

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT  
SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE DE BLIDA 1 FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

Projet de Fin d'Études  
Pour l'obtention du Diplôme de Master en Construction  
Mécanique

Détermination numérique de la longueur de la zone cohésive  
d'une structure rectangulaire fissurée avec le modèle de  
Dugdale et comparaison avec la théorie

**Promoteur :**

P. Hicheme Ferdjani

**Réalisé par :**

Hidjaoui Rafik

Koriche Mohamed

**Promotion : 2024/2025**

# Remercie

**Nous sommes profondément reconnaissants envers Dieu pour son aide tout au long de notre parcours académique, et pour le savoir qu'Il nous a accordé, grâce auquel nous avons pu rédiger ce mémoire.**

Il m'est extrêmement difficile de trouver les mots qui expriment pleinement ce sentiment, car aujourd'hui, je tourne les dernières pages de cette aventure. Des pages marquées par de nombreux défis, de la fatigue, et des moments où ma confiance en moi a été mise à l'épreuve. Mais elles ont aussi été remplies de soutien, d'amour et de ces cœurs qui ont été une force inébranlable à mes côtés.

À mes chers parents, vous avez toujours été la lumière qui éclaire mon chemin dans les ténèbres de l'inquiétude et de l'épuisement. Merci, et sachez que les mots ne suffiront jamais à exprimer ma gratitude pour votre foi en moi, pour vos sacrifices silencieux qui ont été la base de ma force. Votre amour a été la source d'énergie qui m'a permis d'avancer.

À Monsieur le Professeur **Ferdjani Hicheme**, je vous adresse toute ma gratitude pour vos conseils, votre patience et vos précieuses remarques qui ont illuminé mon travail et m'ont aidé à progresser. Votre soutien a été un pilier inestimable.

Un immense merci à mon binôme **Hidjaoui Rafik**, qui a été un véritable soutien et qui a contribué à construire notre effort commun. Merci pour notre collaboration tout au long de cette recherche, je suis profondément reconnaissant pour chaque moment, chaque défi que nous avons surmonté ensemble.

Je remercie de tout mon cœur ma famille et mes proches, pour leurs mots réconfortants qui ont allégé mon fardeau, et pour leur présence indéfectible même dans les moments les plus difficiles. Vous avez donné à cette aventure sa chaleur humaine.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui ont croisé mon chemin au cours de cette aventure, même furtivement. Chacun d'entre vous a laissé une empreinte, et chaque soutien, même le plus simple, a eu un impact profond sur moi.

Ce travail n'est pas simplement le résultat d'un effort personnel, mais une preuve d'amour et de gratitude envers tous ceux qui ont cru en moi et m'ont accompagné.

## Résumé :

Le but de ce travail est de l'étude de la propagation d'une fissure de Dugdale en utilisant le logiciel Comsol Multiphysique.

Nous modélisons une zone cohésive dans une plaque rectangulaire fissurée en traction simple. Nous déterminons la longueur de cette zone en fonction de la charge appliquée. Nous comparons également avec les résultats théoriques.

**Mots clef :** Facteur d'intensité de contrainte , COMSOL ,modèle de Dugdale, fissure.

## ملخص :

يهدف هذا العمل إلى دراسة انتشار شق من نوع **dugdale** باستخدام برنامج **comsol .multiphysics**.

نقوم بنمذجة منطقة تماسك في صفيحة مستطيلة تحتوي على شق وتعرض لشد بسيط. يتم تحديد طول منطقة التماسك بدلالة الحمولة المطبقة، كما نقوم بمقارنة النتائج المستخلصة مع النتائج النظرية.

### الكلمات المفتاحية

، نموذج دوغدال، شق COMSOL معامل تركيز الإجهاد،

# Abstract

The purpose of this work is to study crack propagation using the COMSOL Multiphysics software.

A cohesive zone is modeled in a cracked rectangular plate. The obtained results, particularly the stress distribution and the size of the plastic zone, are then compared to the theoretical predictions from the Dugdale model.

Keywords: stress intensity factor, crack, COMSOL, Dugdale model, fracture.

# Liste des symboles

$\sigma_{\infty}$	Charge de traction
K	Facteur d'Intensité de Contrainte
$K_c$	Facteur d'Intensité de Contrainte critique
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\phi$	Fonction d'Airy
E	Module de Young
KI , KII , KIII	Facteurs d'intensité de contrainte en mode I, II et III
$u_i$	Déplacement
O	Origine du repère
$\sigma_{ij}$	Contrainte
$(\xi, \eta)$	Coordonnées du nœud dans le repère local
$\mu$	Module de cisaillement
$r, \theta$	Coordonnées polaires
$f_{ij}$	Une fonction adimensionnelle dépendant du mode de chargement

## Liste des figures

Figure I.1 : Modes de rupture [5]

Figure I.2a : Mode I.

Figure I.2b : Mode II.

Figure I.2c : Mode III

Figure I.3 : Etat de contrainte dans un solide fissuré

Figure I.4: Représentation schématique de la zone cohésive située devant la fissure macroscopique en mode I

Figure I.5 : Schéma de la fissure zone cohésive

Figure I.6: Loi d'interaction de Dugdale dans La direction normale

Figure I.7 : Fissure de Dugdale

Figure II.1- modèle complet

Figure II.2 - Quarte modèle

Figure II.3-création de la dimension 2d

Figure II.4- sélectionner la physique

Figure II.5 Création de physique

Figure II.6-creation de l'étude

Figure II.7-creation des points

Figure II.8-dessin des points

Figure II.9-dessin de polygone

Figure II.10- La barre d'outil du matériaux

Figure II.11-définition de matériau

Figure II.12-définition de la sélection

Figure II.13-La barre d'outil de la physique

Figure II.14- création les chargements et les conditions aux limites

Figure II.15- symétrie par rapport le plan vertical et horizontal

Figure II.16-Définition de la charge 3

FigureII.17- Définition de la charge 4

Figure II.18-la barre d'outil de maillage triangulaire

Figure II.19 - précision de maillage triangulaire

Figure II.20chois des éléments

Figure II.20(c)- maillage raffiner

Figure II.21-le maillage final de la plaque

Figure II.22-zoom x de maillage final de la plaque

Figure II.23- la barre d'outils de l'étude

Figure II.24- contrainte de Von mises

Figure II.25-zoom de contrainte Von mises

Figure II.26-évaluation de C et  $\sigma$  en fonction de a

Figure II.27-évaluation de  $\sigma$  en fonction de (c-a)/a

Figure A.1- contrainte de Von Mises pour c=0.6 et  $\sigma =0.66$

Figure A.2- contrainte de Von Mises pour c=0.6 et  $\sigma =0.66$

Figure A.3- contrainte de Von Mises pour c=1 et  $\sigma =0.8$

Figure A.4- zoom contrainte de Von Mises pour c=1 et  $\sigma =0.8$

Figure A.5- contrainte de Von Mises pour c=1.5 et  $\sigma =0.87$

Figure A.6-zoom contrainte de Von Mises pour c=1.5 et  $\sigma =0.87$

Figure A.7- contrainte de Von Mises pour c=2 et  $\sigma =0.91$

Figure A.8- zoom contrainte de Von Mises pour c=2 et  $\sigma =0.91$

Figure.A.9- contrainte de Von Mises pour c=2.5 et  $\sigma =0.926$

Figure.A.10- contrainte de Von Mises pour c=2.5 et  $\sigma =0.926$

FigureA.11- contrainte de Von Mises pour c=3 et  $\sigma =0.937$

FigureA.12- zoom contrainte de Von Mises pour c=3 et  $\sigma =0.937$

FigureA.13- contrainte de Von Mises pour c=3.5 et  $\sigma =0.949$

FigureA.14-zoom contrainte de Von Mises pour c=3.5 et  $\sigma =0.949$

FigureA.15- contrainte de Von Mises pour c=4 et  $\sigma =0.956$

FigureA.16- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=4$  et  $\sigma =0.956$

FigureA.17- contrainte de Von Mises pour  $c=4.5$  et  $\sigma =0.961$

FigureA.18- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=4.5$  et  $\sigma =0.961$

FigureA.19- contrainte de Von Mises pour  $c=5$  et  $\sigma =0.964$

FigureA.20- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=5$  et  $\sigma =0.964$

FigureA.21- contrainte de Von Mises pour  $c=5.5$  et  $\sigma =0.964$

FigureA.22- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=5.5$  et  $\sigma =0.964$

FigureA.23- contrainte de Von Mises pour  $c=6$  et  $\sigma =0.967$

FigureA.24- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=6$  et  $\sigma =0.967$

FigureA.25- contrainte de Von Mises pour  $c=6.5$  et  $\sigma =0.97$

FigureA.26- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=6.5$  et  $\sigma =0.97$

FigureA.27- contrainte de Von Mises pour  $c=7$  et  $\sigma =0.9703$

FigureA.28- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=7$  et  $\sigma =0.9703$

FigureA.29- contrainte de Von Mises pour  $c=7.5$  et  $\sigma =0.973$

FigureA.30- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=7.5$  et  $\sigma =0.973$

FigureA.31- contrainte de Von Mises pour  $c=8$  et  $\sigma =0.974$

FigureA.32- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=8$  et  $\sigma =0.974$

Figure A.33- contrainte de Von Mises pour  $c=8.5$  et  $\sigma =0.976$

Figure A.34- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=8.5$  et  $\sigma =0.976$

FigureA.35- contrainte de Von Mises pour  $c=9$  et  $0.9730$

FigureA.36- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=9$  et  $0.9730$

FigureA.37- contrainte de Von Mises pour  $c=9.5$  et  $\sigma =0.978$

FigureA38- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=9.5$  et  $\sigma =0.978$

# Liste des tableaux

Tableau II.1 Application numérique

Table II.2-Evaluation de  $c$  et  $\sigma$  en fonction de  $a$

# *Sommaire*

<b>-Introduction Générale.....</b>	<b>17</b>
------------------------------------	-----------

## **Chapitre I : Rappels Théorique**

<b>-I.1.Introduction .....</b>	<b>18</b>
--------------------------------	-----------

<b>-I.2. Définition de la mécanique de la rupture.....</b>	<b>18</b>
--	-----------

<b>I.2.1 Modes de rupture .....</b>	<b>18</b>
-------------------------------------	-----------

<b>I.2.1.1. Mode I (Fig. 1.2a) .....</b>	<b>19</b>
--	-----------

<b>I.2.1.2. Mode II (Fig. I.2b) .....</b>	<b>19</b>
---	-----------

<b>I.2.1.3. Mode III (Fig. I.2b) .....</b>	<b>20</b>
--	-----------

<b>-I.3. Facteur d'intensité des contraintes FIC .....</b>	<b>20</b>
--	-----------

<b>-I.4 Modèle de la force cohésive.....</b>	<b>22</b>
--	-----------

Bookmark not defined.

<b>- I.5 Modèle de Dugdale.....</b>	<b>23</b>
-------------------------------------	-----------

<b>-I.6.La longueur de la zone cohésive pour une fissure dans un milieu infini .....</b>	<b>24</b>
--	-----------

<b>-I.Présentation de Comsol Multiphysics .....</b>	<b>25</b>
---	-----------

<b>I.7Types des modules COMSOL.....</b>	<b>25</b>
---	-----------

## **Chapitre II Modélisation du problème avec comsol multiphysics**

<b>-II.1. Introduction .....</b>	<b>28</b>
----------------------------------	-----------

<b>-II.2. Présentation du problème .....</b>	<b>28</b>
--	-----------

<b>- II.3. Construction du modèle dans COMSOL.....</b>	<b>29</b>
--	-----------

<b>- II.3.1Creation de la geometrie .....</b>	<b>29</b>
---	-----------

<b>-II.3.2 Propriétés du matériau.....</b>	<b>34</b>
--	-----------

<b>-II.3.3 Création de la fissure .....</b>	<b>35</b>
---	-----------

<b>-II.3.3.1Conditions aux limites .....</b>	<b>35</b>
--	-----------

-II.3.4Maillage .....	38
-II.3.5. Exemple de calcul et résultats obtenus.....	41
-II.4.1 Discussion et comparaison .....	42
-II.5.1 Étude numérique .....	43
-II.7.1.Conclusions .....	46
-Conclusion Generale et Perspectives.....	48
-Annexes.....	49
-Bibliographie.....	69

# **Introduction Générale**

La théorie de la mécanique de la rupture est un moyen pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. Elle permet de prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la ruine de la structure. La mécanique de la rupture permet de prévoir la condition de la rupture des matériaux et des structures, lorsqu'ils contiennent une fissure.

La mécanique de la rupture étudie des fissures macroscopiques, elle permet de déterminer les champs de contrainte et de déformation et d'exprimer les conditions de propagation de fissures, elle propose des relations entre les contraintes et la longueur des fissures macroscopique en fonction des caractéristiques des matériaux [1].

Dans le modèle de fissure classique, il n'existe pas d'interaction, ou forces cohésives, entre les lèvres de la fissure. Ce modèle simple et très utilisé contient un défaut majeur : la singularité des contraintes. Cette singularité n'est pas admissible physiquement car les contraintes ne peuvent pas être infinies dans les structures réelles. Pour corriger ce défaut, il existe plusieurs modèles. L'un des plus utilisés est le modèle des forces cohésives ou de la zone cohésive. Ce modèle suppose l'existence d'une zone cohésive en pointe de fissure, de telle sorte qu'il n'y ait plus de singularité. Dans ce travail nous utilisons un cas particulier de ces modèles : le modèle de Dugdale [2][3].

Ce travail consiste à évaluer la longueur de la zone cohésive d'une fissure dans une plaque rectangulaire, en s'appuyant sur le modèle de Dugdale [2]. Une simulation numérique sous COMSOL Multiphysics est réalisée afin de déterminer l'étendue de la zone cohésive. Les résultats sont comparés aux prédictions théoriques pour valider la modélisation.

Pour présenter notre travail, notre mémoire a été divisé en 3 chapitres :

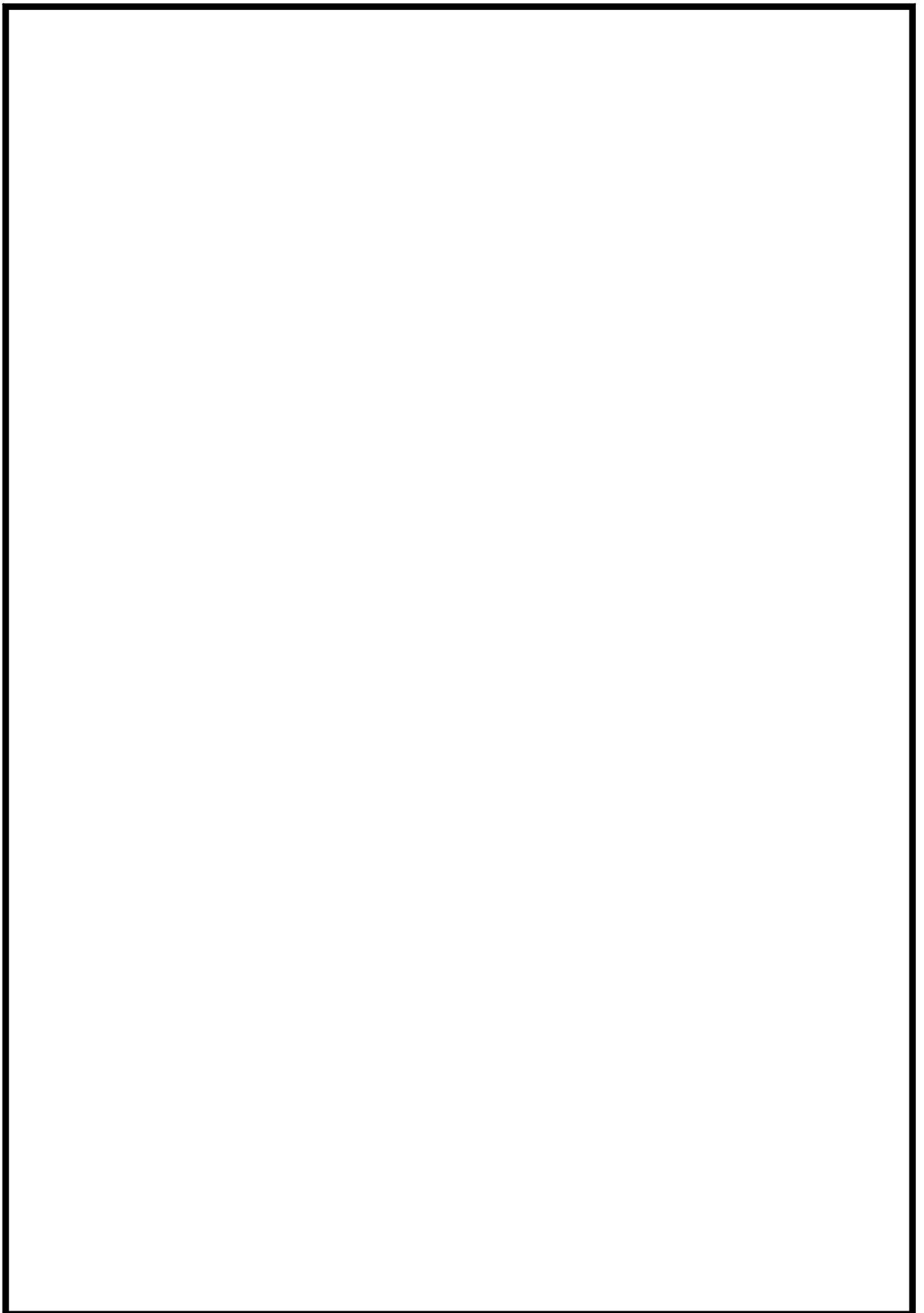
Un premier chapitre présente les bases théoriques du travail : les principaux concepts de la mécanique de la rupture fragile.

