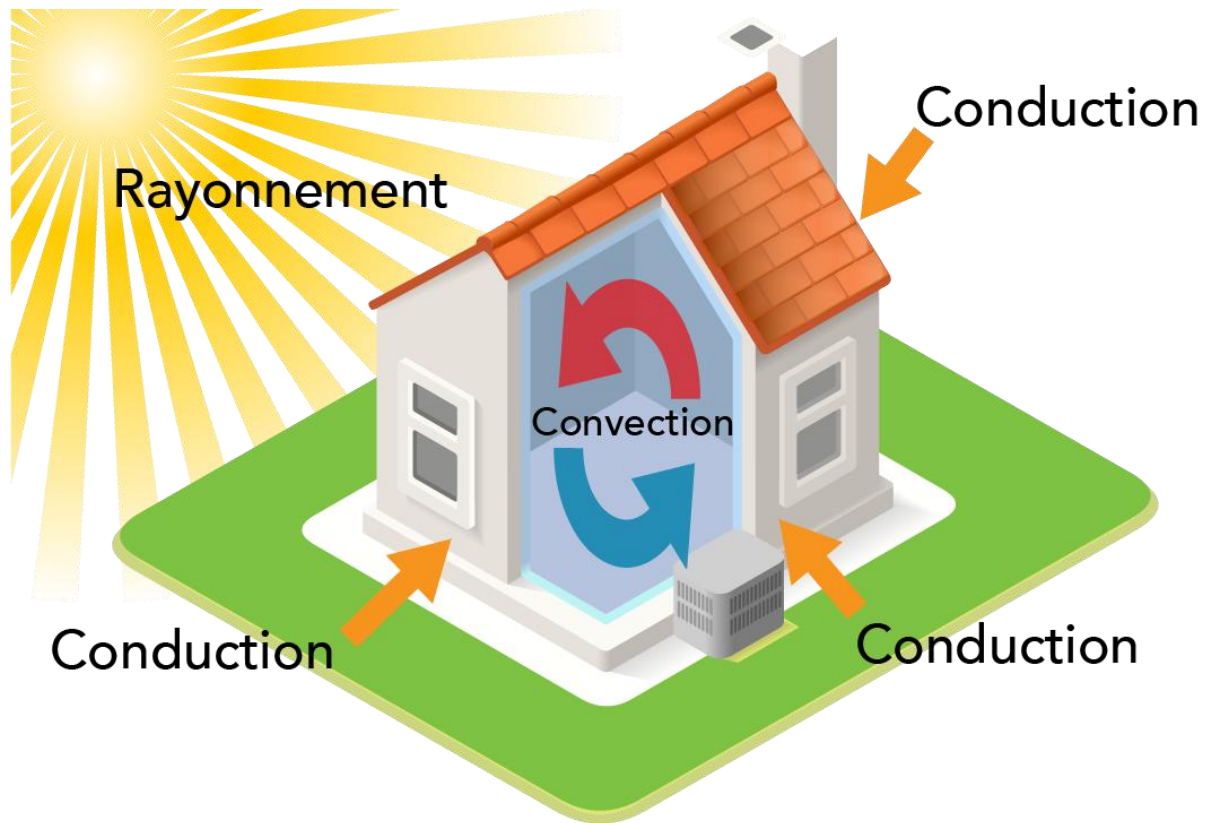


Figure [II-3] : Les transferts de chaleur [27].

II.3.1 La conduction thermique ou (la diffusion thermique) :

La conduction thermique est le mode de transfert de chaleur qui se produit à l'intérieur d'un matériau ou entre plusieurs matériaux en contact direct, sans mouvement macroscopique de matière. Elle est causée par la diffusion de l'énergie cinétique des particules (atomes, molécules, électrons) sous l'effet d'un gradient de température [26].

Le transfert thermique par conduction est régi par la loi de Fourier :

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad [\text{II.1}]$$

où :

- q : est le flux thermique (W/m^2).
- K : est la conductivité thermique du matériau (W/m.K).
- $\frac{dT}{dx}$: est le gradient de température dans la direction du flux de chaleur.

Plus un matériau a une conductivité thermique élevée, plus il est efficace pour transférer la chaleur (exemple : les métaux comme le cuivre). À l'inverse, les matériaux isolants comme la laine de verre ou le bois ont une faible conductivité thermique.

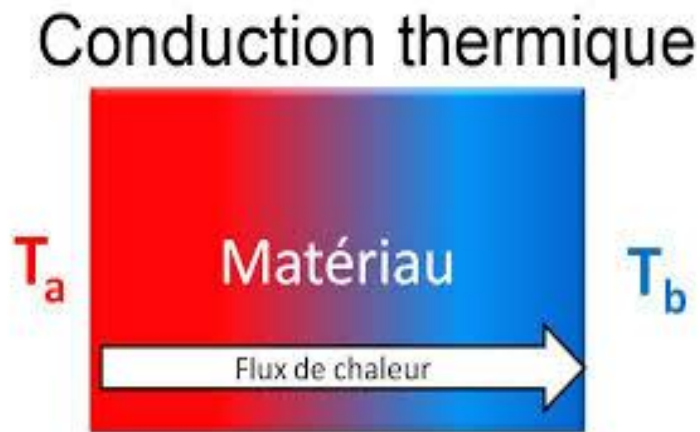


Figure [II-4] : Transfert de chaleur par conduction [28].

II.3.2 Transfert de chaleur par convection :

Le transfert thermique par convection est le processus par lequel la chaleur est transférée entre une surface solide et un fluide en mouvement (liquide ou gaz) en raison de leur différence de température. Ce mode de transfert combine la conduction thermique à l'intérieur du fluide et les mouvements macroscopiques du fluide qui transportent l'énergie thermique [29].

La loi de Newton du refroidissement exprime quantitativement ce phénomène :

$$q = h \times A (T_s - T_{\infty}) \quad [\text{II.2}]$$

où :

- q : est la puissance thermique transférée (W).
- h : est le coefficient de convection thermique ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$).
- A : est la surface d'échange thermique (m^2).
- T_s : est la température de la surface (K).
- T_{∞} : est la température du fluide loin de la surface (K).

Le coefficient de convection thermique (h) dépend de plusieurs facteurs, notamment la nature du fluide, la vitesse d'écoulement, les propriétés thermophysiques du fluide et la configuration géométrique de la surface.

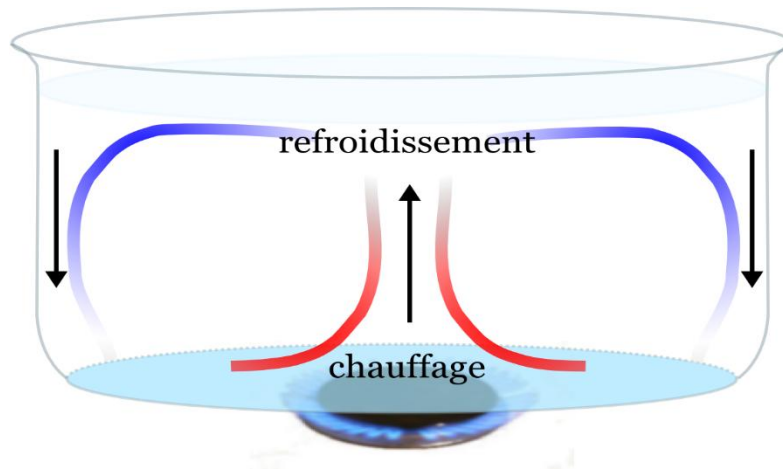


Figure [II-5] : Transfert de chaleur par convection naturelle [30].

On distingue trois types de convection :

1. La convection naturelle :

Le transfert thermique par convection naturelle se produit lorsqu'un fluide (qu'il soit gazeux ou liquide) est mis en mouvement à cause de différences de température entraînant des variations de densité. Ce mouvement est produit par l'attraction gravitationnelle, sans recourir à une intervention mécanique extérieure (telle qu'une pompe ou un ventilateur) [26].

2. La convection forcée :

La convection forcée est un mode de transfert thermique dans lequel un fluide (gaz ou liquide) est mis en mouvement par une force externe, telle qu'un ventilateur, une pompe ou un autre dispositif mécanique. Ce mouvement forcé du fluide améliore l'échange thermique entre une surface solide et le fluide environnant, en augmentant le taux de transfert de chaleur [26].

3. La convection mixte :

La convection mixte implique simultanément les échanges thermiques dus à la convection naturelle et ceux générés par la convection forcée. L'importance relative de ces deux mécanismes est évaluée à partir des valeurs du nombre de Reynolds et de la racine carrée du nombre de Grashof [31].

II.3.3 Transfert de chaleur par rayonnement :

Le transfert thermique par rayonnement est un mode de transfert de chaleur où l'énergie est émise par un corps sous forme de rayonnement électromagnétique, principalement dans

CHAPITRE II : LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD

l'infrarouge. Contrairement à la conduction et à la convection, ce transfert peut se produire même dans le vide, comme l'échange thermique entre le Soleil et la Terre. L'intensité du rayonnement émis par un corps est décrite par la loi de Stefan-Boltzmann [32] :

$$Q = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot \Delta T^4 \quad [\text{II.3}]$$

Où :

- Q : est la puissance thermique rayonnée (W).
- ε : est l'émissivité du matériau ($0 \leq \varepsilon \leq 1$).
- σ : est la constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$).
- A : est la surface émettrice (m^2).
- T : est la température absolue du corps (K)

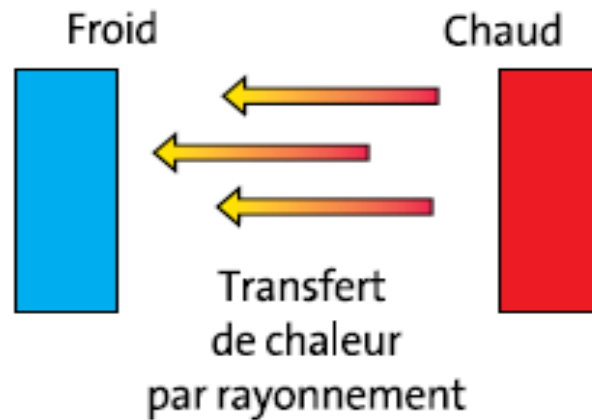


Figure [II-6] : Transfert de chaleur par rayonnement [33].

II.4 Domaines d'application de la convection naturelle :

La convection naturelle est exploitée dans de nombreux domaines industriels et scientifiques en raison de son importance dans le transfert thermique. Elle intervient dans le refroidissement des dispositifs électroniques et des équipements électriques, ainsi que dans l'optimisation des systèmes de chauffage solaire et de ventilation naturelle des bâtiments. En métallurgie, elle facilite le traitement thermique des matériaux, tandis que dans l'industrie des semi-conducteurs, elle permet un contrôle précis de la croissance des cristaux. Par ailleurs, elle joue un rôle essentiel dans la gestion thermique des réacteurs nucléaires et l'analyse des phénomènes géophysiques tels que le transfert de chaleur au sein du manteau terrestre [34].

II.5 Nombre sans dimension :

Les régimes de convection à l'état stationnaire des instabilités thermo-convectives de Rayleigh-Bénard dépendent du nombre de Prandtl, et la transition entre ces régimes peut être difficile à déterminer avec précision. Il est clair que le passage de l'état stationnaire à l'état instationnaire est particulièrement délicat à observer [22].

II.5.1 Nombre de Prandtl (Pr) :

Le nombre de Prandtl, du nom du physicien allemand Ludwig Prandtl, est un nombre sans dimension. Il exprime la relation entre la quantité de mouvement (ou viscosité cinématique γ) et la diffusivité thermique α .

Ce nombre permet de comparer la vitesse des phénomènes thermiques dans un fluide avec la vitesse des phénomènes hydrodynamiques. Sa valeur dépend des conditions thermiques [35].

On définit de la manière suivante :

$$\text{Pr} = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{cp\rho}} = \frac{\mu cp}{\rho \lambda} \quad [\text{II.4}]$$

Avec :

- μ : La viscosité dynamique en (N.S /m²).
- ρ : La masse volumique en (kg/m³).
- C_p : La chaleur massique en (J/kg.K).
- λ : La conductivité thermique en (W/m.K).

II.5.2 Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt (Nu) est une grandeur sans dimension qui permet d'évaluer l'efficacité du transfert thermique dans un fluide. Il représente le rapport entre la convection et la conduction thermique, indiquant ainsi dans quelle mesure le transfert de chaleur est amélioré par le mouvement du fluide. Une valeur élevée de (Nu) signifie que la convection domine, tandis qu'une valeur faible indique un transfert principalement conductif [26].

Il peut être exprimé par l'une des relations suivantes :

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k} = \frac{q_{cv}}{q_{cd}} \quad [\text{II.5}]$$

Où :

- h : coefficient de transfert thermique par convection (w.m⁻². k⁻¹).

- L : longueur caractéristique (m).
- k : conductivité thermique du fluide ($\text{W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$).
- q_{cv} : flux thermique par convection.
- q_{cd} : flux thermique par conduction.

$$q_{cd} = -kA \frac{dT}{dx} = \frac{h(T_s - T_\infty)}{L} \quad q_{cv} = h(T_s - T_\infty) \quad [\text{II.6}]$$

où :

- $\frac{dT}{dx}$: est le gradient de température.
- L : est l'épaisseur de la paroi (m).
- T_s : est la température de la surface.
- T_∞ : est la température du fluide loin de la paroi.

II.5.3 Le nombre de Grashof :

Le nombre de Grashof représente le rapport entre la force de flottabilité due à la poussée d'Archimède et la résistance à l'écoulement du fluide. Il permet d'évaluer l'importance des forces de flottabilité par rapport aux forces visqueuses dans un écoulement naturel. Il est défini par la relation suivante [36] :

$$\text{Gr} = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2} \quad [\text{II.7}]$$

Avec :

- $H(\text{m})$: la dimension caractéristique du système étudié.
- $\Delta T(\text{K})$: l'écart de température caractéristique.
- $g (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$: l'accélération de la gravité.
- $\beta (1/\text{K})$: le coefficient de dilatation thermique isobare.
- ν : la viscosité cinématique du fluide.

II.5.4 Le nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds (Re) est un paramètre sans dimension en mécanique des fluides qui permet de déterminer le type d'écoulement d'un fluide : laminaire, transitionnel ou turbulent. Il exprime le rapport entre les effets d'inertie, qui tendent à entraîner le fluide, et les effets visqueux, qui s'opposent au mouvement [36].

CHAPITRE II : LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD

Le nombre de Reynolds est défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{UL}{\gamma} \quad [\text{II.8}]$$

Où :

- ρ : masse volumique du fluide (kg/m^3)
- U : vitesse caractéristique du fluide (m/s)
- L : longueur caractéristique (m)
- $\mu = \gamma \times \rho$: viscosité dynamique du fluide (Pa.s)
- $\gamma = \frac{\mu}{\rho}$: viscosité cinématique (m^2/s)

II.5.5 Le nombre de Rayleigh :

Le nombre de Rayleigh (Ra) est un paramètre sans dimension qui sert à décrire la convection thermique dans un fluide. Il permet de savoir si le transfert de chaleur se fait principalement par conduction ou par convection naturelle. Plus ce nombre est grand, plus la convection est dominante [26].

Le nombre de Rayleigh est défini comme suit :

$$Ra = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu\alpha} \quad [\text{II.9}]$$

où :

- g : accélération de la gravité (m/s^2)
- β : coefficient de dilatation thermique (K^{-1})
- T_h et T_c : températures chaude et froide (K)
- L : longueur caractéristique (m)
- ν : viscosité cinématique (m^2/s)
- α : diffusivité thermique (m^2/s)

Le nombre de Rayleigh est également lié au nombre de Grashof et de Prandtl :

$$Ra = Pr \times Gr \quad [\text{II.10}]$$

Avec :

- $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$: nombre de Prandtl
- $Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu^2}$: nombre de Grashof

II.6 Le Mécanisme de l'instabilité de Rayleigh Bénard :

L'expérience modèle utilisée pour étudier la convection de Rayleigh-Bénard est illustrée dans la figure [II.7]. Dans cette expérience, un fluide est placé entre deux plaques horizontales parallèles, séparées par une distance d et de longueur L . Ces plaques sont maintenues à des températures aussi uniformes que possible, avec la plaque supérieure à une température T_f et la plaque inférieure à une température T_c , où ($T_f < T_c$).

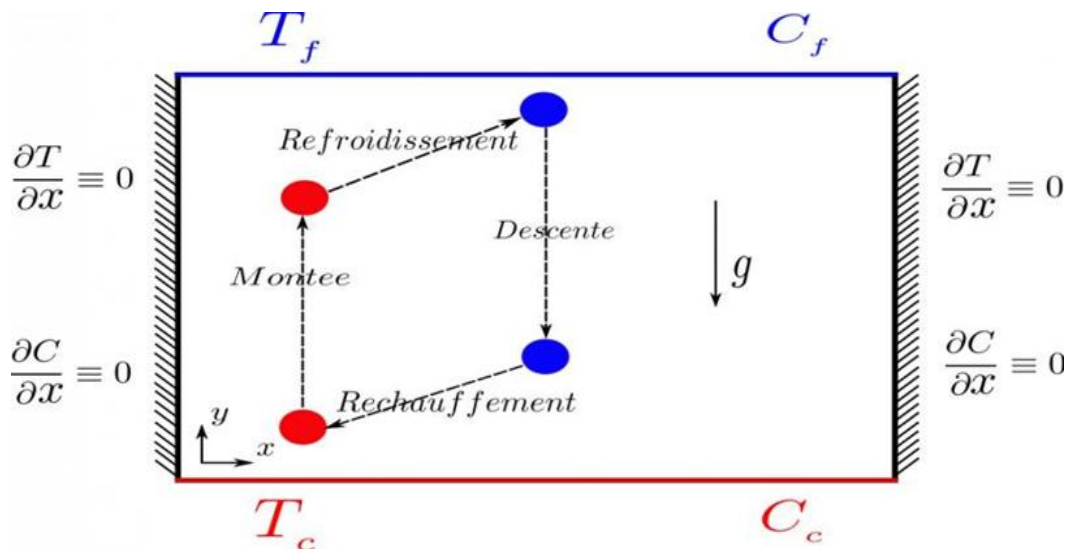


Figure [II-7] : Schéma de principe de la convection de Rayleigh-Bénard [37]

La présence d'un gradient thermique dans le fluide entraîne une variation de densité. Les particules situées près de la plaque froide se refroidissent, deviennent plus denses et descendent sous l'effet de la gravité. À l'inverse, celles en contact avec la plaque chaude se dilatent, perdent de la densité et ont tendance à s'élever. Cette différence de densité génère une force de poussée d'Archimède à l'intérieur du fluide, dont l'intensité augmente avec l'accroissement de l'écart de température entre les deux plaques. Tant que cette poussée ne surpasse pas les forces de résistance, telles que le frottement visqueux et la dissipation thermique, le système reste en équilibre mécanique et le transfert de chaleur demeure essentiellement conductif [37].

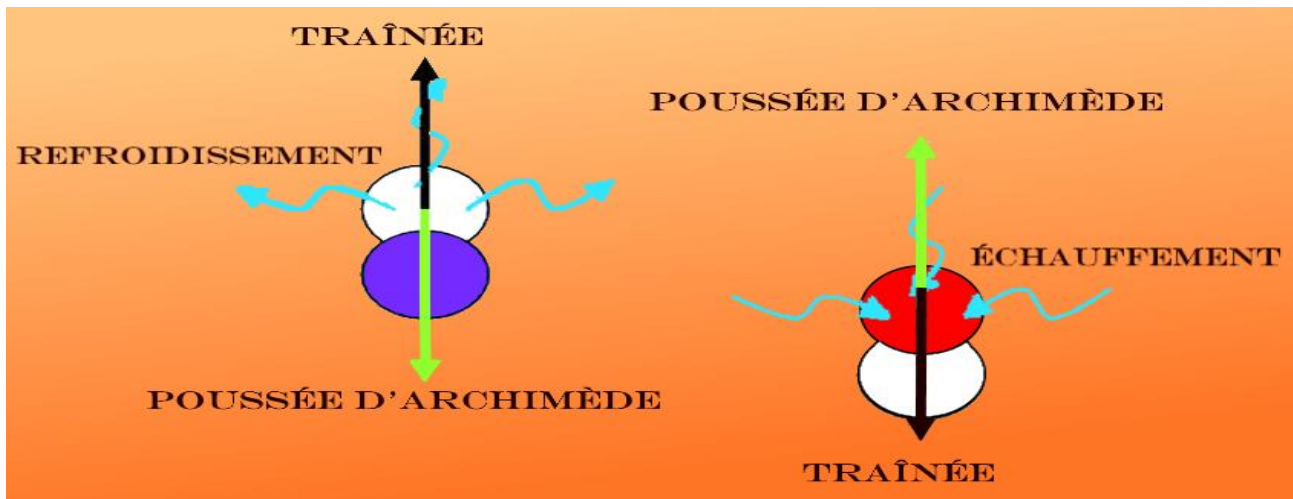


Figure [II-8] : Schéma de la convection de Rayleigh-Bénard : interactions entre poussée d'Archimède, viscosité et conduction thermique.

Lorsque l'écart de température est relativement faible, le transfert thermique s'effectue principalement par conduction, du bas vers le haut, tandis que le fluide reste immobile. Dans ce cas, le profil de température est vertical et la solution de l'équation de l'énergie suit une distribution linéaire. Cependant, dès que cet écart de température atteint un seuil critique, le système devient instable, entraînant le mouvement du fluide sous forme de rouleaux de convection. Ce phénomène, connu sous le nom d'instabilité de Rayleigh-Bénard, se manifeste par des rouleaux adjacents tournant en sens opposé, à l'image de roues dentées en interaction. La forme de ces rouleaux dépend des conditions aux limites des plaques : dans un récipient rectangulaire, ils sont parallèles et rectilignes, tandis que dans un récipient circulaire, ils prennent une disposition concentrique. Une fois ces rouleaux établis, le transfert thermique ne repose plus uniquement sur la diffusion, car le fluide lui-même contribue à l'échange de chaleur par son mouvement. Par conséquent, ce transfert ne suit plus une évolution linéaire en fonction de la différence de température ($T_c - T_f$) [38].

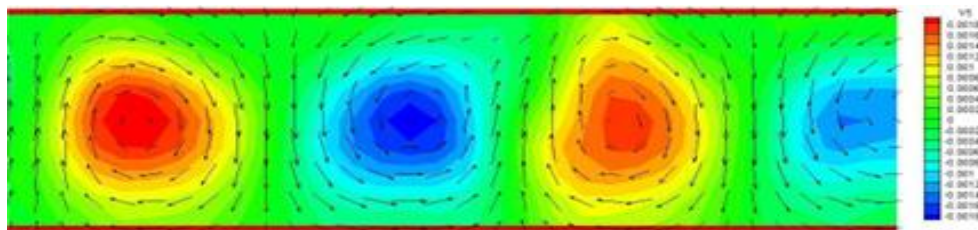


Figure [II.9] : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard [39].

CHAPITRE II : LA CONVECTION DE RAYLEIGH-BÉNARD

L'apparition de l'instabilité est principalement déterminée par le nombre de Rayleigh (Ra), qui joue le rôle de paramètre de contrôle de cette transition. Le diagramme des régimes de convection (Figure [II.10]) illustre les différentes zones d'évolution du fluide en fonction de Ra [3] :

- Ligne I : Elle représente le régime de conduction pure. En dessous de cette ligne, le fluide reste immobile avec $Ra = Ra_c$. Dans cette zone, la convection prend la forme de rouleaux bidimensionnels stationnaires. Pour des valeurs élevées du nombre de Prandtl (Pr), cette région peut s'étendre à des nombres de Rayleigh atteignant environ 2×10^4 .

- Courbe II : Elle marque la limite à partir de laquelle apparaissent des instabilités convectives sous forme de rouleaux croisés issus d'un état stationnaire bimodal. Il est intéressant de noter que pour des valeurs de Pr autour de $8,3 \times 10^3$, l'écoulement bimodal peut rester stable pour Ra compris entre 2×10^5 et 8×10^5 , mais devient instable autour de $Ra \approx 10^5$.

- Courbe III : La transition vers un écoulement bimodal n'est observée que pour des valeurs élevées de Pr . En revanche, lorsque Pr est faible, le régime instationnaire est atteint immédiatement.

- Branche III_a : Dans la région où $Pr \geq 50$, le nombre de Rayleigh reste quasiment constant autour de $5,5 \times 10^4$. Certaines formes non uniformes peuvent entraîner des oscillations dans l'écoulement.

- Branche III_b : Lorsque Ra se situe entre 10^5 et 10^7 et que Pr est modéré, l'écoulement devient fortement instationnaire.

- Courbe IV : Elle correspond à l'apparition d'harmoniques d'ordre supérieur dans le spectre des oscillations.

- Courbe V : Pour de faibles valeurs du nombre de Prandtl, et avec une augmentation de Ra , la transition se fait progressivement d'un état stationnaire avec rouleaux bidimensionnels vers un état tridimensionnel instationnaire, qui finit par devenir complètement turbulent.

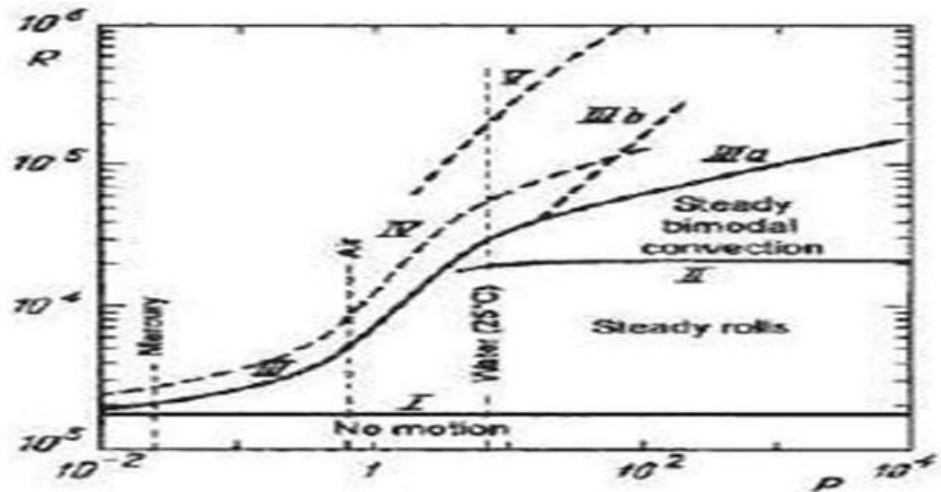


Figure [II.10] : Diagramme des régimes de convection selon Rayleigh et Prandtl, montrant les transitions vers la turbulence (Krishnamurti, 1973 ; modifié par Busse, 1985) [22].

II.7 Approximation de Boussinesq et mise en équation :

L'approximation de Boussinesq est une simplification utilisée dans l'étude des écoulements de convection naturelle. Elle repose sur l'hypothèse que la densité du fluide reste constante dans toutes les équations sauf dans le terme de flottabilité de l'équation de quantité de mouvement. Cette hypothèse est valable lorsque les variations de température sont faibles, ce qui permet de négliger les effets de compressibilité [40].

La variation de la densité d'un fluide due à sa variation de température est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad [\text{II.11}]$$

ρ_0 : est la densité de référence à la température T_0 .

β : est le coefficient de dilatation thermique isobare, généralement, ce Coefficient est de l'ordre de 10^{-4} défini de la façon suivante:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad [\text{II.12}]$$

Grâce à cette approximation, les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie sont simplifiées, ce qui facilite la résolution numérique des problèmes de convection naturelle. Cette approche est particulièrement utilisée dans la modélisation des écoulements atmosphériques, des transferts de chaleur dans les fluides et des phénomènes de convection dans les océans et les réservoirs industriels.

Selon Gray et Giorgini, l'approximation de Boussinesq est valide pour des faibles différences de température.

