

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA



Faculté des sciences de l'ingénieur
Département d'Aéronautique

Projet De Fin D'étude
En Vue De L'obtention Du Diplôme D'ingénieur D'état En
Aéronautique

Option : Propulsion

Thème

ETUDE DE STABILITE LATÉRALE DES AVIONS
APPLICATION SUR CINQ MODELES

Présenté par :

MAROUF ARAIBI Zoubir

Encadré par :

Mr. CHEGRANI Ahmed

Promotion : 2009/2010

RESUME

Ce travail consiste en une étude théorique et analytique des réponses aux commandes des avions qui à pour but d'assurer la stabilité transversale, l'équilibre et le guidage de l'avion en toute sécurité. L'étude dynamique nécessite l'obtention des équations du mouvement latéral qui doivent être analysées numériquement et graphiquement avec l'explication de l'influence de la masse, l'inertie, les dimensions de l'avion, les paramètres aérodynamiques ainsi que les conditions atmosphérique sur la nature des réponses. Dans ce cadre, on va prendre cinq modèles d'avions pour comparer leurs réponses aux commandes.

ABSTRACT

This work consists of a theoretical and analytical study of the responses to the controls of the aircrafts which with for goal to ensure transverse stability, the balance and the guidance of the aircraft in full safety. The dynamic study requires obtaining the equations of the side movement which must be analyzed numerically and graphically with the explanation of the influence of the mass, inertia, dimensions of the aircraft, the aerodynamic parameters as well as the conditions atmospheric on the nature of the responses. Within this framework, one will take five models of aircrafts to compare their responses to the controls.

Remerciements

*Je remercie avant tout DIEU le tout puissant
qui m'a donné la foi, le courage et la volonté de mener à
bien ce modeste travail.*

*Je remercie mon enseignant et promoteur
Mr. ALLEGRA N. A pour son soutien
et ses précieux conseils.*

*Je remercie également Monsieur
BENOÛRE D.*

*J'adresse également mes remerciements à tous les
membres du jury qui ont pris le soin de consulter mon
travail.*

*Mes remerciements s'adressent aussi à tous mes
Enseignants qui ont contribué à ma formation.
Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont aidé de près ou
de loin.*

TABLE DES MATIERES

Remerciements

Résumé

Introduction générale	14
Chapitre I : Trièdres de référence	16
I.1 Introduction.....	16
I.2 Trièdre terrestre ou inertiel $X'Y'Z'$	16
I.3 Trièdre avion XYZ	17
I.4 Trièdre de stabilité $X_S Y_S Z_S$	18
I.5 Les angles	19
I.6 Les principales phases du vol.....	21
I.6.1 Le vol rectiligne uniforme en palier.....	21
I.6.2 La montée rectiligne uniforme.....	22
I.6.3 La descente rectiligne uniforme.....	23
I.6.4 Le virage symétrique en palier à vitesse constante.....	23
I.6.5 Le vol plane.....	24
I.6.6 Le décollage.....	26
I.6.7 L'atterrissage.....	27
Chapitre II : Équations générales du mouvement	28
II.1 Introduction.....	28
II.2 Les équations du mouvement.....	28
II.2.1 Équations d'Euler.....	28
II.2.2 Contribution des rotors	31
II.3 Les équations du mouvement d'un état de vol stabilisé	31
II.3.1 Définition d'un état de vol stabilisé.....	31
II.3.2 Les équations du mouvement.....	32
II.4 Les équations du mouvement d'un état de vol perturbé	35
II.4.1 Définition d'un état de vol perturbé.....	35
II.4.2 Les équations du mouvement.....	35
Chapitre III : Concepts aérodynamiques de base	39
III.1 Introduction.....	39
III.2 Caractéristiques géométriques des profils.....	39
III.3 Caractéristiques aérodynamique des profils.....	40
III.3.1 Centre aérodynamique du profil.....	41
III.3.2 Pente du coefficient de portance du profil.....	44
III.4 Caractéristiques géométriques des ailes.....	45

III.5	Caractéristiques aérodynamique des ailes.....	48
III.5.1	Pente du coefficient de portance d'aile.....	48
III.5.2	Centre aérodynamique d'aile.....	52
III.5.3	Angle d'incidence de portance nulle.....	55
III.5.4	Coefficient du moment par rapport au centre aérodynamique.....	57
III.5.5	Angle induit par l'aile en présence du sillage	58
III.5.6	Contribution du fuselage à la position du centre aérodynamique.....	61
III.6	Angle d'incidence et efficacité des gouvernes.....	65
Chapitre IV	Les forces et les moments aérodynamiques et de poussée.....	68
IV.1	Introduction.....	68
IV.2	Les forces et les moments aérodynamiques dans un état de vol stabilisé	68
IV.2.1	Les forces et les moments latéraux-directionnel.....	70
IV.2.2	Le moment de roulis total de l'avion	71
IV.2.2.1	L'effet dièdre Cl	71
IV.2.2.2	Les Dérivées Cl_A et Cl_r	76
IV.2.3	La force latérale totale de l'avion	79
IV.2.3.1	La dérivée de la force latérale due au dérapage Cy	80
IV.2.3.2	Les dérivées Cy_A et Cy_R	81
IV.2.4	Le moment de lacet total de l'avion.....	82
IV.2.4.1	La dérivée de moment de lacet due au dérapage Cn	83
IV.2.4.2	Les dérivées Cn_R et Cn_A	85
IV.2.5	L'assemblage des forces et des moments latéraux-directionnels.....	87
IV.3	Les forces et les moments aérodynamiques dans un état de vol perturbé	87
IV.3.1	Les vitesses linéaires.....	88
IV.3.1.1	La vitesse de perturbation avant, u	88
IV.3.1.2	La vitesse de perturbation latérale, v	89
IV.3.1.3	La vitesse de perturbation descendante, w	89
IV.3.1.4	La vitesse de perturbation de roulis, p	89
IV.3.1.5	La vitesse de perturbation de tangage, q	89
IV.3.1.6	La vitesse de perturbation de lacet, r	90
IV.3.2	Les dérivées des coefficients de stabilité latérale-directionnels.....	91
IV.3.2.1	Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport à l'angle (Cy, Cl, Cn).....	91
IV.3.2.2	Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport à \dot{s} ($c_{y\dot{s}}, c_{l\dot{s}}, c_{n\dot{s}}$) 91	
IV.3.2.3	Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport au taux de roulis p (Cy_p, Cl_p, Cn_p).....	92
IV.3.2.4	Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport au taux de lacet r (Cy_r, Cl_r, Cn_r).....	97
IV.3.2.5	Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport aux angles A et R (Cy, Cl, Cn).....	100
IV.3.2.6	L'assemblage des forces et des moments de l'état du vol perturbé.....	101
IV.4	Les forces et les moments de poussée dans un état de vol perturbé	101

VI.4.6 Réponse latérale-directionnelle de la commande du braquage des gouvernes	151
VI.4.7 Forme des modes latérales-directionnelles.....	152
VI.5 Analyse de sensibilité.....	153
VI.5.1 Analyse de sensibilité pour les caractéristiques latérales-directionnelles.....	154
VI.6 Stabilité dynamique avec commandes libres.....	160
VI.6.1 Cas typique latéral-directionnel.....	160
Chapitre VI : Application sur cinq modèles d'avions.....	163
VII.1 Introduction.....	163
VII.2 Modèle mathématique de l'avion Boeing 747.....	163
VII.2.1 Valeurs propres	165
VII.2.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	166
VII.2.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction	166
VII.2.4 Interprétation des résultats.....	167
VII.3 Modèle mathématique de l'avion Beech M99	168
VII.3.1 Valeurs propres	169
VII.3.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	170
VII.3.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction	170
VII.3.4 Interprétation des résultats.....	171
VII.4 Modèle mathématique de l'avion Cessna 172.....	172
VII.4.1 Valeurs propres	174
VII.4.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	174
VII.4.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction	175
VII.4.4 Interprétation des résultats.....	175
VII.5 Modèle mathématique de l'avion Gates Learjet M24.....	176
VII.5.1 Valeurs propres	178
VII.5.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	178
VII.5.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction	179
VII.5.4 Interprétation des résultats.....	179
VII.6 Modèle mathématique de l'avion McDonnell Douglas F4C.....	180
VII.6.1 Valeurs propres	182
VII.6.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	182
VII.6.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction	183
VII.6.4 Interprétation des résultats.....	183
VII.7 Réponse statique latérale pour un avion d'affaire (jet).....	184
VII.7.1 Caractéristiques aérodynamique de l'avion.....	184
VII.7.2 Interprétation des résultats.....	185
Conclusion	186
Bibliographie	
Annexes	

LISTE DES FIGURES ET GRAPHES

Figure I.1 : Trièdre terrestre ou inertiel $X'Y'Z'$	16
Figure I.2 : Trièdre géométrique XYZ	17
Figure I.3 : Trièdre de stabilité $X_S Y_S Z_S$	18
Figure I.4 : Les angles	19
Figure I.5 : L'inclinaison W	20
Figure I.6 : Le dérapage S	20
Figure I.7 : Vol rectiligne uniforme en palier	21
Figure I.8 : Couples incidence – vitesse	22
Figure I.9 : Montée rectiligne uniforme	22
Figure I.10 : Virage horizontal	23
Figure I.11 : Vol plane	24
Figure I.12 : Pente de descente	25
Figure I.13 : Le décollage	26
Figure I.14 : L'atterrissage.....	27
<hr/>	
Figure II.1 : Orientation de l'avion	29
Figure II.2 : Exemples des trajectoires de vol stabilisés	32
Figure II.3 : Exemples des trajectoires de vol perturbé.....	35
<hr/>	
Figure III.1 : Caractéristiques géométriques des profils.....	39
Figure III.2 : Différents types de profils	40
Figure III.3 : Méthodes équivalentes pour exprimer les forces et les moments d'un profil...42	42
Figure III.4 : L'effet de l'angle de bord de fuite sur la section du centre aérodynamique....43	43
Figure III.5 : Variation de l'angle de bord de fuite avec l'épaisseur du profil.....43	43
Figure III.6 : L'effet de l'épaisseur et l'incidence sur la position du centre de poussée.....44	44
Figure III.7 : Nombres de Mach critiques calculés pour des profils NACA.....45	45
Figure III.8 : Variation de section de la pente de la courbe du coefficient de portance avec le nombre de Mach.....45	45
Figure III.9 : Paramètres de forme en plan pour une aile trapézoïdale effilé avec flèche....46	46
Figure III.10 : La relation entre la pente du coefficient de portance et le coefficient de la force normale.....50	50
Figure III.11 : Pente de la courbe du coefficient de la force normale de l'aile en supersonique	50-51
Figure III.12 : Facteur de correction de pente de la courbe du coefficient de force normale pour le bord d'attaque sonique d'une aile.....52	52
Figure III.13 : Coordonnées utilisées pour localiser le centre aérodynamique d'aile.....53	53

Figure III.14 : Centre aérodynamique d'aile	54-55
Figure III.15 : Définition de l'angle de vrillage relativement à la corde d'emplanture.....	57
Figure III.16 : La géométrie utilisée pour calculer Cm_{ac}	57
Figure III.17 : La géométrie utilisée pour le calcul de déflexion.....	60
Figure III.18 : Diagrammes pour estimer d/d sur l'axe central de d'empenage horizontal	60
Figure III.19 : Correction de d/d pour des variations à travers l'envergure.....	61
Figure III.20 : Image d'écoulement potentiel pour un solide de révolution.....	62
Figure III.21 : Facteur de correction pour le rapport de finesse du fuselage.....	62
Figure III.22 : Contribution de fuselage et de nacelle pour le calcul de la position du centre aérodynamique.....	64
Figure III.23 : L'estimation du facteur $d\bar{e}/d$ en avant de l'aile.....	64
Figure III.24 : La relation entre C_L , et pour des gouvernes de bord de fuite.....	66
Figure III.25 : Efficacité théorique de portance pour des volets de bord de fuite.....	66
Figure III.26 : Efficacité théorique de portance pour des volets au bord de fuite.....	67

Figure IV.1 : Définition de l'angle de dérapage	70
Figure IV.2 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet du dièdre géométrique.....	72
Figure IV.3 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet de position de l'aile sur le fuselage.....	73
Figure IV.4 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet de flèche d'aile.....	74
Figure IV.5 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet de l'empenage vertical.....	76
Figure IV.6 : Moment de roulis généré par les ailerons, spoilers et le stabilisateur différentiel.....	77
Figure IV.7 : Moment de roulis dû à la gouverne de direction.....	79
Figure IV.8 : La variation de c_{yS} en fonction du nombre de Mach	81
Figure IV.9 : La variation de c_{yuR} en fonction du nombre de Mach.....	82
Figure IV.10 : La variation de c_{nS} en fonction du nombre de Mach.....	84
Figure IV.11 : La variation de c_{nuR} en fonction du nombre de Mach.....	85
Figure IV.12 : Moment de lacet généré par les ailerons, spoilers et le stabilisateur différentiel	86
Figure IV.13 : Présentation des vitesses et des angles de l'état de vol perturbé.....	87
Figure IV.14 : La force latérale due au taux de roulis.....	93
Figure IV.15 : L'explication physique du moment de roulis dû au taux de roulis.....	94
Figure IV.16 : L'effet de la portance et de la traînée sur le moment de lacet.....	95
Figure IV.17 : L'effet de la dépression sur le moment de lacet dû au taux de roulis.....	96
Figure IV.18 : L'explication physique de la force latérale due au taux de lacet.....	98
Figure IV.19 : L'explication physique de la contribution de l'aile-fuselage et l'empenage vertical sur le moment de roulis dû au taux de lacet.....	99
Figure IV.20 : La variation de Cn_r en fonction du nombre de Mach.....	100
Figure IV.21 : Les forces normales du turbopropulseur et du turboréacteur.....	102

Figure IV.22 : Les forces normales au dérapage.....	106
<hr/>	
Figure V.1 : Exemple d'un état d'équilibre stable, instable et neutralement stable d'un système mécanique.....	108
Figure V.2 : Exemple d'un état d'équilibre stable, instable et neutralement stable d'un avion	109
Figure V.3 : Exemple du comportement stable et instable de la vitesse des avions.....	112
Figure V.4 : L'angle de gouverne de direction requis pour le moteur éteint dans un état de vol stabilisé (vol rectiligne).....	123
Figure V.5 : Virage stabilisé.....	126
Figure V.6 : Vol en ressources symétriques.....	131
Figure V.7 : Exemple typique d'un système de commande du vol réversible.....	133
Figure V.8 : Exemple typique d'un système de commande du vol irréversible.....	134
<hr/>	
Figure VI.1 : Exemples de la stabilité dynamique : Convergente, neutre et divergente.....	136
Figure VI.2 : Rotation des axes de fuselage par rapport aux axes de stabilité.....	139
Figure VI.3 : Utilisation de la fonction de transfert latérale-directionnelle.....	141
Figure VI.4 : Mode spiral vu par un observateur extérieur.....	146
Figure VI.5 : Exemple de l'évolution du mode de roulis en fonction du temps.....	148
Figure VI.6 : Le mode de roulis vu par un observateur extérieur.....	148
Figure VI.7 : Le mode roulis hollandais vu par un observateur extérieur.....	150
Figure VI.8 : L'effet de C_l sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	154
Figure VI.9 : L'effet de C_{l_p} sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	155
Figure VI.10 : L'effet de C_{l_r} sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	156
Figure VI.11 : L'effet de C_n sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	157
Figure VI.12 : L'effet de C_{n_p} sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	158
Figure VI.13 : L'effet de C_{n_r} sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	159
Figure VI.14 : L'effet de C_y sur les caractéristiques latérales-directionnelles d'un avion d'affaire.....	160
Figure VI.15 : Les coefficients de taux de gouverne A et B.....	162
Figure VI.16 : Les coefficients de taux de gouverne C et D.....	162
<hr/>	

Figure VII.1 : Trois vue de l'avion B-747.....	163
Figure VII.2 : Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	166
Figure VII.3 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction.....	166
Figure VII.4 : Trois vue de l'avion Beech M99.....	168
Figure VII.5 : Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	170
Figure VII.6 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction.....	170
Figure VII.7 : Trois vue de l'avion Cessna 172.....	172
Figure VII.8 : Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	174
Figure VII.9 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction.....	175
Figure VII.10 : Trois vue de l'avion Gates Learjet M24.....	176
Figure VII.11 : Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	178
Figure VII.12 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction.....	179
Figure VII.13 : Trois vue de l'avion McDonnell Douglas F4C.....	180
Figure VII.14 : Réponse latérale due au braquage des ailerons.....	182
Figure VII.15 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction.....	183
Figure VII.16 : Forces et moments d'un avion d'affaire (jet).....	184
Figure VII.17 : L'angle de dérapage	184
Figure VII.18 : La variation du coefficient de moment de lacet en fonction de dérapage...	185

LISTE DES TABLEAUX

Tableau IV.1 : La dépendance des forces et des moments aérodynamiques avec les variables de commande dans le cas du vol stabilisé.....	69
Tableau IV.2 : Les forces et les moments latéraux-directionnels dans le cas de vol stabilisé.....	87
Tableau IV.3 : La dépendance des forces et des moments aérodynamiques en fonction des différentes variables de commandes dans le cas du vol perturbé.....	88
Tableau IV.4 : Les forces et les moments quasi-stationnaire dans le cas de vol perturbé.....	90
Tableau IV.5 : Les forces et les moments quasi-stationnaire (adimensionnel) dans le cas de vol perturbé.....	91
Tableau IV.6 : les forces et les moments latéraux-directionnels dans un état de vol perturbé.....	101
<hr/>	
Tableau V.1 : Critères de la stabilité statique des avions.....	110
Tableau V.2 : Solutions pour δ , A et R pour un état de vol stabilisé (vol rectiligne).....	121
<hr/>	
Tableau VI.1 : Les dérivées dimensionnelles de la stabilité latérale-directionnelles.....	140
<hr/>	
Tableau VII.1 : Dérivées latérales adimensionnelles ; B747.....	164
Tableau VII.2 : Dérivées latérales dimensionnelle ; B747.....	164
Tableau VII.3 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Beech M99.....	168
Tableau VII.4 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Beech M99.....	169
Tableau VII.5 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Cessna 172.....	173
Tableau VII.6 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Cessna 172.....	173
Tableau VII.7 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Gates Learjet M24.....	177
Tableau VII.8 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Gates Learjet M24.....	177
Tableau VII.9 : Dérivées latérales adimensionnelles ; McDonnell Douglas F4C.....	181
Tableau VII.10 : Dérivées latérales dimensionnelle ; McDonnell Douglas F4C.....	181

NOMENCLATURE

Dimension, masse, inertie :

S : Surface de l'aile

S_t : Surface de l'empennage

c : Corde aérodynamique

\bar{c} : Corde aérodynamique moyenne

b : Envergure

$K_n = h_n - h$: Marge statique

H : Altitude de l'avion

m : Masse de l'avion

g : Pesanteur

ρ : Masse volumique d'air

μ : Coefficient de viscosité

a : Vitesse de son

M : Nombre de Mach

I_x, I_y, I_z : Moments d'inertie suivant les axes X, Y, Z

I_{xy} : Produits d'inertie suivant les axes X, Y

I_{xz} : Produits d'inertie suivant les axes X, Z

I_{yz} : Produits d'inertie suivant les axes Y, Z

Angles d'Euler :

Θ : Angle d'azimut

α : Assiette longitudinale

ω : Angle de gîte

Angles aérodynamiques :

γ : Angle d'incidence

δ : Angle de dérapage

α : Angle d'assiette

χ : La pente

Braquages :

a : Braquage des ailerons

e : Braquage de la gouverne de profondeur

r : Braquage de la gouverne de direction

Vitesses de rotation :

p:Vitesse angulaire de roulis

q:Vitesse angulaire de tangage

r:Vitesse angulaire de lacet

Vitesses linéaires :

u:Vitesse lineaire le long de OX

v:Vitesse lineaire le long de OY

w:Vitesse lineaire le long de OZ

V :Vitesse totale de l' avion

Forces et moments aérodynamiques suivant les axes X, Y, Z de repère de l'avion :

Forces :

X : Force de traînée, Y : Force latérale, Z : Force de portance.

Moments :

L, M, N : Les moments de roulis, tangage et lacet respectivement.

Lexique aérodynamique :

C_x : Coefficient de force de trainée

C_y : Coefficient de force de portance

C_z : Coefficient de force latérale

C_l : Coefficient de moment de roulis

C_m : Coefficient de moment de tangage

C_n : Coefficient de moment de lacet

L_w : Portance de l'aile.

D_w : Trainée de l'aile.

L_t : Portance de l'empennage.

M_{ac_w} : Moment de la force aérodynamique au foyer

M_w : Moment de tangage de l'aile

M_t : Moment de tangage de l'empennage

C_{m_w} : Coef de moment de tangage de l'aile

C_{m_t} : Coef de moment de tangage de l'empennage

C_l : Coef de portance globale

C_{m_t} : Coef de trainée globale

C_{L_t} : Coef de portance de l'empennage

C_{m_t} : Coef de trainée de l'empennage

$C_{M_{ac_w}}$: Coef de moment de la force aérodynamique au foyer

C_{m_r} : Raideur en tanguage

C_{m_t} : Coef de moment de l'empennage

$C_{m_{w_b}}$: Coef de moment de la combinaison aile / fuselage / nacelle

a_{w_b} : Pente de la courbe de portance

de la combinaison aile / fuselage / nacelle

$C_{L_w} = a_w$: Pente de la courbe de portance de l'aile

Introduction

Générale

Introduction générale

Pour qu'un avion soit facilement pilotable, il faut qu'il soit stable. C'est à dire qu'il ait tendance à compenser naturellement les petites variations des vitesses ou d'altitude non désirées qui peuvent survenir. A ce stade, notre objectif est de développer la compréhension fondamentale au sujet de la stabilité, commandes et mécanique du vol atmosphérique.

La conception moderne des différents types des avions dépend directement de la mission voulue de ces derniers.

Ajuster un avion pour effectuer une telle mission implique le respect total de cahier de charge élaboré lors de la conception sur les aspects suivants:

- Forme Aérodynamique
- Motorisation
- Commandes de vol
- Systèmes avioniques
-Etc.

Pour cette raison des études approfondies sont nécessaires. Parmi les études les plus intéressantes : l'étude de la stabilité.

Pourquoi exactement la stabilité?

Le degré de stabilité détermine l'importance de l'action de commande, mesurée en termes de déplacement de commande et force, requise pour manœuvrer suivant une trajectoire de vol donnée.

Cette étude traite systématiquement la théorie linéaire classique de stabilité et de commande des avions rigides. Pour faire traiter cette théorie, il est exigé de commencer par le cas le plus général. La théorie est alors réduite à des cas plus simples. Beaucoup d'utilisation est faite en matrice d'algèbre et de la méthode du transformée de Laplace, qui sont les outils essentiels de l'ingénieur.

Une dérivation détaillée des équations du mouvement est le sujet du chapitre deux. Plusieurs concepts aérodynamiques importants requis dans la stabilité et la commande des avions sont discutés en chapitre trois. Tout le travail de stabilité et de commande d'avion tourne au sujet des dérivés de stabilité, le chapitre quatre contient les dérivations et les explications physiques des dérivés des coefficients de stabilité et de

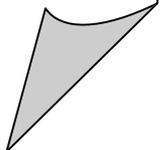
commande les plus importants. La stabilité statique et le contrôle de l'avion aussi bien que les effets du système de commande de vol sont discutés en chapitre cinq.

En chapitre six, la théorie de stabilité dynamique et le contrôle de l'avion est discutée dans un domaine de temps et du point de vue de fréquence, avec l'application des fonctions de transfert.

Ce travail exige donc une bonne connaissance des caractéristiques aérodynamiques des surfaces portantes, qui sont étudiées dans la mécanique des fluides. La présence des logiciels de calcul comme MATLAB, nous permettent d'analyser les réponses aux commandes par la résolution des équations du mouvement de l'avion dans le cas d'un état de vol stabilisé. On se concentre sur l'étude dynamique puisqu'elle contient l'analyse des modes vibratoires du mouvement pendant le guidage de l'avion par le pilote, on va examiner en particulier les modes de roulis, spiral et roulis hollandais.

Chapitre I

Trièdres de référence



I.1 Introduction :

L'aérodynamique est la science qui s'intéresse aux écoulements autour d'un objet. Cet objet est appelé mobile quand il se déplace dans un fluide au repos ou maquette lorsqu'il est fixe et le fluide est en mouvement. En aérodynamique, nous utilisons essentiellement trois repères : un lié à la terre, l'autre lié au mobile (l'avion) et l'autre lié à la vitesse de l'écoulement (la stabilité).

I.2 Trièdre terrestre ou inertiel $X'Y'Z'$:

- Trièdre inertiel lié à la terre :
 - La position de l'origine est arbitraire ;
 - En général : station radar, le seuil d'une piste.
- Trièdre inertiel lié à l'avion :
 - La position de l'origine coïncide avec le centre de gravité de l'avion ;

Pour les 2 repères :

- L'axe des Z' pointe vers le centre de la terre ;
- Le plan $X'Y'$ est parallèle à l'horizon ;
- L'orientation de l'axe des X' est arbitraire mais pointe habituellement vers le nord.

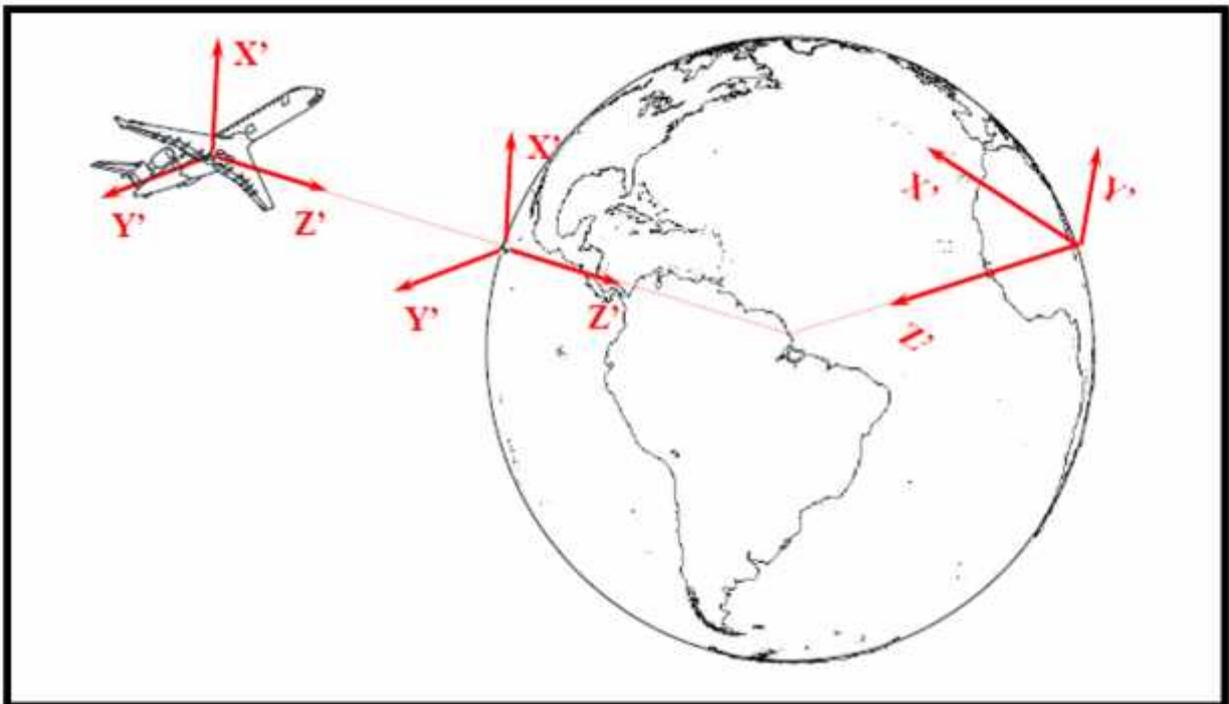


Figure I.1 : Trièdre terrestre ou inertiel $X'Y'Z'$

I.3 Trièdre avion XYZ :

Le centre du repère est un point fixe de l'avion, on choisit le centre de gravité de l'avion afin d'avoir le même centre pour tous les repères. Les axes \bar{x} et \bar{z} sont orthogonaux entre eux et contenus dans le plan de symétrie de l'avion. \bar{x} est choisi voisin de l'axe longitudinal de l'avion et orienté positif de l'arrière de l'avion à l'avant. \bar{z} est normal à \bar{x} et orienté vers le bas. En fin \bar{y} est déterminé de façon à avoir un trièdre positif.

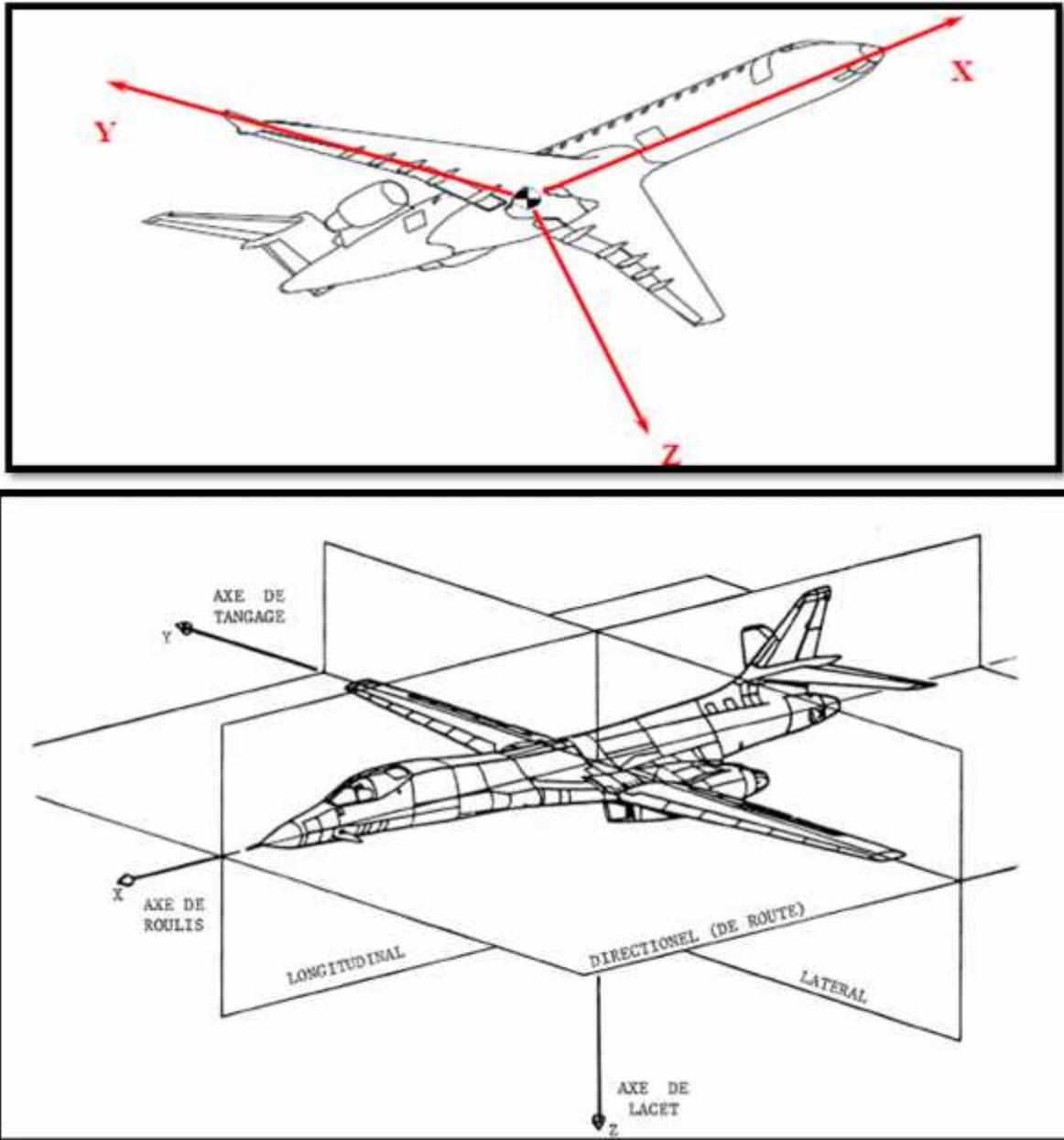


Figure I.2 : Trièdre géométrique XYZ

I.4 Trièdre de stabilité $X_s Y_s Z_s$:

- Le plan $X_s Z_s$ reste dans le plan de symétrie de l'avion ;
- La direction de l'axe des X_s est alignée sur la projection de vecteur vitesse dans le plan de symétrie de l'avion ;
- La direction de l'axe des Y_s coïncide toujours avec l'axe géométrique des Y .

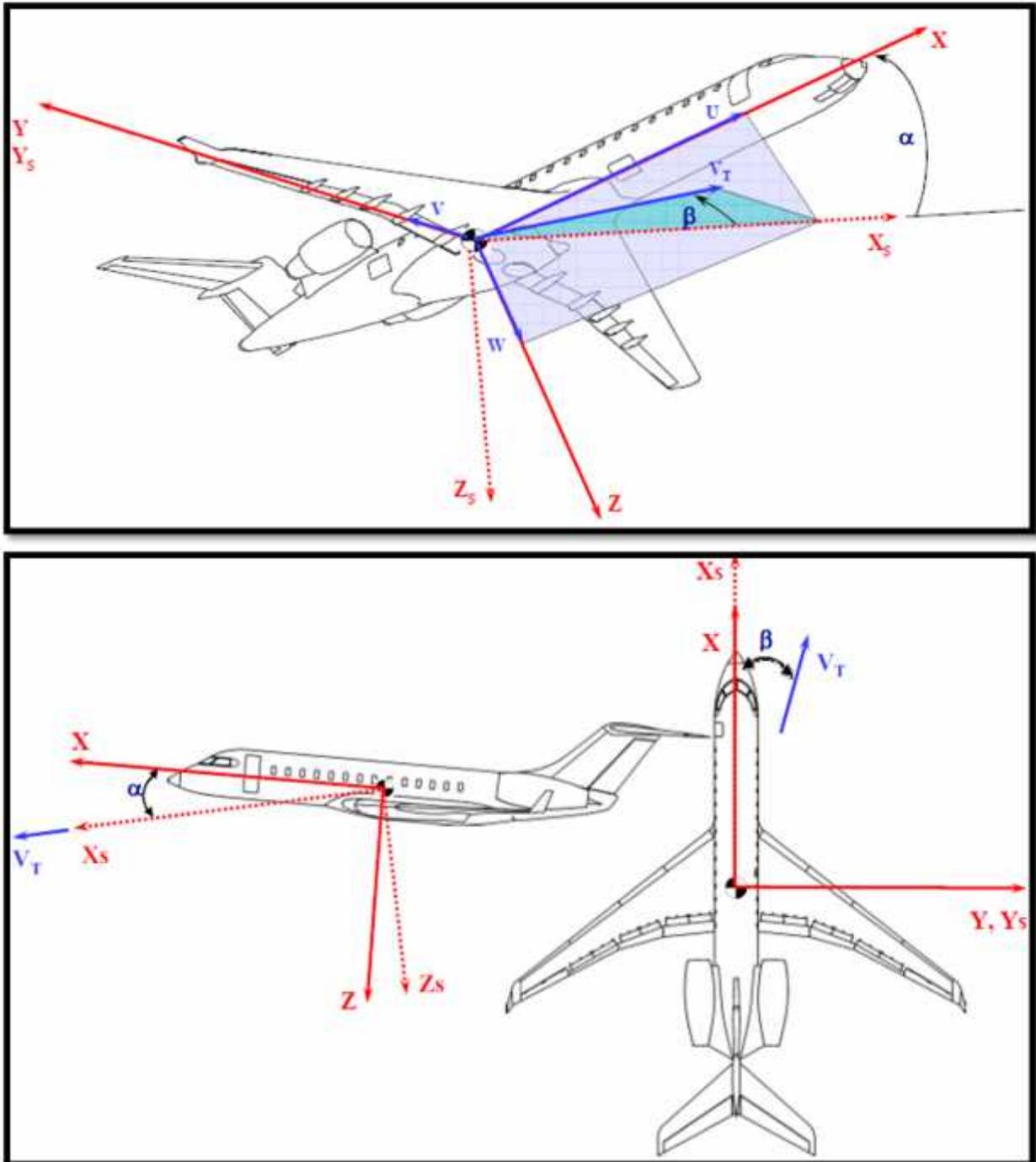


Figure (I.3) : Trièdre de stabilité $X_s Y_s Z_s$

I.5 Les angles :

Pour repérer le déplacement de l'avion dans l'espace, il faut utiliser des angles positionnant l'avion par rapport aux axes des trièdres de référence.

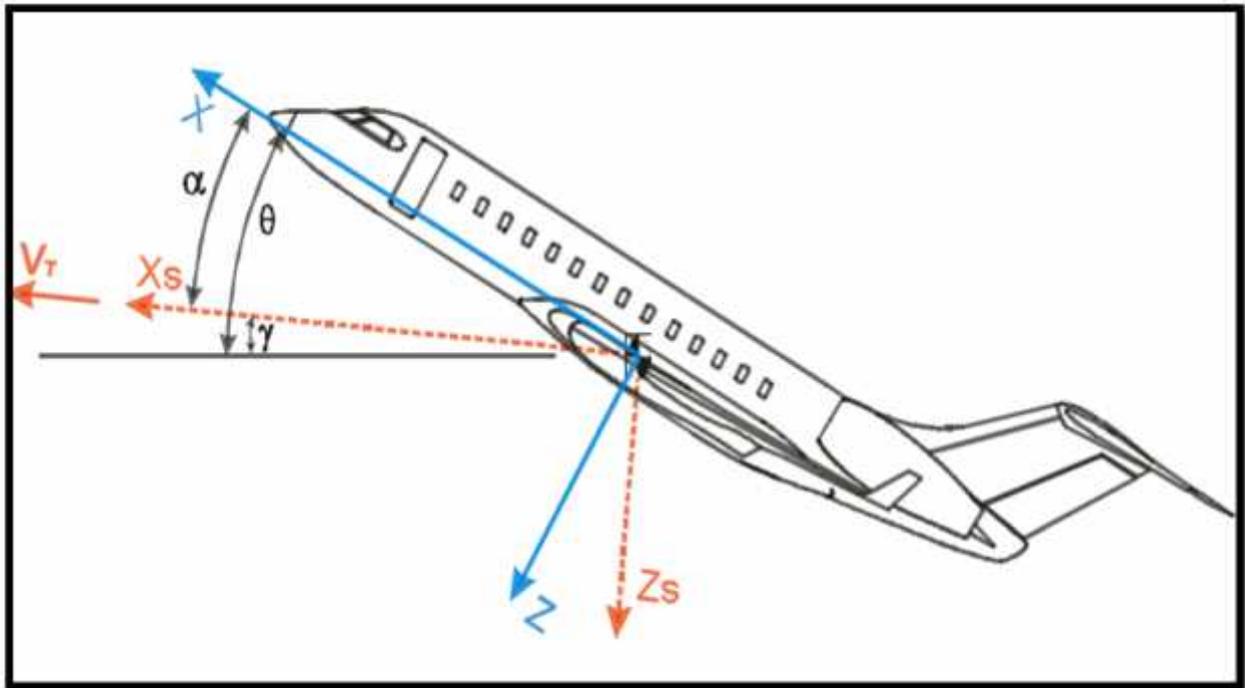


Figure I.4 : Les angles

- **Angle d'assiette** θ : angle entre l'axe de l'avion et l'horizontale géographique (attitude). Elle est comptée positivement si le nez de l'avion est au-dessus de l'horizon et négativement s'il est en dessous. C'est l'angle indiqué par l'horizon artificiel.
- **Incidence** γ : angle entre la direction de la vitesse (vent) et l'axe de l'avion. Elle est comptée positivement si la ligne de foi est au-dessus de la direction de la vitesse.
- **Pente** χ : angle entre la direction de la vitesse et l'horizontale géographique ($\chi = 0$ en vol horizontal). Elle matérialise la trajectoire de l'avion. La pente est positive si la vitesse est au-dessus de l'horizontale.

Avec ces définitions, les trois angles sont reliés entre eux par :

$$\theta = \gamma + \chi \dots\dots\dots (I.1)$$

L'inclinaison w : est l'angle formé entre le plan des ailes et l'horizontale. Il est repéré dans l'avion à l'aide de l'horizon artificiel ou de l'indicateur de virage. En vol à vue, on le repère par l'inclinaison du capot moteur

sur l'horizon. L'inclinaison a pour but principal de permettre d'effectuer des virages plus ou moins serrés.

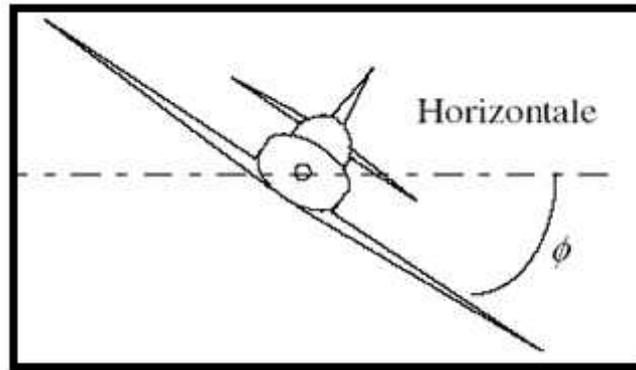


Figure I.5 : L'inclinaison W

Le dérapage S : est l'angle entre l'axe X de l'avion et la vitesse. Il est compté positivement par la droite (nez à gauche de la vitesse). Il est indiqué à bord de l'avion par la bille. Si elle est au centre, le dérapage est nul, si elle est à droite, le dérapage est à droite (la bille indique le sens de la vitesse vraie).

L'angle de dérapage est important car s'il n'est pas nul en croisière l'avion consomme plus de carburant que nécessaire pour effectuer son vol. En phase d'approche il est encore plus important car il augmente la vitesse de décrochage. En cas d'approche dérapée involontaire, une tenue rigoureuse de la vitesse habituelle d'approche peut entraîner un décrochage de l'appareil. Il est très important de surveiller ce dérapage. On crée ce type de décrochage volontairement que pour certaines figures de voltige.

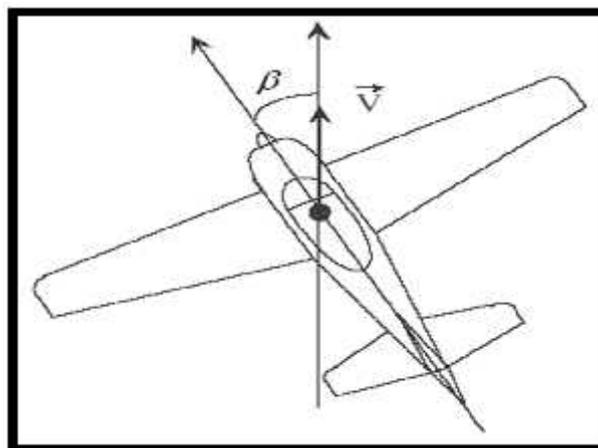


Figure I.6 : Le dérapage S

I.6 Les principales phases du vol :

I.6.1 Le vol rectiligne uniforme en palier :

Le vol rectiligne en palier à vitesse constante reste la configuration de vol la plus fréquente.

Examinons la situation dans une telle configuration :

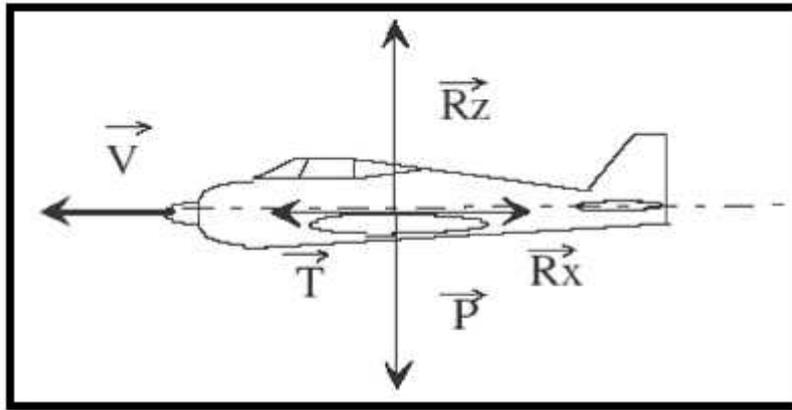


Figure I.7 : Vol rectiligne uniforme en palier

Pour maintenir l'équilibre de l'avion il faut que :

- La portance équilibre le poids :

$$R_z = m \cdot g = \frac{1}{2} \dots S \cdot v^2 \cdot C_z \dots \dots \dots (I.2)$$

- La traction équilibre la traînée :

$$T = R_x = \frac{1}{2} \dots S \cdot v^2 \cdot C_x \dots \dots \dots (I.3)$$

Pour une puissance motrice donnée il existe, en général, deux couples incidence - vitesse pour réaliser un palier rectiligne à vitesse constante :

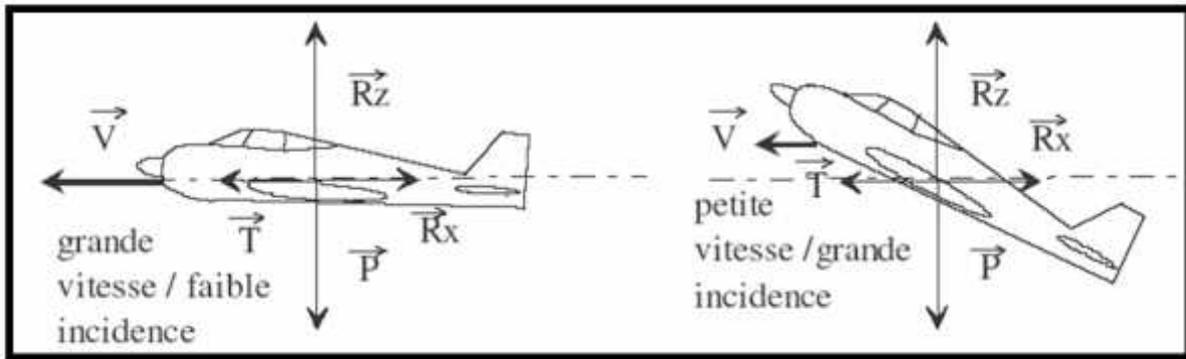


Figure I.8 : Couples incidence – vitesse

I.6.2 La montée rectiligne uniforme :

La montée est plus complexe à étudier. Du point de vue de la sustentation les équations restent assez simples :

$$R_z = m.g.\cos(p) = \frac{1}{2} \dots S.v^2.C_z \dots \dots \dots (I.4)$$

En revanche pour la propulsion, on obtient :

$$T = R_x + m.g.\sin(p) = \frac{1}{2} \dots S.v^2.C_x + m.g.\sin(p) \dots \dots \dots (I.5)$$

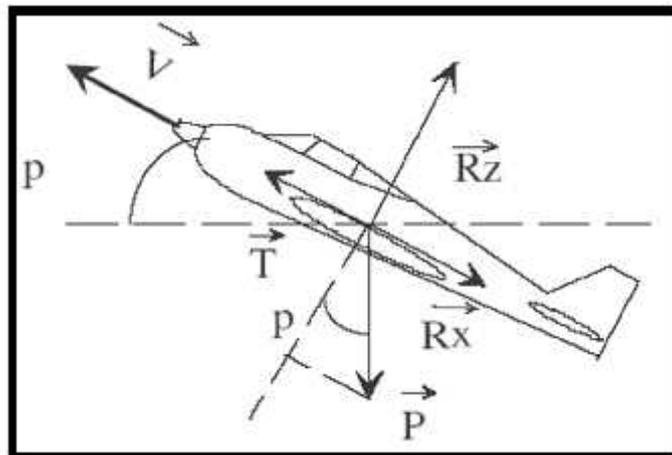


Figure I.9 : Montée rectiligne uniforme

En pratique, la vitesse ne peut être maintenue indéfiniment. Il existe plusieurs montées à vitesse stabilisée utilisées en pratique selon les priorités (gain d'altitude, temps de montée, rapport distance parcourue et altitude gagnée) :

- La montée à pente maximale (pour gagner beaucoup d'altitude sur une faible distance) pour les franchissements d'obstacles.
- La montée à V_z maximale (pour gagner le plus rapidement possible de l'altitude) pour des gains d'altitude rapides.
- La montée à vitesse optimale (VOM) pour obtenir le meilleur rapport altitude gagnée, distance parcourue, temps écoulé et consommation. C'est la plus employée quand aucun impératif de sécurité ne se présente.

