A.51-258 EX.6
A. 51 - 258
EX. 6

DÉMID

2-5no-44-1

COURS ÉLÉMENTAIRE DE MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

Deuxième édition

جامعة البليدة 1
مكتبة المعهد
معهد العلوم و التقنيات التطبيقية

ÉDITIONS MIR · MOSCOU

TABLE DES MATIÈRES

Préface à l'édition française 5

Chapitre premier. SYSTÈME DE COORDONNÉES RECTANGULAIRES DANS LE PLAN ET SON APPLICATION AUX PROBLÈMES SIMPLES 7

§ 1. Coordonnées rectangulaires d'un point dans le plan 7
§ 2. Transformation de coordonnées rectangulaires 9
§ 3. Distance de deux points dans le plan 12
§ 4. Partage d'un segment dans un rapport donné 13
§ 5. Aire d'un triangle 15
Exercices 16

Chapitre II. ÉQUATION DE LA COURBE 18

§ 1. Ensembles 18
§ 2. Méthode des coordonnées dans le plan 20
§ 3. Courbe considérée comme l'ensemble de points 21
§ 4. Equation de la courbe dans le plan 22
§ 5. Tracé de la courbe d'après son équation 25
§ 6. Quelques problèmes élémentaires 26
§ 7. Deux problèmes fondamentaux de la géométrie analytique plane 28
§ 8. Courbes algébriques 29
Exercices 29

Chapitre III. LIGNE DROITE 30

§ 1. Equation de la ligne droite 30
§ 2. Angle de deux droites 33
§ 3. Equation d'une droite passant par un point connu dans une direction donnée 35
§ 4. Equation d'une droite qui passe par deux points connus . . . 37
§ 5. Equation de la droite « en segments » 38
§ 6. Point d'intersection de deux droites 39
§ 7. Distance d'un point à une droite 40
Exercices 42

Chapitre IV. COURBES DU SECOND DEGRÉ (coniques) 44

§ 1. Circonférence 44
§ 2. Coniques à centre 45
§ 3. Propriétés focales des coniques à centre 49

§ 4. Ellipse déduite du cercle par une déformation uniforme . . . 50
§ 5. Asymptotes à l'hyperbole 51
§ 6. Courbe représentative de la proportionnalité inverse 53
§ 7. Coniques dépourvues de centre 53
§ 8. Propriétés focales de la parabole 55
§ 9. Graphique d'un trinôme du second degré 55
Exercices 57

Chapitre V. COORDONNÉES POLAIRES. ÉQUATIONS PARAMÉTRIQUES DE LA COURBE 59
§ 1. Coordonnées polaires 59
§ 2. Relations entre les coordonnées rectangulaires et polaires . . . 60
§ 3. Equations paramétriques de la courbe 61
§ 4. Equation paramétrique de la cycloïde 63
Exercices 64

Chapitre VI. FONCTIONS 66
§ 1. Grandeurs constantes et grandeurs variables 66
§ 2. Notion de fonction 66
§ 3. Relations fonctionnelles les plus simples 70
§ 4. Modes de donnée d'une fonction 73
§ 5. Notion de fonction de plusieurs variables 77
§ 6. Notion de fonction implicite 78
§ 7. Notion de fonction réciproque 79
§ 8. Classification des fonctions d'une seule variable 80
§ 9. Courbes représentatives des principales fonctions élémentaires 82
§ 10. Interpolation de fonctions 90
Exercices 94

Chapitre VII. THÉORIE DES LIMITES 97
§ 1. Nombres réels 97
§ 2. Erreurs sur les valeurs approchées des nombres 101
§ 3. Limite d'une fonction 105
§ 4. Limites unilatères 111
§ 5. Limite d'une suite 113
§ 6. Infiniment petits 114
§ 7. Infiniment grands 116
§ 8. Théorèmes fondamentaux sur les infiniment petits 116
§ 9. Théorèmes fondamentaux sur les limites 119
§ 10. Quelques critères d'existence de la limite d'une fonction . . 123
§ 11. Limite du rapport du sinus d'un arc infiniment petit à l'arc lui-même 125
§ 12. Le nombre e 126
§ 13. Notions sur les logarithmes népériens 130
§ 14. Notions sur les formules asymptotiques 131
Exercices 133

Chapitre VIII. CONTINUITÉ D'UNE FONCTION 135
§ 1. Accroissements de l'argument et de la fonction. Continuité d'une fonction 135
§ 2. Autre définition de la continuité d'une fonction 139
§ 3. Continuité des fonctions élémentaires fondamentales 140
§ 4. Théorèmes fondamentaux sur les fonctions continues 141