II.8 Prototype des écoulements ouverts de convection naturelle :

Les écoulements de convection naturelle peuvent être classés en quatre grandes catégories selon leur configuration et leur interaction avec l'environnement [41] :

- 1^{er} catégorie regroupe les écoulements externes de type couche limite, qui se développent dans un milieu infini, comme ceux observés le long d'une plaque verticale chauffée.
- 2^{ème} concerne les écoulements confinés à l'intérieur d'enceintes fermées, où la circulation du fluide est induite par un gradient thermique entre les parois, à l'image des cavités différentiellement chauffées.
- 3^{ème} catégorie correspond aux écoulements de type panache ou jet thermique, qui se produisent en l'absence de parois proches, par exemple lorsqu'un barreau chauffé est plongé dans un fluide ambiant.
- 4^{ème} catégorie englobe les écoulements confinés dans des structures partiellement ouvertes, comme les canaux verticaux, où l'échange thermique avec l'extérieur joue un rôle significatif.

II.9 Conclusion :

Ce chapitre traite des phénomènes physiques liés à la convection de Rayleigh-Bénard et des nombres sans dimension qui les caractérisent. Il met en évidence le rôle essentiel du nombre de Rayleigh dans la transition entre conduction et convection. De plus, l'approximation de Boussinesq est introduite afin de simplifier l'étude des écoulements convectifs et faciliter leur modélisation. Ces notions permettent de mieux comprendre les mécanismes thermiques abordés dans ce travail.

CHAPITRE III :
FORMULATION MATHÉMATIQUE

III.1 Introduction :

La transmission de chaleur par convection dépend du mode d'écoulement du fluide et peut être classée en convection forcée ou naturelle. Lorsque les mouvements du fluide sont uniquement dus aux différences de température, on parle de convection naturelle, comme c'est le cas dans cette étude.

Ce travail porte sur l'instabilité de Rayleigh - Bénard dans une cavité carrée. Nous y présentons les équations qui régissent l'écoulement du fluide, le transfert de chaleur et la génération d'entropie, ainsi que les hypothèses associées. Une attention particulière est accordée aux formulations mathématiques détaillées permettant de décrire ce phénomène physique.

III.2 Description du problème :

Le phénomène de Rayleigh - Bénard est schématisé sur la figure [III.1]. On le représente dans une cavité carrée de hauteur h , les deux parois gauche et droite de la cavité sont adiabatiques, mais les parois haute et basse ont des températures constantes différentes, respectivement T_f et T_c .

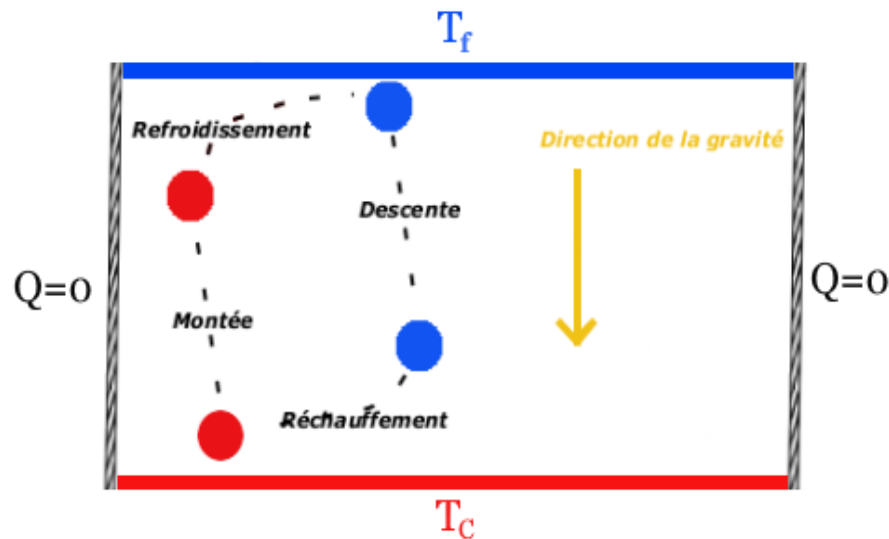


Figure [III.1] : Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh Bénard.

III.3 Hypothèses simplificatrices :

Pour établir un modèle mathématique simplifié qui décrit la physique de ce problème, il est essentiel de formuler un certain nombre d'hypothèses. Ainsi, nous adoptons les hypothèses suivantes [42] :

L'écoulement étudié présente les caractéristiques suivantes :

- Il est stationnaire et bidimensionnel.
- Le fluide est non Newtonien et incompressible.
- L'écoulement généré est laminaire.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Le travail des forces visqueuses et de pression est insignifiant.
- Les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique, qui suit l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.
- La puissance volumique dissipée est négligeable.

III.4 Les équations gouvernantes :

Les équations qui décrivent l'écoulement sont : l'équation de continuité, les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie. Elles traduisent respectivement la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

III.4.1 Equation de continuité :

Cette équation traduit la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'écrit mathématiquement sous la forme suivante [43] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad [\text{III.1}]$$

Où ρ est la masse volumique et $\vec{V}$ le vecteur de vitesse avec $\vec{V} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad [\text{III.2}]$$

En supposant que le fluide est incompressible (ρ constant), le principe de conservation de la masse conduit à l'équation de continuité. Dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, cette équation se simplifie et s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad [\text{III.3}]$$

III.4.2 Equations de la quantité de mouvement :

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans le cadre de l'approximation des milieux continus. Elles régissent une large gamme de phénomènes d'écoulement, tels que les mouvements de l'air dans l'atmosphère, les courants océaniques ou encore l'écoulement de

CHAPITRE III : FORMULATION MATHÉMATIQUE

l'eau dans un conduit. Nommées en hommage aux physiciens du XIX^e siècle Claude Navier et George Stokes, ces équations s'expriment sous la forme tensorielle suivante :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = -\text{div } p_i + \rho g_i + \frac{\sigma \tau_{ij}}{\sigma x_j} \quad [\text{III.4}]$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_0 \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + g_x$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_0 \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) + g_y$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_0 \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + g_z$$

Où u, v et w désignent respectivement les composantes du champ de vitesse selon les directions x, y et z. Le terme p représente la pression, g l'accélération gravitationnelle, ρ la densité, et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses [3].

On considère que le fluide c'est un fluide de Bingham Alor :

$$\tau = \tau_s + \mu_b \dot{\epsilon}$$

L'équation de mouvement du fluide dans les directions x et y :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + g\beta(T - T_0) \quad [\text{III.5}]$$

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad [\text{III.6}]$$

Où : ρ_0 la masse volumique et T_0 la température de référence, et (β) le coefficient de dilatation thermique donné par l'expression suivant :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad [\text{III.7}]$$

III.4.3 Equation de l'énergie :

Elle découle de l'application du premier principe de la thermodynamique et du principe de conservation de l'énergie. Son expression mathématique est la suivante [42] :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad [\text{III.8}]$$

Avec :

- $\alpha = \frac{k}{c_p \rho}$: La diffusivité thermique.
- k : la conductivité thermique.
- c_p : la chaleur spécifique à pression constante.

III.4.4 Équation constitutive (comportement rhéologique) :

Dans cette étude, le fluide analysé est un fluide purement visqueux et rhéofluidifiant, dont la viscosité suit les modèles de Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley.

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (E \dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad [\text{III.9}]$$

$$\tau = \tau_H + K \dot{\gamma}^n \quad [\text{III.10}]$$

III.4.5 Coordonnées cartésiennes :[45]

Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad [\text{III.11}]$$

Équation de mouvement suivant x :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad [\text{III.12}]$$

Équation de mouvement suivant y :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho_0 \beta (T - T_0) g + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad [\text{III.13}]$$

Où :

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad [\text{III.14}]$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

Équation de l'énergie :

$$\rho_0 C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad [\text{III.15}]$$

III.5 Les variables adimensionnelles :

Il est plus pratique d'exprimer les équations sous une forme adimensionnelle, ce qui permet de simplifier le problème en introduisant des nombres sans dimension caractéristiques.

Dans cette étude, les équations décrivant la convection naturelle dans une cavité ont été adimensionnées à l'aide de variables de référence. La largeur h entre les parois isothermes a été choisie comme longueur de référence. En fonction de la diffusivité thermique, et la température a été exprimée par rapport à l'écart ΔT entre les parois. Les variables adimensionnelles sont données par :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{h} \quad , & Y &= \frac{y}{h} \quad , & U &= \frac{uh}{\alpha} \quad , & \theta &= \frac{T-T_F}{T_C-T_F} \\ P &= \frac{ph^2}{\rho\alpha^2} \quad , & P_r &= \frac{\gamma}{\alpha} \quad , & Gr &= \frac{g\beta(T_C-T_F)L^3}{\gamma^2} \quad , & Ra &= \frac{g\beta\Delta TL^3}{\gamma\alpha} \end{aligned}$$

Le nombre de Rayleigh constitue un paramètre fondamental dans ce type de problème, car il traduit l'effet de la flottabilité qui génère le mouvement du fluide à l'intérieur de la cavité. Sans cette force, aucun écoulement ne pourrait se produire. Une valeur élevée du nombre de Rayleigh signifie une flottabilité plus importante, favorisant ainsi la turbulence. À l'inverse, une valeur plus faible indique une flottabilité réduite, conduisant à un écoulement laminaire. À mesure que ce nombre augmente, la convection prend progressivement le dessus sur la diffusion de chaleur et de quantité de mouvement. Dans une cavité fermée contenant un fluide donné, il ne dépend alors que de la différence de température ΔT , qui constitue le paramètre de contrôle principal. L'introduction des variables adimensionnelles permet alors de reformuler le système d'équations précédemment établi sous la forme suivante [43] :

$$\begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + P_r \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} \right) \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + P_r \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial Y} \right) + P_r Ra \theta \\ u \frac{\partial \theta}{\partial X} + v \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \end{aligned} \quad [III.16]$$

III.6 Le nombre de Nusselt moyen :

Le taux de transfert de chaleur par convection est exprimé par le nombre de Nusselt, qui représente le rapport entre la chaleur transportée par convection et celle transmise uniquement par conduction.

CHAPITRE III : FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le nombre de Nusselt indique l'efficacité de la convection. Il s'agit d'un rapport sans unité entre le flux thermique vertical à la surface du fluide et celui que l'on obtiendrait en absence de convection dans cette couche fluide.

$$Nu = \frac{q_{convectif}}{q_{conductif}} \quad [III.17]$$

Si $Nu = 1$, cela signifie qu'il n'y a pas de convection. Plus la valeur du nombre de Nusselt est élevée, plus le transfert thermique par convection est performant. Autrement dit, il permet d'évaluer l'intensité du refroidissement par convection. En d'autres termes, le nombre de Nusselt peut être calculé par la formule suivante [26] :

$$Nu = \frac{hL}{K} \quad [III.18]$$

Où :

- h : le coefficient de transfert de chaleur par convection,
- L : longueur de la cavité
- K : est la conductivité thermique du fluide.

Dans une cavité chauffée de manière différentielle, le nombre de Nusselt moyen est obtenu en faisant la moyenne des nombres de Nusselt locaux, calculés à chaque nœud de la paroi chaude ou froide.

III.7 Grandeurs Fondamentales Liées à La Convection :

Le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses est donné par un nombre sans dimension, Nombre de Reynolds [45] :

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad [III.19]$$

Le rapport entre la poussée d'Archimède et la force visqueuse est donné par un nombre sans dimension, le nombre de Grashof avec :

$$Gr = \frac{g \beta L^3}{\nu^2} (T_c - T_f) \quad [III.20]$$

La concurrence entre les forces visqueuses et la diffusion thermique est représentée dans le nombre de Rayleigh par un autre nombre sans dimensions :

Le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad [III.23]$$

À partir de sa définition, le nombre de Rayleigh est donc :

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad [III.24]$$

Si la condition de Boussinesq est respectée, le nombre de Rayleigh s'écrit alors :

$$Ra = \frac{g\beta L^3}{\alpha\nu} (T_c - T_f) \quad [III.25]$$

III.8 Les condition aux limites :

Tableau [III.1] : Les conditions aux limites pour un écoulement dans une cavité carrée.

Limits	Les conditions hydrodynamiques		Les conditions thermiques	
	Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
$0 < x < h$ $y = 0$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$T = T_c$	$\theta(X,Y) = 1$
$0 < y < h$ $x = h$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$
$0 < x < h$ $y = h$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$T = T_f$	$\theta(X,Y) = 0$
$0 < y < h$ $x = 0$	$u = v = 0$	$U = V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$

III.9 Conclusion :

Ce chapitre a présenté la formulation mathématique du problème de convection naturelle dans une cavité carrée, en mettant l'accent sur l'instabilité de Rayleigh - Bénard. Les équations gouvernantes, les hypothèses simplificatrices et les variables adimensionnelles ont été définies pour mieux comprendre le phénomène. Le nombre de Rayleigh et le nombre de Nusselt ont été introduits comme paramètres clés du transfert de chaleur. Enfin, les conditions aux limites ont été établies pour encadrer l'étude et préparer l'analyse numérique des résultats.

CHAPITRE IV :
SIMULATION NUMÉRIQUE

IV.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons une étude numérique de l'écoulement de Rayleigh-Bénard à l'intérieur d'une cavité carrée. Ce type d'écoulement apparaît lorsqu'un fluide est chauffé par le bas et refroidi par le haut, ce qui provoque un mouvement naturel appelé convection. Pour réaliser cette étude, nous avons utilisé le logiciel Ansys Fluent, qui permet de simuler le comportement des fluides en tenant compte de différents paramètres physiques. Nous avons étudié plusieurs types de fluides, comme l'air, l'eau, le gel Carbopol 980 et le pétrole brut. Certains de ces fluides sont Newtoniens (comme l'air et l'eau) et d'autres non-Newtonniens (comme le gel et le pétrole). Le but est de comparer leur comportement thermique et dynamique dans les mêmes conditions. Ce chapitre explique les étapes de la simulation, depuis la création de la géométrie et du maillage jusqu'à l'analyse des résultats.

IV.2 Simulation Numérique :

Dans notre étude, nous avons utilisé Ansys Fluent pour simuler l'écoulement de Rayleigh-Bénard dans une cavité carrée. L'objectif est d'analyser l'effet des propriétés des fluides (Newtonniens et non-Newtonniens) sur le phénomène de convection naturelle. En utilisant cet outil, nous pouvons visualiser les champs de température, les lignes de courant, ainsi que les zones où les mouvements du fluide sont les plus intenses. Cela nous permet de mieux comprendre comment la chaleur se propage dans un fluide selon ses caractéristiques physiques.

IV.3 Présentation du logiciel Ansys Fluent :

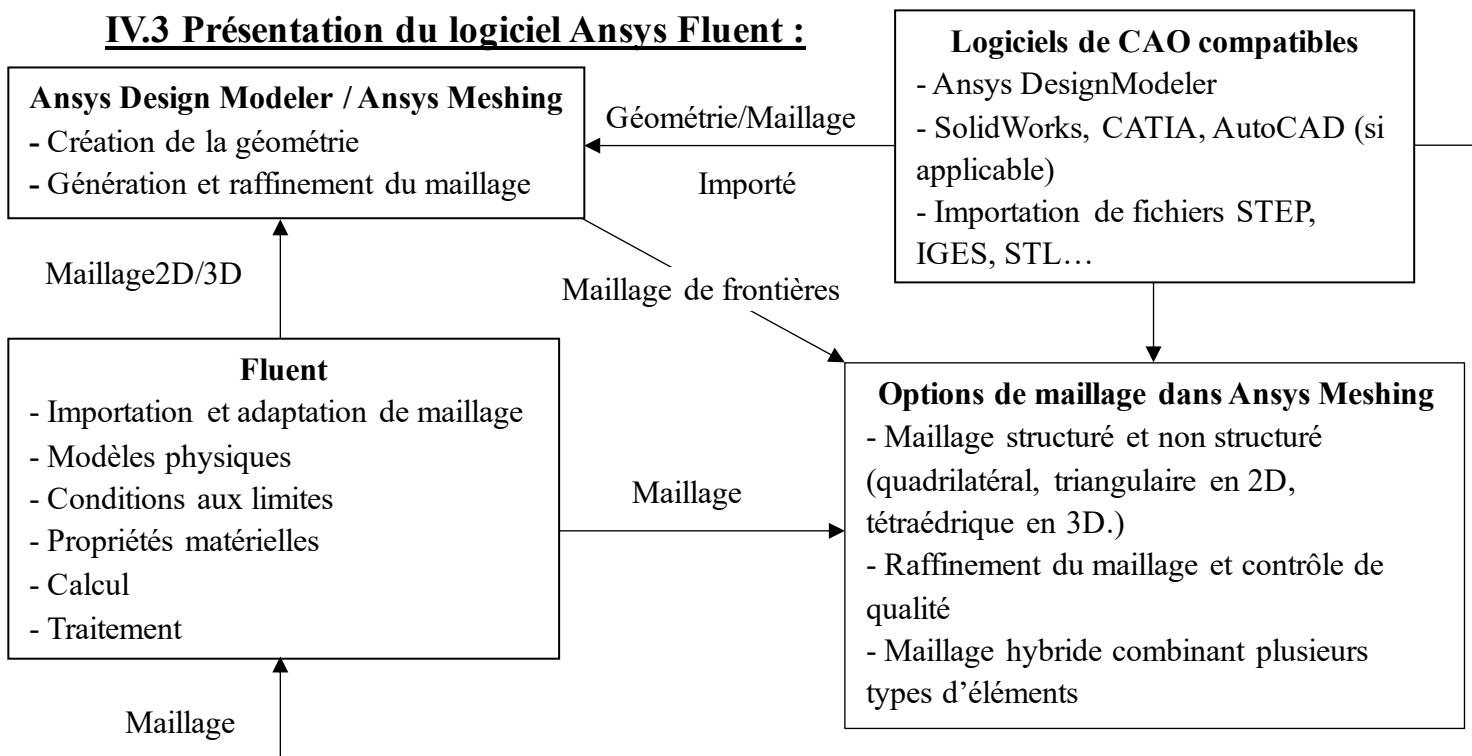


Figure [IV-1] : Structure de base du programme.

IV.3.1 Prétraitement sous Ansys : géométrie et maillage

- **1. Création de la géométrie (DesignModeler) :**

Ansys Design Modeler est un outil de création géométrique intégré dans le package Ansys Workbench. Cet outil permet de concevoir des modèles géométriques en (2D et 3D) pour diverses applications, y compris les simulations CFD.

Les étapes de création de la géométrie dans DesignModeler sont les suivantes :

- Définir le système de coordonnées : Avant de commencer la création de la géométrie, il est essentiel de définir le système de coordonnées adapté, comme cartésien ou cylindrique. Une cavité carrée de $A=1$ ($L=0.5\text{m}$, $H=0.5\text{m}$) et pour $A=10$ ($L=5\text{m}$, $H=0.5\text{m}$).
- Création de la géométrie : Une fois le système défini, il est possible de créer des objets géométriques simples (lignes, arcs, surfaces) ou complexes (cylindres, cubes, volumes) selon les besoins de l'étude.
- Opérations géométriques : Il est possible d'extruder, de couper ou de fusionner des volumes pour créer la géométrie finale nécessaire à la simulation [48].

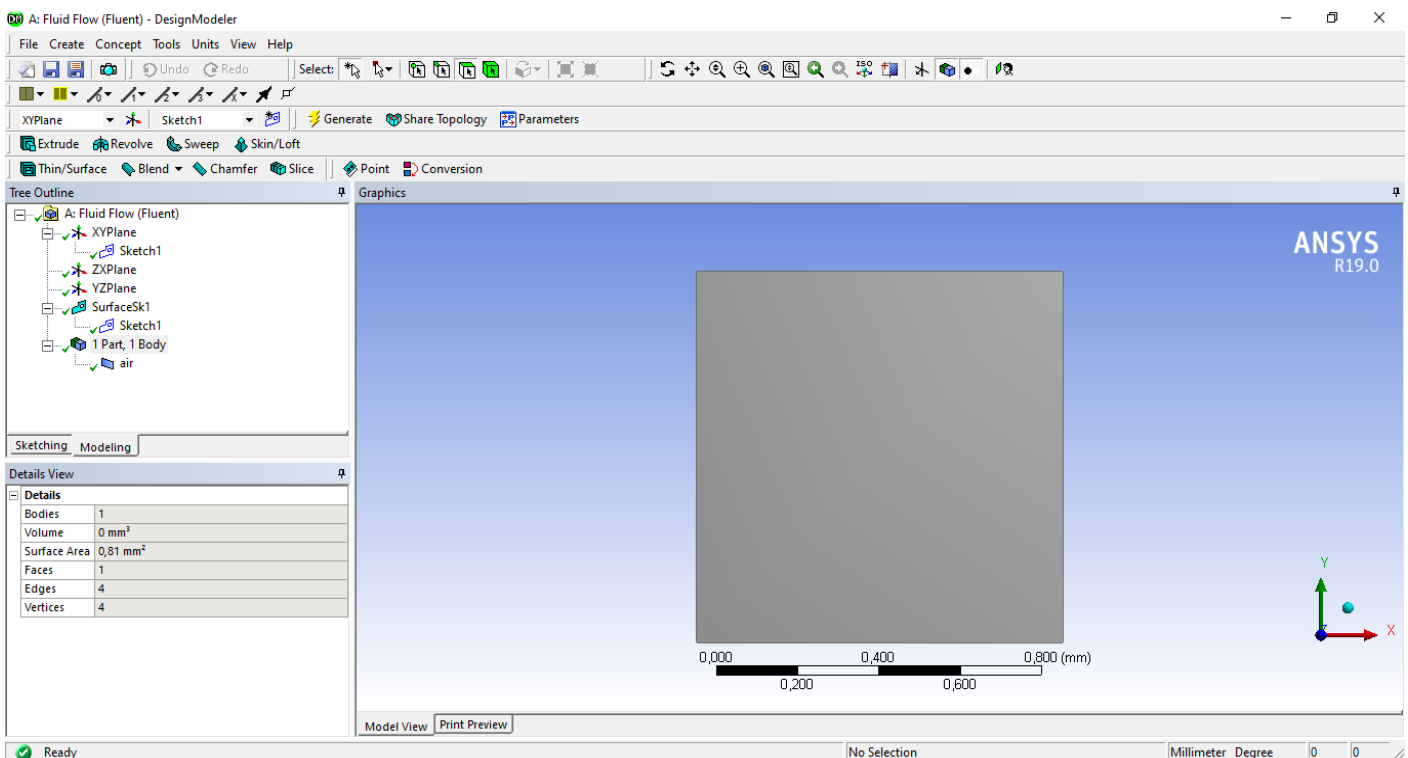


Figure [IV-2] : Vue globale de Design Modeler.

• 2. Génération du maillage (Ansys Meshing) :

Ansys Meshing est un module intégré dans Ansys Workbench qui permet de générer un maillage de haute qualité pour les simulations CFD. Ce maillage divise la géométrie en petits éléments, ce qui est essentiel pour la résolution des équations de la simulation.

Les étapes de génération du maillage avec Ansys Meshing sont :

- Choisir le type de maillage : Le type de maillage (structuré, non structuré, hexaédrique, tétraédrique) est choisi en fonction de la complexité de la géométrie et des exigences de la simulation.
- Définir les paramètres du maillage : Le nombre d'éléments, la taille des éléments, et la distribution des mailles sont définis pour garantir une bonne précision des résultats. Nous avons utilisé un maillage pour $A=1$ (81×81) et pour $A=10$ (161×81).
- Vérification de la qualité du maillage : Des outils de vérification permettent de contrôler la qualité du maillage en termes de critères tels que l'orthogonalité, la taille des éléments, et la skewness. Un maillage de qualité est essentiel pour éviter des erreurs de calcul lors de la simulation.
- Génération du maillage final : Une fois tous les paramètres définis et vérifiés, le maillage est généré pour être utilisé dans la simulation [48].

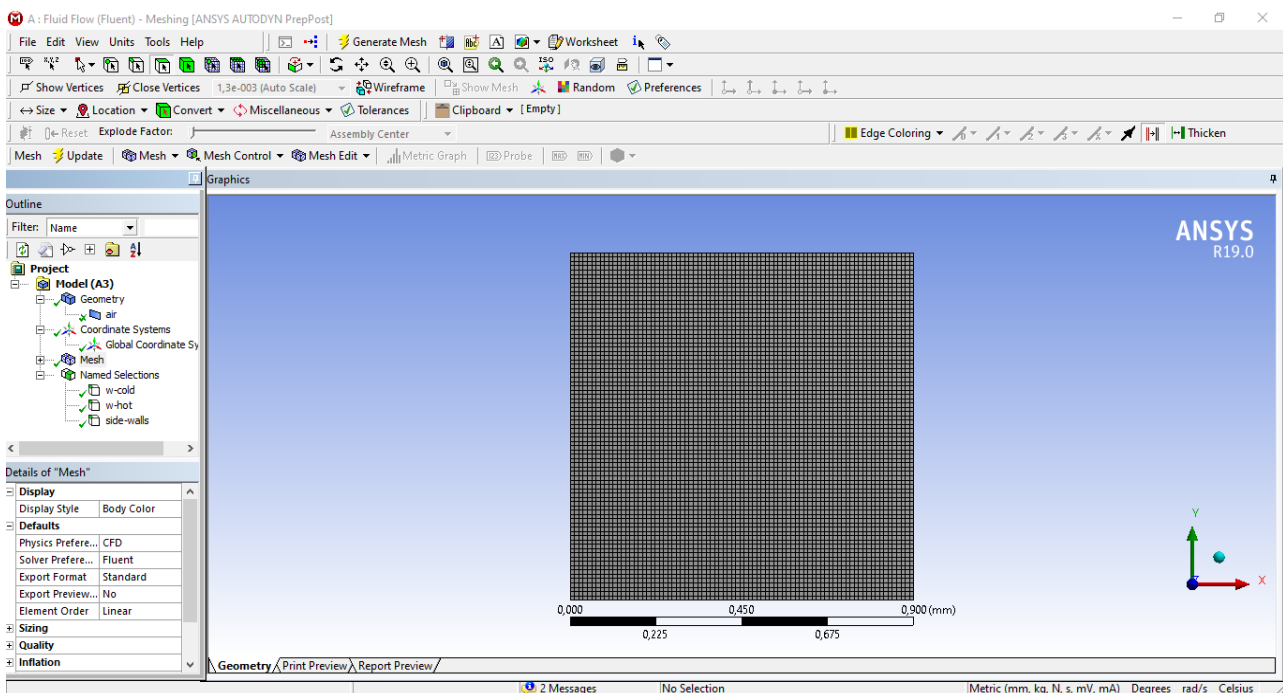


Figure [IV-3] : Vue globale d'Ansys Meshing.

IV.3.1.1 Détail des principaux menus d'Ansys Fluent :

L'interface d'Ansys Fluent est bien structurée, divisée en modules clairs qui guident l'utilisateur à travers les étapes de simulation, de la géométrie jusqu'à l'analyse des résultats.

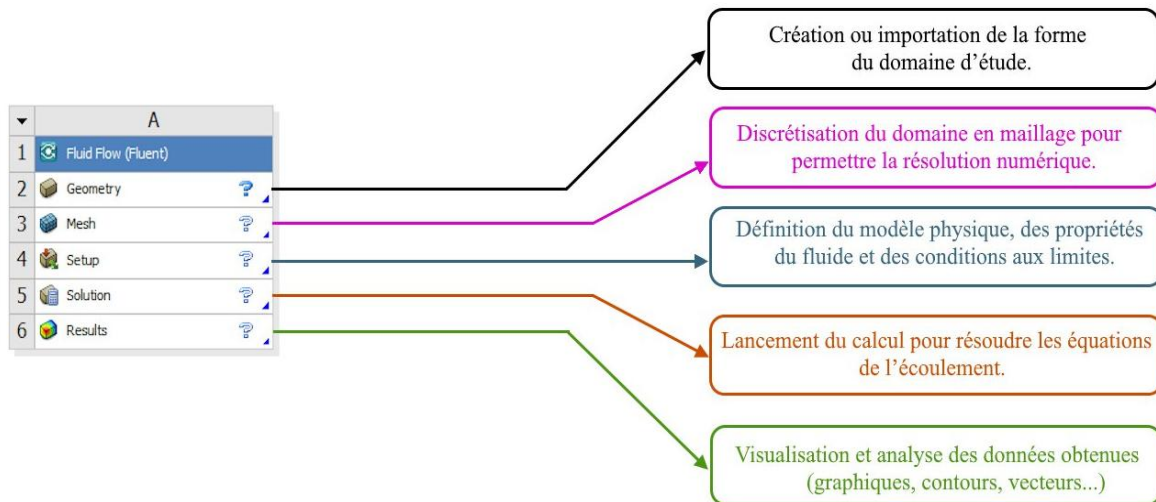


Figure [IV-4] : Menu principale de Ansys Fluent.