I.6.3 La descente rectiligne uniforme :

Le principe de son étude est le même, cette fois le poids de l'avion devient moteur et on peut se permettre de diminuer la traction pour maintenir la vitesse. L'étude du vol plané est développée dans le cas d'un vol motorisé, il suffit de rajouter la traction.

I.6.4 Le virage symétrique en palier à vitesse constante :

C'est également une configuration courante puisqu'en navigation les virages se font en général à altitude constante. Dans cette configuration l'équilibre des forces amène à écrire :

- La traction compense la traînée :

$$T = R_x = \frac{1}{2} \dots S \cdot v^2 \cdot C_x \dots \dots \dots (I.6)$$

- La composante verticale de la portance compense le poids :

$$R_z \cdot \cos\omega = m \cdot g = \frac{1}{2} \dots S \cdot v^2 \cdot C_z \cdot \cos\omega \dots \dots \dots (I.7)$$

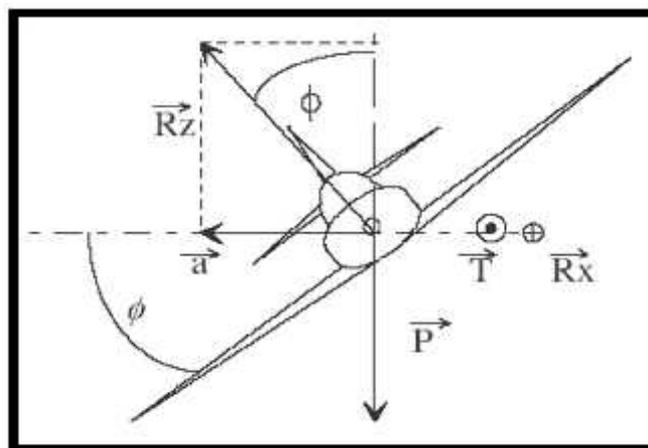


Figure I.10 : Virage horizontal

On définit le facteur de charge par le rapport des forces d'inertie et du poids, ce qui dans le cas d'un virage en palier à vitesse constante donne :

$$n = \frac{R_z}{p} = \frac{1}{\cos w} \dots\dots\dots (I.8)$$

Facteur de charge maximum est de l'ordre de 2,5 pour les avions de ligne et d'aviation générale, il peut atteindre sept pour les avions militaires ou d'acrobatie.

D'autre part l'accélération centrifuge de l'avion est :

$$a = v^2 / R \dots\dots\dots (I.9)$$

En projetant sur le rayon du virage la relation fondamentale de la dynamique on obtient :

$$R_z \cdot \sin w = m(v^2 / R) \dots\dots\dots (I.10)$$

Soit en la divisant par la deuxième équation :

$$\tan w = V^2 / R \cdot g \dots\dots\dots (I.11)$$

Cela signifie que pour une inclinaison donnée, le rayon de virage est déterminé par la vitesse.

I.6.5 Le vol plane :

Ce type de vol correspond au régime des planeurs et des parapentes. Etudions le cas d'une descente planée à vitesse constante :

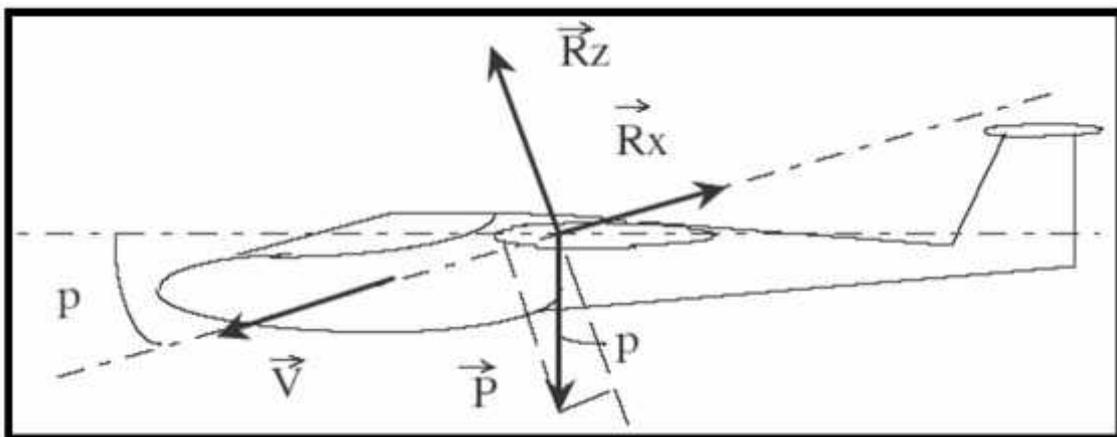


Figure I.11 : Vol plane

L'équilibre du vol donne les deux équations suivantes :

- La projection des forces selon la verticale :

$$R_z = m.g.\cos(p) = \frac{1}{2} \dots S.v^2.C_z$$

- La projection des forces selon l'horizontale :

$$R_x = m.g.\sin(p) = \frac{1}{2} \dots S.v^2.C_x$$

On peut en déduire la pente de descente :

$$\tan(p) = \frac{R_x}{R_z} = \frac{C_x}{C_z} = \frac{1}{f} \dots \dots \dots (I.12)$$

La pente de descente est d'autant plus faible que la finesse est importante.

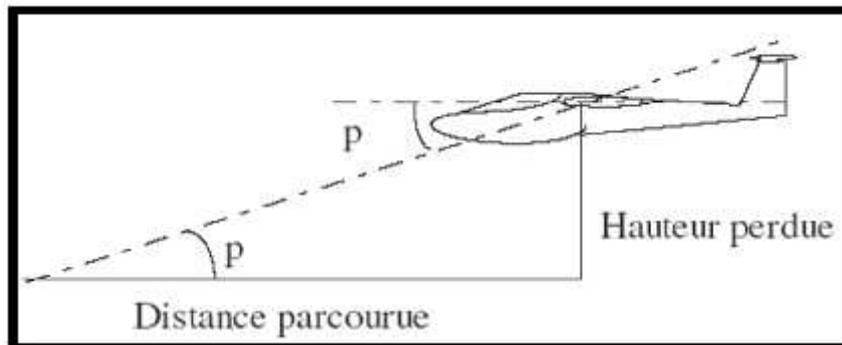


Figure I.12 : Pente de descente

Comme la montre le schéma ci contre, la tangente de la pente correspond aussi au rapport de l'altitude perdue sur la distance parcourue :

$$\tan(p) = \frac{H}{D} = \frac{1}{f} \dots \dots \dots (I.13)$$

Connaissant la finesse et l'altitude, on peut calculer la distance parcourue horizontalement :

$$D = f.H \dots \dots \dots (I.14)$$

I.6.6 Le décollage :

Le décollage se décompose en trois phases :

1- Le roulement :

Pendant cette phase l'avion accélère sur la piste afin d'atteindre une vitesse lui permettant d'assurer sa sustentation par une portance suffisante. L'utilisation des volets permet de diminuer la vitesse nécessaire au décollage mais diminue l'accélération par augmentation de la traînée. En général on utilise un seul cran de volet. Cette position intermédiaire offre un bon compromis.

2- La rotation :

Lorsque la vitesse de décollage est atteinte, on effectue la rotation pour placer l'avion à l'assiette de montée. Cela augmente la portance par augmentation d'incidence. La sustentation va se produire.

3- L'envol :

Dans cette phase, l'avion a quitté le sol mais en est encore très proche. Il faut continuer à accélérer pour assurer la prise d'altitude. Le décollage se termine au passage à la hauteur de 15 m par rapport au sol.

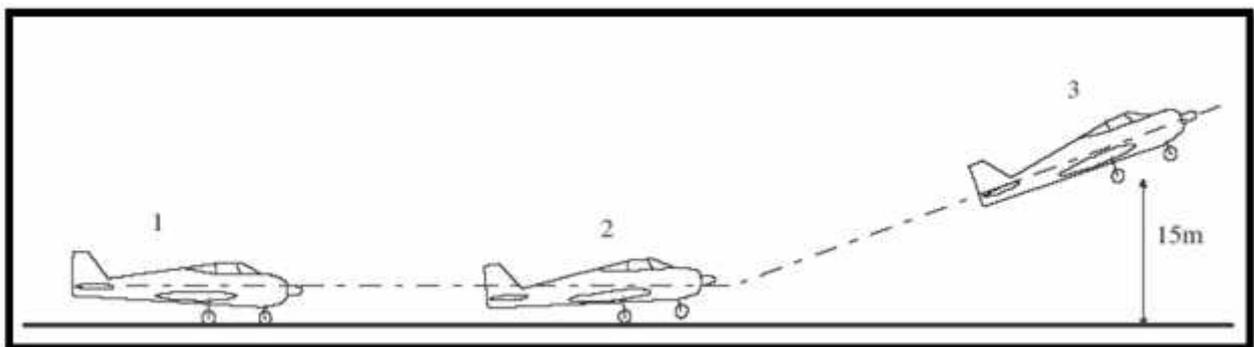


Figure I.13 : Le décollage

I.6.7 L'atterrissage :

L'atterrissage se décompose également en trois phases :

1- La finale :

L'avion descend sur une pente stabilisée avec une vitesse constante. Par vent faible ou nul, le pilote sort les pleins volets et les becs afin de réduire la vitesse d'approche.

2- L'arrondi :

Près du sol le pilote réduit la pente de descente afin de toucher le sol, on dit qu'il arrondit. Cette phase permet de prendre contact doucement avec la planète.

3- La décélération :

Une fois les roues au sol l'atterrissage n'est pas terminé. Il faut perdre sa vitesse sur la piste avant de pouvoir dégager vers le parking. Cette phase peut paraître une pure formalité mais il n'en est rien. Il faut rester vigilant pendant toute la décélération. Un freinage mal dosé peut entraîner un cheval de bois, un pylône ou une sortie de piste.

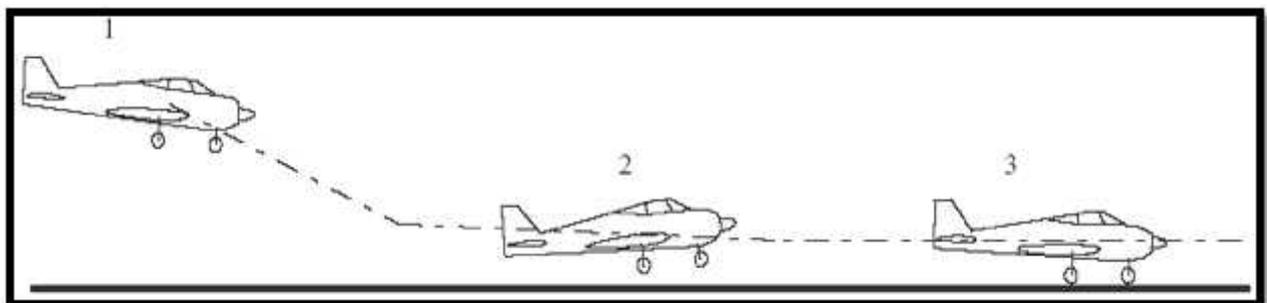
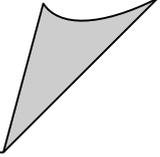


Figure I.14 : L'atterrissage

Chapitre II

*Équations générales
du mouvement*



II.1 Introduction :

On commencera ce chapitre par rappeler les équations générales du mouvement d'un solide indéformable telles qu'elles s'appliquent au mouvement d'un avion, y compris en présence de parties tournantes, telles que les hélices. Ensuite, on considérera le cas particulier de petites perturbations autour d'un état d'équilibre, qui permet d'écrire ces équations sous forme linéaire. Puis, on analysera l'expression des forces aérodynamiques et on montrera en particulier que, pour les avions de configuration symétrique, les mouvements de faible amplitude autour d'un état d'équilibre se décomposent en un problème longitudinal et un problème latéral.

II.2 Les équations du mouvement :

II.2.1 Équations d'Euler :

Les équations du mouvement d'un solide indéformable établies au cours de mécanique rationnelle sont :

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{F} \quad \dots\dots\dots (II.1)$$

$$\frac{d(\vec{I}\vec{\check{S}})}{dt} = \vec{G} \quad \dots\dots\dots (II.2)$$

Où \vec{I} est le tenseur d'inertie, $\vec{\check{S}}$ la vitesse de rotation, et \vec{F} et \vec{G} les forces et les moments appliqués respectivement, qui se composent du poids, des forces et moments aérodynamiques et des forces et moments des propulseurs.

Ces équations sont exprimées dans le repère avion présenté précédemment. Comme ce repère n'est pas inertiel, les dérivées temporelles apparaissant dans les équations du mouvement (II.1) et (II.2) doivent être transformées par les règles habituelles, à savoir :

$$\left(\frac{da_i}{dt}\right)_{inertiel} = \left(\frac{da_i}{dxt}\right)_{avion} + u_{ijk}\check{S}_j a_k \quad \dots\dots\dots (II.3)$$

La masse de l'avion et le tenseur d'inertie étant constants en repère avion, les équations du mouvement s'écrivent (en notations indicielles) :

$$m\left(\frac{dv_i}{dt} + u_{ijk}\check{S}_j v_k\right) = F_i \quad \dots\dots\dots (II.4)$$

$$I_{ij}\left(\frac{dw_j}{dt} + u_{ijk}\check{S}_j I_{kl} w_l\right) = G_i \quad \dots\dots\dots (II.5)$$

Établissons à présent l'expression de la transformation de coordonnées entre le repère inertiel et le repère avion, ainsi que celle des vitesses de rotation en fonction des angles d'Euler Θ , Ψ et Φ . En vertu de la définition des angles d'Euler représentés par la figure II.1, on a :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos W & \sin W \\ 0 & -\sin W & \cos W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & -\sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega & 0 & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad . (II.6)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Theta & \cos \omega \sin \Theta & -\sin \omega \\ \sin W \sin \omega \cos \Theta - \cos W \sin \Theta & \sin W \sin \omega \sin \Theta + \cos W \cos \Theta & \sin W \cos \omega \\ \cos W \sin \omega \cos \Theta + \sin W \sin \Theta & \cos W \sin \omega \sin \Theta - \sin W \cos \Theta & \cos W \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

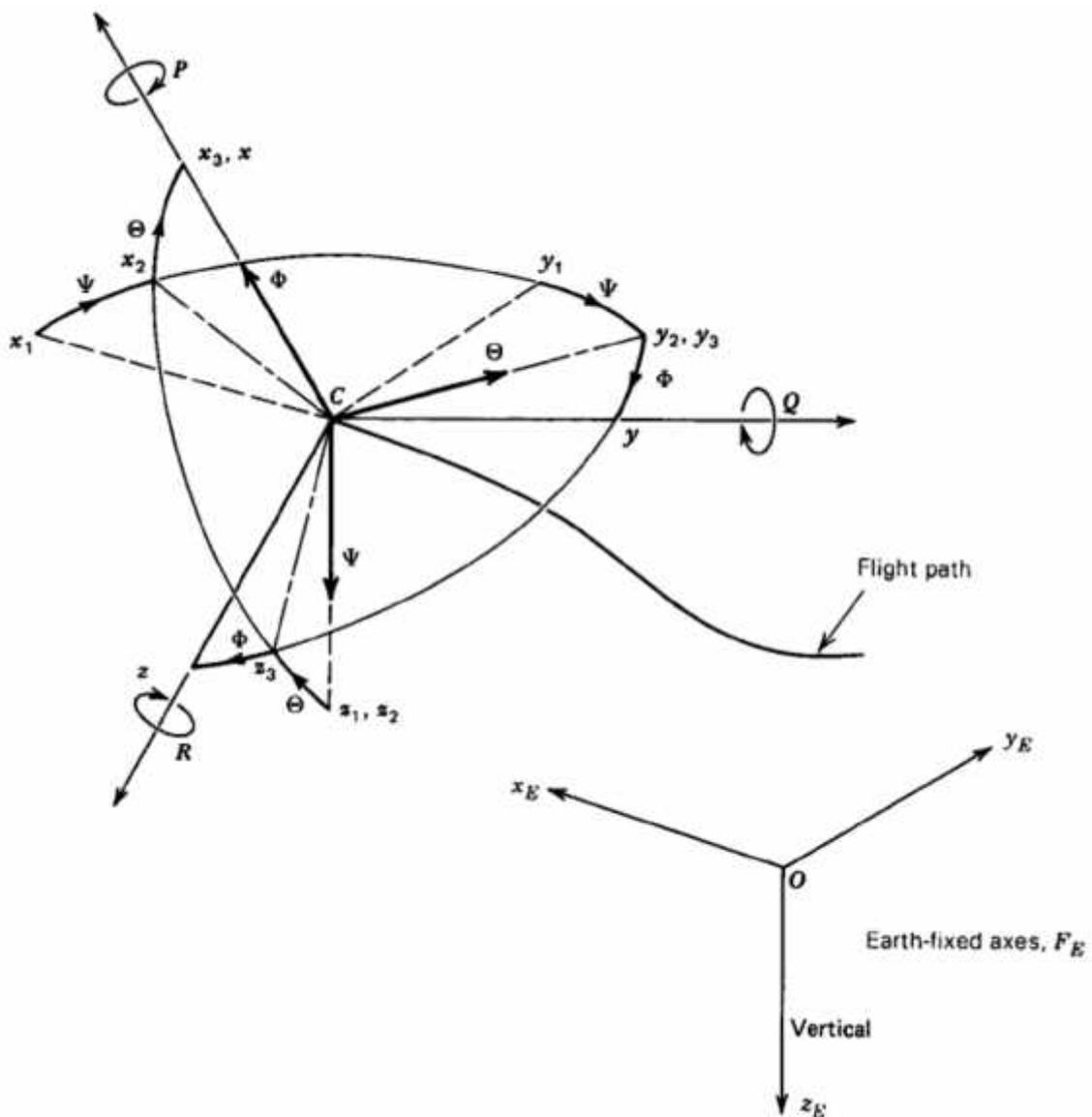


Figure II.1 : Orientation de l'avion

La vitesse de rotation, elle vaut :

$$\vec{S} = \dot{\psi} \vec{e}_{z_1} + \dot{\theta} \vec{e}_{y_2} + \dot{\phi} \vec{e}_{x_3} \dots\dots\dots (II.7)$$

Où \vec{e}_{x_j} est le vecteur unitaire selon l'axe x du repère j . En exprimant tous ces vecteurs dans le repère avion, on obtient finalement :

$$\begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} = \dot{\psi} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \sin\phi \cos\theta \\ \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} + \dot{\theta} \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\phi \\ -\sin\phi \end{pmatrix} + \dot{\phi} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta + \dot{\theta} \cos\phi \\ \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta - \dot{\theta} \sin\phi \end{pmatrix} \dots\dots\dots (II.8)$$

L'expression inverse est :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s \\ & c_1 & c_1 \\ & -s & c_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (II.9)$$

Donc :

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P + Q & t_1 & + R & t_1 \\ & Q & - R & \\ & (Q & + R &)s \end{pmatrix} \dots\dots\dots (II.10)$$

En utilisant les résultats précédents, les équations du mouvement s'explicitent comme suit :

$$\begin{aligned} m(\dot{U} - VR + WQ) &= -mg \sin \alpha + F_{Ax} + F_{Tx} \\ m(\dot{V} + UR - WP) &= mg \sin \alpha \cos \beta + F_{Ay} + F_{Ty} \dots\dots\dots (II.11) \\ m(\dot{W} - UQ + VP) &= mg \cos \alpha \cos \beta + F_{Az} + F_{Tz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{R} - I_{xz} PQ + (I_{zz} - I_{yy}) RQ &= L_A + L_T \\ I_{yy} \dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz}) PR + I_{xz} (P^2 - R^2) &= M_A + M_T \dots\dots\dots (II.12) \\ I_{zz} \dot{R} - I_{xz} \dot{P} + (I_{yy} - I_{xx}) PQ + I_{xz} QR &= N_A + N_T \end{aligned}$$

On considérera que le plan $x-z$ est un plan de symétrie. Dans ces conditions, les produits d'inertie I_{xy} et I_{yz} sont nuls. Si l'on prend comme axes du repère avion les axes principaux d'inertie, alors le produit d'inertie I_{xy} est nul également. Lorsqu'on étudie des petites perturbations autour d'un état d'équilibre symétrique (vol sans dérapage), il s'avère toutefois plus commode d'employer comme repère avion un repère dans lequel l'axe x est aligné avec la direction du vecteur vitesse à l'équilibre, car cela simplifie grandement l'expression des forces et moments aérodynamiques.

II.2.2 Contribution des rotors :

Les équations établies précédemment sont valides pour un avion entièrement fixe dans le repère avion, c'est-à-dire sans partie mobile. Or, les moteurs des avions comprennent des parties tournantes (rotors). Pour tenir compte de ces rotors, il suffit d'ajouter explicitement le moment cinétique des rotors dans l'expression du moment cinétique. Soient h'_x, h'_y et h'_z les composantes du moment cinétique des rotors dans le repère avion, supposées constantes dans le temps (la vitesse de rotation du rotor est constante), il suffit d'ajouter dans le membre de gauche des équations (II.12) les termes :

Composante x : $Qh'_z - Rh'_y$

Composante y : $Rh'_x - Ph'_z$ (II.13)

Composante z : $Ph'_y - Qh'_x$

Connus sous le nom de couples gyroscopiques.

II.3 Les équations du mouvement d'un état de vol stabilisé :

II.3.1 Définition d'un état de vol stabilisé :

L'état de vol stabilisé est défini comme étant la condition de vol pour laquelle tous les variables de mouvement restent constants avec le temps relativement à un système d'axes liés à l'avion.

L'état de vol stabilisé est caractérisé par :

$$\vec{V}_p = 0 \quad \text{et} \quad \vec{\omega} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad \text{(II.14)}$$

Ceci signifie que \vec{V}_p et $\vec{\omega}$ sont constants dans le temps relativement aux axes de l'avion XYZ. Voir la figure II.2 qui montre trois exemples très importants des conditions de vol équilibrées.

Cette définition de l'état de vol stabilisé est suffisante seulement dans une atmosphère homogène. En réalité, l'atmosphère n'est pas homogène (c.-à-d. la masse volumique varie avec l'altitude). Par conséquent, une condition supplémentaire doit être

imposée est que la vitesse soit horizontale. Si ce n'est pas le cas, la masse volumique d'air, et ainsi que la pression dynamique changerait avec le temps qui affecte à son tour l'évolution de la force aérodynamique au cours du temps. En conséquent, les variations des variables de mouvement engendra la violation de la définition de l'état de vol stabilisé. Dans plusieurs applications pratiques, on constate que tant que la condition de vol « état stabilisé » concerne seulement des faibles angles de trajectoire de vol, la masse volumique et la pression dynamique on peut l'assumer comme constante.

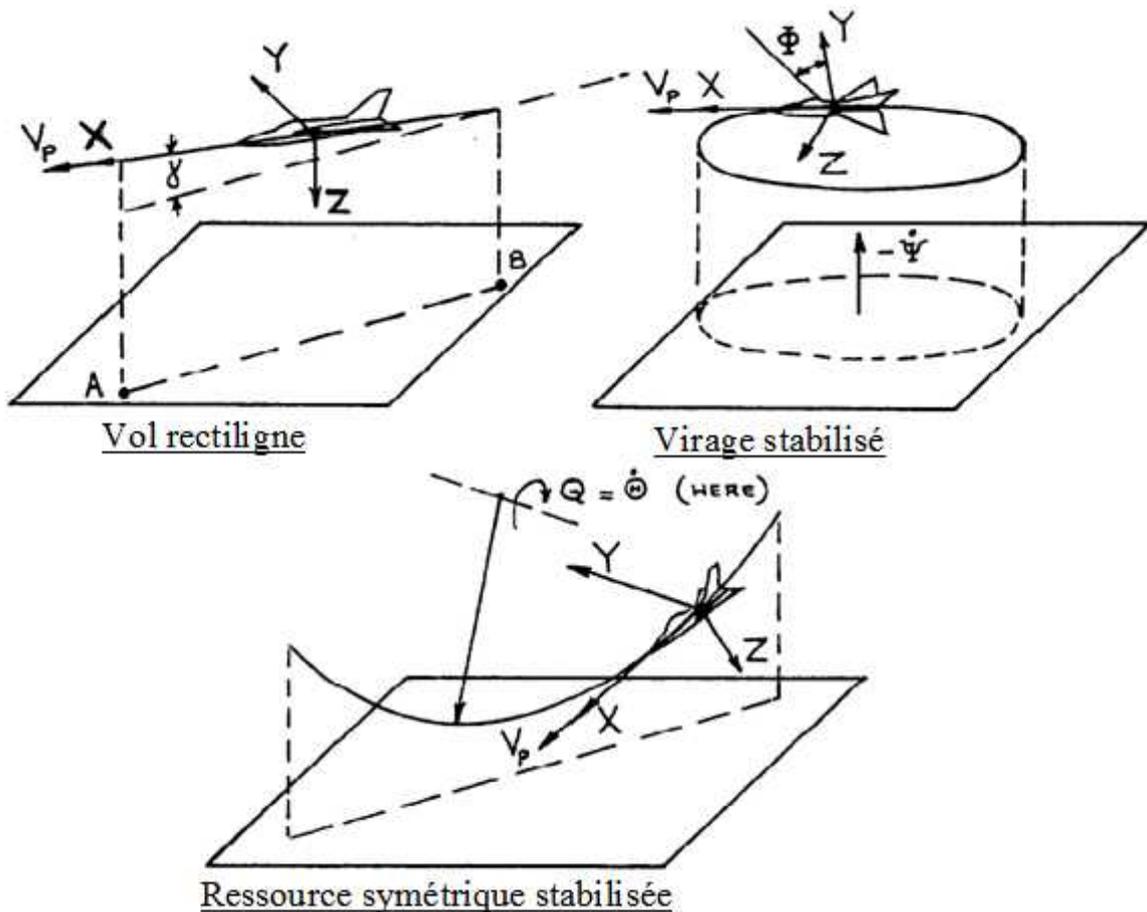


Figure II.2 : Exemples des trajectoires de vol stabilisés

II.3.2 Les équations du mouvement :

En appliquant les conditions d'équilibres exprimées par les équations précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned}
 m (-V_1 R_1 + W_1 Q_1) &= -mg \sin \theta + F_{Ax1} + F_{Tx1} \\
 m (U_1 R_1 - W_1 P_1) &= mg \sin \theta \cos \phi + F_{Ay1} + F_{Ty1} \dots \dots \dots (II.15) \\
 m (-U_1 Q_1 + V_1 P_1) &= mg \cos \theta \cos \phi + F_{Az1} + F_{Tz1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -I_{xz}P_1Q_1 + (I_{zz} - I_{yy})R_1Q_1 &= L_{A1} + L_{T1} \\
 (I_{xx} - I_{zz})P_1R_1 + I_{xz}(P_1^2 - R_1^2) &= M_{A1} + M_{T1} \dots\dots\dots (II.16) \\
 (I_{yy} - I_{xx})P_1Q_1 + I_{xz}Q_1R_1 &= N_{A1} + N_{T1}
 \end{aligned}$$

L'indice un (1) est utilisé pour indiquer que la condition de vol est stabilisée.

Et les équations cinématiques sont :

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \dot{\phi}_1 - \psi_1 \sin \theta_1 \\
 Q_1 &= \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{\psi}_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 \dots\dots\dots (II.17) \\
 R_1 &= \dot{\psi}_1 \cos \theta_1 \cos \theta_1 - \dot{\theta}_1 \sin \theta_1
 \end{aligned}$$

Il y a trois types de vol équilibré qui sont d'intérêt spécial :

- 1) vol rectiligne stabilisé
- 2) vol en virage stabilisé
- 3) vol en ressource symétrique stabilisée

1) Le vol rectiligne stabilisé :

Le vol rectiligne est caractérisé par la condition : $\vec{\omega} = 0$. En conséquence, les équations des forces :

$$\begin{aligned}
 0 &= -mg \sin \theta_1 + F_{Ax1} + F_{Tx1} \\
 0 &= mg \sin \theta_1 \cos \theta_1 + F_{Ay1} + F_{Ty1} \dots\dots\dots (II.18) \\
 0 &= mg \cos \theta_1 \cos \theta_1 + F_{Az1} + F_{Tz1}
 \end{aligned}$$

Les équations des moments :

$$\begin{aligned}
 0 &= L_{A1} + L_{T1} \\
 0 &= M_{A1} + M_{T1} \dots\dots\dots (II.19) \\
 0 &= N_{A1} + N_{T1}
 \end{aligned}$$

Les équations de vol rectiligne stabilisé sont utilisées pour étudier les conditions d'équilibre de l'avion pendant :

- La croisière
- Montée ou descente rectiligne
- Vol plané (sans moteur)

2) Le vol en virage stabilisé :

Le vol en virage est caractérisé par le fait que le vecteur vitesse angulaire est vertical relativement au système de X'Y'Z'. Elle est caractérisée par :

$$\vec{\omega} = k \dot{\psi}' = k_I \dot{\psi} \dots\dots\dots (II.20)$$

L'équation (II.20) montre que dans un virage stabilisé seulement l'angle d'azimut ou de cap ψ change. L'angle d'assiette et l'angle de roulis ou de gîte restent constantes. Ceci signifie que les équations (II.17) se simplifient en :

$$\begin{aligned} P_I &= -\dot{\psi}_I \sin \theta_I \\ Q_I &= \dot{\psi}_I \cos \theta_I \sin \phi_I \dots\dots\dots (II.21) \\ R_I &= \dot{\psi}_I \cos \theta_I \cos \phi_I \end{aligned}$$

Alors que les équations du mouvement restent identiques à celles (II.15) et (II.16).

Les équations pour des virages stabilisés sont utilisées pour analyser les performances des avions en rotation.

3) Le vol en ressource symétrique stabilisée :

Le vol en ressource symétrique est caractérisé par les conditions suivantes :

$$V_I = P_I = R_I = 0 \quad \dot{\theta}_I = 0 \dots\dots\dots (II.22)$$

La partie gauche qui comporte une seule composante non nulle de la vitesse de rotation est celle du taux de tangage stabilisé Q . Dans ces conditions, les équations (II.15) et (II.16) deviennent :

$$\begin{aligned} mW_I Q_I &= -mg \sin \theta_I + F_{AxI} + F_{TxI} \\ 0 &= F_{AyI} + F_{TyI} \dots\dots\dots (II.23) \\ -mU_I Q_I &= mg \cos \theta_I + F_{AzI} + F_{TzI} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= L_{AI} + L_{TI} \\ 0 &= M_{AI} + M_{TI} \dots\dots\dots (II.24) \\ 0 &= N_{AI} + N_{TI} \end{aligned}$$

Les équations cinématiques (II.17) se réduisent à :

$$Q_I = \dot{\theta}_I \dots\dots\dots (II.25)$$

Les équations pour une ressource symétrique stabilisée sont utilisées pour analyser les manœuvres des avions.

II.4 Les équations du mouvement d'un état de vol perturbé :

II.4.1 Définition d'un état de vol perturbé :

L'état de vol perturbé est défini comme étant la condition de vol pour laquelle tous les variables de mouvement sont définis relativement à une condition de vol stabilisée.

L'état de vol perturbé est mathématiquement décrit en considérant tous les variables de mouvement comme la somme d'une quantité stabilisée et d'une quantité de perturbation. Voir figure II.3 pour un exemple typique de deux conditions de vol perturbées.

N'importe quel mouvement de vol qui n'est pas équilibré peut être considéré comme être perturbé.

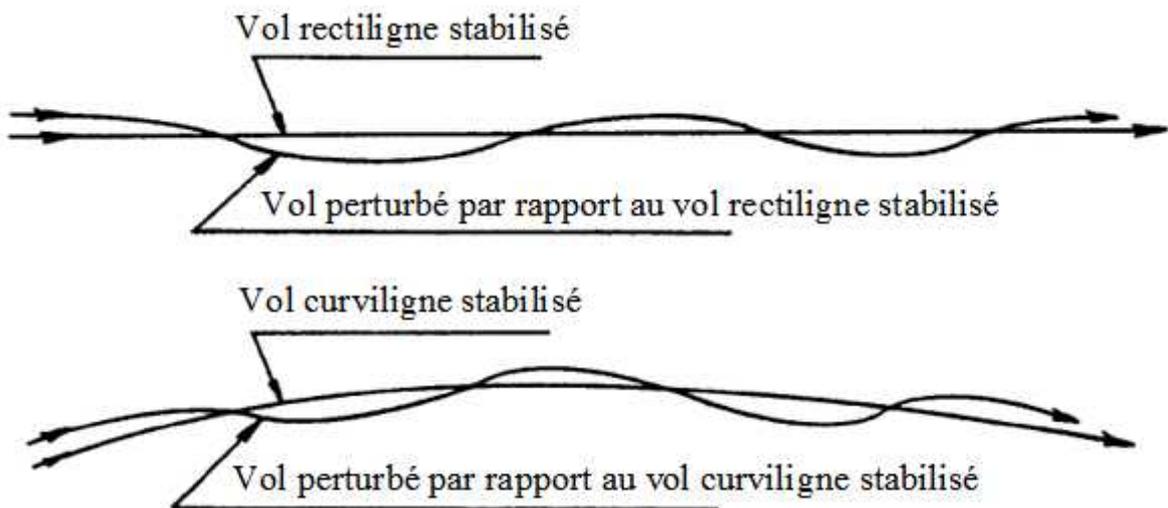


Figure II.3 : Exemples des trajectoires de vol perturbées

II.4.2 Les équations du mouvement :

Les substitutions suivantes sont appliquées pour tous les variables de mouvement pour dériver les équations du mouvement d'un état de vol perturbées :

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 + u & V &= V_1 + v & W &= W_1 + w \\
 P &= P_1 + p & Q &= Q_1 + q & R &= R_1 + r \dots\dots\dots (II.26) \\
 &= \dot{\alpha} + & &= \dot{\beta} + & &= \dot{\gamma} +
 \end{aligned}$$

Les équations (II.26) sont connues comme variables de perturbation : chacune est considérée comme la somme d'une quantité stabilisée (indice 1) et une quantité d'état perturbée (minuscule). Les mêmes substitutions sont effectuées pour les forces et les moments aérodynamiques et de poussée :

Les forces :

$$\begin{aligned}
 F_{Ax} &= F_{Ax1} + f_{Ax} & ; & & F_{Tx} &= F_{Tx1} + f_{Tx} \\
 F_{Ay} &= F_{Ay1} + f_{Ay} & ; & & F_{Ty} &= F_{Ty1} + f_{Ty} \dots\dots\dots (II.27) \\
 F_{Az} &= F_{Az1} + f_{Az} & ; & & F_{Tz} &= F_{Tz1} + f_{Tz}
 \end{aligned}$$

Les moments :

$$\begin{aligned}
 L &= L_{A1} + l_A & ; & & L_T &= L_{T1} + l_T \\
 M &= M_{A1} + m_A & ; & & M_T &= M_{T1} + m_T \dots\dots\dots (II.28) \\
 N &= N_{A1} + n_A & ; & & N_T &= N_{T1} + n_T
 \end{aligned}$$

Remplaçant les variables de perturbation (II.26), (II.27) et (II.28) dans les équations (II.11) et (II.12), on obtient :

$$\begin{aligned}
 m\{\ddot{u} - (V1 + v)(R1 + r) + (W1 + w)(Q1 + q)\} = \\
 -mg \sin (\quad) + F_{Ax1} + f_{Ax} + F_{Tx1} + f_{Tx} \\
 m\{\ddot{v} + (U1 + u)(R1 + r) - (W1 + w)(P1 + p)\} = \\
 mg \sin (\quad) \cos (\quad) + F_{Ay1} + f_{Ay} + F_{Ty1} + f_{Ty} \dots\dots\dots (II.29) \\
 m\{\ddot{w} - (U1 + u)(Q1 + q) + (V1 + v)(P1 + p)\} = \\
 mg \cos (\quad) \cos (\quad) + F_{Az1} + f_{Az} + F_{Tz1} + f_{Tz}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{xx}\ddot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}(P1 + p)(Q1 + q) + (I_{zz} - I_{yy})(R1 + r)(Q1 + q) &= L_{A1} + l_A + L_{T1} + l_T \\
 I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(P1 + p)(R1 + r) + I_{xz}\{(P1 + p)^2 - (R1 + r)^2\} &= M_{A1} + m_A + M_{T1} + m_T \\
 I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(P1 + p)(Q1 + q) + I_{xz}(Q1 + q)(R1 + r) &= N_{A1} + n_A + N_{T1} + n_T \\
 &\dots\dots (II.30)
 \end{aligned}$$

Ces équations générales sont toujours applicables pour des situations de vol comportant des perturbations arbitraires.

La première restriction aux perturbations à introduire est de définir les perturbations $\delta\alpha$ et $\delta\beta$ telles que :

$$\begin{aligned} \cos \delta\alpha &\approx \cos \alpha_1 \approx 1 \\ \sin \delta\alpha &\approx \delta\alpha \quad \text{et} \quad \sin \delta\beta \approx \delta\beta \dots\dots\dots (II.31) \end{aligned}$$

Ceci limite les perturbations d'assiette et d'angle de roulis à approximativement quinze degrés, qui est acceptable et ne constitue pas une contrainte sérieuse du point de vue pratique. Les restrictions (II.31) permettent d'écrire les équations (II.29) comme :

a) $\sin(\alpha_1 + \delta\alpha) = \sin \alpha_1 \cos \delta\alpha + \cos \alpha_1 \sin \delta\alpha \approx \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \delta\alpha$

b)
$$\begin{aligned} \sin(\alpha_1 + \delta\alpha) \cos(\beta_1 + \delta\beta) &= \\ (\sin \alpha_1 \cos \delta\alpha + \cos \alpha_1 \sin \delta\alpha) (\cos \beta_1 \cos \delta\beta - \sin \beta_1 \sin \delta\beta) &\approx \\ (\sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 \delta\alpha) (\cos \beta_1 - \sin \beta_1 \delta\beta) &= \\ \sin \alpha_1 \cos \beta_1 - \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \delta\beta + \cos \alpha_1 \cos \beta_1 \delta\alpha - \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \delta\alpha \delta\beta \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} \cos(\alpha_1 + \delta\alpha) \cos(\beta_1 + \delta\beta) &= \\ (\cos \alpha_1 \cos \delta\alpha - \sin \alpha_1 \sin \delta\alpha) (\cos \beta_1 \cos \delta\beta - \sin \beta_1 \sin \delta\beta) &\approx \\ (\cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 \delta\alpha) (\cos \beta_1 - \sin \beta_1 \delta\beta) &= \\ \cos \alpha_1 \cos \beta_1 - \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \delta\beta - \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \delta\alpha + \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \delta\alpha \delta\beta &\dots\dots\dots (II.32) \end{aligned}$$

En ce moment, on suppose que les perturbations sont suffisamment petites pour négliger les produits des variables de perturbations. Les équations du mouvement perturbé se simplifient :

$$\begin{aligned}
 \text{a) } m (\dot{\mathbf{u}} - V_1 \mathbf{r} - R_1 \mathbf{v} + W_1 \mathbf{q} + Q_1 \mathbf{w}) &= -mg \cos \theta_1 + f_{Ax} + f_{Tx} \\
 \text{b) } m (\dot{\mathbf{v}} + U_1 \mathbf{r} + R_1 \mathbf{u} - W_1 \mathbf{p} - P_1 \mathbf{w}) &= -mg \sin \theta_1 \sin \theta_1 + mg \cos \theta_1 \cos \theta_1 + f_{Ay} \\
 &+ f_{Ty} \\
 \text{c) } m (\dot{\mathbf{w}} - U_1 \mathbf{q} - Q_1 \mathbf{u} + V_1 \mathbf{p} + P_1 \mathbf{v}) &= -mg \cos \theta_1 \sin \theta_1 - mg \sin \theta_1 \cos \theta_1 + f_{Az} \\
 &+ f_{Tz}
 \end{aligned}$$

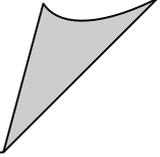
..... (II.33)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } I_{xx} \dot{P} - I_{xz} \dot{r} - I_{xz} (P_1 \mathbf{q} + Q_1 \mathbf{p}) + (I_{zz} - I_{yy}) (R_1 \mathbf{q} + Q_1 \mathbf{r}) &= l_A + l_T \\
 \text{b) } I_{yy} \dot{q} + (I_{xx} - I_{zz}) (P_1 \mathbf{r} + R_1 \mathbf{p}) + I_{xz} (2P_1 \mathbf{p} - 2R_1 \mathbf{r}) &= m_A + m_T \\
 \text{c) } I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_{yy} - I_{xx}) (P_1 \mathbf{q} + Q_1 \mathbf{p}) + I_{xz} (Q_1 \mathbf{r} + R_1 \mathbf{q}) &= n_A + n_T
 \end{aligned}$$

Pour les formes dimensionnel et adimensionnelle des équations du mouvement, voir les Annexes B et C.

Chapitre III

*Concepts aérodynamiques
de base*



III.1 Introduction :

Le but de ce chapitre est de discuter les concepts aérodynamiques fondamentaux qui sont nécessaires dans le développement des expressions des forces et des moments aérodynamiques.

III.2 Caractéristiques géométriques des profils :

Dans les années 1930 la N.A.C.A. (ancêtre de la National Air and Space Agency) a étudié de nombreux profils dont les caractéristiques ont été rendues publiques. Depuis d'autres sont venus s'ajouter pour fournir une bibliothèque très complète de profils bien connus. On associe un certain nombre de termes aux profils aérodynamiques :

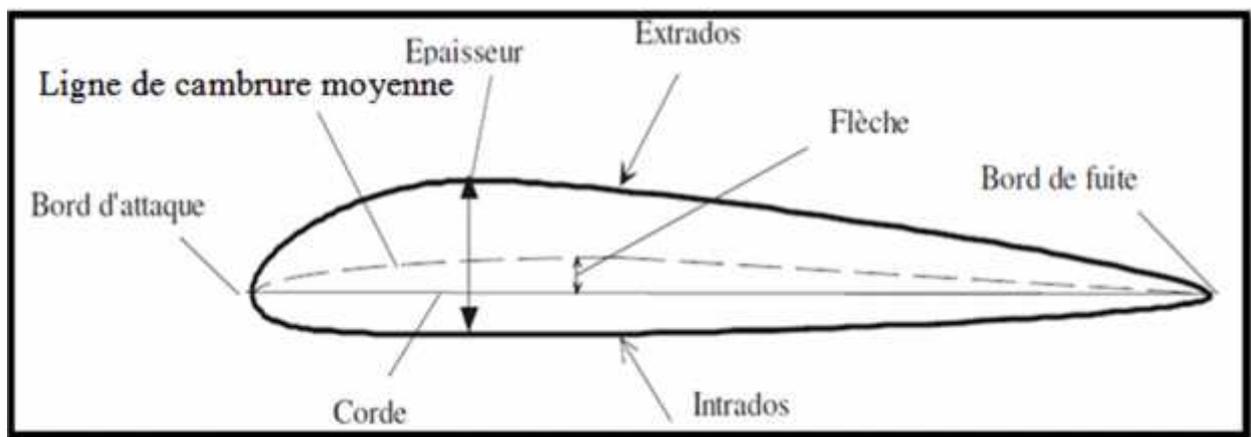


Figure III.1 : Caractéristiques géométriques des profils

L'air aborde le profil par le bord d'attaque et le quitte par le bord de fuite. La partie supérieure du profil est appelée **extrados** et la partie inférieure **intrados**. Le segment qui joint le bord d'attaque et le bord de fuite est appelé **corde** du profil. La distance entre l'intrados et l'extrados est l'**épaisseur**. La valeur maximale de l'épaisseur divisée par la longueur de la corde donne l'**épaisseur relative** :

$$e_{relative} = e_{max} / L_{corde} \dots\dots\dots (III.1)$$

La ligne qui joint le bord d'attaque au bord de fuite en passant à égale distance de l'intrados et de l'extrados est appelée **ligne moyenne**. La distance maximale entre la corde et la ligne moyenne est appelée **flèche** du profil. Le rapport entre la flèche et la longueur de la corde est appelé **courbure (ou cambrure) relative**.