Dans le deuxième chapitre, on présente le modèle de Dugdale [2] et le rôle de la zone cohésive dans la mécanique de rupture.

Dans le troisième chapitre de notre travail, nous présentons notre simulation avec COMSOL Multiphysics. Où nous avons déterminé

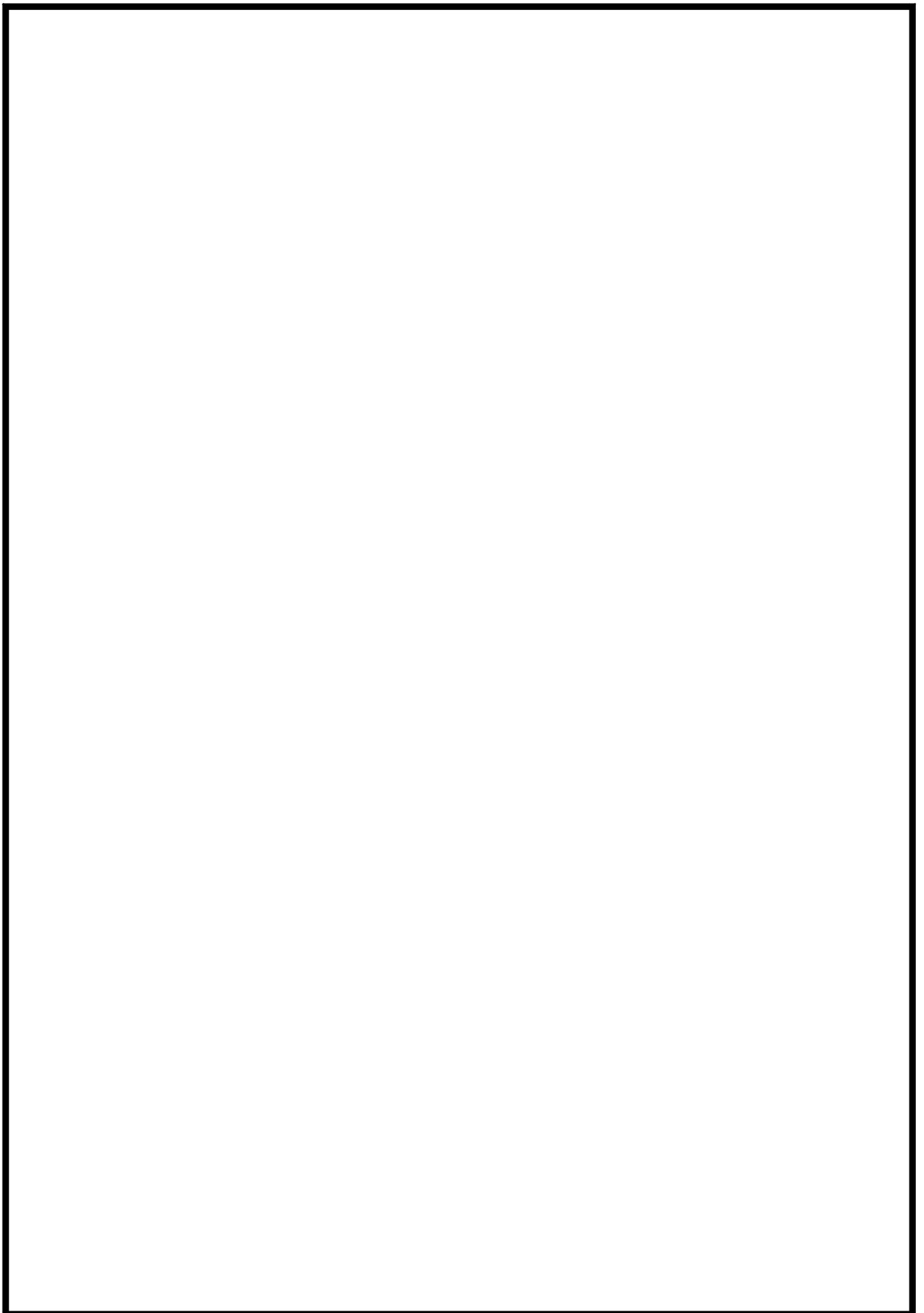
la longueur de la zone cohésive d'une structure rectangulaire fissurée en traction simple.

Nous terminons par une conclusion générale.



# **Chapitre I**

## **Rappels Théoriques, Modèle forces cohésives et Modèle de Dugdale**



## **I.1. Introduction :**

Dans ce premier chapitre, nous présentons les principales notions de la mécanique de la rupture fragile. Nous présentons également les modèles de forces cohésives et le modèle de Dugdale. Nous présentons finalement le logiciel COMSOL.

## **I.2. Définition de la mécanique de la rupture [1] :**

Le mécanisme de rupture est un processus mécanique produisant au sein d'un matériau une discontinuité locale de matière appelée fissure. On distingue deux types de rupture :

- Rupture fragile : la rupture fragile est caractérisée par l'absence de déformation plastique macroscopique dans la structure.
- Rupture ductile : dans ce type de rupture, la déformation plastique macroscopique est en générale importante.

### **I.2.1. Modes de rupture [5] :**

L'ouverture d'une fissure est une combinaison de trois modes (Figure I.1).

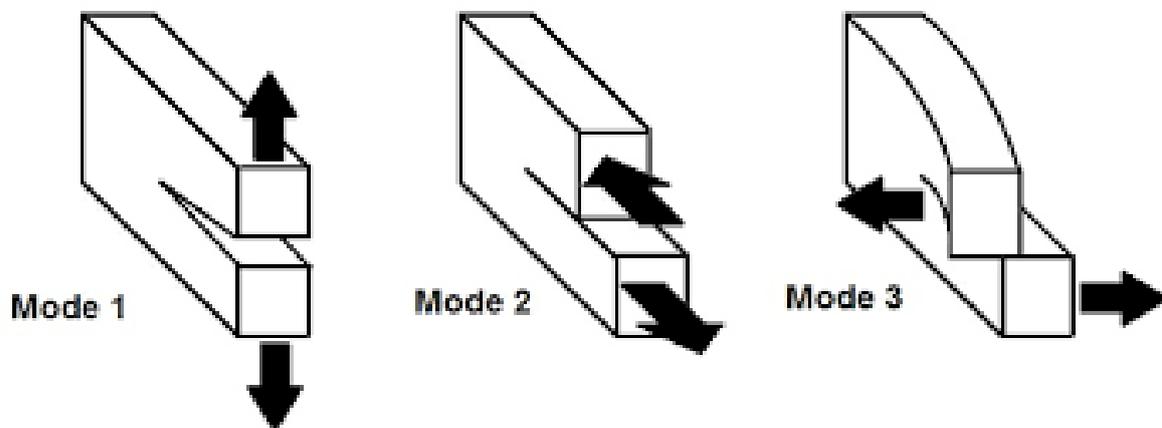


Figure I.1 : Modes de rupture [5]

### I.2.1.1. Mode I (Fig.1.2a):

Les faces se déplacent perpendiculairement au plan de la fissure. Ce mode est le plus dangereux :

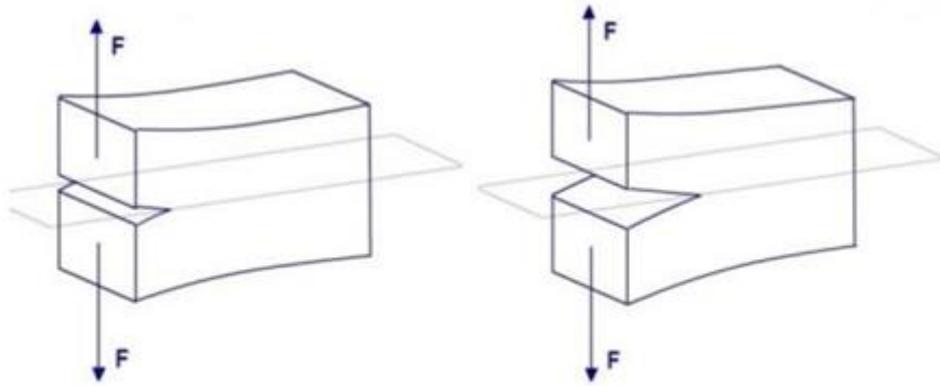


Figure I.2a : Mode I.

### I.2.1.2. Mode II (Fig.I.2b) :

Les faces se déplacent parallèlement au plan de la fissure.

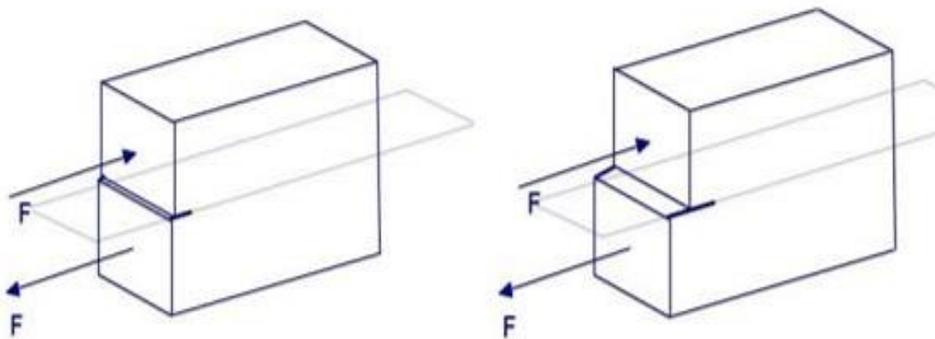
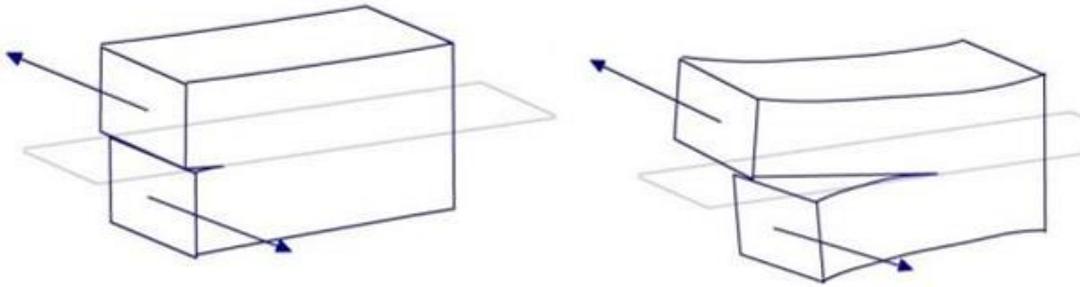


Figure I.2b : Mode II.

### **I.2.1.3. Mode III (Fig.I.2c) :**

Les faces se déplacent parallèlement au front de fissure.



**Figure I.2c : Mode III**

### **I.3. Facteur d'intensité des contraintes FIC [11] :**

Dans la zone proche de la pointe (ou du front), le champ de contraintes présente une singularité en  $r^{-1/2}$  (Figure I-3). L'intensité de la singularité est caractérisée par les paramètres appelés facteurs d'intensité de contraintes, notés  $K_I$ ,  $K_{II}$ , et  $K_{III}$  pour chacun des modes élémentaires. A l'aide de la théorie de l'élasticité, Irwin a montré que les contraintes  $\sigma_{ij}$  dans cette zone singulière peuvent être exprimées en fonction des facteurs d'intensité de contraintes :

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi}} f_{ij}(\theta)$$

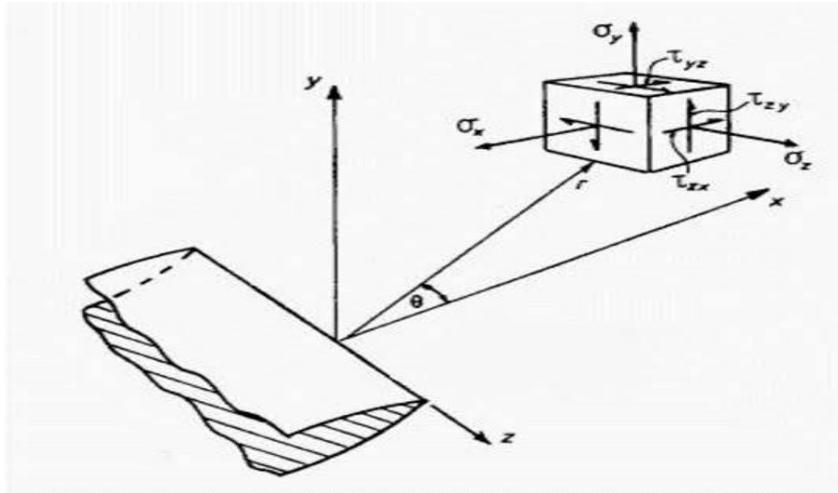


Figure I.3 : État de contrainte dans un solide fissuré

Où :

$\sigma_{ij}$  : Tenseur des contraintes.

$r$  et  $\theta$  : coordonnées polaires (Figure I.3)

$K$  : Le facteur d'intensité des contraintes dépendant du chargement et de la géométrie de la pièce.

$f_{ij}(\theta)$  : Une fonction adimensionnelle dépendant du mode de chargement.

Nous donnons ci-dessous la forme asymptotique des contraintes au voisinage du front de fissure pour chaque mode :

$$\text{Mode I : } \begin{cases} \sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

$$\text{Mode II : } \begin{cases} \sigma_{11} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{22} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{I-4})$$

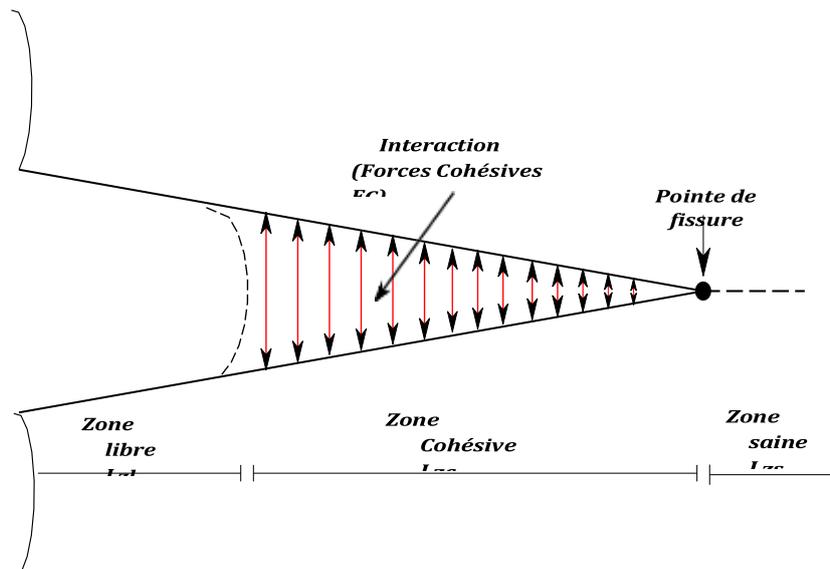
$$\text{Mode III : } \begin{cases} \sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{I-5})$$

Dans les formules précédentes  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$  sont les composants du tenseur des contraintes. Les FIC  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  s'expriment en MPa  $\sqrt{m}$ .

#### **I.4. Les modèles des forces cohésive :**

Les modèles des forces cohésives considèrent souvent la présence d'une zone d'élaboration en tête de fissure dans laquelle les forces de cohésions résistent à la séparation des lèvres de la fissure, caractérisée par le saut de déplacement :

$$[u](x) = u^+(x) - u^-(x). \quad (\text{I-6})$$

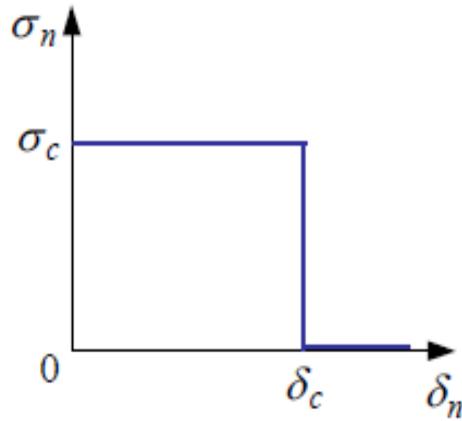


**Figure I.4:** Représentation schématique de la zone cohésive située devant la fissure macroscopique en mode I

Pour décrire le comportement de la fissure, on se donne la loi d'interaction qui lie les forces cohésives  $F_c$  aux sauts de déplacements  $[u]$  en sachant que les forces de cohésions ont la particularité de dépendre du saut de déplacement [5].