IV.3.1.2 Choix du type de maillage dans Ansys Meshing :

Le maillage peut être classé en plusieurs catégories selon la nature de la géométrie et les besoins de la simulation [49] :

a. Maillage structuré :

Ce type de maillage est généralement plus simple à générer, notamment lorsqu'on utilise une géométrie à blocs multiples. En deux dimensions, il se compose souvent d'éléments quadrilatéraux (maillage surfacique), tandis qu'en trois dimensions, il est constitué d'éléments hexaédriques (maillage volumique).

Il présente plusieurs avantages :

- Il nécessite un nombre réduit d'éléments par rapport à un maillage non structuré équivalent, ce qui le rend plus économique.
- Il permet de limiter les erreurs numériques, surtout lorsque l'écoulement est aligné avec la structure du maillage.

Cependant, il présente aussi certains inconvénients :

- Sa génération devient complexe pour les géométries présentant des formes irrégulières.
- Il peut être difficile d'obtenir un maillage de bonne qualité dans le cas de configurations géométriques complexes.

b. Maillage non structuré :

Les éléments de ce type de maillage sont créés sans agencement prédéfini, ce qui permet une plus grande flexibilité.

Parmi ses avantages, on peut citer :

- Son aptitude à s'adapter à des géométries complexes tout en conservant une bonne qualité des éléments.
- La génération de ce maillage est largement automatisée grâce à des algorithmes performants.

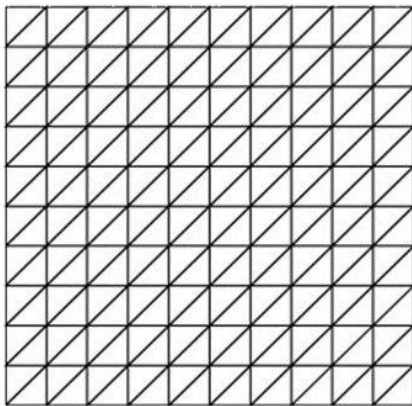
Ce type de maillage comporte aussi des inconvénients :

- Il nécessite souvent un nombre plus élevé d'éléments que le maillage structuré.
- Il peut introduire des erreurs numériques plus importantes.

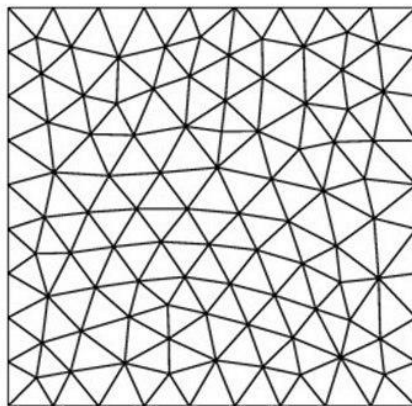
c. Maillage hybride :

Ce maillage résulte d'une combinaison d'éléments de types variés. En 2D, il peut intégrer des triangles et des quadrilatères, et en 3D, des tétraèdres, prismes ou pyramides.

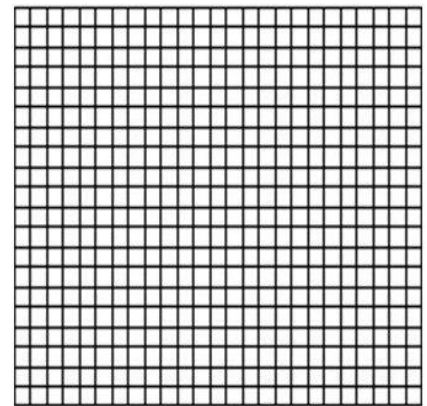
Il vise à combiner les bénéfices des maillages structuré et non structuré, en adaptant le type d'élément à la complexité locale de la géométrie.



maillage hybride



maillage non structuré



maillage structuré

Figure [IV-5] : Les types de maillage [50].

IV.3.1.3 Qualité d'un maillage :

Avant de débiter la simulation numérique de l'écoulement, il est crucial de valider les points suivants [47] :

- Garantir une résolution précise dans les zones présentant des gradients importants.
- Assurer une transition douce entre les zones à maillage fin et celles à maillage plus grossier.
- Veiller à la qualité des éléments du maillage.

- Optimiser le nombre d'éléments pour réduire le temps de calcul.

IV.3.1.4 Condition aux limites :

Après la définition de la géométrie et la génération du maillage du domaine d'étude, le logiciel Ansys Fluent permet l'application de divers types de conditions aux limites. Dans notre cas, nous en utilisons quatre [47] :

- **Condition de paroi (Wall)** : représente les surfaces solides présentes dans la géométrie.
- **Condition d'entrée (Inlet)** : correspond à la surface par laquelle le fluide pénètre dans le domaine, où un profil de vitesse a été imposé.
- **Condition de sortie (Outlet)** : désigne la surface à travers laquelle le fluide quitte le domaine.
- **Condition de symétrie (Symmetry)** : définit un plan de symétrie au sein de la géométrie, permettant de réduire le domaine de calcul sans altérer la validité des résultats.

Ces conditions aux limites sont essentielles pour assurer une modélisation réaliste de l'écoulement et garantir la stabilité des simulations numériques.

IV.3.2 Condition aux limites utilisée par le code FLUENT :

Dans Ansys Fluent, les conditions aux limites disponibles sont regroupées en plusieurs catégories [51] :

- **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : incluant l'entrée par pression (pressure inlet), l'entrée par vitesse (velocity inlet), l'entrée par débit massique (mass flow inlet), l'admission (intake), la sortie par pression (pressure outlet), la sortie libre (outflow), le champ de pression lointain (pressure far-field) et l'échappement (exhaust).
- **Conditions de paroi et de symétrie** : comprenant les parois solides (wall), l'axe de symétrie (axis), les conditions périodiques et les plans de symétrie (symmetry).
- **Conditions des zones internes** : définissant les régions fluides ou solides en fonction du type de matériau utilisé.
- **Conditions appliquées aux faces internes** : englobant des phénomènes tels que la ventilation, le rayonnement et les parois internes.

D'un point de vue plus global, les conditions aux limites peuvent être classées en quatre grandes catégories, chacune nécessitant une attention particulière lors de la modélisation :

1. **À l'entrée du domaine** : la valeur de la variable étudiée est imposée.
2. **À la sortie du domaine** : soit la valeur de la variable est spécifiée, soit on suppose que l'écoulement a atteint un régime établi.

3. **Aux parois** : soit la variable est imposée (comme la vitesse ou la température), soit d'autres grandeurs physiques sont spécifiées (comme le gradient de vitesse ou le flux thermique).

4. **Sur l'axe de symétrie** : la dérivée de la variable étudiée selon la direction perpendiculaire à l'axe est nulle.

IV.3.2.1 Loi rhéologique définie en Fluent :

La rhéologie des fluides se distingue selon leur viscosité et la manière dont la contrainte de cisaillement évolue en fonction du taux de déformation. Ansys Fluent propose différentes options pour modéliser la viscosité d'un fluide, parmi lesquelles [52] :

- Une viscosité considérée comme constante.
- Une viscosité variant en fonction de la température ou de la composition.
- Une approche fondée sur la théorie cinétique.
- Des modèles spécifiques aux fluides non Newtoniens.
- La possibilité de définir une loi de viscosité personnalisée via une UDF (User-Defined Function).

Concernant les fluides non Newtoniens, Ansys Fluent propose divers modèles permettant de décrire leur comportement rhéologique avec précision :

- Le modèle de loi de puissance, qui exprime la variation de la viscosité en fonction d'un exposant spécifique.
- Le modèle de Carreau, décrivant une transition progressive entre une viscosité élevée à faible cisaillement et une viscosité plus faible à fort cisaillement.
- Le modèle de Cross, qui relie la viscosité au taux de cisaillement selon une loi asymptotique.
- Le modèle de Bingham ainsi que celui de Herschel-Bulkley, qui introduisent un seuil de contrainte en dessous duquel le fluide se comporte comme un solide avant de s'écouler.

IV.3.3 Le post-processeur :

Le post-processeur joue un rôle essentiel dans l'analyse des simulations numériques, permettant non seulement d'afficher la géométrie et le maillage du domaine étudié, mais aussi de visualiser les résultats obtenus. Il offre la possibilité d'examiner les champs de pression, de vitesse et de température, ainsi que toutes les grandeurs physiques calculées. De plus, il permet de tracer et d'observer les lignes de courant pour mieux comprendre l'écoulement du fluide.

Ansys Fluent est un logiciel de référence dans l'industrie, apprécié pour son interface avancée qui en facilite l'utilisation. Ses performances et ses fonctionnalités ont motivé notre choix de l'utiliser dans cette étude.

IV.4 Les différentes étapes à suivre pour la modélisation numérique par Fluent :

La simulation numérique d'un écoulement fluide à l'aide d'Ansys Fluent suit une séquence logique d'étapes interdépendantes, visant à représenter fidèlement le comportement physique du fluide étudié. Avant d'engager cette procédure, une compréhension préalable des équations fondamentales de la mécanique des fluides (comme celles de Navier-Stokes) est nécessaire. Le déroulement typique d'une modélisation numérique s'articule comme suit [46] :

1. Élaboration de la géométrie du domaine physique à étudier, réalisée via un environnement de modélisation intégré comme DesignModeler ou SpaceClaim.
2. Maillage du domaine en subdivisant l'espace géométrique en éléments finis appropriés, à l'aide de Ansys Meshing, tout en veillant à la qualité et à la densité du maillage selon les zones critiques.
3. Importation du maillage dans Fluent, suivi de la définition des conditions aux limites et des propriétés physiques du fluide (régime d'écoulement, viscosité, température, etc.).
4. Paramétrage du solveur et choix des modèles physiques pertinents (laminaire, turbulence, non-newtonien, etc.).
5. Lancement des calculs numériques en fonction des configurations retenues et surveillance de la convergence.
6. Post-traitement des résultats afin d'extraire les grandeurs d'intérêt et d'analyser le comportement de l'écoulement (profils de vitesse, gradients de pression, visualisation des champs scalaires et vectoriels, etc.).

IV.5 Conclusion :

Grâce à cette simulation avec Ansys Fluent, nous avons pu observer et comparer l'écoulement de différents fluides dans une cavité chauffée. Les résultats montrent que les propriétés du fluide, en particulier pour les fluides non-Newtoniens, influencent fortement la manière dont la chaleur est transférée et comment le fluide circule. Nous avons suivi plusieurs étapes importantes, comme la création du maillage, le choix des conditions aux limites et l'analyse des résultats. Cette étude montre que la simulation numérique est un outil très utile pour mieux comprendre le comportement thermique des fluides, surtout dans des situations complexes où les expériences réelles seraient difficiles ou coûteuses à réaliser.

CHAPITRE V :
RÉSULTATS ET DISCUSSION

V.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter et commenter les résultats issus de la simulation numérique effectuée à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT, dans le cadre de l'étude de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée fermée. L'analyse mettra en évidence l'effet des paramètres rhéologiques des modèles Carreau-Yasuda et Herschel-Bulkley sur la structure de l'écoulement. Les résultats seront confrontés à ceux disponibles dans la littérature afin de vérifier la cohérence de notre simulation et d'approfondir la compréhension du comportement du fluide étudié.

Les simulations ont été réalisées pour deux types de fluides : un fluide Newtonien (l'air) et des fluides non Newtoniens décrits par les modèles de Carreau - Yasuda et de Herschel - Bulkley, en considérant des valeurs modérées du nombre de Rayleigh. L'objectif est d'observer l'impact du transfert thermique dans chaque cas. Pour cela, les résultats sont illustrés à travers les profils de température, les lignes de courant ainsi que les vecteurs de vitesse, permettant une comparaison claire entre les différents comportements d'écoulement.

V.2 Validation du code numérique :

Afin de s'assurer de la fiabilité des résultats numériques obtenus à l'aide du logiciel FLUENT, une phase de validation a été réalisée. Pour cela, notre simulation a été comparée aux travaux numériques et expérimentaux présentés dans la thèse de doctorat de Mm Benouared [8]. Les mêmes conditions de simulation ainsi que les valeurs du nombre de Rayleigh (Ra) ont été conservées afin de garantir une comparaison cohérente et pertinente.

V.3 Cas de fluide Newtonien :

La géométrie prise en compte dans cette étude est de forme carrée, et le fluide utilisé est l'air. Les deux parois verticales de la cavité sont supposées parfaitement isolées thermiquement (adiabatiques $Q=0$), tandis qu'une source de chaleur est placée au niveau de la paroi horizontale du bas.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-1] : les paramètres thermo physique de l'air [53].

Les paramètres	Les valeurs
$g (m/s^2)$	9.801
$\rho (kg/m^3)$	1.0137
$C_p (j/kg.k)$	1007.5
$\lambda (w/m.k)$	0.02917
$\mu (kg/m.s)$	0.00002074
$\gamma (m^2/s)$	2.015E-5
$\beta (k^{-1})$	2.87E-3
$\alpha (m^2/s)$	2.856E-5
Pr	0.716

Pour estimer la variation de température, on s'est appuyé sur la formule du nombre de Rayleigh, qui permet de relier les propriétés du fluide aux effets de la convection naturelle :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\gamma\alpha}$$

$$\Delta T = \frac{\gamma\alpha Ra}{g\beta H^3}$$

Tableau [V-2] : Validation du code numérique de nombre de Nusselt moyen Nu_m dans le cas d'une cavité carrée remplie d'air.

A=1		Pr=0.71		
$Nu_m \backslash Ra$	10^4	1.5×10^4	10^5	10^6
Référence [8]	2.163	2.420	3.934	6.379
Présente étude	2.1349804	2.4173551	3.920068	6.359803

Les résultats présentés dans le tableau [V-2] indiquent qu'en utilisant un maillage de (81×81) pour A = 1, les valeurs obtenues pour le Nusselt moyen (Nu_m) sont en bon accord avec les données de référence, avec un écart qui reste dans une marge d'erreur raisonnable.

Tableau [V-3] : Test maillage pour A=1.

$Ra \backslash$ Maillage	150×150	100×100	90×90	81×81	70×70	60×60
1.5×10^4	2.417899	2.418931	2.419329	2.419813	2.420659	3.249567

V.3.1 Influence du nombre de Rayleigh sur les vitesses d'écoulement :

Les figures [V-1] et [V-2] présentent les profils des composantes horizontale u et verticale v de la vitesse respectivement aux positions médianes de la cavité : $y = h/2$ pour u , et $x = h/2$ pour v , en fonction de x , pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

Le profil de la vitesse u (figure [V-1]) est également symétrique par rapport au centre de la cavité. Pour $Ra = 10^3$, la vitesse u est pratiquement nulle. Elle augmente progressivement avec l'augmentation de Ra , atteignant des valeurs maximales autour de $Ra = 10^5$.

Le profil de la composante verticale v (figure [V-2]) présente aussi une symétrie centrale. On note un gradient important de la vitesse proche des parois verticales et au centre de la cavité, qui s'accroît avec la croissance du nombre de Rayleigh.

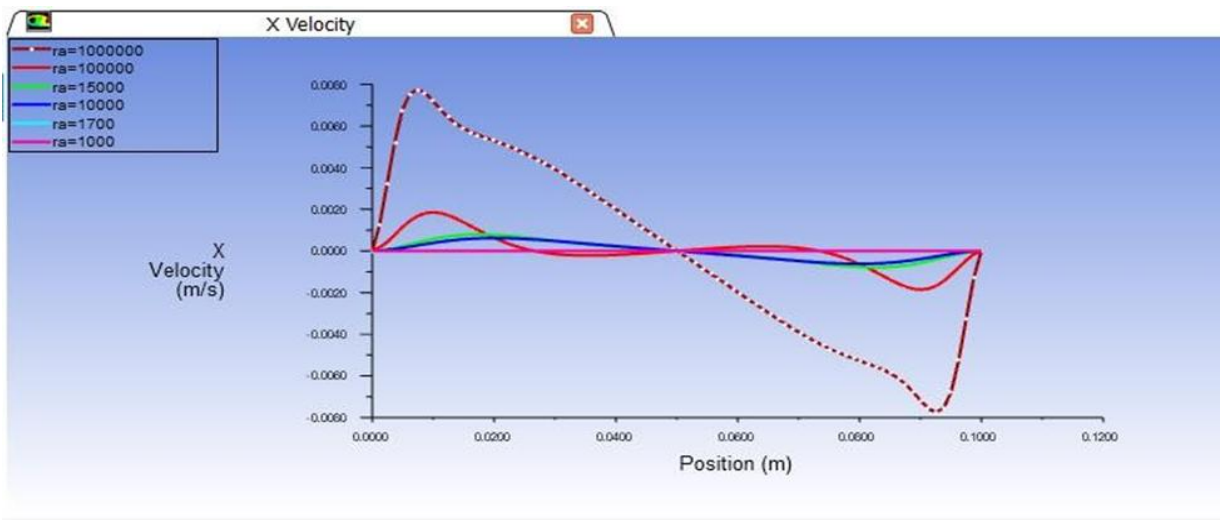


Figure [V-1] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « u » en fonction de X pour $A=1$ et $Pr=0.71$.

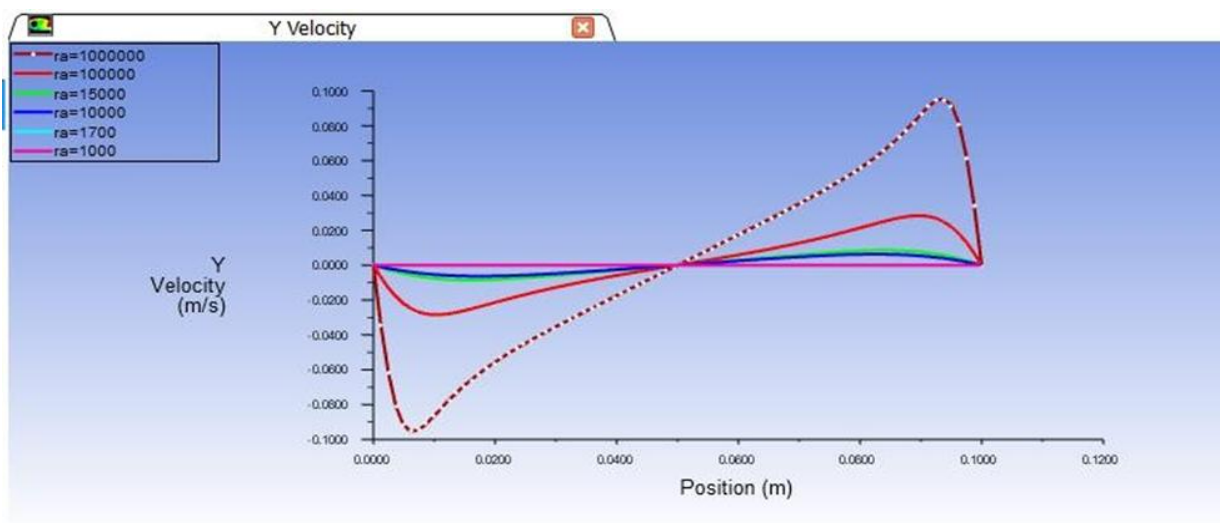


Figure [V-2] : Effet de Ra sur La variation de composante de vitesse « v » en fonction de X pour $A=1$ et $Pr=0.71$.

V.3.2 Influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt :

La figure [V-3] illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra , tandis que la figure [V-4] montre l'effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local selon l'axe X .

On observe que les valeurs du nombre de Nusselt augmentent avec l'augmentation de Ra , ce qui indique une intensification du transfert de chaleur par convection à l'intérieur de la cavité.

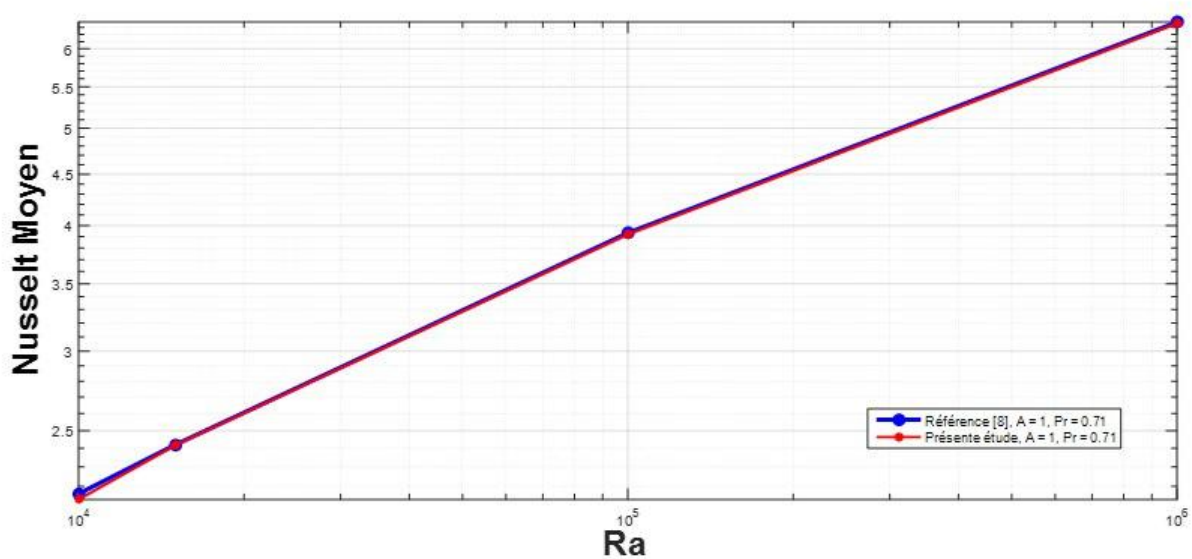


Figure [V-3] : La variation de nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$ et $Pr=0.71$.

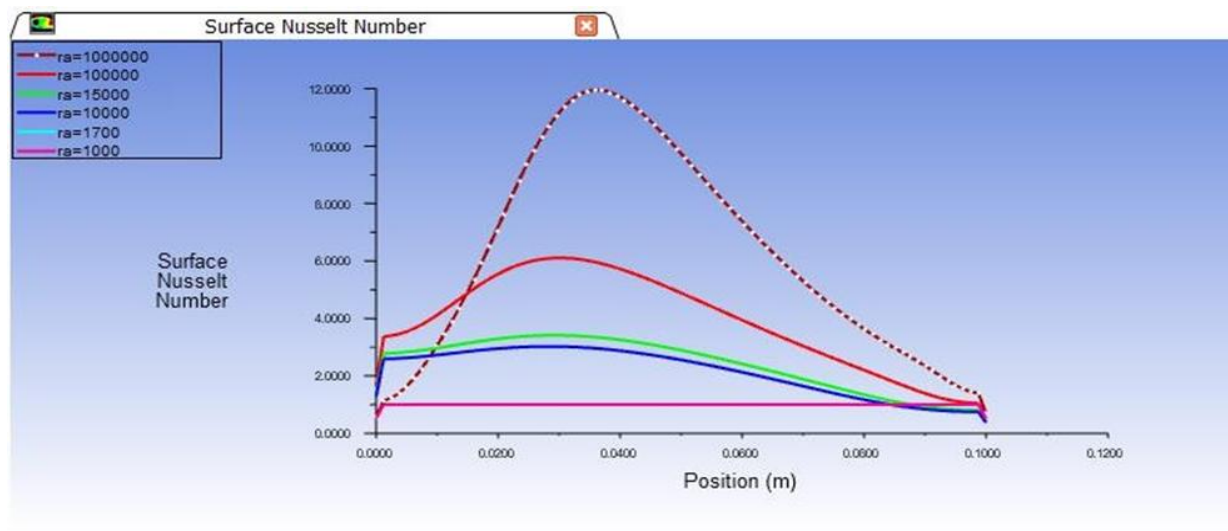


Figure [V-4] : Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$ et $Pr=0.71$.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

V.4 Cas de fluide Non- Newtonien :

V.4.1 Modèle de Carreau-Yasuda :

La comparaison du nombre de Nusselt moyen a été réalisée en faisant varier le nombre de Rayleigh entre 2000 et 10000, et en considérant un indice de puissance n compris entre 1 et 0,4. Cette étude a été menée pour un fluide non Newtonien suivant le modèle de Carreau-Yasuda dans une cavité carrée. ($s = \mu_{\infty} / \mu_0 = 0.000001417 / 0.0001417 = 0.01$)

Tableau [V-4] : les paramètres thermo physique de l'eau [53].

Les paramètres	Les valeurs
$g (m/s^2)$	9.801
$\rho (kg/m^3)$	1000
$C_p (j/kg.k)$	4098.4
$\lambda (w/m.k)$	0.58135
$\mu (kg/m.s)$	0.0001417
$\gamma (m^2/s)$	1.417E-6
$\beta (K^{-1})$	0.0035823
$\alpha (m^2/s)$	1.4184E-7
Pr	9.9998

Tableau [V-5] : Validation du code numérique de nombre de Nusselt moyen Num dans le cas d'une cavité carrée remplie d'eau $A=1$.

		A = 1		Pr = 10					
	Présente étude	Référence [8]	Présente étude	Référence [8]	Présente étude	Référence [8]	Présente étude	Référence [8]	
Ra	n = 1		n = 0.8		n = 0.6		n = 0.4		
2000	1.1036543	1.1	1.3776786	1.4	1.8429647	2	2.4446524	2.4	
4000	1.4887269	1.5	1.8109462	2	2.2495897	2.4	2.856596	2.9	
6000	1.8319896	1.8	2.170952	2.2	2.6333718	2.7	3.3789657	3.4	
8000	2.0417834	2	2.3985723	2.4	2.9027546	2.9	3.8377469	3.6	
10000	2.1927421	2.1	2.5698477	2.6	3.1239834	3.1	4.2379866	3.9	

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-6] : Validation du code numérique du nombre de Nusselt moyen Nu_m dans le cas d'une cavité carrée remplie d'eau avec $A=10$.

A=10 Pr=10				
	Référence [8]	Présente étude	Référence [8]	Présente étude
Ra	n = 1		n = 0.6	
2000	1.2	1.6384819	2.7	2.5702939
4000	1.6	1.8947024	3.2	3.1515391
6000	1.9	2.2150474	3.6	3.42016935
8000	2.1	2.421597	4.1	3.9594213
10000	2.6	2.5845823	5.2	4.980801

Tableau [V-7] : Test maillage pour $A=10$.

Maillage Ra	81×100	81×120	81×141	81×161	81×201
10000	2.3645823	2.4145823	2.5045823	2.5845823	2.5445823

Les tableaux [V-5] et [V-6] présentent la validation du code numérique pour le calcul du nombre de Nusselt moyen Nu_m , dans le cas d'une cavité carrée remplie d'eau. Les résultats obtenus avec un maillage de (81×81) pour un rapport forme $A = 1$ et un maillage de (161×81) pour $A = 10$ (le tableau [V-7]), montrent une bonne concordance avec les résultats de référence. L'erreur reste dans une limite acceptable, ce qui confirme la fiabilité de la méthode utilisée.

V.4.1.1 Effet de L'indice de puissance « n » sur les profils des vitesses :

Les figures [V-5] et [V-6] montrent les profils des composantes horizontale u et verticale v de la vitesse, respectivement aux positions médianes de la cavité, soit $y=h/2$ et $x=h/2$, en fonction de x , pour un nombre de Rayleigh $Ra=4000$ avec une variation de l'indice de puissance n .

On observe que l'intensité de l'écoulement augmente lorsque l'indice n diminue, ce qui se traduit par des vitesses plus élevées dans les profils.