Les grandeurs géométriques ci-dessous influent d'une manière importante sur les caractéristiques aérodynamiques des profils :

1. L'épaisseur relative $\frac{t}{c}$
2. La forme de la ligne de cambrure moyenne ou la cambrure relative $\frac{y}{c}$
3. La forme du bord d'attaque y
4. L'angle du bord de fuite

Selon les applications envisagées, on peut utiliser différents types de profils :

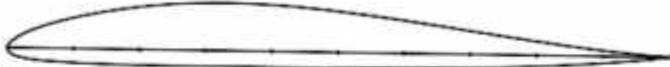
 <p style="text-align: center;">Profil B29</p>	<p>Le profil plan convexe porte bien même à faible incidence mais il est légèrement instable. Il est utilisé en aviation générale.</p>
 <p style="text-align: center;">NACA 4412</p>	<p>Le profil biconvexe dissymétrique porte également bien même à incidence nulle et est très stable. Très utilisé dans l'aviation de loisir.</p>
 <p style="text-align: center;">EPPLER 471</p>	<p>Le profil cambré (ou creux) est très porteur mais il est assez instable. Lorsque l'incidence augmente, il cherche à cabrer.</p>
 <p style="text-align: center;">NACA 0009</p>	<p>Le biconvexe symétrique ne porte pas aux faibles très faibles incidences. Il n'est intéressant que pour les gouvernes et la voltige.</p>
 <p style="text-align: center;">RONCZ</p>	<p>Le profil à double courbure (ou auto stable) présente l'avantage d'une grande stabilité mais une portance moyenne et une traînée assez forte.</p>

Figure III.2 : Différents types de profils

III.3 Caractéristiques aérodynamique des profils :

Les caractéristiques propres à chaque profil sont :

- Le coefficient de portance maximale ($C_{z_{max}}$) : sert à déterminer les performances de décollage et d'atterrissage. Au-delà de ce coefficient la couche limite décolle du profil ce qui s'accompagne d'une chute de portance et d'une augmentation de la traînée. C'est le « décrochage ».
- Le coefficient de traînée minimale ($C_{x_{min}}$) : sert à déterminer les performances de croisière : en effet nous verrons qu'à ce régime de vol, la vitesse étant plus forte, le coefficient de portance est faible. On choisit un profil dont le coefficient de traînée est faible pour ce coefficient de portance.

- α_0 : L'incidence pour laquelle le coefficient de portance est nul : va déterminer l'angle de calage de l'aile sur le fuselage.
- La finesse est le rapport entre le coefficient de portance et le coefficient de traînée. Pour un point courant M d'une polaire quelconque, il est égal à $tg \alpha$. La finesse est maximale lorsque l'angle α est important, donc que le droit partant de l'origine vient tangenter la courbe polaire.
- le coefficient de moment détermine la stabilité du profil.

III.3.1 Centre aérodynamique du profil :

Le centre de poussée ne peut être facilement pris comme référence dans l'analyse de la stabilité d'un aéronef car il se déplace avec les variations d'incidence.

Toutefois, le profil aérodynamique comporte un autre point qui est pris comme référence, c'est le **centre aérodynamique**. Ce dernier est un point du profil pour lequel le coefficient de moment de tangage est indépendant de l'angle d'incidence (incidence variant dans la plage linéaire de la portance).

Le centre aérodynamique ne devrait pas être confondu avec le centre de poussée. Il est défini comme le point pour lequel la résultante de la force aérodynamique agit sur le profil. Tout profil dissymétrique (cambré) a deux types de distributions de portance :

- Distribution principale de portance, qui dépend de la cambrure (sans effet sur la résultante de la portance mais à un effet sur le moment résultant : C_{mo})
- Distribution additionnelle de portance, qui dépend de l'angle d'incidence (avec un effet sur la résultante de la portance).

Le centre aérodynamique peut également être défini par rapport à la distribution additionnelle de portance. Pour cette raison le centre aérodynamique et le centre de poussée sont les mêmes pour les profils symétriques. Ceci peut également être déduit de l'analyse suivante. Figure III.3 présente deux manières pour exprimer la situation des forces et des moments sur un profil. Expression les positions de centre aérodynamique et de centre de poussée comme X_{ac} et X_{cp} respectivement, on constate que pour des faibles angles d'incidence :

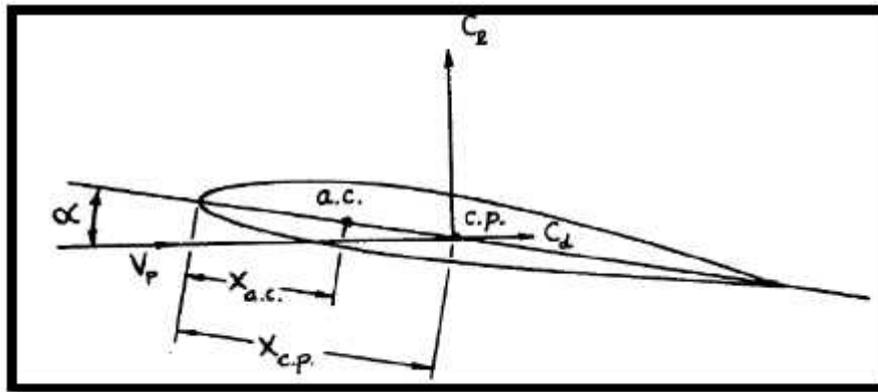
$$C_{mac} = -cl (x_{cp} - x_{ac}) \frac{1}{c} \dots\dots\dots(III.2)$$

Si la contribution de traînée peut être négligée. On a :

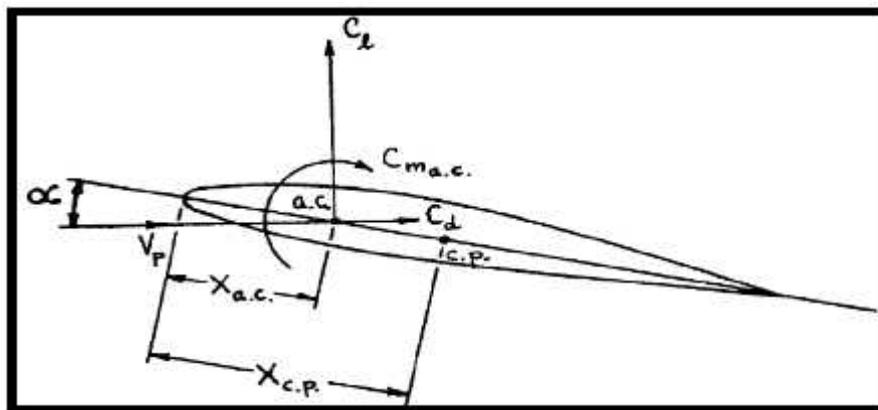
$$x_{cp} = x_{ac} - \frac{C_{a0}}{c} \dots\dots\dots(III.3)$$

On sait que $C_{mac} = 0$ pour une section de profil d'aile symétrique. Pour une section de profil d'aile symétrique, il suit :

$$X_{cp} = X_{ac} \dots\dots\dots (III.4)$$



a. Forces au centre de poussée



b. Forces au centre aérodynamique

Figure III.3 : Méthodes équivalentes pour exprimer les forces et les moments d'un profil

La Figure III.4 montre la variation du centre aérodynamique d'un profil à faible nombre de Mach, d'épaisseur relative de profil et l'angle de bord de fuite. Les variations de l'angle de bord de fuite avec l'épaisseur relative de profil sont présentées sur la figure III.5. Pour quelques profils généralement utilisés, le centre aérodynamique (faible nombre de Mach) tend à être ou autour au quart de la corde.

Aux vitesses supersoniques, le centre aérodynamique d'une plaque plane mince à lieu à la moitié de la corde. Pour des profils avec épaisseur, le centre aérodynamique est de plus en plus vers l'avant. Voir figure III.6.

À mesure que la vitesse augmente du régime subsonique jusqu'au régime supersonique, le centre aérodynamique tend à déplacer vers des positions indiquées sur la

figure III.4 ainsi que sur la figure III.6. Cependant, pour des vitesses du régime transsonique, le centre aérodynamique peut subir un changement brusque en raison des interactions de couche limite et onde de choc. C'est dans cette gamme de vitesse que les caractéristiques expérimentales devraient être utilisées autant que possible.

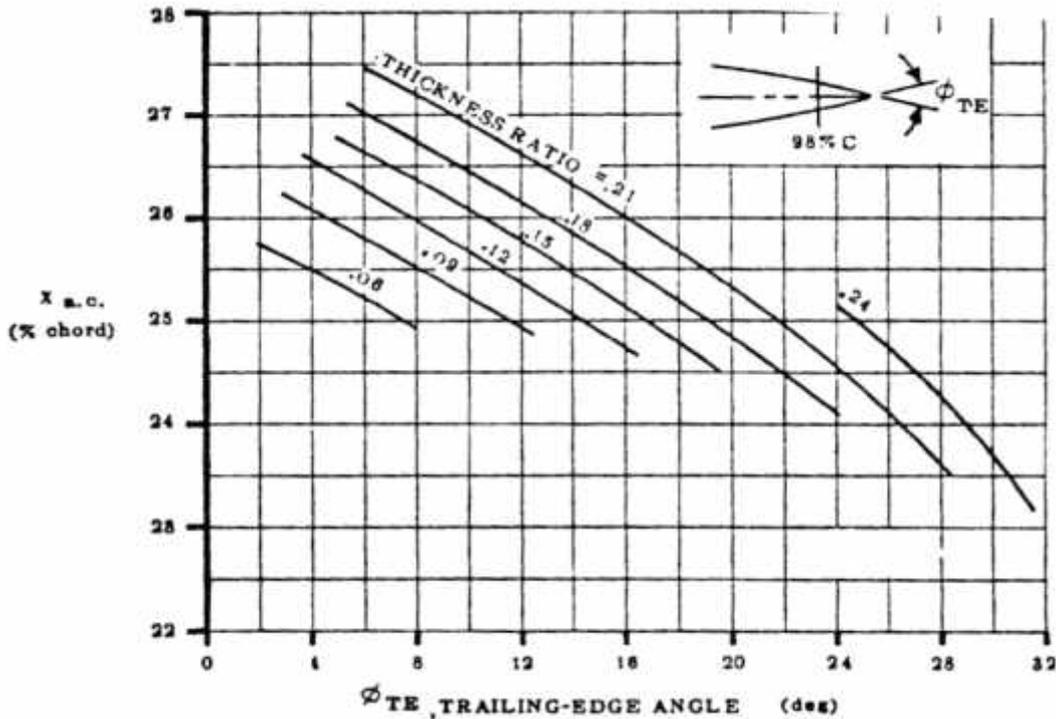


Figure III.4 : L'effet de l'angle de bord de fuite sur la section du centre aérodynamique

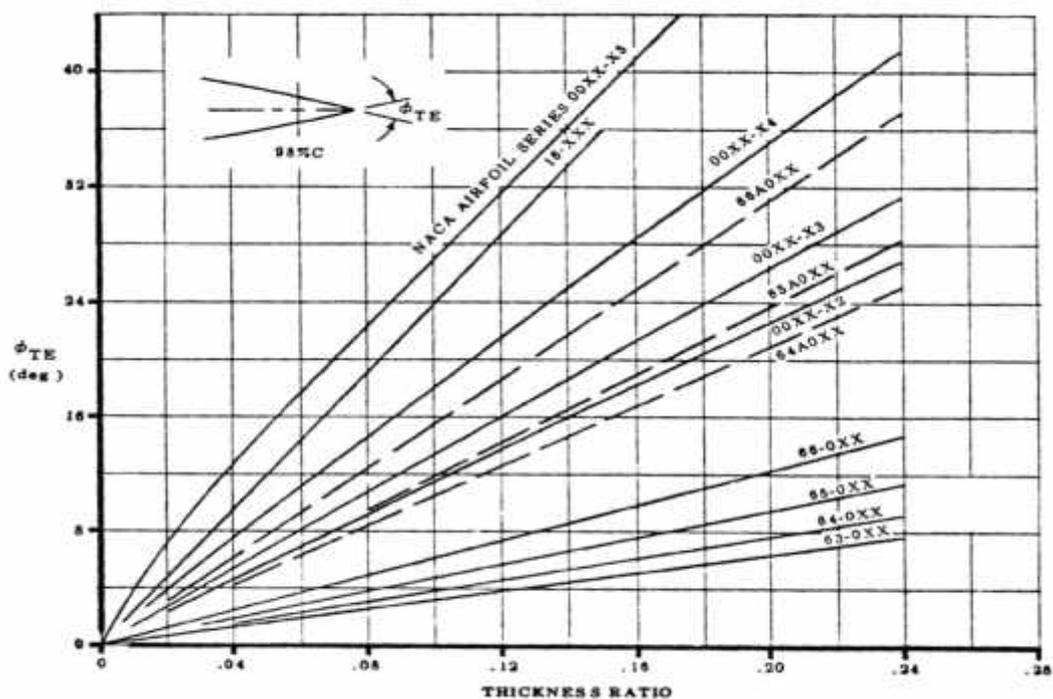


Figure III.5 : Variation de l'angle de bord de fuite avec l'épaisseur du profil

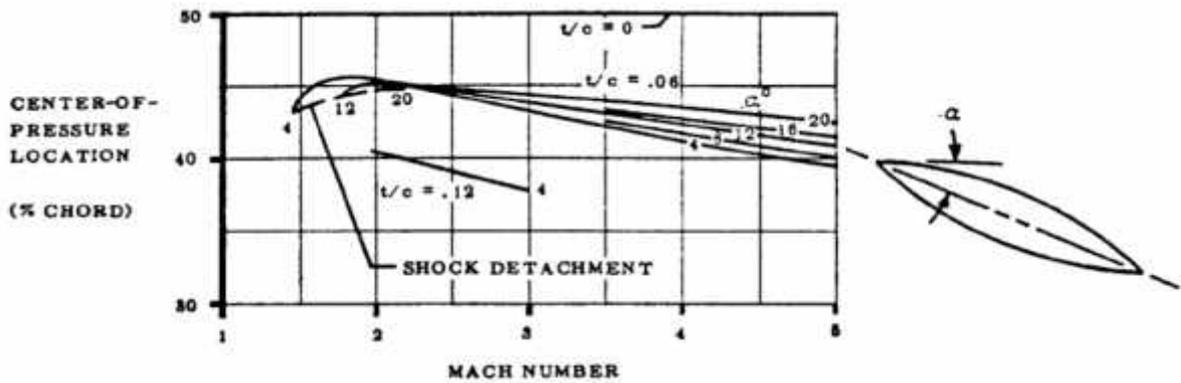


Figure III.6 : L'effet de l'épaisseur et l'incidence sur la position du centre de poussée

III.3.2 Pente du coefficient de portance du profil :

Une autre caractéristique qui est très importante pour l'étude de la stabilité et le contrôle d'un avion est la pente de la courbe du coefficient de portance du profil en fonction de l'incidence. Dans la gamme en vitesse subsonique, cette pente varie avec le nombre de Mach comme suit :

$$Cl_M = \frac{Cl_{\alpha}|_{M=0}}{\sqrt{1-M^2}} \dots\dots\dots(III.5)$$

Cette relation est établie par la transformation de *Prandtl-Glauert*. Les caractéristiques expérimentales indiquent que l'équation (III.5) est bonne jusqu'à un nombre de Mach critique, qui est en fonction de l'épaisseur relative du profil et du coefficient de portance présenté sur la figure III.7 pour trois types des profils.

Aux vitesses supersoniques, la valeur théorique maximale de la pente à la courbe du coefficient de portance est donnée par :

$$Cl = \frac{4}{\sqrt{M^2-1}} \dots\dots\dots(III.6)$$

Les interactions entre la couche limite et l'onde de choc en transsonique provoquent une variation irrégulière de *Cl* avec le nombre de Mach. Voir figure III.8.

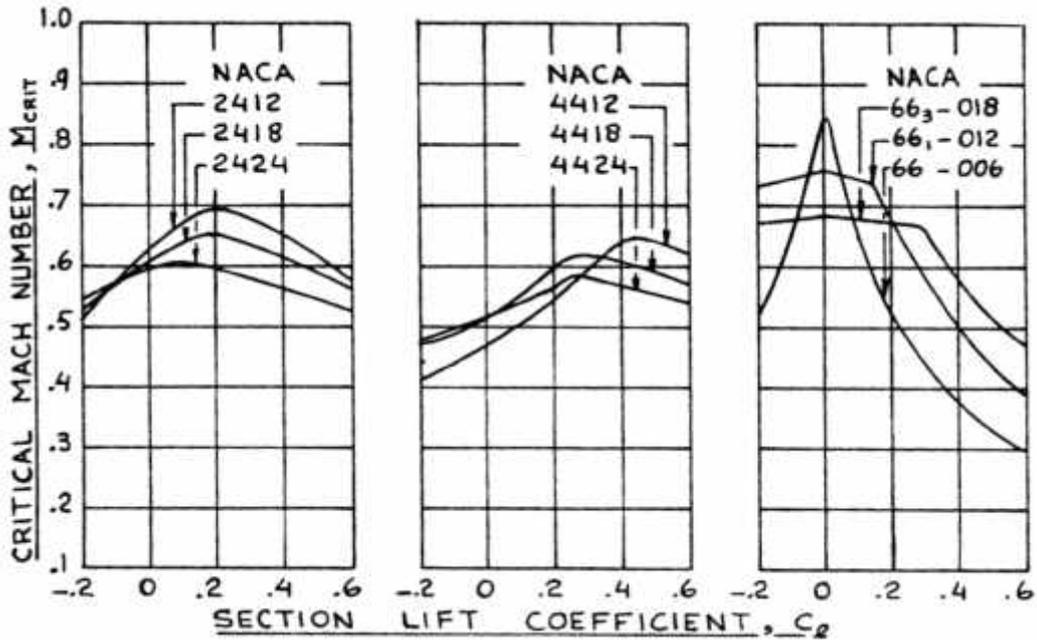


Figure III.7 : Nombres de Mach critiques calculés pour des profils NACA

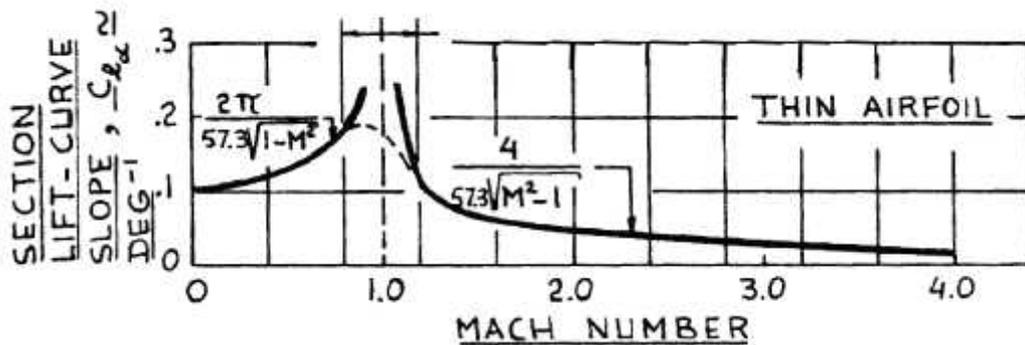


Figure III.8 : Variation de section de la pente de la courbe du coefficient de portance avec le nombre de Mach

III.4 Caractéristiques géométriques des ailes :

Dans les avions actuels, les profils d'aile discutés au paravent sont disposés dans le sens de l'envergure pour former des ailes, des empennages horizontaux et des empennages verticaux ou d'autres surfaces portantes. De telles surfaces sont caractérisées par leur forme en plan aussi bien que leurs caractéristiques des profils le long de l'envergure. Un certain nombre de caractéristiques de forme en plan sont d'importance particulière et elles sont représentées sur la figure III.9 qui traite une aile trapézoïdale effilé avec flèche.

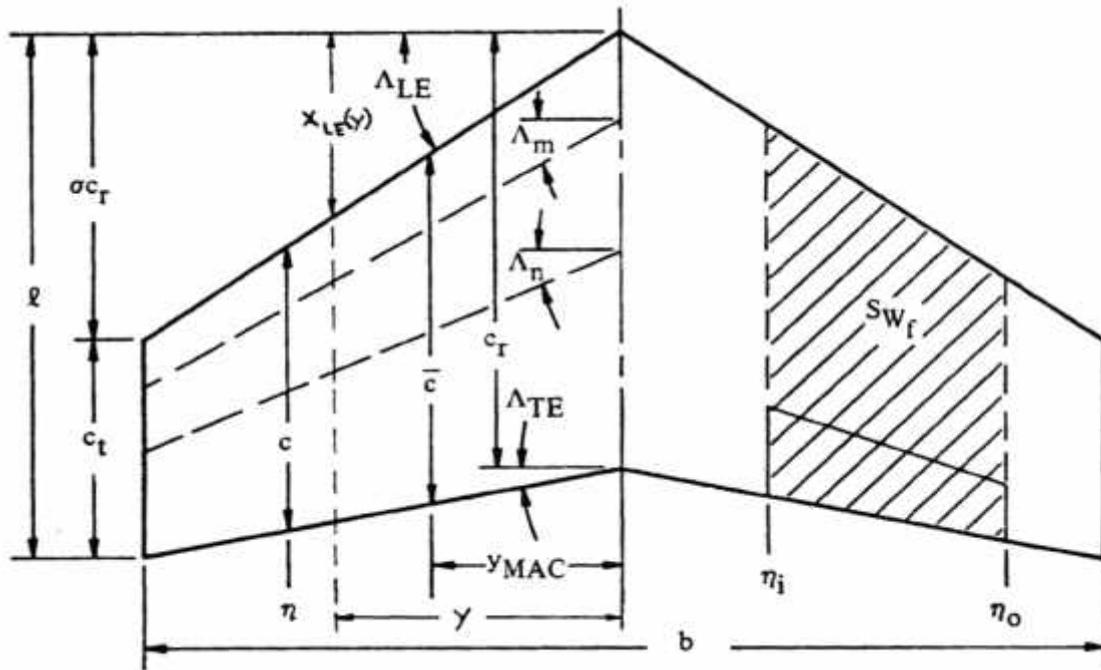


Figure III.9 : Paramètres de forme en plan pour une aile trapézoïdale effilé avec flèche

Définitions :

- b** : Envergure d'aile ; : Effilement = C_t/C_r ;
- c** : Corde d'aile ; **LE** : Flèche au bord d'attaque ;
- c̄** : Corde aérodynamique moyenne (MAC) ; **TE** : Flèche au bord de fuite ;
- C_r** : Corde à la section centrale (emplanture) ; **C_t** : Corde d'extrémité ;
- m, n** : Les stations adimensionnelles de la corde en fonction de C ;
- S_{wf}** : Surface mouillée ;
- y_{MAC}** : Position selon l'envergure de la corde aérodynamique moyenne ;
- : Station adimensionnelle de l'envergure ;
- i, o** : Stations adimensionnelles de l'envergure aux bords intérieurs et extérieurs ;
- m, n** : Angles de flèche à une distance arbitraire de la corde ;
- : Station adimensionnelle selon la corde.

$$= \frac{b}{2c} \tan \Lambda_{LE}$$

Les équations ci-dessous sont très utiles pour le dimensionnement d'une aile :

$$= \frac{C}{c} \dots\dots\dots (III.7)$$

$$A = \frac{2b}{c(1+\lambda)} = \frac{b^2}{S} \dots\dots\dots (III.8)$$

$$S = \frac{b_r}{z} (1 +) \dots\dots\dots (III.9)$$

$$\bar{c} = \frac{z}{3} Cr \frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda} \dots\dots\dots (III.10)$$

$$\frac{x_{\bar{c}}}{c} = \frac{1}{3} \left(+ + \frac{1+\lambda}{1+\lambda} \right) \dots\dots\dots (III.11)$$

$$\frac{y_M}{\frac{b}{z}} = \frac{1 - \bar{c}}{1 - \lambda} = \frac{1}{3} \left(\frac{1+2}{1+\lambda} \right) \dots\dots\dots (III.12)$$

$$= \frac{1}{4} A(1 +) \tan \quad LE \dots\dots\dots (III.13)$$

$$\tan \quad n = \tan \quad m - \frac{4}{A} \left[(n-m) \frac{(1-\lambda)}{(1+\lambda)} \right] \dots\dots\dots (III.14)$$

Où *m* et *n* sont les sections adimensionnelles de la corde.

Les surfaces portantes sont désignées par les indices suivants :

- *W* pour l'aile
- *H* pour l'empennage horizontal
- *V* pour l'empennage vertical
- *C* pour la formule canard

Les coefficients adimensionnels pour les forces sont :

$$C_L = \frac{L}{\bar{q}S} , \quad C_D = \frac{D}{\bar{q}S} , \quad C_y = \frac{FA}{\bar{q}S} \dots\dots\dots (III.15)$$

Les coefficients adimensionnels pour les moments sont :

- Coefficient de moment de tangage :

$$Cm = \frac{M}{\bar{q}S\bar{c}} \dots\dots\dots (III.16)$$

- Coefficient de moment de roulis :

$$Cl = \frac{L}{\bar{q}Sb} \dots\dots\dots (III.17)$$

- Coefficient de moment de lacet :

$$C_n = \frac{N}{\bar{q} S b} \dots\dots\dots (III.18)$$

La corde géométrique moyenne d'une aile est obtenue en intégrant le long de l'envergure. En utilisant la géométrie de la figure III.9, on obtient sous forme d'intégrale les expressions suivantes :

$$\bar{c} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c^2(y) dy \dots\dots\dots (III.19)$$

$$x_{mac} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} x_L(y) c(y) dy \quad \text{et} \quad y_{mac} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y c(y) dy \dots\dots\dots (III.20)$$

La distance longitudinale x_{mac} et la distance latérale y_{mac} localisent la corde aérodynamique moyenne sur l'aile.

La corde géométrique moyenne ou la corde aérodynamique moyenne sont utilisées également pour localiser le centre aérodynamique d'une aile.

D'autres paramètres géométriques importants produits en estimant les caractéristiques aérodynamiques des formes en plan de l'aile qui sont :

$$\text{Effilement : } = \frac{c}{c} , \quad \text{Allongement : } A = \frac{b^2}{S} \dots\dots\dots (III.21)$$

III.5 Caractéristiques aérodynamique des ailes :

Cette section présente les caractéristiques aérodynamiques les plus importantes des ailes (formes en plan) d'un point de vue étude de la stabilité et le contrôle de l'avion.

III.5.1 Pente du coefficient de portance d'aile C_L :

- Pente de la courbe C_L (subsonique) :

La pente de la courbe C_L des formes en plan s'est avérée pour dépendre principalement des paramètres de forme en plan suivants :

- Allongement A
- Effilement
- Angle de flèche au bord d'attaque α_{LE}
- Pente du coefficient de portance du profil C_{l1}
- Nombre de mach M

Polhamus a montré que dans un régime à faible nombre de Mach, il est possible de relier le rapport C_L / A au paramètre $\frac{A}{k} (\beta^2 + \tan^2 \alpha)^{1/2}$ par :

$$\frac{k C_L}{A} = \frac{2\pi}{2 + \sqrt{\frac{A^2 \beta^2}{k^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \alpha}{\beta^2} \right) + 4}} \dots \dots \dots (III.22)$$

- Pente de la courbe C_L (transsonique) :

Il est très difficile de prévoir les caractéristiques des ailes en régime transsoniques. Une raison de peu de recherche a été faite dans ce régime. Une autre raison est que les interactions de la couche limite et l'onde de choc rendent l'analyse des caractéristiques dans ce régime d'écoulement transsonique très difficile. La résolution de ce problème a débuté vers les années soixante dix. Les récents développements dans le calcul aérodynamique en bidimensionnels et tridimensionnels notent que les améliorations importantes des possibilités de prévision théoriques sont loin d'être faites.

- Pente de la courbe C_L (supersonique) :

Aux vitesses supersoniques, il est possible de prévoir le C_L avec une bonne précision sauf pour les ailes épaisses. Cependant, pour des considérations de traînée la plupart des avions supersoniques ont des ailes suffisamment minces pour permettre la prévision adéquate du C_L .

La prédiction de C_N (pente du coefficient de force normale) permet aussi de déterminer C_L . La différence entre le coefficient de la force normale et la pente du coefficient de portance est illustrée sur la figure III.10. Pour des faibles incidences ($\alpha < 5^\circ$), la différence entre C_L et C_N est généralement négligeable.

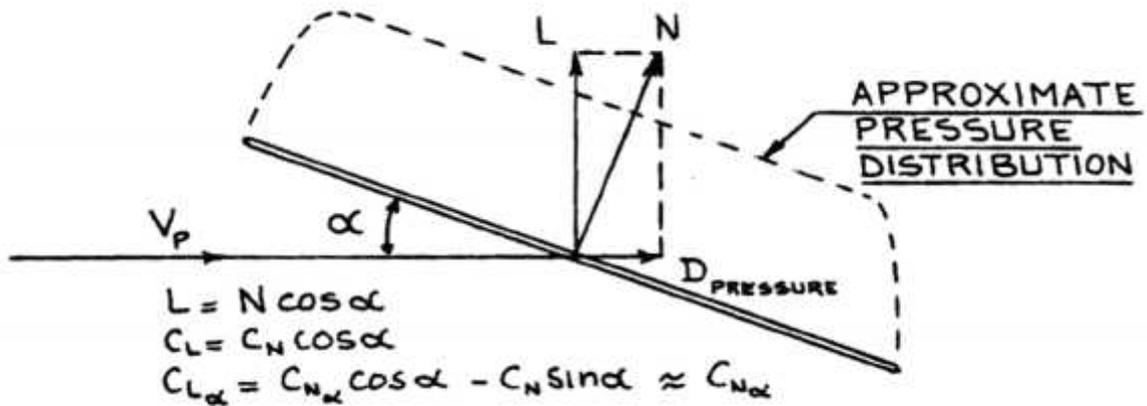
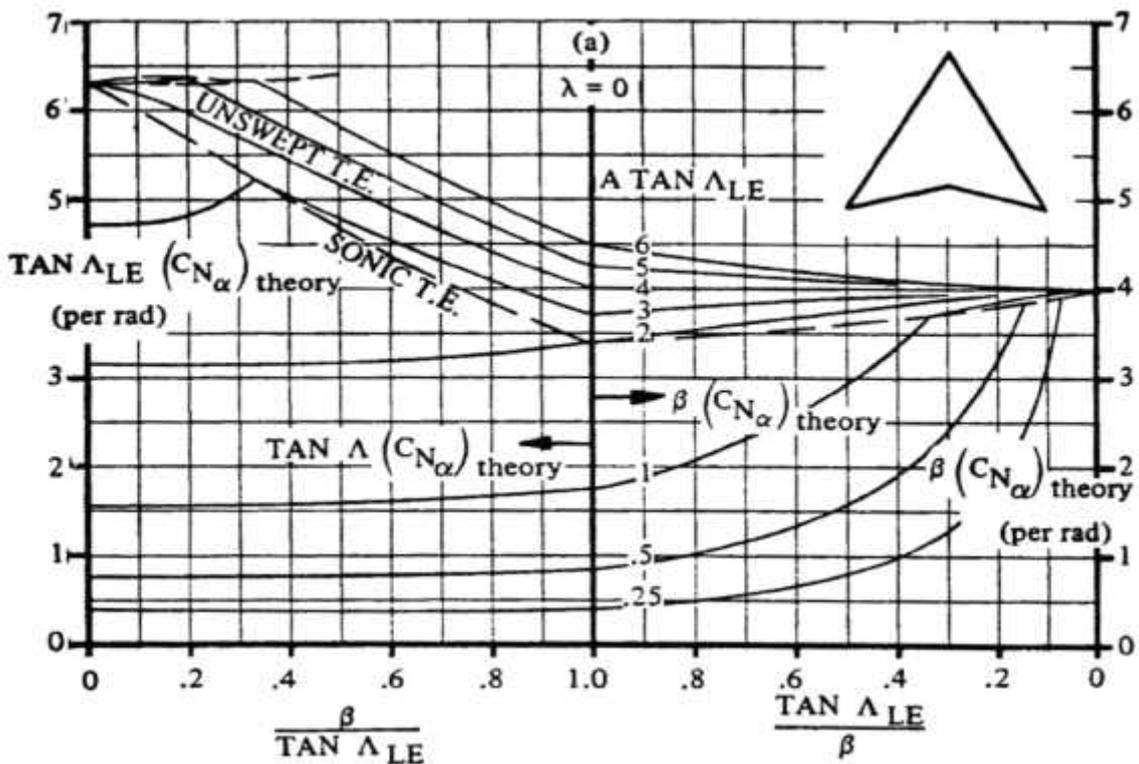


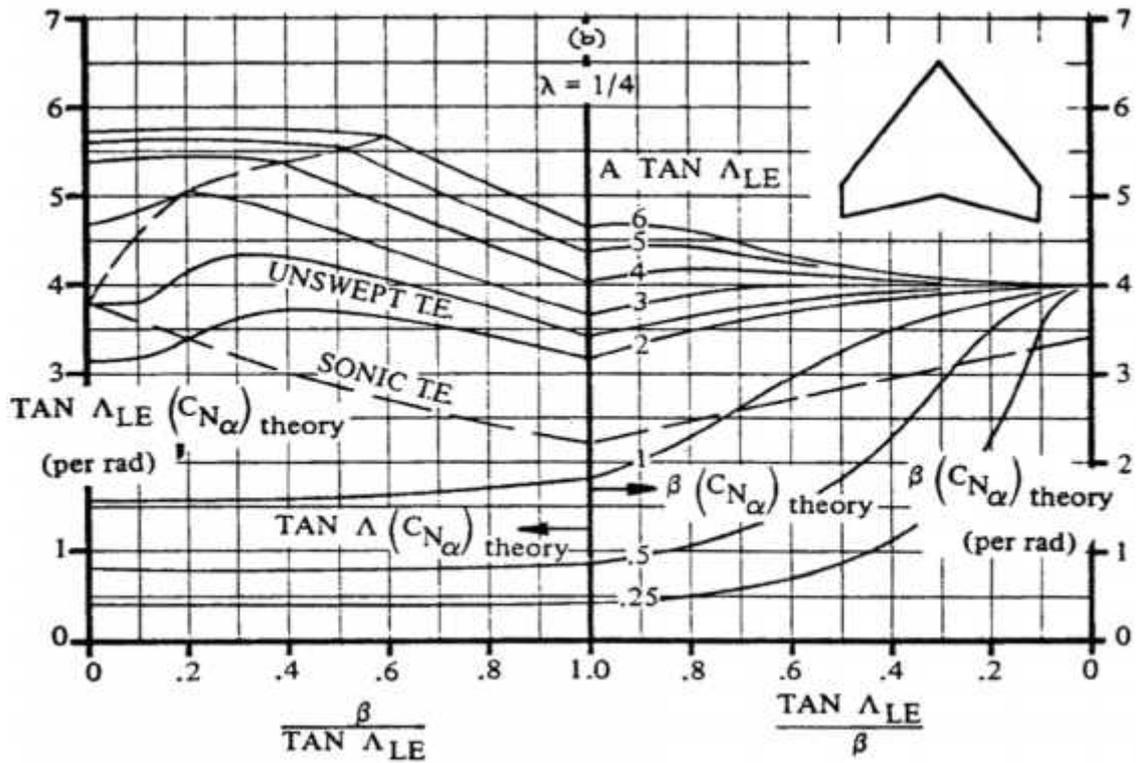
Figure III.10 : La relation entre la pente du coefficient de portance et le coefficient de la force normale

Pour un nombre de Mach donné, il est possible de déterminer C_N (ou C_L) par la figure III.11 (a, b et c) dont l'angle de flèche de bord d'attaque, Λ_{LE} , l'allongement, A et l'effilement, β .

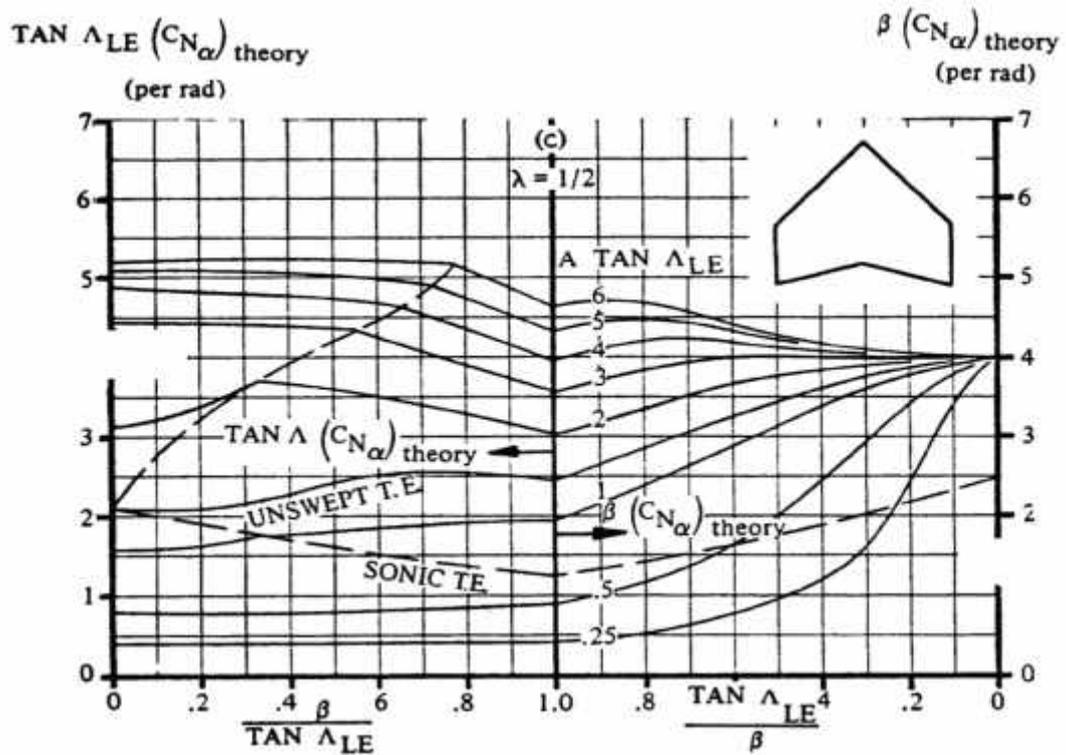
Noter bien que le paramètre β est uniquement déterminé par la connaissance du nombre de Mach. Pour les bords d'attaque soniques, un facteur de correction doit être utilisé comme indiqué par la figure III.12.



(a)



(b)



(c)

Figure III.11 : Pente de la courbe du coefficient de la force normale de l'aile en supersonique

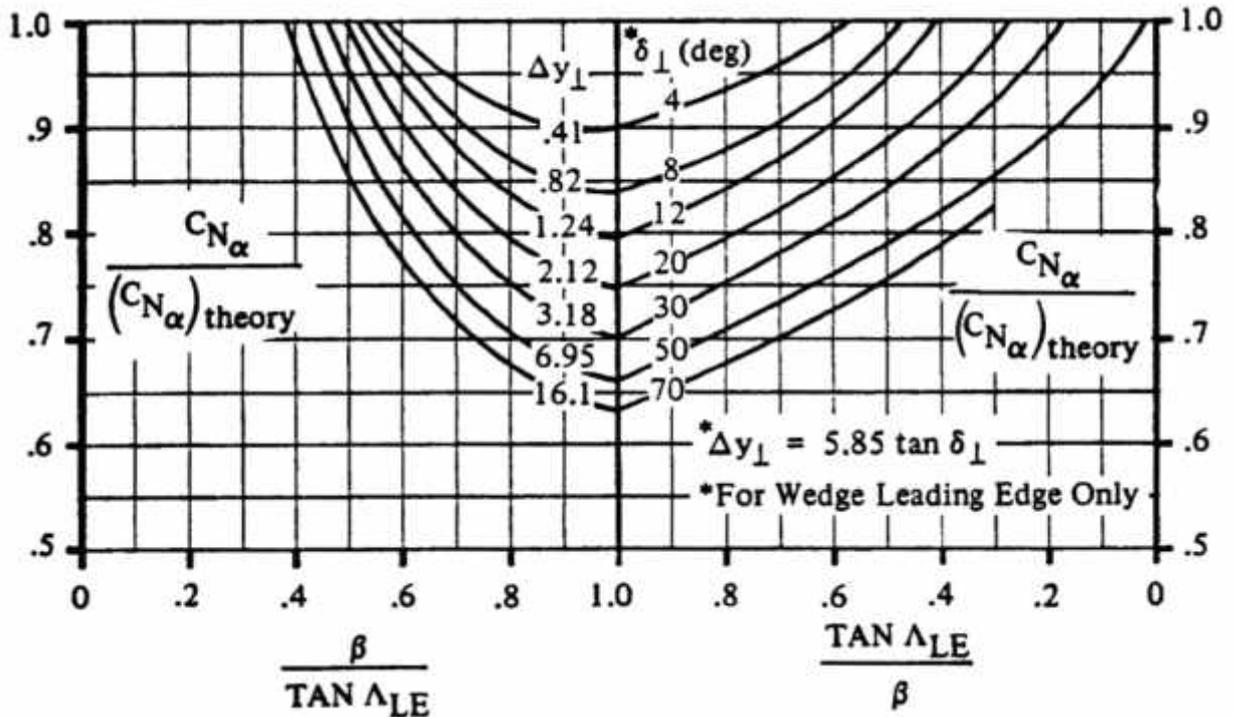


Figure III.12 : Facteur de correction de pente de la courbe du coefficient de force normale pour le bord d'attaque sonique d'une aile

III.5.2 Centre aérodynamique d'aile :

- Centre aérodynamique (subsonique et supersonique) :

Le centre aérodynamique d'une aile est le point dont le moment de tangage d'aile est invariable avec l'incidence. En d'autres termes c'est le point pour lequel :

$$\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = C_{m\alpha} = 0 \dots\dots\dots (III.23)$$

Pour un point de référence arbitraire, la pente de courbe du coefficient de moment de tangage d'aile être exprimée par :

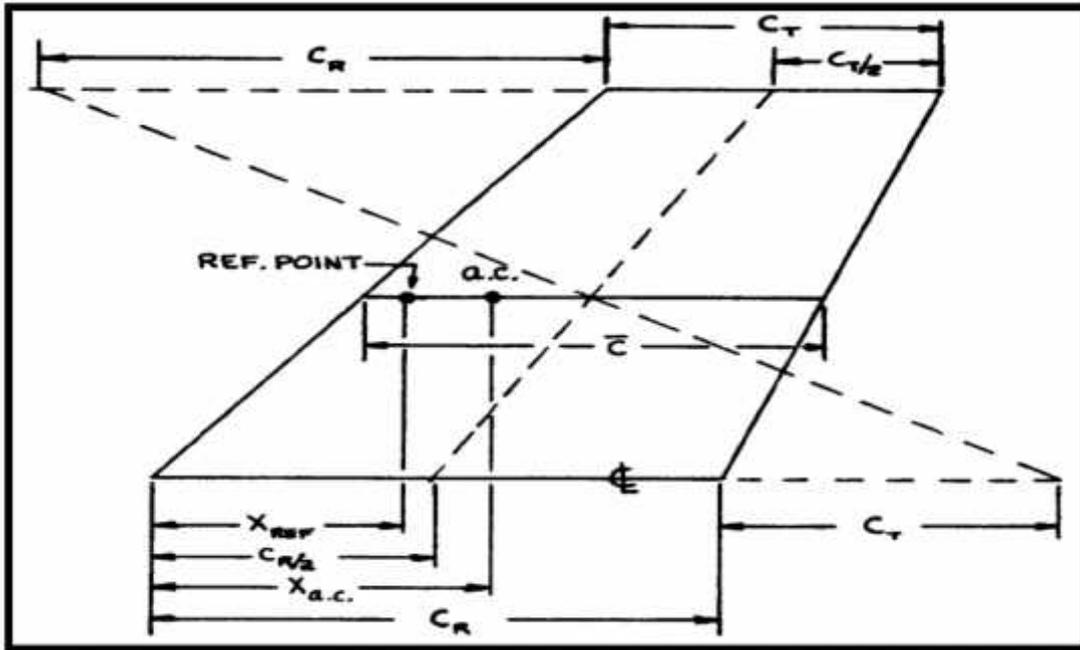
$$C_{m\alpha} = C_L (X_{ref} - X_{ac}) \frac{1}{\bar{c}} = C_L (\bar{X}_{ref} - \bar{X}_{ac}) \dots\dots\dots (III.24)$$

Ou $C_{m\alpha} = C_L (nCr - X_{ac}) \frac{1}{\bar{c}}$

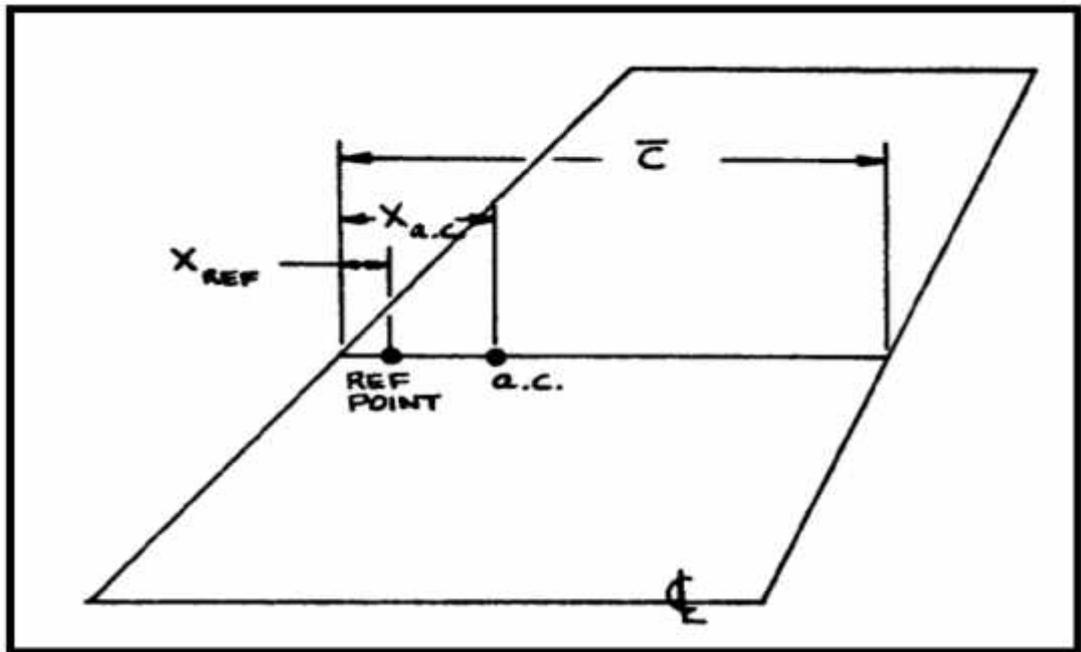
La définition géométrique des paramètres utilisés dans l'équation (III.24) est présentée sur la figure III.13. Il faut noter qu'il y a deux méthodes pour définir X et X_{ac} . Dans la plupart des calculs d'avion, le système du coordonné de la deuxième méthode est utilisé. Cependant, la présentation des données de conception est fréquemment faite avec la première méthode.

Une méthode graphique rapide pour localiser la corde géométrique moyenne (\bar{c}) d'une aile en plan est montrée sur la figure III.13.

