MATHÉMATIQUES PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Yves HÉBERT

COURS ET EXERCICES

DEUG B, Pharmacie, PCEM 1

VUIBERT

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER. — **Ensembles usuels de nombres** 1
Entiers naturels (ou arithmétiques) 1
Entiers relatifs 2
Fractions arithmétiques 3
Nombres rationnels arithmétiques 5
Nombres rationnels (relatifs) 5
Nombres irrationnels. Nombres réels 6

CHAPITRE II. — **Puissances. Radicaux. Exposants** 8
Puissances entières naturelles 8
Radicaux arithmétiques 8
Combinaisons de puissances entières naturelles et de radicaux arithmétiques.. 9
Réduction de radicaux au même indice 10
Exposants (ou puissances) fractionnaires arithmétiques. Exposants rationnels arithmétiques 11
Exposants rationnels relatifs 13
Exposants réels quelconques 15
Radicaux portant sur des nombres relatifs 15
Exercices 17

CHAPITRE III. — **Rappels de notions utiles d'algèbre élémentaire** 18
Monômes et polynômes 18
Opérations sur les monômes et les polynômes 20
Équations et inéquations du premier et du second degré 24
Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues..... 26
Fractions rationnelles 27
Exercices 28

CHAPITRE IV. — **Vecteurs. Coordonnées** 30
Vecteurs libres 30
Addition des vecteurs 31
Multiplication d'un vecteur par un nombre réel 32
Axe 34
Projections..... 35
Coordonnées cartésiennes d'un vecteur ou d'un point dans un plan ou dans l'espace..... 36
Produit scalaire de deux vecteurs 38
Produit vectoriel 40
Notion de moment d'un vecteur glissant 42
Exercices 45

CHAPITRE V. — **Trigonométrie** 46
Unités d'arcs et d'angles 46
Rapports trigonométriques d'un angle aigu, relations trigonométriques dans le triangle rectangle 47

Angles orientés. Arcs orientés 49
Cercle trigonométrique. Fonctions circulaires 51
Formulaire 53
Exercices 54

CHAPITRE VI. — **Fonctions. Généralités** 57
Fonction (réelle) d'une variable réelle 57
Significations de l'expression : tendre vers... 58
Continuité 59
Fonction monotone 61
Fonctions paires, fonctions impaires, fonctions périodiques 63
Graphes cartésiens 64
Changements d'axes 64
Exercices 65

CHAPITRE VII. — **Éléments de géométrie analytique plane. Graphes cartésiens de fonctions usuelles. Coordonnées polaires** 68
Coordonnées (rappel) 68
Produit scalaire. Applications (rappel) 68
Directions 69
Angle de deux directions. Condition d'orthogonalité de deux directions 70
Graphe d'une équation $F(x, y) = 0$. Équation d'une ligne plane 71
Équation d'une droite 71
Équation d'un cercle, d'une parabole, d'une hyperbole équilatère 74
Variations et graphes des fonctions 76
Variations et graphes des fonctions circulaires 82
Coordonnées polaires. Graphes polaires. Exemples 85
Exercices 87

CHAPITRE VIII. — **Dérivées, application à l'étude de la variation des fonctions** 88
Dérivée d'une fonction $y = f(x)$ pour une valeur donnée x_0 de la variable 88
Fonction dérivée. Dérivées successives 91
Calcul des dérivées 91
Différentielle d'une fonction $y = f(x)$. Notation différentielle d'une dérivée 98
Étude de la variation d'une fonction au moyen de sa dérivée 99
Exemples 100
Notion de fonction réciproque (ou inverse) d'une fonction donnée. Dérivée. Exemples : fonctions circulaires inverses 103
Dérivées partielles d'une fonction de deux variables. Fonctions composées 107
Vecteur fonction d'une variable. Égalité $\vec{F} = m\vec{\Gamma}$ dérivée 110
Exercices 113

CHAPITRE IX. — **Primitives. Intégrales** 117
Définitions. Exemples. Notations. Propriétés élémentaires 117
Représentation de $\int_a^x f(x)dx$ et $\int_a^b f(x)dx$ au moyen de certaines aires 120
Intégrale définie limite d'une somme 126
Valeur moyenne d'une fonction dans un intervalle 129
Exercices 131

CHAPITRE X. — **Progressions. Logarithmes. Fonction logarithmique. Fonction exponentielle. Fonction puissance** 134
Progressions arithmétiques 134
Progressions géométriques 137

Logarithmes 140
Logarithmes népériens. Fonction logarithmique 145
Fonction exponentielle 150
Fonction puissance 153
Applications. Fonctions et graphes divers 154
Exercices 158

CHAPITRE XI. — **Procédés d'intégration** 165
Primitives usuelles 165
Primitives de fonctions $f(u)\,u'$ calculées à partir des primitives usuelles 165
Changement de variable 167
Intégration par parties 170
Intégration de fractions rationnelles. Exemples simples 172
Exercices 173