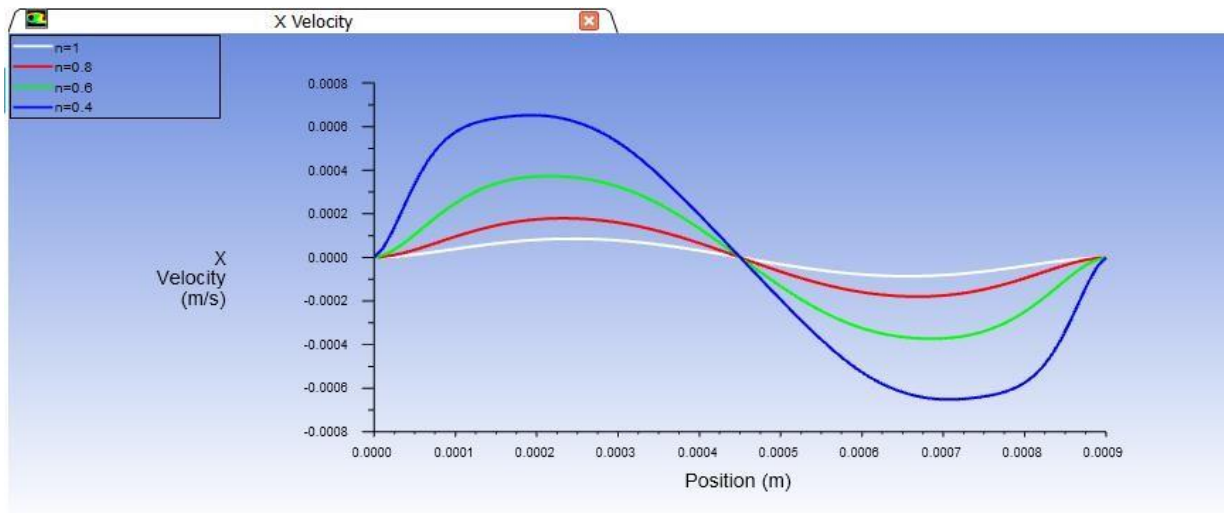


Figure [V-5] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $Ra=4000$, $E=0.4$ et $s=0.01$.

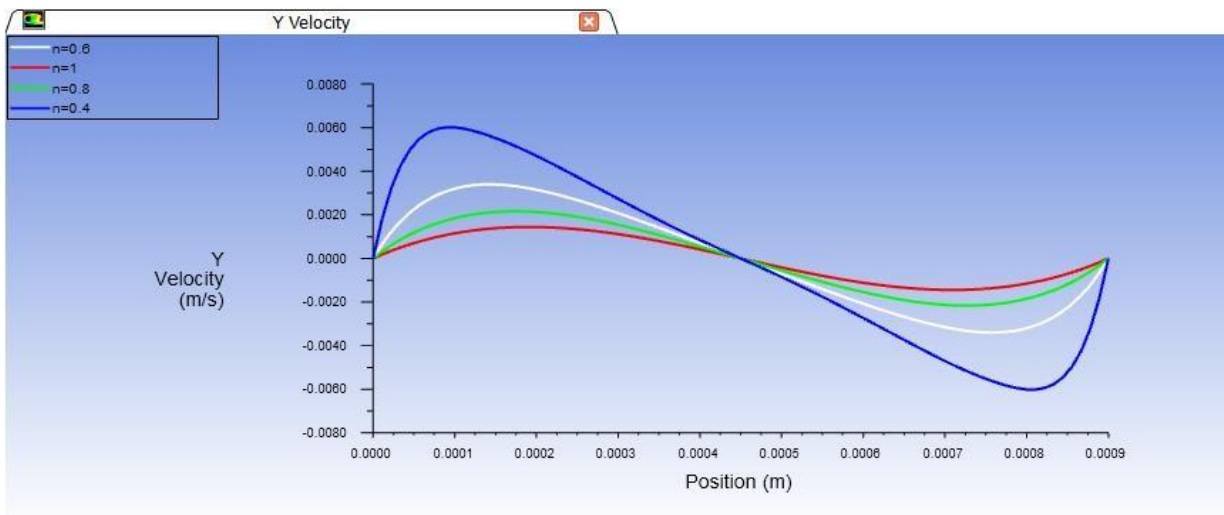


Figure [V-6] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $Ra=4000$, $E=0.4$ et $s=0.01$.

V.4.1.2 Effet de L'indice de puissance « n » sur le nombre de Nusselt :

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh est illustrée dans la figure [V-7]. La figure [V-8] montre la variation du nombre de Nusselt local pour $Ra=4000$ en fonction de X , pour différentes valeurs de l'indice de puissance n .

En général, on remarque que le nombre de Nusselt augmente lorsque l'indice n diminue. De plus, pour une valeur donnée de n , ce nombre croît également avec l'augmentation de Ra .

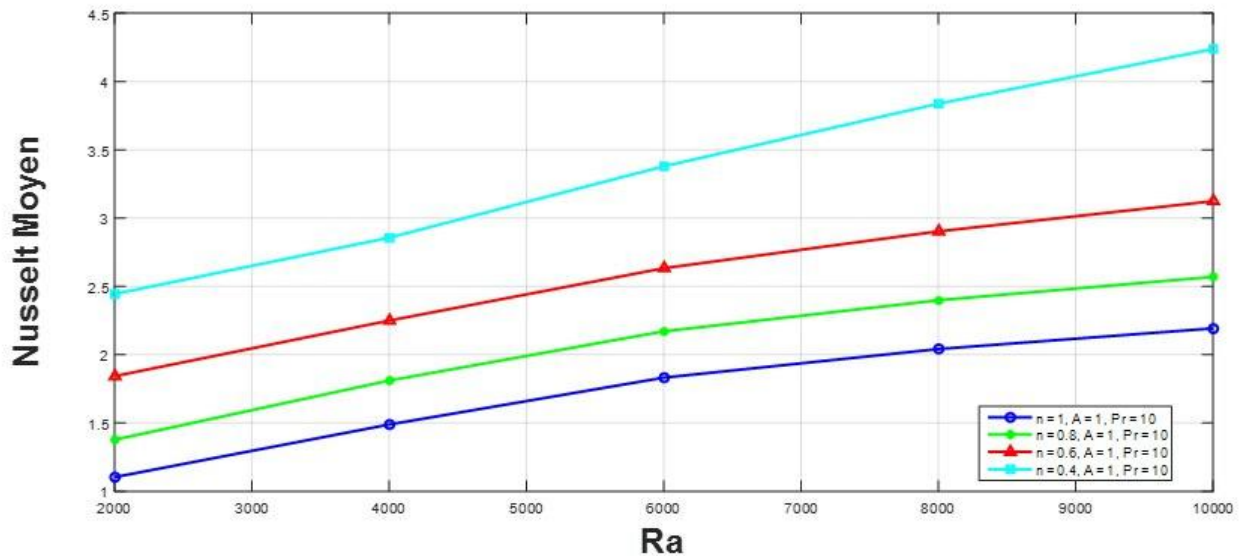


Figure [V-7] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra, A=1 et Pr=10.

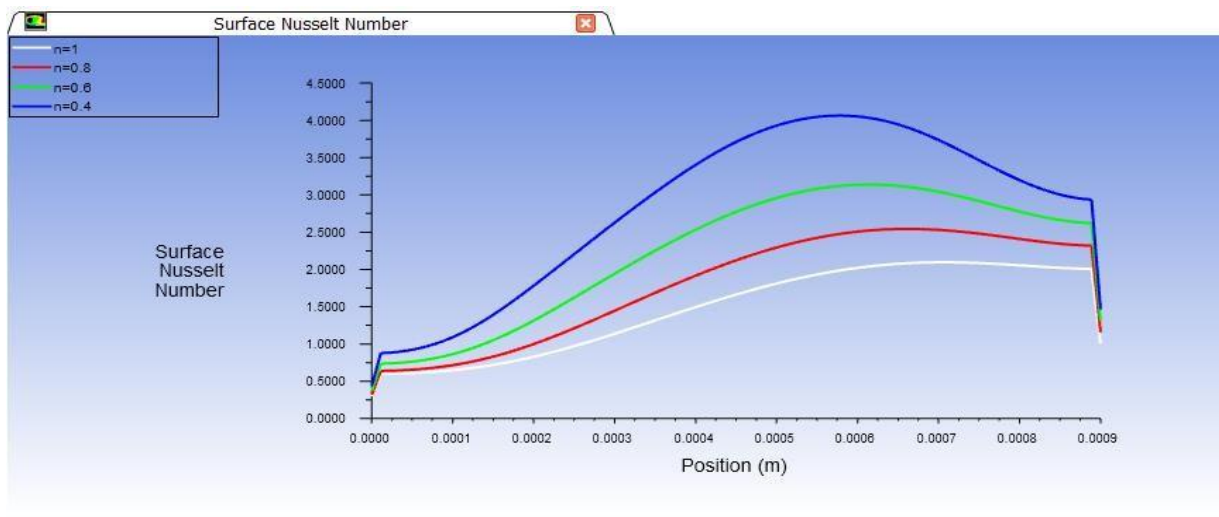


Figure [V-8] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour Ra = 4000, A=1 et Pr=10.

V.4.1.3 Effet de la constante de temps adimensionnelle E :

Le tableau [V-8] illustre l'influence de la constante de temps adimensionnelle E sur la variation du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Rayleigh Ra, pour différents indices de puissance n (0.4, 0.6, 0.8).

La figure [V-9] montre l'effet de Ra sur Nu_m pour différentes valeurs de E, en prenant n=0.4. On observe que lorsque la constante E augmente, le transfert de chaleur devient plus important, surtout avec l'augmentation de Ra. Cela signifie que le nombre de Nusselt moyen croît avec Ra, indiquant une convection plus forte.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-8] : Effet de la constante de temps « E » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent indice de « n » pour $A = 1$, $Pr = 10$, $s = 0.01$.

Ra		2000	4000	6000	8000	10000
E = 0.8	n=0.8	1.5622478	1.939279	2.2786342	2.5013873	2.672501
	n=0.6	2.1566474	2.5020113	2.8767589	3.1685513	3.4217956
	n=0.4	2.8813186	3.3471349	3.9780178	4.4631276	4.844724
E = 0.4	n=0.8	1.3776786	1.8109462	2.170952	2.3985723	2.5698477
	n=0.6	1.8429647	2.2495897	2.6333718	2.9027546	3.1239834
	n=0.4	2.4446524	2.856596	3.3789657	3.8377469	4.2379866
E = 0.2	n=0.8	1.198479	1.678074	2.0601103	2.2942218	2.4670519
	n=0.6	1.4311607	1.963331	2.3855872	2.6563559	2.8650466
	n=0.4	1.8607748	2.3997707	2.8828627	3.2373833	3.5527542
E = 0.1	n=0.8	1.1247644	1.5692242	1.9556945	2.1928709	2.3663855
	n=0.6	1.1568277	1.6856639	2.132985	2.4112076	2.6186651
	n=0.4	1.211912	1.8725907	2.4159222	2.7605365	3.0255256
E = 0	n=0.8	1.1036544	1.4883688	1.8319738	2.0417662	2.1931563
	n=0.6	1.1036544	1.4883688	1.8319738	2.0417662	2.1931563
	n=0.4	1.1036544	1.4883688	1.8319738	2.0417662	2.1931563

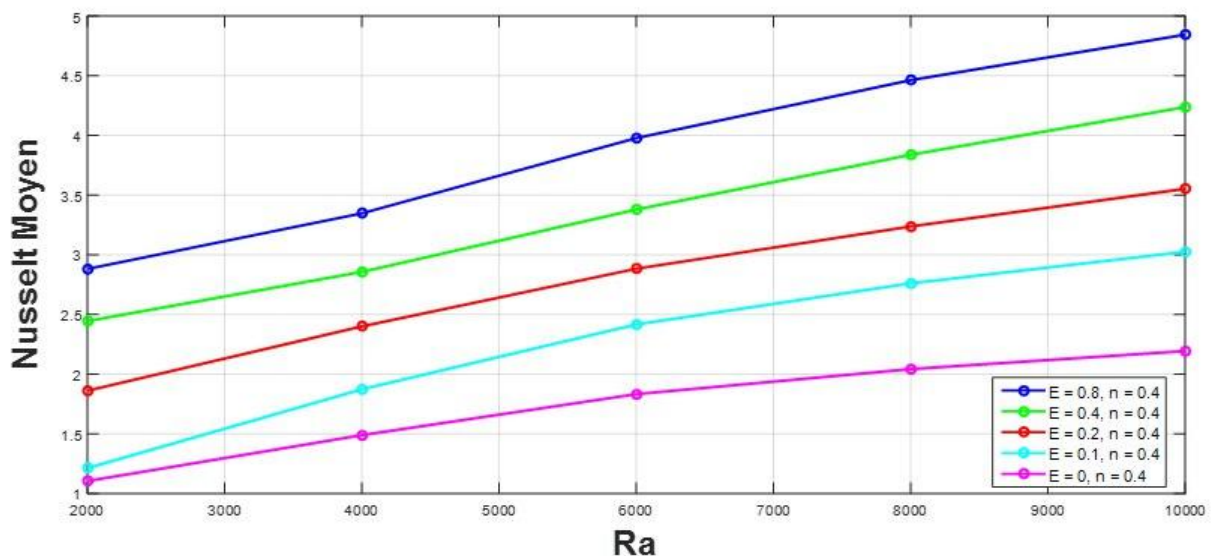


Figure [V-9] : L'effet du nombre de Rayleigh Ra sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m pour différentes valeurs de E avec $A = 1$, $Pr = 10$, $n = 0.4$, $s = 0.01$

V.4.1.4 Effet du rapport de forme A :

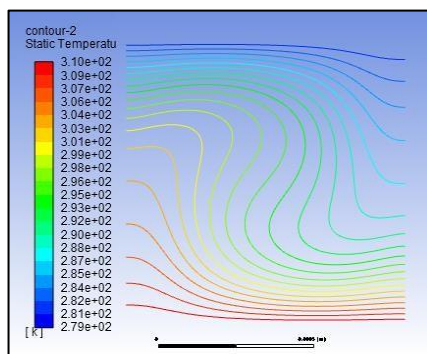
L'influence du rapport de forme A sur l'écoulement et le transfert de chaleur est étudiée dans cette section. La figure [V-10] présente les champs de température et les lignes de courant pour

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

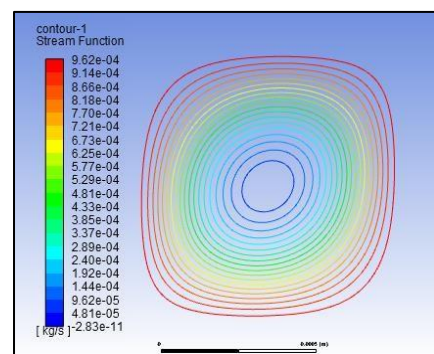
deux valeurs de A , à savoir $A = 1$ et $A = 10$, tout en gardant les autres paramètres constants Ra , $Pr = 10$, $n = 0.6$, $E = 0.4$, et $s = 0.01$.

D'après les résultats obtenus, on remarque que l'augmentation du rapport de forme modifie la structure de l'écoulement. En effet, le nombre de cellules de recirculation (ou rouleaux) augmente avec A , et devient généralement égal à ce rapport de forme.

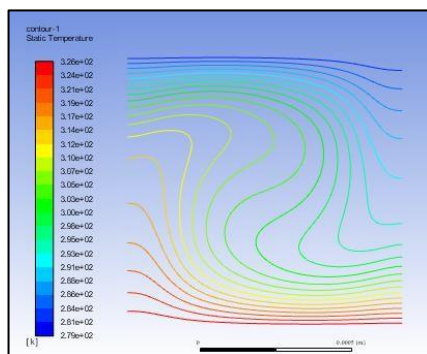
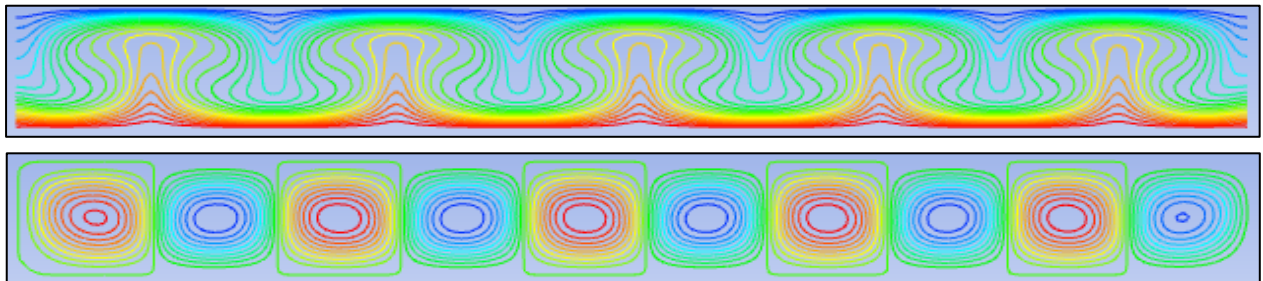
Les tableaux [V-5] et [V-6] présentent les valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra pour différents rapports de forme ($A = 1$ et $A = 10$) avec $Pr = 10$. Comme le montre la figure [V-11], Nu_m augmente avec A , ce qui indique que le transfert thermique est amélioré lorsque le rapport de forme devient plus grand, pour les mêmes conditions de fluide ($n = 0.6$, $E = 0.4$, $s = 0.01$).



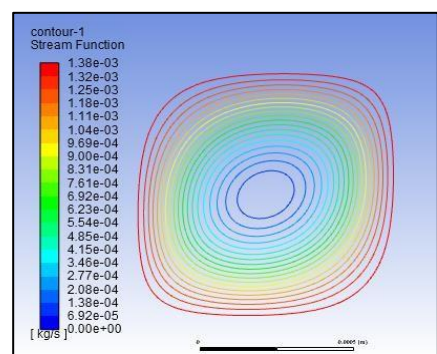
$Ra=4000; A=1$



$Ra=4000; A=10$

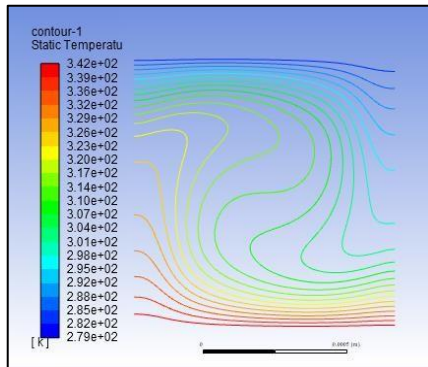
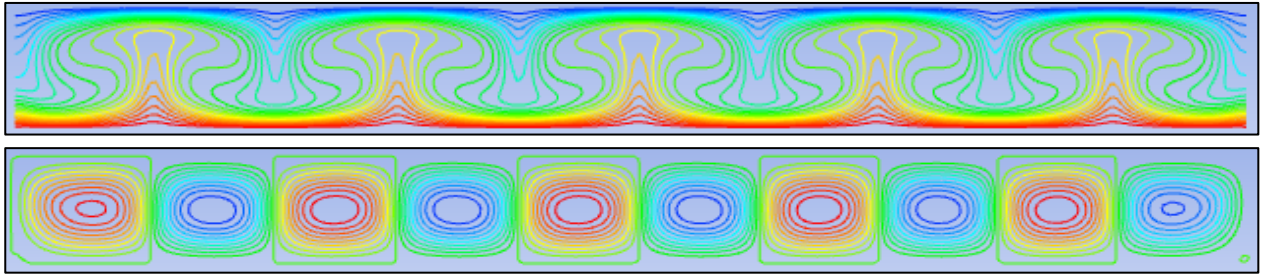


$Ra=6000; A=1$

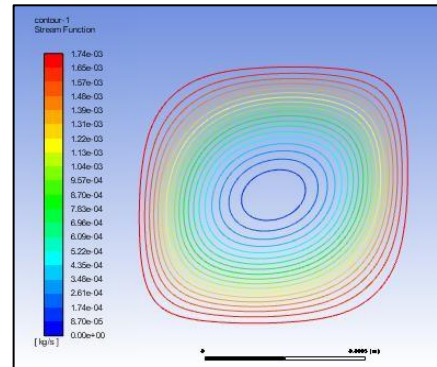


CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

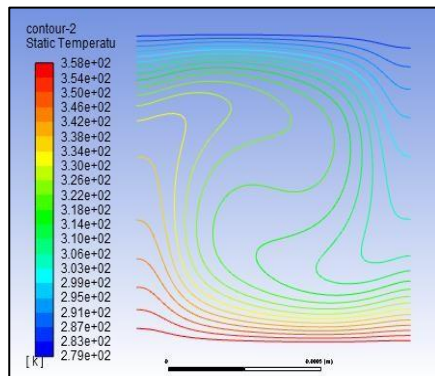
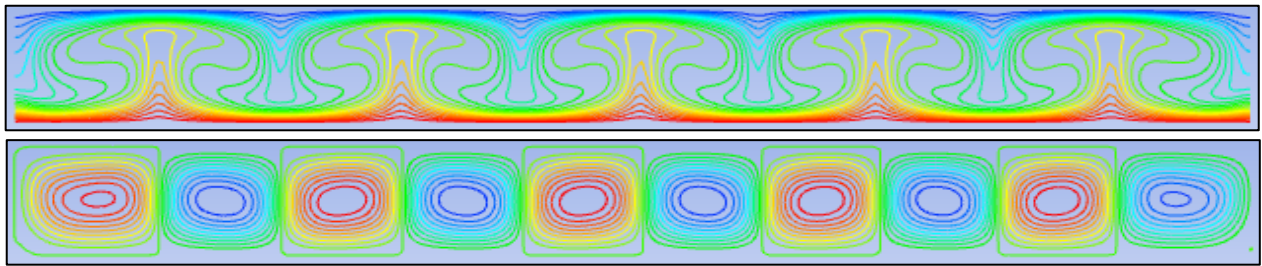
Ra=6000; A=10



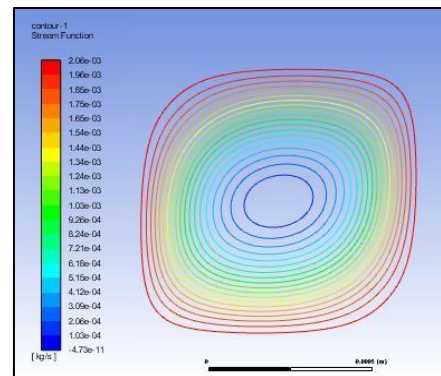
Ra=8000; A=1



Ra=8000; A=10



Ra=10000; A=1



Ra=10000; A=10

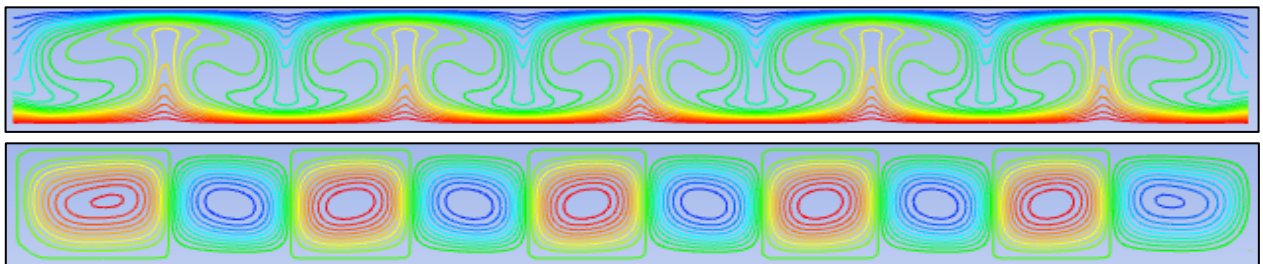


Figure [V-10] : L'influence de rapport A sur l'écoulement et le transfert de chaleur pour différentes valeurs de Ra , avec $Pr=10$, $n=0.6$, $E=0.4$, $s=0.01$.

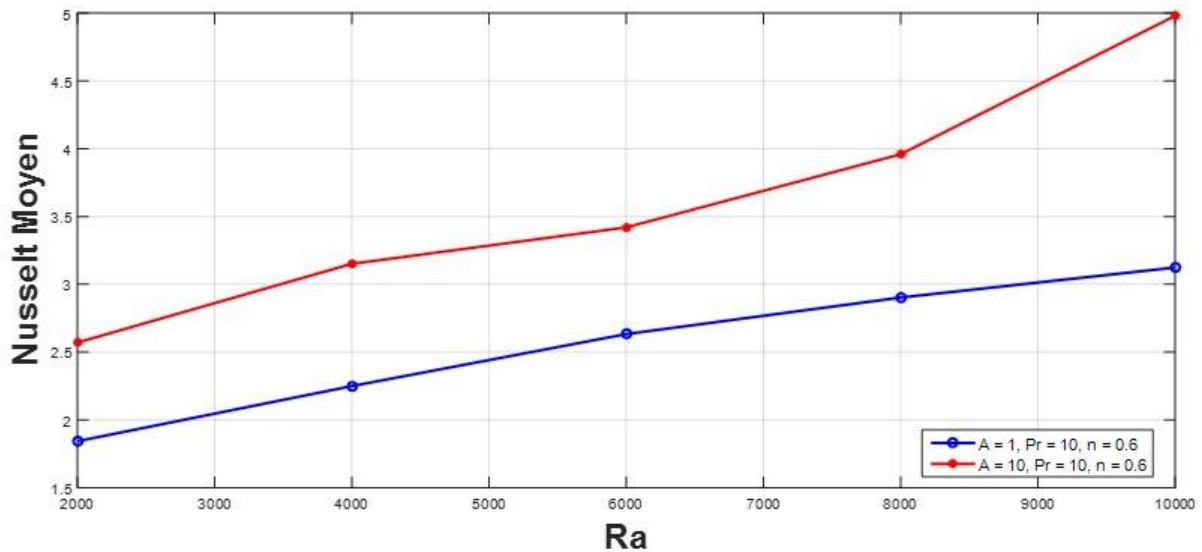


Figure [V-11] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , avec $n=0.6$, $E=0.4$, $s=0.01$.

V.4.2 Modèle de Herschel-Bulkley :

V.4.2.1 Le gel Carbopol 980 :

Le gel de Carbopol est un fluide à seuil très utilisé dans les études expérimentales de la mécanique des fluides complexes. Ce type de fluide présente un comportement élasto-viscoplastique. Il est préparé à partir d'un mélange de résine d'acide polyacrylique réticulé avec de l'eau déminéralisée (gel Carbopol 980 est un mélange de polymère réticulé dans l'eau déminéralisée).

Dans le cadre de l'utilisation du modèle de Herschel-Bulkley, nous avons considéré la contrainte seuil comme paramètre principal pour caractériser le gel de Carbopol 980, en nous basant sur les valeurs données dans le tableau [V-9]. Ces valeurs correspondent à des concentrations massiques comprises entre 0,06 % et 0,08 % [55].

Le tableau [V-10] présente les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Ra), pour différentes valeurs de la concentration massique du gel Carbopol 980. On observe que la variation de la concentration influence directement le transfert thermique à l'intérieur de la cavité.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-9] : propriété physique d'un fluide a seuil (Gel Carbopol 980) avec différents concentration.

C	β (10^{-6} K^{-1})	γ (m^2s^{-1})	C_p ($\text{J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	α ($10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$)	$\lambda(\text{W/m.K})$	$\rho(\text{kg/m}^3)$	$\tau_y \text{ (Pa)}$	$K \text{ (Pa.s)}$	n	$\dot{\epsilon}(\text{s}^{-1})$
0.06	5	2.069×10^{-5}	4245.77	1.48	0.61	970	0.1652	0.054	0.92	0.05
0.075	5	2.637×10^{-5}	4202.79	1.44	0.6	990	0.389	0.079	0.77	0.04
0.08	5	4.647×10^{-5}	4176.13	1.45	0.6	990	0.4636	0.119	0.77	0.02

Tableau [V-10] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et la Concentration massique de gel Carbopol 980 pour A=1.