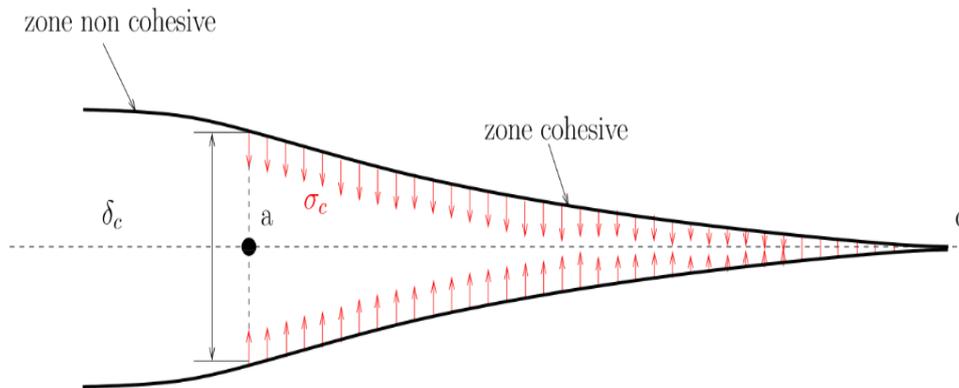
### **I.5. Modèle de Dugdale :**

C'est un cas particulier des modèles de forces cohésives. Dans ce modèle, les forces cohésives sont constantes et égales à la contrainte critique  $\sigma_c$  tant que l'ouverture est inférieure à  $\delta_c$  (Figure I-6).



**Figure I.5:** Loi d'interaction de Dugdale.

La fissure est divisée en deux zones : une zone non cohésive où l'ouverture est supérieure à  $\delta_c$ , et une zone cohésive où l'ouverture est inférieure à  $\delta_c$ . Les limites de ces deux zones a et c sont appelées pointe non cohésive et pointe cohésive respectivement (Figure I-6).



**Figure I.6 :** Fissure de Dugdale

La longueur de la zone cohésive ac est telle que les singularités en c s'annulent, ou  $K_I = 0$ . Ce qui implique une fermeture de la fissure au niveau de la pointe c.

### **I.6. La longueur de la zone cohésive pour une fissure dans un milieu infini :**

Dans un milieu infini avec une fissure droite de longueur  $2a$  en traction simple d'intensité  $\sigma$ , on peut montrer que la longueur de la zone cohésive est égale à ([1]):

$$c - a = \left( \frac{1}{\cos \frac{\sigma\pi}{2\sigma_c}} - 1 \right) a$$

(I-7)

Où  $a$  et  $c$  sont présentés dans le Figure (I-6)

### **I.7 Présentation de console Multiphysics:**

Est un logiciel de simulation numérique qui utilise la méthode des éléments finis (FEM) pour modéliser et analyser des phénomènes physiques dans différents domaines de l'ingénierie. Il est spécialement conçu pour permettre **le couplage entre plusieurs phénomènes physiques** (par exemple : mécanique + thermique, ou fluide + chimie).

Le logiciel propose un environnement graphique qui permet de construire la géométrie, définir les matériaux, appliquer les conditions aux frontières, générer le maillage, résoudre les équations, et visualiser les résultats.

#### **I.7.1 Types des modules COMSOL**

##### **Structural Mechanics Module :**

Ce module permet de modéliser et analyser les phénomènes mécaniques dans les structures solides, comme la déformation, les contraintes, les vibrations et la stabilité sous différentes charges.

##### **Heat Transfer Module :**

Ce module est utilisé pour simuler les phénomènes de transfert thermique par conduction, convection et rayonnement dans les solides, les fluides et les milieux poreux, en conditions stationnaires ou transitoires.

##### **CFD Module (Computational Fluid Dynamics) :**

Il permet de modéliser l'écoulement des fluides compressibles ou incompressibles, la

dynamique des gaz et liquides, ainsi que le transfert de chaleur et les réactions chimiques couplées à l'écoulement.

**AC/DC Module :**

Ce module sert à simuler les champs électriques, magnétiques et électromécaniques en régimes statique et quasi-statique, utiles pour la conception de moteurs électriques, de transformateurs, et d'appareils électrotechniques.

**RF Module (Radio Frequency) :**

Utilisé pour analyser la propagation des ondes électromagnétiques haute fréquence, il permet de simuler des dispositifs tels que les antennes, les guides d'ondes, les filtres radio et les circuits micro-ondes.

**Wave Optics Module :**

Ce module est destiné à la simulation de la propagation des ondes lumineuses dans des dispositifs optiques complexes, comme les fibres optiques, les lasers, et les composants photoniques.

**Chemical Reaction Engineering Module :**

Il permet de modéliser les réactions chimiques homogènes et hétérogènes dans des milieux réactifs, avec la possibilité d'inclure le transport de masse et la dynamique des fluides.

**Batteries & Fuel Cells Module :**

Ce module est conçu pour étudier et optimiser le fonctionnement des batteries lithium-ion, des piles à combustible et d'autres systèmes électrochimiques, en modélisant les réactions et les phénomènes de transport.

**Multibody Dynamics Module :**

Ce module simule le comportement dynamique de systèmes composés de plusieurs corps rigides ou déformables, en tenant compte des forces d'interaction, des liaisons mécaniques et des mouvements relatifs.

**MEMS Module (MicroElectroMechanical Systems) :**

Il permet la simulation de dispositifs électromécaniques miniatures, intégrant des effets multiphysiques tels que la mécanique, l'électrostatique, la piézoélectricité et l'électromagnétisme à l'échelle microscopique.

**Plasma Module :**

Ce module est utilisé pour modéliser les phénomènes liés aux plasmas thermiques et non-thermiques, en incluant l'interaction entre les champs électromagnétiques, la chimie des plasmas et les transferts d'énergie.

# Chapitre II

## **Modélisation du problème avec Comsol Multiphysics**

## II.1. Introduction :

Nous présentons dans ce chapitre :

- Le problème étudié
- La procédure détaillée de la modélisation avec COMSOL
- Nous présentons les résultats obtenus dans un cas particulier ainsi qu'une comparaison avec la théorie.
- Nous présentons finalement tous les calculs effectués pour différentes longueurs de fissure.

## II.2.Présentation du problème :

On a une plaque de forme carrée avec dimensions  $2h \times 2h$  contenant au milieu une fissure de longueur  $2a$ . On considère que le matériau est isotrope avec un Module de Young  $E$  et un coefficient de poisson  $\nu$ . On applique une charge de traction Constante  $\sigma$  le long des deux bords supérieur et inférieur de la plaque Figure II-1. On remarque une symétrie par rapport aux plans médians horizontal et vertical. On pourra donc, simplifier notre modèle et travailler avec le quart comme le montre la figure II-2.

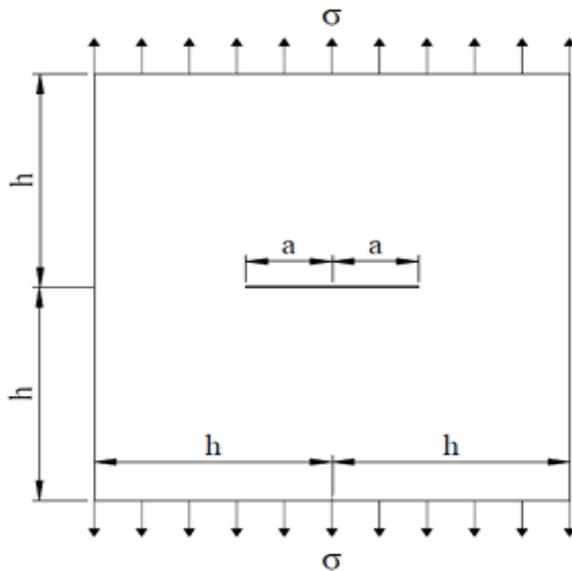


Figure II.1- modèle complet

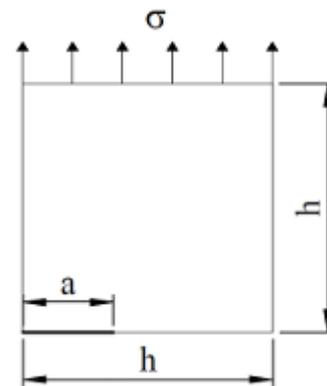


Figure II.2 - Quart du modèle

### II.3. Construction du modèle dans COMSOL :

Dans ce paragraphe nous présentons les détails de notre modélisation avec ANSYS. Nous présentons également les résultats obtenus avec un cas particulier des calculs effectués. Les données de l'application numérique sont résumés dans le tableau 1

Grandeurs		Valeur	Unité
Longueur de la plaque	2h	20	m
Longueur de la fissure	2a	1.2	m
Module de Young	E	70	Gpa
Coefficient de poisson	$\nu$	0.33	-
Charge de traction	$\sigma$	0.67	N/m <sup>2</sup>

Tableau II.1 Application numérique

#### II.3.1 Creation de la géométrie :

Dans l'accueil de COMSOL, on va choisir **Assistant de modélisation** (figure II.3(a)). Une fenêtre de dimensions s'affiche : on va choisir la **dimension 2D** (figure II.3(b)), puis on sélectionne la physique **Mécanique des structures 1** → **Mécanique du solide 2** puis on clique sur **ajouter 3** (figure II.4). Ensuite, on va créer une **étude de mécanique du solide** (figure II.5), puis, dans l'**étude générale**, on sélectionne **Stationnaire 1**, puis on clique sur **Terminer 2** (figure II.6)

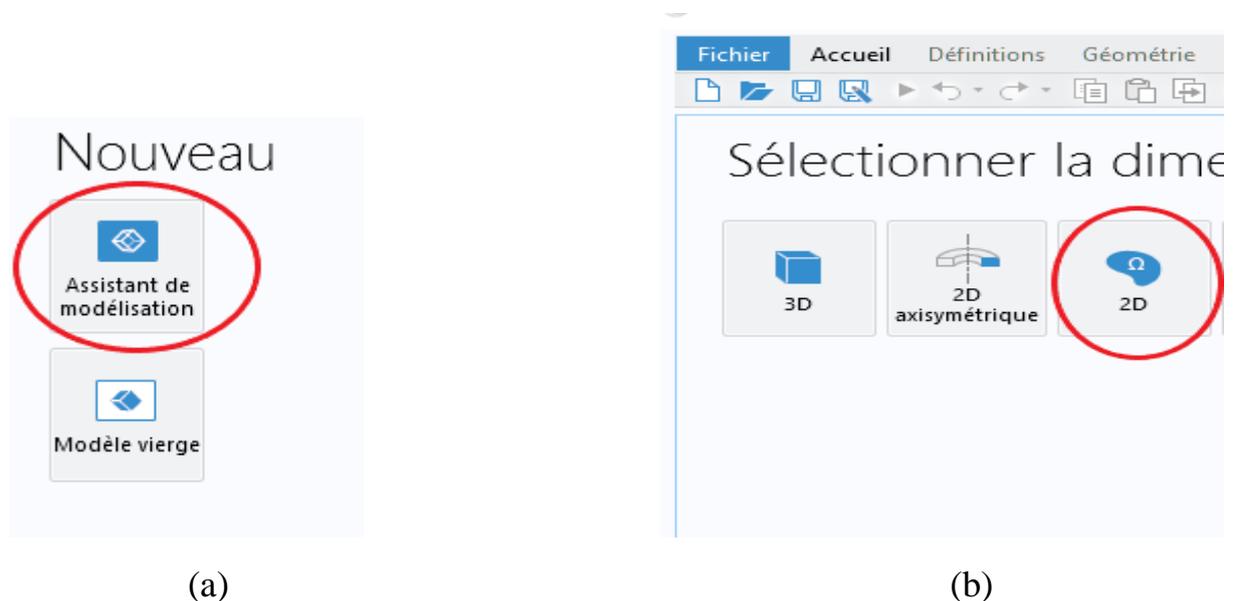
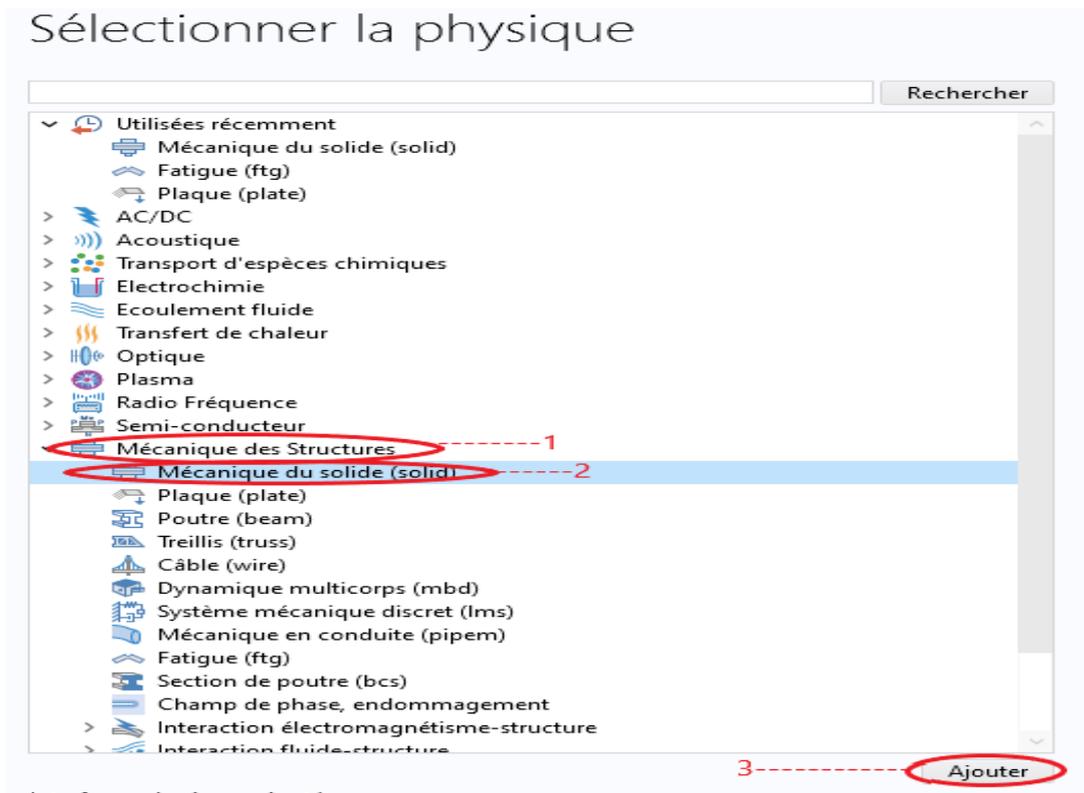
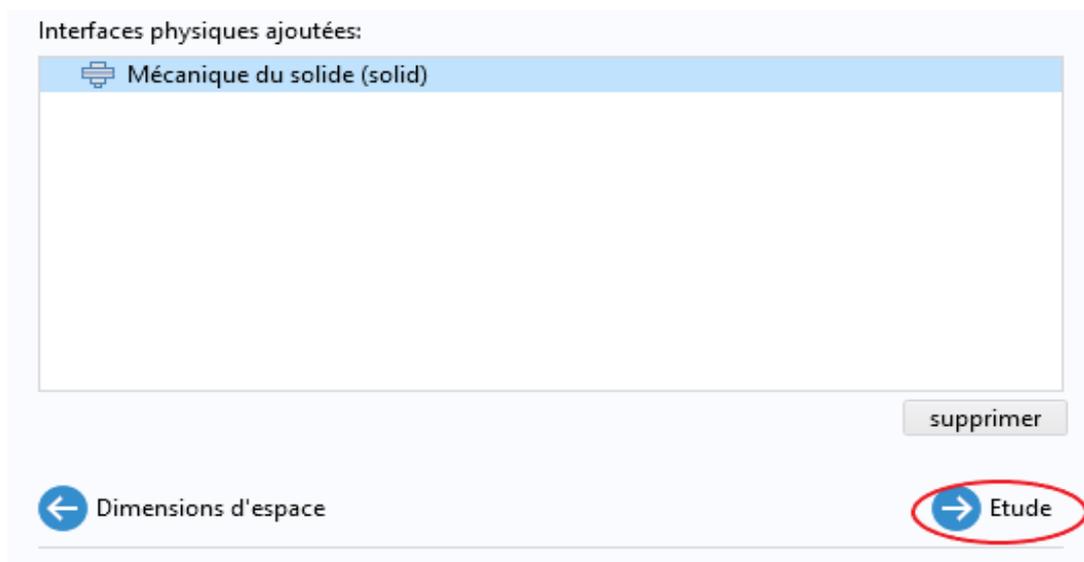