En écoulement subsonique et supersonique, le centre aérodynamique des ailes trapézoïdales effilés est représenté par la figure III.14 (a, b et c). Ces données sont obtenues pour une incidence pour laquelle l'écoulement reste attaché à l'aile.

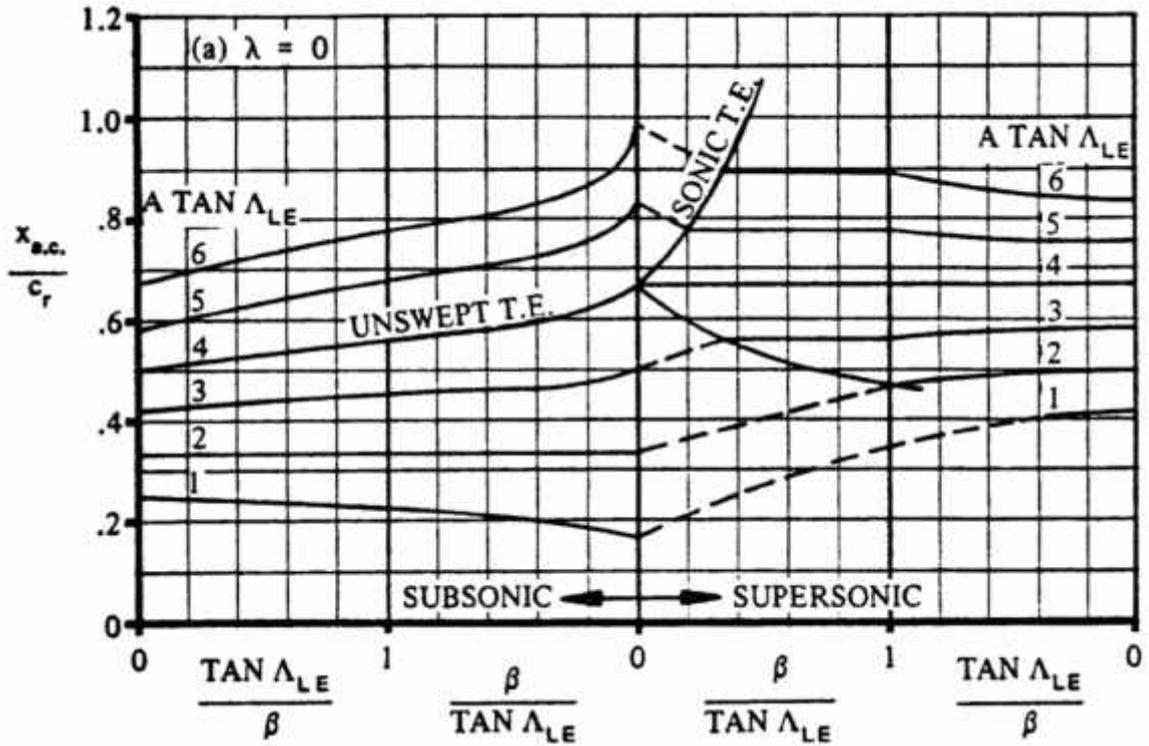


Méthode -1-

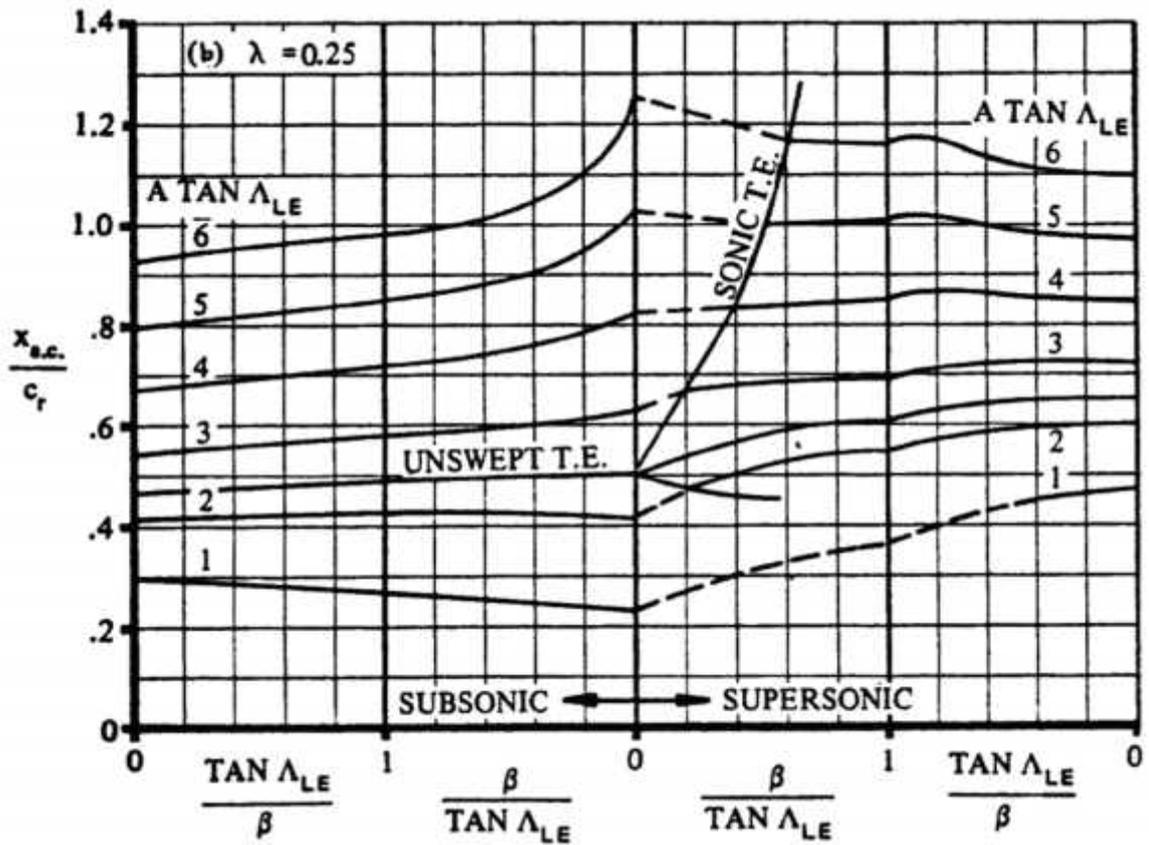


Méthode -2-

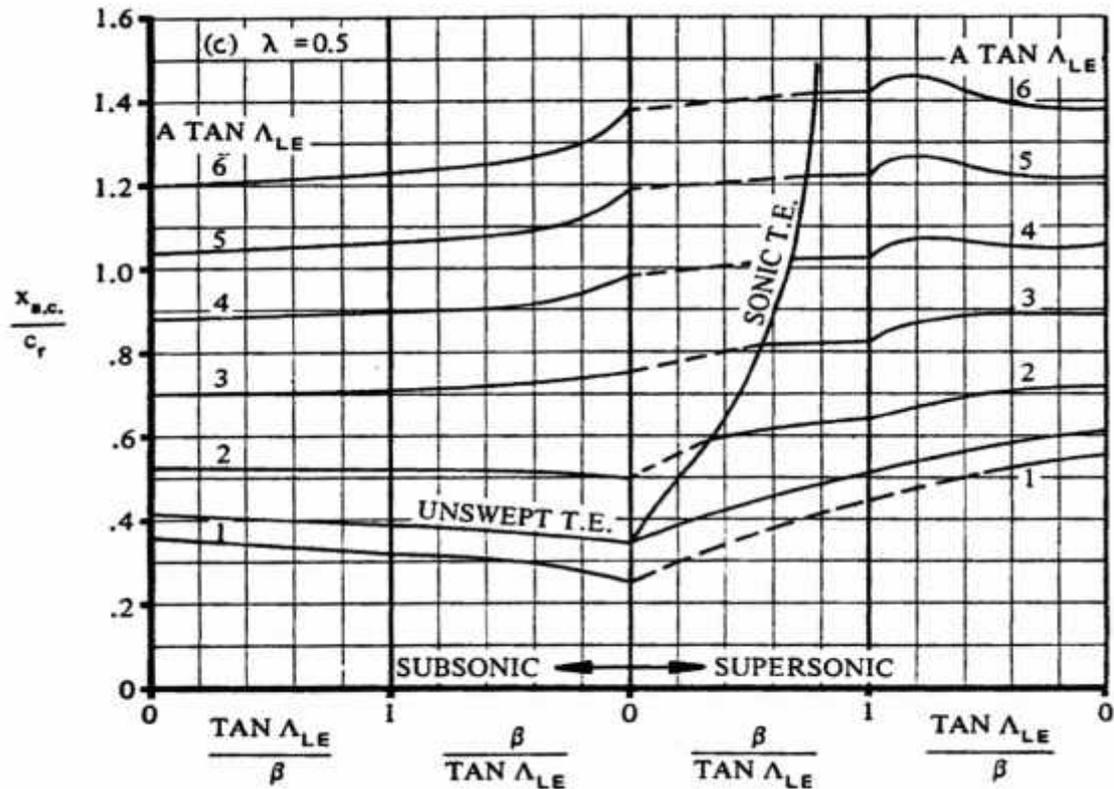
Figure III.13 : Coordonnées utilisées pour localiser le centre aérodynamique d'aile



(a)



(b)



(c)

Figure III.14 : Centre aérodynamique d'aile

- Centre aérodynamique (transsonique) :

Il n'y a aucune méthode pour prévoir la position du centre aérodynamique d'une aile dans le régime d'écoulement transsonique. L'application de la théorie de petite perturbation au régime transsonique permet d'obtenir une équation différentielle à dérivée partielle non linéaire. Ceci signifie que dans la gamme de nombre de Mach transsonique, il n'est pas possible d'évaluer séparément les effets de l'épaisseur, du vrillage, de la cambrure et de l'incidence et additionne les différentes solutions pour obtenir les caractéristiques aérodynamiques globales d'aile. En outre, dans le régime transsonique, un rôle important est joué par des interactions de la couche limite et ondes de choc jusqu'ici imprévisibles.

III.5.3 Angle d'incidence de portance nulle :

Pour trouver l'angle d'incidence de portance nulle α_L pour une aile, il est nécessaire de considérer le vrillage, la corde et le profil d'aile le long de l'envergure. Considérer la géométrie de la figure III.15. Il est usuel de définir toutes les caractéristiques le long de l'envergure d'aile relativement à la corde d'emplanture. Ceci signifie que α_L est l'incidence de la corde à l'emplanture de l'aile pour lequel la portance de l'aile est nulle. L'angle de vrillage $\tau(y)$ d'un profil le long de l'envergure est

également défini relativement à l'emplanture de l'aile. Si ce profil a un angle d'incidence de portance nulle, $\alpha_0(y)$ alors, il est possible d'écrire l'incidence de la corde à l'emplanture pour lequel le profil développera une portance nulle par :

$$\alpha_{l=0} = \alpha_0(y) - \varepsilon_T(y) \dots\dots\dots (III.25)$$

Pour l'aile entière, il est alors possible de trouver α_L par l'intégration le long de l'envergure :

$$\alpha_L = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \{ \alpha_0(y) - \varepsilon_T(y) \} dy \dots\dots\dots (III.26)$$

Il est bien connu que les volets aient un effet très important sur α_L . Supposant que pour une station y le long de l'envergure, le volet change l'incidence locale pour une portance nulle par la quantité $\Delta \alpha_0(y)$. Pour l'aile avec des volets vers le bas, l'angle de portance nulle est donné par :

$$\alpha_L = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \{ \alpha_0(y) - \varepsilon_T(y) + \Delta \alpha_0(y) \} dy \dots\dots\dots (III.27)$$

Si la variation $\Delta \alpha_0(y)$ induit par les volets est constante le long de l'aile, alors l'expression précédente s'écrit :

$$\alpha_L = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \{ \alpha_0(y) - \varepsilon_T(y) \} dy + \frac{S_w}{S} \alpha_0 \dots\dots\dots (III.28)$$

Excepté pour les rapports d'épaisseur supérieure à environ huit pourcent (8%), la variation de α_L avec le nombre de Mach est négligeable.

Les équations (III.24) jusqu'aux (III.27) s'appliquent seulement aux ailes avec une flèche nulle. Il s'avère que pour des allongements modérés et un effilement plus grand d'environ 0.3, l'effet de l'angle de flèche sur α_L est petit.

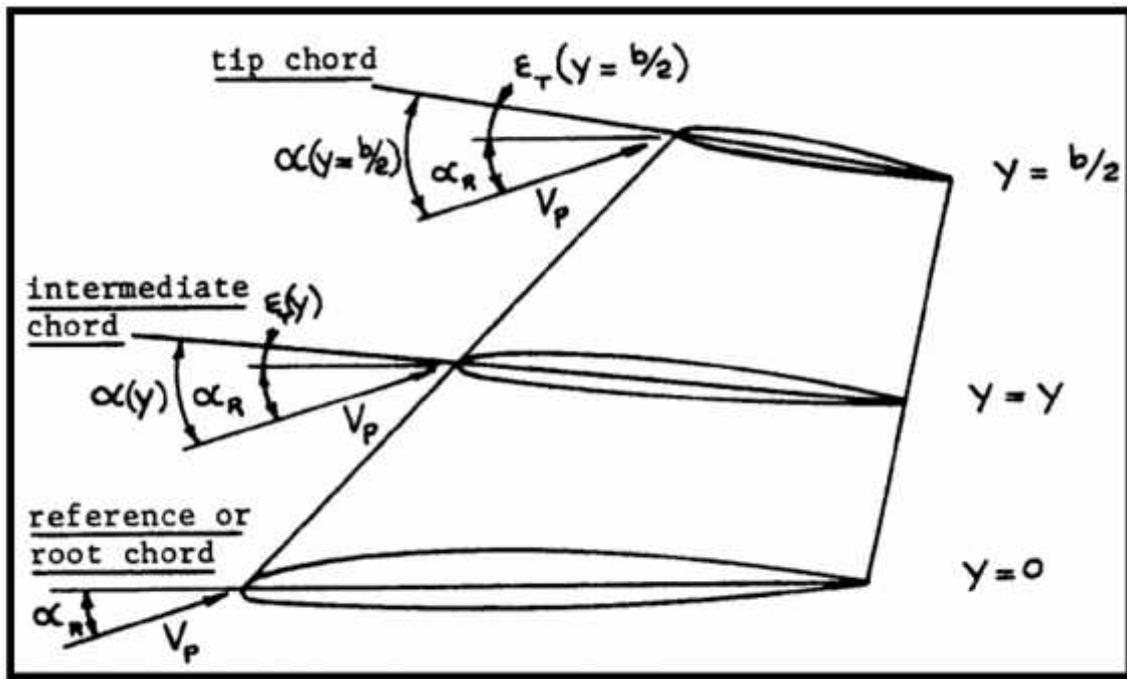


Figure III.15 : Définition de l'angle de vrillage relativement à la corde d'emplanture

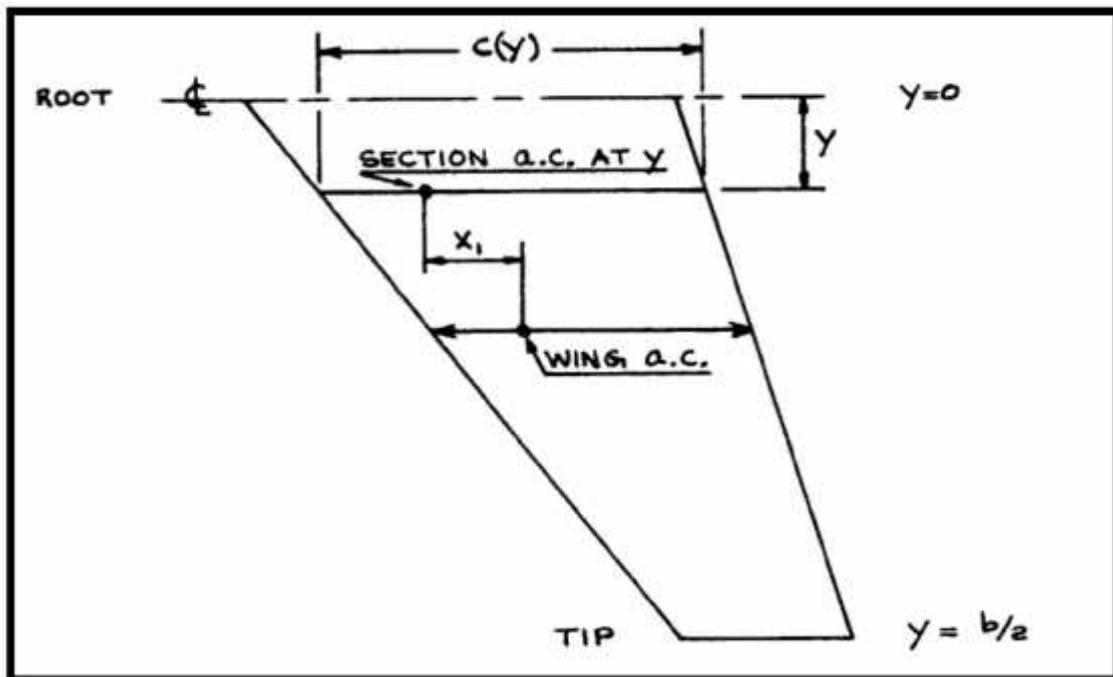


Figure III.16 : La géométrie utilisée pour calculer C_{mac}

III.5.4 Coefficient du moment par rapport au centre aérodynamique :

Pour calculer le coefficient du moment par rapport au centre aérodynamique d'une aile, il est nécessaire de prendre en compte la variation de C_{mac} le long de

l'envergure suite à l'influence de l'angle de flèche et le vrillage. La figure III.16 montre la géométrie utilisée dans l'équation pour calculer Cm_{ac} :

$$Cm_{ac} = \frac{\int_{-b/2}^{b/2} c_{\alpha}(\gamma) c(\gamma)^2 d\gamma + \pi \int_{-b/2}^{b/2} (\alpha_{0L} + \varepsilon_f(\gamma) - \alpha_{0U}(\gamma)) c(\gamma) X_1(\gamma) d\gamma}{S \bar{c}} \dots\dots\dots (III.29)$$

On note que le premier terme représente la valeur moyenne du coefficient de moment par rapport au centre aérodynamique de tous les profils selon l'envergure. Le deuxième terme tient compte du vrillage ainsi que la variation de l'angle de flèche. Le facteur π représente théoriquement 2 (la valeur théorique de la pente du coefficient de portance). L'extension à une aile avec des volets en bas en quelque sorte semblable au cas précédent.

III.5.5 Angle induit par l'aile en présence du sillage :

La déflexion d'air derrière une aile en écoulement subsonique est une conséquence d'un système de filament tourbillonnaire. Ce système tourbillonnaire est formé derrière une aile en flèche qui est illustre sur la figure III.17. Cette nappe tourbillonnaire constitue l'élément de base de la théorie de la ligne portante.

La surface mince de filament tourbillonnaire est constituée d'un tourbillon lié au bord d'attaque et deux tourbillons aux extrémités qui sont caractérisés par des rotations en sens inverse. En général, cette nappe tourbillonnaire n'est pas plane mais elle présente une courbure près de la partie centrale de l'aile qui est petite. En particulier, cela est vrai pour une aile rectangulaire de grand allongement pour laquelle la partie centrale de la nappe tourbillonnaire est extrêmement plane. Les ailes avec angle de flèche important de bord de fuite engendrent une nappe tourbillonnaire courbée ascendante approximait du plan de symétrie.

Les tourbillons d'extrémités n'engendrent pas le déplacement vertical de la partie centrale de la nappe tourbillonnaire. En général, elle agit en arrière en comparant avec les directions des lignes de courant. En outre, pendant que le système des tourbillons se dirige en aval, les tourbillons d'extrémités tendent à se déplacer à l'intérieur. De même avec l'augmentation de distance derrière l'aile, la vorticité de la nappe tourbillonnaire de bord de fuite tend à être transférée aux tourbillons d'extrémités. Le transfert de vorticité et le mouvement vers l'intérieur des tourbillons d'extrémité à lieu de telle sorte que la composante latérale du centre de gravité de la vorticité demeure à une position fixe le long de l'envergure. Quand toutes les vorticités sont transférées de la nappe tourbillonnaire vers les tourbillons d'extrémités, le système tourbillonnaire est considéré comme étant compl tement enroulé et dans un fluide non visqueux, le système tourbillonnaire qui se dirige vers l'infini reste inchangé en accord avec la loi de Helmholtz.

En avant de la station longitudinale d'un enroulement complet, la distribution de la déflexion descendante du courant d'air dépend de la distribution de portance le long de l'envergure. Cependant, quand l'enroulement est complet, l'angle induit pour toutes les ailes de même portance et de même envergure sont identiques. Il est évident que la forme de la nappe tourbillonnaire présente une influence significative de la déflexion descendante des filets d'air à travers un empennage situé dans le champ d'écoulement de l'aile et la position relative de l'empennage par rapport aux tourbillons d'extrémités sont de grande importance. Comme les tourbillons d'extrémités sont légèrement au-dessus de la nappe tourbillonnaire, la déflexion du courant d'air au-dessus de la nappe tourbillonnaire est légèrement plus grande que la déflexion du courant d'air au-dessous de la nappe tourbillonnaire. Le gradient de l'angle induit au bord de fuite de l'aile est égal à l'unité. Sa valeur à une distance infiniment en aval de l'aile est donnée par :

$$\left. \frac{d}{d} \right| = \frac{2C_{LUA}}{\pi} \dots\dots\dots (III.30)$$

La figure III.18 permet d'estimer rapidement le gradient de l'angle induit $\left(\frac{d\epsilon}{d\alpha}\right)$ derrière une aile sans flèche avec un allongement supérieur à trois ($A > 3$) au régime subsonique à faible nombre de Mach. La géométrie utilisée au niveau de la figure III.18 est obtenue par une section transversale de l'aile représentée par la figure III.17. On remarque que le gradient de l'angle induit obtenu à partir de la figure III.18 est localisé sur l'axe central de l'empennage horizontal. Pour trouver le gradient de l'angle induit moyen de l'empennage entier, il est nécessaire d'utiliser la correction au gradient de l'angle induit comme indiqué sur la figure III.19.

La méthode utilisée pour tracer les figures III.18 et III.19 est appelée 'la ligne portante' qui se fonde sur l'application de la loi de *Biot - Savart*.

Pour le cas des ailes en flèches ($\alpha_{LE} > 20^\circ$) avec faible allongement, la détermination du gradient de l'angle induit se fait par la méthode de la surface portante.

Pour toute augmentation du nombre de Mach en régime subsonique, le gradient de l'angle induit est donné par la relation suivante :

$$\left. \frac{d}{d} \right|_M = \left. \frac{d}{d} \right|_{M=0} \frac{C_{L|M}}{C_{L|M=0}} \dots\dots\dots (III.31)$$

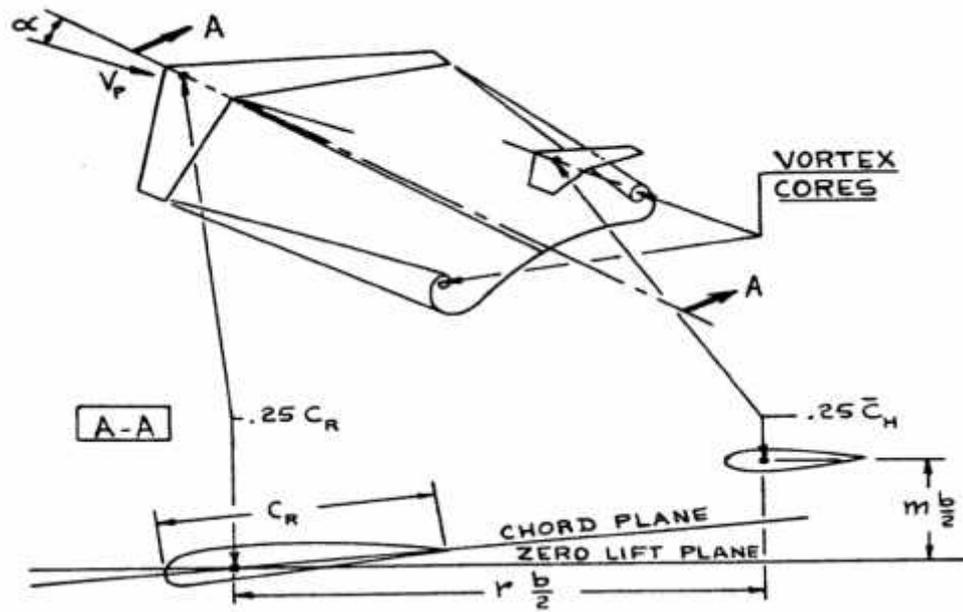


Figure III.17 : La géométrie utilisée pour le calcul de déflexion

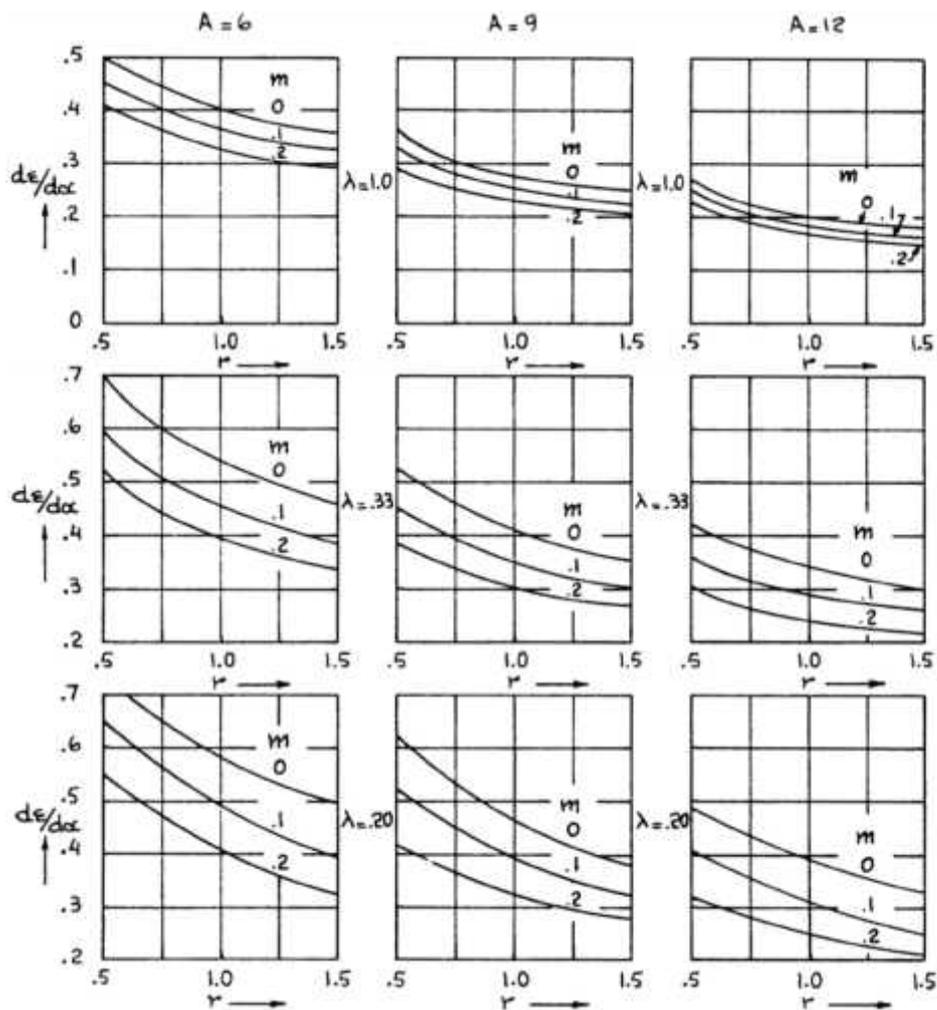


Figure III.18 : Diagrammes pour estimer d/d sur l'axe central de d'empennage horizontal

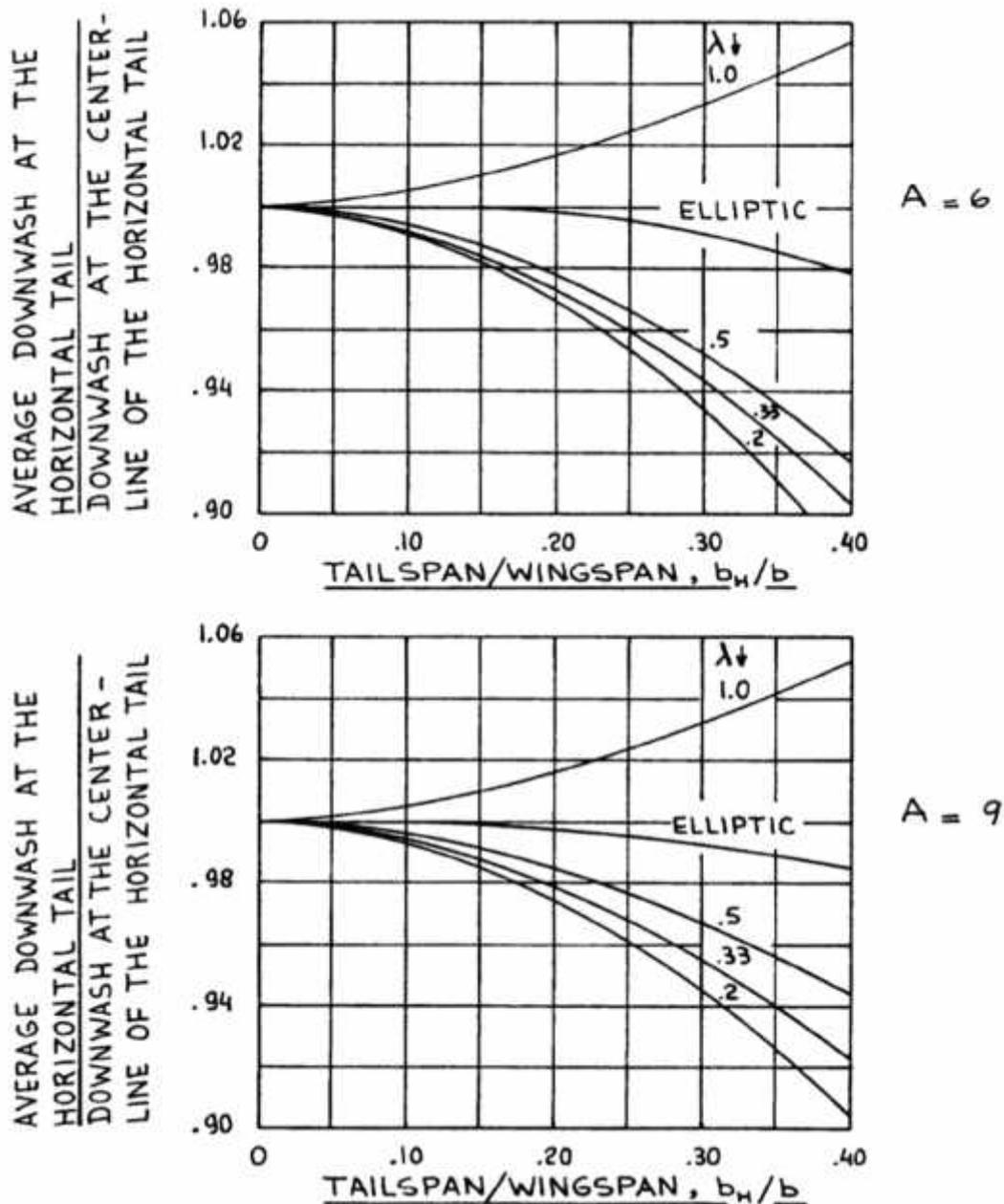


Figure III.19 : Correction de d/d pour des variations à travers l'envergure

III.5.6 Contribution du fuselage à la position du centre aérodynamique :

Le calcul de l'effet du fuselage (aile et fuselage) sur le centre aérodynamique est un problème difficile en raison des effets d'interférence qui sont complexes à modéliser.

Dans un fluide parfait (non visqueux), la distribution de pression le long d'un fuselage ou un corps de révolution engendre un couple et une force résultante nulle. La figure III.20 montre une configuration d'un écoulement potentiel typique autour d'un solide de révolution. Le centre de pression est à l'infini. Pour un fluide réel, le centre de pression se déplace vers un endroit quelque part en avant de nez, et maintenant la position du centre de gravité du fuselage induit quelques conséquences.

La variation du moment de tangage avec l'incidence pour un fuselage asymétrique est donnée par :

$$\frac{d}{d\alpha} = \frac{\bar{q}k}{3 \cdot \xi} \int_0^l w_f^2(x) dx \quad (deg^{-1}) \dots\dots\dots (III.32)$$

Où : K est un facteur de correction de forme qui dépend du rapport de la finesse l/h du fuselage. Voir figure III.21.

l : Longueur du fuselage

h : Hauteur de l'avion

w_f : Largeur du fuselage à une distance X du nez.

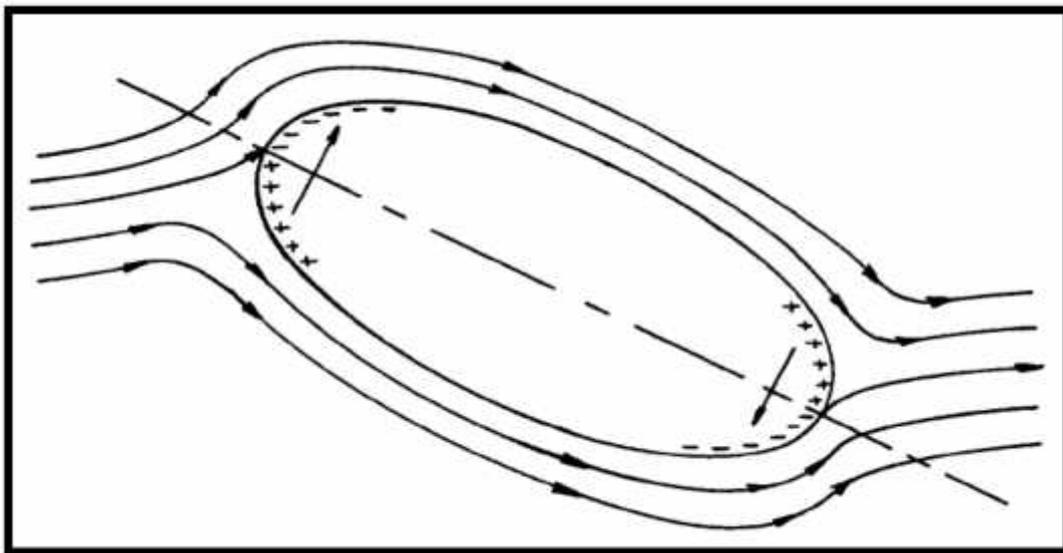


Figure III.20 : Image d'écoulement potentiel pour un solide de révolution

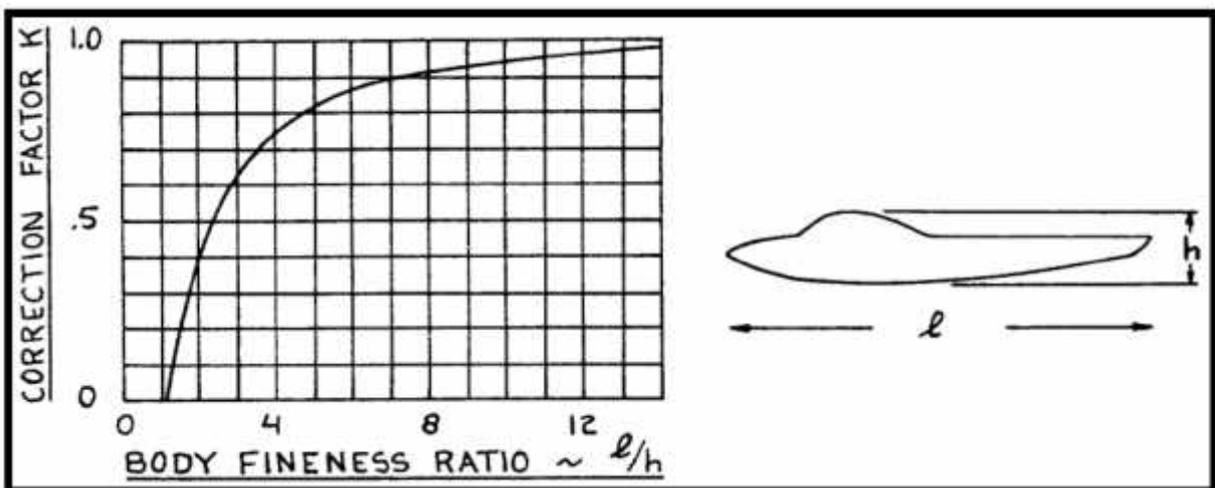


Figure III.21 : Facteur de correction pour le rapport de finesse du fuselage

Cependant, en réalité le fuselage de l'avion est placé dans le champ d'écoulement d'aile, et cause une déflexion des filets d'air vers le haut en avant de l'aile et une déflexion des filets d'air vers le bas en arrière de l'aile. La déflexion vers le haut (en avant de l'aile) cause une contribution positive du moment de tangage sur les parties de fuselage. La déflexion vers le bas (derrière l'aile) cause une contribution négative du moment de tangage sur les parties de fuselage. Pour cette raison la position de l'aile le long du fuselage à un effet sur la variation du moment de tangage de fuselage avec l'incidence. La formule empirique permettant d'expliquer cet effet est :

$$\frac{d}{d\alpha} = \frac{\bar{q}}{3.5} \int_0^l w_f^2(x) \frac{d\bar{\epsilon}}{d} dx \quad (deg^{-1}) \dots\dots\dots (III.33)$$

Où : $\bar{\epsilon}$ est l'angle induit de l'écoulement local qui est égal à l'incidence de l'écoulement non perturbé plus l'angle induit due à l'aile.

En avant de l'aile, l'angle induit par la déflexion des filets d'air vers le haut s'ajoute à $\bar{\epsilon}$ quand l'incidence change, ce qui résulte $d\bar{\epsilon}/d > 1$. Derrière l'aile, la déflexion des filets d'air vers le bas soustrait de $\bar{\epsilon}$ quand l'incidence change, ce qui aboutit à : $d\bar{\epsilon}/d < 1$. En fait, derrière l'aile :

$$\frac{d\bar{\epsilon}}{d} = (1 - \frac{d}{d}) \dots\dots\dots (III.34)$$

Pour évaluer l'intégrale de l'équation (III.33), il est pratique de décomposer le fuselage en plusieurs segments comme indiqué la figure III.22. De cette façon, l'équation (III.33) peut être réécrite comme :

$$\frac{d}{d\alpha} = \frac{\bar{q}}{3.5} \sum_{i=1}^{i=n} w_f^2(x_i) \frac{d\bar{\epsilon}}{d} x_i \quad (deg^{-1}) \dots\dots\dots (III.33a)$$

Où $w_f(x_i)$ et x_i sont définis sur la figure III.22.

Les valeurs de $(w_f^2(x_i) \frac{d\bar{\epsilon}}{d} x_i)$ sont calculées pour chaque segment. En trouvant $d\bar{\epsilon}/d$.

$$\frac{d\bar{\epsilon}}{d} = \frac{x_i}{l_H} (1 - \frac{d}{d}) \dots\dots\dots (III.34a)$$

Où x_i et l_H sont définis sur la figure III.22.

Il faut noter que la courbe de la figure III.23 s'applique uniquement au cas où $C_{L \text{ aile}} = 0,08 \text{ deg}^{-1}$.

Pour d'autres valeurs de la pente du coefficient de portance de l'aile, il est possible d'utiliser la relation suivante :

$$\frac{d\bar{z}}{d} = \frac{d\bar{z}}{d} \left(\frac{C_{L\alpha}}{0,0} \right) \dots \dots \dots (III.34b)$$

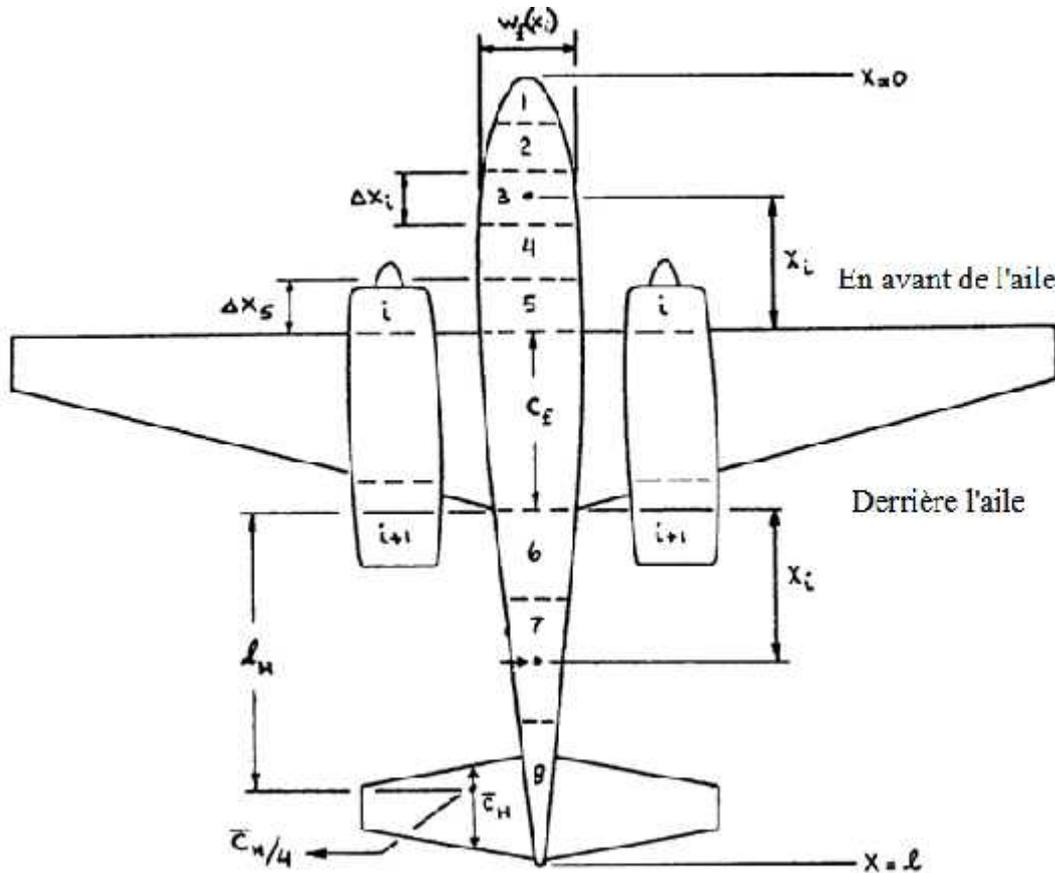


Figure III.22 : Contribution de fuselage et de nacelle pour le calcul de la position du centre aérodynamique

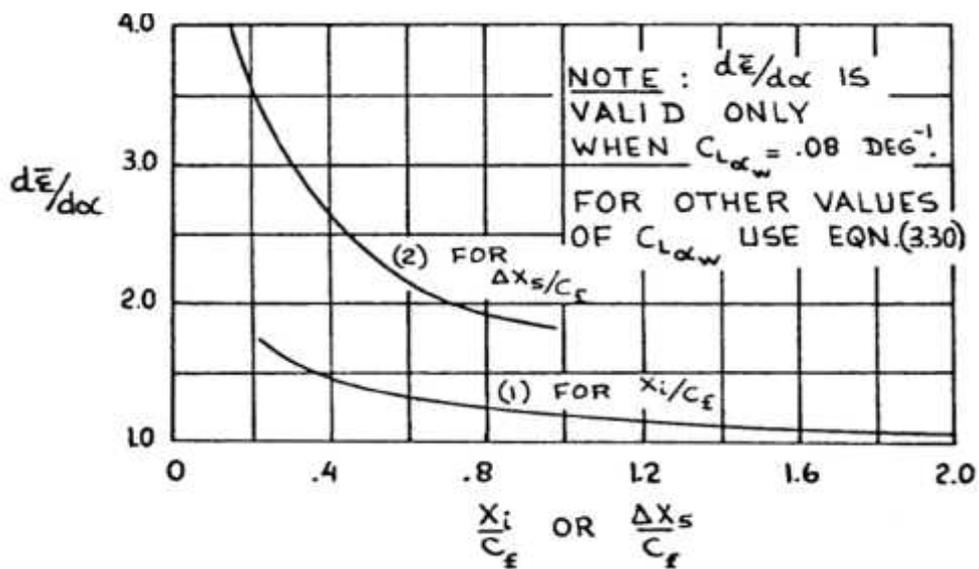


Figure III.23 : L'estimation du facteur $d\bar{z}/d$ en avant de l'aile

Après avoir trouvé $dM/d\alpha$ selon ce procédé, il est maintenant possible de calculer :

$$\bar{X}_{ac B} = \frac{-\frac{d}{d\alpha}(f_{u_{e/o}} \bar{n}_i)(d-1)}{\bar{q}S\bar{c} C_{L_i}(d-1)} \dots\dots\dots (III.35)$$

Où $\bar{X}_{ac B}$ est le décalage du centre aérodynamique dû au fuselage (en présence d'une aile) dans les fractions de l'aile. Cette quantité est utilisée par la suite dans le calcul du centre aérodynamique global de l'avion.

Il devrait observer que la méthode discutée ici est valide seulement pour des nombres de Mach subsoniques, ($M < 0.80$). On a constaté que le décalage du centre aérodynamique (aile et fuselage) est approximativement égal au décalage du centre aérodynamique d'aile seule.

III.6 Angle d'incidence et efficacité des gouvernes :

Le paramètre qui à une grande influence sur la conception des avions est l'efficacité des gouvernes.