A=1						
Ra	C=0.06		C=0.075		C=0.08	
	Présente étude	Référence [54]	Présente étude	Référence [54]	Présente étude	Référence [54]
10^6	1.1860745	1.2922729	1.140611	1.0805956	1.0491848	1.0038798
5×10^6	2.4657307	2.2269366	1.909794	1.6849771	1.6745427	1.5855086
10^7	2.9382252	2.7985486	2.3846441	2.1380138	2.1871051	2.0145541
5×10^7	4.2454634	4.6573561	3.5380404	3.6226089	3.3047621	3.4266657

V.4.2.1.1 Effet de la concentration massique « C » sur le profil des vitesses :

Les figures [V-12] et [V-13] montrent les profils des composantes horizontale et verticale de la vitesse (u et v), respectivement aux positions médianes $y = h/2$ et $x = h/2$, en fonction de x, pour un nombre de Rayleigh fixé à $Ra = 10^7$ et différentes valeurs de concentration massique {C} (0.08,0.075,0.06).

On observe que les profils de vitesse sont symétriques par rapport au centre de la cavité. Lorsque la concentration massique diminue, tout en gardant Ra constant, le gradient de vitesse augmente, ce qui traduit un écoulement plus intense.

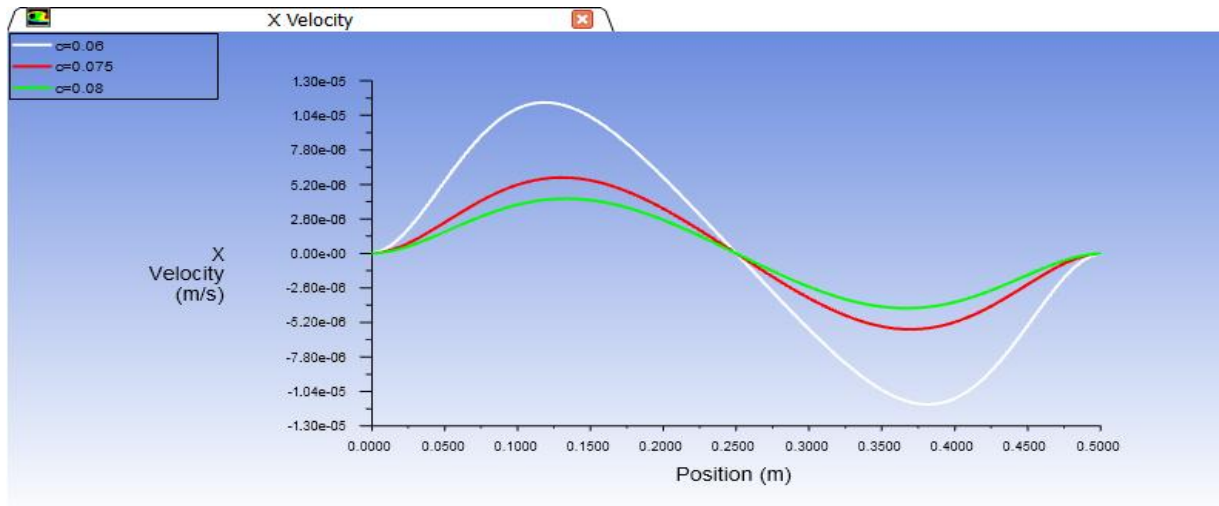


Figure [V-12] : Effet de « C » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $Ra=10^7$.

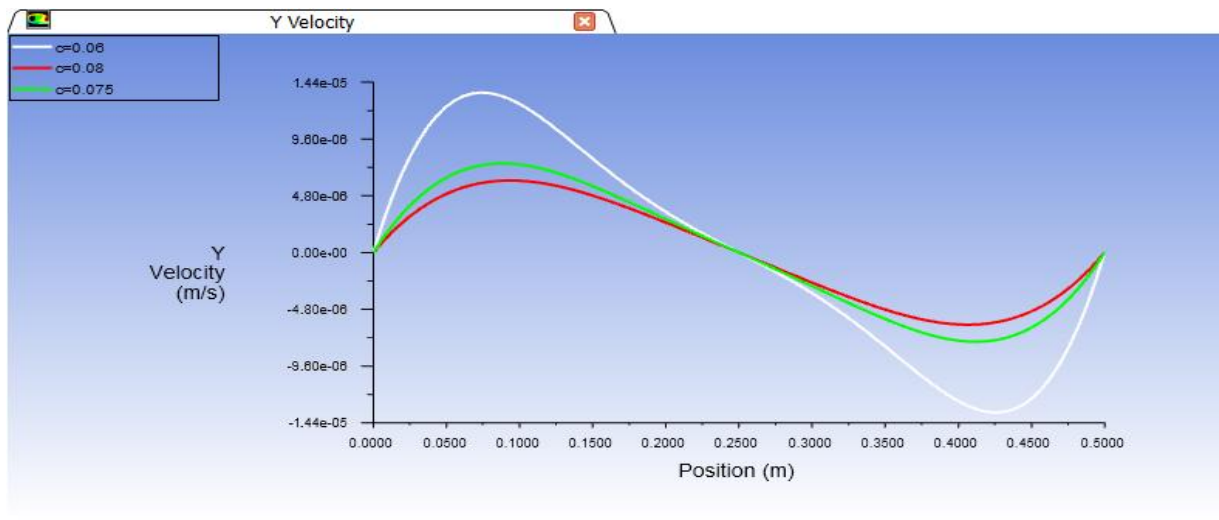


Figure [V-13] : Effet de « C » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $Ra=10^7$.

V.4.2.1.2 Effet de la concentration massique « C » sur le nombre de Nusselt :

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh est illustrée dans la figure [V-14], tandis que la figure [V-15] montre la variation du nombre de Nusselt local en fonction de x pour $Ra = 10^7$ et différentes valeurs de la concentration massique C.

On observe que, pour une valeur donnée de C, le nombre de Nusselt moyen augmente avec Ra. De plus, pour un Ra fixe, la diminution de la concentration massique C entraîne une augmentation du nombre de Nusselt local, ce qui indique un transfert thermique plus intense.

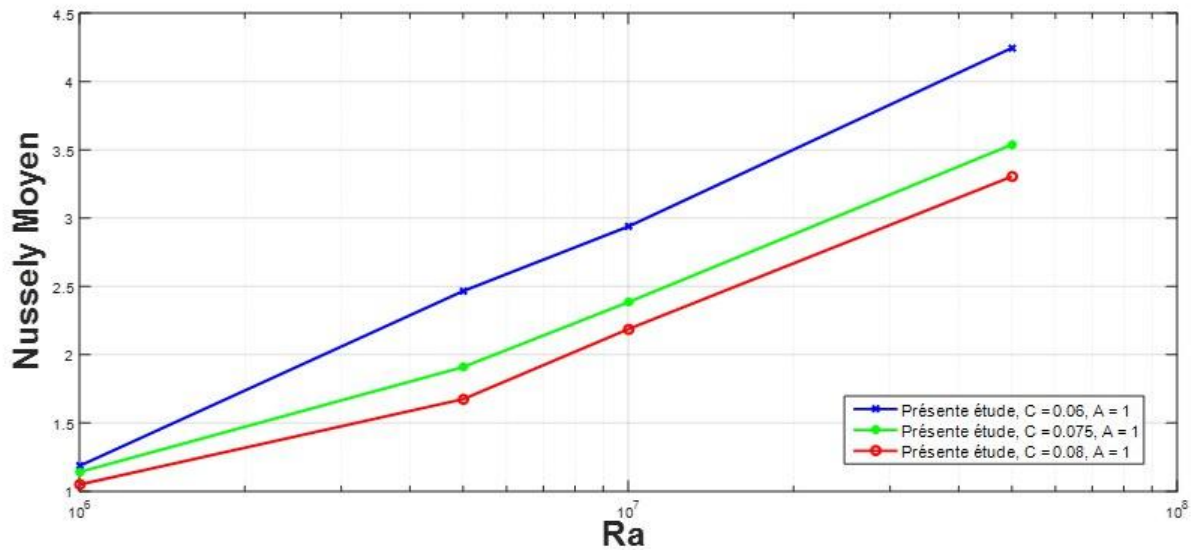


Figure [V-14] : L'effet de « C » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra.

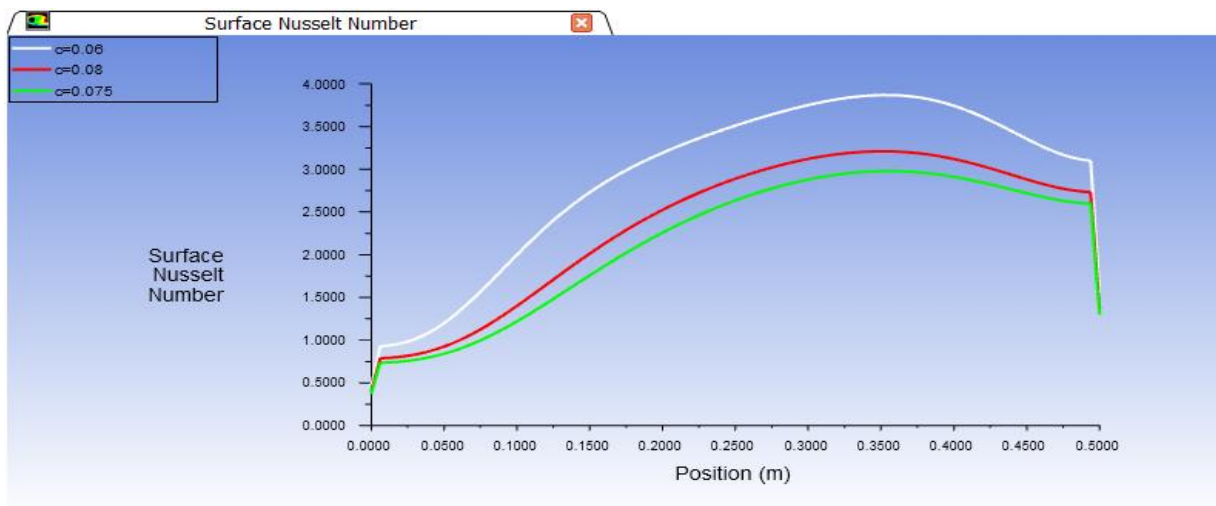


Figure [V-15] : L'effet de « C » sur la variation de Nusselt local en fonction de X pour $Ra=10^7$.

V.4.2.1.3 Effet de rapport de forme A sur la variation de champ d'écoulement et le champ thermique :

Le tableau [V-11] présente les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Ra) pour différentes concentrations massiques du gel Carbopol 980, avec un rapport de forme $A = 10$.

On constate que la concentration massique influence directement le transfert thermique dans la cavité : une variation de C modifie l'intensité de la convection, ce qui se traduit par une variation significative du nombre de Nusselt moyen.

La figure [V-16] présente les contours de température et de vitesse pour différentes valeurs du rapport de forme $A = 1$ et $A = 10$, avec des concentrations massiques $C = 0,06\%$, $C = 0,075\%$

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

et $C = 0,08\%$, pour un nombre de Rayleigh fixé à $Ra = 10^7$.

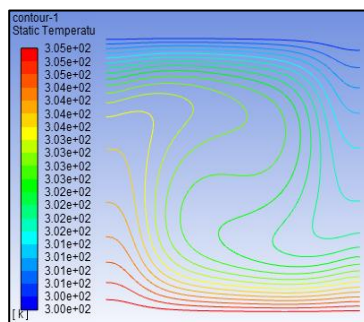
Dans cette partie, nous intéressons à l'influence du rapport de forme A sur le nombre de rouleaux de convection. Pour cela, le nombre de Rayleigh a été maintenu constant, et A a été modifié pour observer, à l'aide du code Fluent, l'évolution du nombre de rouleaux formés dans la cavité.

On remarque que le nombre de cellules de convection augmente avec la hausse du rapport de forme A . Par conséquent, la distribution des isothermes et des lignes de courant est également modifiée, ce qui contribue à améliorer l'efficacité du transfert thermique dans la cavité.

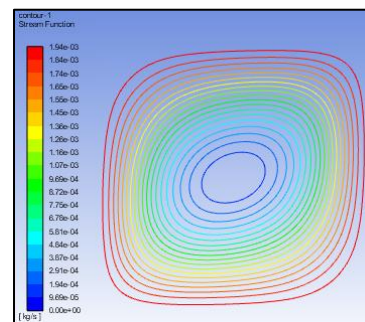
Le tableau [V-11] présente les valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Rayleigh Ra , pour un rapport de forme fixé à $A = 10$. Cependant, en comparant avec les résultats précédents et comme le montre la figure [V-17], on remarque que Nu_m augmente lorsque le rapport de forme A augmente, ce qui indique une amélioration du transfert thermique dans des cavités plus allongées.

Tableau [V-11] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et la Concentration massique de gel Carbopol 980 pour $A=10$.

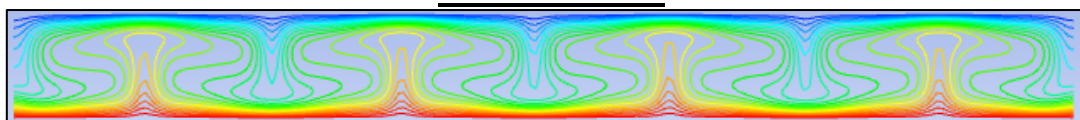
A=10			
Ra	C=0.06	C=0.075	C=0.08
10^6	1.6215646	1.5816009	1.5209824
5×10^6	2.779607	2.2896196	2.0640174
10^7	3.2495532	2.6973094	2.5733649
5×10^7	4.2942335	4.0832548	3.7529429



C=0.06% A=1



C=0.06% A=10



CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

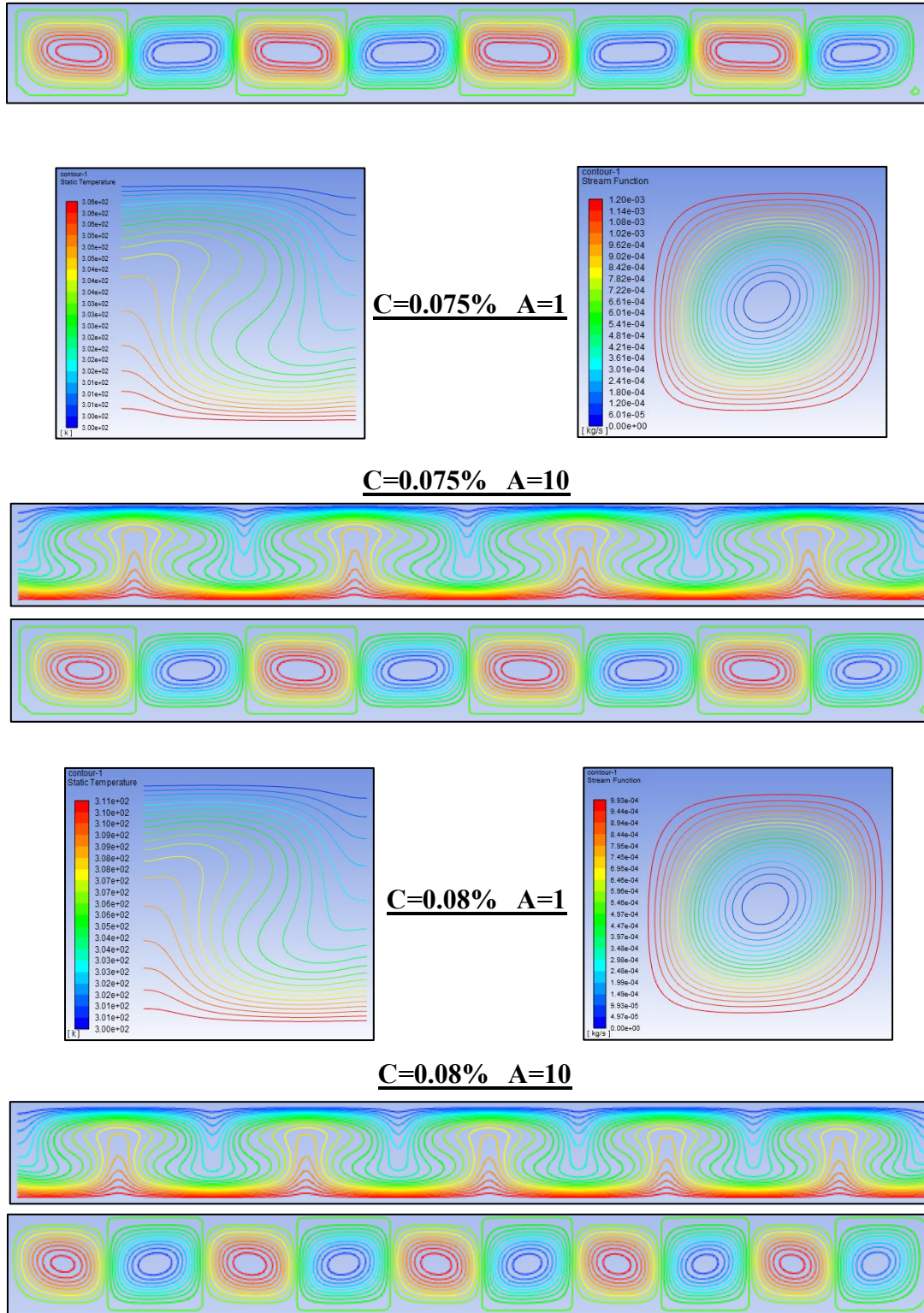


Figure [V-16] : L'effet de « A » sur le champ d'écoulement est champ thermique pour différentes valeurs de C avec $Ra=10^7$.

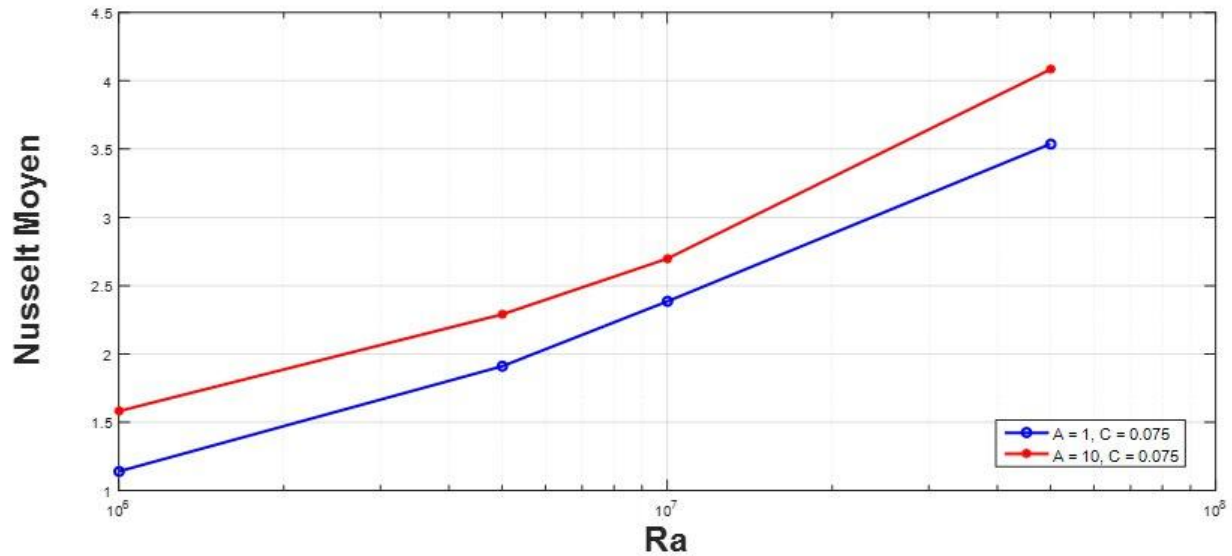


Figure [V-17] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra Avec $C=0.075\%$.

V.4.2.2 Pétrole brut d'Algérie :

Dans le cadre de cette étude, une simulation numérique du pétrole brut d'Algérie a été effectuée en adoptant le modèle rhéologique de Herschel-Bulkley, reconnu pour sa capacité à représenter le comportement non Newtonien des fluides complexes tels que le pétrole.

La mise en œuvre de cette simulation s'est appuyée sur plusieurs sources de données expérimentales, notamment le tableau [V-12], qui fournit les paramètres rhéologiques du modèle de Herschel-Bulkley à différentes températures du pétrole brut algérien. Ces paramètres sont essentiels pour définir avec précision le comportement du fluide dans le cadre du modèle choisi. Nous avons utilisé les paramètres rhéologiques de $T=15.56\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La figure [V-18] illustre l'évolution expérimentale de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement, fournissant une validation expérimentale utile pour la calibration du modèle. De même, la figure [V-19] présente les variations de la viscosité dynamique en fonction du taux de cisaillement, ce qui permet d'apprécier la nature rhéofluidifiante du pétrole brut étudié.

Les propriétés physiques globales du pétrole, nécessaires pour la définition des conditions aux limites et des paramètres de simulation, ont été extraites du tableau [V-13].

Le tableau [V-10] présente les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh (Ra), pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-12] : Paramètres rhéologiques de Modèle Herschel-Bulkley pour différentes températures du pétrole brut d'Algérie. [56].

Température (T)	Coefficient de consistance (k)	Contrainte de seuil (τ_y)	Indice de Comportement (n)	Le modèle
(15,56°C)	0,447	8,82	0,75	$8,82+0,447 \cdot \dot{\epsilon}^{-0.75}$
(18,33°C)	0.448	1,14	0,70	$1,14+0.448 \cdot \dot{\epsilon}^{-0.7}$
(21,11°C)	0,18	0,38	0,76	$0,38+0,18 \cdot \dot{\epsilon}^{-0.76}$
(23.89°C)	0.033	0,383	0,98	$0,383+0,033 \cdot \dot{\epsilon}^{-0.98}$

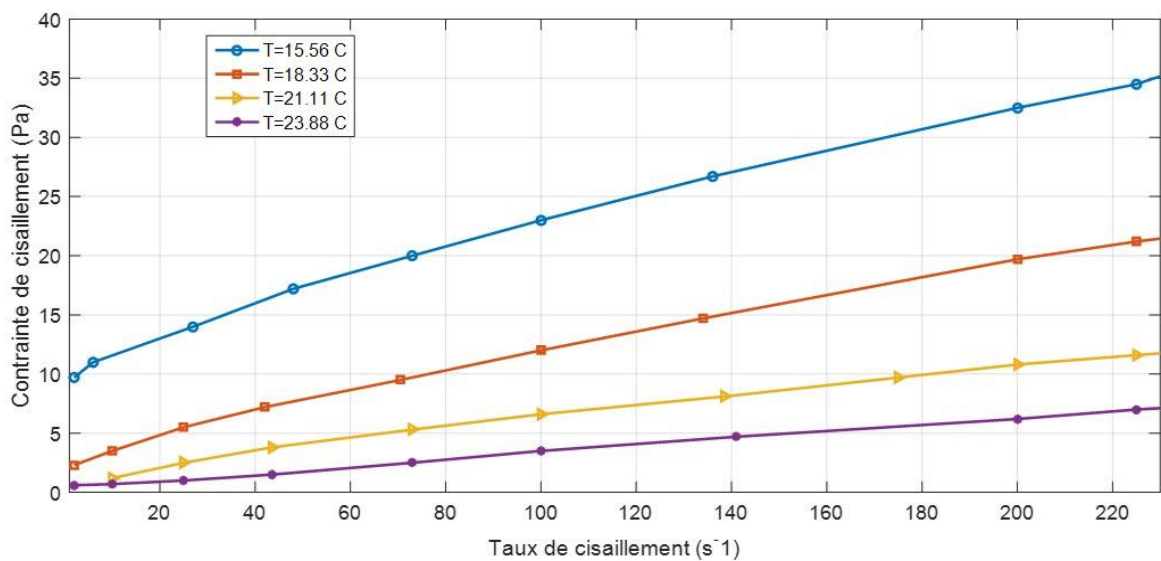


Figure [V-18] : Evolution expérimentale de la contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement du pétrole brut d'Algérie [56].

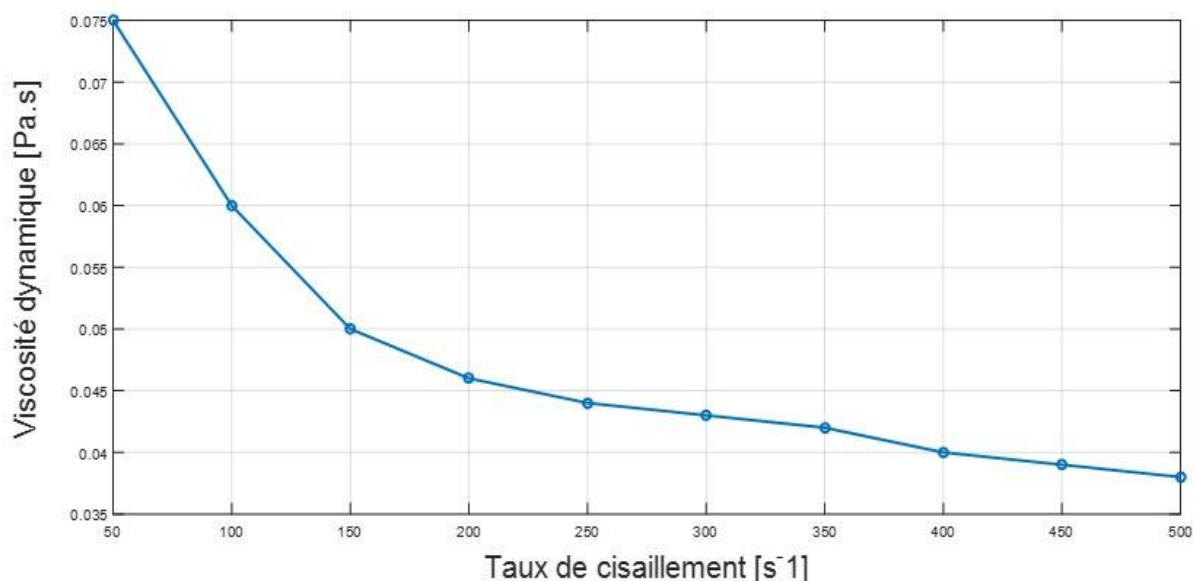


Figure [V-19] : Les valeurs de la viscosité dynamique (μ) en fonction du taux de cisaillement($\dot{\epsilon}$) [56].

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-13] : propriété physique du pétrole brut d'Algérie [57].

$\rho(\text{kg/m}^3)$	c_p (j/kg. k)	α (m^2s^{-1}) $\times 10^{-8}$	γ (m^2s^{-1}) $\times 10^{-5}$	λ (w/m. k)	β (k^{-1}) $\times 10^{-4}$	μ (kg/m. s)
806	2100	7.09	7.44	0.12	9	0.06
$\rho(\text{kg/m}^3)$	c_p (j/kg. k)	α (m^2s^{-1}) $\times 10^{-8}$	γ (m^2s^{-1}) $\times 10^{-5}$	λ (w/m. k)	β (k^{-1}) $\times 10^{-4}$	μ (kg/m. s)
806	2100	7.09	7.44	0.12	9	0.06

Tableau [V-14] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour A=1
K=0.447, n=0.75, $\tau_y=8.82$.

Ra	10^6	5×10^6	10^7	5×10^7
Present étude	1.1493998	2.4342191	2.9128224	4.2110712

V.4.2.2.1 Influence du nombre de Rayleigh sur le champ de l'écoulement et le champ thermique :

L'effet de la variation du nombre de Rayleigh entre 5×10^6 à 10^7 sur le champ de l'écoulement et le champ thermique pour A=1, K=0.447, n=0.75, $\tau_y=8.82$ est illustrée dans la figure [V-20]. On observe que lorsque Ra augmente de 10^6 à 5×10^7 , les lignes de courant deviennent plus complexes et plus concentrées, surtout près des parois, indiquant une intensification du mouvement convectif dans la cavité. Les isothermes passent progressivement d'une forme presque parallèle (indiquant une conduction dominante) à une forme fortement déformée, traduisant l'augmentation du transfert de chaleur par convection naturelle.

À faible Ra, la conduction thermique domine le transfert de chaleur, comme le montrent les isothermes peu perturbés.

À des valeurs plus élevées de Ra, la convection naturelle devient prédominante, avec la formation de structures tourbillonnaires plus prononcées dans le champ de l'écoulement.

