## UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB DE BLIDA

Institut d'aéronautique et des études spatiales



# **MEMOIRE DE MASTER**

Spécialité : Structures Aéronautiques

## Etude du comportement mécanique d'un matériau composite [θ<sub>m</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub> fissuré et soumis à des conditions hygrothermiques

Par

### ZAIRI IMED

Devant le jury composé de :

A. MAHI Présidente

H. BOUDJELLAL Examinateur

O. ABDSSELLAM Examinateur

A. BENKHEDDA Encadreur

M.KHODJET-KESBA Co- Encadreur

Blida, Juin 2015

#### RESUME

Ce travail porte sur l'influence des conditions hygrothermique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  à fibres longues et à matrice organique, soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales. L'objet de cette étude est de proposer une modélisation analytique et numérique, permettant la description précise du comportement mécanique du stratifié endommagé, que ce soit d'un point de vue local ou global. Pour cela, l'étude présentée dans ce mémoire est décomposée en deux parties, la première traite l'endommagement par fissuration transverse. Deux types d'approches sont développées, une modélisation analytique (modèle de diffusion de cisaillement et modèle variationnel), basé sur la variation longitudinal de contrainte et cisaillement ; ainsi qu'une analyse par éléments finis simulé par codes ABAQUS. La seconde traite l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant les modèles analytiques.

#### SUMMARY

This work deals with the influence of hygrothermal conditions on the mechanical behavior of a composite material  $[\theta_m/90_n]_S$  long fiber and organic matrix, subjected to uniaxial tensile and damaged by transverse cracking. The purpose of this study is to provide an analytical and numerical modeling, enabling precise description of the mechanical behavior of the damaged laminate, either a local or global perspective. For this, the study presented in this paper is divided into two parts, the first deals damage by transverse cracking. Two approaches are developed, an analytical modeling (shear lag model and variational model), based on the longitudinal and shear stress variation; and a finite element analysis simulated by ABAQUS code. The second deals with studying the influence of hygrothermal conditions on the mechanical behavior of a composite material  $[\theta_m/90_n]_S$  subjected to uniaxial tensile and damaged by transverse cracks using two analytical models (shear lag model and variational model).

#### ملخص

يتناول هذا العمل دراسة تأثير الحرارة والرطوبة على السلوك الميكانيكي للمواد المركبة «[m/90\_m] ذات الياف مصفوفة، تخضع لشد احادي المحور والتي تضررت من انشقاق عرضي. الهدف من هذه الدراسة هو تقديم النماذج التحليلية والعددية، التي تسمح بوصف دقيق للسلوك الميكانيكي للصفائح التالفة، من وجهة نظر خاصة أو عامة. لهذا سنقدم في هذه المذكرة دراسة تنقسم الى قسمين، القسم الاول تحليل الاضرار الناتجة بانشقاق عرضي، بواسطة تحليلين تم تطوير هما، تحليل عددي يهدف لتقييم الخسائر في المواد المركبة، يتمحور على تغيرات الضغط والقص الطولي؛ وكذلك التحليل باستعمال برنامج الاباكيس. القسم الثاني نقوم بدراسة تأثير شروط الحرارة والرطوبة على السلوك الميكانيكي لمادة مركبة «واسية تأثير مروط

لضرر نتيجة انشقاق عرضي بواسطة التحليل العددي.

#### REMERCIEMENTS

Mes vifs et respectueux remerciements vont tout d'abord à mon Encadreur Madame BENKHEDDA Amina, Docteur à l'université de Blida, à qui je tiens à exprimer toute ma profonde reconnaissance surtout pour sa disponibilité et ses prestigieux conseils dérivant de sa très haute compétence, qui ont donné un encadrement de très haut niveau et de qualité dans la faisabilité de ce travail. Je salue en elle ses grandes qualités humaines, sa bonté, sa modestie, son enthousiasme, son dévouement et son sens extraordinaire de la communication.

Je remercie également mon Co-Encadreur de Mémoire Monsieur M. KHODJET-Kesba, Maître assistant class à l'université de Blida pour son aide précieuse tout au long de ces six mois, pour les échanges et les conseils scientifiques qu'il m'a prodigués.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Madame A.MAHI pour avoir accepté de présider le jury ainsi qu'au Monsieur O.ABDSSELLAM et Madame H.BOUDJELLAL de l'université de Blida, pour avoir accepté la charge d'examinateurs de ce travail.

Enfin, mes vives pensées vont à toutes les personnes que j'ai côtoyées durant ce parcours et à toutes celles qui m'ont aidé et ont ainsi contribué par leurs présences au bon déroulement de mon mémoire de master. The résultat, fruit de plusieurs années d'études, d'efforts pour lesquelles le mérite revient d'abord à ceux qui m'ont donné la vie, et m'accompagné dans mon cursus. Cet espace est très limité pour exprimer ma gratitude, et mes pensées très fortes pour eux, pour avoir été toujours présents à mes côtés, et partageants les peines et les moments de joie.

Je dédie ce modes te travail à :

- Mes chers parents que Dieu les protégé surtout ma très chère mère.
- Toute la famille surtout mon petit frère Ayoub.
- Tous mes amis et tous les gens qui me respectent.
- Tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

#### TABLE DES MATIERES

RESUME	
REMERCIMENT	
DEDICACES	
TABLE DES MATIERS	
LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX	
INTRODUCTION	11
1.RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	14
1.1 Introduction	14
1.2 Définition d'endommagement	15
1.3 Les différentes échelles d'observation de l'endommagement	15
1.4 Mécanismes d'endommagement	16
1.5 Fissurations des composites stratifies	20
1.6 La densité de fissures et son évolution	21
1.7 Origine et amorçage des fissures (fissures courtes)	23
1.8 La propagation de la fissure	25
1.9 Problématique	
1.10 Travaux effectués	
1.11 Définition du sujet	
2.MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE	
2.1 Introduction	34
2.2 Modélisation analytique	
2.3 Analyse par éléments finis	58
2.4 Conclusion	61
3. MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE	62
3.1 Introduction	62
3.2 Vieillissement hygrothermique	63
3.3 Caractérisation du matériau	67
3.4 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matéria	u et
le modèle de tsai	69

3.5 Interprétations	80
3.6 Validation des résultats	82
4. SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE	83
4.1 Introduction	83
4.2 Organigramme	83
4.3 Choix du matériau de simulation	86
4.4 Simulation numérique	86
4.5 Résultats analytique et numérique du champ de contrainte longitudinale d sens du chargement	lans le 98
4.6 Conclusion	135
5. SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS $[\theta_m/90_n]_s$ A CHARGEMENT MÉCANIQUE ET CONDITIONS HYGROTHERMIQUES .	AVEC 136
5.1 Introduction	136
5.2 Organigramme	136
5.3 Influence des conditions hygrothermique sur la variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[\theta_m/90_n]_s$	138
5.4 Influence des conditions hygrothermique sur la variation de la contrainte cisaillement interlaminaire dans le stratifié $[\theta_m/90_n]_s$	de 141
5.5 Influence des conditions hygrothermique sur la variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié $[\theta_m/90_n]_s$	145
5.6 Conclusion	148
CONCLUSION GENERALE	149
ANNEXE 1	151
LISTE DES SYMDOLES	
LISTE DES STMDULES	•••••

#### LISTE DES SYMBOLES

- a, c, f, h, b, e : constantes empiriques
- (a) : Rapport géométrique de fissuration
- A<sub>0</sub>/R : Energie d'activation
- C ini: Concentration initiale
- Cp: la capacité calorifique
- C: Concentration de l'humidité
- Cs: Concentration à la saturation
- D: Diffusivité
- E fx: Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre
- E fy: Module transversal de Young dans la direction de la fibre
- Ex: Module longitudinal de Young dans le pli fissuré
- Ex0: Module longitudinal de Young dans le pli non fissuré
- E<sub>y</sub>: Module transversal de Young dans le pli
- Eoy: Module transversal de Young dans le pli à température de référence
- Gfx: Module de cisaillement de la fibre
- $G_{xz}^{\theta}$ : Module de cisaillement longitudinal
- $G_{xz}^{90}$ : Module de cisaillement transversal
- G<sub>m</sub>: Module de cisaillement de la matrice
- G<sub>xy</sub>: Module de cisaillement dans le pli
- G0xy: Module de cisaillement du stratifie à la température de référence
- H: l'enthalpie
- h: Demi épaisseur du stratifié
- hk: Epaisseur du pli d'ordre k
- 1: Demi longueur entre deux fissures consécutives
- M: fonction de l'endommagement
- m : Nombre de couches à  $\theta^{\circ}$

- n : Nombre de couches à  $90^{\circ}$
- Q: Traduit le comportement d'un matériau vieilli et endommagé
- $s_{ij}$ : Élément de la matrice de souplesse (i,j,1,2,3)
- Ta : Température d'une durée
- $\Delta T$ : Température d'opération température de cuisson
- T\*: Température adimensionnelle
- Topr: Température d'utilisation
- T<sub>g</sub>: Température de transition
- Tog: Température de transition à la température de référence
- Trm : Température de référence
- t: Temps
- $t_{\theta}$ : Epaisseur de la couche  $\theta$  °
- t<sub>90</sub> : Demi-épaisseur de la couche 90°
- $U_{\theta}\left(x,y\right)$ : Déplacement dans la couche à  $\theta^{\circ}$
- $\overline{U_{\theta}}$ : Déplacement longitudinale moyenne dans la couche à  $\theta^{\circ}$
- $\overline{U_{90}}$ : Déplacement longitudinale moyenne dans la couche à 90°
- $U_{90}(x,y)$ :Déplacement dans la couche à 90°
- x : Coordonnée longitudinale
- x, y, z : Repère du pli
- α: Rapport d'épaisseur
- $\sigma_c$ : Contraintes de traction appliquée
- $\sigma_i^{90}$ : Contraintes dans la couche 90° avec (i=x,y,z)
- $\sigma_i^{\theta}$ : Contraintes dans la couche  $\theta^{\circ}$  avec (i=x,y,z)
- $\tau$ : Contrainte de cisaillement
- $v_{xy}$ : Coefficient de poisson longitudinale
- $\upsilon_{yz}$ : Coefficient de poisson transverse
- $\theta$ : Angle de la couche
- $\eta$ : Paramètre de transfert de charge
- $\xi$ : Disposition des fissures

### LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Les différentes échelles d'observation de l'endommagement : illustration sur un matériau stratifié
Figure 1.2 : Principaux endommagements rencontrés dans un stratifié16
Figure 1.3 : fissuration transversale de la matrice
Figure 1.4 : fissuration longitudinale de la matrice
Figure 1.5 : Phénomène de décohésion fibre- matrice
Figure 1.6 : Mécanisme de délaminage 19
Figure 1.7 : Mécanisme rupture de fibre
Figure 1.8 : Différentes types de fissuration au sein d'un composite stratifié
Figure 1.9 : Evolution de la densité de fissures au sein du pli à $90^{\circ}$ d'un stratifié carbone /époxy de séquence $[0^{\circ}; 90^{\circ}]$ s, en fonction de la contrainte de traction monotone
Figure 1.10 : Allure typique d'un comportement en flexion alternée
Figure 1.11 : Phénomène de propagation de la fissure
Figure 1.12 : Phénomène de propagation de la fissure (cas d'une bonne interface)
Figure 1.13 : Phénomène de propagation de la fissure (cas d'une très bonne interface) 26
Figure 1.14 : Cinétiques d'absorption d'eau pour différents niveaux d'endommagement (donnés par D <sub>zz</sub> ) [29]
Figure 2.1 : Stratifié croisé endommagé par fissuration transverse
Figure 2.2 : fissuration transverse et cellule élémentaire
Figure 2.3 Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90° 41
Figure 2.4 : stratifié $[\theta_m, 90_n]_s$
Figure 2.5 : Cellule de base
Figure 2.6 : Pli unidirectionnel
Figure 2.7 : Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse 59
Figure 2.8 : L'élimination de mouvements aux niveaux des directions « OX, OZ » et sollicitée en force de traction
Figure 2.9 : Maillage de la plaque composite stratifié de type quadratique 60
Figure 3.1 : Evolution de l'enthalpie H et de la capacité calorifique Cp au cours d'un recuit sous vitreux à la température Ta pendant une durée ta
Figure 3.2 : Equation générale de l'hydrolyse
Figure 3.3 : Repère local de sollicitation d'un pli UD
Figure 3.4 : Différentes définitions de Tg sur un diagramme Cp(T)70
Figure 3.5 : Organigramme du calcul des propriétés vieillies par AEROTSAI
Figure 3.6 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration

Figure 3.7 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration
Figure 3.8 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration
Figure 3.9 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration
Figure 3.10 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0% pour le T300/5208
Figure 3.11 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0.5% pour le T300/5208
Figure 3.12 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1% pour le T300/5208
Figure 3.13 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1.5% pour le T300/5208
Figure 4.1 Organigramme du AEROFISS
Figure 4.2 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié $[0,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°
Figure 4.3 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié [20,90] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90° 100
Figure 4.4 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié [45,90] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90° 101
Figure 4.5 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié [60,90] <sub>S</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90° 102
Figure 4.6 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié $[0/90_2/0]$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.7 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $20/90_2/20$ ] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.8 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $45/90_2/45$ ] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.9 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $60/90_2/60$ ] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5109
Figure 4.10 Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [0,90]s endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°
Figure 4.11 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [20,90] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°
Figure 4.12 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [45,90] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°
Figure 4.13 Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [60,90] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90° 114

Figure 4.14: Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié $[0/90_2/0]$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.15: Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié $[20/90_2/20]$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.16: Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié $[45/90_2/45]$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.17 : Variation de contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié [ $60/90_2/60$ ] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5
Figure 4.18 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié $[0/90_2/0]$ pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5
Figure 4.19 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié [20/90 <sub>2</sub> /20] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5
Figure 4.20 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié [45/90 <sub>2</sub> /45] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5 126
Figure 4.21 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $60/90_2/60$ ] pour $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5
Figure 4.22 : comparaison d'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié [0,90]s, [20,90]s, [45,90]s, [60,90]s
Figure 4.23 : comparaison d'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié [0,90] <sub>S</sub> , [60,90] <sub>S</sub>
Figure 4.24 : Comparaison des contraintes cisaillements interlaminaire longitudinal de modèle parabolique entre les stratifié $[0,90]_{s}$ , $[20,90]_{s}$ , $[45,90]_{s}$ , $[60,90]_{s}$
Figure 4.25: Comparaison des contraintes cisaillements interlaminaire longitudinal de modèle parabolique entre les stratifié $[0,90]_{S}$ , $[60,90]_{S}$
Figure 4.26 : Comparaison des contrainte longitudinale de modèle parabolique dans l'épaisseur de stratifié [0,90] s, [20,90]s, [45,90]s, [60,90]s
Figure 4.27 : Comparaison des contrainte longitudinale de modèle parabolique dans l'épaisseur de stratifié [0,90] s, [60,90]s
Figure 5.1 : Organigramme du AEROVILL
Figure 5.2 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>2</sub> /0] pour ( $\alpha$ =1 et a=2.5)
Figure 5.3 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [20/90 <sub>2</sub> /20] pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)
Figure 5.4 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [45/90 <sub>2</sub> /45] pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)
Figure 5.5 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [60/90 <sub>2</sub> /60] pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)
Figure 5.6 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié $[\theta_m/90_n]_s$ sous deux différentes conditions hygrothermiques

Figure 5.7 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié $[0/90_2/0]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)	. 142
Figure 5.8 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié $[20/90_2/20]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)	. 142
Figure 5.9 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié $[45/90_2/45]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)	. 143
Figure 5.10 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié [60/90 <sub>2</sub> /60] pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).	. 143
Figure 5.11 : Comparaison des évolutions de la contrainte de cisaillement interlaminaire le long du stratifié $[\theta_m/90_n]_S$ sous deux différentes conditions hygrothermiques	e . 144
Figure 5.12 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié [0/96 pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).	0 <sub>2</sub> /0] . 145
Figure 5.13 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié $[20/90_2/20]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).	. 145
Figure 5.14 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié $[45/90_2/45]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5)	. 146
Figure 5.15 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié $[45/90_2/45]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).	. 146
Figure 5.16 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié $[\theta_m/90_n]$ s sous deux différentes conditions hygrothermiques	147

Tableau 3.1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [41]	74
Tableau 3.2 Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [41]	74
Tableau 3.3 Propriétés du T300/5208 Tr=22°C, [41]	74
Tableau 3.4 Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [41]	74
Tableau 3.5 : Choix des environnements	75
Tableau 3.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%,C=0.5%, C=1% C=1.5%	%, 81
Tableau 3.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.5%,C=1 C=1.5%	l%, 81
Tableau 4.1 : Propriétés élastiques du matériau AS4-3502 [58]	86

#### INTRODUCTION

Dans les matériaux composites à fibres longues soumis à un chargement monotone ou cyclique, la rupture finale du stratifié résulte du développement et de l'accumulation de plusieurs types d'endommagement. A l'échelle microscopique, les différents types d'endommagement observés se résument à des microfissures dans la matrice ou à l'interface des plis, décohésions fibre/matrice, arrachement des fibres ainsi que des ruptures de fibres. A l'échelle macroscopique, les mécanismes d'endommagement rencontrés sont : la rupture de la matrice le long des fibres connue sous le nom de fissuration intralaminaire, décollement inter-plis appelé délaminage et la rupture des fibres qui représente le mode d'endommagement le plus dangereux puisqu'il apparaît tardivement et conduit à la ruine finale du matériau.

Dans le but d'étudier l'influence de l'endommagement par fissuration transverse sur le comportement d'un stratifié croisé  $[\theta_m, 90_n]_S$ , sollicité en traction uni-axiale suivant la direction des plis orientés à 0°, deux types de modélisation sont développés dans ce mémoire. La première est une approche analytique (modèle de diffusion de cisaillement et modèle variationnel) et la deuxième approche est numérique par éléments finis avec le code ABAQUS.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre efficacement les équations différentielles de physique et de l'ingénierie . Elle utilise une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Dans le domaine aéronautique le cas est d'autant important qu'illustratif. Les structures aéronautiques sont réalisées en grandes parties par des composites à matrice polymère, et elles évoluent dans des conditions d'environnement variables, en termes d'altitudes, de vitesses, de températures et d'humidité.

L'effet hygrothermique est un paramètre important dans le domaine aéronautique car le matériau composite est prévu pour fonctionner sous différentes conditions environnementales. Nous avons étudié l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant deux modèles analytiques (modèle de diffusion de cisaillement et modèle variationnel).