Figure II.3-création de la dimension 2d



**Figure II.4-** sélectionner la physique



**Figure II.5 :** Création de physique

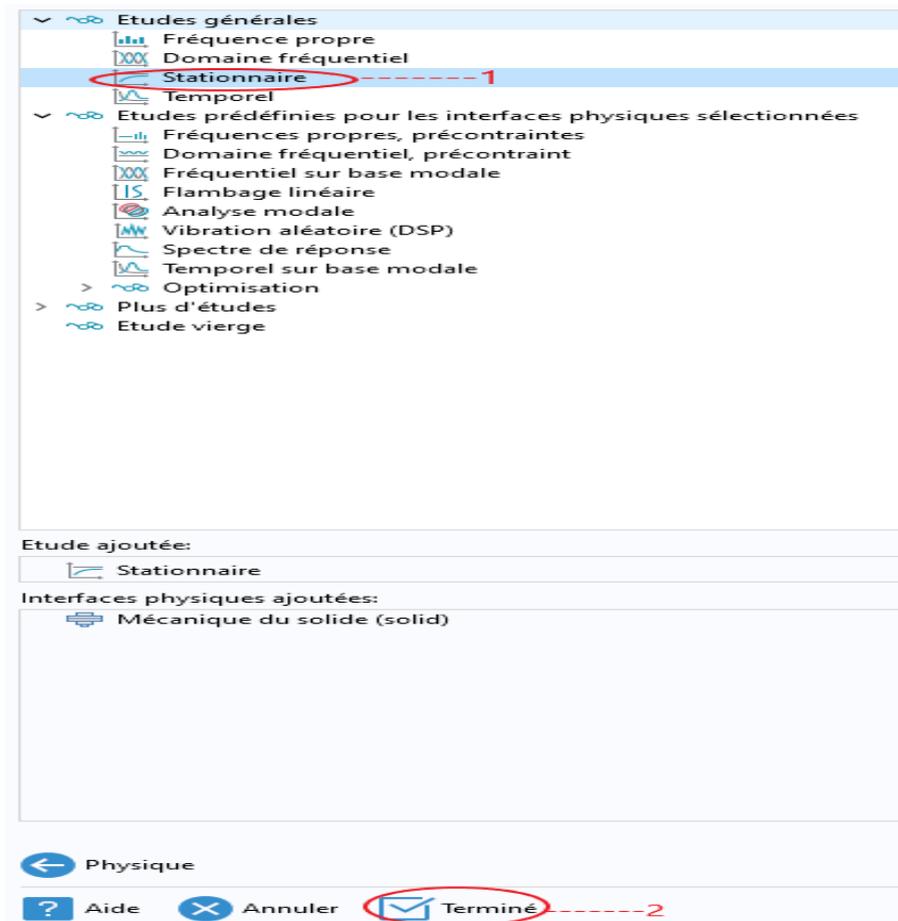


Figure II.6-creation de l'étude

Maintenant on va créer une plaque rectangulaire

D'abord dans la **géométrie** on vas cliquer sur **esquisse1**→**point 2**( figure II.7) **on vas construire tous les objets 1,2,3,4,5,6** (les points) .

-point 1(a)

-point 2(b)on peut nommer ce point a

-point 3(c) on peut nommer ce point c

-point4(d)

-point5(e)

-points6(f)

les point comme suit (figure II.8.(a)) donc il faut relier les points pour tracer un polygone **esquisse**→**polygone** (figure II.8.(b)) et le polygone comme suit (figure II.9.(b)) .

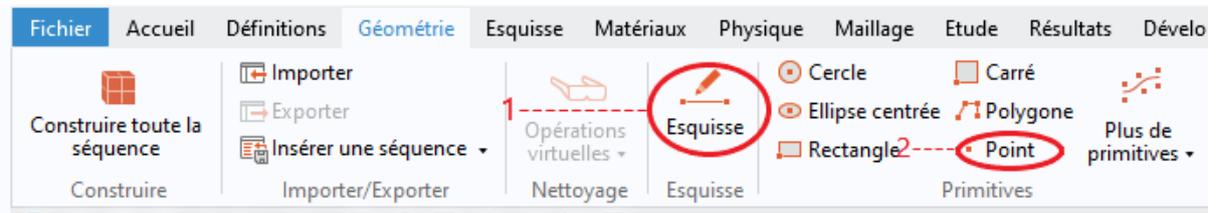
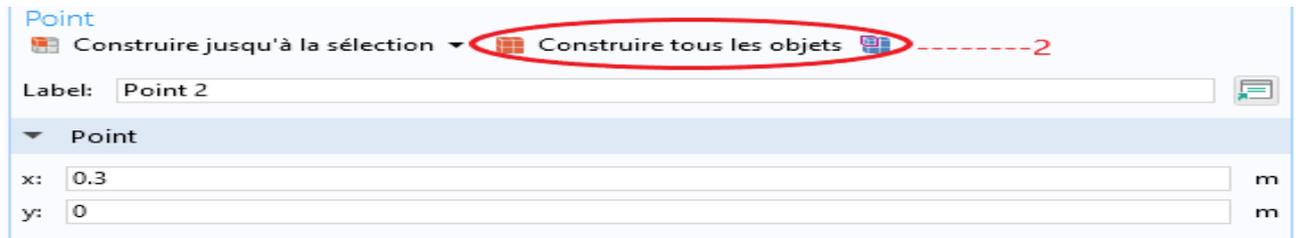


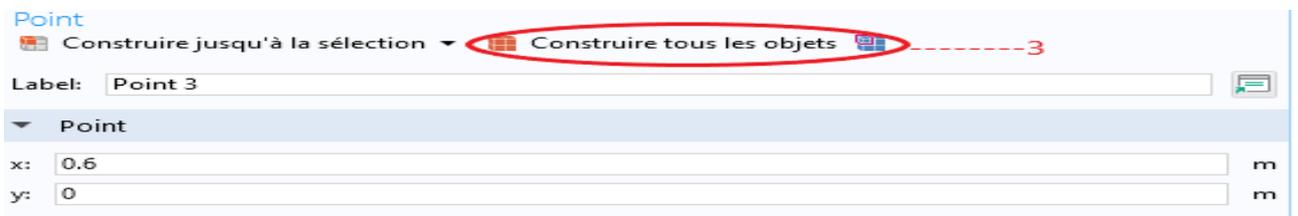
Figure II.7-creation des points



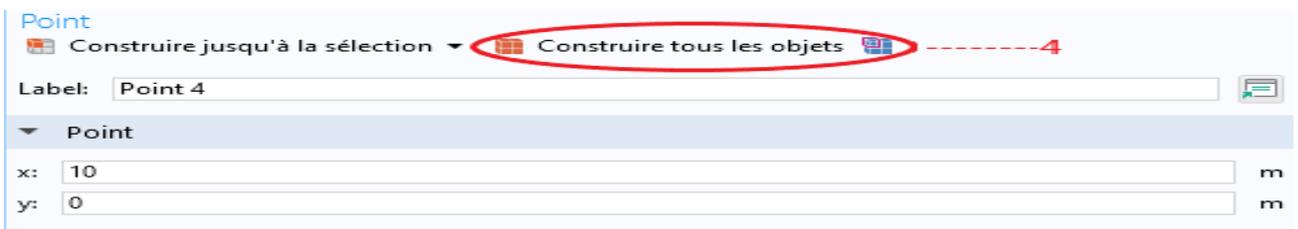
(a)



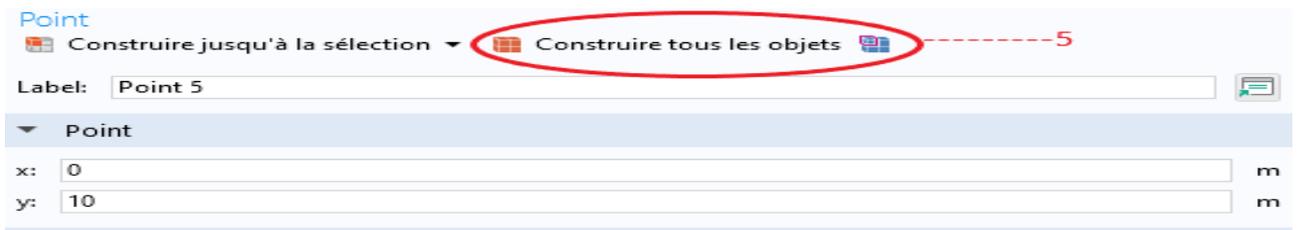
(b)



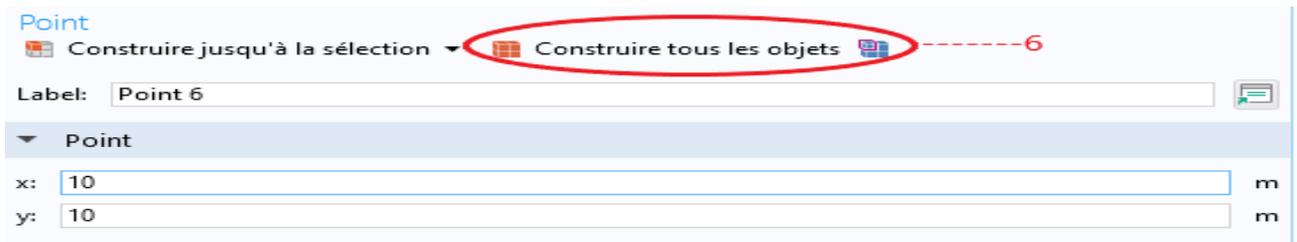
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure III.8.a-construire tous les points

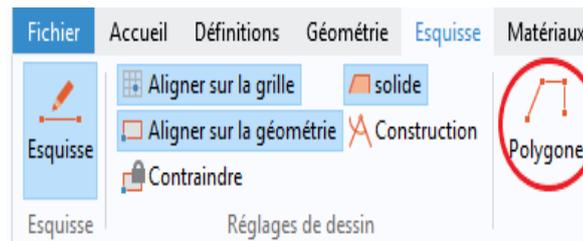


Figure II.8.b-Creation un polygone

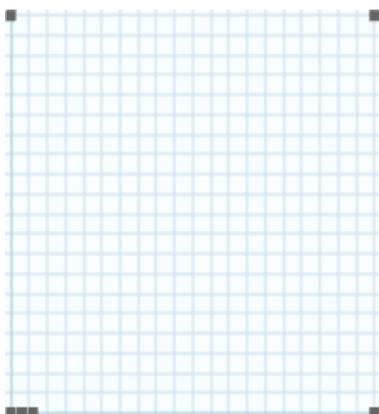


Figure II.9.a-dessin des points

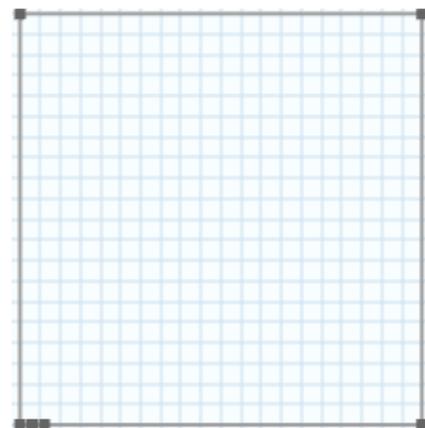


Figure II.9.b dessin de polygone

### II.3.2 Propriétés du matériau :

Dans la barre d'outils dans **matériaux** après l'ouverture de la nouvelle fenêtre on clique sur **ajouter un matériau** (figure II.10) dans **matériaux récents**1 on choisit un nom pour notre matériau ,par exemple « **aluminum** »2 (figureII.11.a) puis définir les caractéristiques élastiques du matériau (figure II.11.b), le résultat final (figure II.12.).

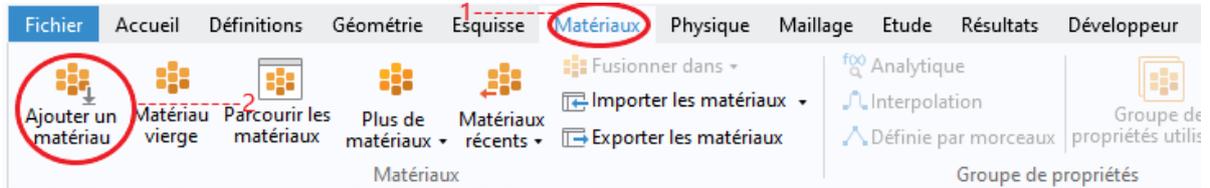
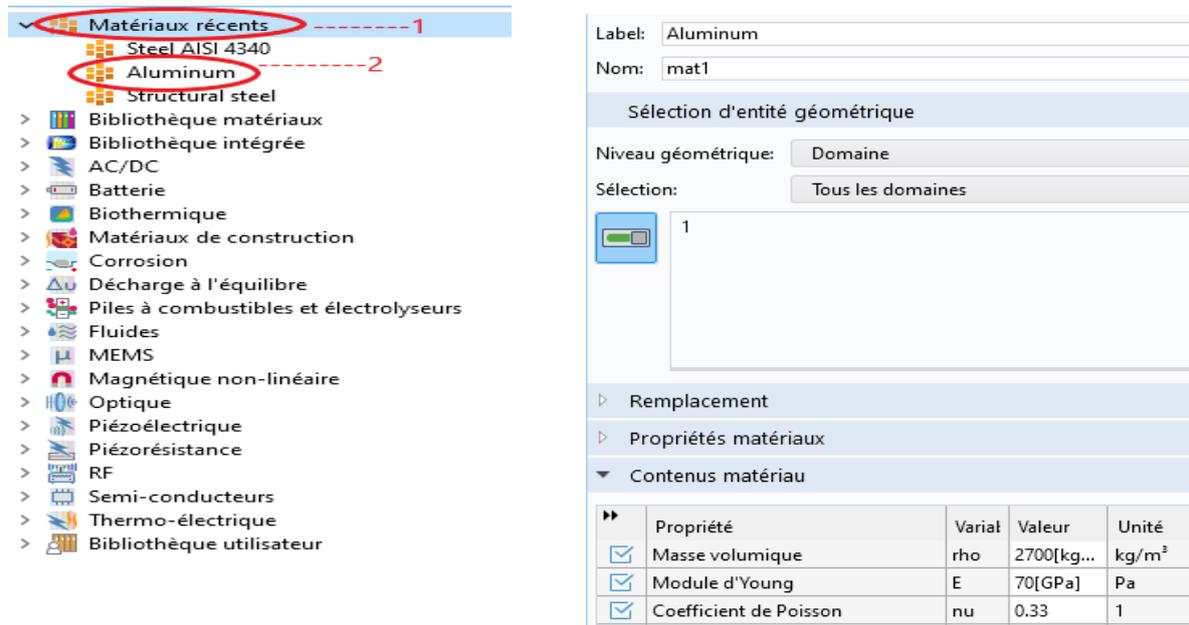


Figure II.10- La barre d'outil du matériaux



(a)

(b)

Figure II.11-définition du matériau



Figure II.12-définition de la sélection

## II.3.3 Création de la fissure :

### II.3.3.1 Conditions aux limites :

Maintenant on va passer sur la barre d'outils dans la **physique 1** après l'ouverture de la nouvelle fenêtre on clique sur **frontières 2** (figure II.13) après l'ouverture de la nouvelle fenêtre on sélectionner **Symétrie** (figure II.14)

Après l'ouverture de la nouvelle fenêtre dans sélection on **selection de frontieres** (figure II.15.(a)) les frontières 1 et 5 pour appliquer Condition de symétrie (figure II.15(b)).