L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une transition du régime de conduction vers un régime de convection naturelle, améliorant ainsi le transfert thermique à l'intérieur de la cavité.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

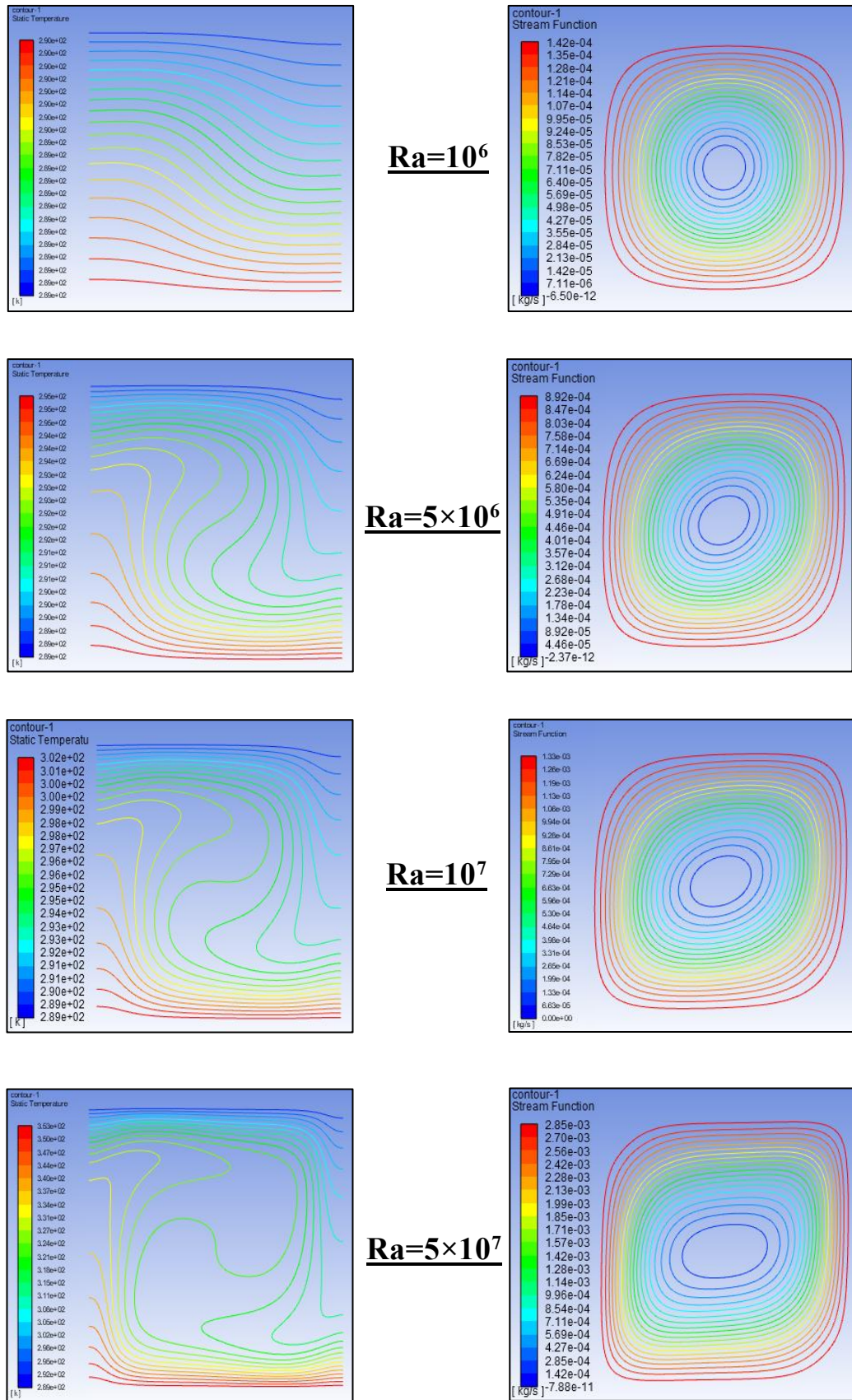


Figure [V-20] : Effet de Ra sur le champ de l'écoulement et le champ thermique pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

V.4.2.2.2 Influence du nombre de Rayleigh sur les profils des vitesses :

Les figures [V-21] et [V-22] montrent les profils des composantes horizontale « u » et verticale « v » de la vitesse, respectivement aux positions médianes de la cavité, soit $y = h/2$ et $x = h/2$, en fonction de X , pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh entre 10^6 et 5×10^7 , avec les paramètres constants $A = 1$, $K = 0,447$, $n = 0,75$ et $\tau_y = 8,82$.

On observe que l'intensité de l'écoulement augmente avec l'augmentation de Ra , ce qui se manifeste par des vitesses plus élevées dans les profils. En effet, un nombre de Rayleigh plus élevé intensifie la convection naturelle à l'intérieur de la cavité, entraînant une accélération des mouvements du fluide aussi bien dans la direction horizontale que verticale.

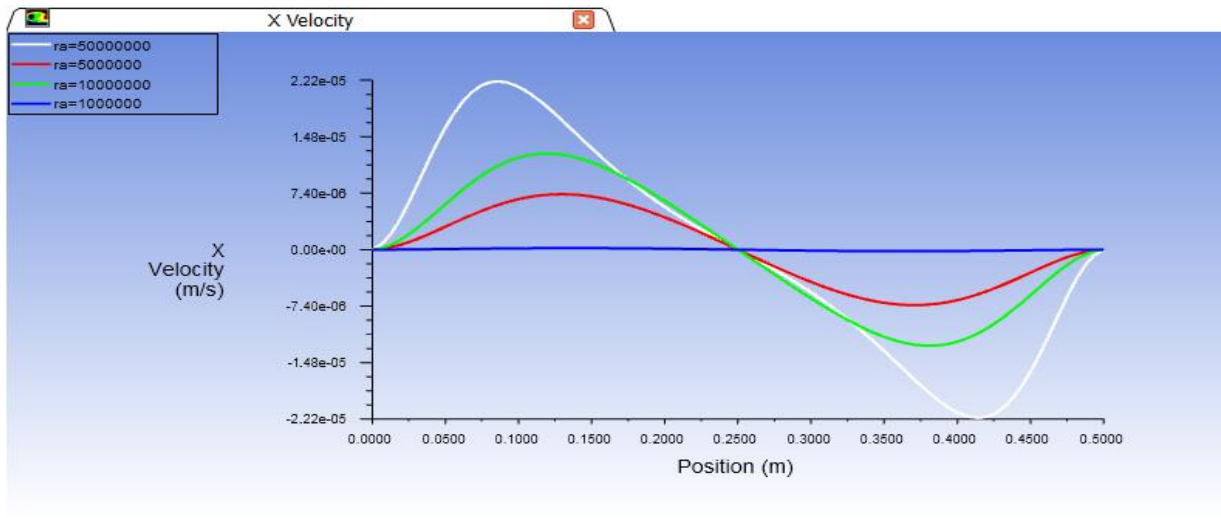


Figure [V-21] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « u » en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

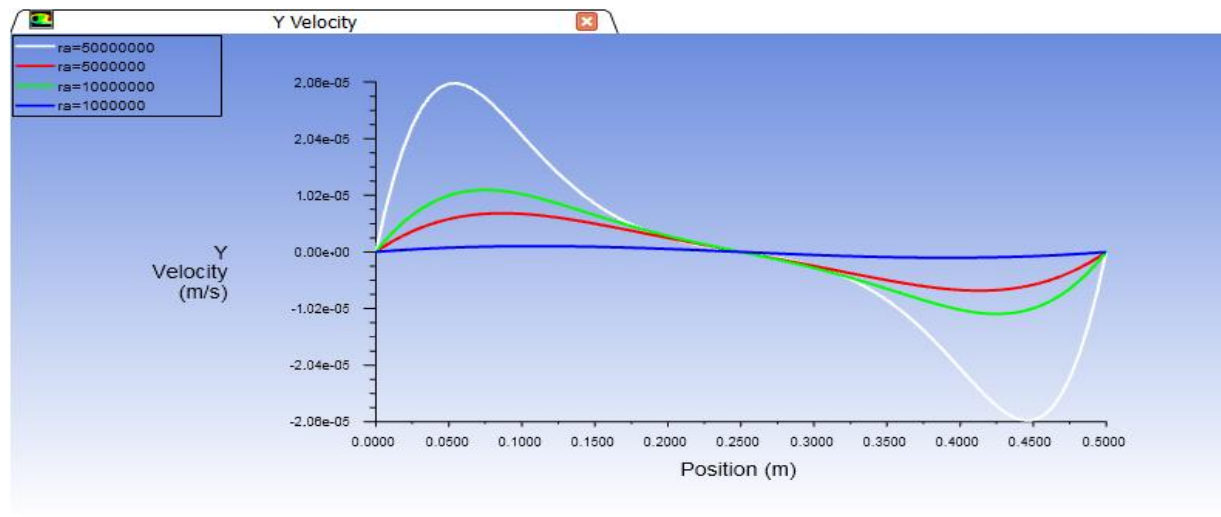


Figure [V-22] : Effet de Ra sur la variation de composante de vitesse « v » en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

V.4.2.2.3 Influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt :

La figure [V-23] illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra , tandis que la figure [V-24] montre la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X , pour différentes valeurs de Ra , avec les paramètres fixes $A = 1$, $K = 0,447$, $n = 0,75$ et $\tau_y = 8,82$.

On observe que le nombre de Nusselt moyen augmente de manière significative avec l'augmentation de Ra , ce qui traduit un renforcement du transfert thermique par convection naturelle. De même, le nombre de Nusselt local augmente pour des valeurs plus élevées de Ra , en particulier dans les zones centrales du profil, indiquant un échange thermique plus intense à la surface chauffée.

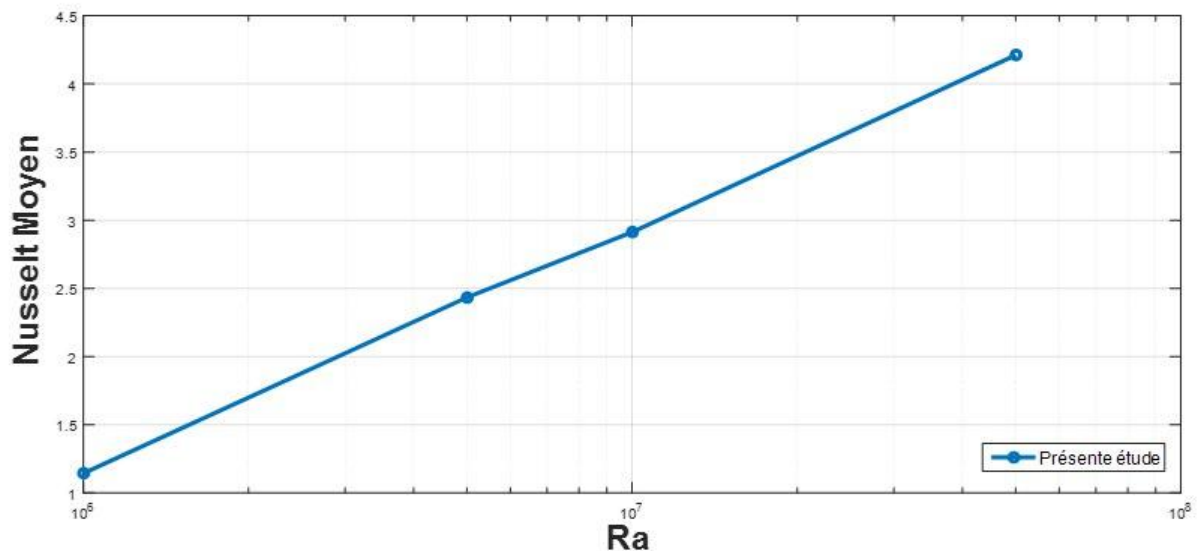


Figure [V-23] : La variation de nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

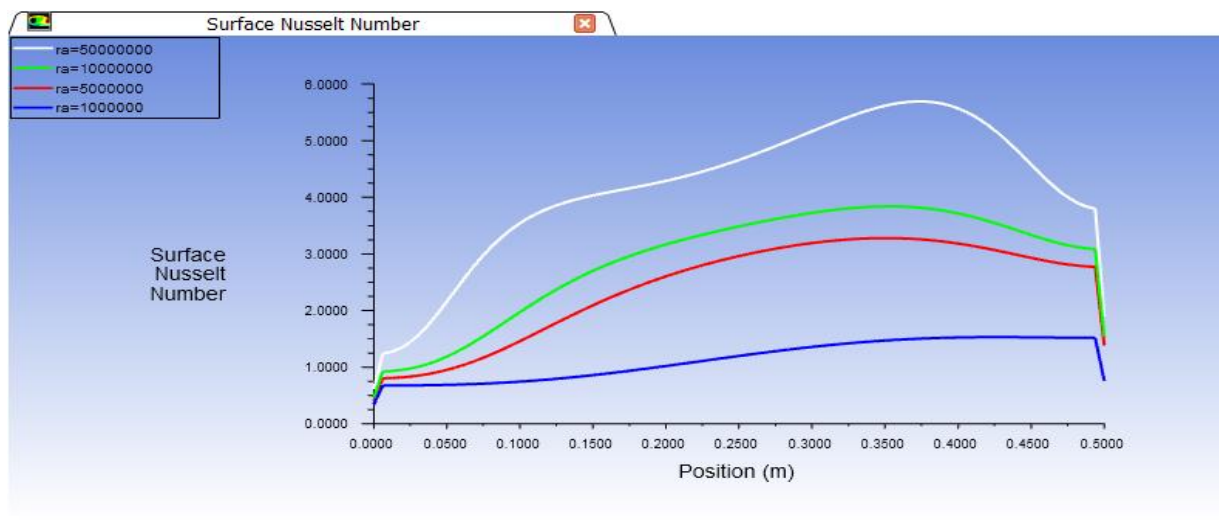


Figure [V-24] : Effet de Ra sur la variation du nombre de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

V.4.2.2.4 Effet de L'indice de puissance « n » :

Le tableau [V-15] présente les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs de l'indice « n », avec les autres paramètres constants $A = 1$, $K = 0,447$, et $\tau_y = 8,82$.

La figure [V-25] illustre l'effet de l'indice de puissance « n » sur les champs de température et de lignes de courant pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^7$, avec $A = 1$, $K = 0,447$, et $\tau_y = 8,82$. On constate que la diminution de l'indice « n » entraîne une déformation croissante des isothermes, traduisant une intensification du transfert thermique par convection naturelle. Cette déformation est accompagnée par une densification et une perturbation plus marquée des lignes de courant, en particulier près de la paroi chaude.

Les figures [V-26] et [V-27] présentent les profils des composantes horizontale « u » et verticale « v » de la vitesse, respectivement, en fonction de la position X , pour différentes valeurs de l'indice de puissance « n » à $Ra = 10^7$ avec $A = 1$, $K = 0,447$, et $\tau_y = 8,82$. On observe que, lorsque l'indice « n » diminue, les composantes de vitesse « u » et « v » augmentent progressivement. Cela indique que l'écoulement devient plus intense dans la cavité, aussi bien dans la direction horizontale que verticale.

Les figures [V-28] et [V-29] présentent l'effet de l'indice « n » sur le nombre de Nusselt local et moyen. La figure [V-28] illustre la distribution du nombre de Nusselt local en fonction de la position X pour $Ra = 10^7$, tandis que la figure [V-29] montre l'évolution du Nusselt moyen avec Ra , pour différentes valeurs de « n ».

On constate que la diminution de l'indice « n » entraîne une augmentation du transfert thermique. Pour chaque valeur de « n », le nombre de Nusselt moyen augmente également avec Ra , traduisant une convection naturelle plus intense dans la cavité.

Tableau [V-15] : Effet de l'indice de « n » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

$Ra \backslash n$	0.4	0.6	0.75	0.8
10^6	1.6231556	1.4196751	1.1493998	1.0258901
5×10^6	2.7555594	2.6083897	2.4342191	2.3791518
10^7	3.2535968	3.0907262	2.9128224	2.8434361
5×10^7	4.6356623	4.4381985	4.2110712	4.1213313

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

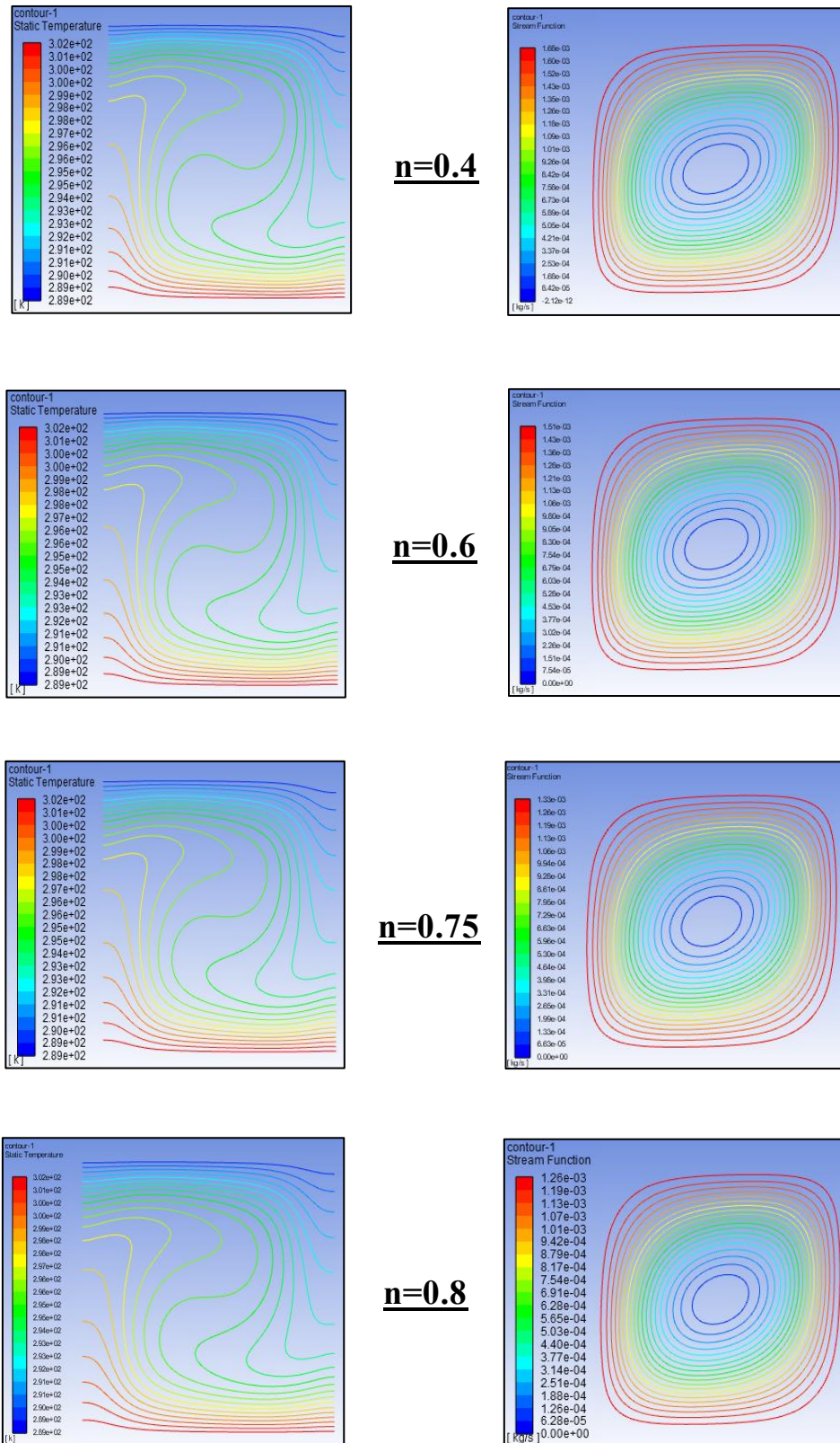


Figure [V-25] : Effet de l'indice « n » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

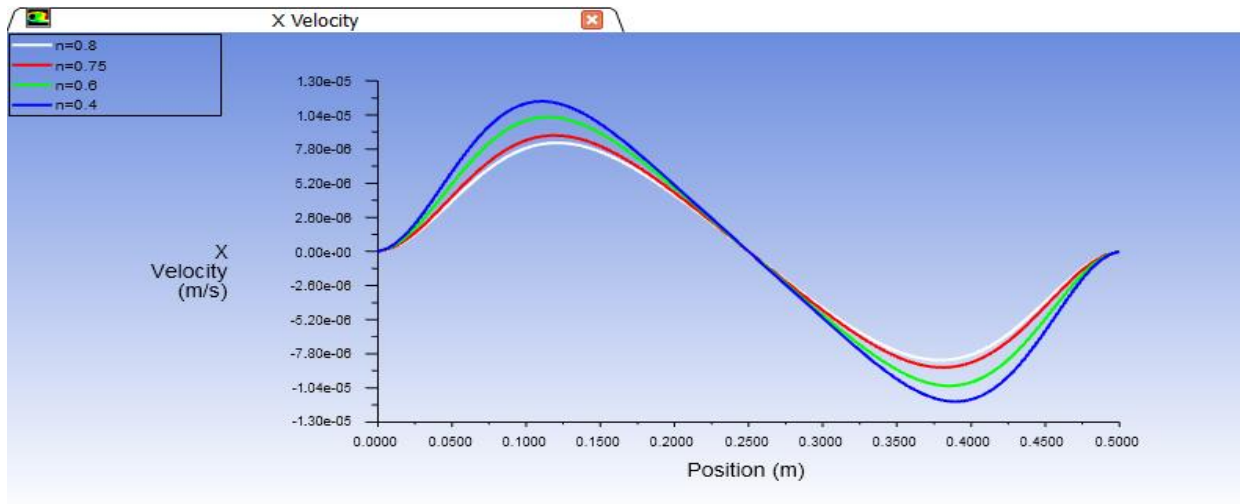


Figure [V-26] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

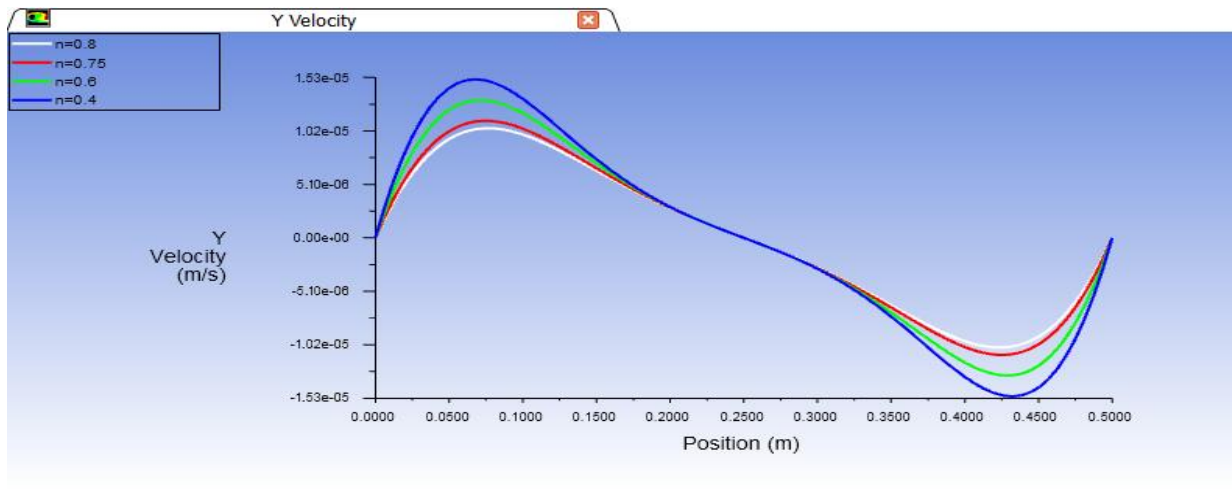


Figure [V-27] : Effet de l'indice « n » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

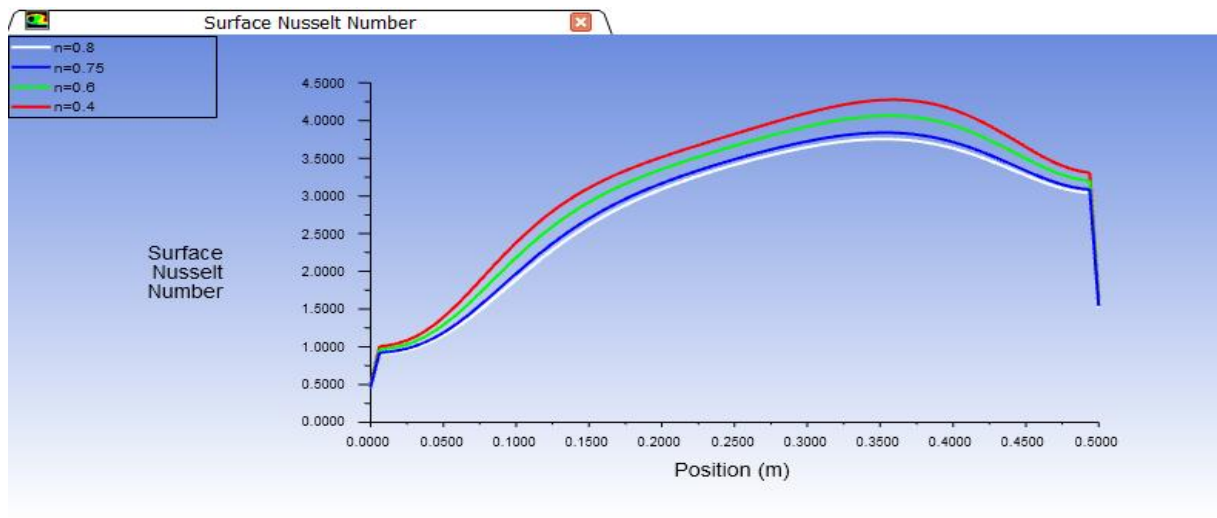


Figure [V-28] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

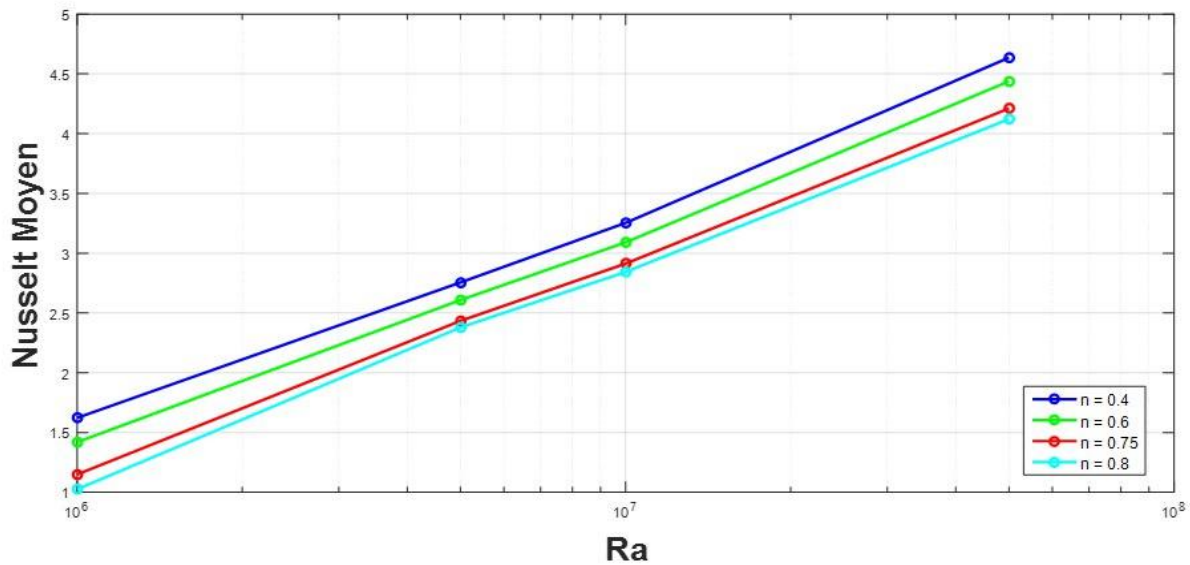


Figure [V-29] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra, $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $\tau_y=8.82$.