L'efficacité de portance d'une gouverne de bord de fuite (volet) est définie comme : $Cl = \frac{\partial}{\partial \alpha}$ pour un profil et : $C_L = \frac{\partial L}{\partial \alpha}$ pour une surface entière. La figure III.24 montre le rapport typique entre C_L , et Cl pour une inclinaison du volet. Le changement du coefficient de portance par unité de changement de braquage du volet est indiqué sur la figure III.24 et défini comme :

$$C_L = \frac{\partial L}{\partial \alpha} |_{Cl = constant} \dots\dots\dots (III.36)$$

Également dans l'étude de la stabilité et le contrôle de l'avion, le paramètre :

$$= \frac{\partial}{\partial \alpha} |_{C_L = constant} \dots\dots\dots (III.37)$$

Ce qui correspond au changement « réel » de l'incidence pour une unité de changement de déflexion du volet. Évidemment, dans la zone linéaire, on écrit :

$$= \frac{C_L}{C_L} \dots\dots\dots (III.37a)$$

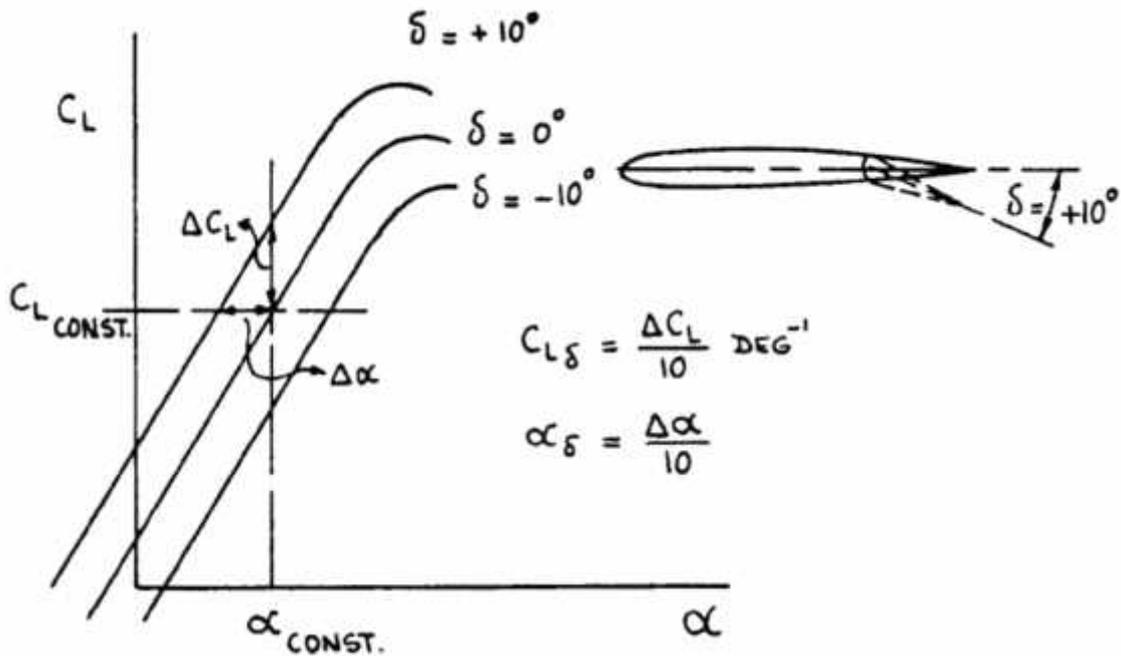


Figure III.24 : La relation entre C_L , et pour des gouvernes de bord de fuite

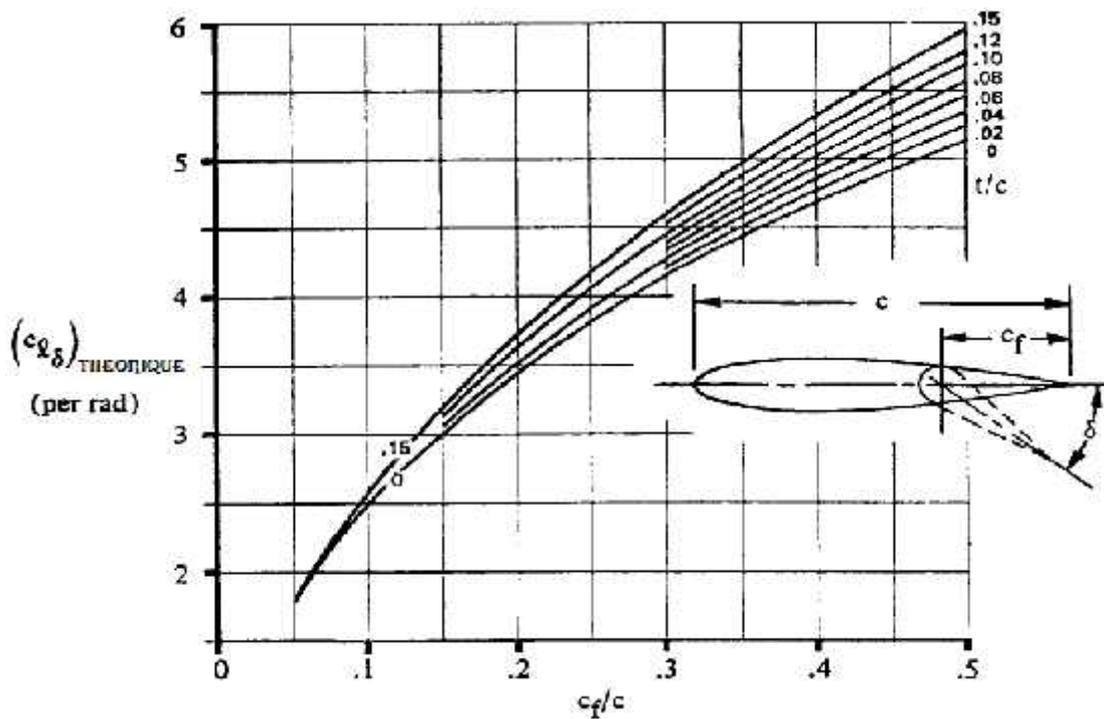


Figure III.25 : Efficacité théorique de portance pour des volets de bord de fuite

Des valeurs théoriques de C_l pour la déflexion de l'angle du bord de fuite du volet sont présentées sur la figure III.25 en fonction du rapport d'épaisseur t/c et de la corde du volet par rapport à la corde du profil de l'aile C_f/C .

La figure III.26 montre les valeurs théoriques de section de par rapport à C_f/C .

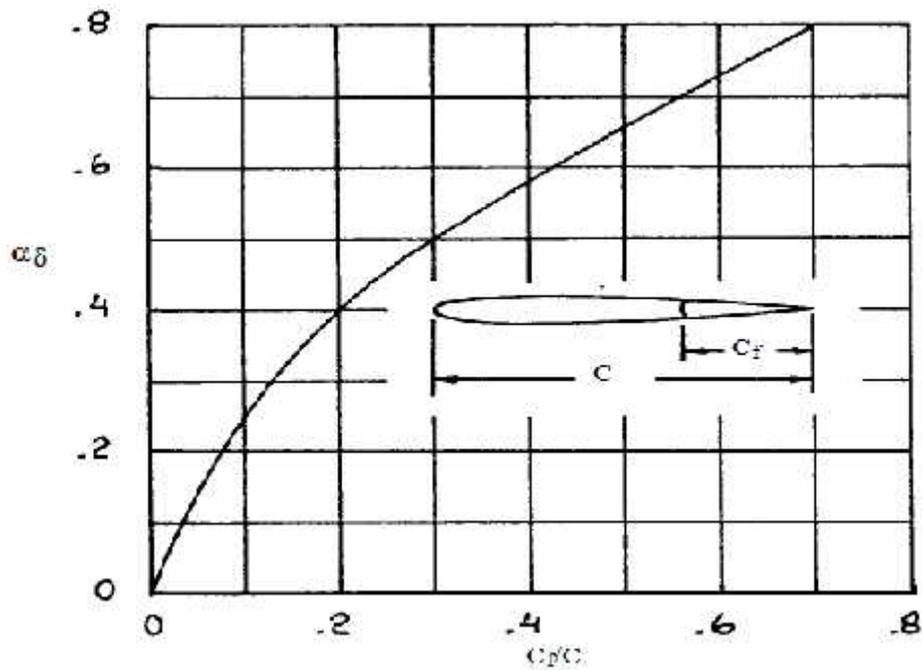


Figure III.26 : Efficacité théorique de portance pour des volets au bord de fuite

La variation de la portance induite par gouverne avec le braquage de cette dernière est linéaire dans une plage d'incidence et des angles de braquage de gouverne.

Pour des gouvernes tridimensionnelles, une approximation de α_δ est donnée par :

$$= \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} \alpha_\delta(y) c(y) dy \dots\dots\dots (III.38)$$

L'effet du nombre de Mach en subsonique compressible est pris en compte par la transformation de *Prandtl-Glauert* pour les coefficients C_l et C_L sous forme :

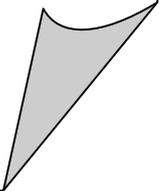
$$C_{lM} = \frac{C_{l0}}{\sqrt{1-M^2}} \quad C_{LM} = \frac{C_{L0}}{\sqrt{1-M^2}} \dots\dots\dots (III.39)$$

Le paramètre α_δ est approximativement constant avec le nombre de Mach dans ce régime d'écoulement.

On peut visualiser la façon avec laquelle l'efficacité de la portance d'une gouverne peut être utilisée pour le contrôle. En mettant la gouverne à une distance du centre de gravité de l'avion, alors le contrôle de moment est obtenu.

Chapitre IV

*Les forces et les
moments
aérodynamiques et de
poussée*



IV.1 Introduction :

Le but de ce chapitre est de dériver et analyser les expressions des forces et des moments aérodynamiques et de poussée pour :

- un état de vol stabilisé
- un état de vol perturbé

Il traite principalement la détermination des forces et des moments aérodynamiques et de poussée, au moyen des méthodes théoriques (méthodes empiriques) tel que on divise l'avion à un certain nombre de composants : les ailes, le fuselage, l'empennage vertical et horizontal. On assume que la force aérodynamique agissant sur l'avion est la somme des forces agissant sur ses composants, en général :

$$F_{A_{AVION}} = F_{A_{wing}} + F_{A_{corps}} + F_{A_{HOR.TAIL}} + F_{A_{VERT.TAIL}}$$

IV.2 Les forces et les moments aérodynamiques dans un état de vol stabilisé :

Afin de faciliter les calculs, on utilise dans cette section, l'état de vol stabilisé (vol rectiligne).

Le tableau IV.1 représente les forces et les moments aérodynamiques et les variables correspondants au cas du vol stabilisé.

Les valeurs des forces et des moments de poussée dépendent entièrement des caractéristiques de propulseur et de leur orientation dans le fuselage et on suppose dans le cadre de cette thèse que la valeur de poussée est connue.

Tableau IV.1 : La dépendance des forces et des moments aérodynamiques avec les variables de commande dans le cas du vol stabilisé.

Variable	All = 0	r	s	u_A	u_E	u_R
F_{AX1}	Trainée à $r = 0$	Trainée due au r	négligeable pour s petit	négligeable	négligeable	négligeable
F_{AY1}	Zéro	L'effet indirect de r sur la force latérale	force latérale due à s	négligeable	zéro	force latérale due à u_R
F_{AZ1}	Portance à $r = 0$	Portance due au r	négligeable pour s petit	Négligeable	Portance due au u_E	négligeable
L_{A1}	Zéro	L'effet indirect de r sur le moment de roulis	Le moment de roulis dû à s	Le moment de roulis dû à u_A	zéro	Le moment de roulis dû à u_R
M_{A1}	Le moment de tangage à $r = 0$	Le moment de tangage dû à r	négligeable pour s petit	Négligeable	Le moment de tangage dû à u_E	négligeable
N_{A1}	Zéro	L'effet indirect de r sur le moment de lacet	le moment de lacet due à s	le moment de lacet dû à u_A est petit mais n'est pas négligeable	zéro	Le moment de lacet dû à u_R

IV.2.1 Les forces et les moments latéraux-directionnels :

Dans l'état de vol stabilisé (vol rectiligne) ou $V_I = 0$; l'avion serait dérapant. L'angle de dérapage (l'équivalent latéral-directionnel de l'angle d'incidence longitudinal) est défini dans la figure (IV.1) tel que cet angle de dérapage provoque un moment de roulis LA_I , une force latérale FA_{YI} et un moment de lacet NA_I et on utilise le système des axes de stabilité.

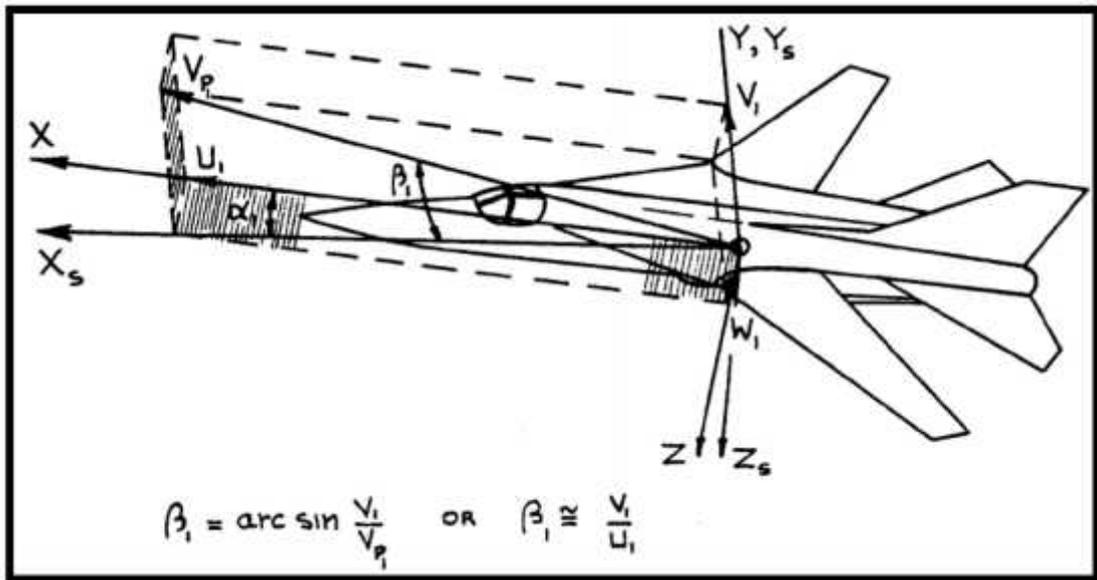


Figure IV.1 : Définition de l'angle de dérapage

Remarque :

1- Puisque LA_{Is} , FA_{YIs} et NA_{Is} sont définis dans le système des axes de stabilité $X_s Y_s Z_s$ alors les indices 's' seront abandonnés.

2- Supposons que la force FT_{YI} , le moment latéral LT_I et le moment directionnels NT_I sont connus d'après le module de la force de poussée.

La force latérale, le moment de roulis et le moment de lacet dépendent de :

- Le nombre de Mach
- Le nombre de Reynolds, généralement son effet est négligeable
- L'angle d'incidence
- L'angle de dérapage
- La pression dynamique
- Les angles de débattements de l'aileron, déporteur (spolier), gouverne de direction et autres surfaces de commande.

Tel que en évaluant les différents coefficients à un nombre de Mach constant et un angle d'incidence constant.

IV.2.2 Le moment de roulis total de l'Avion :

Le moment de roulis total d'un avion est exprimé par :

$$L_A = c_l \bar{q} s b \dots\dots\dots (IV.1)$$

Où C_l est le coefficient de moment de roulis total.

L'expression du coefficient de moment de roulis total est donnée par :

$$c_l = c_{l0} + c_{lS} S + c_{l\alpha A} \alpha_A + c_{l\alpha R} \alpha_R \dots\dots\dots (IV.2)$$

Avec :

C_{l0} : le coefficient de moment de roulis pour un dérapage et des déflexions nulles. Cette quantité est nulle dans le cas des avions possédant le plan XZ comme un plan de symétrie

C_{l1} : variation du coefficient de moment de roulis due au dérapage, également appelée la dérivée de moment de roulis due au dérapage ou l'effet dièdre

C_{lA} : variation du coefficient de moment de roulis due à la déflexion de l'aileron

C_{lR} : variation du coefficient de moment de roulis due à la déflexion de la gouverne de direction

IV.2.2.1 L'effet dièdre C_l :

L'effet dièdre de l'avion est exprimé par :

$$c_{lS} = c_{lSWB} + c_{lSH} + c_{lSV} \dots\dots\dots (IV.3)$$

Où les indices WB , H et V indiquent respectivement: l'aile, l'empennage horizontal et l'empennage vertical.

- La contribution de l'aile :

Il y a trois effets aérodynamiques qui contribuent au C_{lWB} :

- Le dièdre géométrique de l'aile
- La position de l'aile sur le fuselage
- L'angle de flèche de l'aile

- Le dièdre géométrique de l'aile :

La figure IV.2 montre comment le dièdre géométrique de l'aile provoque un moment de roulis dû au dérapage. Observons que l'aile droite a un angle d'incidence

positive et l'aile gauche a un angle d'incidence négative et pour cela le moment de roulis résultant est négatif.

L'équation (IV.4) suggère que le moment de roulis dû au dérapage qui est provoqué par le dièdre géométrique de l'aile soit proportionnel à l'angle de dièdre géométrique .

.....(IV.4)

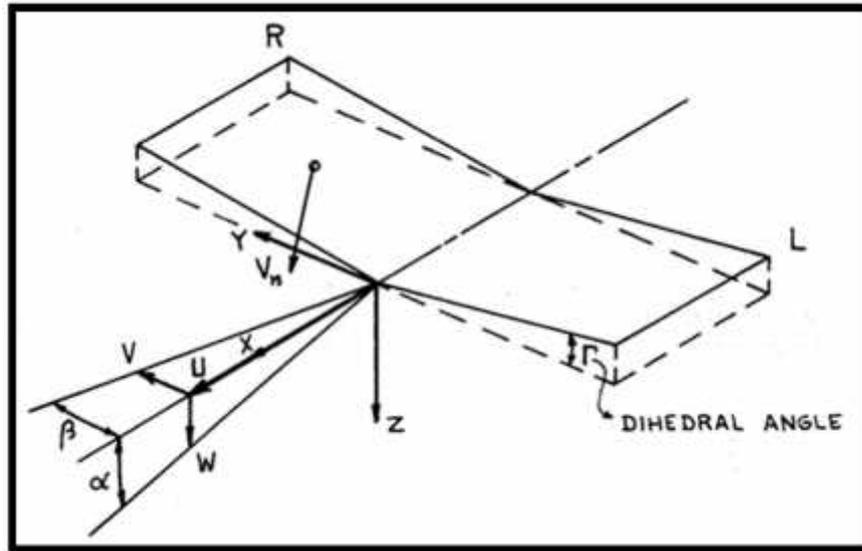


Figure IV.2 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet du dièdre géométrique

Avec :

V_n : La vitesse normale au panneau droit

$$V_n = W \cos \Gamma + V \sin \Gamma \approx W + V\Gamma$$

La variation par le panneau droit suite à l'effet du dièdre est :

$$\Delta r \approx \frac{V\Gamma}{V_p} \approx \frac{V_p s \Gamma}{V_p} = s\Gamma$$

Ce qui produit une portance par conséquent un moment de roulis.

- La position d'aile sur le fuselage :

La figure IV.3 montre que lorsque l'aile est au dessus du corps de révolution (voilure haute), la distribution de l'angle d'incidence provoque un moment de roulis négatif, c.à.d. l'effet dièdre est augmenté négativement. Réciproquement, quand l'avion possède une voilure basse, l'effet dièdre est diminué négativement par l'effet d'interférence de fuselage. Son intensité dépend de la forme de la section du fuselage, de sa longueur en amont de l'aile, sa forme en plan et de la position de l'aile. Ceci explique

On suppose que l'angle de dérapage est petit :

$$\Delta L = -y_i c_{Li} \bar{q} s_i 2 \sin 2\Lambda \dots\dots\dots (IV.8)$$

L'équation (IV.8) montre que :

- La dérivée du moment de roulis due au dérapage est proportionnelle à $\sin (2 \Lambda)$
- Une valeur importante de la flèche provoque une augmentation négative de C_{l_w}
- La contribution de la flèche sur C_{l} est proportionnelle au coefficient de portance, indiquant qu'aux basses vitesses ou grandes vitesses pendant les manœuvres, la valeur de C_{l} , tend à être négative.

Ce qui a des conséquences importantes sur la stabilité des avions.

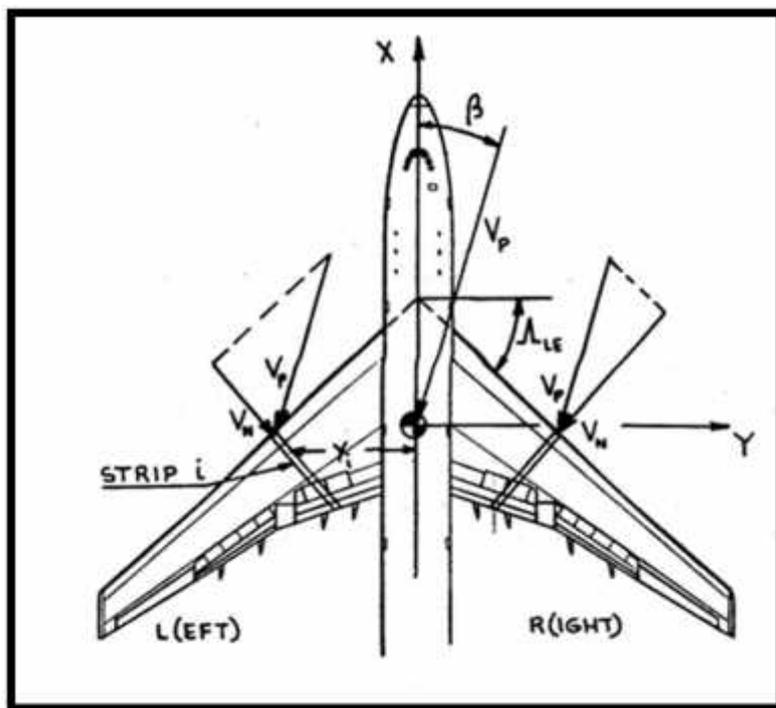


Figure IV.4 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet de flèche d'aile

▪ La contribution de l'empennage horizontal :

La contribution de l'empennage horizontal peut être expliquée exactement comme celle qui a été fait pour l'aile.

Le moment de roulis de l'empennage horizontal dû au dérapage peut être écrit comme :

$$\Delta L_H = \bar{c}_{l_{sH}} S \bar{q}_H s_H b_H \dots\dots\dots (IV.9)$$

Où :

$$c_{l_{sH}} = \bar{c}_{l_{sH}} \left(\frac{\bar{q}_H s_H b_H}{q s b} \right) \dots\dots\dots (IV.10)$$

Il est a noté que le terme ente parenthèses est négligeable (sauf pour les avions : Mc Donnell-Douglas F4 et General Dynamics F-111A), ce qui implique que la contribution de l'empennage horizontal est négligeable.

▪ La contribution de l'empennage vertical :

La figure IV.5 montre que lorsque le centre aérodynamique de l'empennage vertical est au dessus de l'axe de stabilité X_s, un moment de roulis dû au dérapage est généré.

Le coefficient de portance sur l'empennage vertical peut être écrit :

$$c_{L_V} = c_{L_{rV}} (s - \dagger) = c_{L_{rV}} \left(1 - \frac{d\dagger}{ds} \right) s \dots\dots\dots (IV.11)$$

Où : CL_v : est la pente du coefficient de portance de l'empennage vertical

: est l'angle de déflexion latérale

La portance de l'empennage vertical provoque un moment de roulis qui s'exprime par :

$$\Delta L_V = -Z_{V_s} c_{L_{rV}} (s - \dagger) \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots (IV.12)$$

Et

$$c_{l_{sV}} S \bar{q} s b = Z_{V_s} c_{L_{rV}} \left(1 - \frac{d\dagger}{ds} \right) S \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots (IV.13)$$

On peut déduire :

$$c_{l_{sV}} = -c_{L_{rV}} \left(1 - \frac{d\dagger}{ds} \right) n_V \frac{s_V}{s} \frac{z_{V_s}}{b} \dots\dots\dots (IV.14)$$

L'importance de la contribution de l'empennage vertical au moment de roulis due au dérapage dépend des dimensions de l'empennage vertical et de Z_{Vs}. Ce dernier dépend de l'angle d'incidence comme indiqué dans la figure IV.5 et peut même être négatif, dans ce cas ou Cl_v change de signe.

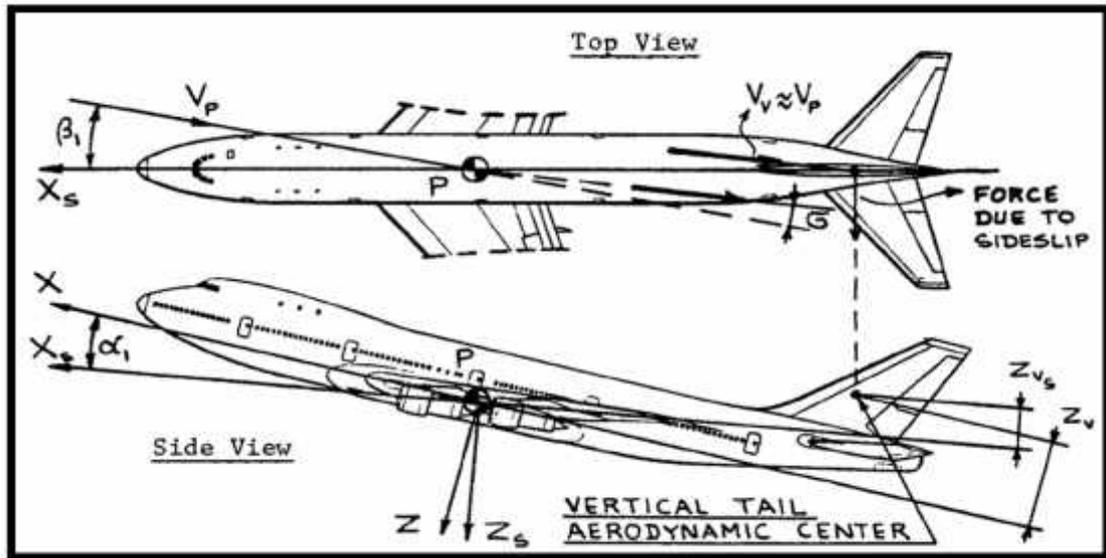


Figure IV.5 : Moment de roulis dû au dérapage suite à l'effet de l'empennage vertical

IV.2.2.2 Les dérivées Cl_A et Cl_R :

- Dérivé latérale Cl_A :

La commande latérale des avions est faite avec :

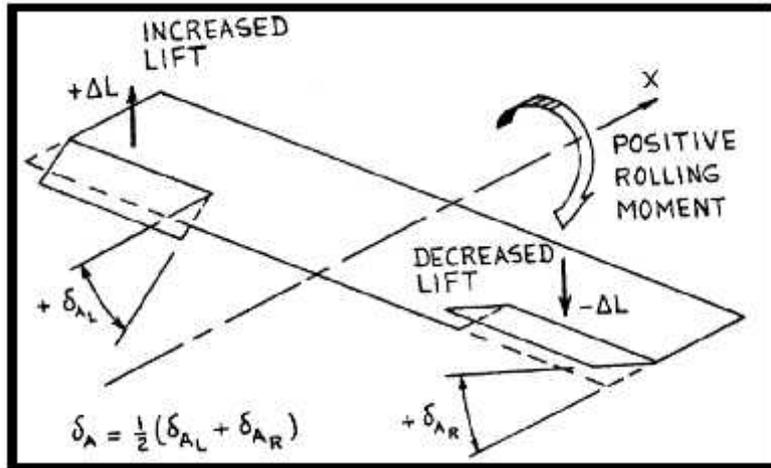
- ailerons
- déporteurs (spoilers)
- stabilisateur différentiel et d'autres dispositifs

La figure IV.6 montre que pour les ailerons et le stabilisateur différentiel, u_A signifie la moyenne de débattement ($+A$) de l'aile gauche et le débattement ($-A$) de l'aile droite. Dans ce cas, on écrit :

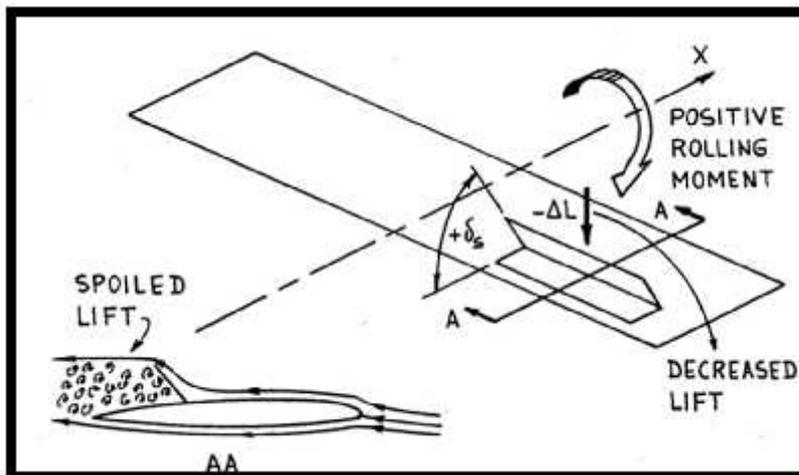
$$u_A = \frac{1}{2}(u_{AL} + u_{AR}) \dots\dots\dots(IV.15)$$

Les ailerons sont utilisés souvent dans les applications à faible vitesse et relativement à basse flèche. Pour des grandes vitesses et aux angles modérés de flèche, il s'avère que les effets aéroélastiques excluent l'utilisation des ailerons. Dans ce cas, les spoilers sont employés. Plusieurs avions de ligne tels que Boeing 727 emploient les ailerons et les spoilers.

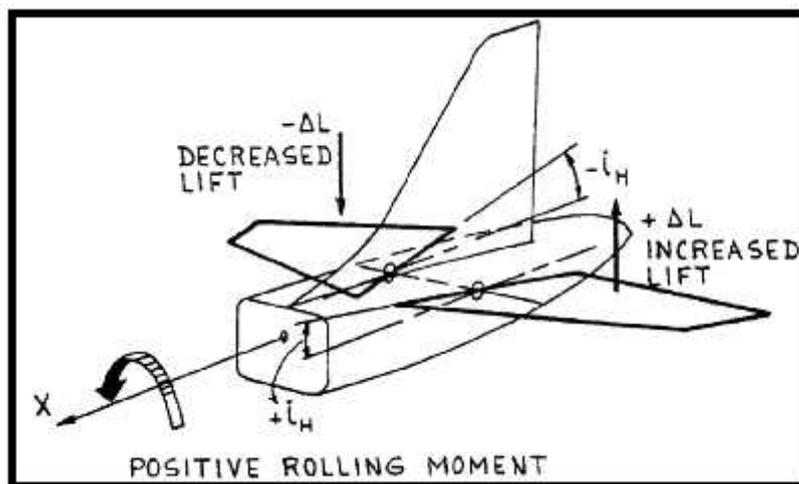
Aux grands angles de flèche ; les spoilers et les ailerons deviennent également inefficaces (de point de vue aérodynamique). Dans ce cas, les ailerons de bout (tels qu'utilisé en foudre électrique par les Anglais) ou les stabilisateurs différentiels (tels qu'utilisé par General Dynamics F111) sont souvent utilisés ; Concernant les avions d'aile delta, il est rare de voir les stabilisateurs différentiel utilisés pour la commande latérale.



a) ailerons



b) spoilers



c) stabilisateur différentiel

Figure IV.6 : Moment de roulis généré par les ailerons, spoilers et le stabilisateur différentiel

▪ Moment de roulis dû à la commande directionnelle Cl_R :

La commande directionnelle des avions (la commande en dérapage) est habituellement obtenue à partir de :

- La gouverne de direction
- L'empennage vertical

Le symbole δ_R représente l'angle de débattement de la gouverne de direction ou l'empennage vertical utilise le symbole i_v pour la commande directionnelle.

Remarque : la plupart des avions utilisent la gouverne de direction pour la commande directionnelle.

Une explication physique du mécanisme aérodynamique par lequel le moment de roulis dû à la commande directionnelle est expliqué par la représentation de la figure IV.7.

Puisque le but de la gouverne de direction est la commande en lacet, le moment de roulis dû à la gouverne de direction doit être vu parfois comme effet secondaire.

Pour déterminer l'expression de Cl_R ; associons la force due à la gouverne de direction sur l'empennage vertical avec la dérivée de la force latérale :

$$F_{Ay} = c_{yuR} u_R \bar{q} s \dots\dots\dots(IV.16)$$

Le moment de roulis dû à cette force autour de l'axe de stabilité est :

$$L = F_{Ay} Z_{Vs} = c_{yuR} u_R \bar{q} s Z_{Vs} \dots\dots\dots(IV.17)$$

Le moment de roulis dû à la gouverne de direction est :

$$L = c_{luR} u_R \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.18)$$

Et par conséquent :

$$c_{luR} = c_{yuR} \frac{Z_{Vs}}{b} \dots\dots\dots(IV.19)$$

Observons que Cl_R peut avoir un signe négatif à cause de Z_{Vs} (c'est le même cas avec Cl_v).

Maintenant, on peut évaluer le moment de roulis par :

$$L_{A1s} = L_A = (c_{ls} S + c_{luA} u_A + c_{luR} u_R) \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.20)$$

Où les dérivés C_l et C_{lR} sont donnés par les équations (IV.3) et (IV.19) respectivement. Aucune expression explicite simple ne peut être donnée pour C_{lA} .

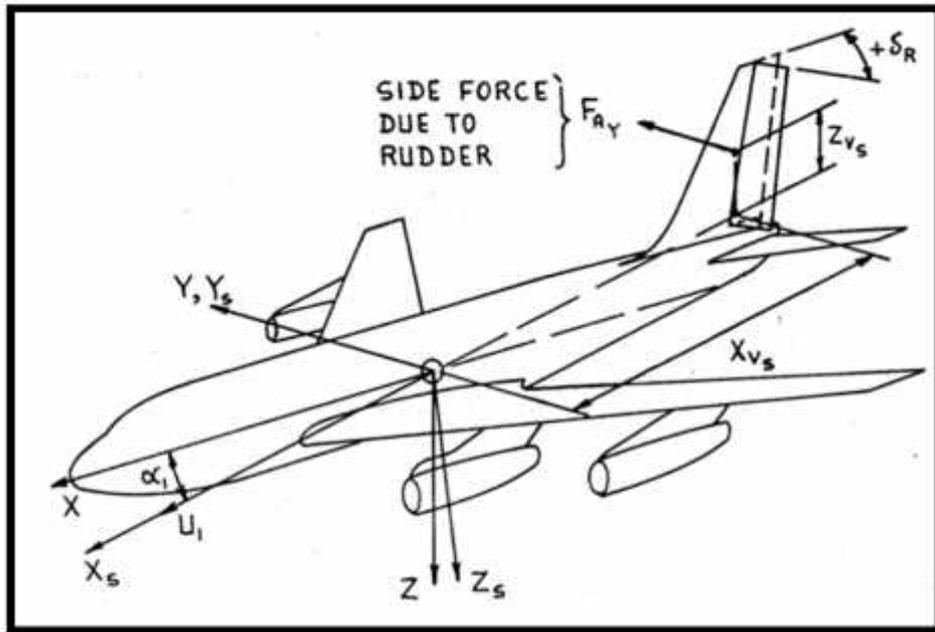


Figure IV.7 : Moment de roulis dû à la gouverne de direction

IV.2.3 La force latérale totale de l'avion :

La force latérale totale d'un avion est exprimée par :

$$F_{AY} = c_y \bar{q} s \dots\dots\dots(IV.21)$$

Où C_y est le coefficient total de la force latérale.

L'expression du coefficient total de la force latérale est donnée par :

$$c_y = c_{y0} + c_{ys} S + c_{yUR} U_R + c_{yUA} U_A \dots\dots\dots(IV.22)$$

Avec :

C_{y0} : le coefficient de la force latérale d'avion pour un dérapage et des débattements nulles. Cette quantité est nulle dans le cas des avions possédant le plan XZ comme un plan de symétrie

C_y : variation du coefficient de la force latérale due au dérapage, également appelée la dérivée de la force latérale due au dérapage

C_{yA} : variation du coefficient de la force latérale due à la déflexion de l'aileron

C_{yR} : variation du coefficient de la force latérale due à la déflexion de la gouverne de direction

IV.2.3.1 La dérivée de la force latérale due au dérapage $C_{y_{\dot{\beta}}}$:

La dérivée de la force latérale due au dérapage se compose habituellement de deux éléments :

$$c_{y_{\dot{\beta}}} = c_{y_{\dot{\beta}WB}} + c_{y_{\dot{\beta}SV}} \dots\dots\dots(IV.23)$$

▪ La contribution d'aile-fuselage :

La contribution d'aile-fuselage est généralement petite par rapport à la contribution de l'empennage vertical. Et puisque il est difficile d'estimer $C_{y_{wB}}$, il est fréquemment négligé.

Le signe de $C_{y_{wB}}$ est généralement négatif.

▪ La contribution de l'empennage vertical :

L'équation (IV.24) obtenue d'après la figure IV.5 est :

$$c_{LV} = c_{LrV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS} \right) S \dots\dots\dots(IV.24)$$

La force latérale due au dérapage sur l'empennage vertical est :

$$F_{AYV} = -c_{LV} \bar{q}_V s_V = -c_{LrV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS} \right) S \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots(IV.25)$$

Utilisons les équations (IV.23) et (IV.24), on trouve :

$$c_{y_{\dot{\beta}SV}} S \bar{q}_V s_V = -c_{LrV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS} \right) S \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots(IV.26)$$

$$c_{y_{\dot{\beta}SV}} = -c_{LrV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS} \right) n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.27)$$

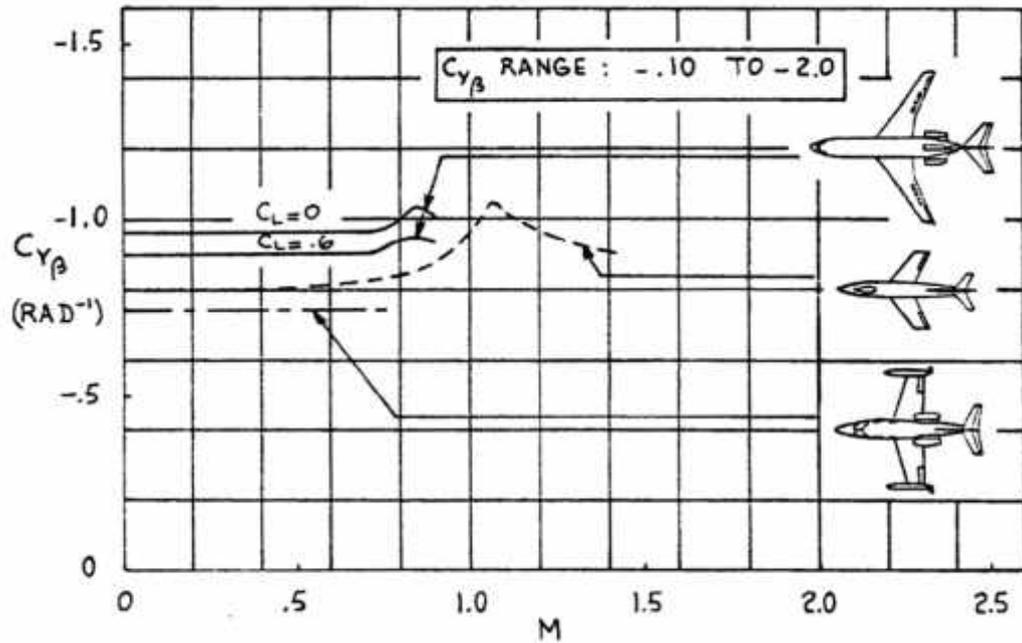


Figure IV.8 : La variation de $c_{y\beta}$ en fonction du nombre de Mach

IV.2.3.2 Les dérivées Cy_A et Cy_R :

- La dérivée directionnelle Cy_R :

La force latérale due à la dérivée du coefficient Cy_R est :

$$F_{AY} = c_{y\beta} u_R \bar{q} S \dots\dots\dots(IV.28)$$

Le coefficient de portance due au débattement de la gouverne de direction sur l'empennage vertical est exprimé par :

$$c_{LV} = \frac{\partial c_{LV}}{\partial u_R} u_R = \frac{\partial c_{LV}}{\partial r_V} \frac{\partial r_V}{\partial u_R} u_R = c_{LrV} r_{uR} u_R = c_{LrV} r_{uR} u_R \dots\dots\dots(IV.29)$$

La force latérale de l'empennage vertical due à la gouverne de direction peut maintenant être écrite comme :

$$F_{AY} = c_{LrV} r_{uR} u_R \bar{q}_V S_V \dots\dots\dots(IV.30)$$

L'égalité des équations (IV.28) et (IV.30), permet d'obtenir :

$$c_{y\beta} = c_{LrV} r_{uR} n_V \frac{S_V}{S} \dots\dots\dots(IV.31)$$

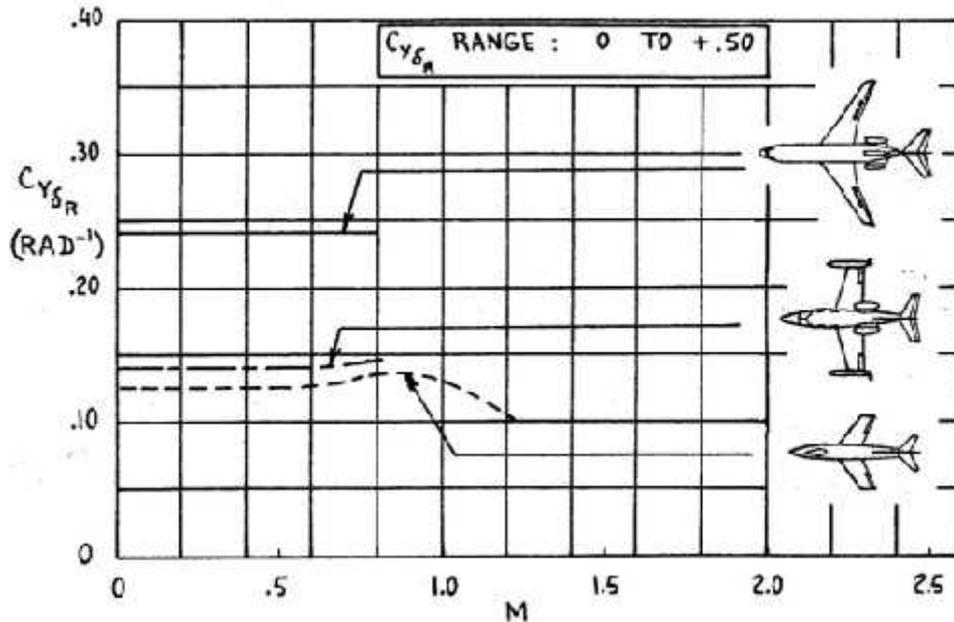


Figure IV.9 : La variation de $c_{y\delta R}$ en fonction du nombre de Mach

▪ La dérivée latérale Cy_A :

Ce dérivé est généralement négligeable sauf où le dispositif de la commande latérale est situé près de la surface verticale. Un exemple de ce cas est présenté dans la figure IV.6c.

Maintenant, la force latérale totale d'un avion dans les conditions du vol stabilisé s'écrit:

$$F_{AY1s} = F_{AY} = (c_{yS} S + c_{yUR} u_R + c_{yUA} u_A) \bar{q} S \dots\dots\dots(IV.32)$$

IV.2.4 Le moment de lacet total de l'avion :

Le moment de lacet total d'un avion est exprimé par :

$$N_A = c_n \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.33)$$

Où Cn est le coefficient de moment de lacet total.

L'expression du coefficient de moment de lacet total est donnée par :

$$c_n = c_{n0} + c_{nS} S + c_{nUR} u_R + c_{nUA} u_A \dots\dots\dots(IV.34)$$

Avec :

C_{n_0} : le coefficient de moment de lacet pour un dérapage et des débattements nuls. Cette quantité est nulle dans le cas des avions possédant le plan XZ comme un plan de symétrie

C_n : variation du coefficient de moment de lacet due au dérapage, également appelée la dérivée de stabilité directionnelle

C_{n_A} : variation du coefficient de moment de lacet due à la déflexion de l'aileron

C_{n_R} : variation du coefficient de moment de lacet due à la déflexion de la gouverne de direction

IV.2.4.1 La dérivée de moment de lacet due au dérapage C_n :

La dérivée de moment de lacet due au dérapage se compose habituellement de deux éléments :

$$c_{n_s} = c_{n_{sWB}} + c_{n_{sV}} \dots\dots\dots(IV.35)$$

- La contribution d'aile-fuselage $C_{n_{WB}}$:

La contribution d'aile-fuselage est calculée comme étant la somme de la contribution d'aile C_{n_W} et la contribution de fuselage C_{n_B} :

$$c_{n_{sWB}} = c_{n_{sW}} + c_{n_{sB}} \dots\dots\dots(IV.36)$$

D'après la figure IV.4 ; observons qu'avec un dérapage positive, les vitesses normales de l'aile droite au bord d'attaque sont plus grandes par rapport à celles de l'aile gauche. Ceci résulte une force de trainée importante dans la partie de l'aile droite que celle du coté gauche qui est responsable de la création du moment de lacet.

La contribution de l'aile est fréquemment petite.

La contribution de fuselage est généralement importante.

- La contribution de l'empennage vertical :

La figure IV.5 montre que la combinaison des angles de dérapage et l'angle induit génère une portance sur la queue verticale dont une composante très importante parallèle à l'axe négatif de Y_s . Ceci résulte un moment de lacet positif dû au dérapage, qui s'appelle fréquemment l'effet de « girouette » de l'empennage vertical.

Pour cette raison, la dérivée C_n joue un rôle fondamental pour la détermination des caractéristiques de stabilité et de commande de l'avion.

La force de portance sur l'empennage vertical est :

$$F_{AYV} = -c_{LV} \bar{q}_V s_V = -c_{LV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS}\right) S \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots(\text{IV.37})$$

Le moment de lacet correspondant est :

$$N_V = c_{LV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS}\right) S \bar{q}_V s_V X_{Vs} \dots\dots\dots(\text{IV.38})$$

Où X_{Vs} est la distance entre le centre de gravité de l'avion et le centre de pression de l'empennage vertical. Combinant cette dernière équation avec les équations (IV.33) et (IV.34) :

$$N_V = c_{nSV} S \bar{q} s b = c_{LV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS}\right) S \bar{q}_V s_V X_{Vs} \dots\dots\dots(\text{IV.39})$$

On peut déduire :

$$c_{nSV} = c_{LV} \left(1 - \frac{d\uparrow}{dS}\right) n_V \frac{s_V X_{Vs}}{sb} \dots\dots\dots(\text{IV.40})$$

Où :

$$\bar{V}_V = \frac{s_V X_{Vs}}{sb} \dots\dots\dots(\text{IV.41})$$

\bar{V}_V est le coefficient de volume de l'empennage vertical. Ce dernier joue un rôle important dans le processus de dimensionnement initial de l'empennage vertical lors de la conception de l'avion.

