A. 51 - 2
T. 2 EX.

ELIE AZOULAY

Ingénieur des Télécommunications
Professeur à l'Ecole Supérieure
d'Ingénieurs en Electrotechnique
et Electronique

JEAN AVIGNANT

Agrégé de l'Université
Professeur à l'I.U.T.
de Ville-d'Avray

2 Sup-32-2/1

MATHEMATIQUES
2. ANALYSE

COURS ET EXERCICES

جامعة البليدة
مكتبة المعهد
معهد العلوم و التقنيات

وزارة الجامعات
المكتبة المركزية
جامعة البليدة

McGRAW-HILL
Auckland - Beyrouth - Bogota - Hambourg - Johannesburg
Lisbonne - Londres - Madrid - Mexico - Montréal
New Delhi - New York - Panama - Paris - San Juan
São Paulo - Singapour - Sydney - Tokyo - Toronto
1984

TABLE DES MATIÈRES

1. Équations différentielles 1

A. Généralités 1

1. Définition. Terminologie usuelle 1

2. Courbes intégrales d'une équation différentielle 1

B. Équations du premier ordre $F(x, y, y') = 0$ 2

1. Équations incomplètes 2

2. Équation à variables séparées (ou « séparables ») 4

3. Équation se ramenant à l'intégration d'une différentielle exacte 4

4. Équation homogène 4

5. Équation linéaire 6

6. Applications des équations du premier ordre 8

C. Équations du second ordre $F(x, y, y', y'') = 0$ 12

1. Équations incomplètes 12

2. Équation linéaire sans second membre. Cas général 13

3. Équation linéaire du second ordre, sans second membre, à coefficients constants 15

4. Équation linéaire avec second membre. Cas général 16

5. Équation linéaire à coefficients constants, avec second membre « simple » 18

6. Compléments 21

7. Applications des équations différentielles du second ordre 22

Résumé du chapitre 1 25

Exercices 27

2. Intégrales multiples 63

1. Notion d'intégrale double 63

2. Calcul d'une intégrale double 64

3. Intégrale double en coordonnées polaires 69

4. Exemples de calcul d'intégrales doubles 71

5. Notion d'intégrale triple 78

6. Changement de variables dans une intégrale multiple 80

Résumé du chapitre 2 83

Exercices 85

3. Intégrales curvilignes. Intégrales de surface. Formules intégrales d'analyse vectorielle 105

1. Intégrale curviligne. Définition 105

2. Interprétation graphique 106

3. Extension au cas d'un contour quelconque . . . 107
4. Cas d'un contour fermé . . . 108
5. Notion de facteur intégrant . . . 111
6. Intégrales curvilignes et différentielles totales à trois variables . . . 112
7. Travail d'un vecteur . . . 113
8. Lignes de forces . . . 114
9. Intégrale de surface . . . 114
10. Formule de Riemann . . . 117
11. Applications de la formule de Riemann . . . 119
12. Formule d'Ampères-Stokes . . . 119
13. Formule d'Ostrogradski . . . 120
14. Formules intégrales d'analyse vectorielle . . . 122
Résumé du chapitre 3 . . . 123
Exercices . . . 126

4. Applications du calcul intégral . . . 141
1. Calcul d'aires . . . 141
2. Longueur d'un arc de courbe . . . 146
3. Calcul de volumes de révolution . . . 153
4. Calcul de volumes quelconques . . . 156
5. Calcul de l'aire d'une surface de révolution . . . 157
6. Centres de gravité de systèmes continus . . . 159
7. Théorèmes de Guldin . . . 164
8. Calcul de moments d'inertie . . . 167
Résumé du chapitre 4 . . . 171
Exercices . . . 175

5. Suites numériques et applications . . . 195
1. Définition . . . 195
2. Croissance, décroissance . . . 195
3. Suites majorées, minorées, bornées . . . 195
4. Limite d'une suite . . . 196
5. Suite de Cauchy . . . 196
6. Théorème fondamental sur les suites numériques . . . 197
7. Suites adjacentes . . . 197
8. Suites définies par une relation de récurrence . . . 197
9. Application lipschitzienne . . . 199
10. Application à la résolution de l'équation $f(x) = 0$ . . . 199
Résumé du chapitre 5 . . . 207
Exercices . . . 210

6. Séries numériques . . . 219
1. Définitions . . . 219
2. Condition nécessaire de convergence d'une série . . . 220
3. Étude des séries à termes positifs . . . 220
4. Séries à termes de signe quelconque . . . 231
5. Séries alternées . . . 231

6. Propriétés des séries absolument convergentes 233
7. Théorème d'Abel 235
8. Procédé de sommation de Césaro 236
9. Calcul approché de la somme d'une série 236
Résumé du chapitre 6 240
Exercices 244

7. Suites et séries de fonctions. Séries entières 259
A. Suites de fonctions 259
1. Convergence uniforme 259
2. Propriétés des suites de fonctions 261
B. Séries de fonctions 263
C. Séries entières 264
1. Domaine de convergence d'une série entière 264
2. Intervalle de convergence 265
3. Recherche du rayon de convergence 266
4. Convergence uniforme à l'intérieur de $]-R, R[$ 267
5. Propriétés fondamentales des séries entières 267
6. Développement en série entière d'une fonction $f(x)$ 268
7. Développement en série obtenu à partir d'une équation différentielle 270
Résumé du chapitre 7 273
Exercices 277

8. Séries à termes complexes. Fonctions élémentaires de la variable complexe . 293
1. Définition 293
2. Convergence 293
3. Séries géométriques 293
4. Séries entières de la variable complexe 294
5. Fonctions élémentaires de la variable complexe définie par des séries 297
6. Fonctions hyperboliques de z 299
7. Définitions de $\sin z$, $\cos z$ et $\operatorname{tg} z$ 299
8. Définition de $\operatorname{Log} z$ 301
Résumé du chapitre 8 303
Exercices 305

9. Séries de Fourier 311
1. Définition 311
2. Calcul des coefficients d'une série de Fourier 313
3. Développement d'une fonction en série de Fourier 315
4. Forme complexe d'une série de Fourier 322
5. Formule de Parseval 323
Résumé du chapitre 9 325
Exercices 327