§ 5. Lever d'indéterminations 143
§ 6. Classification des points de discontinuité d'une fonction . . . 144
Exercices 145

Chapitre IX. DÉRIVÉES 147

§ 1. Problème de la tangente 147
§ 2. Problème de la vitesse de mouvement d'un point 149
§ 3. Définition générale de la dérivée 150
§ 4. Autres applications de la dérivée 154
§ 5. Relation entre la continuité et la dérivabilité d'une fonction 155
§ 6. Notion sur la dérivée infinie 156
Exercices 157

Chapitre X. THÉORÈMES FONDAMENTAUX SUR LES DÉRIVÉES 158

§ 1. Remarques préliminaires 158
§ 2. Dérivées de quelques fonctions simples 158
§ 3. Principales règles de dérivation des fonctions 161
§ 4. Dérivée d'une fonction de fonction 167
§ 5. Dérivée d'une fonction réciproque 169
§ 6. Dérivée d'une fonction implicite 171
§ 7. Dérivée de la fonction logarithmique 173
§ 8. Notions sur la dérivée logarithmique 175
§ 9. Dérivée de la fonction exponentielle 176
§ 10. Dérivée d'une fonction puissance 177
§ 11. Dérivées des fonctions trigonométriques inverses 178
§ 12. Dérivees des fonctions paramétriques 180
§ 13. Tableau résumé des dérivées fondamentales 182
§ 14. Notions sur les dérivées successives 182
§ 15. Signification physique de la dérivée seconde 183
Exercices 184

Chapitre XI. APPLICATIONS DES DÉRIVÉES 186

§ 1. Théorème des accroissements finis et ses corollaires 186
§ 2. Croissance et décroissance d'une fonction d'une variable . . 188
§ 3. Notions sur la règle de L'Hospital 191
§ 4. Formule de Taylor pour un polynôme 195
§ 5. Binôme de Newton 197
§ 6. Formule de Taylor pour une fonction 198
§ 7. Extrémum d'une fonction d'une variable 199
§ 8. Concavité et convexité de la courbe d'une fonction. Points d'inflexion 206
§ 9. Résolution approchée des équations 209
§ 10. Tracé des courbes des fonctions 214
Exercices 216

Chapitre XII. DIFFÉRENTIELLES 217

§ 1. Notion de différentielle d'une fonction 217
§ 2. Relation entre la différentielle et la dérivée d'une fonction. Différentielle de la variable indépendante 222
§ 3. Interprétation géométrique de la différentielle 223
§ 4. Interprétation physique de la différentielle 224
§ 5. Calcul approché de petits accroissements d'une fonction . . . 225

§ 6. Equivalence de l'accroissement et de la différentielle d'une fonction 226
§ 7. Propriétés de la différentielle 229
§ 8. Différentielles d'ordre supérieur 232
Exercices 234

Chapitre XIII. INTÉGRALES INDÉFINIES 235
§ 1. Fonction primitive. Intégrale indéfinie 235
§ 2. Propriétés principales de l'intégrale indéfinie 238
§ 3. Tableau des intégrales indéfinies les plus simples 240
§ 4. Indépendance de la forme d'une intégrale indéfinie du choix de l'argument 241
§ 5. Notions sur les principaux procédés d'intégration 244
§ 6. Intégration des fractions rationnelles ayant un trinôme du second degré au dénominateur 249
§ 7. Intégration des irrationalités simples 253
§ 8. Intégration des expressions trigonométriques 255
§ 9. Intégration de certaines fonctions transcendantes 257
§ 10. Théorème de Cauchy. Notions sur les intégrales « incalculables» 257
Exercices 258

Chapitre XIV. INTÉGRALES DÉFINIES 261
§ 1. Notion d'intégrale définie 261
§ 2. Intégrale fonction de sa borne supérieure 263
§ 3. Interprétation géométrique de l'intégrale définie 264
§ 4. Interprétation physique de l'intégrale définie 267
§ 5. Propriétés principales de l'intégrale définie 268
§ 6. Théorème de la moyenne 271
§ 7. Calcul de l'intégrale définie par la méthode d'intégration par parties 274
§ 8. Changement de variable dans une intégrale définie 274
§ 9. Intégrale définie en tant que limite des sommes de Riemann 276
§ 10. Notions sur le calcul approché des intégrales définies 279
§ 11. Formule de Simpson 281
§ 12. Intégrales impropres 283
Exercices 285

