T.2 40.15

A. 51 - 262
T.2 EX 15

P. DANKO, A. P[illegible] KOGEVNIKOVA

EXERCICES ET PROBLEMES DES MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

2-5w-42-2/2

(en deux parties)

2e partie

Deuxième édition
révisée et complétée





ÉDITIONS MIR • MOSCOU

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre premier. Intégrales doubles et triples 9
§ 1. Intégrale double en coordonnées rectangulaires 9
§ 2. Changement de variables d'une intégrale double 14
§ 3. Calcul des aires des figures planes 18
§ 4. Calcul des volumes 20
§ 5. Calcul des aires des surfaces 22
§ 6. Applications mécaniques de l'intégrale double 26
§ 7. Intégrale triple 29
§ 8. Applications des intégrales triples 34
§ 9. Intégrales dépendant d'un paramètre. Différentiation et intégration sous le signe d'intégration 37
§ 10. Fonction Γ. Fonction B 42

Chapitre II. Intégrales curvilignes et intégrales de surface 50
§ 1. Intégrales curvilignes prises le long d'un arc et par rapport aux coordonnées 50
§ 2. Indépendance d'une intégrale curviligne de deuxième espèce du contour d'intégration. Recherche d'une fonction d'après sa différentielle totale 55
§ 3. Formule de Green 58
§ 4. Calcul des aires des surfaces 60
§ 5. Intégrales de surface 61
§ 6. Formules de Stokes et d'Ostrogradski-Gauss. Eléments de la théorie du champ 65

Chapitre III. Séries 72
§ 1. Séries numériques 72
§ 2. Séries de fonctions 86
§ 3. Séries entières 91
§ 4. Développement des fonctions en séries entières. 97
§ 5. Calcul approché des valeurs des fonctions à l'aide des séries entières 101
§ 6. Application des séries entières au calcul des limites et des intégrales définies 107

§ 7. Nombres complexes et séries à termes complexes 109
§ 8. Série de Fourier 120
§ 9. Intégrale de Fourier 129

Chapitre IV. Equations différentielles ordinaires 135
§ 1. Equations différentielles du premier ordre 135
§ 2. Equations différentielles d'ordres supérieurs 162
§ 3. Equations linéaires d'ordres supérieurs 168
§ 4. Intégration des équations différentielles à l'aide des séries 187
§ 5. Systèmes d'équations différentielles 193

Chapitre V. Eléments de théorie des probabilités 203
§ 1. Evénement aléatoire. Fréquence et probabilité d'un événement aléatoire 203
§ 2. Axiome de l'addition des probabilités et axiome des probabilités composées 205
§ 3. Formule de Bernoulli. Nombre le plus favorisé (le plus probable) de réalisations d'un événement 210
§ 4. Formule de la probabilité complète. Formule de Bayes 213
§ 5. Variables aléatoires et loi de leur répartition 216
§ 6. Espérance mathématique et dispersion d'une variable aléatoire . . 221
§ 7. Mode et médiane 224
§ 8. Répartition de densité uniforme 226
§ 9. Loi de répartition binomiale. Loi de Poisson 228
§ 10. Répartition exponentielle. Fonction de fiabilité 231
§ 11. Loi de répartition normale. Fonction de Laplace 234
§ 12. Moment, asymétrie et excès d'une variable aléatoire 238
§ 13. Lois des grands nombres 242
§ 14. Théorème de Moivre-Laplace 246
§ 15. Systèmes de variables aléatoires 247
§ 16. Lignes de régression. Corrélation 259
§ 17. Détermination des caractéristiques des variables aléatoires en partant des données expérimentales 265
§ 18. Recherche des lois de répartition des variables aléatoires en partant des données expérimentales 278

Chapitre VI. Notions d'équations aux dérivées partielles 300
§ 1. Equations différentielles aux dérivées partielles 300
§ 2. Types d'équations aux dérivées partielles du second ordre. Réduction à la forme canonique 302
§ 3. Equation de la corde vibrante 307
§ 4. Equation de la chaleur 313
§ 5. Problème de Dirichlet pour le disque 320

Chapitre VII. Eléments de la théorie des fonctions d'une variable complexe 324

§ 1. Fonctions d'une variable complexe 324
§ 2. Dérivée des fonctions d'une variable complexe 327
§ 3. Notions de représentation conforme 330
§ 4. Intégrale par rapport à une variable complexe 334
§ 5. Séries de Taylor et de Laurent 338
§ 6. Calcul des résidus des fonctions. Utilisation des résidus pour le calcul des intégrales 345

Chapitre VIII. Eléments de calcul opérationnel 351
§ 1. Recherche des images des fonctions 351
§ 2. Recherche de l'original d'après son image 354
§ 3. Convolution des fonctions. Images des dérivées et de l'intégrale de l'originale 358
§ 4. Application du calcul opérationnel à la résolution de certaines équations différentielles et intégrales 360
§ 5. Formule générale d'inversion 363
§ 6. Application du calcul opérationnel à la résolution de certaines équations de physique mathématique 365

Chapitre IX. Méthodes de calcul 370
§ 1. Solution approchée des équations 370
§ 2. Interpolation 381
§ 3. Calcul approché des intégrales définies 386
§ 4. Calcul approché des intégrales multiples 391
§ 5. Application de la méthode Monte-Carlo au calcul des intégrales définies et multiples 404
§ 6. Intégration numérique des équations différentielles 418
§ 7. Méthode des approximations successives de Picard 424
§ 8. Méthodes élémentaires de traitement des données expérimentales 427

Chapitre X. Eléments de calcul des variations 437
§ 1. Introduction 437
§ 2. Condition nécessaire d'extremum d'une fonctionnelle $J = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y')\,dx$ 441
§ 3. Fonctionnelles dépendant des dérivées d'ordres supérieurs 448
§ 4. Fonctionnelles dépendant de deux fonctions d'une variable indépendante $J = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, z, y', z')\,dx$ 450
§ 5. Fonctionnelles dépendant des fonctions de deux variables indépendantes $J = \iint_D F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) dx, dy$ 451

§ 6. Forme paramétrique 453
§ 7. Notion de conditions suffisantes d'extremum d'une fonctionnelle 455

Chapitre XI. Méthodes directes du calcul des variations 457
§ 1. Méthode des différences finies d'Euler 457
§ 2. Méthode de Ritz 459
§ 3. Méthode de Galerkin 465
§ 4. Méthode de Kantorovitch 467
§ 5. Application du calcul des variations à l'intégration des équations différentielles ordinaires 471

Réponses 474
Annexe 488