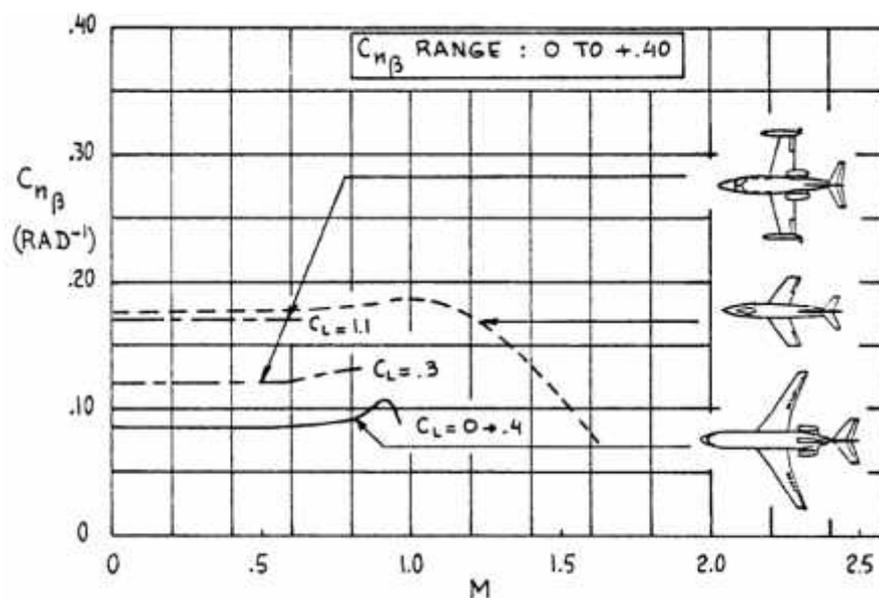


Figure IV.10 : La variation de $c_{n\beta}$ en fonction du nombre de Mach

IV.2.4.2 Les dérivées Cn_R et Cn_A :

- La dérivée directionnelle Cn_R :

Le moment de lacet dû à la commande directionnelle est obtenus à partir de la figure IV.7 et les équations (IV.30), (IV.33) et (IV.34), tel que :

$$N = -c_{LrV} \Gamma_{uR} \bar{u}_R \bar{q}_V s_V X_{Vs} \dots\dots\dots(IV.42)$$

Alors :

$$c_{nuR} = -c_{LrV} \Gamma_{uR} n_V \frac{s_V X_{Vs}}{sb} \dots\dots\dots(IV.43)$$

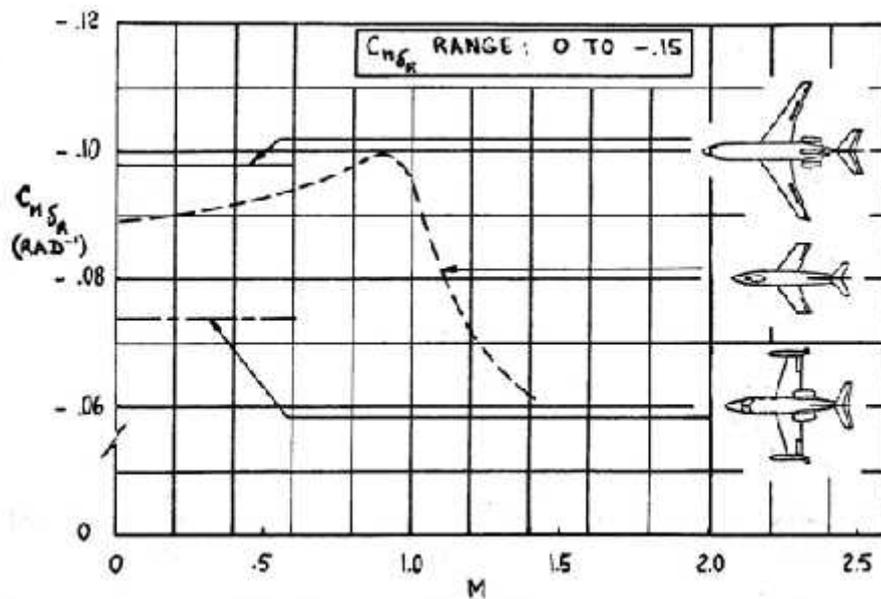
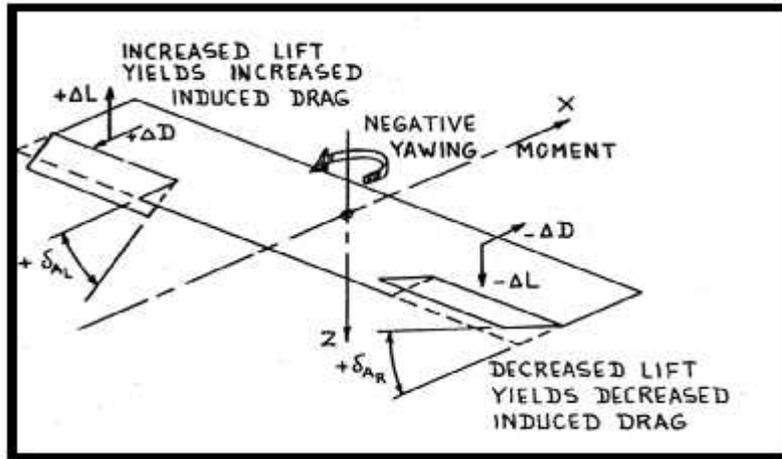


Figure IV.11 : La variation de c_{nuR} en fonction du nombre de Mach

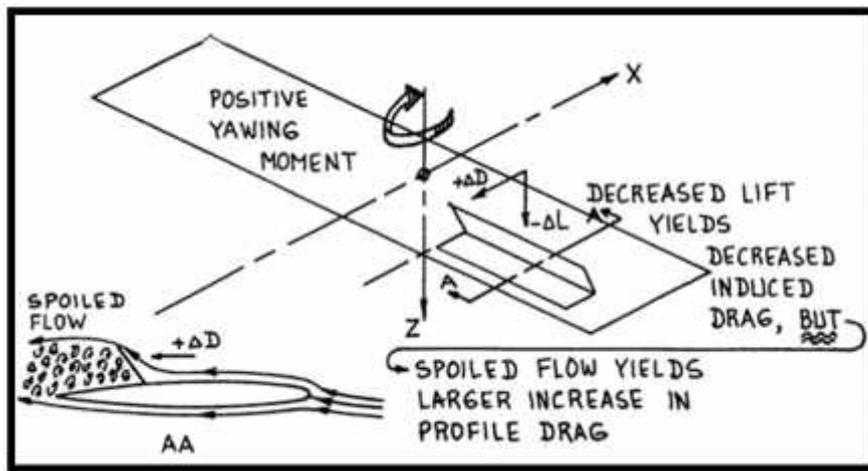
- La dérivée latérale Cn_A :

Le moment de lacet dû à la commande latérale peut varier considérablement d'une configuration d'avion à l'autre car l'aérodynamique de chacune de ces configurations utilisées dans la commande latérale est largement différente par rapport à l'autre.

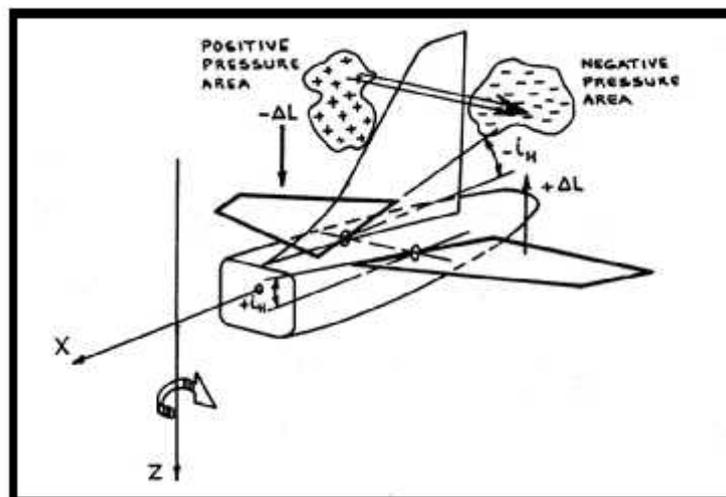
L'estimation de Cn_A dans le cas des ailerons, spoilers et le stabilisateur différentiel est très difficile (voir figure IV.12), c'est la raison pour laquelle on utilise les méthodes expérimentales.



a) ailerons



b) spoilers



c) stabilisateur différentiel

Figure IV.12 : Moment de lacet généré par les ailerons, spoilers et le stabilisateur différentiel

Maintenant, on peut évaluer le moment de lacet d'après :

$$N_{A1s} = N_A = (c_{ns} S + c_{nuR} u_R + c_{nuA} u_A) \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.44)$$

IV.2.5 L'assemblage des forces et des moments latéraux-directionnels :

Finalement, Il est possible de rassembler toutes les expressions des forces et des moments latéraux-directionnels dans une matrice (voir tableau IV.2).

Tableau IV.2 : Les forces et les moments latéraux-directionnels dans le cas de vol stabilisé.

$$\begin{Bmatrix} F_{Ay} \\ L_A \\ N_A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_y \bar{q} s \\ c_l \bar{q} s b \\ c_n \bar{q} s b \end{Bmatrix} \text{ Avec : } \begin{Bmatrix} c_y \\ c_l \\ c_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{y0} & c_{yS} & c_{yUA} & c_{yUR} \\ c_{l0} & c_{lS} & c_{lUA} & c_{lUR} \\ c_{n0} & c_{nS} & c_{nUA} & c_{nUR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ S \\ u_A \\ u_R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(IV.45)$$

IV.3 Les forces et les moments aérodynamiques dans un état de vol perturbé : (cas latéral-directionnel)

Les perturbations sont relatives à un état de vol stabilisé symétrique ($V_1=P_1=R_1=0$), et par conséquent : ($F_{Ay1}=L_{A1}=N_{A1}=0$).

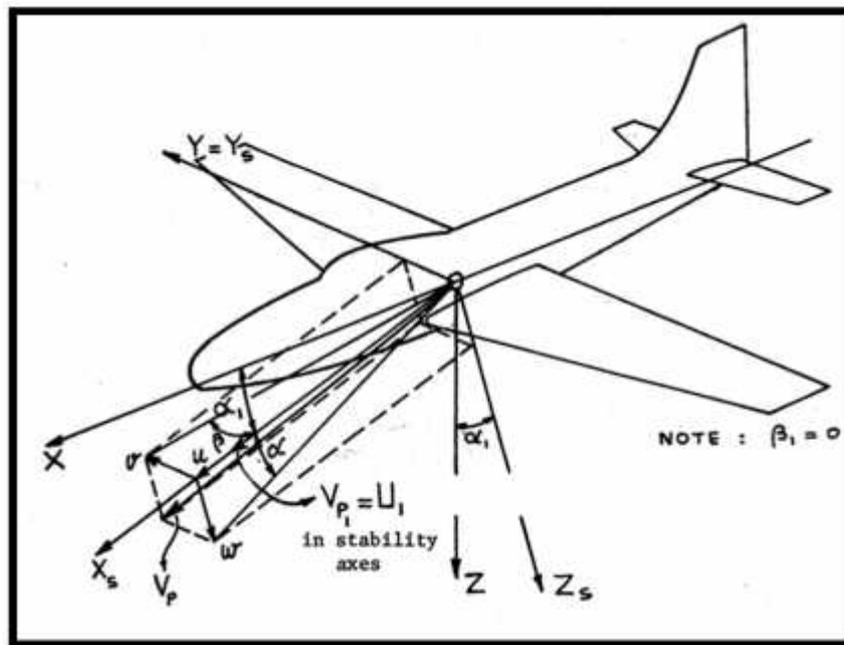


Figure IV.13 : Présentation des vitesses et des angles de l'état de vol perturbé

Le vecteur vitesse totale de perturbation est :

$$\vec{V}_p = \vec{U}_1 + \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$$

\vec{U}_1 : est la vitesse de l'état stabilisé

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$: sont les composantes des vitesses de perturbation

Tableau IV.3 : La dépendance des forces et des moments aérodynamiques en fonction des différentes variables de commandes dans le cas du vol perturbé.

	Les variables principales								Les variables dérivées				Les variables de commande			
	u	v	w	p	q	r	\dot{V}	\dot{W}	$s = \frac{v}{U_1}$	$r = \frac{v}{U_1}$	$\dot{s} = \frac{v}{U_1}$	$\dot{r} = \frac{v}{U_1}$	u_A	u_E	u_R	u_F
f_{AX}	$\frac{\partial F_{AX}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{AX}}{\partial \dot{W}}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial r}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial \dot{r}}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial u_E}$		$\frac{\partial F_{AX}}{\partial u_F}$
f_{Ay}		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial v}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial p}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial r}$	$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial \dot{V}}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial s}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial \dot{s}}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial u_A}$		$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial u_R}$	
f_{AZ}	$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial \dot{W}}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial r}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial \dot{r}}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial u_E}$		$\frac{\partial F_{AZ}}{\partial u_F}$
l_A		$\frac{\partial L_A}{\partial v}$		$\frac{\partial L_A}{\partial p}$		$\frac{\partial L_A}{\partial r}$	$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{V}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial s}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{s}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial u_A}$		$\frac{\partial L_A}{\partial u_R}$	
m_A	$\frac{\partial M_A}{\partial u}$		$\frac{\partial M_A}{\partial w}$		$\frac{\partial M_A}{\partial q}$			$\frac{\partial M_A}{\partial \dot{W}}$		$\frac{\partial M_A}{\partial r}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \dot{r}}$		$\frac{\partial M_A}{\partial u_E}$		$\frac{\partial M_A}{\partial u_F}$
n_A		$\frac{\partial N_A}{\partial v}$		$\frac{\partial N_A}{\partial p}$		$\frac{\partial N_A}{\partial r}$	$\frac{\partial N_A}{\partial \dot{V}}$		$\frac{\partial N_A}{\partial s}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \dot{s}}$		$\frac{\partial N_A}{\partial u_A}$		$\frac{\partial N_A}{\partial u_R}$	

Remarque : les cases blanches dans le tableau indiquent qu'il n'y a aucun effet au premier ordre de l'approximation.

IV.3.1 Les vitesses linéaires :

IV.3.1.1 La vitesse de perturbation avant, u :

Cette vitesse de perturbation cause un changement de deux paramètres : la pression dynamique \bar{q} et le nombre de mach M. L'un ou l'autre de ces derniers est responsable des variations de F_{AX} , F_{AZ} et M_A , qui sont exprimés en termes des premières dérivées par rapport à u . Voir le tableau IV.3 :

$$\partial F_{AX}/\partial u, \partial F_{AZ}/\partial u \text{ et } \partial M_A/\partial u$$

IV.3.1.2 La vitesse de perturbation latérale, v :

Cette vitesse de perturbation peut être identifiée avec la perturbation de l'angle de dérapage latérale à travers :

$$s = \frac{v}{U_1} \dots\dots\dots(IV.46)$$

Comme peut être vu sur la figure IV.13. La force latérale, le moment de roulis et le moment de lacet dépendent du dérapage. Les variations en fonction de v ou s sont exprimées en termes des premières dérivées. Voir le tableau IV.3:

$$\partial F_{AY}/\partial v \text{ ou } \partial F_{AY}/\partial s, \partial L_A/\partial v \text{ ou } \partial L_A/\partial s \text{ et } \partial N_A/\partial v \text{ ou } \partial N_A/\partial s$$

IV.3.1.3 La vitesse de perturbation descendante, w :

Cette perturbation peut être identifiée avec la perturbation de l'angle d'incidence à travers :

$$r = \frac{w}{U_1} \dots\dots\dots(IV.47)$$

Les forces aérodynamiques dans le plan de symétrie et le moment de tangage dépendent de l'incidence. Les variations en fonction de w ou r sont exprimées en termes des premières dérivées. Voir le tableau IV.3:

$$\partial F_{AX}/\partial w \text{ ou } \partial F_{AX}/\partial r, \partial F_{AZ}/\partial w \text{ ou } \partial F_{AZ}/\partial r, \partial M_A/\partial w \text{ ou } \partial M_A/\partial r$$

IV.3.1.4 La vitesse de perturbation de roulis, p :

Une vitesse de perturbation de roulis cause des changements dissymétriques de l'incidence locale à travers les surfaces de l'aile et l'empennage. On le suppose que ces changements interviennent d'une façon antisymétrique de sorte qu'il n'y ait aucun effet sur les F_{AX} , F_{AZ} et M_A . À proprement parler, ce n'est pas correct pour l'empennage vertical. Cependant, l'expérience prouve que l'effet perturbé de taux de roulis sur l'empennage vertical est habituellement faible. Les variations de F_{AY} , L_A et N_A sont exprimées en termes des premières dérivées par rapport à p . Voir le tableau IV.3:

$$\partial F_{AY}/\partial p, \partial L_A/\partial p \text{ et } \partial N_A/\partial p$$

IV.3.1.5 La vitesse de perturbation de tangage, q :

Une vitesse de perturbation de tangage cause des changements symétriques de l'incidence locale à travers l'aile, le fuselage et l'empennage horizontal. En raison de la symétrie, il n'y a aucun effet sur les F_{AY} , L_A et N_A . Les variations de F_{AX} , F_{AZ} et M_A sont exprimées en termes des premières dérivées par rapport à q . Voir le tableau IV.3:

$$\partial F_{AX}/\partial q, \partial F_{AZ}/\partial q \text{ et } \partial M_A/\partial q$$

IV.3.1.6 La vitesse de perturbation de lacet, r :

Une vitesse de perturbation de lacet cause un changement dissymétrique des vitesses locales sur l'aile aussi bien qu'un changement dissymétrique de l'incidence locale à travers l'empennage vertical et le fuselage. Ces changements n'ont pas des effets sensibles sur F_{Ax} , F_{Az} et M_A . Les variations de F_{Ay} , L_A et N_A sont exprimées en termes des premières dérivées par rapport à r . Voir le tableau IV.3:

$$\partial F_{Ay}/\partial r, \partial L_A/\partial r \text{ et } \partial N_A/\partial r$$

Tableau IV.4 : Les forces et les moments quasi-stationnaire dans le cas de vol perturbé.

Longitudinal :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{Ax} = \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u} u + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial r} r + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \dot{r}} \dot{r} + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial q} q + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_F} u_F \\ f_{Az} = \frac{\partial F_{Az}}{\partial u} u + \frac{\partial F_{Az}}{\partial r} r + \frac{\partial F_{Az}}{\partial \dot{r}} \dot{r} + \frac{\partial F_{Az}}{\partial q} q + \frac{\partial F_{Az}}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial F_{Az}}{\partial u_F} u_F \\ m_A = \frac{\partial M_A}{\partial u} u + \frac{\partial M_A}{\partial r} r + \frac{\partial M_A}{\partial \dot{r}} \dot{r} + \frac{\partial M_A}{\partial q} q + \frac{\partial M_A}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial M_A}{\partial u_F} u_F \end{array} \right. \dots\dots\dots(\text{IV.48})$$

Latéral-directionnel :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{Ay} = \frac{\partial F_{Ay}}{\partial s} s + \frac{\partial F_{Ay}}{\partial \dot{s}} \dot{s} + \frac{\partial F_{Ay}}{\partial p} p + \frac{\partial F_{Ay}}{\partial r} r + \frac{\partial F_{Ay}}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial F_{Ay}}{\partial u_A} u_A \\ l_A = \frac{\partial L_A}{\partial s} s + \frac{\partial L_A}{\partial \dot{s}} \dot{s} + \frac{\partial L_A}{\partial p} p + \frac{\partial L_A}{\partial r} r + \frac{\partial L_A}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial L_A}{\partial u_A} u_A \\ n_A = \frac{\partial N_A}{\partial s} s + \frac{\partial N_A}{\partial \dot{s}} \dot{s} + \frac{\partial N_A}{\partial p} p + \frac{\partial N_A}{\partial r} r + \frac{\partial N_A}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial N_A}{\partial u_A} u_A \end{array} \right. \dots\dots\dots(\text{IV.49})$$

Tableau IV.5 : Les forces et les moments quasi-stationnaire (adimensionnel) dans le cas de vol perturbé.

Longitudinal :

$$\begin{aligned}
 f_{Ax} &= \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{u}{U_1}\right)} \left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial r} r + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_F} u_F \dots\dots\dots(\text{IV.50}) \\
 f_{Az} &= \frac{\partial F_{Az}}{\partial \left(\frac{u}{U_1}\right)} \left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{Az}}{\partial r} r + \frac{\partial F_{Az}}{\partial \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Az}}{\partial \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Az}}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial F_{Az}}{\partial u_F} u_F \\
 m_A &= \frac{\partial M_A}{\partial \left(\frac{u}{U_1}\right)} \left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial r} r + \frac{\partial M_A}{\partial \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{r \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right)} \left(\frac{q \bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial u_E} u_E + \frac{\partial M_A}{\partial u_F} u_F
 \end{aligned}$$

Latéral-directionnel :

$$\begin{aligned}
 f_{Ay} &= \frac{\partial F_{Ay}}{\partial s} s + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right)} \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} \left(\frac{pb}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1}\right)} \left(\frac{rb}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial F_{Ax}}{\partial u_A} u_A \dots\dots\dots(\text{IV.51}) \\
 l_A &= \frac{\partial L_A}{\partial s} s + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right)} \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right) + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} \left(\frac{pb}{2U_1}\right) + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1}\right)} \left(\frac{rb}{2U_1}\right) + \frac{\partial L_A}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial L_A}{\partial u_A} u_A \\
 n_A &= \frac{\partial N_A}{\partial s} s + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right)} \left(\frac{\dot{s}}{2U_1}\right) + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} \left(\frac{pb}{2U_1}\right) + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1}\right)} \left(\frac{rb}{2U_1}\right) + \frac{\partial N_A}{\partial u_R} u_R + \frac{\partial N_A}{\partial u_A} u_A
 \end{aligned}$$

IV.3.2 Les dérivées des coefficients de stabilité latérales-directionnels :

IV.3.2.1 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport à l'angle de dérapage (C_y, C_l, C_n) :

D'après le tableau IV.3, les forces et les moments affectés par le dérapage sont :

F_{Ay}, L_A, N_A , tel que :

$$\begin{aligned}
 F_{Ay} &= c_y \bar{q} s \\
 L_A &= c_l \bar{q} s b \dots\dots\dots(\text{IV.52}) \\
 N_A &= c_n \bar{q} s b
 \end{aligned}$$

Les dérivés par rapport à l'angle de dérapage sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{Ay}}{\partial \delta} &= c_{y\delta} \bar{q} s \\ \frac{\partial L_A}{\partial \delta} &= c_{l\delta} \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.53) \\ \frac{\partial N_A}{\partial \delta} &= c_{n\delta} \bar{q} s b \end{aligned}$$

IV.3.2.2 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport à $\dot{\delta}$ ($c_{y\dot{\delta}}, c_{l\dot{\delta}}, c_{n\dot{\delta}}$)

D'après le tableau IV.3, les forces et les moments liés au taux de dérapage sont : F_{Ay}, L_A, N_A , tel que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{Ay}}{\partial \left(\frac{\dot{\delta} b}{2U_1}\right)} &= c_{y\dot{\delta}} \bar{q} s \\ \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{\dot{\delta} b}{2U_1}\right)} &= c_{l\dot{\delta}} \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.54) \\ \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{\dot{\delta} b}{2U_1}\right)} &= c_{n\dot{\delta}} \bar{q} s b \end{aligned}$$

Remarque : Il ya une analogie entre les dérivés par rapport à $\dot{\alpha}$ et les dérivés par rapport à $\dot{\beta}$ et n'existe pas des méthodes précises pour estimer les dérivés par rapport à $\dot{\beta}$. On suppose généralement que ces dérivés sont négligeables.

IV.3.2.3 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport au taux de roulis p (C_{yp}, C_{lp}, C_{np}) :

D'après le tableau IV.3, les forces et les moments affectés par le taux de roulis sont : F_{Ay}, L_A, N_A , tel que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{Ay}}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} &= c_{yp} \bar{q} s \\ \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} &= c_{lp} \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.55) \\ \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1}\right)} &= c_{np} \bar{q} s b \end{aligned}$$

- La dérivée par rapport à C_{yp} :

Cette dérivée de ce coefficient est exprimée généralement par deux composants :

$$c_{yp} = c_{ypWBH} + c_{ypV} \dots\dots\dots(\text{IV.56})$$

La contribution de C_{ypWBH} dû au fuselage, l'aile et l'empennage horizontal est généralement faible en comparant à la contribution de C_{ypV} sur l'empennage vertical.

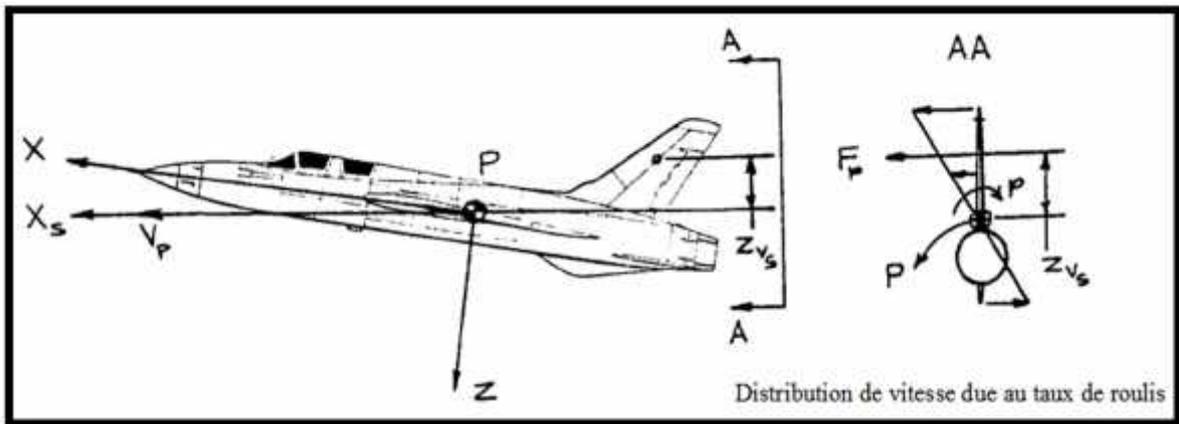


Figure IV.14 : La force latérale due au taux de roulis

La force latérale F_p s'exprime en :

$$F_p = c_{LrV} \frac{pZ_{Vs}}{U_1} \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots(\text{IV.57})$$

Où (pZ_{Vs}/U_1) est l'incidence due au taux de roulis.

Il y a également un angle latéral induit p sur l'empennage vertical. Pour une évaluation rapide de C_{ypV} , on suppose souvent que l'angle latéral induit est nul.

Le coefficient de la force latérale de l'avion serait exprimé par :

$$F_{AYV} = c_{yV} \bar{q} s \dots\dots\dots(\text{IV.58})$$

D'autre part :

$$c_{yV} = -c_{LrV} \frac{pZ_{Vs}}{U_1} n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(\text{IV.59})$$

Et
$$c_{ypV} = -2c_{LrV} \frac{Z_{Vs}}{b} n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(\text{IV.60})$$

Une forte variation de l'angle d'incidence provoque un changement important de C_{ypV} .

- La dérivée par rapport à Cl_p :

Cette dérivée de ce coefficient est exprimée généralement par trois composantes :

$$c_{lp} = c_{lpWB} + c_{lpH} + c_{lpV} \dots\dots\dots(IV.61)$$

Pour la majorité des avions, la contribution majeure au Cl_p est le coefficient Cl_{pWB} .

Avec : $Cl_{pW} \cong Cl_{pWB}$

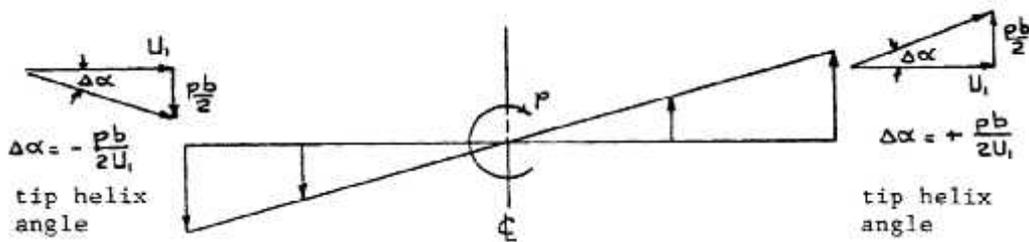
La contribution de Cl_{pH} peut être estimée par :

$$c_{lpH} = c_{lpH} \frac{s_H b_H^2}{s b^2} \dots\dots\dots(IV.62)$$

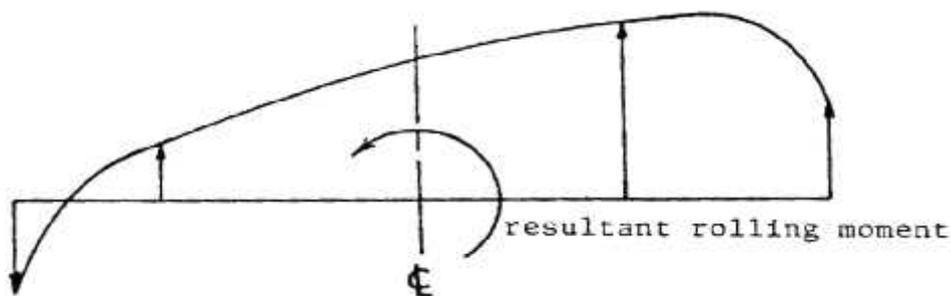
Généralement, il est négligeable par le fait que la géométrie de l'aile est beaucoup plus importante que celle de l'empennage horizontale.

Une expression de Cl_{pV} peut être dérivée à l'aide de l'équation (IV.60) :

$$c_{lpV} = -2c_{LrV} \left(\frac{Z_{Vs}}{b} \right)^2 n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.63)$$



La distribution de la vitesse due au taux de roulis



La distribution totale de la portance à l'état stabilisé de roulis

Figure IV.15 : L'explication physique du moment de roulis dû au taux de roulis

- La dérivée par rapport à C_{np} :

Cette dérivée de ce coefficient est exprimée généralement par deux composants :

$$C_{np} = C_{npWB} + C_{npV} \dots\dots\dots(IV.64)$$

Généralement, la contribution de l'empennage horizontale est négligeable.

C_{npWB} est due aux trois effets suivants :

- 1- l'effet de la traînée du profil
- 2- L'inclinaison du vecteur portance
- 3- La dépression à l'extrémité

1- L'effet de la traînée du profil :

Le taux de roulis provoque une variation d'angle d'incidence dans toute l'aile ; pour une vitesse de roulis positive ; l'aile droite règne une augmentation de l'angle d'incidence qui produite une traînée positive et l'aile gauche règne une diminution de l'angle d'incidence qui produite une traînée négative et le moment de lacet résultant sera positive (voir figure IV.16).

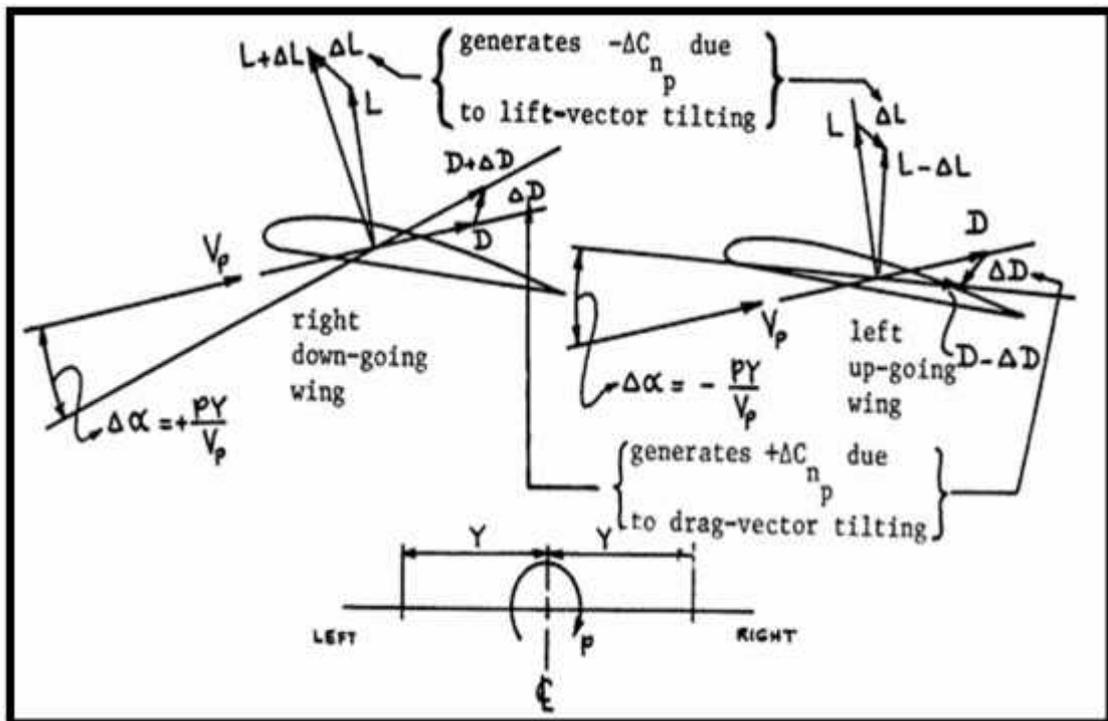


Figure IV.16 : L'effet de la portance et de la traînée sur le moment de lacet

2- Inclinaison du vecteur portance :

La figure IV.16 montre aussi la création d'un moment de lacet négatif dû à cet effet.

3- Dépression à l'extrémité :

Cet effet est important pour les avions de faible allongement. Il est proportionnel à la force latérale et à la distance longitudinale de l'aile entre le centre de gravité et le milieu de la corde d'extrémité. La dépression est proportionnelle au coefficient de la portance de l'état de vol stabilisé comme montre la figure IV.17.

Notons que la contribution due à la dépression doit être négative.

Et la contribution de l'empennage vertical est donné par :

$$c_{npv} = +2c_{LrV} \frac{Z_{Vs}}{b} \frac{X_{Vs}}{b} n_v \frac{s_v}{s} \dots\dots\dots(IV.65)$$

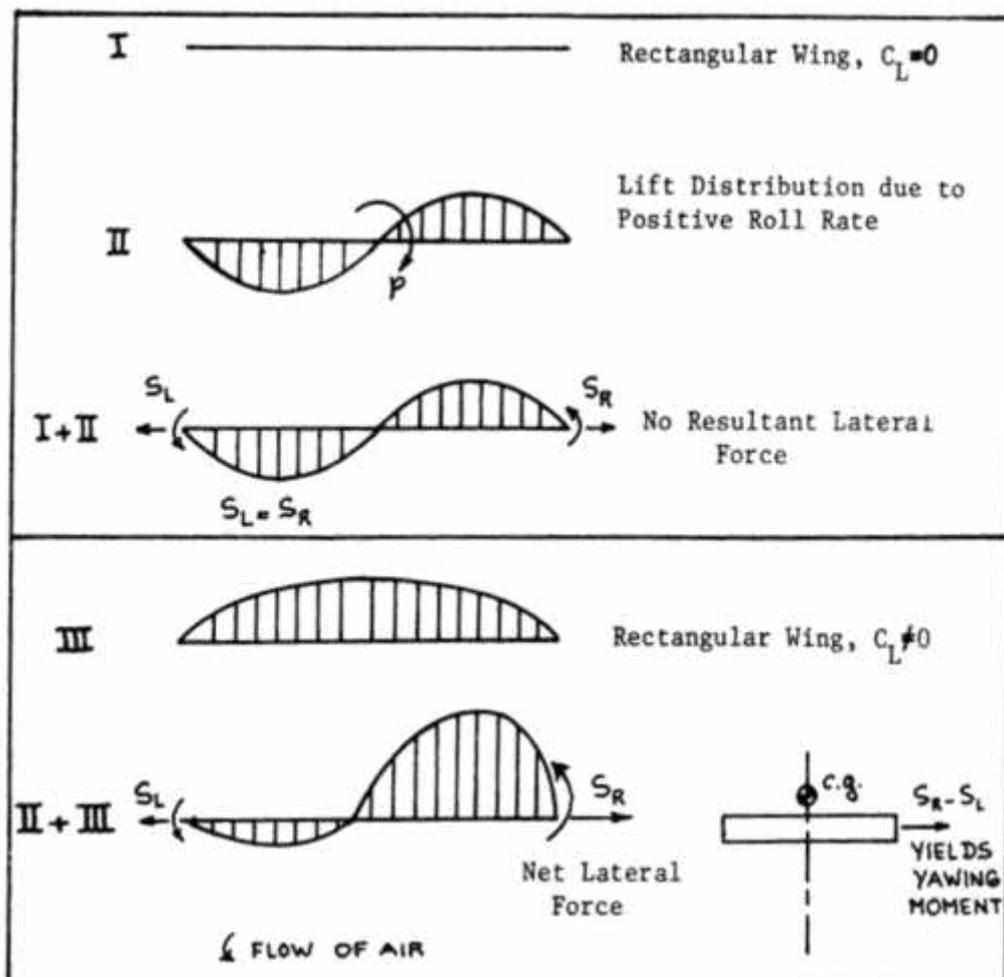


Figure IV.17 : L'effet de la dépression sur le moment de lacet dû au taux de roulis

IV.3.2.4 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport au taux de lacet r

(C_{yr} , C_{lr} , C_{nr}) :

D'après le tableau IV.3, les forces et les moments liés au taux de lacet sont :

F_{Ay} , L_A , N_A , tel que :

$$\frac{\partial F_{Ay}}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} = c_{yr} \bar{q}s$$

$$\frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} = c_{lr} \bar{q}sb \dots\dots\dots(IV.66)$$

$$\frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} = c_{nr} \bar{q}sb$$

- La dérivée par rapport à C_{yr} :

Cette dérivée de ce coefficient est exprimée généralement par deux composants :

$$c_{yr} = c_{yrWBH} + c_{yrV} \dots\dots\dots(IV.67)$$

On peut négliger la contribution de fuselage, de l'aile et de l'empennage horizontal sur la force latérale comme montre la figure IV.18, cette dernière est appliquée seulement sur l'empennage vertical.

La force latérale s'exprime par :

$$F_r = c_{lrV} \left(\frac{rX_{Vs}}{U_1} \right) \bar{q}_V s_V \dots\dots\dots(IV.68)$$

L'effet du taux de lacet sur l'angle latéral induit est négligé, cette force latérale s'écrit comme :

$$F_{AYV} = c_{yV} \bar{q}s \dots\dots\dots(IV.69)$$

D'autre part :

$$c_{yV} = c_{LrV} \left(\frac{rX_{Vs}}{U_1} \right) n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.70)$$

En dérivant par rapport à $(rb/2U_1)$:

$$c_{yrV} = c_{LrV} \left(\frac{2X_{Vs}}{b} \right) n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.71)$$

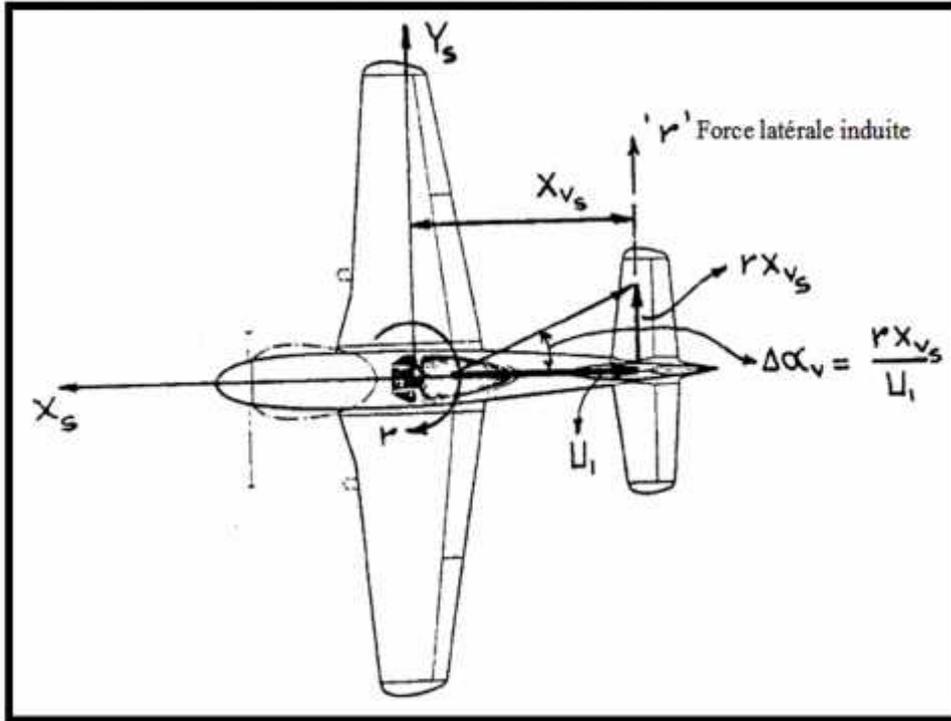


Figure IV.18 : L'explication physique de la force latérale due au taux de lacet

- La dérivée par rapport à Cl_r :

Cette dérivée de ce coefficient est exprimée généralement par trois composantes :

$$c_{lr} = c_{lrWB} + c_{lrH} + c_{lrV} \dots\dots\dots(IV.72)$$

L'explication physique du mécanisme aérodynamique responsable de Cl_{rWB} et Cl_{rV} est fournie par la figure IV.18. La contribution de l'empennage est généralement considéré négligeable.

$$c_{lrV} = c_{LrV} \frac{2X_{Vs}Z_{Vs}}{b^2} n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.73)$$

Il est à remarqué que Cl_{rWB} est toujours positif, tandis que Cl_{rV} peut être positif et négatif

La dérivée du coefficient Cl_r est importante pour la détermination de la stabilité dynamique de l'avion.

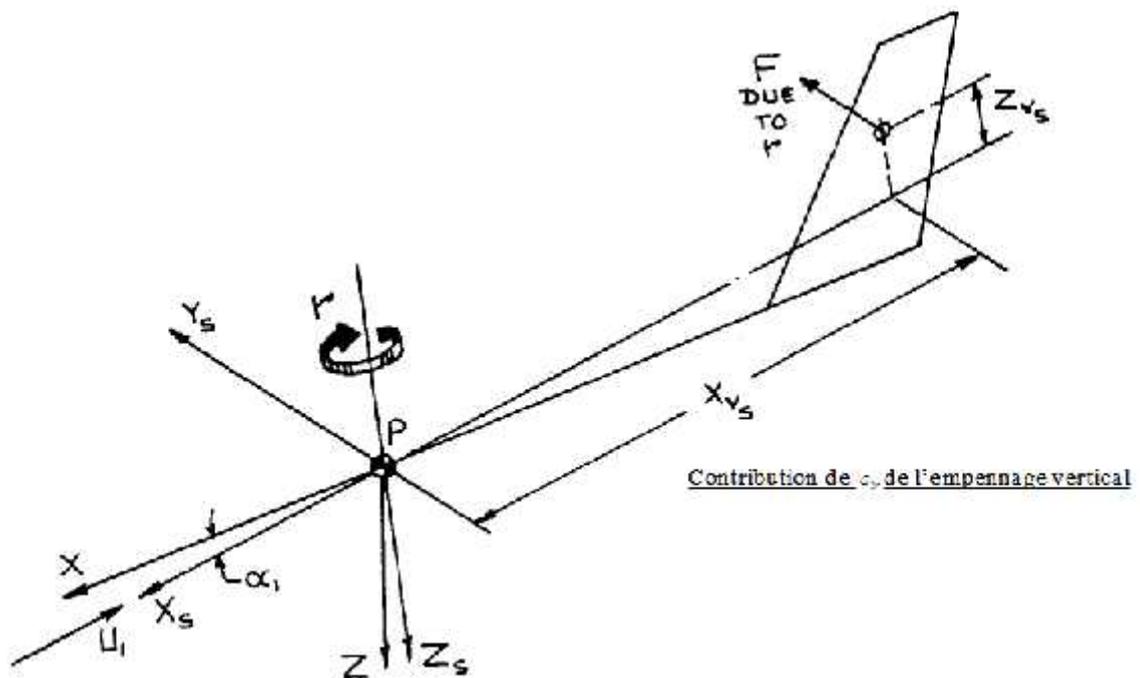
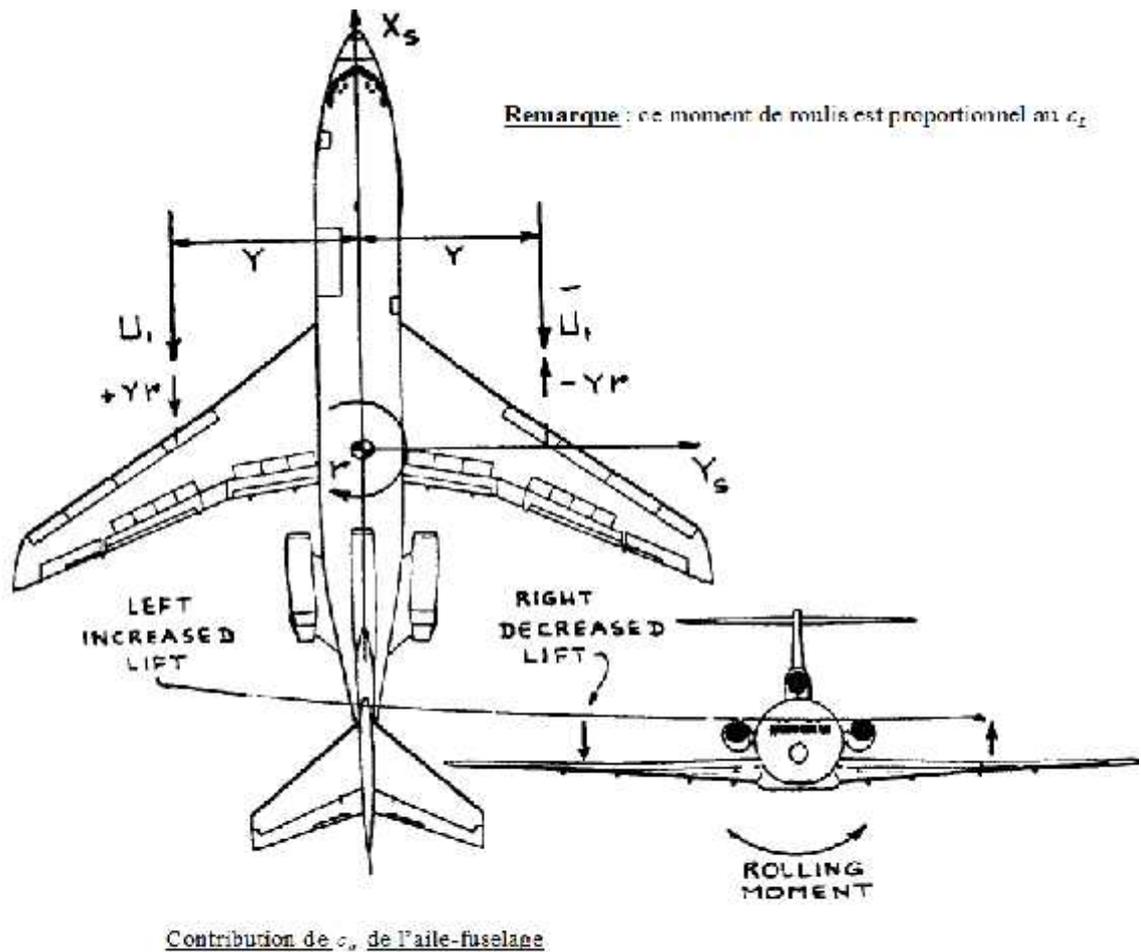


Figure IV.19 : L'explication physique de la contribution de l'aile-fuselage et l'empennage vertical sur le moment de roulis dû au taux de lacet

- La dérivée par rapport à C_{nr} :

Elle est généralement constituée de deux composantes :

$$c_{nr} = c_{nrWB} + c_{nrV} \dots\dots\dots(IV.74)$$

La contribution de l'empennage horizontal est fréquemment négligeable.

