L. CHAMBADAL J.L. OVAERT

COURS DE MATHÉMATIQUES

2 analyse II



gauthier - villars

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1. — Dérivation

1. Fonctions réglées 3
   1. Applications en escalier 3
   2. Applications continues par morceaux 5
   3. Applications réglées 6
   4. Applications quasi réglées 16

2. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point 21
   1. Relations faibles : domination et similitude 21
   2. Relations fortes : prépondérance et équivalence 25
   3. Comparaison des fonctions logarithmes, puissances et exponentielles . . 33
   4. Développements asymptotiques 37

3. Fonctions différentiables 47
   1. Applications différentiables 47
   2. Formes différentielles 51
   3. Opérations sur les applications différentiables 54
   4. Dérivées successives 65

4. Théorème des accroissements finis 72
   1. Cas des fonctions numériques 72
   2. Cas des fonctions à valeurs vectorielles 81
   3. Limite d'une suite d'applications dérivables 89
   4. Étude locale des applications dérivables 93

EXERCICES 97

CHAPITRE 2. — Primitivation

1. Primitives 148
   1. Applications admettant une dérivée réglée 148
   2. Primitives d'une application quasi réglée 153
   3. Existence et unicité des primitives 158
   4. Opérations sur les primitives 167

2. Dérivation des fonctions transcendantes élémentaires 176
   1. Fonctions exponentielles 176
   2. Variation des fonctions trigonométriques 183
   3. Fonctions transcendantes élémentaires complexes 187

4. Polynômes trigonométriques 197
5. Dérivation des fonctions transcendantes élémentaires. 203

3. Procédés pratiques de calcul des primitives 210
1. Exponentielles polynômes. 210
2. Fonctions rationnelles. 213
3. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions exponentielles . . 218
4. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions circulaires. . . . 218
5. Composées de fonctions rationnelles et de fonctions hyperboliques . . 226
6. Exemples d'intégrales abéliennes 229
7. Utilisations de la primitivation par parties 234

4. Fonctions convexes 236
1. Définition des fonctions convexes 236
2. Fonctions convexes d'une variable réelle 242
3. Fonctions convexes d'une variable vectorielle 249
4. Inégalités de la moyenne 253
5. Inégalités de Hölder et de Minkowski 257

EXERCICES 265

CHAPITRE 3. — **Intégration**

A. *Intégration des applications bornées à support compact* 298

1. Définition de l'intégrale de Riemann 298
1. Intégration des applications en escalier 298
2. Intégration des fonctions à valeurs réelles positives 300
3. Intégration des applications à valeurs vectorielles 307

2. Opérations sur les applications intégrables 311

3. Exemples fondamentaux d'applications intégrables 322
1. Intégration des applications réglées 322
2. Approximation de la mesure de Lebesgue 325

4. Intégrale d'une forme différentielle 332

B. *Extensions de la notion d'intégrale*. 349

5. Fonctions positives intégrables sur un intervalle 349

6. Applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable 362
1. Applications essentiellement bornées 362
2. Applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable 364
3. Intégrale d'une application intégrable 367

7. Opérations sur les applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable 371

8. Suites d'applications de puissance $p^{\text{ième}}$ intégrable 394

9. Applications à variation bornée 405

10. Intégrales impropres. 421

11. Intégration des relations de comparaison. 437

EXERCICES 453

CHAPITRE 4. — **Séries**

1. Séries 526
2. Séries convergentes 532
3. Séries de nombres réels positifs 543
4. Séries normalement convergentes, séries semi-convergentes 554
5. Familles sommables de nombres réels positifs. 562
6. Familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable 571
   1. Familles bornées d'éléments d'un espace vectoriel normé 572
   2. Familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable 574
   3. Opérations sur les familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable. . 579
   4. Suites de familles de puissance $p^{\text{ième}}$ normalement sommable 596
7. Sommation des relations de comparaison 603

EXERCICES 628
TABLEAU I : DÉRIVÉES USUELLES 665
TABLEAU II : PRIMITIVES USUELLES. 666
TABLEAU III : SÉRIES ENTIÈRES FORMELLES USUELLES. 668
BIBLIOGRAPHIE. 669
INDEX TERMINOLOGIQUE 671