V.4.2.2.5 Influence de contrainte a seul (τ_y) sur le nombre de Nusselt :

Le tableau [V-16] présente les résultats numériques du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de la contrainte seuil τ_y , pour un indice de puissance $n=0,75$ et un nombre de Rayleigh fixé à $Ra=10^7$, avec $A=1$ et $K=0,447$.

La figure [V-30] illustre l'effet de la contrainte seuil τ_y sur les champs d'écoulement et de température dans la cavité pour $Ra=10^7$, avec $A=1$, $K=0,447$, et $n=0,75$. On observe que lorsque τ_y augmente, les isothermes deviennent plus régulières et moins déformées, indiquant une diminution de l'intensité du transfert thermique. De même, les lignes de courant montrent une réduction du mouvement de convection dans la cavité.

Les figures [V-31] et [V-32] montrent l'effet de la contrainte seuil τ_y sur les composantes de vitesse horizontale « u » et verticale « v », respectivement, en fonction de la position X. Les résultats sont obtenus pour $Ra=10^7$, avec $A=1$, $K=0,447$ et $n=0,75$. On observe que l'augmentation de τ_y réduit progressivement l'amplitude des vitesses « u » et « v », ce qui indique une diminution de l'intensité de l'écoulement. Cette baisse de vitesse traduit l'effet de résistance introduit par la contrainte seuil, qui limite la circulation du fluide à l'intérieur de la cavité.

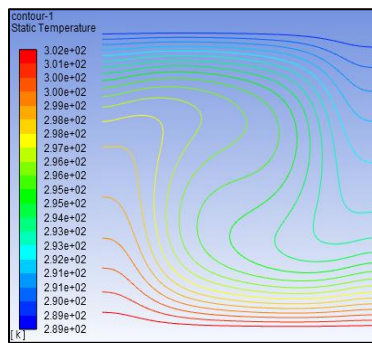
Les figures [V-33] et [V-34] illustrent l'effet de la contrainte seuil τ_y sur le nombre de Nusselt, local et moyen, respectivement. Les résultats sont obtenus pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0,447$ et $n=0,75$. On remarque que l'augmentation de τ_y provoque une diminution progressive du nombre de Nusselt, que ce soit localement ou en moyenne. Cela indique que

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

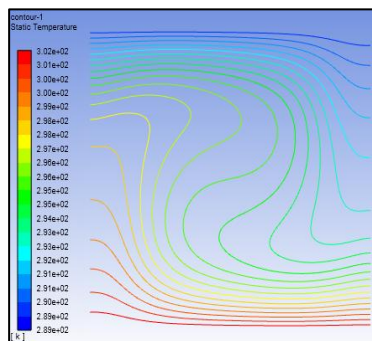
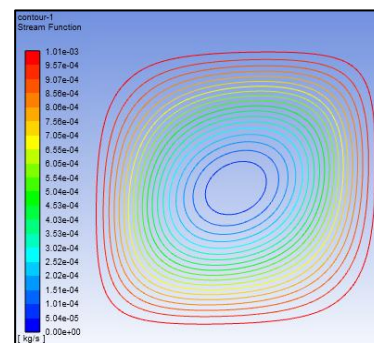
plus la contrainte seuil est élevée, plus le transfert thermique par convection naturelle est affaibli, en raison de la réduction des mouvements convectifs dans la cavité.

Tableau [V-16] : Effet de contrainte à seuil sur la variation du Nu_m pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

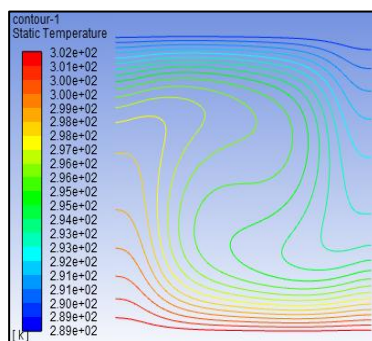
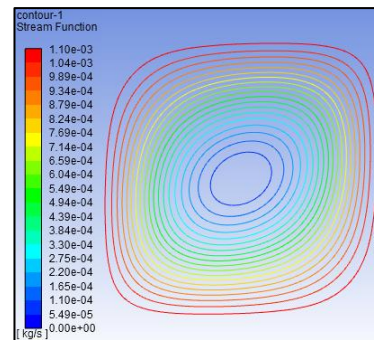
n	Ra	τ_y	Nu
0.75	10^7	3	3.2035553
		8.82	2.9128224
		11	2.8315422
		16	2.6781278
		20	2.5782808



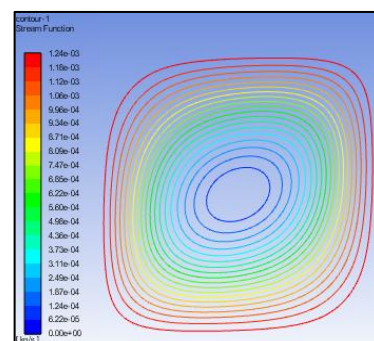
$\tau_y=20$



$\tau_y=16$



$\tau_y=11$



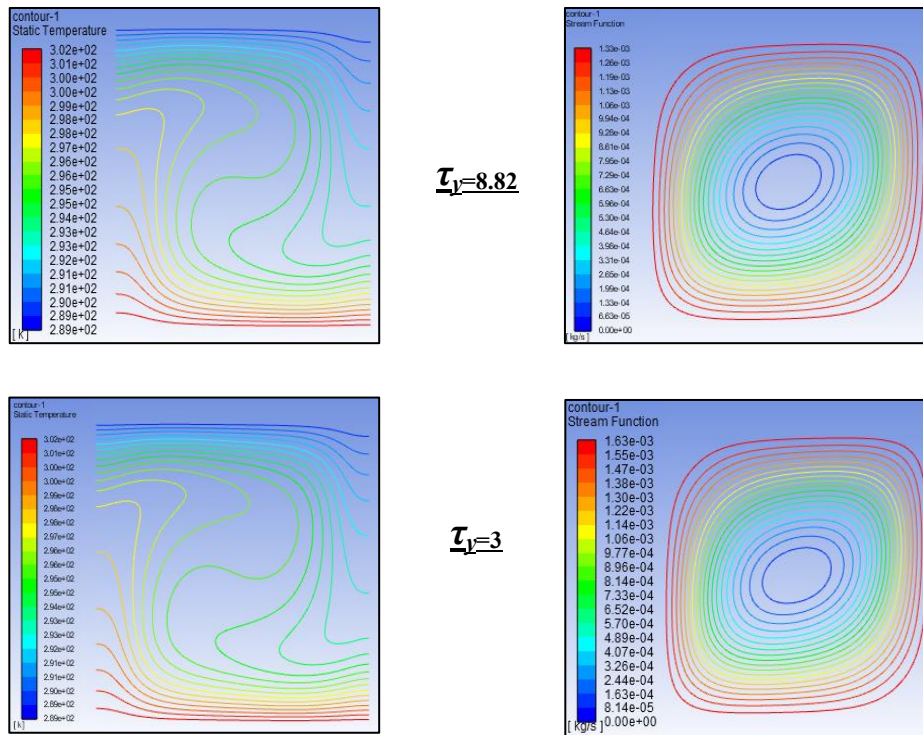


Figure [V-30] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur le champ de l'écoulement est l'isotherme pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

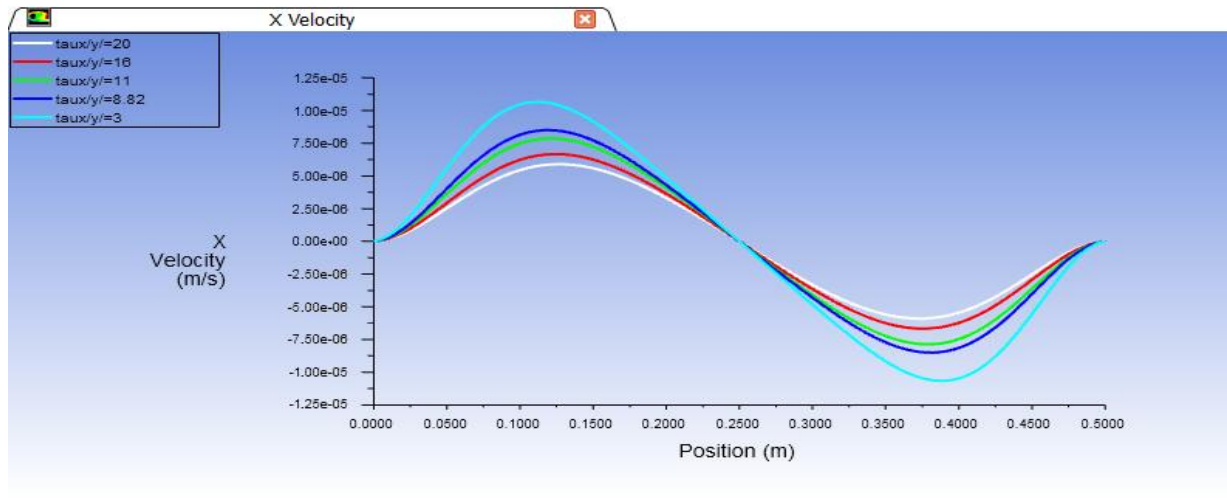


Figure [V-31] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

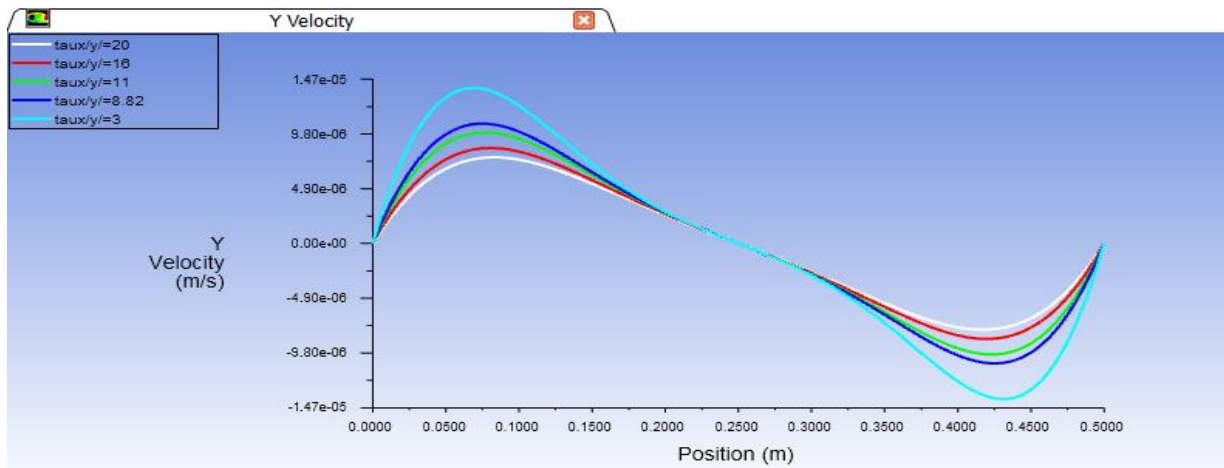


Figure [V-32] : Effet de contrainte à seul « τ_y » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

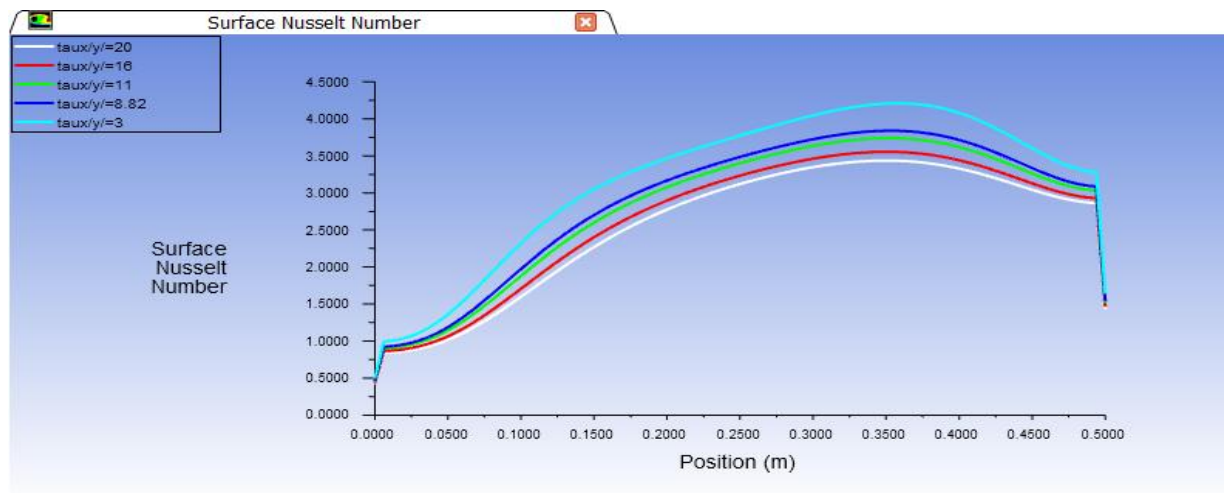


Figure [V-33] : L'effet de « τ_y » sur la valeur de Nusselt local en fonction de X pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

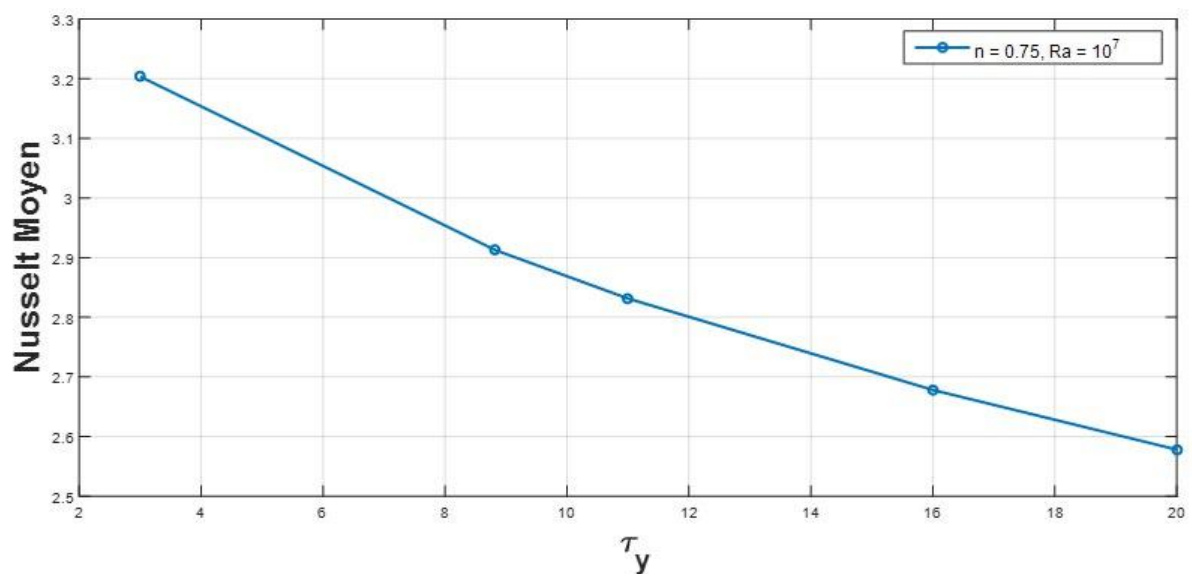


Figure [V-34] : L'effet de « τ_y » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra pour $A=1$, $Ra=10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

V.4.2.2.5 Influence de nombre de Bingham (Bn) sur le nombre de Nusselt :

Le tableau [V-17] présente l'effet du nombre de Bingham sur le nombre de Nusselt moyen, pour différentes valeurs de l'indice de puissance « n », du nombre de Rayleigh Ra , avec $A = 1$, $K = 0,447$.

La figure [V-35] présente l'effet du nombre de Bingham Bn sur le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra , pour $A = 1$, $n = 0,75$ et $K = 0,447$. On remarque que, pour une valeur donnée de Ra , le nombre de Nusselt diminue lorsque Bn augmente. Cela s'explique par le fait qu'un Bn plus élevé introduit une résistance plus importante à l'écoulement, réduisant ainsi l'intensité de la convection naturelle.

Les figures [V-36] et [V-37] montrent les profils des composantes horizontale et verticale de la vitesse « u » et « v », respectivement aux positions médianes $y = h/2$ et $x = h/2$, en fonction de X , pour un nombre de Rayleigh fixé à $Ra = 5 \times 10^7$, $A = 1$, $K = 0.447$ et différentes valeurs du nombre de Bingham $\{Bn = 0.9, 0.4, 0.1\}$. On observe que l'augmentation du nombre de Bingham atténue les composantes de la vitesse, traduisant une diminution de l'intensité de l'écoulement.

La figure [V-38] montre l'effet du nombre de Bingham Bn sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de l'indice de puissance « n » pour $Ra = 5 \times 10^7$, avec $A = 1$ et $K = 0,447$. On observe que, pour chaque valeur de Bn , le nombre de Nusselt diminue lorsque l'indice n augmente. Ce comportement indique que la diminution de n favorise le transfert thermique. Par ailleurs, pour une valeur donnée de « n », Nu_m est toujours plus élevé lorsque Bn est plus faible, ce qui confirme que la résistance à l'écoulement limite la convection naturelle.

L'effet du paramètre Bn sur la valeur du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de l'indice de puissance $n = \{0.4, 0.6, 0.76\}$, avec $A = 1$, $Ra = 5 \times 10^7$ et $K = 0.447$, est illustrée dans la figure [V-39]. On remarque que la valeur du nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation de Bn , ce qui indique une réduction de l'intensité de l'échange thermique par convection. De plus, pour un Bn donné, une diminution de n entraîne une augmentation du Nusselt moyen.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

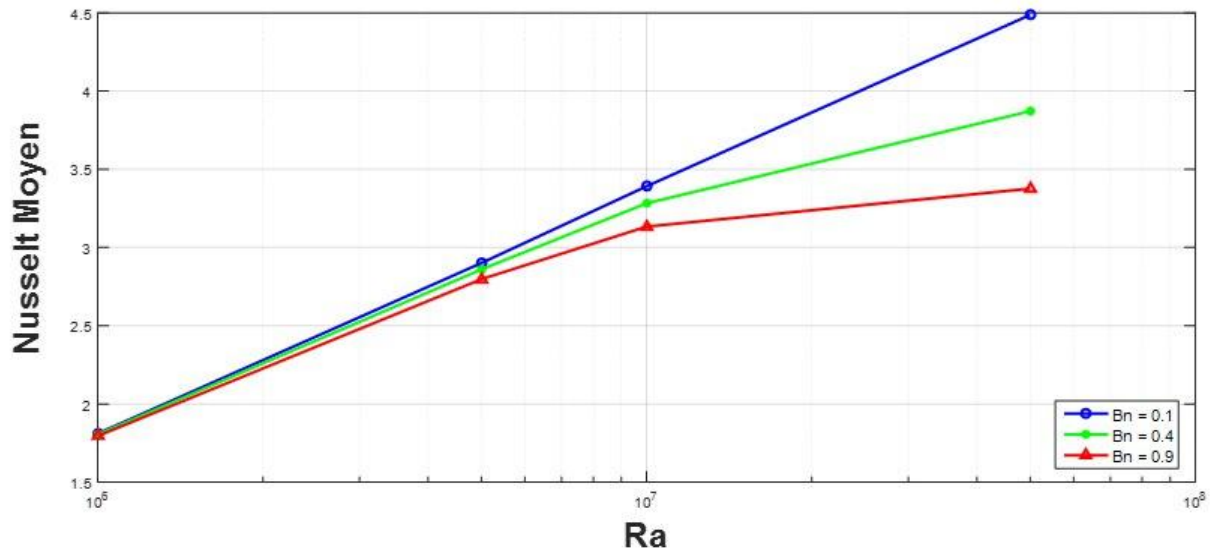


Figure [V-35] : L'effet de « Bn » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Ra avec $A=1$, $n=0.75$, $K=0.447$.

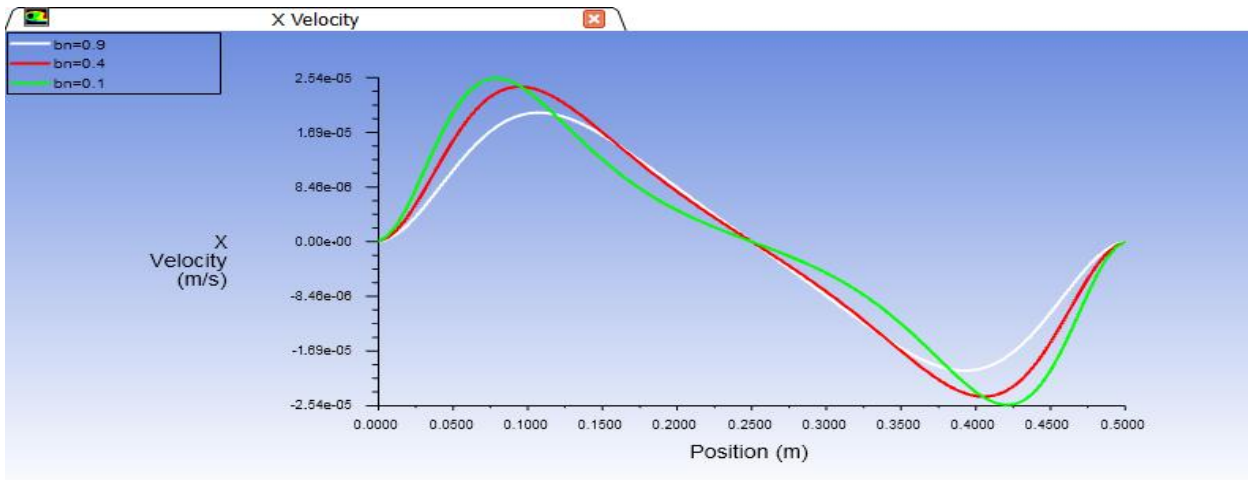


Figure [V-36] : Effet de « Bn » sur la variation de composante « u » en fonction de X pour $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $K=0.447$.

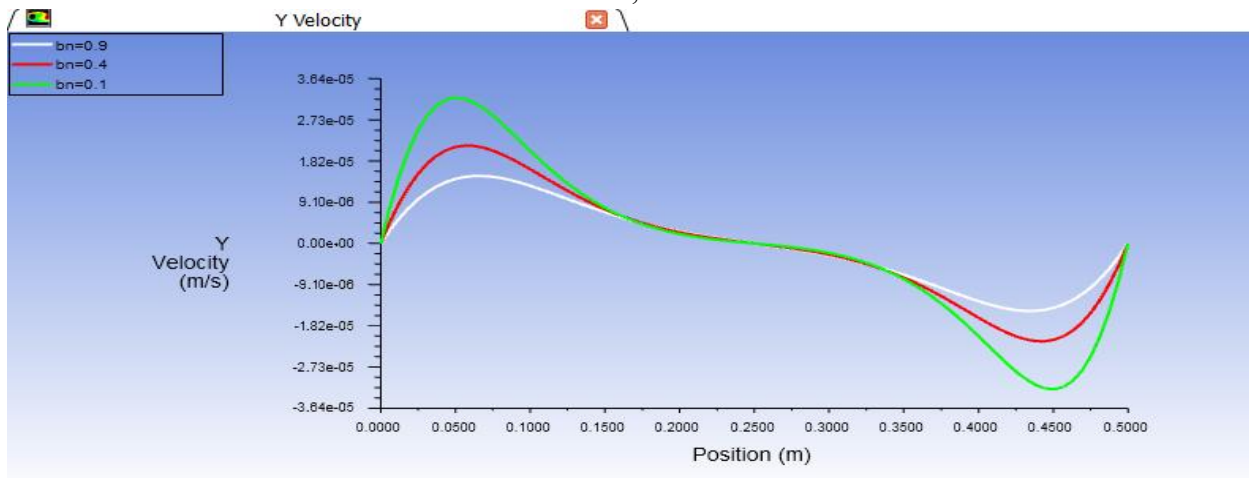


Figure [V-37] : Effet de « Bn » sur la variation de composante « v » en fonction de X pour $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $K=0.447$.

CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

Tableau [V-17] : Effet de nombre de Bingham « Bn » sur la variation du Nu_m en fonction de Ra avec différent de « n » pour $A=1$, $Ra = 10^7$, $K=0.447$, $n=0.75$.

n	Ra	Bn	τ_y	Nu_m
n=0.4	10^6	0.1	0.00117	2.7451486
		0.4	0.00467	2.7440908
		0.9	0.01052	2.7423362
	5×10^6	0.1	0.0081	3.9913777
		0.4	0.0322	3.9820426
		0.9	0.0725	3.9666724
	10^7	0.1	0.0185	3.5769542
		0.4	0.0740	3.5973818
		0.9	0.1665	4.5599977
	5×10^7	0.1	0.1276	6.0893639
		0.4	0.5107	5.7897196
		0.9	1.1490	5.3214058
n=0.6	10^6	0.1	0.00588	2.2218843
		0.4	0.02352	2.2195167
		0.9	0.0529	2.2155901
	5×10^6	0.1	0.0477	3.3338402
		0.4	0.1906	3.3121169
		0.9	0.4289	3.2774267
	10^7	0.1	0.1173	3.8915625
		0.4	0.4694	3.8336845
		0.9	1.0561	3.7462802
	5×10^7	0.1	0.9508	4.9357174
		0.4	3.8033	4.4594394
		0.9	8.5575	4.2029303
n=0.75	10^6	0.1	0.0197	1.8106267
		0.4	0.079	1.8054186
		0.9	0.1977	1.7950517
	5×10^6	0.1	0.1808	2.9006843
		0.4	0.723	2.8598511
		0.9	1.627	2.79732
	10^7	0.1	0.4688	3.3912185
		0.4	1.875	3.2822179
		0.9	4.219	3.1333738
	5×10^7	0.1	4.2866	4.4866733
		0.4	17.146	3.8714433
		0.9	38.579	3.3763383

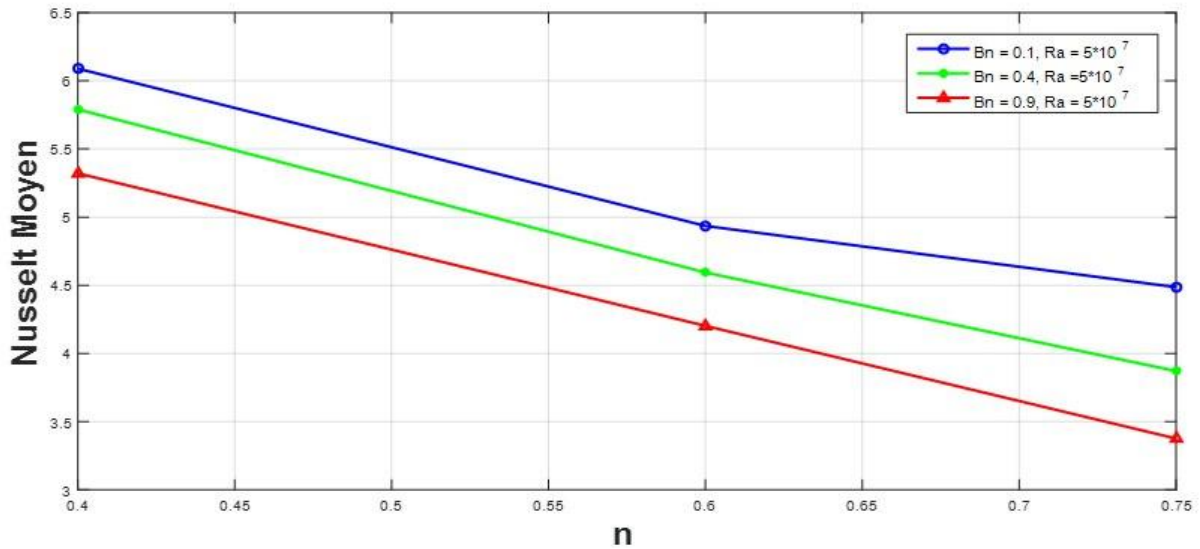


Figure [V-38] : L'effet de « Bn » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de n avec $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $n=0.75$, $K=0.447$.