La contribution de l'empennage vertical peut être expliquée également sur la figure IV.19. Son expression est donnée par :

$$c_{nrV} = -c_{lrV} \frac{2X_{vs}^2}{b^2} n_V \frac{s_V}{s} \dots\dots\dots(IV.75)$$

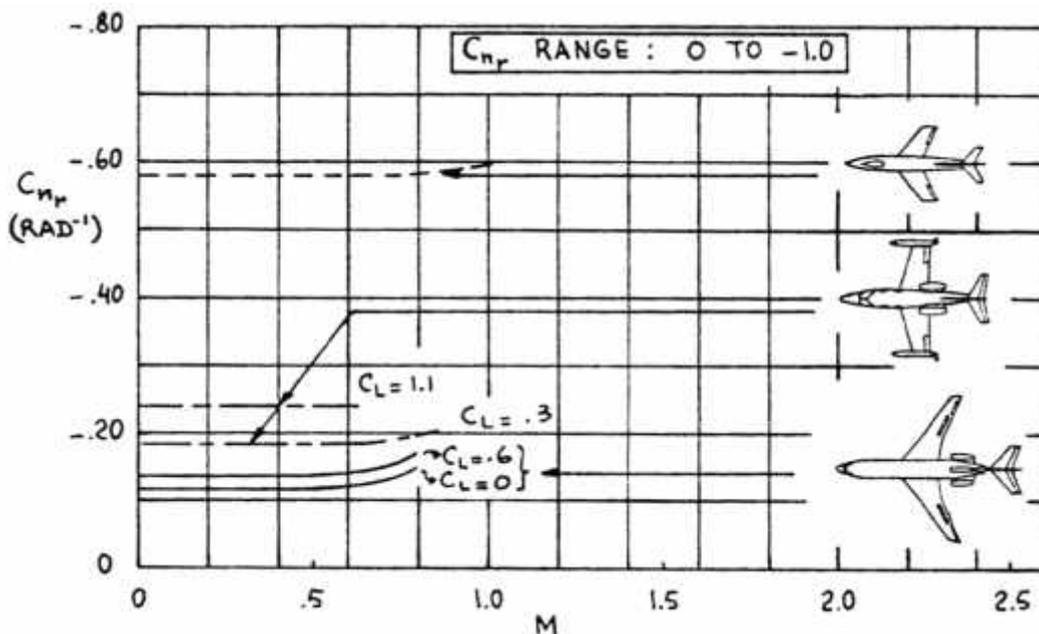


Figure IV.20 : La variation de C_{nr} en fonction du nombre de Mach

IV.3.2.5 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport aux angles α et β (C_y, C_l, C_n) :

Les forces et les moments liés aux angles de déflexions α et β sont :

F_{AY}, L_A et N_A , tel que :

$$\frac{\partial F_{AY}}{\partial u} = \frac{\partial c_y}{\partial u} \bar{q} s = c_{y_u} \bar{q} s$$

$$\frac{\partial L_A}{\partial u} = \frac{\partial c_l}{\partial u} \bar{q} s b = c_{l_u} \bar{q} s b \dots\dots\dots(IV.76)$$

$$\frac{\partial N_A}{\partial u} = \frac{\partial c_n}{\partial u} \bar{q} s b = c_{n_u} \bar{q} s b$$

La variable peut désignée A (latéral) ou bien R (directionnel).

IV.3.2.6 L'assemblage des forces et des moments de l'état de vol perturbé : (cas latéral-directionnel)

Finalement, Il est possible de rassembler toutes les expressions des forces et des moments dans une matrice (3 x 6) (voir tableau IV.6).

Tableau IV.6 : les forces et les moments latéraux-directionnels dans un état de vol perturbé.

$$\begin{Bmatrix} \frac{f_{Ay}}{qsb} \\ \frac{l_A}{qsb} \\ \frac{n_A}{qsb} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{yS} & c_{y\dot{S}} \approx 0 & c_{yp} & c_{yr} & c_{y\omega A} & c_{y\omega R} \\ c_{lS} & c_{l\dot{S}} \approx 0 & c_{lp} & c_{lr} & c_{l\omega A} & c_{l\omega R} \\ c_{nS} & c_{n\dot{S}} & c_{np} & c_{nr} & c_{n\omega A} & c_{n\omega R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S \\ \dot{S}b \\ \frac{2U_1}{pb} \\ \frac{2U_1}{rb} \\ \frac{2U_1}{u_A} \\ u_R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(IV.77)$$

IV.4 Les forces et les moments de poussée dans un état de vol perturbé : (cas latéral-directionnel)

Les forces et les moments de poussée dans le cas latéral-directionnel lors d'un état de vol perturbé dépendent seulement de S tel que :

$$\left. \begin{aligned} f_{TY} &= \frac{\partial F_{TY}}{\partial S} S \\ l_T &= \frac{\partial L_T}{\partial S} S \\ n_T &= \frac{\partial N_T}{\partial S} S \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(IV.78)$$

IV.4.1 Les dérivées des coefficients de stabilité par rapport à l'angle d'incidence

(C_{Tx} , C_{Tz} , C_{mT}) :

- La force FT_x :
D'une part :

$$\frac{\partial F_{Tx}}{\partial r} = c_{Txr} \bar{q}_1 s \dots\dots\dots(IV.79)$$

Dans la plupart des avions, on a :

$$c_{Txr} = 0 \dots\dots\dots(IV.80)$$

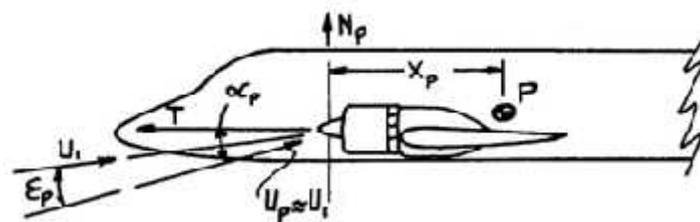
- La force F_{Tz} :
D'une part :

$$\frac{\partial F_{Tz}}{\partial r} = c_{Tzr} \bar{q} s \dots\dots\dots(IV.81)$$

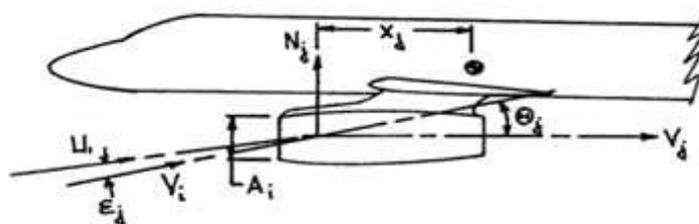
La ligne de poussée est approximativement alignée avec l'axe X_s et le coefficient C_{Tz} est causé par la force normale N_p ou N_j qui est faible pour être négligé comme indiqué dans la figure IV.21.

Alors, on peut considérer :

$$\frac{\partial F_{Tz}}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots(IV.82)$$



Turbopropulseur



Turboréacteur

Figure IV.21 : Les forces normales du turbopropulseur et du turboréacteur

- La dérivée du moment M_T par rapport à r :

$$\frac{\partial M_T}{\partial r} = c_{mTr} \bar{q}_1 s c \dots\dots\dots(IV.83)$$

Le coefficient C_{mT} peut être défini selon les systèmes de propulsion :

1^{er} cas : Turbopropulseur :

D'après la figure IV.21, la contribution de moment de tangage due à la force normale est :

$$c_{mTN} = n c_{Np} \frac{X_p}{c} \frac{s_p}{s} \dots\dots\dots(IV.84)$$

Avec :

n : le nombre des propulseurs

$C_{Np} = \frac{N}{\bar{q}S}$: est le coefficient de force normale

X_p : le bras de levier

$$S_p = \frac{\pi}{4} d_p^2$$

d_p : le diamètre de propulseur

Comme la force normale N_p est proportionnel à l'angle d'incidence α ; alors, on peut écrire :

$$c_{mTr} = n \frac{X_p}{c} \frac{s_p}{s} \frac{\partial c_{Np}}{\partial r_p} \frac{\partial r_p}{\partial r} \dots\dots\dots(IV.85)$$

Soit :

$$r_p = r + v_p + C \dots\dots\dots(IV.86)$$

C : est une constante due à l'incidence

$$\frac{\partial r_p}{\partial r} = 1 + \frac{\partial v_p}{\partial r} \dots\dots\dots(IV.87)$$

Alors :

$$c_{mTr} = n \frac{X_p}{c} \frac{s_p}{s} \frac{\partial c_{Np}}{\partial r_p} \left(1 + \frac{\partial v_p}{\partial r} \right) \dots\dots\dots(IV.88)$$

2^{ème} cas : Turboréacteur :

D'après la figure IV.21, la force normale est :

$$N_j = \dot{m}' V_i \sin \alpha_j \dots\dots\dots(IV.89)$$

Avec :

\dot{m} : Le débit d'air à l'entrée du turboréacteur

V_i : La vitesse d'entrée

α_j : La variation de la direction du fluide entre l'entrée et la sortie

$$\alpha_j = \alpha_j + \alpha_j$$

$$\alpha_j = \alpha_j + \alpha_j + C \dots\dots\dots(IV.90)$$

C : Constante due à l'incidence

α_j : L'angle induit par l'aile à l'entrée

La vitesse d'entrée est donnée par :

$$V_i = \frac{\dot{m}'}{A_i \rho_i} \dots\dots\dots(IV.91)$$

Avec :

A_i : La section d'admission

ρ_i : La densité de masse d'air d'admission

L'équation (IV.89) peut s'écrire en :

$$N_j = \frac{\dot{m}'^2}{A_i \rho_i} (\alpha_j + \alpha_j + C) \dots\dots\dots(IV.92)$$

C : est une constante

Le coefficient de moment correspondant est :

$$c_{mTN} = n \frac{\dot{m}'^2}{A_i \rho_i} \frac{X_j}{q_1 S C} (\alpha_j + \alpha_j + C) \dots\dots\dots(IV.93)$$

Après dérivation par rapport à l'incidence, on obtient :

$$c_{mTN} = n \frac{\dot{m}'^2}{A_i \dots i} \frac{1}{q_1 s c} \left[X_j \left(1 + \frac{\partial v_j}{\partial r} \right) + \dots_{ji} \frac{\partial X_j}{\partial r} \right] \dots \dots \dots (IV.94)$$

On peut considérer l'approximation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} = 0 \dots \dots \dots (IV.95)$$

IV.4.2 Les dérivées des coefficients de stabilité de poussée par rapport à l'angle de dérapage (C_{yT}, C_{lT}, C_{nT}) :

- La force de poussée latérale F_{Ty} et le moment L_T :

D'après la figure IV.22, on a :

$$\frac{\partial F_{Ty}}{\partial \delta} = 0 \dots \dots \dots (IV.96)$$

$$\frac{\partial L_T}{\partial \delta} = 0 \dots \dots \dots (IV.97)$$

- Le moment N_T :

Dans le cas d'un turbopropulseur, le moment de lacet dû à la force normale du propulseur peut s'écrire :

$$N_T = -n N_p X_p \dots \dots \dots (IV.98)$$

Comme :

$$N_T = c_{NT} \bar{q} s b \dots \dots \dots (IV.99)$$

Et la force normale est :

$$N_p = c_{np} \bar{q} s_p \dots \dots \dots (IV.100)$$

Alors le coefficient de moment de lacet est :

$$c_{nT} = -n c_{np} \frac{s_p}{s} \frac{X_p}{b} \dots \dots \dots (IV.101)$$

Et la dérivée du coefficient de moment de lacet par rapport à l'angle de dérapage :

$$\frac{\partial c_{nT}}{\partial S} = c_{nTs} = -n \frac{\partial c_{np}}{\partial S} \frac{s_p}{s} \frac{X_p}{b} \dots\dots\dots(IV.102)$$

Alors :

$$\frac{\partial N_T}{\partial S} = \left(-n \frac{\partial c_{np}}{\partial S} \frac{s_p}{s} \frac{X_p}{b} \right) q_s b \dots\dots\dots(IV.103)$$

Dans le cas d'un turboréacteur, la dérivée du coefficient de moment de lacet par rapport à l'angle de dérapage peut s'écrire :

$$c_{nTs} = -n \frac{\dot{m}'^2}{A_{i\dots i}} \frac{X_j}{q_1 s b} \dots\dots\dots(IV.104)$$

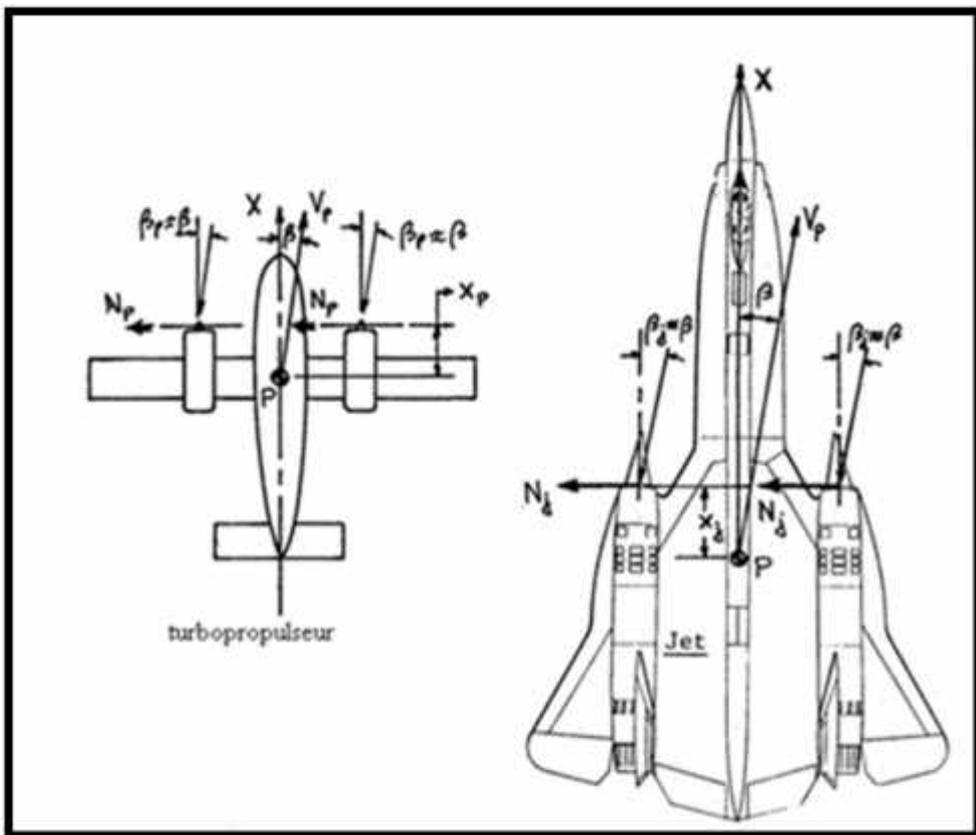


Figure IV.22 : Les forces normales au dérapage

IV.4.3 L'assemblage des forces et des moments de poussée pour l'état de vol perturbé :

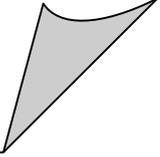
Finalement, Il est possible de rassembler toutes les expressions des forces et des moments de poussée dans les équations (IV.105) et (IV.106).

$$\begin{Bmatrix} \frac{f_{TX}}{q_1 s} \\ \frac{f_{Tz}}{q_1 s} \\ \frac{m_T}{q_1 s c} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_{TXu} + 2c_{TX1}) & 0 \\ 0 & 0 \\ (c_{mTu} + 2c_{mT1}) & c_{mTr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ U_1 \\ r \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(IV.105)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{f_{Ty}}{q_1 s} \\ \frac{l_T}{q_1 s b} \\ \frac{n_T}{q_1 s b} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{nTs} \end{Bmatrix} s \dots\dots\dots(IV.106)$$

Chapitre VII

*Application sur cinq
modèles d'avions*



VII.1 Introduction :

A l'aide du logiciel MATLAB, on va analyser toutes les réponses aux commandes pour cinq modèles d'avions dans les mouvements latéraux numériquement et graphiquement ainsi qu'un exemple d'une réponse statique latérale.

Système d'unité **B.E.S.** Voir Annexe-A.

VII.2 Modèle mathématique de l'avion Boeing 747 :

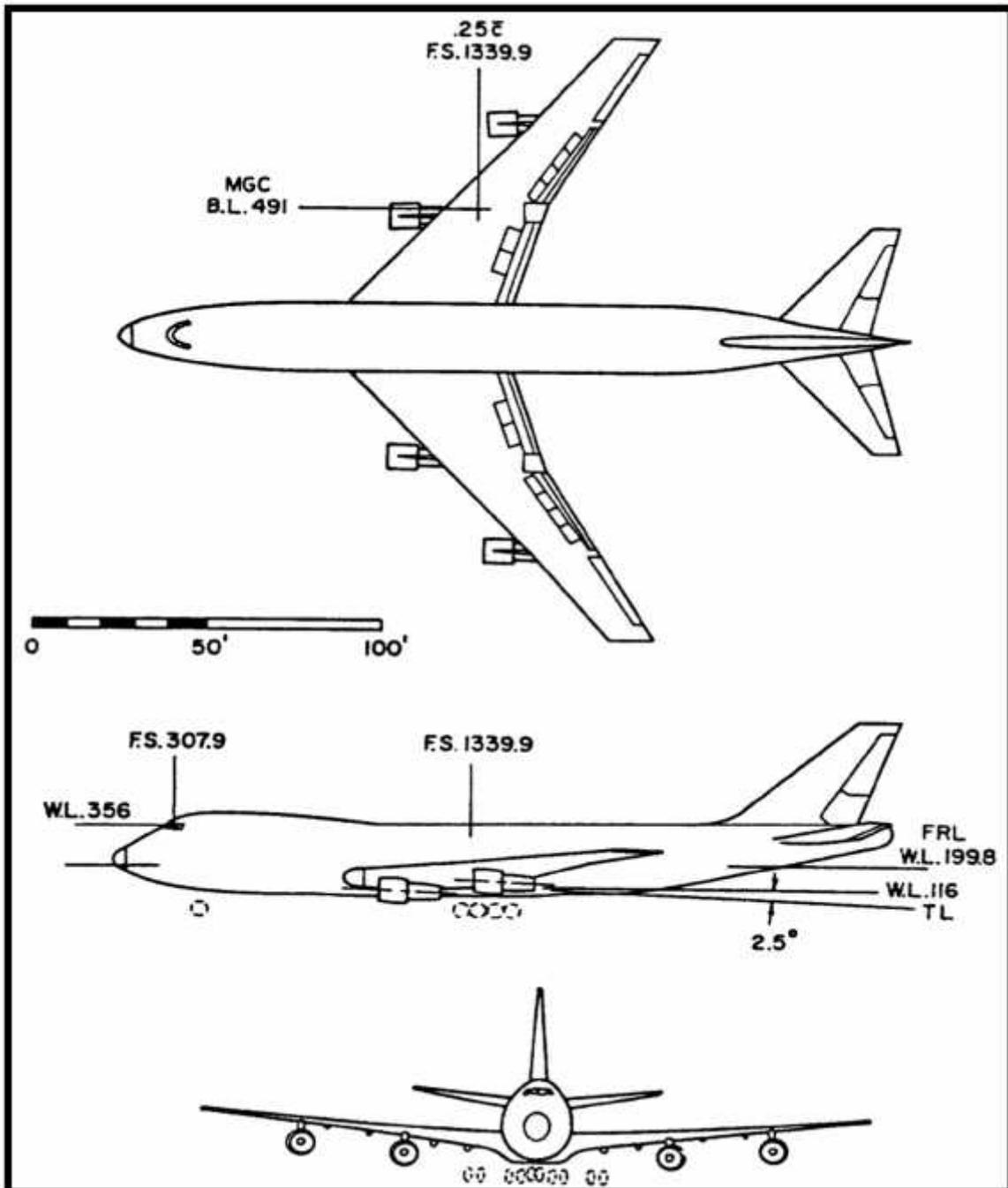


Figure VII.1 : Trois vue de l'avion B-747

Les conditions de vol :

Vol de croisière (Altitude = 20000 ft), $M = 0.6$

$$U_0 = 673 \text{ ft/s}, \quad \rho = 0.001268 \text{ slugs/ft}^3, \quad \bar{x}_{cg} = 0.25, \quad I = 2.5$$

Caractéristiques : Les paramètres représentatifs de ce cas sont rassemblés ci-dessus :

Dimension, masse et inertie.

$$S = 5500 \text{ ft}^2, \quad b = 196 \text{ ft}, \quad \bar{c} = 27.3 \text{ ft}, \quad P = 636.6 \text{ lbf}$$

$$I_{xx} = 18.2 \cdot 10^6 \text{ slug ft}^2, \quad I_{yy} = 33.1 \cdot 10^6 \text{ slug ft}^2, \quad I_{zz} = 49.7 \cdot 10^6 \text{ slug ft}^2, \quad I_{xz} = 0.97 \cdot 10^6 \text{ slug ft}^2$$

Tableau VII.1 : Dérivées latérales adimensionnelles ; B747 :

	C_y	C_l	C_n
s	- 0.9	- 0.16	0.16
p	0	- 0.34	- 0.026
r	0	0.13	- 0.28
u_a	0	0.013	0.0018
u_r	0.12	0.008	- 0.1

Tableau VII.2 : Dérivées latérales dimensionnelle ; B747 :

	Y	L	N
β	-71.8354	- 2.7551	0.9961
p	0	- 0.8432	- 0.0236
r	0	0.3224	- 0.2536
u_a	0	0.2214	0.0112
u_r	9.5858	0.1362	- 0.6222

Matrice du système et l'équation caractéristique :

Avec les paramètres précédentes on va calculer la matrice du système latéral A :

$$A = \begin{bmatrix} -0.1067 & 0 & 0.0146 & -1 \\ -2.7473 & -0.8427 & 0 & 0.3281 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1.0183 & -0.0167 & 0 & -0.2564 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (VII.1)$$

On obtient l'équation caractéristique de la matrice :

$$\lambda^4 + 1.206 \lambda^3 + 1.357 \lambda^2 + 0.9677 \lambda + 0.005394 = 0 \dots\dots\dots (VII.2)$$

Les deux critères de Routh : $E = 0.005394 > 0$ et $R = 0.6394 > 0$ sont vérifiés. Donc, il n'y pas de mode instable.

VII.2.1 Valeurs propres :

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- Mode spiral : $\lambda_1 = -0.00562 \dots\dots\dots (VII.3.a)$
- Mode convergence en roulis : $\lambda_2 = -0.892 \dots\dots\dots (VII.3.b)$
- Mode oscillation latérale (roulis hollandais) : $\lambda_{3,4} = -0.154 \mp 1.03i \dots\dots\dots (VII.3.c)$

L'analyse des réponses latérales doit être faite graphiquement par la résolution des équations différentielle de système latéral de la forme :

$$\dot{X} = AX + Bu \dots\dots\dots (VII.4)$$

Tel que :

B : est la matrice du commande déterminée dans les conditions considérées à l'aide des paramètres des tableaux VII.1 et VII.2, elle devient :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0142 \\ 0.2212 & 0.1501 \\ 0 & 0 \\ 0.0094 & -0.6233 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (VII.5)$$

u : est le vecteur de déflexion :

$$u = \begin{bmatrix} u_a \\ u_r \end{bmatrix} \dots\dots\dots (VII.6)$$

X : le vecteur des variables :

$$X = [\beta, p, r, \varphi]^T \dots\dots\dots (VII.7)$$

VII.2.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons :

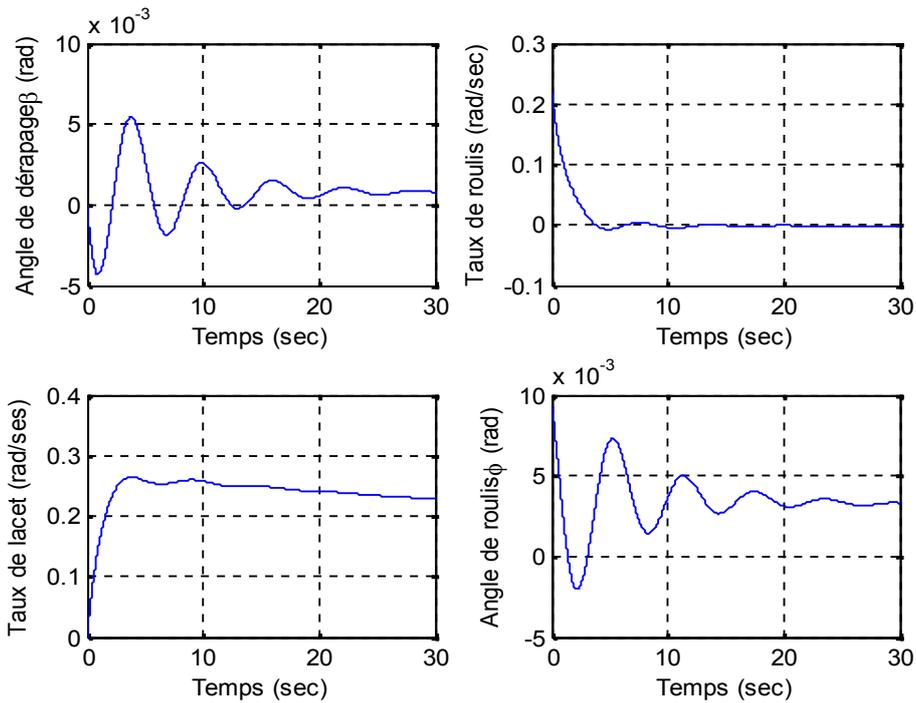


Figure VII.2 : Réponse latérale due au braquage des ailerons

VII.2.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction :

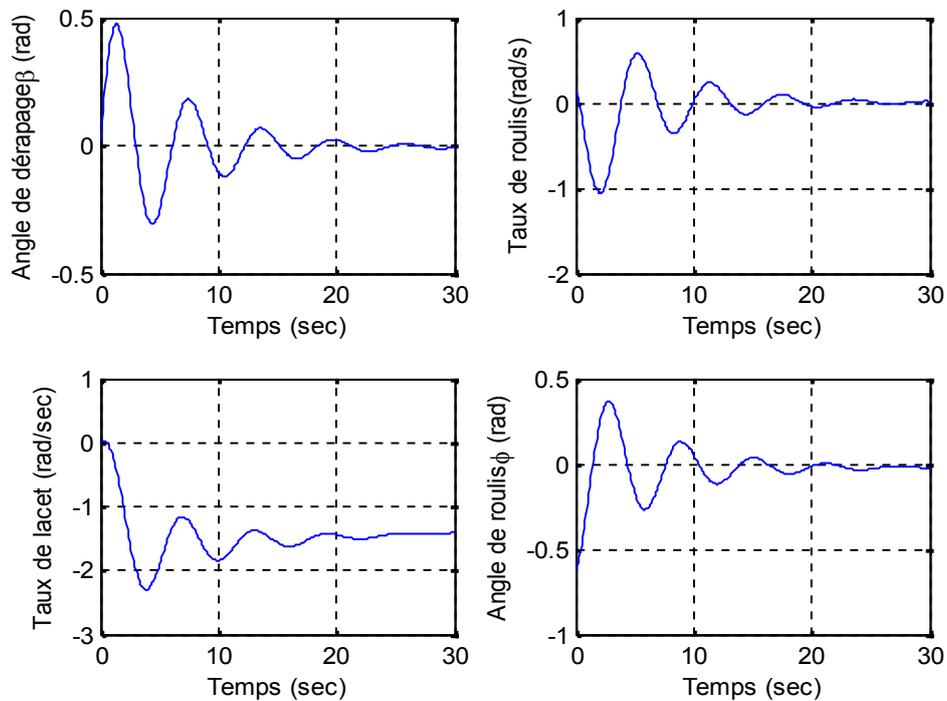


Figure VII.3 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction

VII.2.4 Interprétation des résultats :

Pour ce cas d'avion à faible nombre de Mach, l'évolution des modes latéraux avec la vitesse et l'altitude ne sont généralement pas simples, du fait que les dérivées des coefficients latéraux dépendent de manière complexe du coefficient de portance.

Le mode spiral est généralement très faible et légèrement stable dans une partie du domaine de vol, selon le couplage existant entre les dérivées des coefficients de stabilité latérale. Les figures VII.2 et VII.3 montrent que le mode spiral présente une valeur très faible par rapport aux autres modes. On remarque que l'angle de dérapage et l'angle de roulis sont oscillent et rapides, leurs point d'équilibre atteint à l'instant $t=20$ sec, selon le braquage des gouvernes.

La convergence en roulis est une combinaison des mouvements de lacet et de roulis. Ce mode correspond à un mouvement de rotation pure de roulis comme illustre par les figures précédentes où l'angle et le taux de roulis sont amortis à partir de trois premières secondes. Par la suite, la convergence en roulis est fortement amortie quelque soit les conditions de vol.

Le mouvement de roulis et lacet peut subir un déphasage selon les deux axes et une différence d'amplitude ; Si cette oscillation de dérapage s'amortie rapidement, il y a une stabilité oscillatoire. Dans le cas contraire, on risque d'avoir le roulis hollandais. Les graphes illustrés précédemment montrent aussi la convergence vers les axes de l'état initiale pour le roulis hollandais, tel que le temps de réponse sera terminé après environ (30 sec) vers une autre réponse d'une autre commande de déflexion ou braquage des gouvernes de direction et des ailerons.

VII.3 Modèle mathématique de l'avion Beech M99 :

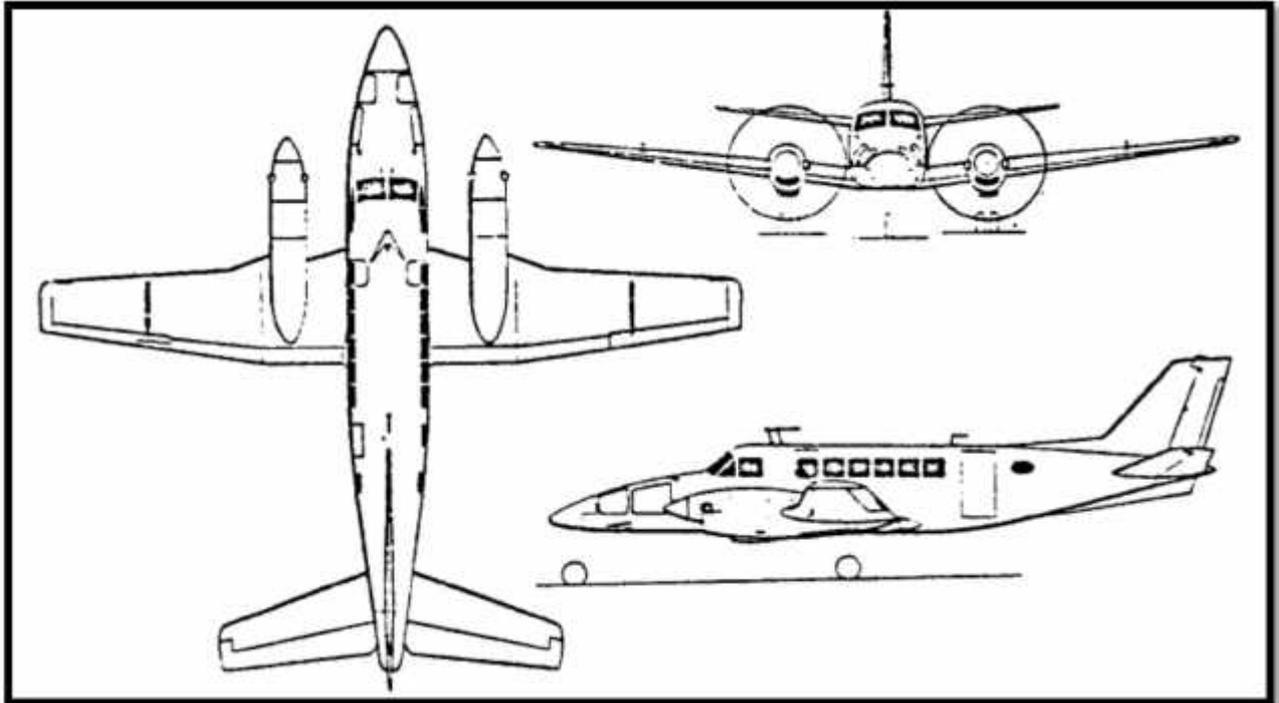


Figure VII.4 : Trois vue de l'avion Beech M99

Les conditions de vol :

Vol de croisière (Altitude = 5000 ft).

$$U_0 = 340 \text{ ft/s}, \quad \rho = 0.00205 \text{ slugs/ft}^3, \quad \bar{x}_{cg} = 0.16, \quad l = 0$$

Caractéristiques : On donne les paramètres de dimension, masse et inertie :

$$S = 280 \text{ ft}^2, \quad b = 46 \text{ ft}, \quad \bar{c} = 6.5 \text{ ft}, \quad P = 7000 \text{ lbf},$$

$$I_{xx} = 10085 \text{ slug ft}^2, \quad I_{yy} = 15148 \text{ slug ft}^2, \quad I_{zz} = 23046 \text{ slug ft}^2, \quad I_{xz} = 1600 \text{ slug ft}^2$$

Tableau VII.3 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Beech M99 :

	C_y	C_l	C_n
s	-0.59	-0.13	0.08
p	-0.19	-0.5	0.019
r	0.39	0.14	-0.197
u_a	0	0.156	-0.0012
u_r	0.148	0.0109	-0.0772

Tableau VII.4 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Beech M99 :

	Y	L	N
β	-89.9702	- 19.6727	5.2978
p	- 1.96	- 5.1185	0.0851
r	4.0231	1.4332	- 0.8825
u_a	0	23.6073	- 0.0795
u_r	22.587	1.6495	- 5.1145

L'équation globale du mouvement latéral est donnée sous la forme $\dot{X} = AX + Bu$ comme suivant :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2646 & -0.0058 & 0.0289 & -0.9882 \\ -18.8322 & -5.1050 & 0 & 1.2932 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2.1767 & -0.7270 & 0 & -0.6551 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0664 \\ 23.5947 & 0.8381 \\ 0 & 0 \\ 3.6658 & -4.8528 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \dots\dots\dots(\text{VII.8})$$

L'équation caractéristique de la matrice A est donné par :

$$\lambda^4 + 6.025 \lambda^3 + 7.851 \lambda^2 + 26.13 \lambda + 0.2748 = 0 \dots\dots\dots (\text{VII.9})$$

Les deux critères de Routh : $E = 0.2748 > 0$ et $R = 543.2152 > 0$ sont vérifiés. Donc, il n'y pas de mode instable.

VII.3.1 Valeurs propres :

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- Mode spiral : $\lambda_1 = -0.0105 \dots\dots\dots (\text{VII.10.a})$
- Mode convergence en roulis : $\lambda_2 = -5.46 \dots\dots\dots (\text{VII.10.b})$
- Mode oscillation latérale (roulis hollandais) : $\lambda_{3,4} = -0.276 \mp 2.17 i \dots\dots (\text{VII.10.c})$

VII.3.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons :

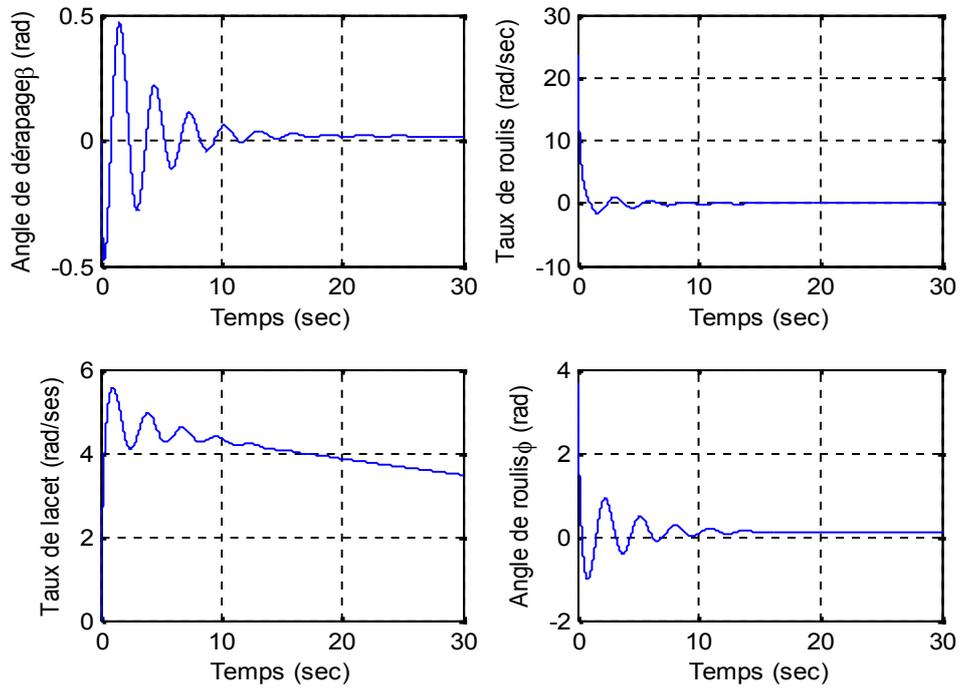


Figure VII.5 : Réponse latérale due au braquage des ailerons

VII.3.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction :

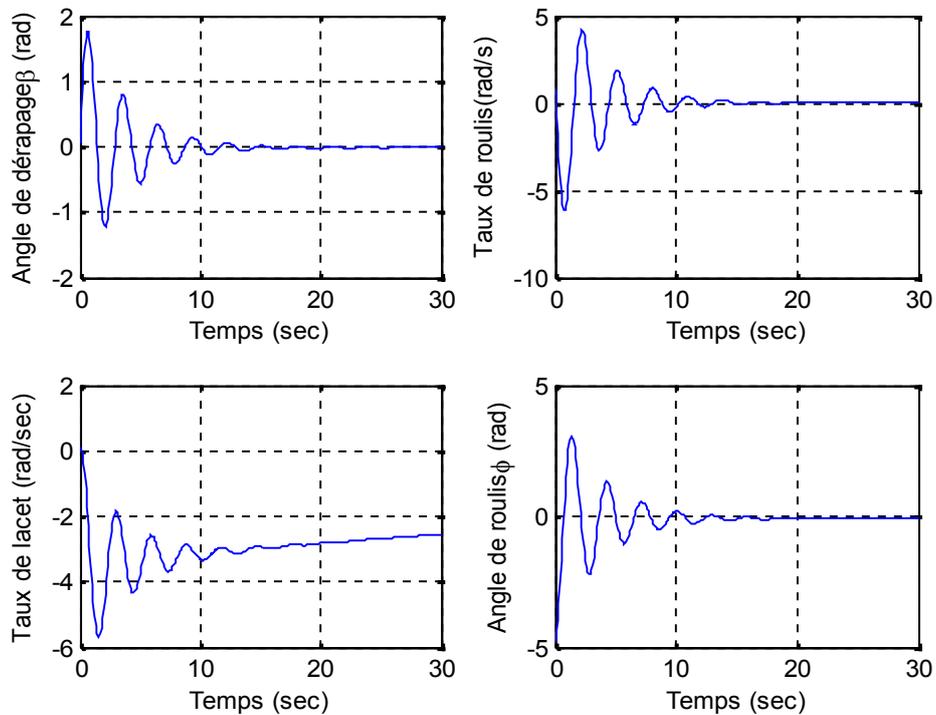


Figure VII.6 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction

VII.3.4 Interprétation des résultats :

Une des deux convergences est très lente et l'autre très rapide et le mode oscillatoire est faiblement amorti avec une période comparable à celle de l'oscillation d'incidence.

Au moment que l'avion a été excité par le mode convergence en roulis (généralement stable), le taux de roulis (Δp) diminue rapidement avec une valeur maximale égale à 10 rads et s'annule après dix secondes. Voir figure VII.5.

Le mode de roulis hollandais est un mouvement oscillatoire relative aux vitesses angulaires de lacet (Δr) et l'angle de roulis (Δw) qui varie rapidement vers le même sens avant le retour au point d'équilibre (point de stabilité >30 sec pour (Δr), et 20 sec pour (Δw)). Voir figures VII.5 et VII.6.

Le mode spiral est très stable, la variation dans le même sens pour les angles de roulis et de dérapage.

VII.4 Modèle mathématique de l'avion Cessna 172 :

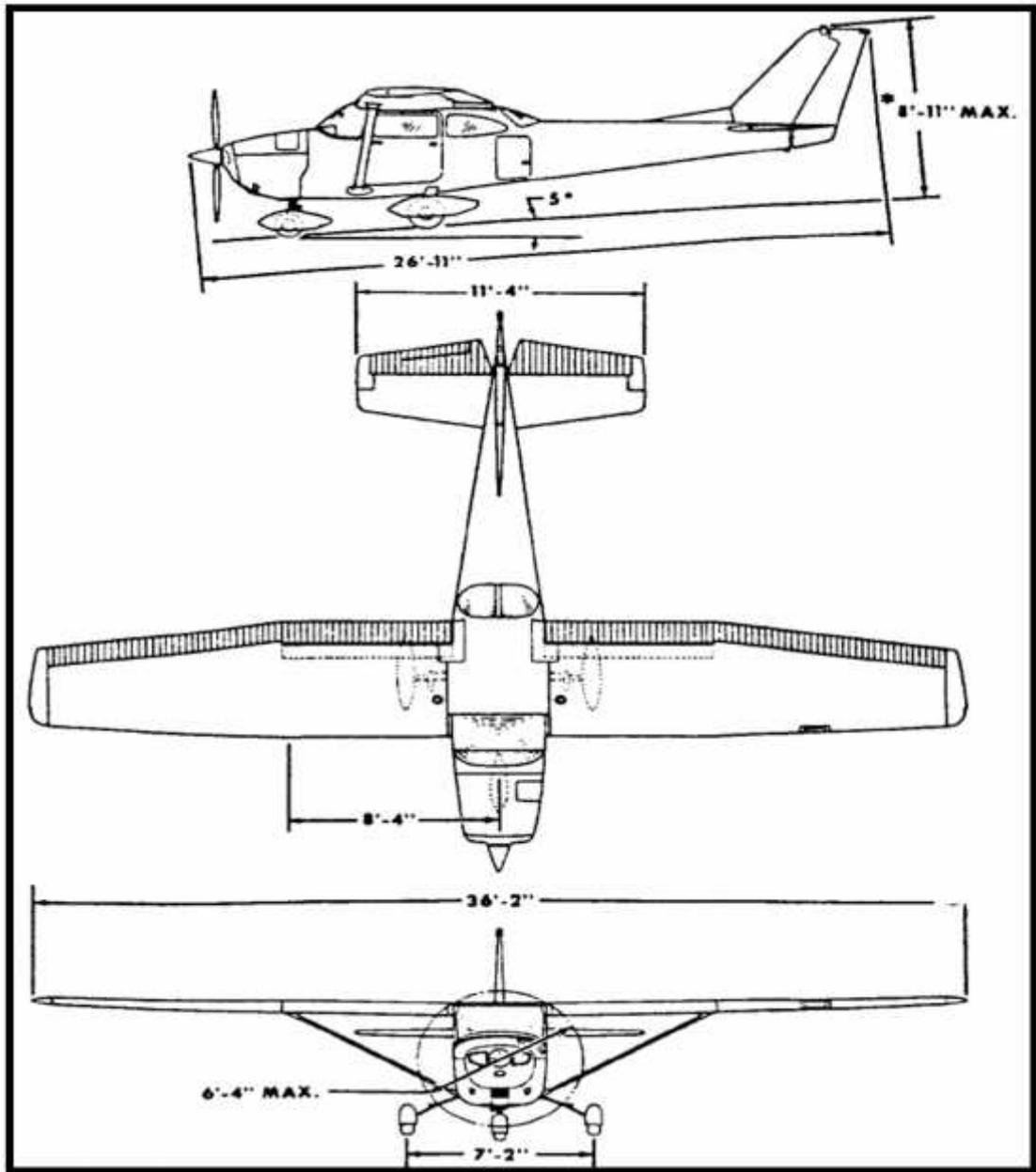


Figure VII.7 : Trois vue de l'avion Cessna 172

Les conditions de vol :

Vol de croisière (Altitude = 5000 ft).

$$U_0 = 219 \text{ ft/s}, \quad \rho = 0.00205 \text{ slugs/ft}^3, \quad \bar{x}_{cg} = 0.25, \quad l = 0$$

Caractéristiques : On donne les paramètres de dimension, masse et inertie :

$$S = 174 \text{ ft}^2, \quad b = 35.8 \text{ ft}, \quad \bar{c} = 4.9 \text{ ft}, \quad P = 2645 \text{ lbf},$$

$$I_{xx} = 948 \text{ slug ft}^2, \quad I_{yy} = 1346 \text{ slug ft}^2, \quad I_{zz} = 1967 \text{ slug ft}^2, \quad I_{xz} = 0$$

Tableau VII.5 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Cessna 172 :

	C_y	C_l	C_n
s	- 0.31	- 0.089	0.065
p	- 0.037	- 0.47	- 0.03
r	0.21	0.096	- 0.099
u_a	0	0.178	- 0.053
u_r	0.187	0.0147	- 0.0657

Tableau VII.6 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Cessna 172 :

	Y	L	N
β	-32.2554	- 28.7492	10.1194
p	- 0.3147	- 12.4092	- 0.3817
r	1.7859	2.5346	- 1.2597
u_a	0	57.4984	- 8.2512
u_r	19.473	4.7485	- 10.2284

L'équation globale du mouvement latéral est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1473 & -0.0014 & 0.0448 & -0.9918 \\ -28.7492 & -12.4092 & 0 & 2.5346 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 10.1194 & -0.3817 & 0 & -1.2597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0889 \\ 57.4984 & 4.7485 \\ 0 & 0 \\ -8.2512 & -10.2284 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \dots\dots\dots(VII.11)$$

L'équation caractéristique de la matrice A est donné par :

$$\lambda^4 + 13.82 \lambda^3 + 28.61 \lambda^2 + 139.2 \lambda + 0.4733 = 0 \dots\dots\dots (VII.12)$$

Les deux critères de Routh : $E = 0.4733 > 0$ et $R = 3.5547E 4 > 0$ sont vérifiés. Donc, il n'y pas de mode instable.