CHAPITRE XII. — **Équations différentielles** 176
Généralités 176
Équations différentielles du type $ay'+by=f(x)$ 177
Équations différentielles du type $ay'+by=f(x)$—(a et b fonctions données de x) 184
Équations différentielles du type $y''+ky=0$ (k constante donnée) 187
Équations différentielles du type $y''+hy'+ky=\varphi(x)$ (h, k constantes données, $\varphi(x)$ fonction donnée) 190
Exercices 193

CHAPITRE XIII. — **Développements limités** 196
Remarques préliminaires 196
Notion d'infiniment petit 197
Formules de Taylor et de Mac Laurin 199
Développement limité à l'ordre n d'une fonction $f(x)$ au voisinage de $x=0$... 201
Développements limités au voisinage de $x=0$ des fonctions e^x, Log $(1+x)$, Log $(1-x)$, sin x, cos x, $(1+x)^m$ obtenus au moyen de la formule de Mac Laurin 202
Autres exemples de développements limités au voisinage de $x=0$. Méthodes diverses 204
Développements limités au voisinage d'une valeur $x=\alpha$ différente de 0..... 207
Exemples d'utilisation des développements limités 208
Exercices 210

CHAPITRE XIV. — **Les nombres complexes** 212
Homothéties. Similitudes directes 212
Correspondances entre les vecteurs libres d'un axe, les nombres réels et les homothéties 212
Correspondances entre les vecteurs libres d'un plan, les couples de nombres réels et les similitudes directes. Nombres complexes (notations provisoires) 214
Les nombres réels, cas particuliers des nombres complexes 217
Les nombres complexes représentés au moyen des notations usuelles $a+bi$ et $\rho(\cos\theta+i\sin\theta)$ 218
Compléments. Exercices. Applications 221
Exercices 227

CHAPITRE XV. — **Analyse combinatoire. Triangle de Pascal. Binôme de Newton**. 229
Arrangements de n objets p à p $(n\geqslant p)$ 229
Permutations de n objets 230

Combinaisons de n objets p à p 230
Une propriété des nombres C_n^p. Triangle de Pascal 232
Binôme de Newton 233
Exercices 236

CHAPITRE XVI. — **Probabilités. Notions générales** 238
Définition. Exemples 238
Règle des probabilités complémentaires 242
Règle des probabilités totales 242
Règle des probabilités composées 244
Utilisation simultanée des règles des probabilités totales et composées 248
Événements indépendants ou dépendants 249
Probabilité d'un événement ou l'autre 250
Probabilité des causes. Formule de Bayes 251
Exercices 253

CHAPITRE XVII. — **Variables aléatoires discrètes d'ordre fini. Lois de probabilité** .. 260
Généralités. Exemples 260
Fonction de répartition 263
Espérance mathématique ou valeur moyenne 264
Écart. Écart moyen absolu. Moment d'ordre 2. Variance. Écart-type 266
Théorème de Bienaymé-Tchebycheff 269
Exercices 271

CHAPITRE XVIII. — **Loi binomiale. Notion de variable aléatoire continue. Densité de probabilité. Loi normale. Courbe de Gauss. Loi de Poisson** 273
Épreuves répétées. Loi binomiale 273
Loi des fréquences 278
Loi des grands nombres 279
Variable aléatoire continue. Densité de probabilité 282
Loi normale des écarts 287
Courbe de Gauss (en cloche) 293
Table de Gauss. Exemples d'utilisation 294
Loi (ou formule) de Poisson 299
Exercices 300

CHAPITRE XIX. — **Statistique. Notions générales** 305
Séries statistiques 305
Présentation d'une série statistique quantitative. Tableaux 307
Représentations graphiques 311
Valeurs typiques 318
Indices de dispersion 326
Exercices 331

CHAPITRE XX. — **Lois statistiques. Problèmes de jugements sur échantillons** 335
Notions de lois ou distributions statistiques Exemples 335
Théorèmes sur les moyennes, les variances et les écarts-types 340
Problèmes de jugements sur échantillons 346
Échantillons extraits d'une distribution normale 355
Test d'homogénéité Utilisation du χ^2 (chi deux) 360
Petits échantillons. Test de Student 363
Exercices 365

Chapitre XXI. — Régression linéaire. Corrélation 374
Préliminaires 374

وزارة التعليم والبحث العلمي
المكتبة الجامعية
المركز الجامعي بالبليدة

Droites de régression de y par rapport à x et de x par rapport à y 375
Coefficient de corrélation 377
Erreur type d'estimation 379
Complément. Simplification de calcul 380
Exemple 380
Exercice 383

APPENDICE I. — **Usage des tables numériques** 384
Types usuels de tables numériques 384
Signification de la dernière décimale 384
Interpolation linéaire 385
Tables de carrés. Tables de racines carrées 387
Usage d'une table de logarithmes décimaux 388
Calculs de logarithmes népériens 393
Exercices 395

APPENDICE II. — **Représentations graphiques de fonctions définies par points** 397
Fonctions définies par points 397
Usage du papier millimétrique 397
Échelles métriques et logarithmiques. Usage des papiers semi-logarithmique et logarithmique 401
Exercices 407

Tables 409