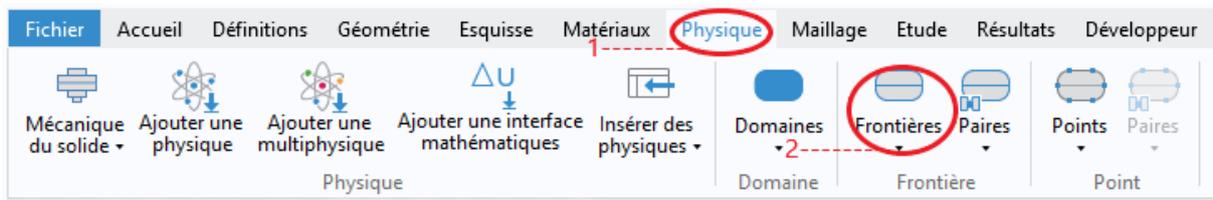


Figure II.13-La barre d'outil de la physique

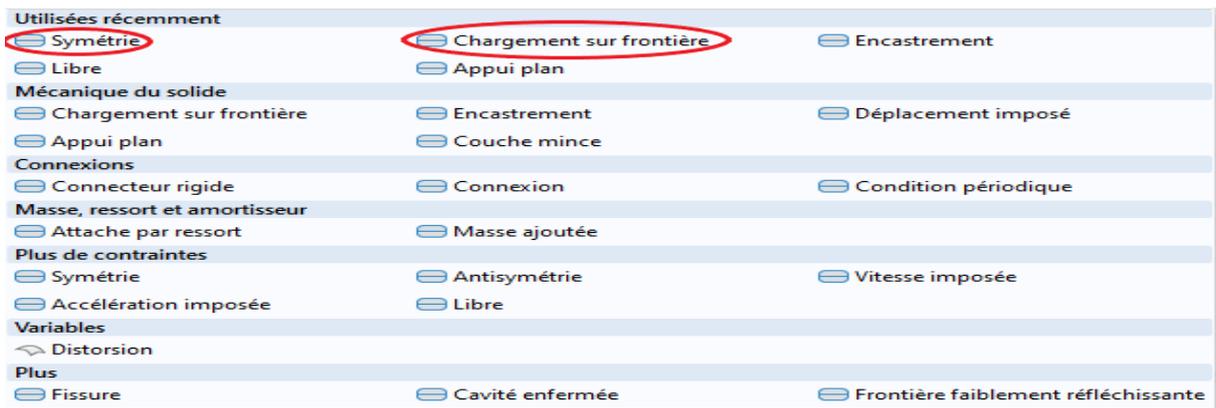


Figure II.14- création les chargements et les conditions aux limites



(a)

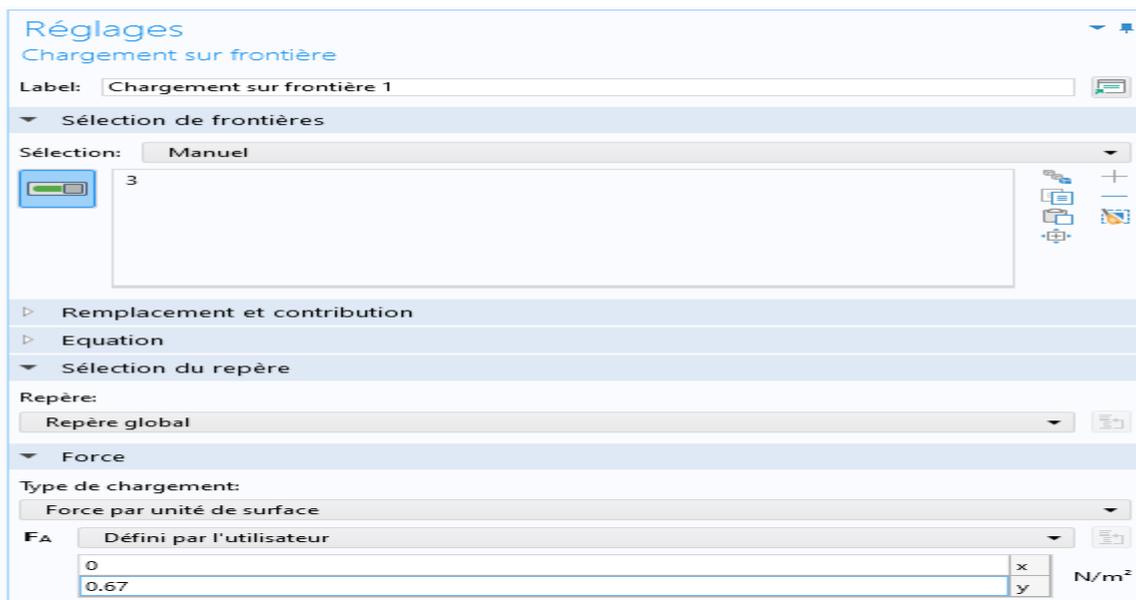


**Figure II.15.b-** symétrie par rapport aux plans vertical et horizontal

### Chargement de $\sigma$ :

On va définir maintenant la charge de traction  $\sigma$ . Elle doit être uniformément répartie sur le bord supérieur de la plaque et une partie du bord inférieure de la plaque On sélectionne le chargement sur frontière (figure II.14)

Après l'ouverture de la nouvelle fenêtre Dans le module de sélection de frontières (figure III.16(b))on sélection le **bord supérieure 3** (en bleu) (figure II.16(b))et on tape  $\sigma = 0,67 \text{ N/m}^2$  dans le module de force Fa sur y (figure II.16(a)).



(a)

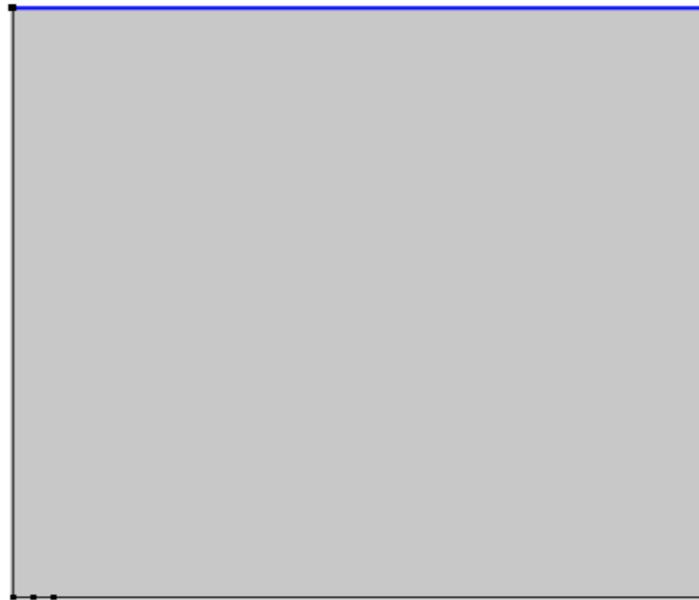
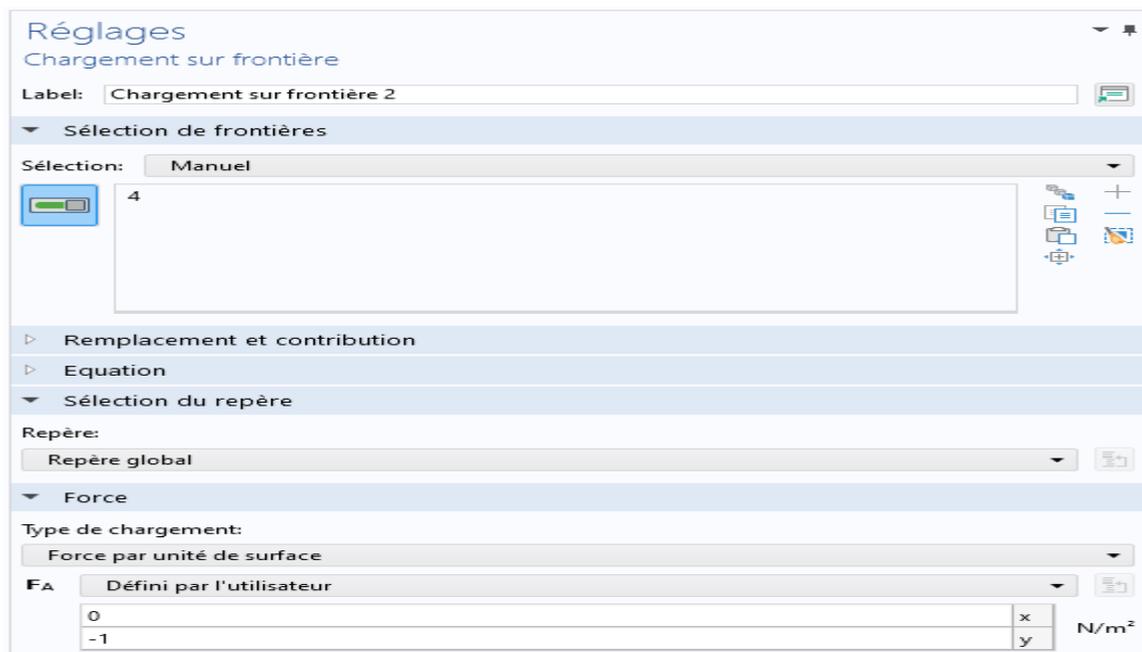


Figure II.16.b-Définition de la charge 3

### Chargement $\sigma_c$ :

Ensuite on va répéter la même étape on sélectionne le chargement sur la frontière (figure III.14) Après l'ouverture de la nouvelle fenêtre Dans le module de sélection de frontières (figure III.14) on sélectionne le **petit bord inférieure 4** (en bleu) (figure III.17(a)) et on tape  $\sigma_c = -1$  dans le module de force sur ye (figure III.17(b)), Le signe (-) est dû à la direction de la charge.



(a)



Figure II.17. b- Définition de la charge 4

### II.3.4. Maillage :

Pour effectuer le maillage, il faut passer par deux étapes

1-Définir le maillage triangulaire

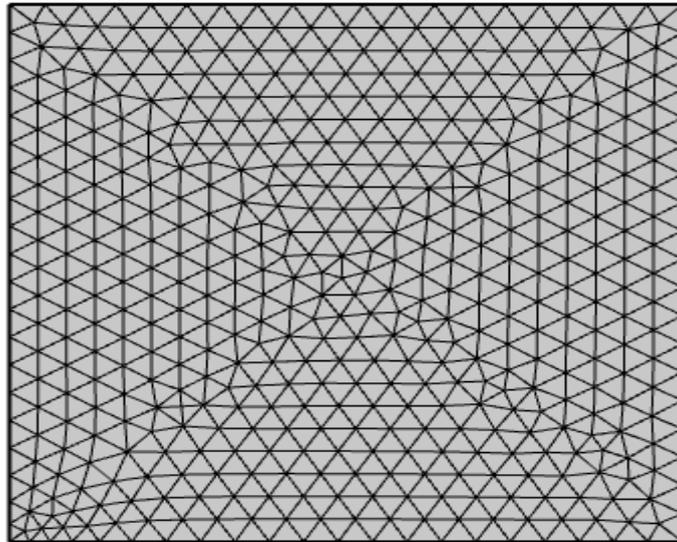
2-Raffinement du maillage

#### **Définir le maillage triangulaire :**

D'abord Dans la barre d'outil on clique sur **maillage 1** on clique sur **triangle libre 2** puis on sélectionne **construire le maillage 3** (figure II.18)



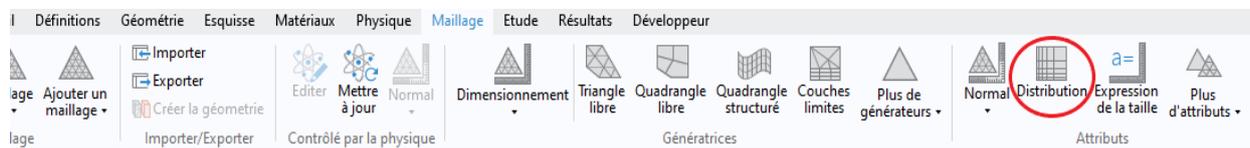
Figure II.18-la barre d'outil de maillage triangulaire



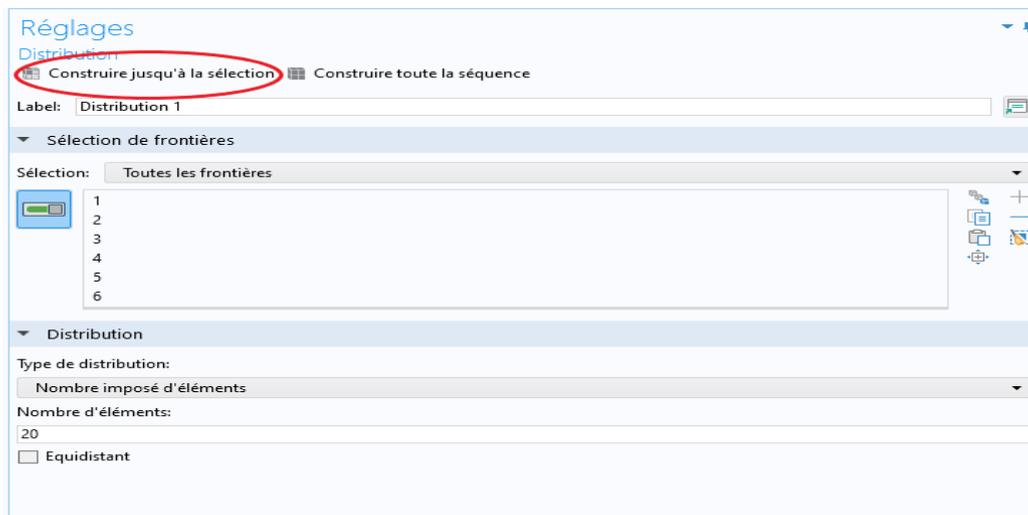
**Figure II.19** - Maillage triangulaire

**Raffinement du maillage:**

Puis dans la **barre d'outils** dans **maillage** encore fois on clique sur **distribution** (figure II.20(a)) Après l'ouverture de la nouvelle fenêtre Pour raffiner les points On sélectionne **toutes les frontières** et on écrit **nombre d'éléments 20 éléments** puis **construire jusqu'à la sélection** (figure II.20(b)et II.20(c) ).



**(a)**



**Figure II .20.** choix des éléments

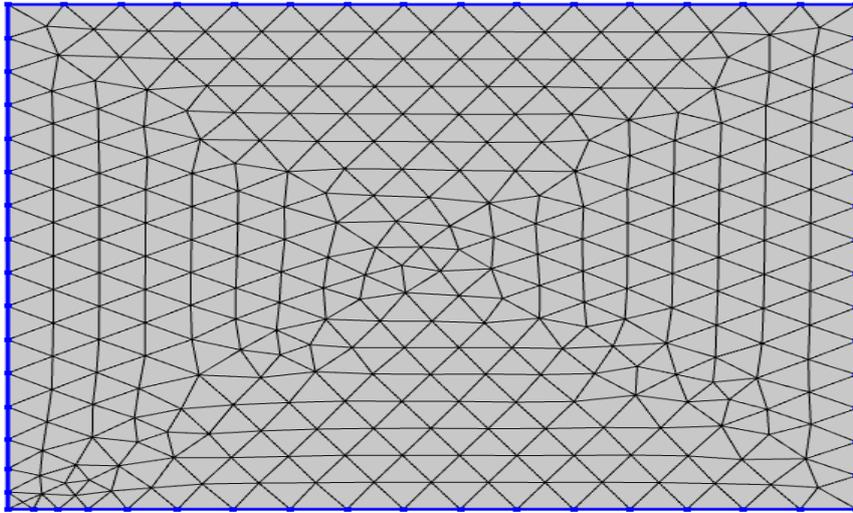


Figure II.20(c)- maillage raffiner

Résultat final de **maillage triangulaire** et **distribution** (figure II.21)

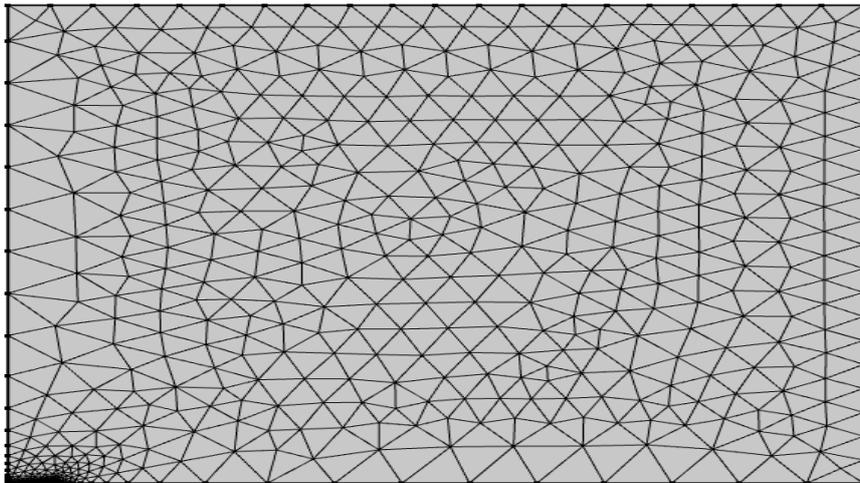


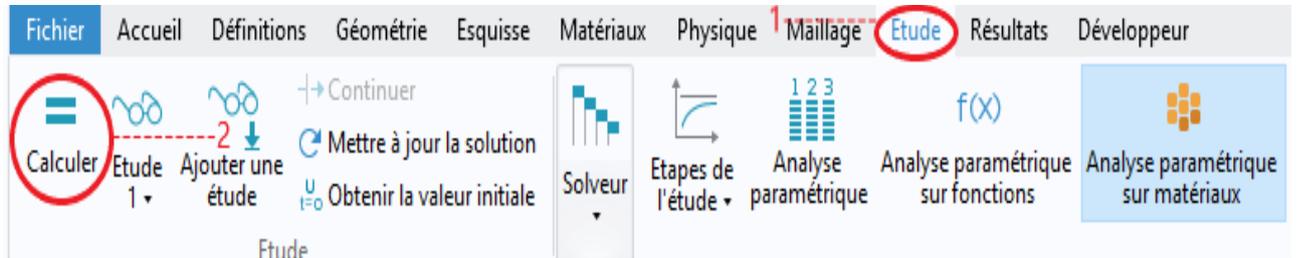
Figure III.21-le maillage final de la plaque