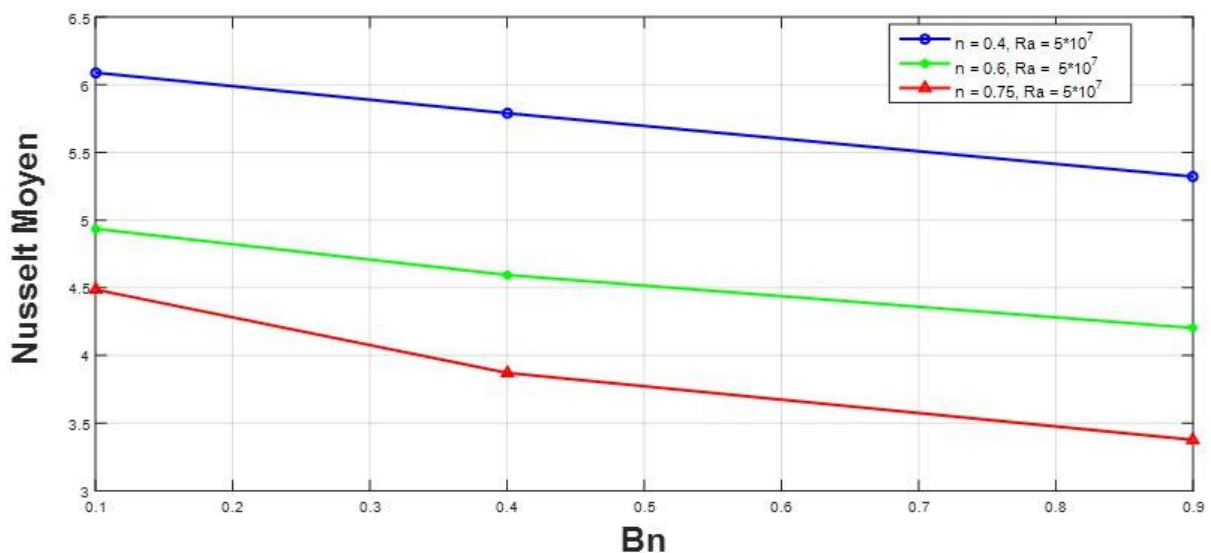


Figure [V-39] : L'effet de « n » sur la valeur de Nusselt moyen en fonction de Bn avec $A=1$, $Ra=5 \times 10^7$, $K=0.447$.

V.4.2.2.6 Effet du rapport de forme A :

Le tableau [V-18] présente la variation du nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction du nombre de Rayleigh Ra , pour deux rapports de forme différents $A = 1$ et $A = 10$. Les résultats sont obtenus avec $K = 0,447$, $n = 0,75$, et $\tau_y = 8,82$.

La figure [IV-40] montre l'influence du rapport de forme A sur les champs d'écoulement et de température pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra , avec $K = 0,447$, $n = 0,75$ et

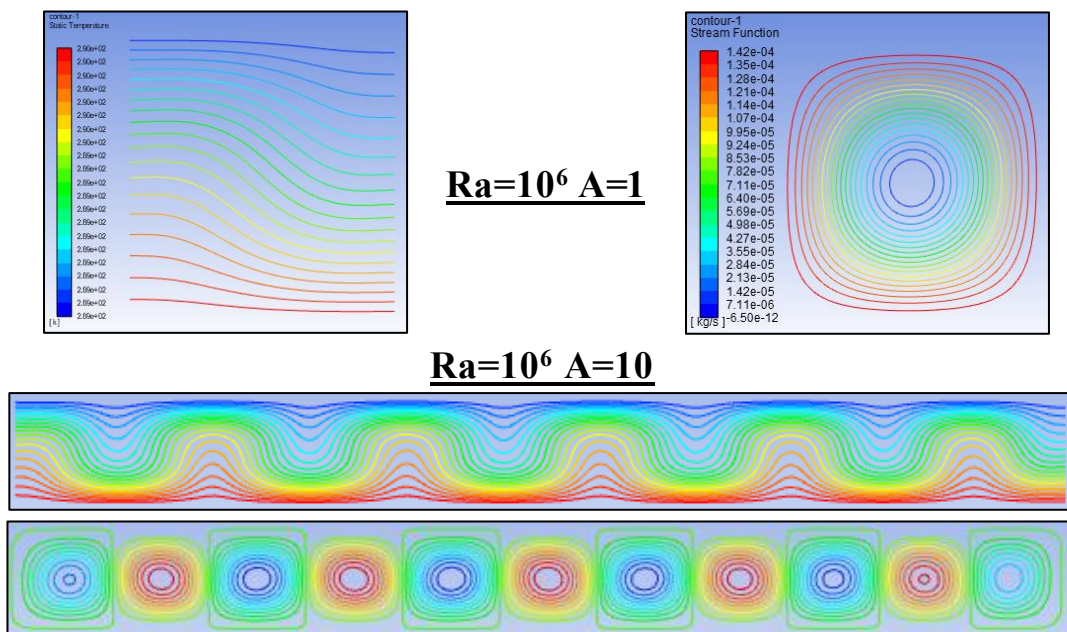
CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION

$\tau_y = 8,82$. On constate que l'augmentation du rapport A modifié significativement la structure des lignes de courant et des isothermes. Pour $A = 10$, le champ présente plusieurs cellules de convection alignées horizontalement, avec des isothermes plus ondulées, ce qui indique une intensification du transfert thermique par convection naturelle. À l'inverse, pour $A = 1$, l'écoulement reste concentré au centre, avec moins de cellules convectives.

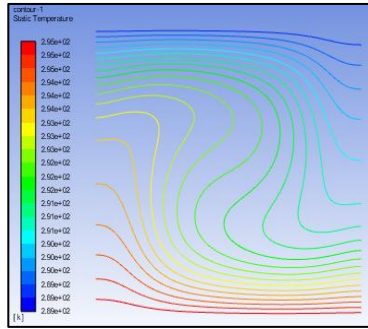
La figure [V-41] présente l'influence du rapport de forme A sur le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, pour les conditions $K = 0,447$, $n = 0,75$ et $\tau_y = 8,82$. On remarque que, pour une même valeur de Ra, le nombre de Nusselt est plus élevé lorsque $A=10$. Cela montre que l'augmentation du rapport de forme améliore le transfert thermique. Par ailleurs, pour chaque valeur de A, Nu_m augmente avec Ra, ce qui traduit une convection naturelle plus intense à mesure que le gradient thermique s'amplifie.

Tableau [V-18] : La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour A=1 et A=10 avec $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

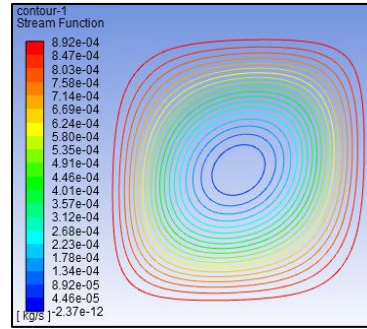
Ra	A=1	A=10
10^6	1.1493998	1.5894023
5×10^6	2.4342191	2.7578749
10^7	2.9128224	3.2259686
5×10^7	4.2110712	4.3682389



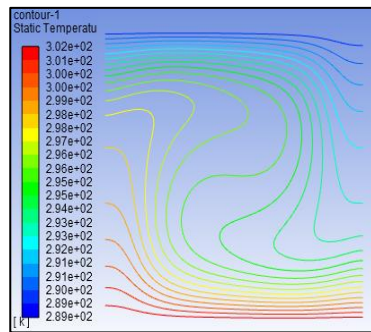
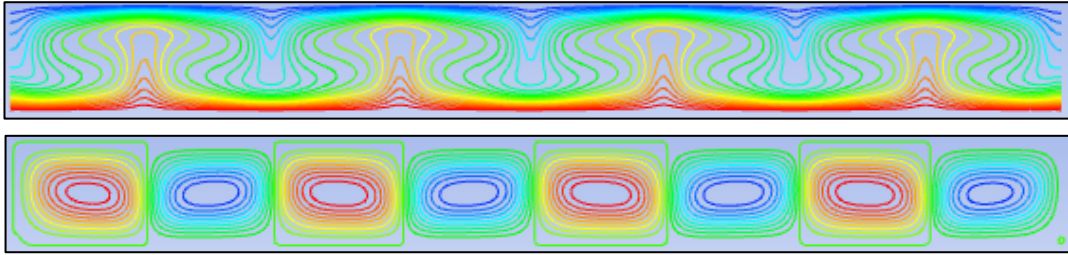
CHAPITRE V : RÉSULTATS ET DISCUSSION



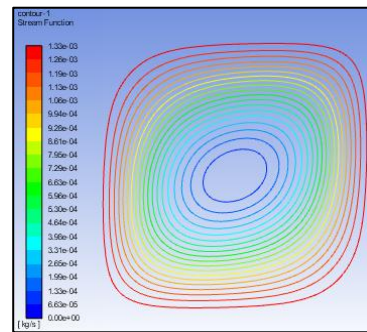
$Ra=5 \times 10^6$ $A=1$



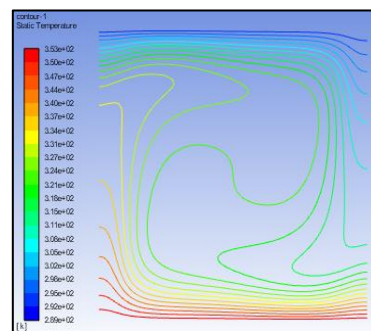
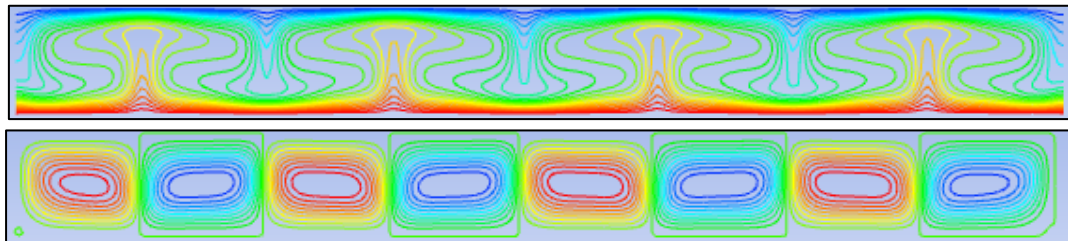
$Ra=5 \times 10^6$ $A=10$



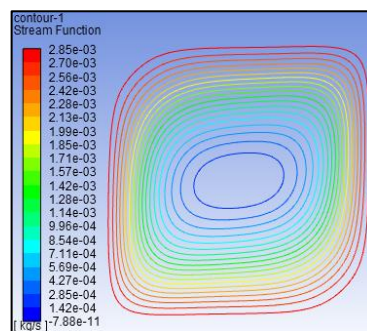
$Ra=10^7$ $A=1$



$Ra=10^7$ $A=10$



$Ra=5 \times 10^7$ $A=1$



$Ra=5 \times 10^7$ $A=10$

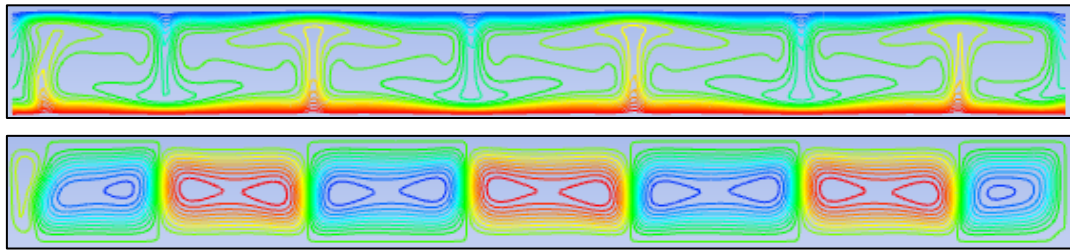


Figure [V-40] : L'influence de rapport A sur le champ de l'écoulement et le champ thermique pour différentes valeurs de Ra avec, $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

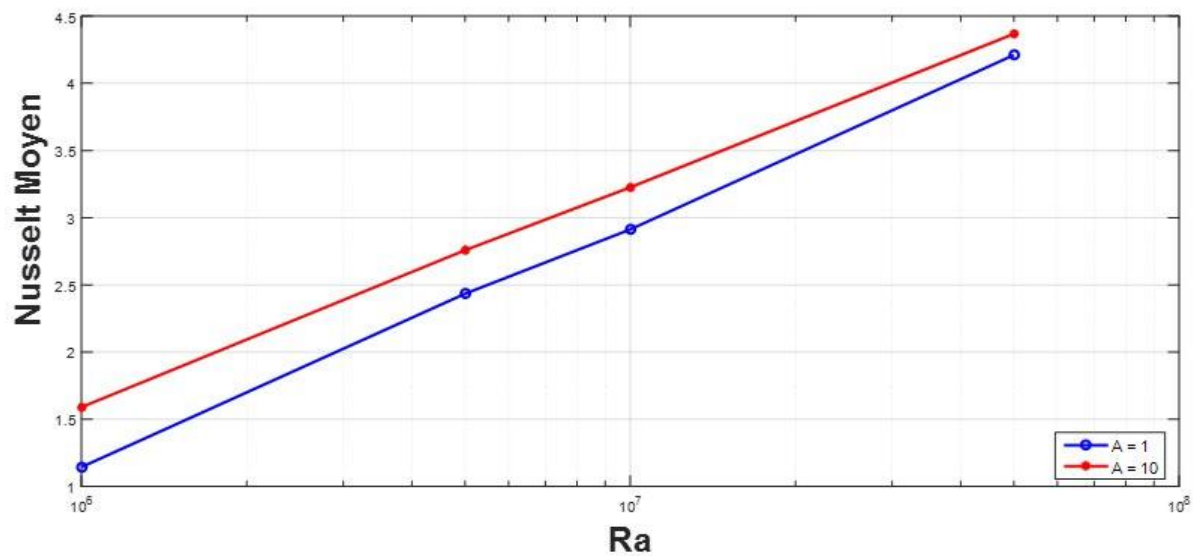


Figure [V-41] : L'influence de rapport A sur le nombre de Nusselt moyen Nu_m en fonction de Ra , avec $K=0.447$, $n=0.75$, $\tau_y=8.82$.

CONCLUSION GÉNÉRAL

Dans ce mémoire, nous avons mené une étude numérique approfondie de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée, soumise à un chauffage par la paroi inférieure et à un refroidissement par la paroi supérieure. Ce travail vise à analyser l'instabilité de Rayleigh-Bénard pour des fluides non-newtoniens, en particulier le gel Carbopol 980 et le pétrole brut, modélisés à l'aide des lois de Carreau-Yasuda et de Herschel-Bulkley.

Les simulations ont été réalisées en régime permanent à l'aide du logiciel Ansys Fluent, couplé à un post-traitement via MATLAB pour l'analyse des champs de vitesse, de température, et du nombre de Nusselt. Une attention particulière a été portée à la validation des résultats par comparaison avec les données de référence issues de la littérature, assurant ainsi la fiabilité du modèle numérique adopté.

Dans le cas du modèle de Carreau-Yasuda, les résultats ont montré que la diminution de l'indice de puissance « n » entraîne une augmentation de l'intensité de la convection naturelle, traduite par une hausse significative du nombre de Nusselt moyen et local. De plus, il a été constaté que la constante de temps adimensionnelle « E » influe directement sur le comportement de l'écoulement, en particulier pour des valeurs faibles de « n », où une convection plus marquée est observée.

Concernant le modèle de Herschel-Bulkley, nous avons étudié l'effet de la contrainte seuil à travers différentes concentrations de gel Carbopol. Il a été démontré que la présence de zones rigides est étroitement liée à cette contrainte, et que leur étendue varie selon les conditions thermiques et rhéologiques. Pour le pétrole brut algérien, considéré également comme fluide à seuil, les résultats obtenus confirment que l'accroissement du nombre de Rayleigh améliore le transfert thermique, tandis que l'augmentation de la contrainte seuil a tendance à limiter la mobilité du fluide dans certaines régions.

L'analyse approfondie du rapport de forme « A » a révélé un impact considérable sur la structuration des cellules de convection, avec l'apparition de plusieurs rouleaux dans les cavités à grand aspect ratio, influençant ainsi la distribution des flux thermiques dans le domaine.

En conclusion, ce travail a mis en évidence l'importance des paramètres rhéologiques dans l'évolution des régimes d'écoulement et du transfert thermique. L'utilisation combinée d'un outil de simulation numérique comme Fluent et d'un environnement de calcul comme MATLAB permet de mieux comprendre et anticiper le comportement complexe des fluides non-newtoniens en convection naturelle.

LISTE DES SYMBOLES

A : Rapport de forme $A = L/H$

H : Hauteur de la cavité [m]

L : Largeur de la cavité [m]

E : Temps caractéristique adimensionnel

n : Indice de la loi en puissance

C_p : Chaleur massique à pression constante [*J.kg/k*]

T : Température [K]

T_c : Température de la paroi chaude

T_f : Température de la paroi froide

ΔT : Ecart de température $\Delta T = T_c - T_f$

U : Composant adimensionnelle de la vitesse suivant x

V : Composant adimensionnelle de la vitesse suivant y

u : Composant de la vitesse suivant la direction x [*m/s*]

v : Composant de la vitesse suivant la direction y [*m/s*]

t : Temps [s]

s : Rapport de la viscosité à taux de cisaillement infini sur taux de cisaillement nul $s = \mu_{\infty}/\mu_0$

K : coefficient de consistance

P : pression [N. *m*⁻²]

Lettres grecques

β : Le coefficient de dilatation thermique en [°C⁻¹]

α : La diffusivité thermique du fluide en [*m*². *s*⁻¹]

μ : Viscosité dynamique du fluide [*kg. m*⁻¹. *s*⁻¹]

γ : Viscosité cinématique du fluide [*m*². *s*⁻¹]

$\dot{\epsilon}$: Taux de déformation (taux de cisaillement)

ρ : Masse volumique du fluide [kg. m^{-3}]

λ : La conductivité thermique du fluide [W/m K]

τ : contrainte de cisaillement

τ_y : contrainte à seuil

θ : Température adimensionnelle

Opérateurs mathématiques

Δ : Opération différence

∇ : Opération de gradient

∂ : Dérivée partielle

Nombres adimensionnels

Pr : Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\gamma}{\alpha}$

Ra : Nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\alpha\gamma}$

Gr : Nombre de Grashof $Gr = \frac{g\beta\Delta\theta H^3}{\gamma^2}$

Nu : Nombre de Nusselt $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

Bn : Nombre de Bingham $Bn = (Ra \times Pr)^{\left(-\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{\tau_y}{\rho g \beta \Delta T h}\right)$

REFERENCES

- [1] : TABET Sara « Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte fermée partiellement chauffée », thèse de Doctorat LMD, Université d'Oran 2, Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle 2017.
- [2] : B. A. Hamid « Contribution à L'étude thermo-hydrodynamique des fluides Binghamiens » Thèse de Doctorat, Université M'HAMED BOUGARA, BOUMERDES ,2011.
- [3] : G. Couarraze. J.L. Grossiord « Initiation à la rhéologie » Tec & Doc, Lavoisier, 3ème édition, paris, 2000.
- [4] : Étienne GUYUN-Jean-Pierre HULIN « Hydrodynamique physique », Nouvelle édition revue et augmentée en France 2001.
- [5] : RIGAL Clair « comportement de fluides complexes sous écoulements : approche expérimental par résonance magnétique nucléaire et technique optiques et simulation numérique », institut national Polytechnique de lorraine, thèse ,2012.
- [6] : Alloui, Z. (s.d.). Rhéologie des biofluides – Chapitre 3 : Comportement Non Newtonien. Université de Batna 2.
- [7] : Elisabeth Guazzelli. Rhéologie des fluides complexes. École d'ingénieur. Rhéologie des fluides complexes, France. 2001. cel-01522165.
- [8] : BENOURED Ouahiba « Convection De RAYLEIGH-BÉNARD D'un fluide Rhéofluidifiant confiné dans une conduite rectangulaire » thèse Université Blida-1-2016.
- [9] : H. J. W. K. Barnes H.A., «An Introduction to Rheology » Elsevier Science Publishers, 1989, p. 200.
- [10] : Chhabra, R.P., Richardson, J.F., "Fundamentals and Engineering Applications", Butterworth-Heinemann, (1999), 436 p.
- [11] : Baird C.G. Collias D.I., Polymer Processing: Principles and Design, New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [12] : Dr. Hammadi L. Rhéologie des fluides complexe USTOMB.
- [13] : Fourar Karim « Amélioration des propriétés rhéologique des fluides de forge a base de Bio polymères » Thèse Université M'HAMED BOUGARA, Boumerdes, 2007.
- [14] : Herschel, W.H., Bulkley, R., 1926. Konsistenzmessungen von GummiBenzollösungen. Kolloid Zeitschrift 39, 291–300.
- [15] : BENTRAD Hocine « Transition Laminaire Turbulent pour les écoulements ouverts de fluides Non-Newtonien » thèse de Doctorat Université Blida.1. 2018.

- [16] : Ramla Mohamed « Simulation Numérique d'un Ecoulement Non Newtonien dans une Conduite rectangulaire avec une contraction brusque 4 :1 » Diplôme de Magister en Physique Université des Sciences et De La Technologie d'ORAN Mohamed Boudiaf 2014.
- [17] : Hussein, A., Dong, Z., Lynch-Branzoi, J., & Tse, S. D. (2021). Graphene-reinforced polymer matrix composites fabricated by in situ shear exfoliation of graphite in polymer solution: processing, rheology, microstructure, and properties. *Nanotechnology*.
- [18] : ELAHACENE, N. E. H. (2019). *Essais et mesures rhéologiques pilotés par le logiciel Rheo3000*. Mémoire de fin d'études (Master Académique en Génie Chimique), Université Abdelhamid Ibn Badis – Mostaganem, p. 12, Figure I.7.
- [19] : Stoffel, M. (2013). Microsystèmes pour la génération et la caractérisation de fluides complexes [Thèse de doctorat, Université Paris-Est].
- [20] : Fakultät für Physik und Geowissenschaften. (s.d.). M 7e "Viscosity Measurements". Physikalisches Grundpraktikum, Universität de Leipzig.
- [21] : Mejni, F., & Kmiha, H. (2015). Étude numérique et expérimentale de la convection de Rayleigh-Bénard.
- [22] : Ahmed Abdelali « Etude expérimentale des instabilités thermoconvectives de Rayleigh-Bénard dans les fluides viscoplastiques » thèse doctorat Université DEGRENOBLE 2012. Français.
- [23] : Conception et Réalisation de l'expérience de Rayleigh-bénard Maringoins, Projet de physique P6, SIPI (P6) 2018-047, Institut national des sciences appliquées ROUEN.
- [24] : Abdelhakim Benslimane « Rhéologie et écoulement de fluides chargés : Application aux réseaux d'assainissement urbains. Etude expérimentale et modélisation. » Thèse de docteur de l'université de Strasbourg.
- [25] : Tulving, E. (2002). Episodic memory: From mind to brain. *Annual Review of Psychology*, 53, 1-25.
- [26] : Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2011). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (7th ed.). John Wiley & Sons.
- [27] : Parlons Sciences. (s.d.). Les transferts de chaleur. Parlons Sciences
- [28] : Clerc, K. (s.d.). Transferts thermiques
- [29] : Mergui, S. (s.d.). Transferts thermiques : Conduction - Convection - Rayonnement. Université Paris-Sud.
- [30] : Superprof. (s.d.). Les transferts thermiques.
- [31] : Jacques Huetz, la convection mixte dans les métaux en fusion, direction du groupe de recherché thermique du C.N.R.S associé à l'école central des Arts et anufacteurs.

- [32] : Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2017). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (8th ed.). Wiley.
- [33] : Belgaid, B. (2021). Transfert de chaleur par rayonnement. Dans Aide-mémoire de l'isolation thermique du bâtiment.
- [34] : Harnane, Yamina, & Afrid, Mohamed. Modélisation de la convection laminaire de Rayleigh-Bénard dans une enceinte cubique. JITH 2007, Albi, France.
- [35] : J. CRABOL « transfert de chaleur », 2eme tirage corrigé, MASSON Editeur 120, boulevard Saint-Germain 75280 Paris Cedex 06 aout 1996.
- [36] : Schlichting, H., & Gersten, K. (2016). Boundary-Layer Theory. Springer.
- [37] : FRANCOIS CHARRU "INSTABILITÉS HYDRODYNAMIQUES", série physique et collection dirigée par Michele LEDUC, CNRS édition, imprimé en France Octobre 2007
- [38] : GUESTAL Mabrouk « Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement » thèse Université de MENTOURI CONSTANTINE 06/01/ 2010.
- [39] : Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC). (2012). Plaquette de présentation du LOMC. UMR 6294 CNRS-Université du Havre.
- [40] : D. Gray et A. Giorgini. The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases. International Journal of Heat and Mass Transfer, 19 :545–551, 1976.
- [41] : Bejan, A. (2013). Convection Heat Transfer. John Wiley & Sons.
- [42] : FRANCOIS CHARRU "INSTABILITÉS HYDRODYNAMIQUES", série physique et collection dirigée par Michele LEDUC, CNRS édition, imprimé en France Octobre 2007
- [43] : MORSLI SOUAD « Simulation numérique de la convection naturelle et la génération de l'entropie dans les cavités » Diplôme de Doctorat, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran MOHAMED BOUDIAF, 2015.
- [44] : Mohamed Hatem Allouche. « Étude théorique et expérimentale de la stabilité de l'écoulement de films de fluide non Newtonien sur plan incliné. Mécanique des fluides ». Université Claude Bernard - Lyon I, 2014. Français. NNT : 2014LYO10185.tel-01127309.
- [45] : White, F. M. (2011). *Fluid Mechanics* (7th ed.). McGraw-Hill Education.
- [46] : FRANCOIS CHARRU "INSTABILITÉS HYDRODYNAMIQUES", série physique et collection dirigée par Michele LEDUC, CNRS édition, imprimé en France Octobre 2007
- [47] : Ahlem ARFAOUI OMRANI « Etude de la convection aux petites échelles : Application au refroidissement des composants électronique » thèse de Doctorat Université de Reims-Champagne Ardenne et de l'Université de Tunis El Manar, 2009.

- [48] : ANSYS, Inc. (2019). ANSYS Workbench User Guide. Release 2019 R1. Canonsburg, PA, USA: ANSYS, Inc.
- [49] : BENSENOUCIDjamel « Étude de la convection mixte transitoire conjuguée dans une conduite verticale munie d'obstacle avec génération volumétrique de chaleur soumise à plusieurs types de sollicitation thermique » thèse de Doctorat Université Tlemcen Abou Bekr Belkaid.
- [50] : (2015). The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with Open FOAM and Matlab.
- [51] : DJIMLI Samir « Modélisation de la convection à faible nombre de Prandtl » diplôme de Magister Université MENTOURI – CONSTANTINE.
- [52] : Hadi TAIBI « Modélisation Numérique de l'évolution des zones rigides au sein de l'écoulement stationnaire du fluide Herschel-Bulkley » thèse de doctorat, université Ziane Achour-Djelfa, 2017.
- [53] : Santhosh Kumar M.K « CFD ANALYSIS OF NATURAL CONVECTION IN DIFFERENTIALLY HEATED ENCLOSURE » thèse de master, National Institute of Technology Rourkela 2009.
- [54] : Halhal, A., & Bouamama, A. E. (2020). *Simulation numérique d'un écoulement de Rayleigh-Bénard pour un fluide non-Newtonien* [Mémoire de Master, Université Saad Dahlab de Blida 1, Département de Mécanique, Faculté de Science et Technologie].
- [55] : Kebiche, Z., Castelain, C., & Burghelea, T. (2014). Experimental investigation of the Rayleigh-Bénard convection in a yield stress fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 203, 9–23.
- [56] : Benziane, M., & Zahloul, H. (2003). *Étude des caractéristiques rhéologiques des fluides non newtonien – Cas du pétrole brut*. Université de Chlef, Département de Génie Mécanique.
- [57] : Ntsiete Banzouzi, G. P. (2017). *Simulation numérique de l'écoulement d'un fluide non newtonien dans une conduite présentant un rétrécissement de section droite : Application au pétrole brut* (Mémoire de Master, Université Ibn-Khaldoun de Tiaret).