Notre travail consiste donc en l'utilisation de la méthode des éléments finis pour analyser le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales. Pour cela, le travail est organisé de la manière suivante :

1. Nous présentons une recherche bibliographique sur les différents types d'endommagement observés qui se résument à des microfissures dans la matrice ou à l'interface des plis, décohésions fibre/matrice, arrachement des fibres ainsi que des ruptures de fibres, et les différents travaux effectués dans l'axe de vieillissement des matériaux composites, cette recherche nous a permis de connaître l'état de l'art et d'orienter notre recherche.

2. Le deuxième chapitre concerne la résolution du problème de comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]$ s soumis à une traction uni-axiale et endommagé par des fissurations transversales. Deux types d'approche sont développés : une modélisation analytique basée sur une approche contrainte et une analyse par éléments finis code ABAQUS. Ces deux modélisations nous permettent de prédire le comportement mécanique du stratifié endommagé, que ce soit d'un point de vue local, à travers la répartition du champ des contraintes et de déplacements, ou d'un point de vue global, grâce à l'évaluation de la dégradation des propriétés mécaniques effectives, provoquée par l'évolution de l'endommagement par fissuration.

3. Il est judicieux de comprendre le processus hygrothermique au niveau microscopique de la matrice et des fibres. Ainsi le troisième chapitre présente une synthèse générale concernant l'influence de la reprise d'humidité et les effets de vieillissement qui sont dus à la température et à l'humidité, sur les composites à matrice polymère. Le modèle de Tsai modélisant le vieillissement est aussi donné ainsi que des résultats sur les caractéristiques mécaniques vieillis.

4. Dans le quatrième chapitre, nous représenterons les résultats obtenus par la simulation analytique et numérique du comportement mécanique d'un composite fissurée et sous sollicitation. La méthode des éléments finis avec le code ABAQUS est utilisée pour la simulation numérique.

5. Dans le cinquième chapitre, l'étude de l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_{nn}/90_n]_s$ , soumis à une traction uni-axiale suivant la direction des plis orientés à 0°, et endommagé par des fissurations transversales en utilisant les modèles analytiques.

Nous terminerons par une conclusion générale et des perspectives futures.

#### CHAPITRE 1 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1.1 Introduction

Les matériaux composites sont conçus pour diverses applications thermostructurales dans des domaines tels que l'aéronautique, les constructions civiles et l'industrie navale. Cette diversité d'applications industrielles est possible car ces matériaux peuvent supporter de manière satisfaisante tant les chargements mécaniques que d'autres types de sollicitations (abrasion, agents chimiques, hautes températures), issue des fonctionnalités spécifiques auxquelles sont destinées les structures impliquant ces matériaux, ou encore des environnements auxquels ces martiaux sont exposes.

Lors d'une sollicitation quelconque sur un matériau composite, le développement de l'endommagement au sein du matériau commence assez tôt. Dans un composite, les premiers dommages détectés commencent à se développer à l'échelle microscopique lorsque l'effort localisé atteint la limite de rupture d'un des constituants ou celle de l'interface qui les relie. Les microfissures qui se développent sont habituellement trop petites pour causer la rupture finale du composite. Ainsi, un nombre important de ces microfissures s'accumulent dans le composite avant la rupture finale. Les paramètres tels que la fraction volumique, l'orientation des fibres, l'épaisseur des plis et l'espacement entre fibres jouent un rôle très important dans la progression de l'endommagement. On peut constater aussi en conséquence que la nature de matrice et de la fibre jouent un rôle très essentiel dans le type et le mécanisme d'endommagement [1]. Certains composites sont fragile mais montrent une très grande résistance dans des milieux agressifs (milieux corrosifs, températures élevées), inversement à d'autres qui sont ductiles mais moins résistant à la corrosion ou à l'augmentation de la température.

Le procédé global de la rupture dans les composites est souvent considéré comme un processus d'accumulation de différents types d'endommagements.

#### 1.2 Définition d'endommagement

L'endommagement est l'apparition de dommages dans un matériau caractérisé par une extension de surface libre à l'intérieur du matériau, accompagnée d'une augmentation de fraction volumique de vide. Cette apparition est causée par une attaque physique ou chimique. Il conduit à une dégradation de ses capacités physiques pouvant conduire à la rupture.

Un niveau d'endommagement peut être relié directement à des propriétés physiques parce que l'endommagement est caractérisé par des modifications en principe observables. Les phénomènes d'endommagement tels que les microdéformations, la dégradation des surfaces, les microfissures, les microcavités, la corrosion, et le vieillissement. Sont tous observables, mais parfois ils sont difficiles à mettre en évidence.

#### 1.3 Les différentes échelles d'observation de l'endommagement

Plusieurs types d'endommagement au sein d'une structure stratifiée, unidirectionnelle ou tissés qui se révèlent à différentes échelles d'observation (Figure 1.1). Les plus significatifs sont les suivants [2]:

- A l'échelle microscopique apparaissent les ruptures d'interfaces : c'est le phénomène de décohésion fibre/matrice et d'autre part, la rupture de fibre, de matrice ;
- A l'échelle macroscopique on observe le phénomène de décollement inter pli : c'est le délaminage ;
- A l'échelle mésoscopique on observe l'apparition de nombreuses fissures intralaminaires mais également la rupture de fibres qui intervient au stade ultime de la ruine du matériau, qui sont parallèles à la direction des fibres.



Figure 1.1 : Les différentes échelles d'observation de l'endommagement : illustration sur un matériau stratifié.

#### 1.4 Mécanismes d'endommagement

L'identification des dommages par la microscopie a permis de développer l'analyse d'endommagement. La perte de rigidité du matériau endommagé permis de définir et de déterminer un seuil critique de déformation ou de contraintes qui amorce les mécanismes d'endommagement. Il a été montré que la température, la vitesse de sollicitation, les chocs, la nature chimique d'un environnement agressif, le chargement monotone ou cyclique influencent l'évolution de l'endommagement. La ténacité de la matrice et la qualité de l'interface influence la résistance aux dommages [3]. Les mécanismes d'endommagement d'un matériau hétérogène ne sont pas uniformément présents au sein du matériau. Ils dépendent notamment de la sollicitation, de l'architecture des constituants et de l'orientation des plis. Un composite à matrice polymère soumis à une sollicitation mécanique, peuvent se regrouper en quatre principaux modes différents [4] selon le site où ils opèrent :



Figure 1.2 : Principaux endommagements rencontrés dans un stratifié.

- ➢ Fissuration matricielle.
- Rupture de l'interface fibre- matrice et déchaussement de fibre, délaminage (décohésion étendue intra plis).
- Rupture des fibres
- Délaminage inter plis.

#### 1.4.1 Fissuration de la matrice

La complexité des matériaux composites introduit plusieurs types d'endommagements à l'échelle microscopique. La matrice étant le constituant qui s'endommage le premier, son seuil de déformation à l'endommagement est plus faible par rapport à celle des fibres. Les microfissures se produisent au sein de la matrice apparaissent aux niveaux des porosités et des inclusions constitue le principal mécanisme de dégradation des composites par le phénomène de fissuration transversal ou par fissuration longitudinale. Ce dernier mode de rupture se produit lorsque la contrainte de décohésion est supérieure à celle de cisaillement. Cette fissuration se propage selon la direction perpendiculaire à la sollicitation et elle peut provoquer une décohésion fibre- matrice.

#### 1.4.1.1 Fissuration transverse

Il s'agit de fissures qui traversent toute l'épaisseur des couches les plus désorientées par rapport à l'axe de sollicitation. Des micro-défauts au sein du matériau (comme des vides, des fibres cassées, le décollement fibre/matrice ou des microfissures de la matrice) peuvent être à l'origine de ces fissures amorcées par une forte concentration de contrainte locale. Ces fissures sont assez rectilignes et généralement perpendiculaires aux interfaces entre les couches adjacentes. En conséquence, la qualité de l'interface fibre matrice joue un rôle très important dans le développement de la fissuration transverse. Les contrainte de cuisson dues au processus de fabrication du stratifié, peuvent également être à l'origine de la création de nouvelles fissures transverses.



Figure 1.3 : fissuration transversale de la matrice.

#### 1.4.1.2 Fissuration longitudinale

Il s'agit de fissures qui sont analogues aux précédentes, apparaissent toujours dans la matrice et sont perpendiculaires aux interfaces des couches, mais qui traversent toute l'épaisseur des couches orientées à 0° par rapport à l'axe de sollicitation.



Figure 1.4 : fissuration longitudinale de la matrice.

#### 1.4.2 Décohésion fibre-matrice

Suite à la fissuration matricielle, les microfissures arrivent au niveau de l'interphase, où elles peuvent être arrêtées ou réorientes. C'est la zone de l'interface où s'effectue le transfert de charge de la matrice vers le renfort. On constate donc une perte d'énergie, liée à la nécessité de création de nouvelles microfissures dans l'interphase.

Dans un polymère renforcé par les fibres unidirectionnelles, la décohésion de l'interface intervient lorsque la contrainte de cisaillement  $\tau$  dans la matrice atteint la

contrainte de décohésion  $\tau_d$ , et cela arrive quand cette dernière est intérieure à la contrainte en cisaillement à la rupture de la matrice  $\tau_m$ (Figure 1.5).



Figure 1.5 : Phénomène de décohésion fibre- matrice

#### 1.4.3 Délaminage

Le processus de délaminage est le résultat d'une chronologie de divers types d'endommagement. Les propriétés mécaniques de la matrice et de la fibre ainsi que les propriétés adhésives et cohésives de l'interface gèrent cette chronologie en révélant des types d'endommagement fréquemment rencontrés comme la micro fissuration de la matrice, la rupture des fibres et la rupture des interfaces. A cela, on associe un réseau très important de fissures intra - laminaires qui sont eux aussi induites par les fissures inter- laminaires par différents moyens (rupture de matrice, de fibre et d'interface) allant jusqu'au décollement total des deux plis. Ce type d'endommagement contribue largement à la dégradation des propriétés mécaniques de la structure.



Figure 1.6 : Mécanisme de délaminage.

#### 1.4.4 Rupture de fibres

La rupture de fibres est l'endommagement ultime d'un stratifié. En effet, la contrainte à rupture des fibres est plus importante que celles de tous les autres constituants d'un composite stratifié. Dans un matériau composite unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction  $\sigma_f$  dans une fibre atteint la contrainte à la rupture  $\sigma_{fr}$  (Figure 1.7).Cette rupture provoquera une concentration de contraintes au voisinage et une rupture des constituants voisins, et ce de proche en proche jusqu'à la ruine du volume sollicité. Ce type d'endommagement est catastrophique pour la structure et entraîne souvent la rupture totale du stratifié.



Figure 1.7 : Mécanisme rupture de fibre.

#### 1.5 Fissurations des composites stratifies

Les matériaux composites stratifiés constitués des couches superposées renforcées de fibres unidirectionnels, de tissus ou de mats peuvent présenter différents types de fissuration (interlaminaire, intralaminaire, ou translaminaire) [5]. Ces termes définissent les plans dans lesquels peuvent se développer les fissures dans les matériaux composites.

- Fissures interlaminaire : la fissure se développe suivant un plan parallèle aux couches de renfort, entre deux couches. Ce type d'endommagement se rencontre lors d'essai en mode I ou II, lors d'essai de flexion entre appuis rapprochés ;
- Fissures Intralaminaire : le plan de la fissure est perpendiculaire ou parallèle aux couches de renfort à l'intérieure des couches.

Ce mode d'endommagement se rencontre lors d'essai de cisaillement ou de traction transverse sur matériau unidirectionnel par exemple ;

Fissures translaminaire : le plan de la fissure est perpendiculaire aux couches et aux renforts. Ce mode d'endommagement est par exemple observé lors d'essai de traction ou compression uni axiale dans le sens des fibres.



Figure 1.8 : Différentes types de fissuration au sein d'un composite stratifié.

Le comportement des stratifiés et leurs modes de ruine à l'échelle du pli dépendent de la sollicitation, et sont également grandement influencés par les paramètres à l'échelle de la microstructure :

- la nature des fibres et de la résine,
- le taux volumique de fibres,
- ou encore la cohésion de l'interface fibre/matrice.

#### 1.6 La densité de fissures et son évolution

Quand la seule dégradation du pli est la fissuration intralaminaire, comme c'est le cas pour une séquence de type  $[0^0,90^0]_S$ , il est possible de comptabiliser le nombre de fissures grâce à l'une des techniques présentées auparavant. On peut ainsi enregistrer la formation de nouvelles fissures et leur évolution au cours du chargement mécanique (Favre et al. [5]). Ce n'est qu'à partir de 1977 que la densité de fissures est systématiquement observée et étudiée.

Ainsi Reifsnider [6] montre que la densité de fissures croît de manière monotone et atteint un état de saturation. En effet, la densité de fissures en fonction de la contrainte appliquée est généralement un sigmoïde présentant trois phases : tout d'abord un seuil d'amorçage, puis une augmentation continue de la densité de fissures avec un chargement également continu et enfin un état de saturation où la distance inter-fissures est constante (Thionnet [7], Yoon [8]). Un exemple de courbe d'évolution est donné sur la Figure 1.9).



Figure 1.9 : Evolution de la densité de fissures au sein du pli à  $90^0$  d'un stratifié carbone /époxy de séquence  $[0^0; 90^0]$ s, en fonction de la contrainte de traction monotone.

A partir de l'état de saturation, la densité de fissures va se stabiliser et rester constante, malgré l'augmentation du niveau de contrainte. Ce phénomène est bien observé sur les empilements de type  $[0_n^0; 90_m^0]_S$ . Cependant, dans de nombreux cas, la rupture du matériau survient avant que l'endommagement n'atteigne cet état. Il est alors difficile d'évaluer la valeur de densité de fissures à la saturation.

La définition d'un tel état reste d'ailleurs sujette à critique. Selon Peters et Chou [9], il semble que la saturation ne soit jamais atteinte : à la phase d'endommagement rapide succède une production lente mais continue de fissures. Ce phénomène peut être attribué à plusieurs causes. Par exemple, la nature probabiliste de l'apparition d'une nouvelle fissure fait qu'elle suit plus ou moins une loi de type Weibull. Or ce type de loi décrivant la probabilité d'apparition d'une nouvelle fissure en fonction du chargement appliqué a également une forme sigmoïde de même type (en forme de S). Par ailleurs, la présence de nombreuses fissures créent des champs de contraintes non homogènes dans le pli fissuré, ayant pour conséquence de ralentir le régime d'apparition des fissures. En effet, il existe un processus de transfert de charges entre le pli fissuré et les plis adjacents qui s'opèrent aux niveaux des interfaces entre couches, aux voisinages des pointes de fissures (Garret [10]).

Lorsque les contraintes impliquées dans ce processus dépassent le seuil de plasticité ou la résistance au délaminage de l'interface, il apparait donc l'un de ces phénomènes. Conséquence, les contraintes permettant le transfert de charge sont en parties relaxées, ralentissant ainsi l'apparition de nouvelles fissures. Ce scénario permet d'ailleurs d'expliquer pourquoi certains empilements n'atteignent jamais cet état : dans ce processus de transfert de charge, les niveaux de contraintes peuvent être plus ou moins élevés suivant le type de séquence ; ainsi pour certains empilements, ces niveaux n'atteignent pas le seuil de plasticité ou la résistance au délaminage ; il n'y a donc pas de changement de régime dans la fissuration. Toutefois, en première approximation, le quasi-plateau est généralement considéré comme correspondre à la saturation. Bien évidemment, la cinétique de fissuration dépend de la nature des constituants du composite et du type d'empilement.

#### 1.7 Origine et amorçage des fissures (fissures courtes)

Le problème majeur pour le développement d'un modèle de prédiction de la durée de vie est liée à la définition de l'amorçage des fissures car les fissures en fatigue sont de deux types selon le matériau : les fissures courtes et les fissures longues. Les fissures courtes peuvent être classées en deux catégories :

• Les fissures courtes liées aux défauts préexistant dans le matériau comme la décohésion charge/matrice, les cavités...

Ce genre de fissures courtes est responsable de l'amorçage des fissures. Pendant la sollicitation, selon leurs positions dans le matériau, elles peuvent grandir et devenir des fissures longues.

• Les fissures courtes produites par une fissure longue ;

Ce genre de fissures existent toujours à côté d'une fissure longue et résultent de la propagation des fissures. Ces fissures courtes peuvent devenir des fissures importantes si elles coalescent avec les autres fissures ou si elles se forment/sont localisées dans une zone de concentration de contraintes.

Les fissures longues sont des fissures propagées dans le matériau sur une grande distance, à l'échelle du micron. Elles peuvent se former à cause de l'amorçage d'une discontinuité pendant la sollicitation en fatigue. Les fissures longues ont un rôle important pour la rupture du matériau. En général, elles apparaissent au début de la troisième zone c'est-à-dire la zone de propagation des fissures (Figure 2.10).Selon Ibrahim et Miller [11], la phase de propagation de fissure commence à partir du premier cycle et la phase d'amorçage des fissures à l'échelle microscopique n'existe pas.



Figure 1.10 : Allure typique d'un comportement en flexion alternée.

Sur cette courbe, on distingue les trois zones suivantes : La première zone est une zone de l'établissement d'un régime thermique associé à une diminution de la rigidité du matériau qu'on peut identifier à une diminution de la contrainte induite dans le matériau. En général le nombre de cycles dans cette zone est inférieur à 1000 cycles. La deuxième zone est la période d'amorçage des fissures (formation des défauts). Les expériences ont montré que les caractéristiques (par exemple le module d'élasticité) du matériau ne varient pas de façon sensible dans cette zone [12]. On peut donc identifier cette zone comme la zone de stabilisation de la contrainte induite. Pour les faibles déformations imposées, cette période peut être très longue ; plus de 80% de la durée de vie totale du matériau peut être définie par cette zone. Dans cette zone, les pré-sites s'accumulent dans des zones très localisées et ces pré-sites n'influencent le comportement du matériau qu'à partir d'une concentration critique [13].

#### <u>1.8 La propagation de la fissure</u>

La propagation de la rupture change suivant la nature de l'adhésion fibre matrice. Dans le cas d'un composite à fibres unidirectionnelles sollicité parallèlement aux fibres, on peut distinguer trois cas :

 Dans le cas d'une interface très faible, la fissuration matricielle est déviée à l'interface, la décohésion fibre- matrice s'étend sur une très grande distance. (Figure 1.11)



Figure 1.11 : Phénomène de propagation de la fissure

 Lors d'une interface ayant des propriétés intermédiaires, présentée par la Figure 1.12 la fissure au contact d'une fibre se dévie dans un plan perpendiculaire en provoquant un décollement de la matrice au niveau de l'interface ou une fissuration longitudinale de la matrice.