Figure III.22-zoom de maillage final de la plaque

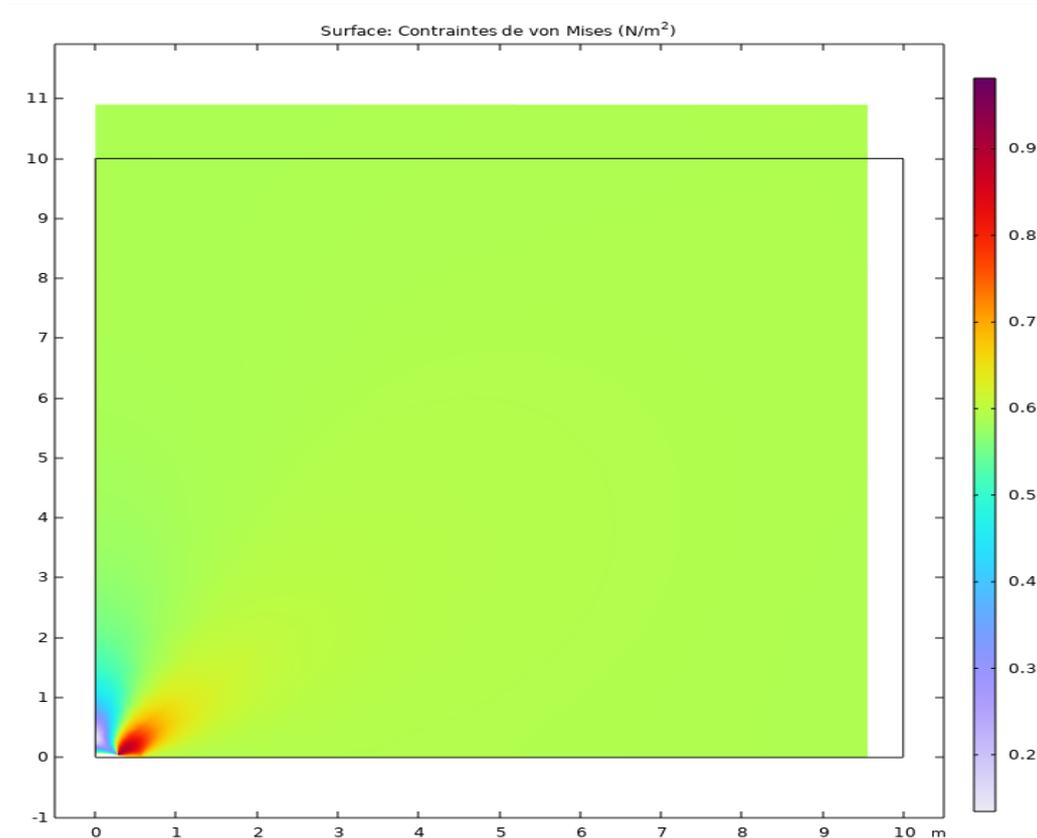
### II.3.5. Exemple de Calcul et résultats obtenus :

Dans la **barre d'outil** dans l'**étude 1** puis on clique sur **calculer 2** (figure II.23)

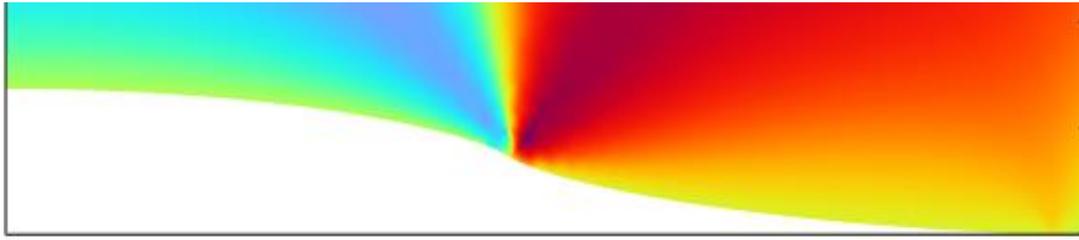


**Figure II.23** la barre d'outils de l'étude

Nous présentons ci-dessous (figures II.24 et 25) les contraintes de Von Mises dans la structure.



**Figure II.24-** contrainte de Von Mises



**Figure II.25-zoom sur la fissure**

#### **II.4.1 Discussion et comparaison :**

Nous présentons le résultat de la simulation numérique dans COMSOL, avec visualisation du champ de contrainte de Von Mises ainsi que de l'ouverture à proximité de la pointe (Figures II-24 et 25). La forme du front de fissure et la symétrie du champ indiquent que le modèle de zone cohésive a été bien appliqué. En effet, nous constatons sur la Figure que l'ouverture au niveau de la pointe est nulle, ce qui montre que  $K_I=0$ .

Finalement on va calculer la longueur de la zone cohésive théorique avec la formule suivante

$$c - a = \left( \frac{1}{\cos \frac{\sigma \infty \pi}{2\sigma}} - 1 \right) a \quad (I.16)$$

Donnés :

- $a = 0,3 \text{ m}$
- $c = 0,6 \text{ m}$
- $\sigma_{\infty} = 0,67 \text{ N/m}^2$
- $\sigma_c = 1 \text{ N/m}^2$

AN

$$0,6 - 0,3 = \left( \frac{1}{\cos\left(\frac{3,1416 \times 0,67}{2 \times 1}\right)} - 1 \right) \times 0,3$$

$$0,3 = \left( \frac{1}{\cos(1,0525)} - 1 \right) \times 0,3$$

**Résultat :**

$$0,3 \approx 0,3047$$

Nous constatons que les résultats théorique et numérique sont très proches. Car la longueur de la fissure dans ce cas est très petite par rapport à la largeur de la pièce.

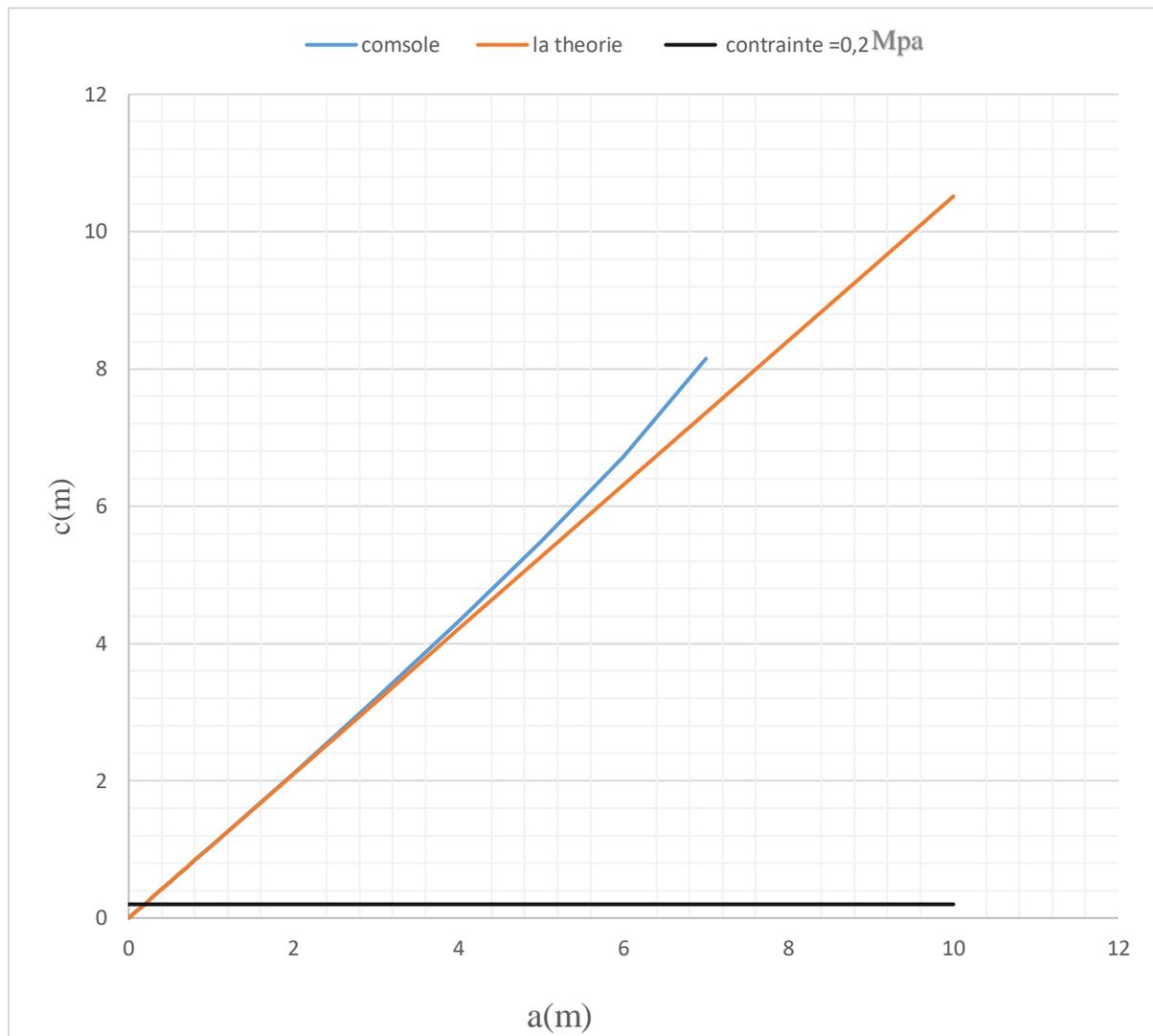
### **II.5.1 Calculs numériques pour différentes longueurs de fissure et comparaison avec la théorie :**

Nous présentons ci-dessous les différents calculs effectués. Nous fixons la contrainte appliquée à 0.2 MPa. Puis nous augmentons à chaque fois la valeur a de l'abscisse de la pointe non cohésive et nous déterminons la valeur de l'abscisse de la pointe cohésive c. La pointe cohésive est déterminée de telle sorte que l'ouverture y soit nulle. Nous comparons à chaque fois avec la formule théorique (I-16).

Les résultats trouvés sont résumés dans le tableau (II.2) et la figure(II.26). Les détails pour tous les calculs sont présentés en Annexe.

a(m)	c(m) théorique	c(m) numérique
0.1	0.1051	0.105
0.2	0.2010	0.2010
0.3	0.3154	0.3150
0.4	0.4205	0.4220
0.5	0.5257	0.5260
0.6	0.6308	0.6320
0.7	0.7360	0.7360
0.8	0.8411	0.8415
0.9	0.9463	0.9470
1	1.0514	1.052
2	2.1029	2.110
3	3.1543	3.200
4	4.2058	4.315
5	5.2573	5.480
6	6.3087	6.7258
7	7.3602	8.15
8	8.4116	-
9	9.4631	-
10	10.5146	-

**Table II.2**-Evolution de c en fonction de a



**Figure II.26**-évolution de c en fonction de a

D'après la figure III-26, les deux graphes suivent la même évolution. c'est un fonction croissante de a. On peut décomposer le graphe en deux phases :

**phase 1** :a=[0-3] ,on constate une que les résultats théoriques et numériques coïncident

**.phase2** :a=[3-10], on remarque une divergence de plus en plus importante de c numérique par rapport à la théorie.

Cette différence s'explique par le fait que COMSOL utilise un domaine de simulation fini, ici limité à une longueur maximale de 10 mètres. À l'inverse, le modèle théorique considère un milieu infini, où les effets des limites sont absents.

Dans la simulation numérique, lorsque la distance a augmenté et se rapproche des bords du domaine, les conditions aux limites imposées (comme des parois fixes, symétrie, ou

contraintes) commencent à influencer les résultats. Ce phénomène, appelé effet de bord, fausse la réponse du système et provoque un écart entre la courbe COMSOL et la courbe théorique.

Ainsi, la simulation reste fidèle à la théorie tant que  $a$  reste suffisamment éloigné des limites, mais devient inexacte pour les grandes valeurs de  $a$  à cause de l'influence des bords du domaine.

## Conclusion

Dans cette étude, nous avons déterminé la longueur de la zone cohésive  $c$  d'une structure rectangulaire fissurée en appliquant le **modèle de Dugdale**, puis on a fait une comparaison des résultats avec ceux obtenus par la **simulation numérique sous COMSOL Multiphysics**. L'utilisation de COMSOL s'est avérée efficace pour modéliser cette zone cohésive, à condition d'utiliser le **maillage triangulaire fin et localement raffiné** dans les régions critiques (zones cohésive et non cohésive).

# **Conclusion Générale et Perspectives**

Dans notre travail, nous avons déterminé la longueur de la zone cohésive dans une structure carrée fissurée avec le modèle de Dugdale, en utilisant le logiciel comsole multiphysics . Ce travail rentre dans le cadre de l'étude des fissures cohésives dans le domaine de la mécanique de rupture. Nous avons présenté un état de l'art sur les principales grandeurs et paramètres physiques utilisés dans cette étude .

Dans le première chapitre nous avons d'abord rappelé les fondements de la mécanique de la rupture et Facteur d'intensité des contraintes FIC .et Le **modèle de Dugdale**, basé sur une force cohésive afin d'éviter la singularité en pointe de fissure.

Dans le dernière chapitre nous avons détaillé les étapes nécessaires à la **modélisation du problème dans COMSOL Multiphysics** : définition de la géométrie, propriétés du matériau, conditions aux limites, implantation de la loi cohésive et affinement du maillage.

Nous avons comparé les résultats numériques obtenus avec les **valeurs analytiques prédites par le modèle de Dugdale**, et observé une **bonne concordance** pour des faibles longueurs de fissure.

On peut retenir de cette étude que :

1. Le **modèle de Dugdale** permet une bonne estimation de la longueur de la zone cohésive dans un matériau ductile.
2. Le **modèle de zone cohésive implémenté dans COMSOL** permet de simuler efficacement la propagation de fissure et l'évolution de la zone cohésive.
3. Le **raffinement du maillage** dans la zone de fissure est crucial pour l'obtention de résultats fiables.
4. La **comparaison numérique-théorique** permet de valider le choix du modèle cohésif et ses paramètres.

Les perspectives que l'on peut dégager pour la poursuite de ce travail sont les suivantes :

- 1- **Étendre l'étude à des chargements complexes** comme la flexion ou le cisaillement, afin d'évaluer la validité du modèle de Dugdale dans d'autres conditions mécaniques.
- 2- **Intégrer une loi matériau plus réaliste**, incluant l'écroutissement ou l'endommagement progressif, pour mieux représenter le comportement réel des matériaux ductiles.
- 3- **Réaliser une validation expérimentale** des résultats numériques en comparant les longueurs de zone cohésive obtenues avec des essais sur éprouvettes fissurées.

