

NOUVEAU COURS DE MATHÉMATIQUES

Mathématiques supérieures
Mathématiques spéciales
Premier cycle des Universités

A. DONEDDU

Structures fondamentales

TOME

1

VUIBERT

Sommaire

Chapitre 1. — Ensembles et relations

1,1. Vocabulaire de base.....	11
1,2. Applications	16
1,3. Relations d'équivalence	22
1,4. Relations d'ordre	27
Exercices	33

Chapitre 2. — Groupes

2,1. Lois de composition	37
Magma	37
Monoïde	41
Morphismes.....	43
Compatibilité d'une loi avec une relation	45
2,2. Groupes	47
Groupe des éléments inversibles d'un monoïde	50
Sous-groupe engendré par une partie	50
2,3. Morphismes de groupes	53
Sous-groupes invariants (ou distingués)	55
2,4. Groupe-quotient	56
Application aux groupes monogènes	59
Exercices	60

Chapitre 3. — Anneaux et corps

3,1. La structure d'anneau	67
Groupe des éléments inversibles d'un anneau unifié	70
Diviseurs de zéro	71
Anneau intègre	72

3,2. Idéaux d'un anneau	74
Idéal engendré par une partie	75
Idéaux d'un anneau unifère	76
Idéal principal. Anneau principal	77
3,3. Morphismes d'anneaux	79
Anneau-quotient	80
Anneau des classes de congruence modulo n	81
3,4. Caractéristique d'un anneau	83
Cas de l'anneau unifère	84
Cas de l'anneau intègre	85
Exercices	86
 Chapitre 4. — Dénombrements. Groupe symétrique	
4,1. Le raisonnement par récurrence	91
4,2. Arrangements	92
4,3. Combinaisons	95
4,4. Binôme de Newton	97
4,5. Permutations d'un ensemble fini	100
4,6. Transpositions	101
4,7. Inversions d'une permutation	103
4,8. Signature d'une permutation	105
Exercices	109
 Chapitre 5. — Corps des fractions. Anneaux ordonnés	
5,1. Corps des fractions d'un anneau commutatif	113
5,2. Anneaux ordonnés	119
Groupes ordonnés	119
Anneaux ordonnés	123
Caractéristique d'un anneau unifère totalement ordonné	126
Corps ordonnés	126
Exercices	129
 Chapitre 6. — Nombres réels	
6,1. Le corps ordonné des nombres réels	133

6,2. Topologie sur $\mathbf{R}$	138
Suites convergentes	138
Suites adjacentes	140
Intervalles emboîtés	141
6,3. Opérations sur les suites	141
6,4. Suites de Cauchy	143
6,5. Figuration des nombres réels dans une base b	145
Unicité du corps $\mathbf{R}$	151
Exercices	154

Chapitre 7. — Le plan euclidien

7,1. Espaces vectoriels	161
Sous-espaces	164
Algèbre sur un corps commutatif	165
7,2. Plan euclidien	166
Translations	166
Homothéties	167
7,3. Produit scalaire	169
Norme d'un vecteur	169
Cercle-unité	172
Exercices	173

Chapitre 8. — Nombres complexes

8,1. Introduction	177
8,2. Nombres complexes	178
8,3. Addition	179
8,4. Multiplication	180
8,5. Immersion de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{C}$	183
8,6. Nombres complexes conjugués	184
8,7. Module d'un nombre complexe	185
8,8. Plan complexe	190
Rotations	191
Similitudes	192
Similitudes affines	193
Exercices	195

Chapitre 9. — Mesure des angles

9,1. Angles	198
Angles orientés	198
Angles non orientés	199
Addition des angles orientés	200
9,2. Mesure des angles	202
Ordre total dans R_1	202
Ordre total et addition	203
Bissection d'un angle	204
Mesure des angles	205
9,3. Isomorphisme du groupe des rotations sur le tore	208
Exercices	211

Chapitre 10. — Argument d'un nombre complexe

10,1. Trigonométrie	214
10,2. Argument d'un nombre complexe	218
10,3. Formule de de Moivre. Équation binôme	220
10,4. Application au calcul trigonométrique	224
Exercices	225
Index	229