Figure 1.12 : Phénomène de propagation de la fissure (cas d'une bonne interface)

• Finalement dans le cas d'une interface très forte : Si l'adhérence entre fibres et matrice est très forte, on aura une propagation de la fissure initiée par rupture de fibres (Figure 1.13).



Figure 1.13 : Phénomène de propagation de la fissure (cas d'une très bonne interface).

#### 1.9 Problématique

Nous considérons un stratifié croisé symétrique de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni-axiale. La couche orientée à 90<sup>0</sup>, par rapport à l'axe de sollicitation, est endommagée par des fissures transverses. Le problème à résoudre en premier lieu est de calculer les variations longitudinales des contraintes de cisaillements en utilisant deux types d'approche : Approche analytique et Approche numérique par éléments finis simulé par code ABAQUS.

En deuxième lieu, l'étude d'un matériau composite à matrice organique dans différentes conditions de vieillissement et l'analyse des effets de la température et de l'humidité sur les propriétés du matériau.

Enfin, la dernière étape est l'analyse de l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant les modèles analytiques.

#### 1.10 Travaux effectués

Dans les matériaux composites à fibres longues soumis à un chargement monotone ou cyclique, la rupture finale du stratifié résulte du développement et de l'accumulation de plusieurs types d'endommagement. А l'échelle microscopique, les différents types d'endommagement observés se résument à des microfissures dans la matrice ou à l'interface des plis, décohésions fibre/matrice, arrachement des fibres ainsi des ruptures de fibres. A l'échelle que

macroscopique, les mécanismes d'endommagement rencontrés sont : la rupture de la matrice le long des fibres connue sous le nom de fissuration intralaminaire, décollement inter-plis appelé délaminage et la rupture des fibres qui représente le mode d'endommagement le plus dangereux puisqu'il apparaît tardivement et conduit à la ruine finale du matériau.

L'étude de chacun des mécanismes d'endommagement cités devient incontournable, sachant que tous les travaux expérimentaux menés durant les deux dernières décennies, montrent que le matériau composite est modifié progressivement. A un état d'endommagement donné, il peut avoir un comportement mécanique très différent de celui du matériau sain. Plusieurs approches analytiques et numériques ont été développées, afin de prévoir le comportement mécanique d'un composite endommagé et proposer une loi d'endommagement.

#### a) Approches utilisant la diffusion de cisaillement

En 1977, Reifsnider cité dans [14,15] fut le premier à développer une approche analytique qui modélise le transfert de charge entre les couches orientées à 90° et 0° dans un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. La philosophie consiste à décomposer la demi-épaisseur du stratifié en trois couches de rigidité différente: la couche longitudinale à 0°, la couche transverse à 90° et une couche fine riche en résine à L'interface  $0^{\circ}/90^{\circ}$ . L'auteur suppose ensuite que le transfert de charge se fait par diffusion de cisaillement dans la couche fine. L'épaisseur de la couche fine cisaillée est obtenue expérimentalement de façon indirecte [14,16]. À noter que cette approche est similaire à celle utilisée par Zweben cité par [14, 16], dans la modélisation de la résistance à la rupture des stratifiés contenant une entaille. Les contraintes normales obtenues par Reifsnider sont réparties de façon uniforme suivant l'épaisseur des couches. D'autres auteurs ont rajouté un degrés de raffinement en introduisant une évolution statistique des déformations à la rupture de la couche fissurée et/ou en donnant un champ de déplacement qui varient de façon linéaire ou parabolique suivant l'épaisseur.

Garrett et Bailey [10] utilisent le même type d'approche que [16] pour prédire l'amorçage et la multiplication des fissures transverses. Les contraintes normales sont calculées à partir de la déformation moyenne de la couche transverse. La perte de rigidité obtenue à l'état de saturation est en bon accord avec les résultats expérimentaux pour des couches transverses épaisses. Dans cette approche, le déplacement longitudinal varie de façon linéaire suivant l'épaisseur de la couche transverse.

Highsmith et Reifsnider [18] proposent un modèle permettant de traiter l'endommagement par fissuration transverse et fissuration longitudinale de stratifiés croisés, soumis à urne traction uniaxiale. Cette approche est basée sur la théorie de Pagano [19] en prenant comme hypothèse une variation linéaire des contrainte normales suivant l'épaisseur des couches. Ce modèle prévoit des valeurs significatives des contraintes interlaminaires à l'interface, à l'intersection des fissures transverses et longitudinales. Ce qui est en bon accord avec les observations des délaminages locaux au niveau du croisement des fissures intralaminaires.

#### b) Approches variationnelles

Rebière et al [21] développent un modèle bidimensionnel permettant d'analyser les effets de l'endommagement par fissuration transverse sur le comportement des stratifiés croisés. Cette approche est basée sur la construction d'un champ de contraints statiquement admissible, en utilisant des séries doubles de Fourier. Ceci, en partant au départ d'une distribution du cisaillement. Les coefficients des séries de Fourier sont déterminés par minimisation de l'énergie complémentaire. A noter que cette approche prend en compte la variation des contraintes normales suivant l'épaisseur des couches.

En 1985, Hashin [22] propose un modèle similaire à celui de vasil'ev et al, permettant de prédire l'influence des fissures transverses sur la dégradation du module longitudinale et du module de cisaillement longitudinal pour un stratifié croisé. L'auteur donne la borne inférieure du module longitudinal en fonction de la densité de fissures transverses. Les résultats obtenus pour le drapage [0/90<sub>3</sub>]<sub>s</sub>, en époxyde-fibres de verre coïncident avec les valeurs expérimentales données par [14]. Dans l'article [23], Hashin traite de façon analogue un stratifié endommagé par fissuration transverse et longitudinale. Le point fort de cette approche est la prise en compte de toutes les composantes du tenseur des contraintes. Le module longitudinal et le coefficient de Poisson sont exprimés en fonction des densités de fissures transverses et longitudinales, en considérant des variations uniformes des contraintes normales suivant l'épaisseur des couches.

#### c) <u>Méthodes numériques</u>

Berthelot et le Corre [24] développent un modèle bidimensionnel généralisé basé sur une approche déplacements d'un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. L'auteur proposent un champ de déplacements piloté suivant l'épaisseur des couches par une fonction arbitraire à déterminer. Ils montrent que les meilleurs résultats, comparativement à l'analyse par éléments finis [25], sont obtenus en introduisant un cisaillement progressif dans la couches orientée à 0°. Les résultats alors obtenus pour la répartition des contraintes sont en bon accord avec les résultats déduits par le calcul éléments finis [25], excepté la contrainte normale longitudinale qui vérifie les conditions aux limites en termes de valeurs moyennes ainsi que la contrainte de cisaillement entre les couches orientées à 0° et 90°, au voisinage immédiat des fissures transverses. ce modèle, associé à des distributions statistiques de contraintes a ensuite été appliqué à l'analyse de la progression de la fissuration transverse dans divers stratifiés [24].

A.S.D. Wang, Kishore et Li [26] proposent une modélisation 3D de calcul par éléments finis, permettant de prédire la cinétique d'endommagement des stratifiés croisés, en utilisant le taux de restitution d'énergie critique. Les auteurs étudient l'influence de l'épaisseur de la couche transverse et l'orientation des plis adjacents sur l'amorçage et la propagation des fissures transverses et du délaminage de bord pour des stratifiés de type  $[\theta/90_n]_s$ , en époxy de fibres de carbone. Ensuite, ils mettent en évidence l'influence de l'épaisseur de la couche transverse sur l'initiation des fissures transverses, longitudinales et du délaminage local au niveau de l'intersection des fissures intralaminaires, à l'interface 0°/90° des drapages  $[0_2/90_n]_s$ , (n=1,2, 4) en époxyde-fibres de carbone. Dans le domaine aéronautique le cas est d'autant important qu'illustratif. Les structures aéronautiques sont réalisées en grandes parties par des composites à matrice polymère, et elles évoluent dans des conditions d'environnement variables, en termes d'altitudes, de vitesses, de températures et d'humidité.

Benkeddad [27] a travaillé sur la prévision du comportement hygrothermique de structures soumises à des conditions de température et d'humidité. Un logiciel d'analyse des plaques stratifiées pour la détermination des contraintes et des déformations hygrothermiques transitoires à travers les plis a été conçu. La prise en compte des effets d'environnement sur les propriétés mécaniques n'a pas eu lieu.

Jedidi et Vautrin [28] ont contribué à la caractérisation au cyclage hygrothermique d'un matériau composite stratifié à fibre de carbone IM7 et résine polymère cytec fiberite 977-2, qui rentre dans la conception d'un élément de voilure destiné au futur avion supersonique. L'état de service du matériau a été caractérisé, suite aux cycles de vol supersonique et aux opérations de maintenance. Un outil simple de calcul permettant de prédire les gradients de concentration en humidité, ainsi que l'état mécanique interne a été développé, puis mis à profit afin de caractériser l'effet particulier de l'échauffement à 130°C, condition spécifique au vol supersonique, sur le matériau. Des cycles accélérés furent ensuite définis.

L'influence du vieillissement hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite endommagé par des fissurations a aussi fait l'objet de plusieurs études. Dans des circonstances variées, il s'avère que la présence d'eau diminue la durée de vie en endommagement de composites renforcés par fibres de verre ou fibres de carbone. L'importance des effets observés dépend ici aussi du type de matériau testé.

Suri, [29]. Obtient des cinétiques d'absorption d'eau différentes suivant le niveau d'endommagement. Une illustration est proposée sur la figure 1.14, où sont représentées les cinétiques d'absorption d'eau de matériaux ayant subi au préalable des niveaux de chargement différents, et par conséquent des niveaux d'endommagement, donnés par D (variation du module axial), différents également.

L'endommagement est identifié comme étant de la fissuration de la matrice et de l'interface fibre-matrice. Attention cependant au terme endommagement employé par l'auteur car il semble que les évolutions de propriétés mécaniques constatées soient réversibles après séchage, bien que des dégradations chimiques irréversibles se produisent. Il apparaît que la cinétique d'absorption est d'autant plus accélérée que l'endommagement mécanique est important. Les fissures créées mécaniquement permettent de conduire l'eau au sein du matériau plus rapidement, réduisant ainsi le temps nécessaire à la saturation. Il est proposé une approche macroscopique permettant la modélisation de l'absorption de matériau endommagé. Il s'agit simplement de considérer le matériau endommagé comme un matériau vierge équivalent, et de remplacer les caractéristiques du matériau par celles d'un matériau vierge ayant des caractéristiques de diffusion fonctions de l'endommagement.



Figure 1.14 : Cinétiques d'absorption d'eau pour différents niveaux d'endommagement (donnés par D<sub>zz</sub>) [29].

De plus, il est démontré que l'effet de la prise d'eau se manifeste par l'augmentation de la vitesse d'endommagement lors des essais de fatigue. L'auteur montre finalement par deux modélisations indépendantes que l'absorption d'eau d'un matériau endommagé et l'endommagement d'un matériau vieilli sont des phénomènes imbriqués. Le comportement global dépend aussi bien de la teneur en eau M qui est fonction de l'endommagement D que du niveau d'endommagement, qui est fonction de M. Il propose une relation du type  $Q = f[\dot{M}(D,M), \dot{D}(M,D)]$ , où Q traduit le comportement d'un matériau vieilli et endommagé. Cette approche est donc un bon exemple de la façon de traiter ce type de couplage entre baisses de propriétés mécaniques dues à l'humidité et/ou à l'endommagement par fissuration, car il prend en compte les mêmes phénomènes que ceux que l'on cherche à étudier dans notre étude.

Patel, [30], qui a comparé l'endommagement de composites carbone-époxy non vieilli et vieilli à 85%HR, montre même que l'évolution de la densité de fissures transversales, au cours de cycles de fatigue, est légèrement plus faible pour le matériau vieilli.

V.Lietard [31], examina les effets du vieillissement hygrothermique sur le processus de rupture du composite verre/époxy avec et sans chargement mécanique, les résultats montrent que l'eau absorbée par la résine, induit différents mode de rupture : rupture avec déchaussement des fibres, rupture par délaminage avec séparation des couches, rupture partielle en flexion avec délaminage et rupture franche.

Mercier [24] a traité le vieillissement en milieu humide et l'endommagement par fissuration, de matériaux composites à matrice organique (CMO). La diffusion d'eau dans le matériau (matrice époxy renforcée par des fibres de verre) a été tout d'abord analysée expérimentalement, par détermination des cinétiques d'absorption sous différentes conditions d'humidité. Des baisses de différentes propriétés mécaniques en fonction de la quantité d'eau absorbée, ont été mises en évidence et quantifiées lors d'essais expérimentaux de traction. Les mécanismes physiques à l'origine de ces modifications ont été identifiés. Un mode d'endommagement particulier, la fissuration intra laminaire, ainsi que son couplage avec l'humidité, ont aussi été étudiés expérimentalement. Des différences entre évolutions réversibles et irréversibles de propriétés ont été mises en évidence et analysées en détail.

Kim [33], considéra l'effet de température sur la propagation des fissures dans les polymères, puis examina l'effet de température et d'humidité sur un système graphite/epoxy Thornel 300/Namco 5208. L'expérience a été faite sur les trois stratifiés suivants :  $[02/\pm45]_{25}$ ,  $[90/\pm45]_{25}$ , et  $[0/\pm45/90]_{25}$ . Les résultats révélèrent que la rigidité à des essais humides à 260°F, est 40% plus faible à la même

température mais à sec, l'effet d'humidité et de température combiné, a une influence sur la dégradation de la rigidité dans les stratifiés.

#### 1.11 Définition du sujet

Le but principal de notre travail est d'analyser l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant deux modèles analytiques (modèle de diffusion de cisaillement et modèle variationnel).

La principale démarche de l'étude sera essentiellement la simulation numérique, par les codes MAPLE et ABAQUS. Plusieurs résultats sont obtenus par l'exploitation de ces codes.Afin d'enrichir l'interprétation des résultats.

L'originalité du travail réside dans le fais que les contraintes longitudinales et de cisaillement sont déterminées à partir d'un environnement variable, à travers le modèle de Tsai prenant en compte l'influence de la température et l'humidité à l'échelle fibre et matrice pour un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  fissuré et soumis à une traction uni axiale.
#### **CHAPITRE 2**

# MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE

#### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'étude de l'endommagement transversale des matériaux composites de type  $[\theta_m/90_n]_s$  à fibres longues et matrice organique, sollicités en traction uni-axiale. L'endommagement dans ce cas de figure correspond à la fissuration de la matrice dans la couche à 90<sup>0</sup> appelée fissuration transverse.

La modélisation de la fissuration transverse est proposée par un schéma appelé modèle de transfert du chargement par cisaillement, schéma qui est en fait l'application à la fissuration transverse de l'analyse de transfert de charge entre fibre et matrice. Ces analyses sont basées sur des hypothèses que le chargement mécanique est transféré entre les couches  $\theta^{\circ}$  et 90° par l'intermédiaire d'une couche fine situé à l'interface entre les couches. Afin de mieux comprendre le processus d'endommagement de ce type de stratifiés, nous proposons dans ce chapitre une modélisation de l'endommagement transversale de stratifiés croisés sollicités en traction uni-axiale avec une approche analytiques et une autre numérique.

#### 2.2 Modélisation analytique

#### 2.2.1 Présentation du problème

Nous considérons un stratifié croisé symétrique de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uniaxiale  $\sigma_c$  (Figure 2.1). La couche orientée à 90°, par rapport à l'axe de sollicitation, est endommagée partes fissures transverses suivant l'épaisseur de la couche à 90° et la largeur de la plaque. Nous considérons le cas où les fissures transverses sont de géométrie rectangulaire plane, réparties de façon uniforme. Les directions x et z sont choisies respectivement suivant la longueur, et l'épaisseur du stratifié.



Figure 2.1 : Stratifié croisé endommagé par fissuration transverse.

- N xx : Charge de traction appliquée sur stratifié dans direction x.
- $\sigma_{c}$ : Contrainte total appliqué sur stratifié dans direction x.
- 21 : Distance entre deux fissures transverses consécutives.
- 2t<sub>90</sub> : l'épaisseur de la couche à 90°.
- $t_{\theta}$ : l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$ .

# 2.2.2 Méthode de diffusion de cisaillement

La modélisation de la fissuration transverse est proposée par un schéma appelé modèle de transfert du chargement par cisaillement, schéma qui est en fait l'application à la fissuration transverse de l'analyse de transfert de charge entre fibre et matrice. Ces analyses sont basées sur des hypothèses que le chargement mécanique est transféré entre les couches  $\theta^{\circ}$  et 90° par l'intermédiaire d'une couche fine situé à l'interface entre les couches. Le modèle de transfert du chargement par cisaillement supposent que le déplacement longitudinal est constant à travers tout l'épaisseur des couches orientées à  $\theta^{\circ}$ . Ils conduisent à des contraintes de cisaillement transverse nulles. Cette hypothèse simplifie grandement les analyses, mais elle n'est pas très réaliste puisque les modules de cisaillement transverse des couches à  $\theta^{\circ}$  et 90° sont du même ordre de grandeur.

Le problème à résoudre est celui du problème d'élasticité du stratifié croisé fissuré. Comme tout problème d'élasticité, sa résolution exacte consiste à rechercher, dans la cellule élémentaire le champ des déplacements et le champ des contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacements, les conditions de compatibilité, les conditions de continuité aux frontières et les lois de comportement dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90°. L'approche déplacement recherche un champ de déplacement vérifiant l'ensemble de ces relations. [37]

# 2.2.2.1 Champs de déplacements

La géométrie de la cellule élémentaire est caractérisée par l'épaisseur  $2 \cdot t_{90}$  de la couche à 90°, l'épaisseur t<sub>0</sub> de la couche à  $\theta^{\circ}$  et la distance  $2 \cdot l$  entre deux fissures consécutives (Figure 2.2).



Figure 2.2 : fissuration transverse et cellule élémentaire

Ainsi nous avons exprimé les déplacements longitudinaux sous la forme [37]:

$$u_{\theta}(x,z) = \overline{u}_{\theta}(x) + f(z)A_{\theta}(x)$$
(2.1)

$$u_{90}(x,z) = \bar{u}_{90}(x) + (z^2 - \frac{t_{90}^2}{3})A_{90}(x)$$
(2.2)

Où  $\overline{u_{\theta}}(x)$  et  $\overline{u_{90}}(x)$  sont respectivement les valeurs moyennes (évaluées dans l'épaisseur des couches) des déplacements longitudinaux  $u_{\theta}(x,z)$  et  $u_{90}(x,z)$  dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90°. Soit :

$$\overline{u}_{\theta}(x,z) = \frac{1}{t_{\theta}} \int_{t_{90}}^{t_{90}+t_{\theta}} u_{\theta}(x,z) dz$$
(2.3)

$$\bar{u}_{90}(x,z) = \frac{1}{t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} u_{90}(x,z) \cdot dz , \qquad (2.4)$$

La relation (2.4) exprime la variation parabolique du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à 90°. La variation parabolique dans l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$  est considérée dans le cas d'une analyse parabolique complète [35] étendue aux deux couches.