VII.4.1 Valeurs propres :

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- Mode spiral : $s_1 = -0.00340 \dots \dots \dots$ (VII.13.a)
- Mode convergence en roulis : $s_2 = -12.4 \dots \dots \dots$ (VII.13.b)
- Mode oscillation latérale (roulis hollandais) : $s_{3,4} = -0.699 \mp 3.27 i \dots \dots$ (VII.13.c)

VII.4.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons :

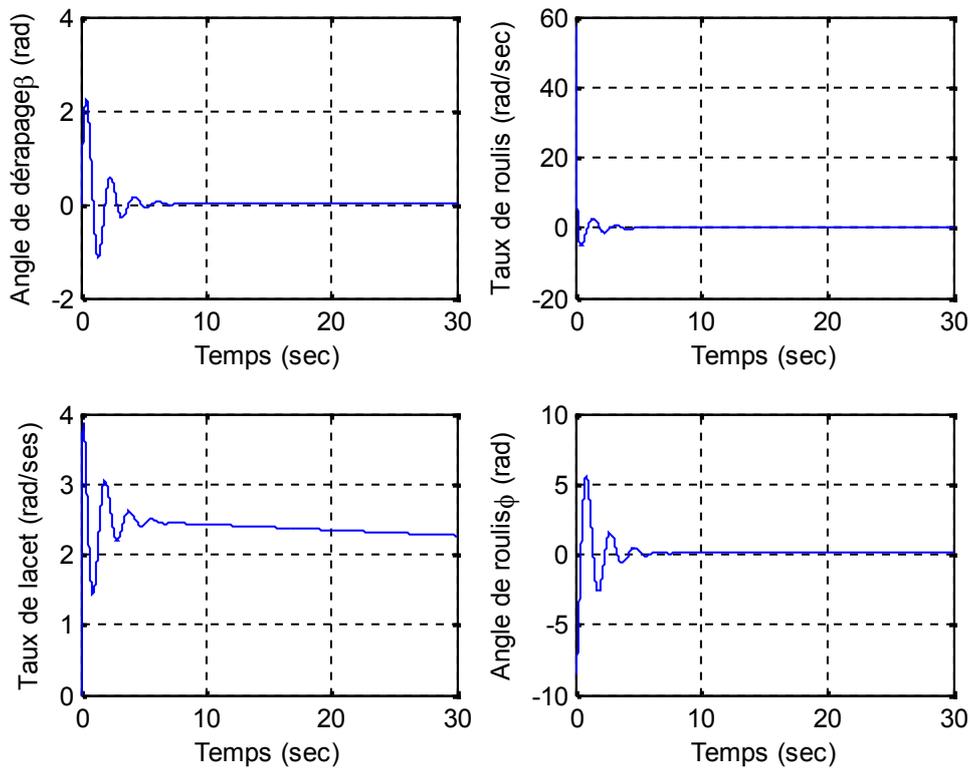


Figure VII.8 : Réponse latérale due au braquage des ailerons

VII.4.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction :

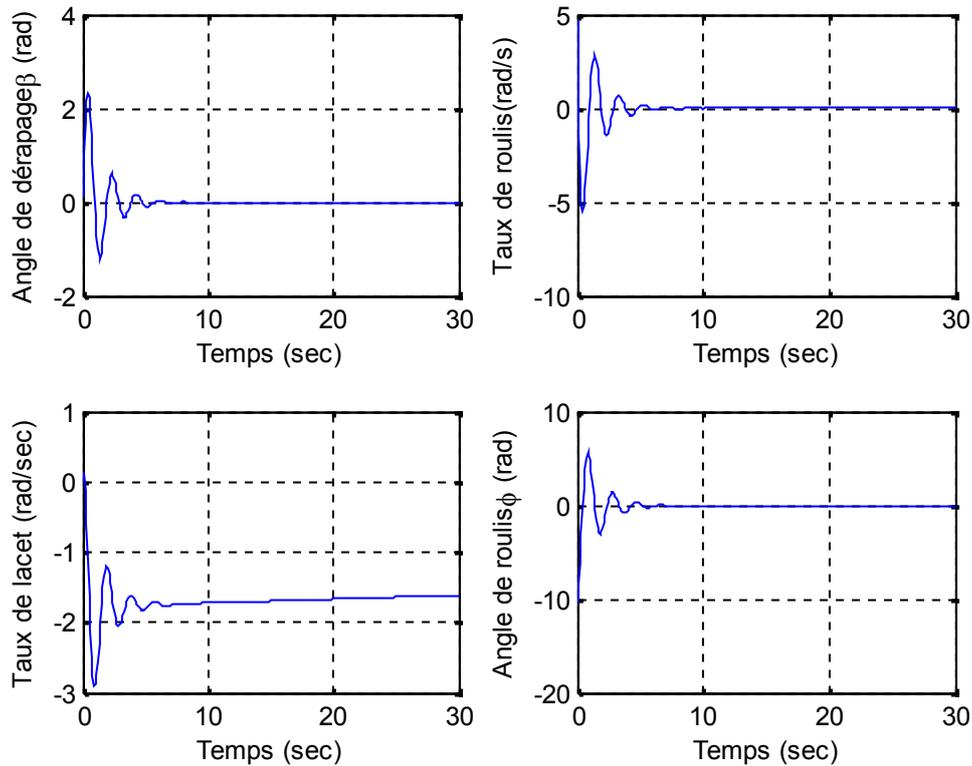


Figure VII.9 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction

VII.4.4 Interprétation des résultats :

Lorsque l'avion a été excité par le mode convergence en roulis, le taux de roulis (Δp) est presque nul pour les ailerons et d'une valeur maximale égale à 3 rads pour la gouverne de direction et s'annule après 5 secondes. Voir figures VII.8 et VII.9.

Les vitesses angulaires de lacet (Δr) et l'angle de roulis (Δw) qui caractérisent le mode de roulis hollandais varie rapidement vers le même sens avant le retour au point d'équilibre (point de stabilité 5sec pour (Δr) et (Δw)). Voir figures VII.8 et VII.9.

Le mode spiral est légèrement stable, la variation dans le même sens pour les angles de roulis et de dérapage.

VII.5 Modèle mathématique de l'avion Gates Learjet M24 :

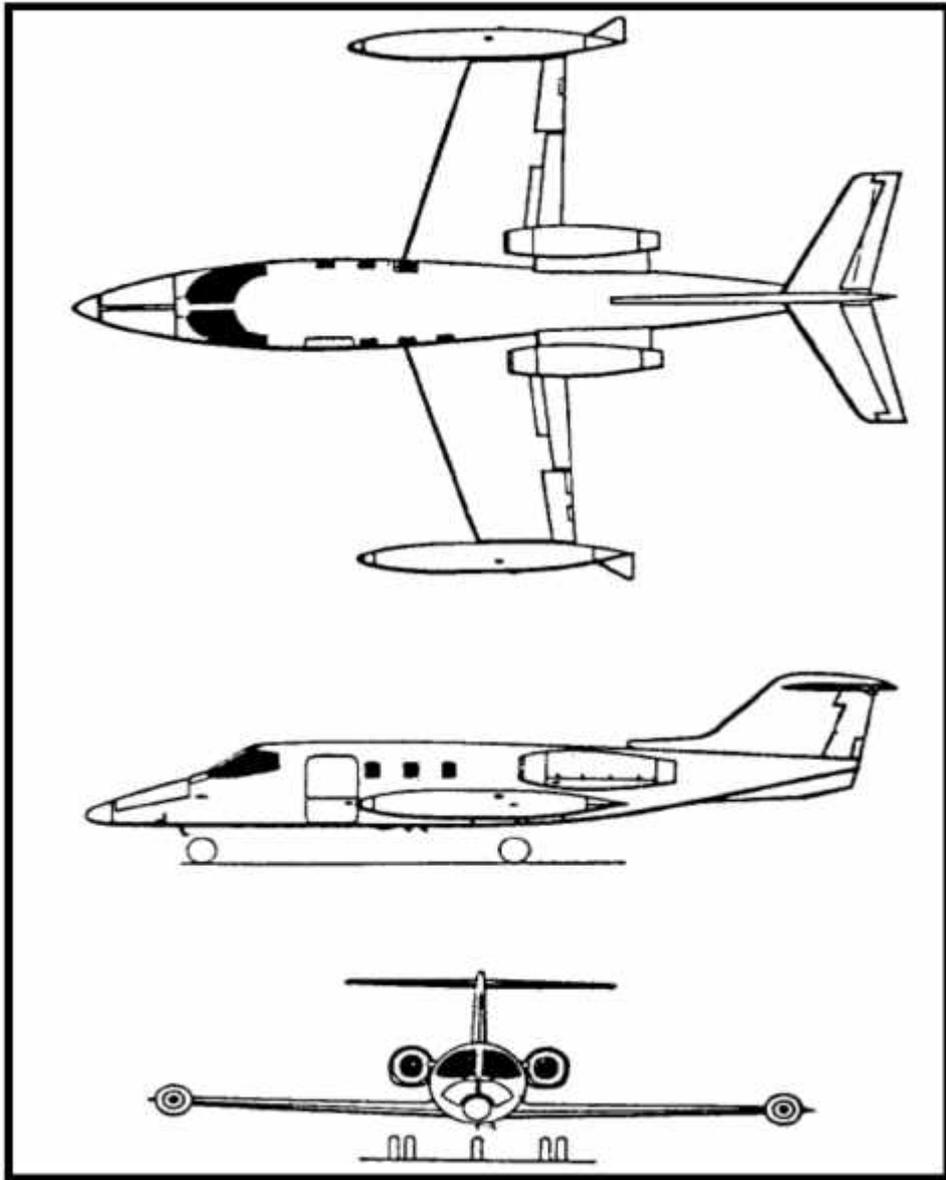


Figure VII.10 : Trois vue de l'avion Gates Learjet M24

Les conditions de vol :

Vol de croisière (Altitude = 40000 ft), $M = 0.7$

$U_0 = 677 \text{ ft/s}$, $\rho = 0.000588 \text{ slugs/ft}^3$, $\bar{x}_{cg} = 0.32$, $I = 2.7$

Caractéristiques : On donne les paramètres de dimension, masse et inertie :

$$S = 230 \text{ ft}^2, \quad b = 34 \text{ ft}, \quad \bar{c} = 7 \text{ ft}, \quad P = 13000 \text{ lbf},$$

$$I_{xx} = 28000 \text{ slug ft}^2, \quad I_{yy} = 17800 \text{ slug ft}^2, \quad I_{zz} = 47000 \text{ slug ft}^2, \quad I_{xz} = 1300$$

Tableau VII.7 : Dérivées latérales adimensionnelles ; Gates Learjet M24 :

	C_y	C_l	C_n
s	- 0.73	- 0.11	0.127
p	0	- 0.45	- 0.008
r	0.4	0.16	- 0.2
u_a	0	0.178	- 0.02
u_r	0.14	0.019	- 0.074

Tableau VII.8 : Dérivées latérales dimensionnelle ; Gates Learjet M24 :

	Y	L	N
β	-55.9934	- 4.1516	2.8425
p	0	- 0.4265	- 0.0045
r	0.7704	0.1516	- 0.1124
u_a	0	6.718	- 0.4476
u_r	10.747	0.7171	- 1.6561

L'équation globale du mouvement latéral est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0827 & 0 & 0.0145 & -0.9989 \\ -4.1108 & -0.4266 & 0 & 0.1500 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2.8071 & -0.0081 & 0 & -0.1111 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0159 \\ 6.7116 & 0.6933 \\ 0 & 0 \\ -0.3904 & -1.6500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{VII.14}$$

L'équation caractéristique de la matrice A est donné par :

$$\lambda^4 + 0.6204 \lambda^3 + 2.897 \lambda^2 + 1.293 \lambda + 0.0005169 = 0 \tag{VII.15}$$

Les deux critères de Routh : $E = 0.0005169 > 0$ et $R = 0.6518 > 0$ sont vérifiés. Donc, il n'y pas de mode instable.

VII.5.1 Valeurs propres :

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- Mode spiral : $\lambda_1 = -0.0004 \dots \dots \dots (VII.16.a)$
- Mode convergence en roulis : $\lambda_2 = -0.458 \dots \dots \dots (VII.16.b)$
- Mode oscillation latérale (roulis hollandais) : $\lambda_{3,4} = -0.0811 \mp 1.68 i \dots \dots (VII.16.c)$

VII.5.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons :

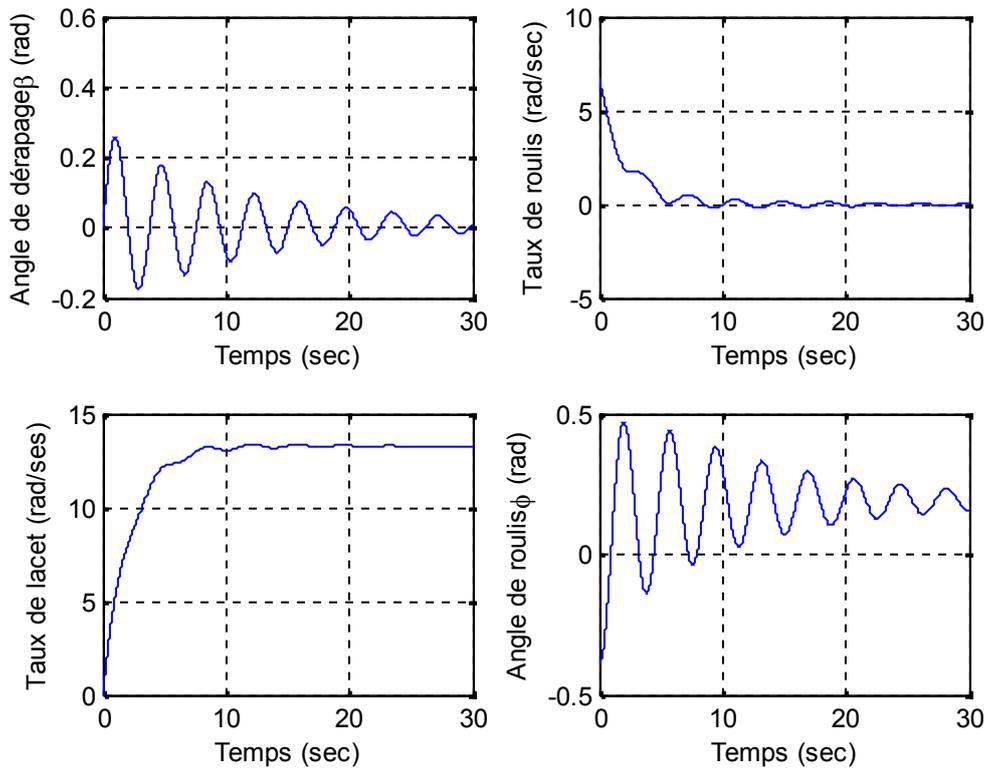


Figure VII.11 : Réponse latérale due au braquage des ailerons

VII.5.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction :

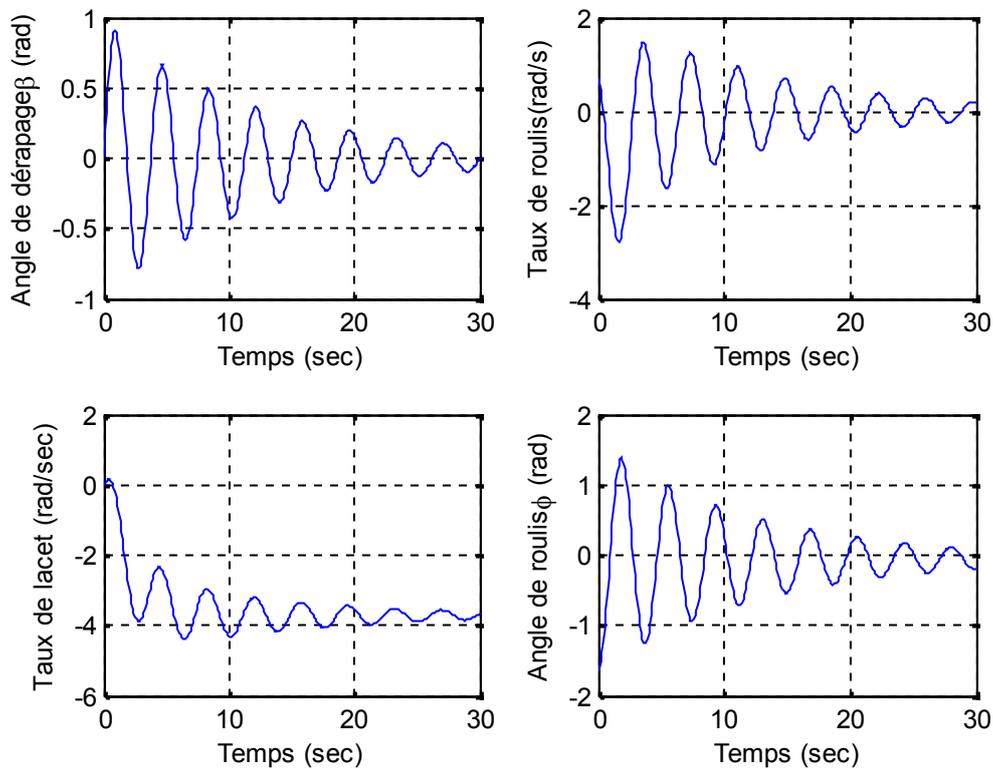


Figure VII.12 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction

VII.5.4 Interprétation des résultats :

Le mode spiral est très stable, la variation dans le même sens pour les angles de roulis et de dérapage.

Lorsque l'avion a été excité par le mode convergence en roulis, le taux de roulis (Δp) diminue rapidement avec une valeur maximale égale à 7 rads pour les ailerons et s'annule après 10 secondes, on voit aussi que ce mode est stable pour la gouverne de direction. Voir figures VII.11 et VII.12.

Les vitesses angulaires de lacet (Δr) et l'angle de roulis (Δw) varient rapidement vers le même sens avant le retour au point d'équilibre (point de stabilité 30 sec pour (Δr) et >30 sec pour (Δw)). Voir figures VII.11 et VII.12.

VII.6 Modèle mathématique de l'avion McDonnell Douglas F4C :

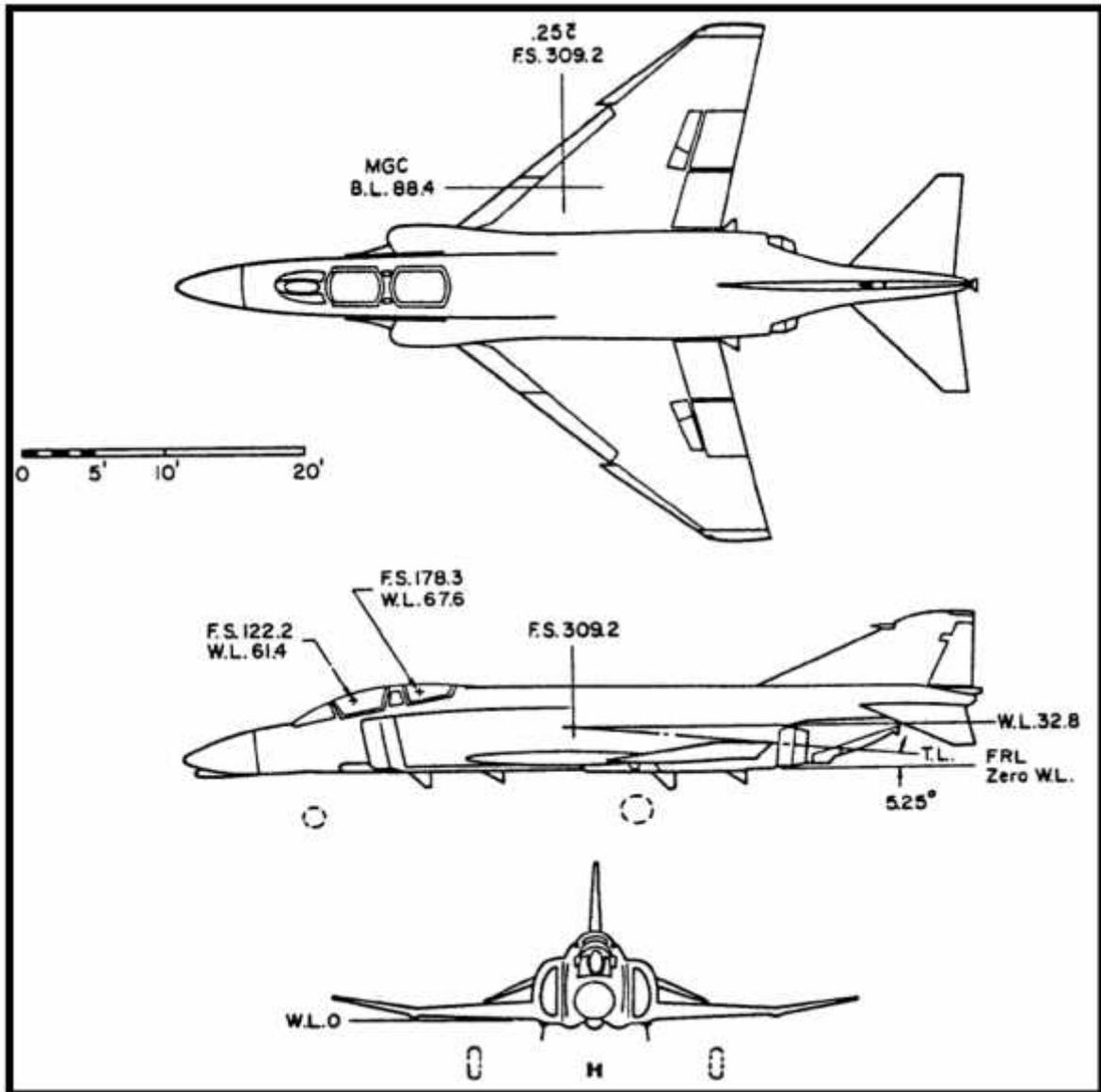


Figure VII.13 : Trois vue de l'avion McDonnell Douglas F4C

Les conditions de vol :

Vol de croisière (Altitude = 35000 ft).

$$U_0 = 876 \text{ ft/s}, \quad \rho = 0.000739 \text{ slugs/ft}^3, \quad \bar{x}_{cg} = 0.29, \quad I = 2.6$$

Caractéristiques : On donne les paramètres de dimension, masse et inertie :

$$S = 530 \text{ ft}^2, \quad b = 38.7 \text{ ft}, \quad \bar{c} = 16 \text{ ft}, \quad P = 39000 \text{ lbf},$$

$$I_{xx} = 25000 \text{ slug ft}^2, \quad I_{yy} = 122200 \text{ slug ft}^2, \quad I_{zz} = 139800 \text{ slug ft}^2, \quad I_{xz} = 2200$$

Tableau VII.9 : Dérivées latérales adimensionnelles ; McDonnell Douglas F4C :

	C_y	C_l	C_n
s	- 0.68	- 0.08	0.125
p	0	- 0.24	- 0.036
r	0	0.07	- 0.27
u_a	- 0.016	0.042	- 0.001
u_r	0.095	0.006	- 0.066

Tableau VII.10 : Dérivées latérales dimensionnelle ; McDonnell Douglas F4C :

	Y	L	N
β	-84.3039	- 18.5831	5.2015
p	0	- 1.2314	- 0.0331
r	0	0.3592	- 0.2482
u_a	- 1.9836	9.7561	- 0.0416
u_r	11.7776	1.3937	- 2.7456

L'équation globale du mouvement latéral est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{p} \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0962 & 0 & 0.0112 & -1 \\ -19.2093 & -1.2274 & 0 & 0.3891 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5.6022 & -0.0065 & 0 & -0.2559 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0023 & 0.0134 \\ 9.7611 & 1.7242 \\ 0 & 0 \\ -0.2520 & -2.7757 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \dots\dots(VII.17)$$

L'équation caractéristique de la matrice A est donné par :

$$\lambda^4 + 1.58 \lambda^3 + 6.062 \lambda^2 + 7.247 \lambda + 0.03062 = 0 \dots\dots\dots (VII.18)$$

Les deux critères de Routh : $E = 0.03062 > 0$ et $R = 16.7932 > 0$ sont vérifiés.
Donc, il n'y pas de mode instable.

VII.6.1 Valeurs propres :

Les racines de l'équation caractéristique sont :

- Mode spiral : $s_1 = -0.00424 \dots \dots \dots (VII.19.a)$
- Mode convergence en roulis : $s_2 = -1.27 \dots \dots \dots (VII.19.b)$
- Mode oscillation latérale (roulis hollandais) : $s_{3,4} = -0.151 \mp 2.38 i \dots \dots (VII.19.c)$

VII.6.2 Réponse latérale due au braquage des ailerons :

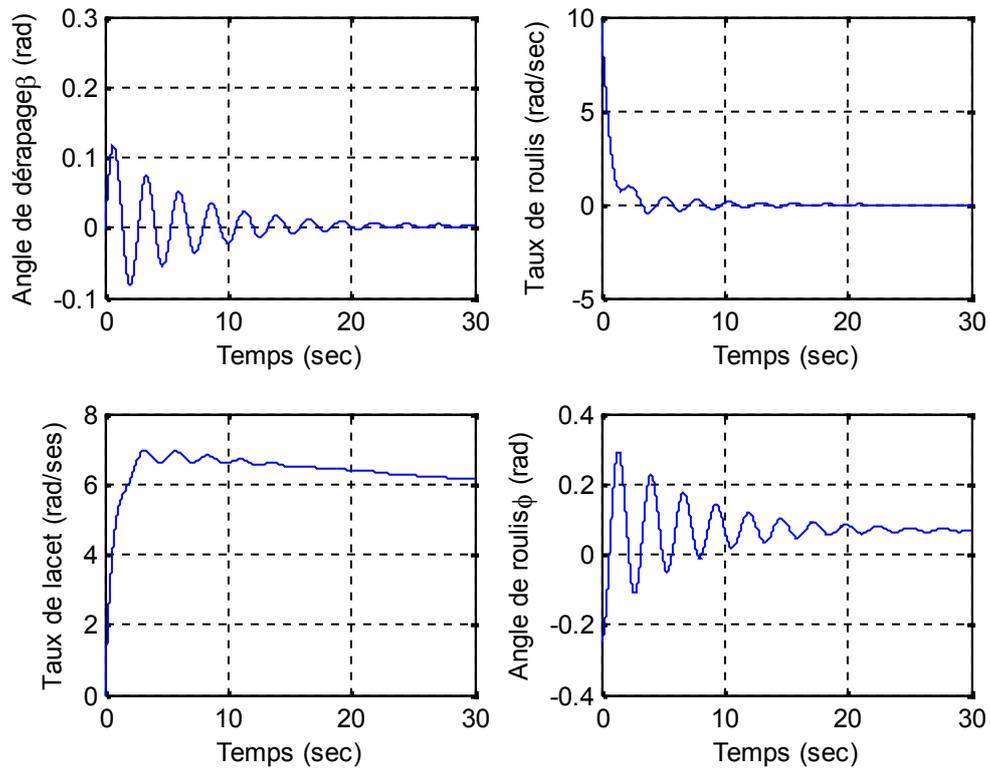


Figure VII.14 : Réponse latérale due au braquage des ailerons

VII.6.3 Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction :

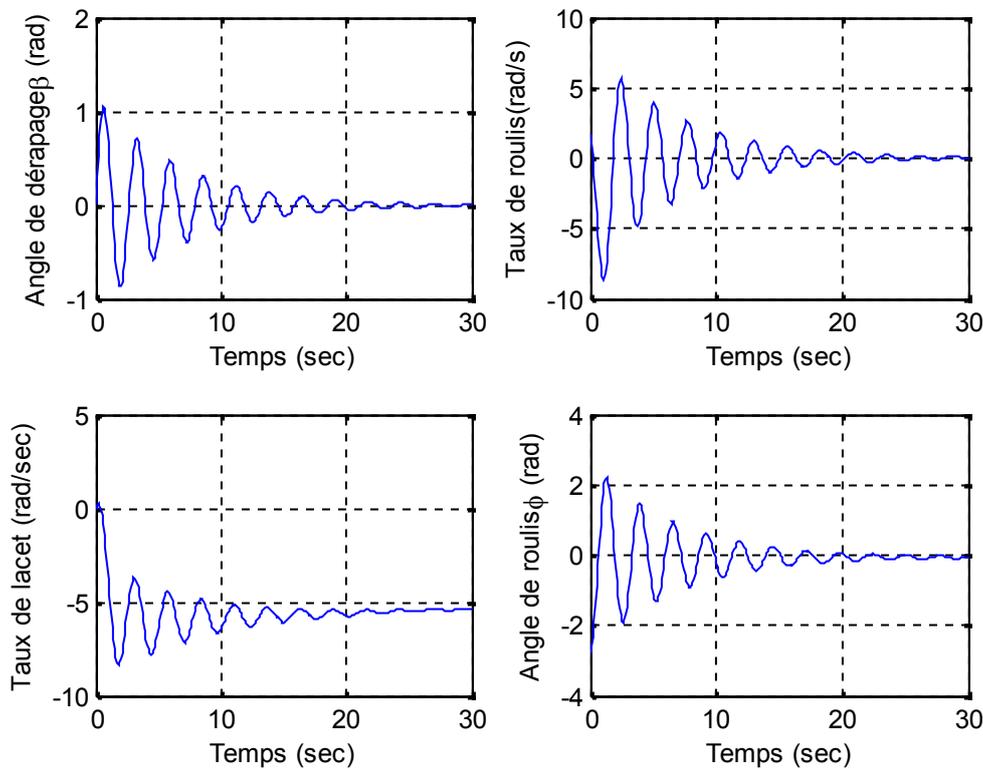


Figure VII.15 : Réponse latérale due au braquage de la gouverne de direction

VII.6.4 Interprétation des résultats :

Toujours, Le mode spiral est très stable, la variation dans le même sens pour les angles de roulis et de dérapage

L'excitation par le mode convergence en roulis (généralement stable) diminue rapidement le taux de roulis (Δp) avec une valeur maximale égale à 8 rads et s'annule après 10 secondes pour les ailerons, mais pour la gouverne de direction, ce mode est très stable. Voir figures VII.14 et VII.15.

Pour le mode de roulis hollandais, les vitesses angulaires de lacet (Δr) et l'angle de roulis (Δw) varie rapidement vers le même sens avant le retour au point d'équilibre (point de stabilité 20 sec pour (Δr) et (Δw)). Voir figures VII.14 et VII.15.

VII.7 Réponse statique latérale pour un avion d'affaire (jet) :

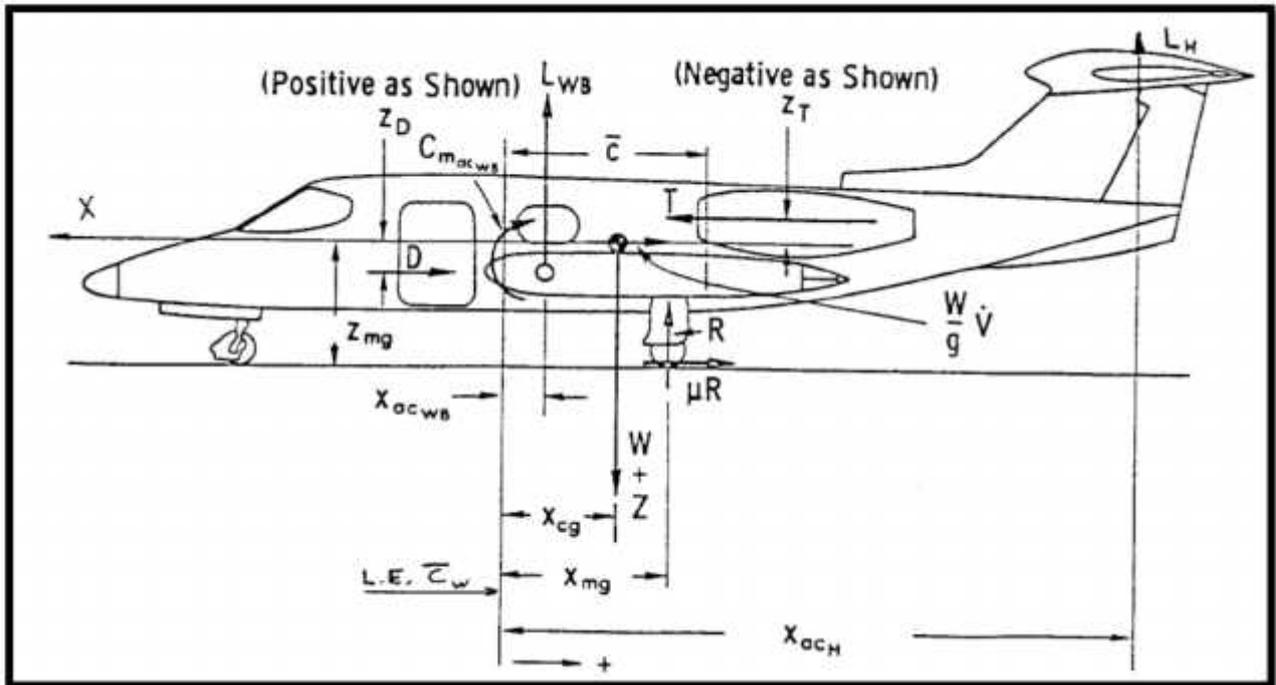


Figure VII.16 : Forces et moments d'un avion d'affaire (jet)

VII.7.1 Caractéristiques aérodynamique de l'avion :

$W = 13000 \text{ lbs}$, $X_{cg} = 4 \text{ ft}$, $S = 240 \text{ ft}^2$, $\bar{c} = 7 \text{ ft}$, $\mu = 0.02$, $U_1 = 90 - 150 \text{ ft/sec}$;

$X_{mg} = 5 \text{ ft}$, $Z_{mg} = 3.5 \text{ ft}$, $X_{acH} = 22 \text{ ft}$, $X_{acWB} = 0.5 \text{ ft}$, $CL_v = 0.088$.

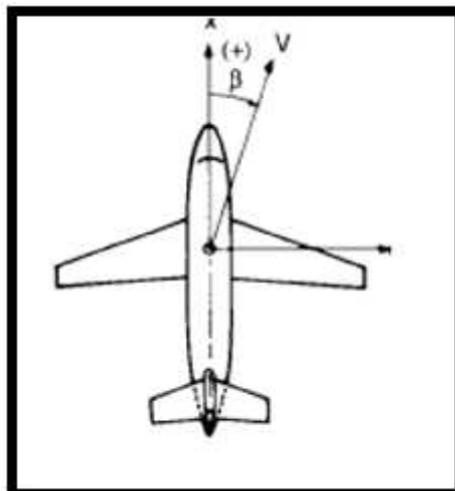


Figure VII.17 : L'angle de dérapage

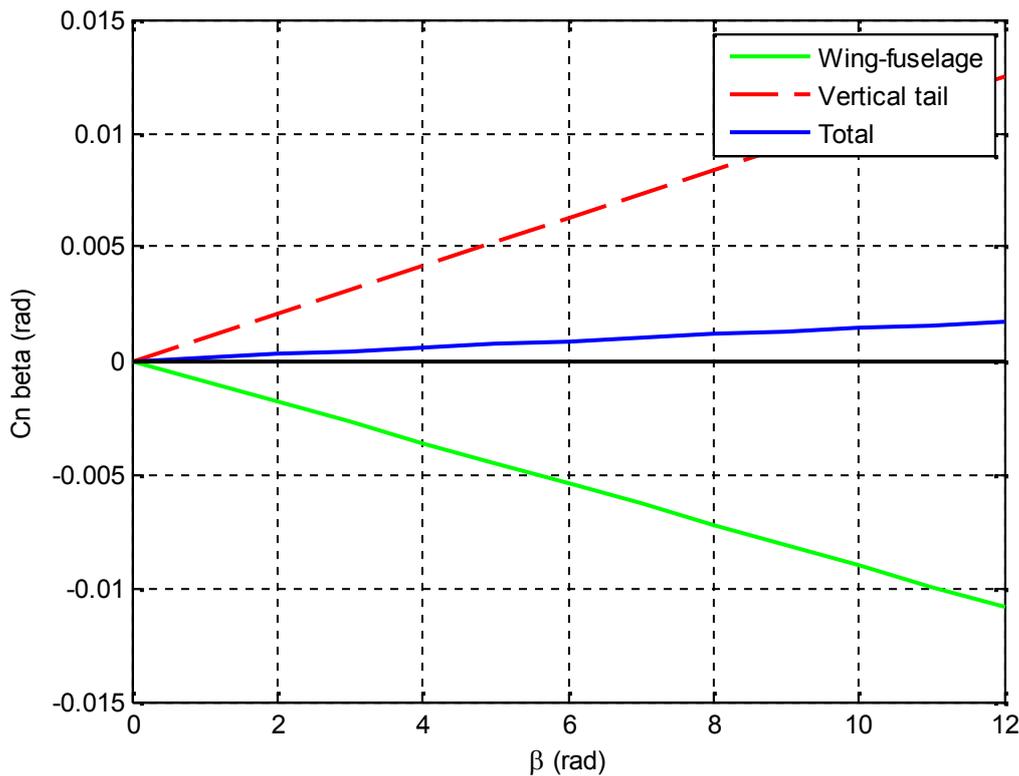


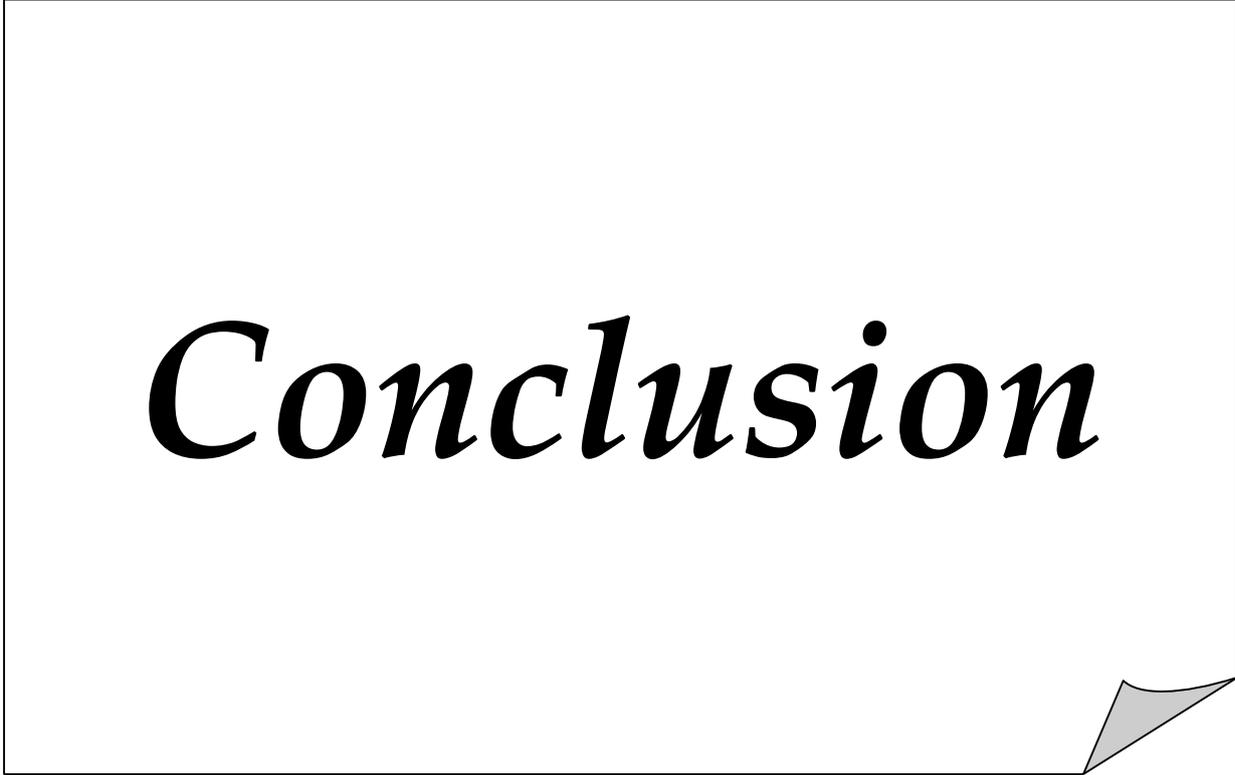
Figure VII.18 : La variation du coefficient de moment de lacet en fonction de dérapage

VII.7.2 Interprétation des résultats :

L'étude de la stabilité statique autour de l'axe Z de l'avion est connue sous l'effet girouette ou directionnel.

Il est souhaitable que l'avion doit tendre à retourner à un état d'équilibre une fois soumis à une perturbation le long de l'axe de lacet. Le graphe ci-dessus montre la variation du coefficient de moment de lacet en fonction de l'angle de dérapage. Pour avoir la stabilité statique directionnelle, l'avion doit développer un moment de lacet qui retournera l'avion à son état d'équilibre. Dans ce cas, supposant qu'un avion est perturbé, de sorte qu'il vole avec un angle de dérapage positif et développera un moment de rappel qui tendra à tourner le nez de l'avion jusqu'à son état d'équilibre (c-à-d dérapage nul). En examinant ce graphe, on aperçoit que le critère de la stabilité statique directionnelle est vérifié tel que la pente de la courbe du moment de lacet doit être positive ($C_n > 0$). Pour qu'un avion soit statiquement stable, il doit toujours être dirigé selon le vent relatif, cette stabilité statique est nommée 'l'effet girouette'.

Conclusion



Conclusion

Pour bien finaliser ce travail, nous sommes obligés de discuter l'importance de l'étude de stabilité qui apparaît dans les objectifs suivants :

1. Sécurité matérielle (avion) et humaine (pilote et passagers).
2. Transport confortable des passagers et marchandises en compte.
3. Objectif économique : diminution de la consommation du carburant par l'accélération de la réponse aux commandes.
4. Détermination des performances et des limites conseillées des commandes pour la sécurité de vol. C'est à dire les valeurs critiques pour les angles aérodynamiques (incidence, dérapage...etc.).
5. Donner une base théorique de la conception structurale des avions.

Les calculs de stabilité latérale d'un avion varient totalement sous l'effet d'un changement d'une seule des conditions ou paramètres suivantes :

1. Masse
2. Inertie
3. Dimensions de l'avion et leurs surfaces portantes
4. Altitude
5. Nombre de Mach
6. Dérivés des coefficients de stabilité dimensionnelle et adimensionnelle.

Tel que le degré ou le niveau de stabilité dépend du type d'usage ou fonction de l'avion.

Les résultats obtenus sont très proches de la réalité car les données utilisées sont des données des essais de vol appliqués sur plusieurs types d'avions. En particulier, on choisit cinq types d'avions pour notre étude sur les réponses aux commandes.

Le travail réalisé nous a permis de mieux comprendre le phénomène de la stabilité dynamique latérale (réponse aux commandes), ainsi que la mise en évidence de l'effet des conditions de vol sur ce dernier.

Enfin, on peut dire que notre travail consiste en une partie de la fonction de l'autopilote qui est responsable de guider l'avion en cas d'absence du pilote. Dans les études futures de stabilité, il est possible de faire une conception de cette fonction à l'aide de simulation (Simulink).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Jan Roskam - **Airplane flight dynamics and automatic flight controls**. Part I, Roskam aviation and Engineering Corporation, 1979.
- [2] Robert C. Nelson - **Flight Stability and Automatic Control**. McGraw-Hill Book Company. 1989.
- [3] Bernard Etkin and Lloyd Duff Reid - **Dynamics of flight. Stability and control**. John Wiley, third edition, 1996.
- [4] Michel Hameury - **Stabilité et Contrôle de l'Avion**. École Polytechnique, Août 2007.
- [5] Gérard Degrez - **Performances et stabilité des avions**. Août 2001.
- [6] John D. Anderson Jr - **Introduction to flight**. McGraw Hill, third edition, 1989.
- [7] J. B. Russell - **Performance and stability of aircraft**. Butterworth-Heinemann, 1996.
- [8] Francis J. Hale - **Aircraft performance, selection and design**. JohnWiley, 1984.
- [9] Eric Van Blaeren - **Mécanique et stabilité du vol**. Ecole polytechnique de Montréal, Janvier 1993.
- [10] Daniel P. Raymer - **Aircraft design : a conceptual approach**. AIAA Education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989.
- [11] Fabrice DEMOURANT - **Interactions identification commande robuste:méthodes et applications à l'avion souple**. Thèse soutenue le 17 décembre 2002 en vue de l'obtention du titre de Docteur de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- [12] Henrik b. Pettersson - **Variable stability transfer function simulation**. June 2000 Blacksburg, Virginia.US.

- [13] G. J. Mullen - **Aircraft parameter identification using Matlab**. College of Aeronautics, Cranfield University.UK. June 2001.
- [14] David G. Hull - **Fundamentals of airplane flight mechanics**. The University of Texas Austin. Aerospace Engineering and Engineering Mechanics.US.
- [15] F. Goineau, M. V. Cook - **The stability and control characteristics of neutrally buoyant non-rigid airship**. (August1999)..College of Aeronautics, Cranfield University.UK.
- [16] Dava J, Newman and Amir R. Amir - **Introduction to Aircraft Stability and Control**.
- [17] Prof. Earll Murman - **Introduction to Aircraft Performance and Static Stability**. September 18, 2003.
- [18] Princeton Satellite Systems - **Aircraft control toolbox learning edition tutorial**, Inc. New Jersey (November 2004).
- [19] Theodore A - **Introduction to the aerodynamics of flight. *Scientific and Technical Information office 1975***. National aeronautics and space administration Washington D.C.
- [20] Subodh Bhandari - **development of six-degree-of-freedom, piecewise simulation of aircraft motion in simulink**. Mississippi State University, August, 2004.
- [21] Professor Jonathan P. Howr - **Aircraft stability and control**. 1990.
- [22] Barnes W. McCormick - **Aerodynamics, aeronautics and flight mechanics**. John Wiley, 1979.
- [23] Brevet d'Initiation Aéronautique, **Aérodynamique et mécanique du vol**.

Mots clés pour le moteur de recherche 'Google' :

- Aircraft stability and control
- Lateral aircraft motion
- Aircraft directional system
- Aircraft response for rudder and aileron