A. 51- 228
T.1 EX.8

ELIE AZOULAY
Professeur à l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs en Electrotechnique et Electronique

JEAN AVIGNANT
Agrégé de l'Université
Professeur à l'I.U.T. de Ville-d'Avray

2-5no-32-s12



MATHEMATIQUES
1. ANALYSE

COURS ET EXERCICES

2e tirage

McGRAW-HILL
Auckland - Bogota - Hambourg - Johannesburg
Lisbonne - Londres - Madrid - Mexico - Montréal
New Delhi - New York - Panama - Paris - San Juan
Sao Paulo - Singapour - Sydney - Tokyo - Toronto
1985

TABLE DES MATIÈRES

1. Généralités sur les fonctions. Limites **1**
1. Notion de fonction 1
2. Notion de limite 2
3. Extensions de la notion de limite 4
4. Propriétés des limites 4
5. Continuité en un point 6
6. Fonction composée 7
7. Fonction paire. Fonction impaire. Fonction périodique 7
8. Notion de fonction inverse ou réciproque 10
9. Fonctions trigonométriques inverses 11
Résumé du chapitre 1 16
Exercices 18

2. Dérivée et différentielle d'une fonction d'une variable **25**
1. Définition de la dérivée 25
2. Signification géométrique de la dérivée 25
3. Exemples de calcul de dérivées 27
4. Dérivée de la somme, du quotient ou du produit de deux fonctions 30
5. Dérivée d'une fonction composée 32
6. Relation liant les dérivées de deux fonctions réciproques 34
7. Fonctions dérivées successives. Formule de Leibniz. 36
8. Différentielle d'une fonction d'une variable 37
Résumé du chapitre 2 40
Exercices 41

3. Primitives **47**
1. Définition 47
2. Interprétation géométrique 48
3. Tableau des primitives des fonctions usuelles 50
Résumé du chapitre 3 51
Exercices 51

4. Fonction logarithme **53**
1. Définition de la fonction logarithme népérien de x 53
2. Propriétés de la fonction logarithme 54
3. Étude de la fonction $y = \text{Log } x$ 55
4. Logarithme de base quelconque 57
5. Logarithmes décimaux 58
6. Formule de changement de base 59
7. Dérivée et différentielle logarithmiques 60
Résumé du chapitre 4 60
Exercices 62

5. Fonction exponentielle **69**
1. Définition de la fonction exponentielle de base a $(a \neq 1)$ 69
2. Étude de la fonction exponentielle 69
3. Étude de la fonction $y = a^x$ pour les différentes valeurs positives de a 71
4. Croissance comparée des fonctions Log x, a^x, x^m avec $m > 0$ et $a > 1$ lorsque $x \to +\infty$ 73
Résumé du chapitre 5 75
Exercices 76

6. Fonctions hyperboliques directes et inverses **83**
1. Fonctions hyperboliques directes 83
2. Étude des fonctions hyperboliques 84
3. Relations entre les fonctions hyperboliques 88
4. Formules de multiplication ou de division par 2 89
5. Expressions des fonctions hyperboliques en fonction de th $a/2 = t$ 90
6. Fonctions hyperboliques inverses ou réciproques 91
Résumé du chapitre 6 95
Exercices 97

7. Formule de Taylor. Développements limités. Applications **103**
1. Théorème de Rolle 103
2. Formule des accroissements finis 104
3. Applications aux variations de fonctions 106
4. Formule de Taylor 107
5. Formule de Mac Laurin 108
6. Notions sur les développements limités 109
7. Applications à la recherche des limites 116
8. Applications à l'étude des courbes $y = f(x)$ 117
9. Marche à suivre pour l'étude d'une fonction $x \to f(x)$ et construction de son graphe 121
Résumé du chapitre 7 122
Exercices 125

8. Intégrales des fonctions d'une variable **155**
1. Intégrale de Riemann 155
2. Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a, b]$ 157
3. Interprétation géométrique 157
4. Propriétés générales de l'intégrale définie 158
5. Théorème de la moyenne 159
6. Inégalité de Schwarz 160
Résumé du chapitre 8 162
Exercices 163

9. Calcul des primitives et des intégrales définies **167**
1. Principes généraux 167
2. Primitives des fractions rationnelles 176
3. Primitives de fonctions trigonométriques ou hyperboliques 185
4. Primitives de fonctions algébriques non rationnelles 189
5. Calcul numérique approché d'une intégrale définie 193
Résumé du chapitre 9 200
Exercices 204

10. Intégrales généralisées **219**
1. Introduction et définitions 219
2. Intégrales du type $\int_a^b f(x)\,dx,\ f(x) \underset{x\to b}{\to} +\infty$ 222
3. Intégrales du type $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ 225
Résumé du chapitre 10 229
Exercices 230

11. Fonctions de plusieurs variables réelles **245**
1. Notions générales. Dérivées partielles 245
2. Fonction composée. Formule de Taylor. Différentielle 251
Résumé du chapitre 11 262
Exercices 266