Les fonctions  $\overline{u_{\theta}}(x)$ ,  $\overline{u_{90}}(x)$ ,  $A_{\theta}(x)$ ,  $A_{90}(x)$  et f(z) sont déterminées. La relation (2.4) est vérifiée par le choix (2.2) de  $u_{90}(x, z)$  alors que la relation (2.3) impose que la fonction f(z) vérifie la relation :

$$\int_{t_{90}}^{t_{\theta}+t_{90}} f(z) \cdot dz = 0$$
(2.5)

Ensuite, la condition de continuité sur les déplacements entre les couches à  $\theta$  ° et à 90° :

$$u_{\theta}(x,\pm t_{90}) = u_{90}(x,\pm t_{90}) \tag{2.6}$$

Impose la relation :

$$\bar{u}_{\theta}(x) + f(t_{90}) \cdot A_{\theta}(x) = \bar{u}_{90}(x) + \frac{2}{3} t_{90}^2 \cdot A_{90}(x)$$
(2.7)

#### 2.2.2.2 Contraintes de cisaillement

Les contraintes de cisaillement dans les deux couches sont données par :

$$\sigma_{xz}^{\theta} = G_{xz}^{\theta} \cdot \gamma_{xz}^{\theta}$$
(2.8)

Avec

$$\sigma_{xz}^{90} = G_{xz}^{90} \cdot \gamma_{xz}^{90}$$
(2.9)

$$\gamma_{xz}^{i} = \frac{\partial u_{i}}{\partial z} + \frac{\partial w_{i}}{\partial x} , \quad i = 0,90$$
 (2.10)

Où  $G_{xz}^{\theta}$  et  $G_{xz}^{90}$  sont les modules de cisaillement transverse respectivement des couches à  $\theta^{\circ}$  et 90°.

Le modèle néglige ensuite la variation suivant x du déplacement transverse  $w_i$  conduisant à :

$$\gamma_{xz}^{i} \approx \frac{\partial u_{i}}{\partial z}$$
(2.11)

Par conséquent, les contraintes de cisaillement s'expriment comme suit :

$$\sigma_{xz}^{\theta} = G_{xz}^{\theta} \cdot f'(z) \cdot A_{\theta}(x)$$
(2.12)

$$\sigma_{xz}^{90} = 2 \cdot z \cdot G_{xz}^{90} \cdot A_{90}(x) \tag{2.13}$$

Où

$$f'(z) = \frac{\partial f}{dz} \tag{2.14}$$

Les contraintes dans la cellule élémentaire doivent satisfaire les conditions aux frontières ainsi que les conditions de continuité et de symétrie [25]:

$$\sigma_{xz}^{90}(x,0) = 0 \tag{2.15}$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x,\pm t_{90}) = \sigma_{xz}^{\theta}(x,\pm t_{90})$$
(2.16)

$$\sigma_{zz}^{90}(x,\pm t_{90}) = \sigma_{zz}^{\theta}(x,\pm t_{90})$$
(2.17)

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x, t_{\theta} + t_{90}) = 0 \tag{2.18}$$

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x, t_{\theta} + t_{90}) = 0 \tag{2.19}$$

$$\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0 \tag{2.20}$$

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0 \tag{2.21}$$

Les conditions (2.18) sur la frontière latérale impose que [25] :

$$f'(t_{\theta} + t_{90}) = 0 \tag{2.22}$$

Et la condition de continuité (2.16) de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches à  $\theta^{\circ}$  et 90° conduit à :

$$A_{\theta}(x) = 2 \frac{G_{xz}^{90} t_{90}}{G_{xz}^{\theta} f'(t_{90})} A_{90}(x)$$
(2.23)

En combinant les équations (2.7) et (2.23) nous obtenons l'expression des déplacements moyens :

$$\overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x) = \left[\frac{2}{3}t_{90}^2 - 2\frac{G_{xz}^{90}t_{90}f(t_{90})}{G_{xz}^{\theta}f'(t_{90})}\right]A_{90}(x)$$
(2.24)

La contrainte de cisaillement  $\tau(x)$  à l'interface entre les couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90° est :

$$\tau(x) = \sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) \tag{2.25}$$

$$\tau(x) = 2G_{xz}^{90} t_{90} \cdot A_{90}(x) \tag{2.26}$$

En introduisant (2.24) dans (2.26) nous obtenons finalement la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90°.

$$\tau(x) = \frac{3G}{t_{90}} \left[ \overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x) \right]$$
(2.27)

Où G est le paramètre de cisaillement défini de la manière suivante :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3\frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \frac{f(t_{90})}{t_{90}f'(t_{90})}}$$
(2.28)

Nous observons que le paramètre de cisaillement dépend de la variation du déplacement longitudinal dans l'épaisseur des couches à  $\theta^{\circ}$ .

# 2.2.2.3 Détermination des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface

L'équilibre des forces longitudinales exercées sur un élément de la couche à 90° (figure 2.3) conduit à la relation [25] :

$$\frac{d\bar{\sigma}_{xx}^{90}}{dx} = -\frac{1}{t_{90}}\tau(x)$$
(2.29)

En introduisant la contrainte moyenne longitudinale dans la couche à 90° définie par :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) = \frac{1}{2t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \sigma_{xx}^{90}(x, z) dz$$
(2.30)

Les contraintes longitudinales moyennes dans les couches à 90° et à  $\theta$ ° sont reliées à la contrainte longitudinale moyenne  $\sigma_c$  appliquée au stratifié par :

$$\alpha \overline{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) + \overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) = (1 + \alpha) \cdot \sigma_{c}$$
(2.31)

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de la couche à  $\theta^{\circ}$  et de la couche à  $90^{\circ}$  :

$$\alpha = \frac{t_{\theta}}{t_{90}} \tag{2.32}$$



Figure 2.3 Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.

Enfin, le modèle fait l'hypothèse que les contraintes moyennes dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et 90° sont liées aux déformations moyennes par les relations :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{\theta} = E_{\theta} \cdot \overline{\varepsilon}_{xx}^{\theta} \quad \text{avec} \quad \overline{\varepsilon}_{xx}^{\theta} = \frac{du_{\theta}}{dx}$$
(2.33)

$$\overline{\sigma}_{xx}^{90} = E_{90} \cdot \overline{\varepsilon}_{xx}^{90} \quad \text{avec} \quad \overline{\varepsilon}_{xx}^{-90} = \frac{du_{90}}{dx}$$
(2.34)

Où  $E_{\theta}$  et  $E_{90}$  sont les modules d'Young respectivement des couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90°.

En dérivant par rapport à x la relation (2.27) nous obtenons :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{d\bar{u}_{\theta}}{dx} - \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \right]$$
(2.35)

En tenant compte des expressions (2.29),(2.33) et (2.34), la relation précédente devient :

$$\frac{d^2 \overline{\sigma}_{xx}^{90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{\overline{\sigma}_{xx}^{\theta}}{E_{\theta}} - \frac{\overline{\sigma}_{yx}^{90}}{E_{90}} \right]$$
(2.36)

Puis, en utilisant (3.31), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \overline{\sigma}_{xx}^{90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}^2} \left( \frac{1+\alpha}{\alpha \cdot E_{\theta}} \sigma_c - \frac{\alpha \cdot E_{90} + E_{90}}{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}} \overline{\sigma}_{xx}^{-90} \right)$$
(2.37)

$$\frac{d^{2}\overline{\sigma_{xx}}^{90}}{dx^{2}} = \frac{3G(t_{\theta} + t_{90})}{t_{90}^{2}t_{\theta} \cdot E_{\theta} \cdot E_{90}} \left(\frac{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}}{1 + \alpha}\overline{\sigma_{xx}}^{90} - E_{90} \cdot \sigma_{c}\right)$$
(2.38)

En introduisant le modèle longitudinal du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_{x}^{0} = \frac{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}}{1 + \alpha}$$
(2.39)

La relation (2.38) peut finalement s'écrire sous la forme réduite :

$$\frac{d^2 \overline{\sigma}_{xx}^{90}}{dx^2} - \lambda^2 \overline{\sigma}_{xx}^{90} = -\frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \cdot \lambda^2$$
(2.40)

$$\lambda^{2} = \frac{3G(t_{\theta} + t_{90})E_{x}^{0}}{t_{90}^{2}t_{\theta}E_{\theta}E_{90}}$$
(2.41)

La solution de l'équation différentielle (2.40) est de la forme :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) = A \cosh \lambda x + B \sinh \lambda x + \frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c$$
(2.42)

La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches s'écrit d'après (2.29) :

$$\tau(x) = -t_{90}\lambda(A\sinh\lambda x + B\cosh\lambda x)$$
(2.43)

Les constantes A et B sont déterminées de manière à vérifier les conditions suivantes :

- les surfaces des fissures ne supportent aucune contrainte longitudinale :

$$\sigma_{xx}^{-90}(l) = 0$$
 (2.44)

- la condition de symétrie de la contrainte de cisaillement inter laminaire :

$$\tau(0) = 0 \tag{2.45}$$

Ces conditions conduisent ainsi aux expressions de la contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 90° et de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{90} = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right)$$
(2.46)

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a}$$
(2.47)

La contrainte longitudinale moyenne dans la couche à  $\theta^{\circ}$  est ensuite déduite de la relation (2.31) :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{\theta} = \sigma_c \frac{E_{\theta}}{E_x^0} \left( 1 + \frac{t_{90}E_{90}}{t_{\theta}E_{\theta}} \frac{\cosh\eta a \frac{x}{l}}{\cosh\eta a} \right)$$
(2.48)

Les expressions (2.46),(2.47) et (2.48) introduisent le rapport géométrique de fissuration :

$$a = \frac{l}{t_{90}}$$
(2.49)

Et le paramètre de transfert de charge :

$$\eta^{2} = \lambda^{2} t_{90}^{2} = 3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{GE_{x}^{0}}{E_{\theta} E_{90}}$$
(2.50)

### 2.2.2.4 Détermination du champ des déplacements et du champ des contraintes

La comparaison des équations (2.26) et (2.47) nous permet de trouver l'expression de la fonction  $A_{90}(x)$ :

$$A_{90}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90} t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a}$$
(2.51)

Puis la relation (3.23) nous donne la fonction  $A_{\theta}(x)$ 

$$A_{\theta}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{G_{xz}^{\theta} f'(t_{90})} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a}$$
(2.52)

En reportant ces expressions dans les expressions (2.1) et (2.2) puis (2.12) et (2.13) nous obtenons les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement transverse dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90° :

$$u_{\theta}(x,z) = \overline{u}_{\theta}(x) + \sigma_{c} \frac{E_{90}}{E_{x}^{0}} \frac{1}{G_{xz}^{\theta} f'(t_{90})} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} f(z)$$

$$(2.53)$$

$$u_{90}(x,z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90}t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} (z^2 - \frac{t_{90}^2}{3})$$
(2.54)

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f'(z)}{f'(t_{90})}$$
(2.55)

$$\sigma_{xz}^{90}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}}$$
(2.56)

Les contraintes longitudinales dans les couches à  $\theta^{\circ}$  peuvent être ensuite évaluées à partir de la relation contrainte-déformation

$$\sigma_{xx}^{i}(x,z) = E_{i} \frac{\partial u_{i}}{\partial x} \qquad i = 0,90$$
(2.57)

Ce qui nous donne :

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) + \sigma_{c} \frac{E_{\theta}E_{90}}{E_{x}^{0}G_{xz}^{\theta}} \frac{1}{t_{90}f'(t_{90})} \eta^{2} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} f(z)$$
(2.58)

$$\sigma_{xx}^{90}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} (\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3})$$
(2.59)

Enfin, les contraintes normales transverses  $\sigma_{zz}^{i}(x, z)$  peuvent être déduites des équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{i}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{i}}{\partial z} = 0 \qquad \qquad i = 0,90 \qquad (2.60)$$

Soit :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{\theta}}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{\eta^2 a}{l} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f'(z)}{f'(t_{90})}$$
(2.61)

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{90}}{\partial z} = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{\eta^2 a}{l} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}}$$
(2.62)

En intégrant ces expressions et en considérant les conditions aux limites et à l'interface données par les relations (2.17) et (2.19) nous obtenons [25] :

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x,z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{f(t_{90}) - f(t_{\theta} - t_{90})}{t_{90} f'(t_{90})}$$
(2.63)

$$\sigma_{zz}^{90}(x,z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{z^2}{2t_{90}^2} - \frac{1}{2} + \frac{f(t_{90}) - f(t_\theta - t_{90})}{t_{90}f(t_{90})} \right)$$
(2.64)

# 2.2.2.5 Estimation du déplacement longitudinal dans les couches à $\theta^{\circ}$

L'analyse parabolique complète fait l'hypothèse d'une variation parabolique du déplacement longitudinal à travers l'épaisseur de la couche à 90° et à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$ , alors que les analyses initiales telle l'analyse de STEIF [20] considère un déplacement longitudinal parabolique à travers l'épaisseur de la couche à 90° et constant à

travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$ . Dans le cas d'une analyse parabolique complète, la fonction f(z) est écrite sous la forme [25-37] :

$$f(z) = z^2 + Bz + C (2.65)$$

En tenant compte des conditions (2.5) et (2.22), la fonction f(z) s'écrit de la façon suivante :

$$f(z) = z^{2} - 2(t_{\theta} + t_{90})z + \frac{2}{3}t_{\theta}^{2} + 2t_{\theta}t_{90} + t_{90}^{2}$$
(2.66)

Le paramètre de cisaillement (2.28) est alors donné par :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}}$$
(2.67)

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de couches, introduit en (2.32).

L'introduction des expressions précédentes dans les relations (2.53) à (2.64), conduit aux expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes :

$$u_{\theta}(x,z) = \bar{u}_{\theta}(x) - \sigma_{c} \frac{E_{90}}{E_{x}^{0}} \frac{1}{2G_{xz}^{\theta}t_{\theta}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^{2} - 2(t_{\theta} + t_{90})z + \frac{2}{3}t_{\theta}^{2} + 2t_{\theta}t_{90} + t_{90}^{2} \right)$$
(2.68)

$$u_{90}(x,z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90}t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} (z^2 - \frac{t_{90}^2}{3})$$
(2.69)

$$\overline{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) = \sigma_c \frac{E_{\theta}}{E_x^{0}} \left( 1 + \frac{t_{90}E_{90}}{t_{\theta}E_{\theta}} \frac{\cosh\eta a \frac{x}{l}}{\cosh\eta a} \right)$$
(2.70)

$$\overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right)$$
(2.71)

$$\sigma_{90} = \sigma_c \, \frac{E_{90}}{E_x^0} \tag{2.72}$$

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) - \sigma_{c} \frac{E_{\theta}E_{90}}{E_{x}^{0}G_{xz}^{\theta}} \frac{1}{2t_{\theta}t_{90}} \eta^{2} \frac{\cosh\eta a \frac{x}{l}}{\cosh\eta a} \left( z^{2} - 2(t_{\theta} + t_{90})z + \frac{2}{3}t_{\theta}^{2} + 2t_{\theta}t_{90} + t_{90}^{2} \right)$$
(2.73)

$$\sigma_{xx}^{90}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} (\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3})$$
(2.74)

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{2z - 2(t_{\theta} + t_{90})}{2t_{\theta}} \right)$$
(2.75)

$$\sigma_{xz}^{90}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}}$$
(2.76)

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh(\frac{x}{l}\eta a)}{\cosh\eta a}$$
(2.77)

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{t_{\theta}^2}{2t_{\theta} t_{90}}$$
(2.78)

$$\sigma_{zz}^{90}(x,z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{z^2 - t_\theta t_{90} - t_{90}^2}{2t_{90}^2} \right)$$
(2.79)

Le développement de l'analyse généralisée introduit seulement deux conditions (2.5) et (2.22) que doit satisfaire la fonction f(z). Ensuit le choix de cette fonction, doit être tel, que la fonction décrive au mieux le comportement réel du stratifié.

La fonction f(z) qui décrit au mieux le comportement est sous la forme [37] :

$$f(z) = A - \cosh \beta (t_{\theta} + t_{90} - z)$$
(2.80)

Où A et  $\beta$  sont des coefficients à déterminer. Cette fonction satisfait la condition (2.22).

Ensuite la condition (2.5) impose :

$$A = \frac{\sinh\beta t_{\theta}}{\beta t_{\theta}}$$
(2.81)

Et la fonction f(z) s'écrit :

$$f(z) = \frac{\sinh \alpha \eta_t}{\alpha \eta_t} - \cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)$$
(2.82)

Avec  $\eta_t$ 

$$\eta_t = \beta \cdot t_{90} \tag{2.83}$$

Le paramètre  $\eta_t$  apparaît comme paramètre de transfert du chargement mécanique à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta$  ° [38]. En tenant compte des considérations précédentes (effets des paramètres  $E_{\theta}$ ,  $G_{xz}^{\theta}$  et *a*), différentes expressions de  $\eta_t$  ont été considérées. Les meilleurs résultats ont été obtenus en prenant :

$$\eta_t = \frac{E_\theta}{G_{xz}^\theta} \frac{1}{a} \tag{2.84}$$

Les choix de f(z) et du paramètre  $\eta_t$  sont associés à une compréhension inspirée du phénomène de transfert mis en jeu [38].