Chapitre XV. APPLICATIONS DE L'INTÉGRALE DÉFINIE . . . 287
§ 1. Calcul des aires de surface en coordonnées rectangulaires . . . 287
§ 2. Calcul des aires de surface en coordonnées polaires 291
§ 3. Longueur de l'arc d'une courbe en coordonnées rectangulaires 293
§ 4. Longueur de l'arc d'une courbe en coordonnées polaires . . . 298
§ 5. Calcul du volume d'un corps d'après les sections droites connues 300
§ 6. Calcul des volumes de révolution 302
§ 7. Travail accompli par une force variable 304
§ 8. Autres applications physiques de l'intégrale définie 305
Exercices 307

Chapitre XVI. NOMBRES COMPLEXES 310
§ 1. Opérations arithmétiques sur les nombres complexes 310
§ 2. Plan complexe 311
§ 3. Théorèmes relatifs au module et à l'argument 312

§ 4. Extraction de racines d'un nombre complexe 315
§ 5. Notion de fonction d'une variable complexe 316
Exercices 318

Chapitre XVII. DÉTERMINANTS 319

§ 1. Déterminants du second ordre 319
§ 2. Système de deux équations homogènes à trois inconnues . . . 321
§ 3. Déterminants du troisième ordre 323
§ 4. Propriétés essentielles des déterminants 325
§ 5. Système de trois équations linéaires 328
§ 6. Système homogène de trois équations linéaires 330
§ 7. Système d'équations linéaires à plusieurs inconnues. Méthode de Gauss 331
Exercices 334

Chapitre XVIII. ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE VECTORIELLE 336

§ 1. Scalaires et vecteurs 336
§ 2. Addition des vecteurs 337
§ 3. Différence de deux vecteurs 338
§ 4. Multiplication d'un vecteur par un scalaire 339
§ 5. Vecteurs colinéaires 340
§ 6. Vecteurs coplanaires 340
§ 7. Projection d'un vecteur sur un axe 342
§ 8. Coordonnées cartésiennes orthogonales dans l'espace 345
§ 9. Longueur et direction d'un vecteur 346
§ 10. Distance de deux points de l'espace 347
§ 11. Opérations sur les vecteurs donnés par leurs coordonnées . . 348
§ 12. Produit scalaire des vecteurs 350
§ 13. Produit scalaire des vecteurs donnés par leurs coordonnées 352
§ 14. Produit vectoriel de deux vecteurs 353
§ 15. Produit vectoriel des vecteurs donnés par leurs coordonnées 355
§ 16. Produit mixte des vecteurs 356
Exercices 358

Chapitre XIX. QUELQUES NOTIONS DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE 359

§ 1. Equations de la surface et de la courbe dans l'espace 359
§ 2. Equation générale du plan 364
§ 3. Angle de deux plans 367
§ 4. Equation de la droite de l'espace 368
§ 5. Notions sur la dérivée d'un vecteur fonction 372
§ 6. Equation de la sphère 373
§ 7. Equation de l'ellipsoïde 375
§ 8. Equation du paraboloïde de révolution 377
Exercices 377

Chapitre XX. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES 379

§ 1. Notion de fonction de plusieurs variables 379
§ 2. Continuité 382
§ 3. Dérivées partielles premières 385
§ 4. Différentielle totale d'une fonction 387
§ 5. Application de la différentielle d'une fonction aux calculs approchés 393

§ 6. Notion de dérivée d'une fonction suivant une direction donnée 394
§ 7. Gradient 397
§ 8. Dérivées partielles successives 400
§ 9. Condition nécessaire de différentielle totale 401
§ 10. Maximum et minimum d'une fonction de plusieurs variables 403
§ 11. Extrémum absolu d'une fonction 406
§ 12. Etablissement de formules empiriques par la méthode des moindres carrés 408
Exercices 411

Chapitre XXI. SÉRIES 414

§ 1. Exemples de séries 414
§ 2. Convergence d'une série 415
§ 3. Condition nécessaire de convergence d'une série 419
§ 4. Comparaison de deux séries 421
§ 5. Règle de convergence de D'Alembert 424
§ 6. Convergence absolue 427
§ 7. Séries alternées. Critère de convergence de Leibniz 429
§ 8. Séries entières 431
§ 9. Dérivation et intégration de séries entières 433
§ 10. Développement d'une fonction donnée en série entière . . . 434
§ 11. Série de Maclaurin 435
§ 12. Application de la série de Maclaurin au développement de certaines fonctions en séries entières 436
§ 13. Application des séries entières aux calculs approchés . . . 439
§ 14. Série de Taylor 442
§ 15. Séries à termes complexes 444
§ 16. Formules d'Euler 446
§ 17. Séries trigonométriques de Fourier 447
§ 18. Séries de Fourier de fonctions paires et impaires 455
§ 19. Notions sur les séries de Fourier de fonctions non périodiques 458
Exercices 461