# Annexe :

**c=0.6 et  $\sigma =0.67$**

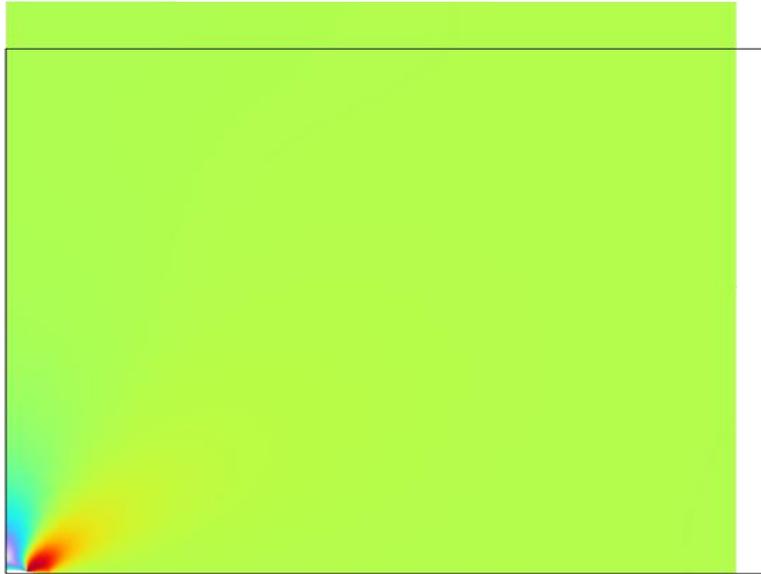


Figure A.1- contrainte de Von Mises pour  $c=0.6$  et  $\sigma =0.66$

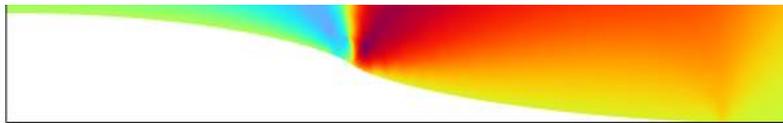


Figure A.2- contrainte de Von Mises pour  $c=0.6$  et  $\sigma =0.66$

$c=1$  et  $\sigma=0.8$

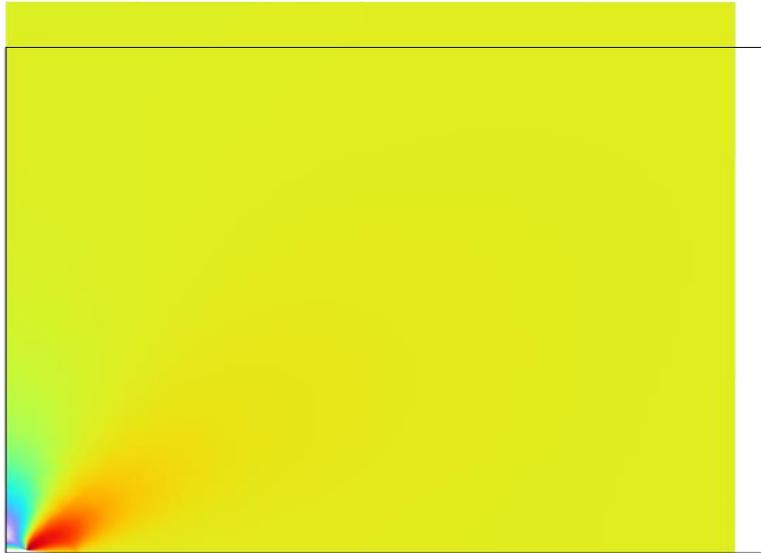


Figure A.3- contrainte de Von Mises pour  $c=1$  et  $\sigma=0.8$



Figure A.4- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=1$  et  $\sigma=0.8$

**$c=1.5$  et  $\sigma =0.87$**

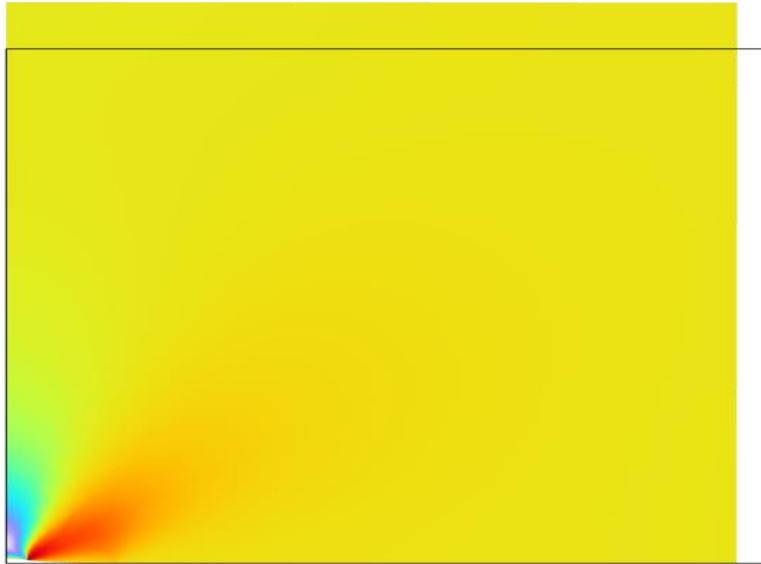


Figure A.5- contrainte de Von Mises pour  $c=1.5$  et  $\sigma =0.87$



Figure A.6-zoom contrainte de Von Mises pour  $c=1.5$  et  $\sigma =0.87$

**c=2 et  $\sigma =0.91$**

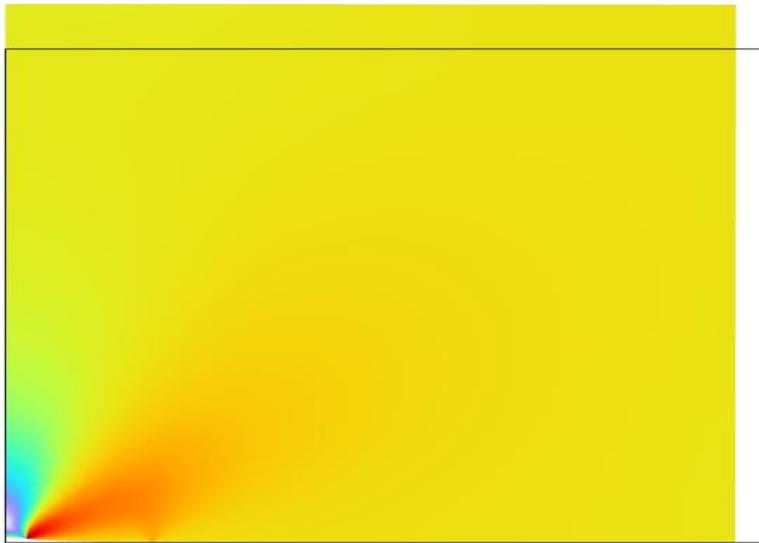


Figure A.7- contrainte de Von Mises pour c=2 et  $\sigma =0.91$



Figure A.8- zoom contrainte de Von Mises pour c=2 et  $\sigma =0.91$

$c=2.5$  et  $\sigma =0.926$

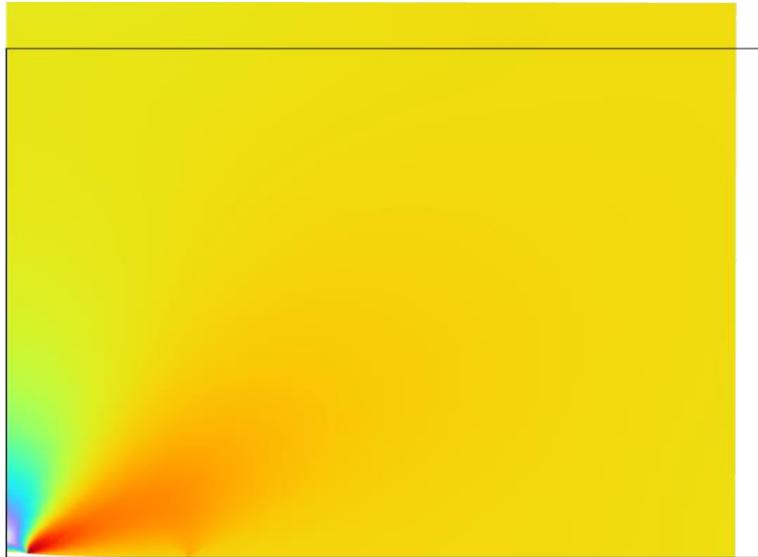
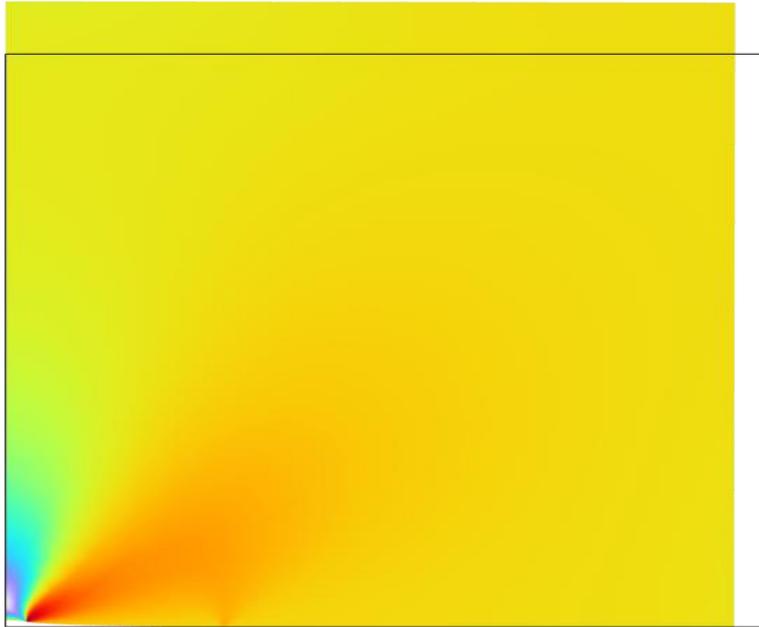


Figure.A.9- contrainte de Von Mises pour  $c=2.5$  et  $\sigma =0.926$



Figure.A.10- contrainte de Von Mises pour  $c=2.5$  et  $\sigma =0.926$

$c=3$  et  $\sigma =0.937$

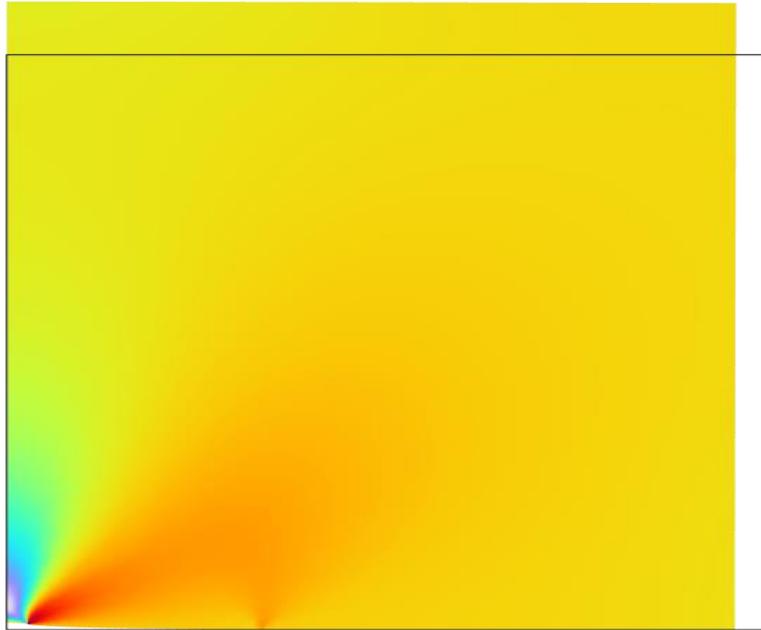


FigureA.11- contrainte de Von Mises pour  $c=3$  et  $\sigma =0.937$



FigureA.12- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=3$  et  $\sigma =0.937$

$c=3.5$  et  $\sigma =0.949$

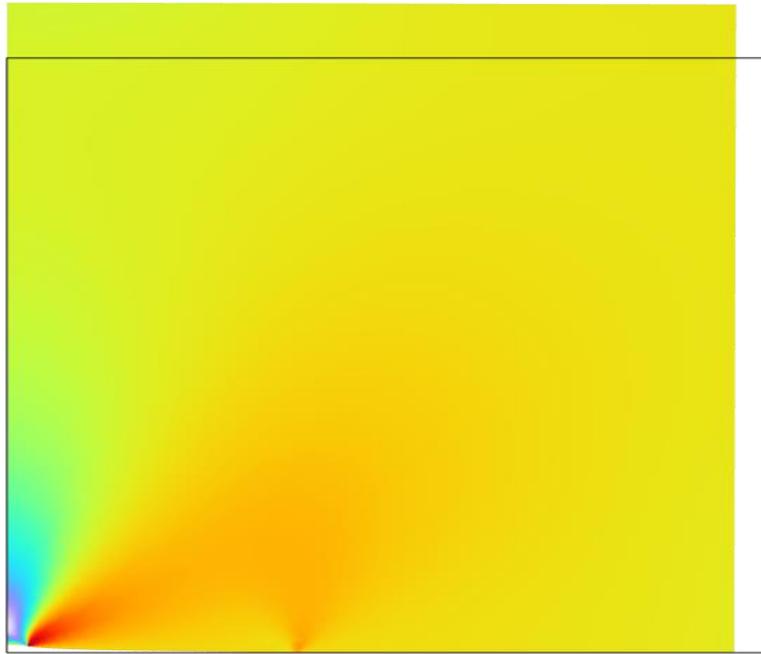


FigureA.13- contrainte de Von Mises pour  $c=3.5$  et  $\sigma =0.949$



FigureA.14-zoom contrainte de Von Mises pour  $c=3.5$  et  $\sigma =0.949$

$c=4$  et  $\sigma =0.956$

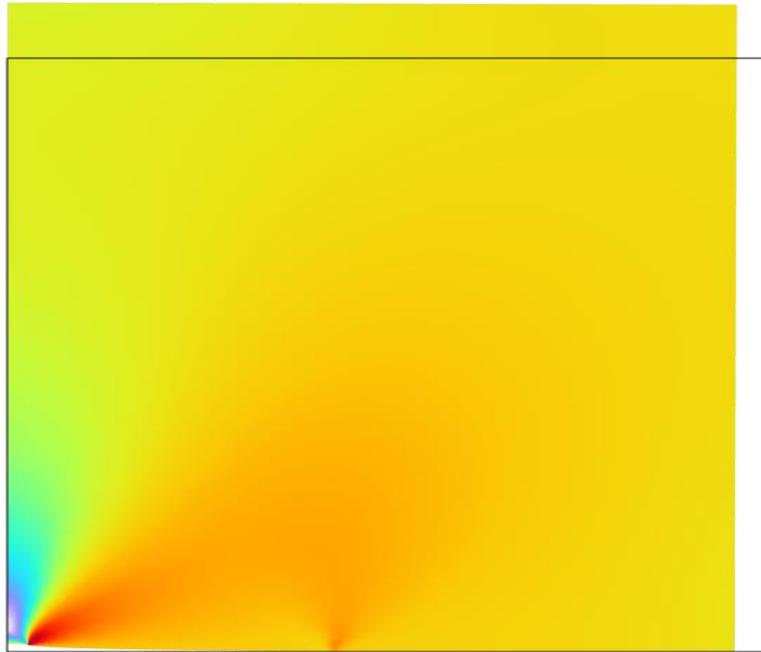


FigureA.15- contrainte de Von Mises pour  $c=4$  et  $\sigma =0.956$



FigureA.16- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=4$  et  $\sigma =0.956$

**c=4.5 et  $\sigma =0.961$**

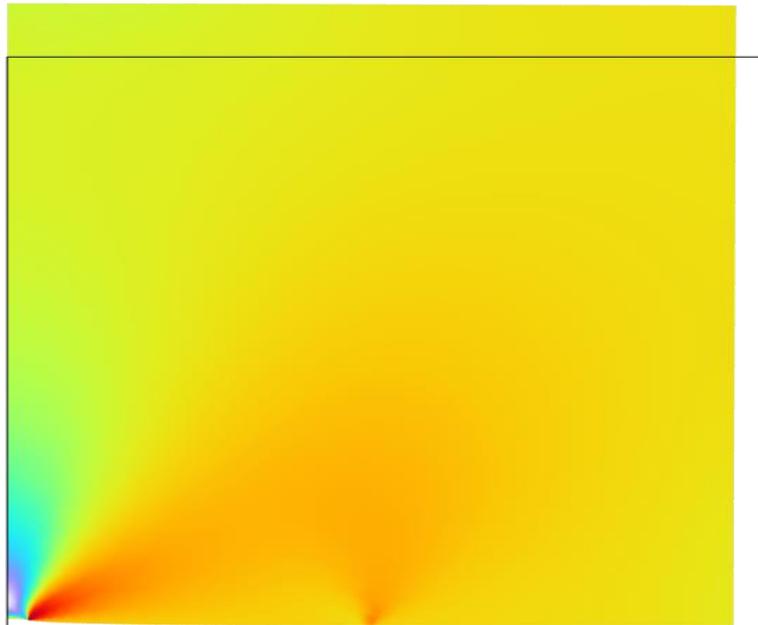


FigureA.17- contrainte de Von Mises pour c=4.5 et  $\sigma =0.961$



FigureA.18- zoom contrainte de Von Mises pour c=4.5 et  $\sigma =0.961$

$c=5$  et  $\sigma =0.964$

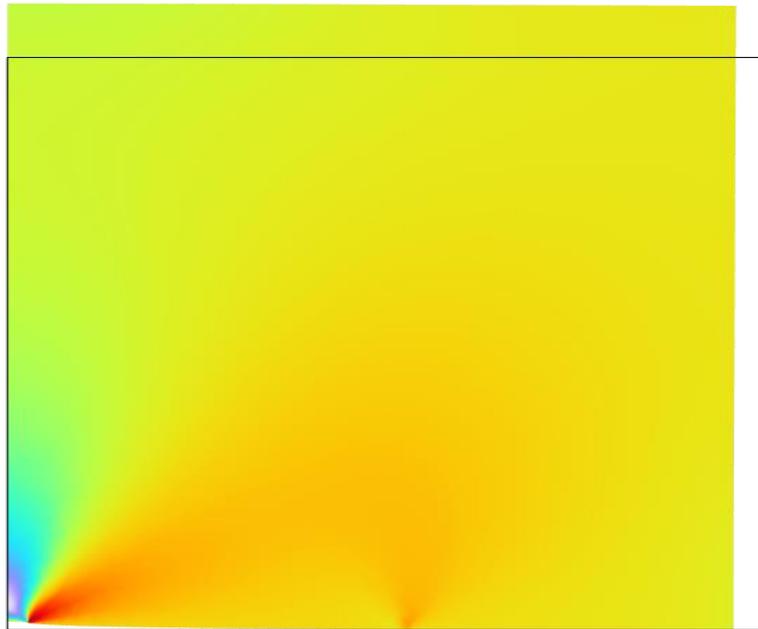


FigureA.19- contrainte de Von Mises pour  $c=5$  et  $\sigma =0.964$



FigureA.20- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=5$  et  $\sigma =0.964$