Comme précédemment dans le cas de la variation parabolique, les expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes sont obtenues à partir des expressions (2.53) à (2.64) nous obtenons :

$$u_{\theta}(x,z) = \overline{u}_{\theta}(x) + \sigma_{c} \frac{E_{90}t_{90}}{E_{x}^{0}G_{xz}^{\theta}\eta_{t}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{1}{\alpha \eta_{t}} - \frac{\cosh \eta_{t} \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}}\right)}{\sinh \alpha \eta_{t}} \right)$$
(2.85)

$$u_{90}(x,z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \frac{1}{2G_{xz}^{90}t_{90}} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} (z^2 - \frac{t_{90}^2}{3})$$
(2.86)

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{2z - 2(t_{\theta} + t_{90})}{2t_{\theta}} \right)$$
(2.87)

$$\sigma_{xz}^{90}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{z}{t_{90}}$$
(2.88)

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) + \sigma_{c} \frac{E_{\theta}E_{90}}{E_{x}^{0}G_{xz}^{\theta}\eta_{t}} \eta^{2} \frac{\cosh\eta a \frac{x}{l}}{\cosh\eta a} \left(\frac{1}{\alpha\eta_{t}} - \frac{\cosh\eta_{t}\left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}}\right)}{\sinh\alpha\eta_{t}}\right)$$
(2.89)

$$\sigma_{xx}^{90}(x,z) = \overline{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_c \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 G_{xz}^{90}} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left(\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3}\right)$$
(2.90)

$$\tau(x) = -\sigma_c \frac{1}{a} \frac{\partial \left(\sigma_{xx}^{-90}(x)\right)}{\partial x}$$
(2.91)

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x,z) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \frac{1 - \cosh \eta_t \alpha}{\eta_t \sinh \eta_t \alpha}$$
(2.92)

$$\sigma_{zz}^{90}(x,z) = -\sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta^2 \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{z^2}{2t_{90}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1 + \cos ha \eta_t}{\sinh a \eta_t} \right)$$
(2.93)

# 2.2.2.7 Calcul de la fonction de perturbation de contrainte

Le model développé par Berthelot [25] sera modifié. En introduisant la fonction de perturbation de contrainte:

$$R(a) = \int_{-a}^{+a} \frac{\cosh(\bar{\xi}x)}{\cosh(\bar{\xi}a)} d\bar{x} = \frac{2}{\xi} \tanh(\bar{\xi}a)$$
(2.94)

$$\xi^{2} = \bar{G} \frac{t_{90}(t_{90}E_{90} + t_{\theta}E_{\theta})}{t_{\theta}E_{90}E_{\theta}}$$
(2.95)

Le coefficient  $\overline{G}$  dépend de l'hypothèse utilisée pour la couche cisaillée et la distribution des contraintes de cisaillement, pour le cas d'une variation parabolique on a :

$$\overline{G} = \frac{3G}{t_{90}} \tag{2.96}$$

La diffusion de cisaillement pour une cellule élémentaire est :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3\frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \frac{f(t_{90})}{t_{90}f'(t_{90})}}$$
(2.97)

En remplaçons la fonction (2.66) dans (2.97) on aura la diffusion de cisaillement pour le modèle parabolique :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}}$$
(2.98)

On utilise la fonction f(z) formule (2.82) pour le cas progressif, on aura la formule finale pour G :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1+3\alpha \frac{\alpha \eta_t (\tanh \alpha \eta_t)^{-1} - 1}{\alpha \eta_t^2} \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}}$$
(2.99)

#### 2.2.3 Modèle d'HASHIN

#### 2.2.3.1 Introduction

En 1985, Hashin [22] a développé un approche variationnel pour traiter un problème de la réduction de propriétés élastique des stratifiés. Ce modèle est basé sur la construction d'un champ de contraintes statiquement admissible. Nous avons affiné la répartition du champ de contraintes. Pour cela, nous avons fait varier certaines contraintes normales suivant l'épaisseur du stratifié.

La résolution du problème est liée à la détermination de trois fonctions inconnues. Ces fonctions caractérisent les perturbations provoquées par la fissuration transversale. Elles sont déterminées en utilisant le principe du minimum de l'énergie complémentaire. Le choix de cette approche contrainte est dû à deux raisons essentielles : La prise en compte de toutes les composantes du tenseur de contraintes et la vérification des conditions aux limites au niveau des plans de fissures.

#### 2.2.3.2 Cellule de base

Soit un stratifié  $[\theta_m, 90_n]_s$  sollicité en traction (figure 2.4) dans la direction (x). Ce chargement provoque l'apparition de fissures dans la couche à 90°. On suppose que ces fissures s'étendent dans toute la largeur de la couche (suivant la direction y).



Figure 2.4 : stratifié  $[\theta_m, 90_n]_s$ .

Pour modéliser ce cas de figure, on prend une cellule de base représentative d'un certain volume du matériau endommagé dont l'état est supposé périodique dans la direction (x) (figure 2.5). Cet élément est limité par deux fissures traversant toute la largeur de la couche à 90° et  $\theta^{\circ}$  [22].

La géométrie de cellule de base est caractérisée par les dimensions suivantes :

- t<sub>90</sub> : demi-épaisseur de la couche à 90°.
- $t_{\theta}$ : épaisseur de chaque couche à  $\theta^{\circ}$ .
- h : demi épaisseur du stratifié.
- 1 : demi épaisseur entre les fissures.



Figure 2.5 : Cellule de base

# 2.2.3.3 Champ de contraintes statiquement admissible

Par hypothèse, les contraintes normales  $\sigma_{xx}$  dans la direction (x), elle même normale à la surface fissurée sont constantes suivant l'épaisseur (z) et suivant la largeur (y) dans les couches à 90° et  $\theta^{\circ}$  respectivement. Elles sont de la forme [22] :

$$\sigma_{xx}^{90} = \sigma_{90}(1 - \phi_1(x)) \tag{2.100}$$

$$\sigma_{xx}^{\theta} = \sigma_{\theta}(1 - \phi_2(x)) \tag{2.101}$$

Où  $\sigma_{90}$ , est la contrainte appliquée sur la couche à 90°, calculée par la théorie des plaques stratifiées pour le matériau sain.  $\frac{\sigma_{90}}{\sigma_c} = \frac{E_{90}}{E_x^0}$ 

 $\sigma_{\theta}$ , est la contrainte appliquée sur la couche à  $\theta^{\circ}$ , calculée par la théorie des plaques stratifiées pour le matériau sain.  $\frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_c} = \frac{E_{\theta}}{E_x^{\circ}}$ 

 $\phi_1, \phi_2$  sont des fonctions inconnues.

Un champ de contraintes vérifiant les équations d'équilibre [22] :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(n)}}{\partial z} = 0$$
(2.102)

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^{(n)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(n)}}{\partial z} = 0$$
(2.103)

Avec  $n = \theta$ ,90 le champs est de la forme :

$$\sigma_{xz}^{90} = \sigma_{90}(\phi_1'(x)z + f_1(x)) \tag{2.104}$$

$$\sigma_{zz}^{90} = -\sigma_{90}(\frac{1}{2}\phi_1'(x)z^2 + f_1'(x)z + g_1(x))$$
(2.105)

$$\sigma_{xz}^{\theta} = \sigma_{\theta}(\phi_{2}(x)z + f_{2}(x))$$
(2.106)

$$\sigma_{zz}^{\theta} = -\sigma_{\theta}(\frac{1}{2}\phi_{z}^{''}(x)z^{2} + f_{z}^{'}(x)z + g_{z}(x))$$
(2.107)

Où  $f_n(x)$  et  $g_n(x)$  sont des fonctions inconnues et (') désigne une dérivée par rapport à x.

Les conditions aux limites sont [22]:

- $\sigma_{xx}^{90}(x,0) = 0$  en raison de la symétrie (2.108)
- $\sigma_{x_{z}}^{90}(x, t_{90}) = 0$  en raison de la continuité à l'interface (2.109)
- $\sigma_{xz}^{\theta}(x,h) = 0$  en raison de la condition de surface extérieure libre (2.110)

$$\sigma_{zz}^{90}(x,t_{90}) = \sigma_{zz}^{\theta}(x,t_{90}) \qquad \text{en raison de la continuité à l'interface}$$
(2.111)

$$\sigma_{zz}^{o}(x,h) = 0$$
 en raison de la condition de surface extérieure libre (2.112)

 $\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0$  en raison de la condition de surface extérieure libre (2.113)

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0$$
 en raison de la condition de surface extérieure libre (2.114)

On pose maintenant :

$$\phi_1(x) = \phi(x)$$
 (2.115)

Et on exprime  $\phi_2(x)$  en fonction de  $\phi(x)$  grâce à la relation d'équilibre globale du stratifié :

$$\sigma_{\theta} t_{\theta} \phi_1(x) + \sigma_{90} t_{90} \phi_2(x) = 0 \tag{2.116}$$

Les conditions aux limites (2.108),(2.109), (2.110), (2.111), (2.112), (2.113), (2.114) permettent de déterminer les fonctions  $f_n(x)$  et  $g_n(x)$ . Les contraintes sont alors de la forme :

$$\sigma_{xx}^{90} = -\sigma_{90}\phi(x)$$
 (2.117)

$$\sigma_{xz}^{90} = \sigma_{90}\phi'(x)z \tag{2.118}$$

$$\sigma_{zz}^{90} = \sigma_{90}\phi''(x)\frac{1}{2}(ht_{90} - z^2)$$
(2.119)

$$\sigma_{xx}^{\theta} = \sigma_{90} \left( \frac{t_{90}}{t_{\theta}} \right) \phi(x)$$
(2.120)

$$\sigma_{xz}^{\theta} = \sigma_{90} \left( \frac{t_{90}}{t_{\theta}} \right) \phi'(x) \left( h - z \right)$$
(2.121)

$$\sigma_{zz}^{\theta} = \sigma_{90} \left( \frac{t_{90}}{t_{\theta}} \right) \phi^{"}(x) \frac{1}{2} \left( h - z \right)^{2}$$

$$(2.122)$$

Pour satisfaire les conditions aux limites (2.113) et (2.114) compte tenu des expressions (2.117), (2.118), (2.119) on doit avoir :

$$\phi(\pm l) = 1$$
  $\phi'(\pm l) = 0$   $0 \le |z| \le t_{90}$  (2.123)

Les formules (2.117), (2.118), (2.119), (2.120), (2.121), (2.122) constituent l'expression d'un champ de contraintes statiquement admissible dépendant d'une fonction inconnue  $\phi(x)$  devant satisfaire les conditions aux limites (2.124).

# 2.2.3.4 Utilisation du principe de l'énergie Complémentaire Minimum

Pour obtenir l'expression de  $\phi$  qui conduit à la meilleure approximation de la solution, on utilise le principe de l'énergie complémentaire minimale sous forme [22] :

$$u_c = \frac{1}{2} \int_{V} S_{IJKL} \sigma_{IJ} \sigma_{KL} dV \qquad (2.124)$$

Où,

V est le volume de cellule de base.

S<sub>IJKL</sub> sont les souplesses locales.

 $\sigma_{II}$  est le champ de contraintes statiquement admissible.

On peut monter que l'on a :

$$\bar{u}_c = u_c^{\theta} + u_c^{\dagger} \tag{2.125}$$

Où :

$$u_{c}^{\theta} = \frac{1}{2} \int_{V} S_{IJKL} \sigma_{IJ}^{\theta} \sigma_{KL}^{\theta} dV$$
(2.126)

$$u_{c}^{'} = \frac{1}{2} \int_{V} S_{IJKL} \sigma_{IJ}^{'} \sigma_{KL}^{'} dV \qquad (2.127)$$

$$\sigma_{IJ} = \sigma_{IJ} - \sigma_{IJ}^{\theta} \tag{2.128}$$

Où  $\sigma_{\rm U}$  sont les contraintes totales.

 $\sigma_{II}^{\theta}$  sont les contraintes du milieu sain.

On peut écrire :

$$u_{c} = 2 \int_{-l}^{+l} \int_{0}^{t_{00}} w_{1} dz dx + 2 \int_{-l}^{+l} \int_{0}^{h} w_{2} dz dx$$
(2.129)

Où  $w_1$  et  $w_2$  sont les densités volumiques de déformation des deux sortes de couches qui sont données par :

$$2w^{90} = \frac{(\sigma_{xx}^{90})^2}{E_{90}} - \frac{2\nu_{90}}{E_{90}}\sigma_{xx}^{90}\sigma_{zz}^{90} + \frac{(\sigma_{zz}^{90})^2}{E_{90}} + \frac{(\sigma_{yz}^{90})^2}{G_{90}}$$
(2.130)

$$2w^{\theta} = \frac{(\sigma_{xx}^{\theta})^2}{E_{\theta}} - \frac{2\nu_{\theta}}{E_{\theta}}\sigma_{xx}^{\theta}\sigma_{zz}^{\theta} + \frac{(\sigma_{zz}^{\theta})^2}{E_{\theta}} + \frac{(\sigma_{xz}^{\theta})^2}{G_{\theta}}$$
(2.131)



Figure 2.6 : Pli unidirectionnel

En portant les expressions (2.130) et (2.131) dans (2.129) et en posant  $x = \xi \cdot t_{90}$ , On obtient :

$$u_{c}^{'} = \frac{1}{2}\sigma_{90}^{2}t_{90}^{2}\int_{-a}^{+a} \left(C_{00}\phi^{2} + C_{02}\phi\frac{d^{2}\phi}{d\xi^{2}} + C_{22}\phi\left(\frac{d^{2}\phi}{d\xi^{2}}\right)^{2} + C_{11}\left(\frac{d\phi}{d\xi}\right)^{2}\right)d\xi \qquad (2.132)$$

Où,

$$C_{00} = \frac{1}{E_{90}} + \frac{1}{\alpha E_{\theta}}$$
(2.133)

$$C_{02} = \frac{\nu_{90}}{E_{90}} \left( \alpha + \frac{2}{3} \right) - \frac{\alpha \nu_{\theta}}{3E_{\theta}}$$
(2.134)

$$C_{22} = \frac{1}{60E_{90}} (\alpha + 1) (3\alpha^2 + 12\alpha + 8)$$
 (2.135)

$$C_{11} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{G_{90}} + \frac{\alpha}{G_{\theta}} \right)$$
(2.136)

$$\alpha = \frac{t_{\theta}}{t_{90}} \tag{2.137}$$

$$a = \frac{l}{t_{90}}$$
(2.138)

*a* est proportionnel à l'inverse de la densité de fissure.

La fonction  $\phi$  qui assure le minimum de  $u_c^{'}$  est telle que :

$$\frac{d^4\phi}{d\xi^4} + p\frac{d\phi^2}{d\xi^2} + q\phi = 0$$
(2.139)

Où,

$$p = \frac{C_{02} - C_{11}}{C_{22}} \qquad q = \frac{C_{00}}{C_{22}} \tag{2.140}$$

La solution qui nous intéresse est de la forme :

$$\phi = A_1 ch\alpha\xi\cos\beta\xi + A_2 sh\alpha\xi\sin\beta\xi \qquad (2.141)$$

Avec, compte tenu de (2.126)

$$A_{1} = \frac{2(\alpha \cdot ch\alpha a \cdot \sin\beta a + \beta \cdot sh\alpha a \cdot \cos\beta a)}{\alpha \cdot \sin 2\beta a + \beta \cdot sh2\alpha a}$$
(2.142)

$$A_{2} = \frac{2(\beta \cdot ch\alpha a \cdot \sin\beta a - \alpha \cdot sh\alpha a \cdot \cos\beta a)}{\alpha \cdot \sin 2\beta a + \beta \cdot sh2\alpha a}$$
(2.143)

$$\alpha = q^{\frac{1}{4}} \cos \theta / 2 \qquad \beta = q^{\frac{1}{4}} \sin \theta / 2 \qquad \theta = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{4q}{p^2} - 1} \qquad (2.144)$$

En supposant que  $4q > p^2$ .

Le champ de contraintes peut alors être complètement explicité par [22] :

$$\frac{\sigma_{xx}^{90}}{\sigma_c} = \frac{E^{90}}{E_x^0} \left( 1 - \phi_1(x) \right)$$
(2.145)

$$\frac{\sigma_{xx}^{\theta}}{\sigma_c} = \frac{E^{\theta}}{E_x^0} \left( 1 + \frac{E_{90}}{E_{\theta}} \cdot \frac{1}{a} \cdot \phi_1(x) \right)$$
(2.146)

$$\frac{\sigma_{xx}^{-90}}{\sigma_c} = \frac{E_x^0}{2t_{90}E_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \frac{\sigma_{xx}^{90}}{\sigma_c} dz$$
(2.147)

$$\tau(x) = -\sigma_c \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\sigma_{xx}^{-90}}{\sigma_c} \right)$$
(2.148)

En multipliant l'expression (2.141) par  $\left(\frac{l}{l}\right)$  on obtient :

$$\phi = A_1 ch\alpha a \frac{x}{l} \cdot \cos\beta a \frac{x}{l} + A_2 sh\alpha a \frac{x}{l} \cdot \sin\beta$$
(2.149)

#### 2.3 Analyse par éléments finis

#### 2.3.1 Présentation du problème

Dans cette partie, nous présentons une analyse par éléments finis 2D. Nous avons réalisés une étude sur le comportement mécanique d'un stratifié croisé de type  $[\theta_m / 90_n]_s$  endommagé par des fissures transverses.

Nous considérons une éprouvette d'un stratifié  $[\theta_m / 90_n]_S$  soumise à une traction uniaxiale, endommagé par des fissures transverses.

#### 2.3.2 Modélisation

Pour mener notre étude par simulation numérique, on a utilisé le code numérique « ABAQUS », qui est l'un des codes de calcul , basé sur la méthode d'éléments finis, parmi les plus utilisés dans le monde.

La modélisation par éléments finis du matériau composite fissure, consiste en un empilement de 4 plis alternés  $[\theta_m, 90_n]_s$  de couches le composite carbone époxy de AS4-3502 pour différentes valeurs des rapports géométriques de fissurations « a » et rapports d'épaisseur des couches «  $\alpha$  ».

On utilise quart de structure (Figure 2.7) pour faciliter les calculs [47] (Diminuer le nombre des nœuds après le maillage), et pour aussi réduire les pourcentages d'erreur

de calcul même aussi pour créer les modèles de fissure semi-elliptiques aux structures étudiées sans aucun problème. La prise en compte de l'hypothèse de l'uniformité des contraintes normales suivant l'épaisseur des couches fissurées s'impose. Dans le cas contraire, nous serons dans l'impossibilité de vérifier les conditions aux limites au niveau des plans de fissures transverses.



Figure 2.7 : Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse.

#### 2.3.3 Conditions aux limites

On fixe la plaque composite en deux directions « OX, OZ » ; par l'élimination de mouvement de la plaque étudiée ,nous avons considéré le cas d'un test de traction et nous expliquons cette opération [47] par les figures 2.8 suivantes :

- ✓ Déplacement longitudinale u = 0 au niveau d'axe ox.
- ✓ Déplacement transverse v=0 au niveau d'axe oz.
- $\checkmark$  Application de la force de traction dans la direction ox.
- ✓ Le fissurée représentent de bords libre.



Figure 2.8 : L'élimination de mouvements aux niveaux des directions « OX, OZ » et sollicitée en force de traction.

# 2.3.4 Le maillage

La plaque composite stratifié est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les sommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures.

Pour obtenir des résultats fiables, on procède à maillage affiné à proximité des plans de fissures transverses, au voisinage de l'interface des couches [25]. La densité du maillage est fonction rapport des épaisseurs des couches à  $\theta^{\circ}$  et à 90° et de l'état d'endommagement.