Chapitre XXII. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES 464

§ 1. Notions fondamentales 464
§ 2. Equations différentielles du premier ordre 467
§ 3. Equations du premier degré à variables séparées 468
§ 4. Equations différentielles homogènes du premier ordre . . . 474
§ 5. Equations différentielles linéaires du premier ordre 476
§ 6. Notions sur la méthode d'Euler 481
§ 7. Equations différentielles du second ordre 483
§ 8. Types d'équations différentielles intégrables du second ordre 485
§ 9. Cas d'abaissement de l'ordre 490
§ 10. Notions sur l'intégration des équations différentielles par les développements en séries entières 492
§ 11. Propriétés générales des solutions des équations différentielles linéaires homogènes du second ordre 494
§ 12. Equations différentielles linéaires homogènes du second ordre à coefficients constants 496
§ 13. Equations différentielles linéaires non homogènes du second ordre à coefficients constants 502
§ 14. Notions sur les équations aux dérivées partielles 510
§ 15. Equations linéaires aux dérivées partielles 514
§ 16. Etablissement de l'équation de la chaleur 515

§ 17. Problème de la répartition de température dans une barre limitée 517
Exercices 520

Chapitre XXIII. INTÉGRALES CURVILIGNES 523

§ 1. Intégrale curviligne de première espèce 523
§ 2. Intégrale curviligne de deuxième espèce 525
§ 3. Interprétation physique de l'intégrale curviligne de deuxième espèce 529
§ 4. Condition pour qu'une intégrale curviligne de deuxième espèce soit indépendante de la nature du chemin d'intégration . . . 530
§ 5. Travail d'une force potentielle 532
Exercices 534

Chapitre XXIV. INTÉGRALES MULTIPLES 537

§ 1. Notion d'intégrale double 537
§ 2. Intégrale double en coordonnées cartésiennes rectangulaires 541
§ 3. Intégrale double en coordonnées polaires 547
§ 4. Intégrale d'Euler-Poisson 551
§ 5. Théorème de la moyenne 552
§ 6. Applications géométriques de l'intégrale double 553
§ 7. Applications physiques de l'intégrale double 555
§ 8. Notions simples sur les intégrales triples 559
Exercices 564

Chapitre XXV. ÉLÉMENTS DE THÉORIE DES PROBABILITÉS 566

A. Définitions et théorèmes fondamentaux 566

§ 1. Evénements aléatoires 566
§ 2. Algèbre des événements 568
§ 3. Définition classique de la probabilité 569
§ 4. Définition statistique de la probabilité 572
§ 5. Principe des probabilités totales 574
§ 6. Système complet d'événements 575
§ 7. Principe des probabilités composées 576
§ 8. Formule des probabilités totales 578
§ 9. Formule de Bayes 579

B. Epreuves indépendantes répétables 581

§ 10. Eléments d'analyse combinatoire 581
§ 11. Loi binomiale de distribution de probabilité 583
§ 12. Théorème de Laplace local 584
§ 13. Théorème de Laplace intégral 585
§ 14. Théorème de Poisson 589

C. Variable aléatoire et ses caractéristiques numériques 590

§ 15. Variable aléatoire discrète et sa loi de répartition 590
§ 16. Espérance mathématique 592
§ 17. Propriétés essentielles de l'espérance mathématique 593
§ 18. Variance 596
§ 19. Variables aléatoires continues. Fonction de répartition . . . 601
§ 20. Caractéristiques numériques de la variable aléatoire continue 605
§ 21. Répartition uniforme 606
§ 22. Répartition normale 608
Exercices 611

Chapitre XXVI. NOTIONS SUR LA PROGRAMMATION LINÉAIRE. 613

§ 1. Espace vectoriel à n dimensions 614
§ 2. Ensembles dans un espace à n dimensions 615
§ 3. Problème de programmation linéaire 618

Annexes 623

A. Constantes importantes 623
B. Liste récapitulative des formules 623

Réponses 648

Index alphabétique 629

4801/89. : رقم الجرد
02/89. : ع م الفاتورة
23.01.1989 : تاريخ
A/O.P.U. : الأصل

وزارة التعليم والبحث العلمي
المكتبة الجامعية
الرئيس الجامعي بالبليدة

جامعة البليدة 1
مكتبة
المعهد
2021
28 NOV
N° 437/2021