$c=5.5$  et  $\sigma =0.964$

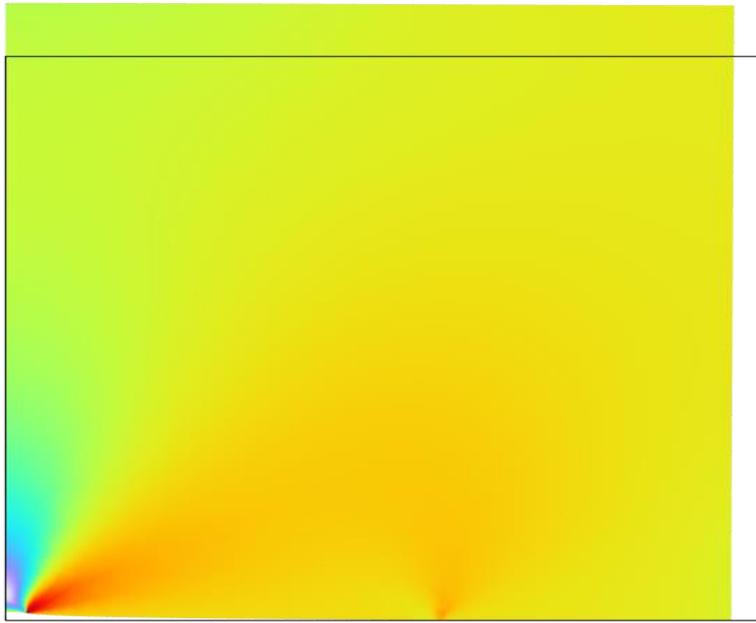


FigureA.21- contrainte de Von Mises pour  $c=5.5$  et  $\sigma =0.964$



FigureA.22- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=5.5$  et  $\sigma =0.964$

**c=6 et 0.967**

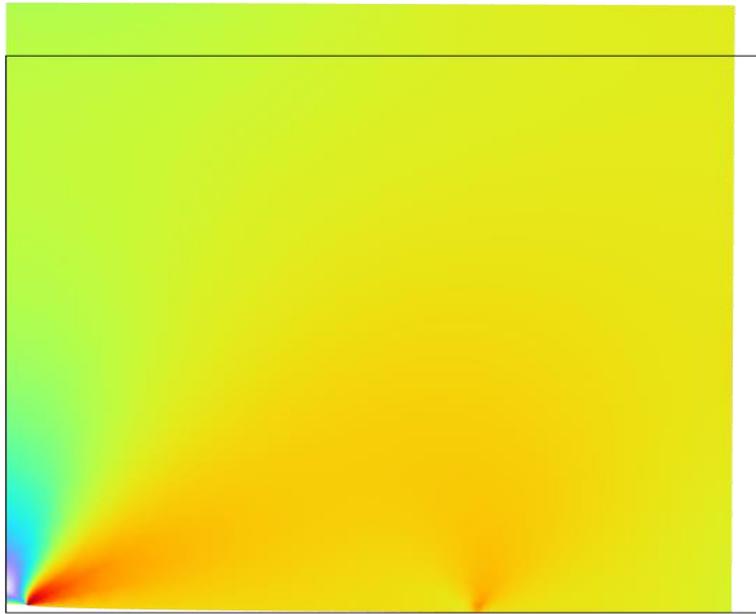


FigureA.23- contrainte de Von Mises pour  $c=6$  et  $\sigma =0.967$



FigureA-24- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=6$  et  $\sigma =0.967$

$c=6.5$  et  $\sigma =0.97$

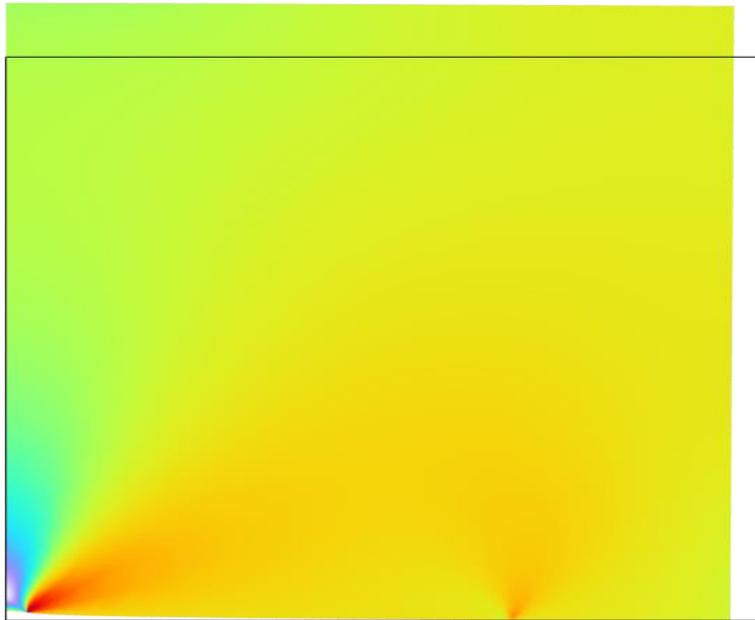


FigureA.25- contrainte de Von Mises pour  $c=6.5$  et  $\sigma =0.97$



FigureA.26- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=6.5$  et  $\sigma =0.97$

$c=7$  et  $\sigma =0.9703$

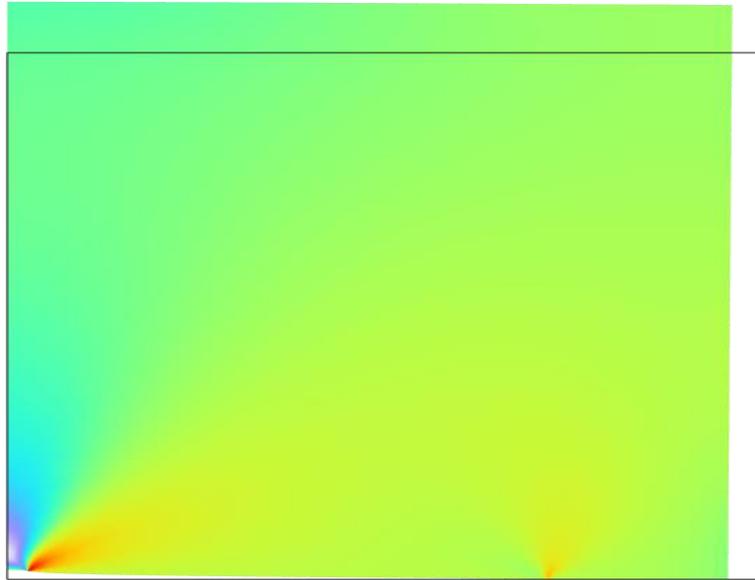


FigureA.27- contrainte de Von Mises pour  $c=7$  et  $\sigma =0.9703$



FigureA.28- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=7$  et  $\sigma =0.9703$

**$c=7.5$  et  $\sigma =0.973$**

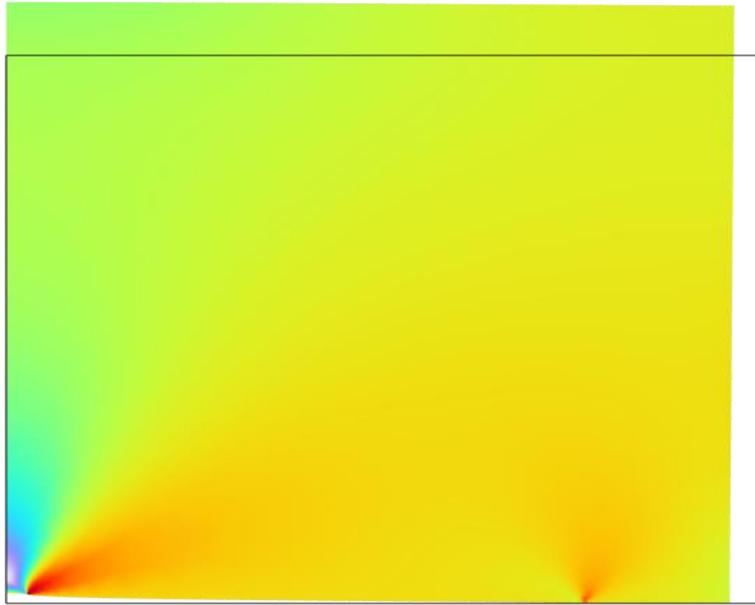


FigureA.29- contrainte de Von Mises pour  $c=7.5$  et  $\sigma =0.973$



FigureA.30- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=7.5$  et  $\sigma =0.973$

$c=8$  et  $\sigma =0.974$



FigureA.31- contrainte de Von Mises pour  $c=8$  et  $\sigma =0.974$



FigureA.32- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=8$  et  $\sigma =0.974$

$c=8.5$  et  $\sigma =0.976$

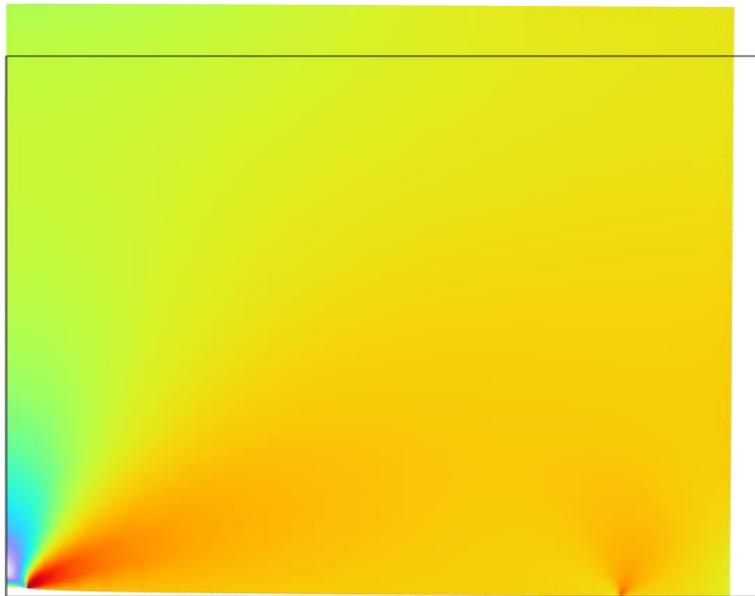
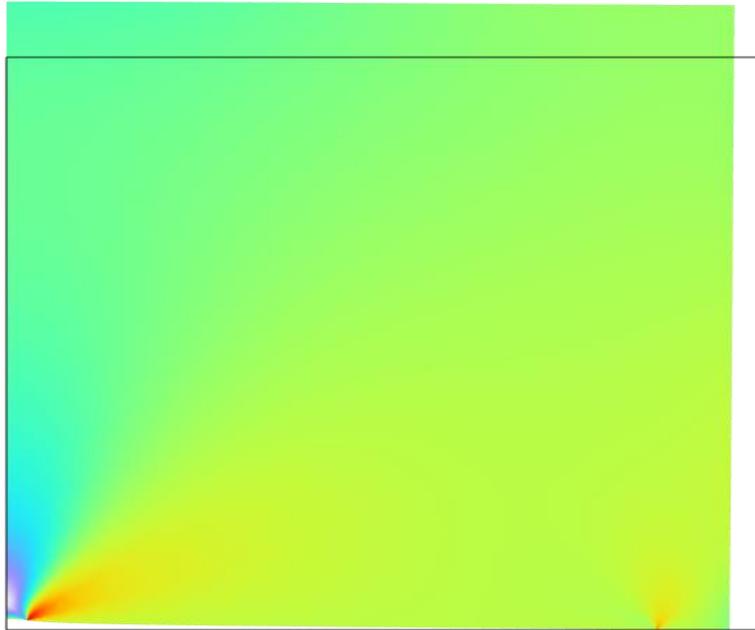


Figure A.33- contrainte de Von Mises pour  $c=8.5$  et  $\sigma =0.976$



Figure A.34-zoom contrainte de Von Mises pour  $c=8.5$  et  $\sigma =0.976$

$c=9$  et  $\sigma =0.977$

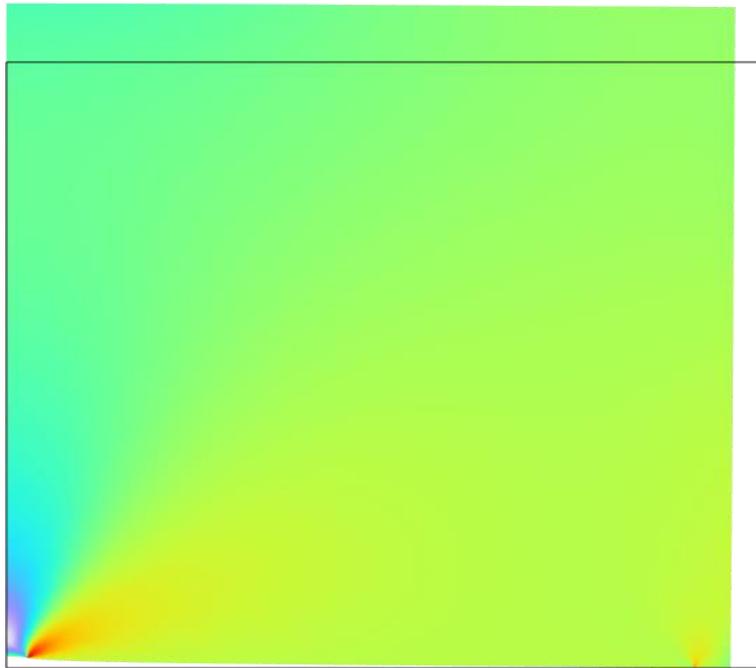


FigureA.35- contrainte de Von Mises pour  $c=9$  et  $0.9730$



FigureA.36- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=9$  et  $0.9730$

$c=9.5$  et  $\sigma =0.978$



FigureA.37- contrainte de Von Mises pour  $c=9.5$  et  $\sigma =0.978$



FigureA38- zoom contrainte de Von Mises pour  $c=9.5$  et  $\sigma =0.978$

- [1] : Pr.HICHEME FERDJANI, (2021) : « Cours mécanique de la rupture fragile », Université Saad Dahlab Blida 1.
- [2] Benhalla Redhouane ,(2023) : «Calcul du KIII avec la méthode de collocation de frontière avec prise en compte des conditions aux limites en déplacement». Université Saad Dahlab Blida 1.
- [3] : D. S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids* 8: 100-108 (1960).
- [4] : G.I. , the mathematical theory if equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.*, 7, pp. 55-129 (1962).
- [5] : JAUBERT, A. (2006). Approche variationnelle de la fatigue. Thèse de doc-torat, Université Paris XIII.
- [6] : Hossem Eddine SAIDI (2016) : «CALCUL DU FACTEUR D’INTENSITÉ DE CONTRAINTE PAR ABAQUS POUR UNE FISSURE CENTRALE ET UNE FISSURE DÉBOUCHANTE». Université Saad Dahlab Blida 1.
- [7] : COMSOL Inc. *COMSOL Multiphysics Reference Manual, Version 6.1*, COMSOL AB, Stockholm, Sweden, 2022.
- [8]COMSOL Inc. *Introduction to COMSOL Multiphysics*, COMSOL AB, 2021.
- [9]COMSOL Inc. *Application Gallery*. <https://www.comsol.com/models>
- [10]Anderson, T. L. (2017). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, 4th ed., CRC Press.
- [11] Broek, D. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers.
- [12] Tvergaard, V., & Hutchinson, J. W. (1992). *The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids*. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(6), 1377–1397.
- [13] Ortiz, M., & Pandolfi, A. (1999). *Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44(9), 1267–1282.
- [14] Bouchard, P. O., Bay, F., Chastel, Y., & Toveña, I. (2000). *Crack propagation modeling using an advanced remeshing technique*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 189(3), 723–742.

[15] **Rice, J. R.** (1968). *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics*, 35(2), 379–386.

[16] **Versteeg, H. K., & Malalasekera, W.** (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson.