L'opération de décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations prévues par un programme d'ordinateur. Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation des éléments et des nœuds, La création du modèle implique automatiquement la définition de sa géométrie, un maillage quadratique du modèle est présenté dans la Figure 2.9.



Figure 2.9 : Maillage de la plaque composite stratifié de type quadratique

# 2.4 Conclusion

Les approches analytiques et numériques ont été étudié dans ce chapitre pour résoudre le problème du comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales. Les modèles progressives et paraboliques qui sont des méthodes de diffusion de cisaillement, ainsi que le modèle d'Hashin, ont été développés dans ce chapitre, et sont utilisés pour modéliser le comportement de la contrainte longitudinale dans la couche à 90°, ainsi que le cisaillement longitudinale sous chargement mécanique. Des résultats de simulation seront présentés dans le chapitre 4, avec étude comparative.

#### **CHAPITRE 3**

# MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE

#### 3.1 Introduction

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés car ils présentent des propriétés mécaniques spécifiques très remarquables. Ces matériaux sont utilisés dans diverses applications mécaniques telles que l'aéronautique, l'aérospatiale, le génie civil, etc. Cependant, le handicap majeur de l'utilisation de ces matériaux composites est qu'ils absorbent une quantité significative d'humidité lorsqu'ils sont exposés à des conditions hygrothermiques sévères. Cela va considérablement affecter leurs diverses propriétés physiques et mécaniques.

La présence d'eau au sein des matériaux composites (fibres/polymère) provoque une détérioration des propriétés mécaniques [39]. On sait qu'au cours d'un vieillissement hygrothermique, la présence de molécules d'eau dans un composite à matrice polymère peut notamment dégrader les liaisons à l'interface renfort-matrice et entraîner ainsi une dégradation irréversible des propriétés du composite [40].

Ce sont surtout les applications aéronautiques qui ont initié l'étude des problèmes liés à l'environnement. L'absorption d'eau par un composite à matrice organique dépend de plusieurs paramètres tels que :

-la nature des fibres et de la résine,

-la disposition des fibres par rapport à la direction de diffusion,

-l'écart de concentration en eau entre le composite et le milieu environnant.

Notre étude s'inscrit résolument dans le domaine des fissurations hygrothermiques. Dans ce chapitre nous citerons dans un premier temps les effets du vieillissement hygrothermique sur les matériaux composites à matrice organique. Nous évaluerons par la suite le comportement des propriétés mécaniques, sous l'effet de la température et l'humidité. Notre approche pour résoudre le problème reste évidemment la simulation numérique. Le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés est le modèle de Tsai [41], qui tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité. Dans ce chapitre nous désignerons le modèle de Tsai par «Tsai simplifié», car la concentration utilisée dans le modèle n'est pas fonction du temps. (AEROTSAI) est le programme MAPLE établi qui permettra d'accomplir cette partie.

# 3.2 Vieillissement hygrothermique

Dans le cadre d'applications spatiales, les assemblages collés sont soumis à des conditions hygrothermiques contrôlées pendant plusieurs années, durant la phase d'intégration et de stockage des satellites. L'eau et la température sont deux facteurs environnementaux auxquels les matériaux polyepoxy sont sensibles. Nous citons dans cette partie les mécanismes de vieillissement dans les polymères polyepoxy massifs en fonction de la température et en présence d'humidité. De même, les modifications mécaniques dans les assemblages en fonction de ces facteurs environnementaux sont évoquées.

# 3.2.1 Vieillissement hydrique

Le vieillissement hydrique correspond à la modification de propriétés en présence d'humidité. La présence d'eau dans les polymères se traduit par des modifications macroscopiques et une diminution des propriétés mécaniques est généralement constatée. La pénétration de l'eau dans les polymères et les modifications physiques peuvent être décrites de manière phénoménologique.

# 3.2.1.1 Modifications macroscopiques

En présence d'eau ou d'humidité, on observe dans les polymères un phénomène de gonflement qui se traduit par des modifications dimensionnelles. Il est basé sur une approximation qui considère que le volume total est égal à la somme des volumes du polymère et de l'eau absorbée. Dans les polyepoxy, ce phénomène a été mis en évidence par plusieurs auteurs [42-43]. Dans les polymères à l'état massif, ce phénomène engendre une modification des propriétés mécaniques telles que le module élastique ou la contrainte à rupture. Dans le cas du PMMA, Brewer [44] montre que cette diminution des propriétés mécaniques est d'autant plus importante que le pourcentage d'humidité relative augmente. Pour les assemblages collés soumis à des conditions hydriques, une diminution de la contrainte à la rupture a également été mise en évidence et les ruptures peuvent devenir interfaciales.

Ces modifications peuvent s'expliquer par une augmentation des contraintes internes au niveau de l'interface due au gonflement de l'adhésif et non du substrat. Des délaminages au niveau de l'interface substrat/adhésif ont en effet été constatés. En présence d'eau, des modifications à l'échelle macroscopiques sont observées dans les matériaux massifs et dans les assemblages collés. Cela engendre des modifications néfastes du comportement du matériau. La diffusion de l'eau doit être suivie afin d'identifier les étapes de pénétration de l'eau dans les réseaux.

# 3.2.1.2 Diffusion de l'eau

La modélisation des phénomènes de diffusion dans la matière a été largement décrite par Crank [45]. Dans le cas de la diffusion de l'eau dans un solide, un modèle de diffusion phénoménologique simple peut être appliqué. Les molécules d'eau diffusent de la surface vers l'intérieur du polymère à travers les pores du réseau tridimensionnel. Ces cavités peuvent correspondre au volume libre ou à des défauts issus de la polymérisation.

Plusieurs études ont montré que ce modèle décrit correctement la diffusion de l'eau dans les matrices polyepoxy [46]. Cependant, des écarts au modèle de diffusion ont été constatés pour des temps longs, notamment à l'état vitreux [42]. Dans le cas des assemblages collés, outre la diffusion dans le joint de colle, l'eau peut également diffuser à l'interface par capillarité. Cela peut expliquer, comme le gonflement présenté précédemment, les cas de ruptures interfaciales.

# 3.2.1.3 Plastification

La présence d'eau au sein d'une matrice polymère engendre un phénomène de plastification du réseau. Il se traduit par une diminution de la température de transition vitreuse. Ce phénomène a été mis en évidence par plusieurs études [48-49]. Une évolution de la manifestation mécanique de la transition vitreuse T $\alpha$  a également été reportée [50]. Certains auteurs ont noté un dédoublement de la relaxation  $\alpha$  sur une représentation du facteur de perte tan  $\delta$  [51]. Ils l'ont attribué à la coexistence d'une zone plastifiée par l'eau et d'une zone moins plastifiée ou non plastifiée.

#### 3.2.2 Vieillissement thermique

Le vieillissement hydrique est dépendant de la température. En effet, le processus de diffusion de l'eau étant thermo-activé, une élévation de la température engendre une accélération de la diffusion. Le paramètre température est également à prendre en compte dans la durabilité.

# 3.2.2.1 Vieillissement physique

Lors d'une décroissance monotone de la température, le passage de l'état caoutchoutique à l'état vitreux, à la température de transition vitreuse, fige le réseau dans un état hors équilibre thermodynamique. Avec le temps, les séquences de chaîne macromoléculaire se réarrangent pour se rapprocher de l'état d'équilibre, ce qui se traduit par une diminution du volume libre (densification du réseau), et une évolution des propriétés physiques, mécaniques : c'est le phénomène de relaxation structurale ou vieillissement physique. Il suffit d'élever la température au-dessus de la température de transition vitreuse pour effacer par réversibilité ce phénomène. Le vieillissement physique est d'autant plus important que les températures de vieillissement sont proches de la température de transition vitreuse (dans la gamme [(Tg-50°C) / Tg]. Ce phénomène peut être mis en évidence par analyse calorimétrique diatherme.



Figure 3.1 : Evolution de l'enthalpie H et de la capacité calorifique Cp au cours d'un recuit sous vitreux à la température Ta pendant une durée ta

Après un isotherme à la température Ta d'une durée ta, il apparaît lors d'une montée en température, un pic endothermique superposé au saut de capacité calorifique de la transition vitreuse. Ce pic est caractéristique de l'évolution structurale du polymère à l'état vitreux pendant la durée du vieillissement dans les conditions de température considérées.

# 3.2.2.2 Vieillissement chimique

Certaines études ont montré que la masse d'un échantillon peut augmenter continuellement lorsque celui-ci est placé dans un environnement très humide. La modification de certaines bandes d'absorption en infrarouge du polymère ont amené certains auteurs à supposer un mécanisme de dégradation du polymère : l'hydrolyse (Shanahan, [52]) (Fig. 3.2). Au cours de l'absorption, les molécules d'eau peuvent remplacer les liaisons hydrogène déjà existantes par des liaisons hydrogène enter l'eau et le polymère. Le résultat de ces interactions chimiques à long terme est la dégradation de la résine et de l'interface par hydrolyse. Celle-ci est activée thermiquement et est susceptible d'être catalysée par divers agents chimiques : ions OH-, H+, métaux de transition, d'où l'influence de la composition du milieu réactionnel dans le vieillissement. Le greffage d'eau sur les chaînes macromoléculaires se caractérise par une masse de l'échantillon après séchage supérieure à sa masse initiale [42].

# $-X - Y + H_2 O \rightarrow -X - OH + HY -$

Figure 3.2 : Equation générale de l'hydrolyse.

# 3.2.3 Effets de l'humidité sur les fibres de verre

La corrosion par l'eau peut donc créer des défauts qui constituent autant de zones de faiblesse. D'autre part, la dissolution par l'eau de certains éléments de la fibre, ou de la résine, peut créer un milieu corrosif qui accentue la dégradation du verre. Cependant, les observations mentionnées ci-dessus concernent la plupart du temps les fibres de verre seules. Les fibres dans un matériau composite sont protégées par un agent de couplage et par la résine. Une attaque chimique du verre est donc rarement mise en évidence lors d'exposition à des environnements humides ou même en immersion. Cependant, certains auteurs mettent en cause les fibres dans la baisse des propriétés mécaniques en immersion dans de l'eau à 80°C. Les processus de dégradation invoquées sont bien l'hydrolyse des fibres et l'attaque chimique de l'agent de couplage. De même Ashbee [54] a observé, dans des composites verre-polyester, des fibres de verre sévèrement attaquées, mais après des immersions de plusieurs centaines d'heures dans l'eau bouillante, ce qui représente un vieillissement très sévère.

Dans le cas de vieillissement en milieu humide, la sensibilité des fibres de verre, au sein d'une résine, se situe à leur interface : les fibres n'absorbent pas d'eau et un gonflement différentiel se produit lorsque la matrice en absorbe. Si l'adhésion entre la fibre et la matrice est insuffisante, une décohésion par rupture des liaisons chimiques dans l'interphase du matériau se produit, augmentant la vitesse de pénétration de l'eau dans le matériau par les vides créés, ce qui accélère le mécanisme de dégradation. L'attaque des fibres sera conditionnée par des dégradations de la résine et/ou de l'interface fibre-matrice. La plupart des auteurs considèrent finalement la dégradation des fibres au sein d'une résine comme négligeable. En tout cas, les pertes de propriétés (dues à l'eau) dans le sens des fibres sont négligeables par rapport à celles dans les autres directions, qui sont plus sensibles aux qualités de la résine ou de l'interface.

#### 3.3 Caractérisation du matériau

Un pli renforcé par des fibres unidirectionnelles (UD) est défini par un repère de sollicitation (X, Y) où X est la direction des fibres et Y la direction transverse aux fibres (Figure 3.3). Soit  $V_f$  sa fraction volumique de renfort. L'anisotropie éventuelle des fibres est prise en compte en utilisant les indices x et y pour différencier leurs propriétés longitudinales et transverses.

Un matériau est caractérisé principalement par ses modules mécaniques qui peuvent être déterminés expérimentalement. Par exemple plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres continues. Le module d'Young ou module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson sont mesurés par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à  $0^{\circ}$ . Le module d'élasticité transversal est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à  $90^{\circ}$ . Enfin le module de cisaillement est mesuré par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à  $45^{\circ}$ .

Nous allons devoir choisir les modèles des différents modules qui nous permettront de faire la caractérisation de notre matériau. Le module de Young longitudinal et le coefficient de Poisson sont pris d'après les modèles correspondant à ceux issus de la loi des mélanges. Le module de Young transversal et le coefficient de Poisson, sont pris selon le modèle correspondant à celui de la loi des mélanges modifiée par Hahn décrit en référence [41]. Ce modèle a également été adopté dans les travaux de Sereir [55].

Soit ci-dessous le choix du modèle semi-empirique pour l'évaluation des propriétés du composite en fonction des volumes des fibres [56].



Figure 3.3 : Repère local de sollicitation d'un pli UD

# 3.3.1 Le module de Young dans la direction des fibres

Il est bien approché par la relation :

$$E_x = E_m V_m + E_{fx} V_f \tag{3.1}$$

Ou encore :

$$E_{X} = E_{m}(1 - V_{f}) + E_{fX}V_{f}$$
(3.2)

En pratique ce module dépend essentiellement du module longitudinal de la fibre.

#### 3.3.2 Le module de Young transversal

La relation micromécanique modifiée par Hahn [17] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$E_{Y} = \frac{1 + 0.516(V_{m}/V_{f})}{\frac{1}{E_{fy}} + \frac{0.516(V_{m}/V_{f})}{E_{m}}}$$
(3.3)

# 3.3.3 Le module de cisaillement longitudinal

De même la relation micromécanique modifiée par Hahn [17] pour le graphite époxyT300/5208 du module de Young transversal est :

$$G_{XY} = \frac{1 + 0.316(V_m / V_f)}{\frac{1}{G_{fx}} + \frac{0.316(V_m / V_f)}{G_m}}$$
(3.4)

Avec 
$$G_m = \frac{E_m}{2(1+v_m)}$$
(3.5)

# 3.3.4 Le coefficient de poisson

Il caractérise la contraction dans le sens transverse (Y) du pli lorsqu'on le sollicite en traction suivant le sens long (X)

$$v_{XY} = v_m V_m + v_{fx} V_f \tag{3.6}$$

# 3.4 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de tsai

Cette partie constitue un aspect fondamental de notre recherche. Le but à travers ce qui suit est la quantification du vieillissement puis l'observation de ses effets sur les propriétés mécaniques du matériau. On va devoir présenter le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés.

Le modèle correspond à celui décrit par Tsai [41] et tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité, puis l'évolution des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice en fonction de la température et de l'humidité.
La particularité du modèle est que le vieillissement de la fibre est bien pris en considération. Cependant, la plupart des études considèrent cette dégradation comme négligeable, notamment par rapport à la dégradation de la matrice et de l'interface.

L'établissement d'une loi globale à toutes les conditions de vieillissement, particulièrement la quantité d'eau absorbée, permet de relier la baisse des constants élastiques du matériau composite. À une propriété physico-chimique du matériau (de la résine époxy) et faire le lien entre différentes échelles d'observations. L'aspect relationnel décrivant les mécanismes physiques à l'origine de ces évolutions est décrit ci-dessous.

### 3.4.1 Evolution de Tg au cours du vieillissement

La transition vitreuse est le phénomène clef en science des polymères. C'est une température qui dépend de la structure chimique des matériaux, notamment de la rigidité des motifs constitutifs de la chaîne, et de la présence de groupements latéraux. Elle est mesurée de façon courante par calorimétrie différentielle à balayage (DSC).

Cette technique permet de déterminer la capacité calorifique à pression constante Cp du matériau polymère (souvent à une constante additive près), par l'intermédiaire de la mesure du flux enthalpique dH/dt. La variation de cette grandeur en fonction de la température, donne les caractéristiques des transformations pouvant se produire dans l'échantillon (fusion, cristallisation, transition de phase). On peut déterminer les températures Tg de 4 façons :



Figure 3.4 : Différentes définitions de Tg sur un diagramme Cp(T).

On définit ainsi lors d'une montée en température :

- >  $T_{g1}$  comme la température correspondant au début de l'évolution structurale du système de son état isoconfigurationnel figé vers un équilibre métastable.
- >  $T_{g2}$  comme le point d'inflexion de la courbe.
- >  $T_{g3}$  comme la température où la vitesse de variation d'enthalpie dH/dt du système est la plus forte.
- >  $T_{g3}$  comme la température à laquelle on peut considérer que le matériau a atteint son état métastable.

Le paramètre Tg est un paramètre quantitatif du phénomène de vieillissement, c'est aussi une caractéristique importante des polymères et représente la transition entre le domaine vitreux et le domaine caoutchoutique du matériau [57]. La technique qui permet de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse au cours du vieillissement hygrothermique est la DMTA (Differentiel Mechanical Thermal Analysis), Mercier [32]. Evidemment cette technique est souvent utilisée dans les études expérimentales de vieillissement, pour le suivi de Tg.

La transition vitreuse est une des caractéristiques les plus importantes des polymères, pendant laquelle le matériau passe progressivement d'un état vitreux (rigide) à un état caoutchouteux. Cette transition du second ordre s'étale sur un domaine de température de 10°C à 20°C. La température de transition vitreuse Tg est fortement influencée par la composition, l'état de cuisson de la résine mais aussi par des facteurs extérieurs telle que la présence de liquide dans le réseau moléculaire.

L'application de notre étude se fera sur le graphite époxyde T300/5208. La température de transition vitreuse à une température de référence de 22°C est de Tg=160°C, Tsai [41]. On sait que l'absorption d'humidité entraîne la diminution de la température de transition. Les observations de nombreux auteurs tel que Ghorbel [57], confirment une baisse de la Tg d'environ 20°C en humidité relative et de 30°C en immersion. Cette température est d'autant plus décalée vers des températures plus faibles que les conditions de vieillissement sont sévères. La première partie d'analyse doit permettre de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse Tg au cours du vieillissement. Tsai [41] assume qu'une absorption d'humidité induit une diminution de la température de transition d'une quantité gc :

$$T_g = T_g^0 - gc \tag{3.7}$$

#### 3.4.2 Température adimensionnelle

Tsai [41] propose la notion de la température adimensionnelle T\*, qui est un élément essentiel pour l'évaluation des caractéristiques du composite :

$$T^{*} = \frac{T_{g} - T_{opr}}{T_{g} - T_{m}}$$
(3.8)

On voit l'effet de la température à travers Topr qui est la température d'utilisation ainsi que l'effet de la concentration à travers la température de transition. Trm étant la température de référence.

