Exercices et problèmes des mathématiques supérieures

1re partie

P. DANKO, A. POPOV,
T. KOGEVNIKOVA

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos 8

Chapitre premier. GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE 9

§ 1. Coordonnées rectangulaires et polaires 9
§ 2. Ligne droite 21
§ 3. Courbes du second degré (coniques) 35
§ 4. Transformation de coordonnées et réduction des équations des courbes du second degré (des coniques) 45
§ 5. Déterminants d'ordre 2 et 3 et systèmes d'équations linéaires à deux et trois inconnues 54

Chapitre II. ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE VECTORIELLE 62

§ 1. Coordonnées rectangulaires dans l'espace 62
§ 2. Vecteurs. Opérations élémentaires sur les vecteurs 64
§ 3. Produits scalaire et vectoriel. Produit mixte 67

Chapitre III. GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE 74

§ 1. Plan et droite 74
§ 2. Surfaces du second degré (quadriques) 88

Chapitre IV. DÉTERMINANTS ET MATRICES 97

§ 1. Notion de déterminant d'ordre n 97
§ 2. Transformations linéaires et matrices 103
§ 3. Réduction à la forme canonique des équations générales des courbes du second degré (des coniques) et des surfaces du second degré (des quadriques) 112
§ 4. Rang d'une matrice. Matrices équivalentes 119
§ 5. Etude d'un système de m équations linéaires à n inconnues . . . 122
§ 6. Résolution d'un système d'equations linéires par la méthode de Gauss 127
§ 7. Application de la méthode de Jordan-Gauss à la résolution des systèmes d'équations linéaires 130

Chapitre V. ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE 144
§ 1. Espaces vectoriels 144
§ 2. Changement des coordonnées lors du passage à une nouvelle base 152
§ 3. Sous-espaces 154
§ 4. Transformations (applications) linéaires 159
§ 5. Espace euclidien 170
§ 6. Base orthogonale et transformations (applications) orthogonales 175
§ 7. Formes quadratiques 179

Chapitre VI. INTRODUCTION À L'ANALYSE 185
§ 1. Erreur absolue et erreur relative 185
§ 2. Fonction d'une variable indépendante 187
§ 3. Construction des courbes représentatives des fonctions 190
§ 4. Limites 192
§ 5. Comparaison des infiniment petits 199
§ 6. Continuité d'une fonction 202

Chapitre VII. CALCUL DIFFÉRENTIEL DES FONCTIONS D'UNE VARIABLE INDÉPENDANTE 205
§ 1. Dérivées et différentielles 205
§ 2. Etude des fonctions 225
§ 3. Courbure d'une courbe plane 247
§ 4. Ordre de tangence des courbes planes 250
§ 5. Fonction vectorielle d'une variable scalaire et sa dérivée 251
§ 6. Trièdre attaché à une courbe gauche. Courbure et torsion 254

Chapitre VIII. CALCUL DIFFÉRENTIEL DES FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES INDÉPENDANTES . . . 260
§ 1. Domaine de définition d'une fonction. Lignes et surfaces de niveau 260
§ 2. Dérivées et différentielles des fonctions de plusieurs variables . . . 261
§ 3. Plan tangent et normale à une surface 275
§ 4. Extremum d'une fonction de deux variables indépendantes 277

Chapitre IX. INTÉGRALE INDÉFINIE 282
§ 1. Intégration directe. Changement de variable et intégration par parties 282
§ 2. Intégration des fractions rationnelles 296
§ 3. Intégration des fonctions irrationnelles élémentaires 309
§ 4. Intégration des fonctions trigonométriques 316
§ 5. Intégration des fonctions diverses 326

Chapitre X. INTÉGRALES DÉFINIES 327
§ 1. Calcul des intégrales définies 327
§ 2. Intégrales impropres 332
§ 3. Calcul des aires des figures planes 338
§ 4. Calcul de la longueur d'un arc de courbe plane 340
§ 5. Calcul des volumes des corps 342

§ 6. Calcul de l'aire d'une surface de révolution 345
§ 7. Moments statiques et moments d'inertie des arcs et des figures plans 346
§ 8. Calcul des coordonnées du centre de gravité. Théorèmes de Guldin 349
§ 9. Calcul du travail et de la pression 352
§10. Certaines notions de fonctions hyperboliques 357

Chapitre XI. ÉLÉMENTS DE PROGRAMMATION LINÉAIRE . . . 363
§ 1. Inégalités linéaires et domaine de solutions d'un système d'inégalités linéaires 363
§ 2. Problème fondamental de la programmation linéaire 367
§ 3. Méthode du simplexe 370
§ 4. Problèmes duaux 384
§ 5. Problème de transport 386
Réponses 393