### 3.4.3 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés de la matrice

Tsai [41] relie la température adimensionnelle T\*, pour déterminer empiriquement les expressions des propriétés de la matrice, en fonction de la température et de l'humidité avant et après le vieillissement, pour le carbone époxyde T300/5208.

$$\frac{E_m}{E_m^0} = \left(T^*\right)^a \tag{3.9}$$

$$\frac{G_m}{G_m^0} = G_m^0 \left(T^*\right)^a$$
(3.10)

$$\frac{V_m}{V_m^0} = V_m^0 \left(T^*\right)^a$$
(3.11)

a : étant une constante semi empirique [41], donnée dans le tableau 3.2

### 3.4.4 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés des fibres

Les propriétés des fibres en fonction de la température et de la concentration s'expriment aussi en fonction de la température adimensionnelle.

$$\frac{E_{fx}}{E_{fx}^{0}} = (T^{*})^{f}$$
(3.12)

$$\frac{E_{fy}}{E_{fy}^0} = (T^*)^f \tag{3.13}$$

$$\frac{G_{fx}}{G_{fx}^0} = (T^*)^f \tag{3.14}$$

$$\frac{v_{fx}}{v_{fx}^0} = (T^*)^f \tag{3.15}$$

f : étant une constante. a étant une constante semi-empirique [41], tableau 3.2.

### 3.4.5 Organigramme

On a élaboré notre programme de simulation numérique en se basant sur l'organigramme présenté ci-dessous :



Figure 3.5 : Organigramme du calcul des propriétés vieillies par AEROTSAI

Après le choix du modèle, nous avons établi un programme en Maple qui permet l'évaluation des propriétés mécaniques lors du vieillissement hygrothermique, appelé AEROTSAI .for. Ce programme correspond à l'organigramme en figure 3.5.

### 3.4.6 Propriétés du T300/5208 [59]

L'application de notre étude se fera sur le T300/5208. Le T300 est la fibre de carbone et le N5208 est la résine. Nous présentons ci-dessous sous forme de tableaux les caractéristiques de ce type de matériau, ainsi que les caractéristiques de la matrice époxyde et des fibres de carbone :

Tableau 3.1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [41]

$E_{fx}(Gpa)$	$E_{fy}(Gpa)$	$v_{fx}$	$E_m(Gpa)$	$\nu_m$	$G_m(Gpa)$	$G_{fx}(Gpa)$	$V_f$
259	18.69	0.25	3.4	0.35	1.26	19.69	0.7

Tableau 3.2 Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [41]

$T_g^{\circ}(^{\circ}C)$	$T_{rm}(^{\circ}C)$	g(°C/c)	а	b	с	f	h	e
160	22	2000	0.5	0.2	0.9	0.04	0.04	0.2

Tableau 3.3 Propriétés du T300/5208 Tr=22°C et C=0.5%, [41]

	$E_x(Gpc$	$E_y(Gpa)$	$v_{xy}$	$G_{xy}(Gpa)$	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\beta_x$	$\beta_y$
					$10^{-6}K^{-1}$	$10^{-6}K^{-1}$		
Tsai	181	10.3	0.28	7.17	0.02	22.5	0	0.6
nodifiée	181.3	10.305	0.28	7.169	0.023	23.5	0	0.62

Tableau 3.4 Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [41]

Type de	Température	Humidité	$D(mm^2/s)$	Cmax
materiau		relative		
T300/5208	20°	100	2.27 x 10 <sup>-8</sup>	1.5

Nous choisissons quatre environnements différents en termes d'humidité relative. Chaque environnement considère des températures d'utilisation variables de 20°C à 120°C. Et cette dernière correspond aussi à la température de post cuisson pris par Tsai [41].

Environnements	Humidité relative	Concentration C=0.015 (HR)%
ENV1	HR1=0%	C=0
ENV2	HR2=33%	C=0.005
ENV3	HR3=66%	C=0.01
ENV4	HR4=100%	C=0.015

Tableau 3.5 : Choix des environnements





Figure 3.6 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



Figure 3.7 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



Figure 3.8 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



Figure 3.9 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



Figure 3.10 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0% pour le T300/5208.



Figure 3.11 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=0.5% pour le T300/5208.



Figure 3.12 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1% pour le T300/5208.



Figure 3.13 : Taux de réduction des propriétés mécaniques en fonction de la température à C=1.5% pour le T300/5208.

#### 3.5.1 Effets de la température

Afin d'affiner l'analyse des effets d'humidité et de température, nous avons déterminé le taux de réduction des modules mécaniques à différentes températures pour différentes concentrations. Les figures 3.10 à 3.13 montrent clairement que les réductions du module d'élasticité transversale et le module de cisaillement plan sont amplement plus importantes que les réductions du module d'élasticité longitudinal et du coefficient de Poisson. Le module de Young longitudinal est le moins affecté.

L'augmentation de la température engendre une chute des différents modules d'élasticité ; le module de Young longitudinal, le module de Young transversal, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, voir figures 3.6 à 3.9. Sur les différentes figures nous observons une accélération de la réduction des caractéristiques mécaniques à partir de 80°C. Le module de Young transversal et le module de cisaillement longitudinal sont les plus affectés par l'effet de température.

En fait, ces réductions représentent la chute de rigidité. Nous constatons une réduction de la rigidité transversale de l'ordre de 56% lorsque la température atteint 120°C à une concentration initiale C=0.015. La rigidité en cisaillement se réduit considérablement aussi, elle est autour de 61% pour une température de 120°C et une concentration de C=0.015. Ces résultats sont en accord avec les obtenus dans la référence [59].

### 3.5.2 Effets de la concentration

Pour une même température et à différents niveaux de concentration voir tableau 3.6, pour T=60°C et à C=0%, C=0.5%, C=1%, C=1.5%, plus la concentration est élevée, plus le taux de dégradation est élevé, exemple le cisaillement longitudinal chute de 3.58 % lorsque la concentration passe de C=0% à C=1.5%. Le module de Young transversal quant à lui chute de 3.1% lorsque la concentration passe de C=0% à C=1.5%.

Le tableau 3.7 montre une comparaison à une température de 120°C des taux de dégradation des modules à différentes concentrations. La combinaison d'une température et d'un haut niveau d'humidité contribuent à réduire les propriétés mécaniques du graphite/époxyde T300/5208. L'effet de température est plus prononcé pour une concentration élevée.

L'influence de la concentration d'humidité et celle de la température sont similaires. Les tableaux des résultats montrent, que pour une concentration d'humidité donnée, plus la température est élevée plus la dégradation est importante. Les caractéristiques mécaniques les plus sensibles sont l'élasticité transversale et le cisaillement longitudinal. Ceci permet de prévoir que l'effet combiné température humidité aura une conséquence visible sur les contraintes transversales et sur le cisaillement plan.

Tableau 3.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%,C=0.5%, C=1%, C=1.5%.

	Ex %	Ey%	Gxy%	VXY%
Conditions				
60 °C, <i>C</i> =0%	1.41654513	9.61359376	11.38891074	6.66422591
60 °C, <i>C</i> =0.5%	1.54185898	10.45378259	12.36486522	7.21428609
60 °C, <i>C</i> =1%	1.69303811	11.46469627	13.53503984	7.86972382
60 °C, <i>C</i> =1.5%	1.87915523	12.70499889	14.96465225	8.66453978

Tableau 3.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.5%, C=1%, C=1.5%

	Ex %	Ey%	Gxy%	VXY%
Conditions				
120°C, <i>C</i> =0%	5.12217920	33.31734193	37.76045046	20.57481815
120°C, <i>C</i> =0.5%	5.95285691	38.21068394	42.91190310	23.10510406
120°C, <i>C</i> =1%	7.20129699	45.20230029	50.10431180	26.57025634
120°C, <i>C</i> =1.5%	9.47314897	56.69454191	61.50655874	31.97231014

La matrice et les interfaces fibre matrice sont les plus attaquées par l'eau, alors que les fibres semblent garder la majorité de leur intégrité. Les baisses du module transversal sont donc attribuées au phénomène de plastification de la matrice par les molécules d'eau, décrit précédemment. C'est en effet la matrice qui est sollicitée, de même le module de cisaillement Gxy qui baisse de manière importante, caractérise la dégradation des liaisons au niveau de l'interface fibre matrice.

#### 3.6 Validation des résultats

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par Benkhedda et khodjet [59,60] ou il apparaît communément une baisse de rigidité dans le sens transversal et en cisaillement des composites unidirectionnels. Le modèle de Tsai a été validé avec les travaux de A.Benkhedda [36] et T. Rezoug [61].

Nous avons exposé un modèle qui permet la simulation du vieillissement. Les propriétés mécaniques du composite peuvent être obtenues pour n'importe quelle condition de température et d'humidité. L'interprétation physico-chimique des résultats des effets de température et d'humidité sur les propriétés mécaniques est assez complexe. Nos résultats montrent que pratiquement chaque propriété du matériau est susceptible d'être affectée par un vieillissement humide et thermique. Cependant l'aspect micro analytique ne pourra déterminer ce qui se passe au cœur du matériau. Les conditions hygrothermiques peuvent-elles avoir un influence sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissuration transversales, c'est dans ce sens que l'on orientera cette étude dans les prochains chapitres.

# CHAPITRE 4 SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE

### 4.1 Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons à la répartition des contraintes dans un stratifié  $[\theta_m, 90_n]_s$  endommagé par fissuration transverse. Afin d'évaluer quantitativement le comportement mécanique d'un composite sous sollicitation, il est important de connaître le champ de contraintes dans le composite endommagé. Nous nous intéressons à la fissuration des couches transverses représentée par des fissures planes de normale parallèle à la direction de traction.

Nous représenterons les résultats obtenus par la simulation analytique et numérique du comportement mécanique d'un composite fissurée et sous sollicitation. La méthode des éléments finis code ABAQUS est utilisée pour la simulation numérique comportement mécanique d'un matériau composite fissure.

Finalement, une conclusion est faite sur la variation d'évolution du comportement de matériau composite  $[\theta_m, 90_n]_s$  endommagé par fissuration transverse par d'une traction semi axiale.

### 4.2 Organigramme

Pour représenter le comportement du matériau composite fissuré soumis à une traction semi axiale, on a élaboré le programme **AEROFISS** en se basant sur les différents modèles cités précédemment. Notre programme est décrit à travers l'organigramme présenté cidessous:

![](_page_86_Figure_0.jpeg)

![](_page_87_Figure_0.jpeg)

85

![](_page_87_Figure_1.jpeg)

Figure 4.1 Organigramme du AEROFISS

#### 4.3 Choix du matériau de simulation

Le matériau composite choisi pour la simulation numérique est le composite carbone époxyde AS4-3502 ayant les propriétés élastiques suivantes :

$E_0 = 42.31 GPa$	$E_{90} = 13.2 GPa$	$G_{xz}^{0} = 4.41 GPa$	$G_{xz}^{90} = 3.5 GPa$
$v_{xy} = 0.31$	$v_{yz} = 0.40$	$h_{\theta} = 0.203  mm$	

Tableau 4.1 : Propriétés élastiques du matériau AS4-3502 [58].

#### 4.4 Simulation numérique

#### 4.4.1 Introduction

Ces dernières années, l'analyse par simulation numérique représente l'outil de calcul le plus utilisé[34], pour vérifier la validité de certains choix de conception ainsi que leurs optimisations et ce afin d'en garantir la sécurité et la durabilité pour l'usager.

La simulation numérique se base sur l'analyse par éléments finis, qui tient compte de toutes les hypothèses de la mécanique de l'endommagement et de la rupture en élasticité, plasticité et de la dynamique. Le choix des modélisations s'est orienté vers des solutions « les moins coûteuses possibles » pour des réponses « les plus proches possibles » de la réalité expérimentale. Enfin, ces choix de modélisation tiennent évidements compte des possibilités offertes par les différents codes de calcul utilisés.

si de nombreux progrès ont été faits dans la compréhension des mécanismes qui régissent le comportement mécanique de matériaux complexes, soumis à des sollicitations plus ou moins simples comme la traction, la compression ou diverses combinaisons des deux, et conduisant à des modèles performants, l'association de ces matériaux au sein d'une structure, dans le cadre d'une simulation numérique de son comportement global, mène à des modélisations qui s'avèrent être délicates.

Ainsi la simulation numérique par éléments finis est aujourd'hui une réalité industrielle. Elle permet de mettre au point, des études plus développées dans le but de simuler

des phénomènes physiques intervenant dans la mise en forme des pièces. La modélisation de ces phénomènes permet de simuler correctement le comportement d'un matériau et de jouer sur certains de ses paramètres (géométriques, rhéologiques...) afin d'en optimiser le procédé. Elle a pour but aussi de prédire où et quand un endommagement significatif apparait. Pour ce faire, les principaux phénomènes et leurs interactions doivent être correctement pris en compte.

En ce qui concerne notre travail de recherche, une large étude numérique a été mise en œuvre à l'aide du logiciel ABAQUS. Se basant sur une confrontation avec les mesures MAPLE effectuées, elles ont pour objectif de renforcer les apports de l'expérience dans l'analyse des phénomènes observés (analyse de fissuration transverse ). Tous les résultats obtenus sont présentés sous forme graphique pour les contraintes et cisaillement.

#### 4.4.2 Présentation du logiciel ABAQUS

Le logiciel ABAQUS [66] est un outil de calcul basé sur la méthode des éléments finis, il est adapté à la résolution de problèmes aéronautiques et autres. Ses domaines de compétences sont le calcul de structures, le matériau composite fissure, la mécanique des sols, les transferts thermiques, l'hydrogéologie, etc. Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires.

ABAQUS contient une bibliothèque étendue des éléments qui peuvent modeler pratiquement n'importe quelle géométrie. Il a une liste également étendue de modèles matériels qui peuvent simuler le comportement de la plupart des matériaux typiques de technologie comprenant des métaux, le caoutchouc, les polymères, les composites, et les matériaux géotechniques tels que les sols et la roche. Conçu comme outil d'usage universel de simulation. Ce logiciel est simple à employer et offre à l'utilisateur un éventail de possibilités, même les matériaux les plus compliqués peuvent être modélisés facilement. Par exemple, des problèmes avec les composants multiples sont modélisés en associant la géométrie, définissant chaque composant aux modèles matériels appropriés. Dans la plupart des simulations, y compris fortement non linéaires, le besoin d'utilisateur fournis seulement les données de technologie telles que la géométrie de la structure, le comportement des matériaux constituants, ses états de frontière, et les charges appliquées. Il peut simuler n'importe quelle géométrie telles que : les poutres, plaques, coques et tous les éléments spéciaux (ressorts, masses etc...) en deux ou en trois dimensions. Dans une analyse non linéaire, ABAQUS choisit automatiquement des incréments de charge et des tolérances appropriés de convergence. Non seulement choisit-il les valeurs pour ces paramètres, mais il les ajuste également et continuellement pendant l'analyse, pour s'assurer qu'une solution précise est obtenue efficacement.

4.4.3 Les différentes étapes de la modélisation sur ABAQUS pour cette étude

### 4.4.3.1 Définir la géométrie du modèle

Dans l'arbre du modèle double cliquer sur **Parts** pour créer une nouvelle pièce.

La boite de dialogue Create Part apparaît.

Dessiner la plaque selon le rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha$  » et des rapports géométriques de fissurations « a » différents.

Sélectionner Done pour sortir de mode dessin.

![](_page_90_Figure_7.jpeg)

#### 4.4.3.2 Enlève la matière pour définir la fissure

Aller dans le menu Shape  $\rightarrow$  Cut  $\rightarrow$ Extrude, enlève la matière dans l'épaisseur de couche 90° seulement.

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Databa	ase: C:\Users\SONY-VA	IO Desktop Mémoire Master 2015 Résultats Abaqus (0-90) alfa 0.5 a	10.cae [Viewport: 1]		
■ File Model Viewport View	Bart Shape Featy	ure Iools Plug-ins Help <b>N</b> ?			. <i>B</i> x
i 🗋 🚰 🚍 🖶		⊕ (C) Q Q 🔀 1↓   目 A     & AII	💽 🕞 💽 🖵 🖗 💭 🔮 🐻 🛃 🖉	₽∩ਗ਼ ੶₽੶੶	
Model Results	Module: Part	Model: Model-1      Part: Part-1			
Image: Section 1         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2           Image: Section 2         Image: Section 2         Image: Section 2 </td <td>■ 金属の ■ 金属の ■ 二、 ■ 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、</td> <td>Ĺ.</td> <td></td> <td></td> <td>È.</td>	■ 金属の ■ 金属の ■ 二、 ■ 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、 二、	Ĺ.			È.
< >	🔶 🗙 Drag the m	nouse in a viewport to rotate the view Rotation center: Select	Use Default		J.S.
The model database 'O	C:\Users\SONY-V	AIO\Desktop\Mémoire Master 2015\Résultats Abaqu	as\(0-90)∖alfa 0.5 a 10.cae' has be	een opened.	30000
>>>					
🚱 📋 🧿 🌘	0 5 7	2 🜒 🛷 🔤 ≑ 📨	-		FR 🔺 🔐 😫 🕪 1348 10/06/2015

### 4.4.3.3 Définition des propriétés du matériau

Pour définir les propriétés du matériau :

- Dans l'arbre du modèle double cliquer sur Materials pour créer un nouveau matériau. La boite de dialogue Edit Material apparaît.
- Nommer le matériau AS4-3502.
- Sélectionner Mechanical\_Elasticity\_Elastic.
- Entrer propriétés tableau 4.1 Cliquer **OK**.

Adel Results Material Library	Module: Property . Model: Model-1 . Part	· Corona in		
Model Databa 🕈 🗘 🗈 🗞 💝	22 00	and thatenal		
Models (1)	4 m	Name: AS4-3502		
Model-1	1. 000	Description:	Edit.,	
B Parts (1)     B Data Materials (1)	37L 110	Material Behaviors		
& Sections		Easter		
IP Profiles	<b>1</b>			
🗄 🎎 Assembly	at. (77)			
(i) offer Steps (2)	197° 022		1	
History Output Requests (2)     History Output Requests (				
- Es Time Points		General Mechanical Inermal Other	Delete	
ALE Adaptive Mesh Const	Dr. Ba	Elastic Disaticity	Bestic	
Interactions	25, 0 Q	Turner Four Damage for Durchie Metals	Hypereastic	
to Contact Controls	<u> </u>	Damage for Traction Separation Laws	Low Density Foam	
Contact Initializations	+ /	Damage for Fiber-Reinforced Composites	Hypgelastic	
Constraints	·	Number o Damage for Elistomers	Porous Elastic	
Connector Sections	····	Moduli tir Deformation Plasticity	Yiscoelastic	
Amplitudes	The second se	III No cor Damping		
(8 陆 Loads (1)	i h	No ten Bittle Cacking		
(ii) 📴 BCs (3)		Data Egs		
Predefined Fields	1. A.	Yecosty	Nu12 Nu1	
Bo Skatchar	创入	1 423 13.2 13.2	0.3 0.3	
Annotations				
Analysis	1			
🗉 🚠 Jobs (I.)				
Adaptivity Processes				
are so secondo				
			Cancel	
5 HL		UK.	Carte	4

### 4.4.3.4 Nombre des couches et orientation de fibre

A continuation, nous allons créer les matériaux composites avec le CREATE

### **COMPOSITE LAYUP.**

La première chose que nous allons définir est le nombre des plis et l'élément type (dans notre cas **CONVENTIONAL SHELL**). Ensuit nous allons remplir le tableau.

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database: C:\Users\SONY-VAIO\Desktop\Mémoire Master 2015\Résult     Je file Model Viewport View Matgrial Section Profile Composite Assign Special	ats Abaqus(Q-90)halfa O.5 a 10.cae (Viewport: 1) Feature Iools Plug-ins Help <b>%</b> ?	
Image: Composite Layup Manager       Image: Model B       Name       Ply Count       Description		
Model 0     ✓     Composite system     2	Internet type Componential Shall Description  Layou Chentation  Definition  Part coordinate system  Normal direction:  During analysis  Section integration:  During analysis  Defore analysis  Section integration  Defore analysis  Defore analysis	<b>∳</b> .
Li Al Adaptio Meh Corri Li Herenction Herenction Contact Installation Contact Insta	Prim         Other         Shall Planmeters         Display           Make calculated sections symmetric         Early and the section symmetric         Early and the section symmetric         Fig. (Early and the section symmetric)         Fig. (Early an	
	OK Cancel	35
The model database <sup>™</sup> C \Users \SWY-VIO-Desktop\Mémoire Kaster 2       Image: State of the stat	015-Résultats Abaqus(0-50)\alfa 0.5 a 10.cas" has been opened.	SIMUL 14:07 10/06/2015

### 4.4.3.5 Création d'un assemblage (assembly)

Pour créer une instance de la pièce :

- Dans l'arbre du modèle, développer la branche **Assembly** et double cliquer sur Instances pour ouvrir la boite de dialogue **Create Instance**.
- Cocher Independent dans Instance Type.
- Choisir Plaque puis OK.

![](_page_92_Figure_7.jpeg)

4.4.3.6 Configuration de l'analyse : étapes d'analyse et spécification des requêtes de sorties

1- Dans l'arbre du modèle, double cliquer sur Steps pour créer un pas d'analyse.

- Sélectionner General comme type de procédure.
- Sélectionner Static, General dans la liste et cliquer sur Continue.

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Databa	se: C:\Users\SONY-VAI	O'Desktop\Mémoire Master 2015\Résultats Abaqus\(0-90)\alfa 0.5 a	Ocae [Viewport: 1]	- 6 -×-
Elle Model Viewport View	Step Qutput Othe	er Iools Plug-ins Help N? I ⊕ C ⊂ C C C II II A     All		
Model Results	Module: Step	Model: Model-1      Step: Initial		
🚰 Model Databa 🔹 🚖 🔌 🥸				
Hodels (1)	See 100			
Model-1		Create Step		Æ.
	<u>::::</u>	Name: Step-1		
Sections	12 to	Insert new step after		
+ Profiles	lle lle	Initial		
🗄 🖓 Steps (1)	000 1			
Field Output Requests	* * ·			
History Output Requests	<i>⊃</i> , <del>∧</del> ,			
La ALE Adaptive Mesh Const				
Interactions		Procedure type: General		
Interaction Properties		Dynamic, Explicit *		
Contact Initializations		Dynamic, Temp-disp, Explicit Geostatic		
Constraints		Heat transfer		
Connector sections     Fields		Mass diffusion =		
📇 Amplitudes		Soils Static General		
- 陆 Loads		Static, Riks +		
Predefined Fields		Continue Cancel		
Remeshing Rules				
- 🏪 Sketches				
Analysis		z		
I Jobs (1)		L.		
Adaptivity Processes		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
ing co-cacabons				
<	E Drag the mo	ouse in a viewport to rotate the view Rotation center. Select.	. Use Default	<b>B</b> SIMULIA
The model database "C	:\Users\SONV-VA	IO\Desktop\Mémoire Master 2015\Résultats Abaqu	s\(0-90)\alfa 0.5 a 10.cae" has been opened.	
				16.00
💓 📄 💽 🄇			A DECEMBER OF THE OWNER OWNER OF THE OWNER	10/06/2015

- La boîte de dialogue **Edit Step** apparaît alors.
- Valider en cliquant sur **OK**.

2- Dans l'arbre du modèle, cliquer sur Field Output Requests et sélectionnez Manager dans le menu qui apparaît. ABAQUQ/CAE affiche Field Output Requests Manager. On y trouve la liste des tables de sorties pour chaque étape d'analyse, en choisir Composite Layup  $\rightarrow$  Stresses.

![](_page_93_Figure_8.jpeg)

### 4.4.3.7 Appliquer le chargement et les conditions aux limites pour le modèle

Nous allons définir la charge et les conditions limites suivantes :

- ✓ Déplacement longitudinale u =0 au niveau d'axe ox.
- ✓ Déplacement transverse v=0 au niveau d'axe oz.
- $\checkmark$  Application de la force de traction dans la direction ox.

# 4.4.3.7.1 Appliquer le chargement

- Dans l'arbre du modèle, double cliquer sur **Loads** pour créer un chargement.
- Choisir l'état **Step-1** comme état dans lequel la force doit être appliquée.
- Dans la liste **Category**, sélectionner **Mechanical**.
- Dans la liste **Types for Selected Step**, sélectionner **Shell edge load**.
- Cliquer sur **Continue**.
- Sélectionner bord où on va appliquer le chargement sur la plaque.
- Cliquer sur **Done** . La boite de dialogue **Edit Load** apparaît.
- Dans cette boite de dialogue :
  - Entrer la valeur de la magnitude de la traction.
  - Cliquer sur **OK** pour créer ce chargement et fermer la boite de dialogue

![](_page_94_Picture_16.jpeg)

# 4.4.3.7.2 Create Boundary Condition

4.4.3.7.2.1 Condition sur le bord droite du quart la plaque

• Cliquez sur l'icône Create Boundary Condition, name : BC-1.

- Vérifiez que pour la ligne **Step** l'item soit sur initial (**Step-1**).
- Sélectionnez dans la liste Category, Mechanical et dans la liste Types for selected step, Symmetry/Antisymmetry/Encastre.
- Cliquez sur **Continue**.
- Sélectionnez dans la fenêtre graphique le bord gauche de la plaque
- Cliquez sur Done.
- Sélectionnez dans la liste XSYMM, cliquez sur OK.

File Model Viewport View Load BC Pri	rdefined Field Load Case Feature Tools Plus-ins Help \$7	- 6
1688		њ m 6. m
fodel Results Module: Load	▼ Model: Model-1 ▼ Step: Initial ▼	
Model Databar 2 (1) (b) (b) (b)		
Model: M	Image: Scheduler       Image: Scheduler         Type: Symmetry/Arkingmentry/ficialite       Type: Symmetry/Arkingmentry/ficialite         Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie       Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie         Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie       Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie         Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie       Type: Symmetry/Ficialitie         Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie       Type: Symmetry/Ficialitie         Type: Symmetry/Arkingmentry/Ficialitie       Type: Symmetry/Ficialitie         Type: Symmetry/Ficialitie       Type: Symmetry/Ficialitie	é,
🗮 🙀 , 💓 Fill out	the Edit Boundary Condition dialog	35
The model database "C:\Users\SOWN	I-VAIO\Desktop\Mémoire Master 2015\Résultats Abaqus\(0-90)\alfa 0.5 a 10.cse* has been opened.	\$in
0XII		

### 4.4.3.7.2.2 Condition sur le bord bas du quart de la plaque

- Cliquez sur l'icône Create Boundary Condition.
- Entrez dans le champ Name : **BC-2**.
- Vérifiez que pour la ligne **Step** l'item soit sur initial (**Step-1**).
- Sélectionnez dans la liste Category, Mechanical et dans la liste Types for selected step, Symmetry/Antisymmetry/Encastre.
- Cliquez sur **Continue**.
- Sélectionnez dans la fenêtre graphique le bord bas de la plaque.
- Cliquez sur Done.
- Sélectionnez dans la liste **ZSYMM**.
- Cliquez sur **OK**.

Abaqus/CAE 6.10-1 - Model Database	se: CNUser/SDNY-VADDbeiktop/Memore Master 2015/Resultats Abagus/(0-00)alta 0.5 a 10.cae (Viewport: 1)	
i Bie Model Viewport View	Lad [C Predendring] (gatCar Fattys Int) II A    A    A    A    A    A    A	ind 1921
Model Results	Module: Lead • Model: Model: 1 • Step: Initial •	
Monte France         □         <	Image: Section of the section of th	È.
	Fill out the Edit Boundary Condition dialog	DS SIMU
The model database "C:	:\Users\SOWV-VAIO\Desktop\Méasire Master 2015\Résultats Abaqus\(0-90)\alfa 0.5 a 10.cae* has been opened.	
***		
S 🖄 👩 🚱		FR

### 4.4.3.8 Maillage du modèle

- Sélectionner Mesh dans Module.
- A partir de la barre de menus cliquer sur Seed → Instance. La boite de dialogue
   Global Seeds apparaît.
- Dans cette boite de dialogue, spécifier une taille approximative des éléments.
- Cliquer sur OK.
- Cliquer sur **Done**
- A partir de la barre de menu, sélectionnez  $Mesh \rightarrow Instance$ .
- Pour mailler la pièce, cliquez sur Yes.
- Ensuite cliquer sur Assign Element Type → Quadratic → Ok

![](_page_96_Figure_10.jpeg)

## 4.4.3.9 Création et lancement d'un calcul

4.4.3.9.1 Création d'un calcul (job)

Pour créer un travail :

• Dans l'arbre du modèle, double-cliquer sur **Jobs** pour ouvrir la boite de dialogue **Create Job.** 

# Create Job.

4.4.3.9.2 Soumettre le calcul

Pour soumettre le travail :

- cliquer sur Submit
- A la fin de l'analyse du modèle (**ABAQUS** marque **Completed** à côté du travail

![](_page_97_Figure_9.jpeg)

# 4.4.3.10 Visualiser les résultats de l'analyse

- Ensuite choisir **results** à partir du menu qui s'affiche pour entrer dans le module de visualisation
- Cliquer sur l'outil dans la boîte à outils. ABAQUS/CAE affiche la déformée du modèle :

) 🗃 🖬 👼 🔤 Primary	- SSAVG - SSAVGI	
	🔁 Visuelization defaults 🖥 🗊 🔹 🕐 🐑 🧔	h.m.
lodel Results	Module: Visualization - ODB: C:/Temp/lob-1.odb -	M 4 1 P PH
oron Data Ordgar Database () Ordgar Database Spectrum () Withouts Database Database Database Database Database Monica Images	Image: Second	<u>ب</u>
	Example 2 Drag the mouse in a viewport to pan the view	P <sub>st</sub>
The job input file ". Job Job-1: Analysis Job Job-1: Abaqus/St.	Job-1.inp" has been submitted for analysis. Input File Processor completed successfully. andard completed successfully.	

4.4.3.10.1 Variation d'une quantité le long d'un chemin

• Commencer par créer le chemin (**path**) sur lequel suivre l'évolution d'un résultat : aller dans le menu **Tools→Path→Create**.

La boite de dialogue Create Path apparaît :

- Sélectionner Edge list, cliquer sur Continue.
- Cliquer ensuite sur Add After.
- créer le chemin (**path**) sur lequel suivre l'évolution d'un résultat en sélectionnant **By feature edge**.
- Cliquer sur Done, ensuite cliquer sur OK.

![](_page_98_Figure_8.jpeg)

- Aller dans le menu Tools  $\rightarrow$  XY Data  $\rightarrow$  Create.
- Sélectionner l'option **Path**, cliquer sur **Continue**.
- Dans la boîte de dialogue qui s'ouvre, sélectionner le chemin (**Path-1**) sur lequel on veut tracer la courbe.
- Choisir ensuite les valeurs qu'on souhaite avoir en X : **Normalized distance** et celles qu'on souhaite en Y . Cliquer pour ces dernières sur **Field Output** pour aller sélectionner la variation de contrainte et cisaillement longitudinale.
- Cliquer sur OK.
- Ensuite dessiner les graphes.
  - Variation de la contrainte longitudinale dans stratifié [θ<sub>m</sub>,90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>.

![](_page_99_Picture_7.jpeg)

 Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans stratifié [θ<sub>m</sub>,90<sub>n</sub>]<sub>s</sub>.

![](_page_100_Figure_1.jpeg)

# <u>4.5 Résultats analytique et numérique du champ de contrainte longitudinale dans le sens du</u> <u>chargement</u>

Nous avons étudié et simulé la structure selon les travaux de J-M. Berthelot [25], la configuration étudiée de la plaque composite stratifié endommagement par fissuration transverse des couche orientées à 90° et différent  $\theta^\circ=0^\circ,20^\circ,45^\circ,60^\circ$ , représente une composante de structure comportant une fissure transverse de forme elliptique, soumise à un chargement de traction.

Les champs de contraintes longitudinales et de cisaillement pour chaque stratifié  $[\theta_m, 90_n]_s$ avec ( $\alpha = 1/2$  avec a=25,10,5) est obtenu par un calcul aux éléments finis.

4.5.1 Variation de la contrainte longitudinale

![](_page_101_Figure_1.jpeg)

![](_page_101_Figure_2.jpeg)

![](_page_101_Figure_3.jpeg)

![](_page_101_Figure_4.jpeg)

Figure 4.2 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[0,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

<u>Résultats du θ°=20</u>

![](_page_102_Figure_1.jpeg)

![](_page_102_Figure_2.jpeg)

![](_page_102_Figure_3.jpeg)

Figure 4.3 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[20,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

### <u>Résultats du θ°=45</u>

![](_page_103_Figure_1.jpeg)

![](_page_103_Figure_2.jpeg)

![](_page_103_Figure_3.jpeg)

Figure 4.4 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié [45,90]s endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

<u>Résultats du θ°=60</u>

![](_page_104_Figure_1.jpeg)

![](_page_104_Figure_2.jpeg)

![](_page_104_Figure_3.jpeg)

Figure 4.5 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié [60,90]s endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

### 4.5.2 Les graphes de la variation de contrainte longitudinale

Les résultats des méthodes analytiques ont été programmés et exécuté par logiciel MAPLE et comparer avec la méthode de éléments finie simulé par ABAQUS, la variation de la contrainte longitudinale dans la couche à 90° suivant la longueur des stratifiés.

En utilisant les modèles de BERTHELOT (parabolique et progressif) et le modèle d'HASHIN avec élément finie (ABAQUS), les contraintes longitudinales dans le sens de la longueur sont représentées dans les figures 4.6 à 4.9, en utilisant des rapports géométriques de fissurations « a =25, 10,5» et de rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha$ =1/2 » avec différent couche « $\theta^{\circ}$ =0, 20, 45,60».

Stratifié [0/902/0]

![](_page_105_Figure_4.jpeg)

![](_page_106_Figure_0.jpeg)

![](_page_106_Figure_1.jpeg)

Figure 4.6 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié  $[0/90_2/0]$  pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.

![](_page_107_Figure_0.jpeg)

![](_page_107_Figure_1.jpeg)

![](_page_107_Figure_2.jpeg)


Figure 4.7 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [20/90<sub>2</sub>/20] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.









Figure 4.8 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $45/90_2/45$ ] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.







Figure 4.9 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $60/90_2/60$ ] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.

#### 4.5.3 Interprétation des résultats

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par J-M.BERTHOLOT et EL MAHI et autre [25], voir annexe 1 (figure 8) pour stratifié  $[0,90]_s$  avec  $\alpha=1$  et « a » différents.

La variation de contraintes ont été étudiés par différentes valeurs des rapports géométriques (a=25, 10,5) et rapport d'épaisseur de couche ( $\alpha = 1/2$ ) dans la stratifié [ $\theta_m$ ,90<sub>n</sub>]<sub>s</sub> sont indiquées sur les figures 4.2 à 4.5 , On remarque que lorsque la valeur de rapport géométrique « a » diminuer la contrainte max augmente, l'examen de la répartition des contraintes montre que la contrainte longitudinale dans la couche 90° atteint une valeur maximale quand la valeur de rapport géométrique égale à 5.

La variation de la contrainte longitudinale dans la couche à 90° sur la longueur de stratifié est donnée sur les figures 4.6 à 4.9. Le contrainte longitudinale moyenne  $\overline{\sigma}_{xx}^{90}$ , évaluée

à travers l'épaisseur de la couche 90 °, est liée à la  $\sigma_{90}$  contrainte longitudinale appliquée à la couche de 90 °, dans le cas d'un composite en bon état.

$$\sigma_{90} = \sigma_c \, \frac{E_{90}}{E_x^0} \tag{5.1}$$

Dans le cas des stratifiés qui ne sont pas très endommagées (a = 25, avec différent  $\theta$ ), (les figures (a) 4.6, (a) 4.7, (a)4.8, (a)4.9), la contrainte longitudinale est constante et égale à  $\sigma_{90}$  sur une grande partie de la longueur du stratifié ( $0 \le x / l \le 0.7$ ). Ensuite, la contrainte longitudinale diminue et disparaît au plan de fissure.

La contrainte longitudinale est nulle au niveau du plan de fissures transverses (conditions aux limites respectées). À plus forte densité de fissure, la longueur de transfert de charge diminue (a= 10, figures (b) 4.6,(b) 4.7,(b)4.8,(b)4.9), la contrainte longitudinale maximale étant beaucoup plus faible que  $\sigma_{90}$  dans le cas des densités de fissure élevé (a = 5, figures (c) 4.6,(c) 4.7,(c)4.8,(c)4.9).

D'après une étude réalisée par éléments finis simulé par ABAQUS, les résultats montrent que dans le cas où le rapport d'épaisseur des couches est petit (dans notre cas  $\alpha$ =1/2) et pour différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration (a=25, 10, 5) les deux modèles, variation parabolique et variation progressive donnent des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. Dans tous les cas et en particulier pour des valeurs élevées des épaisseurs des couches à (0°, 20°,45°,60°) et des valeurs élevées de la densité de fissures (correspondant à des faibles valeurs du rapport géométrique de fissuration), le modèle de cisaillement parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

En conclusion, d'après nos résultats, à hautes densités de fissurations, la contrainte ultime exigée pour ne plus produire de fissures, ne peut pas être prononcée à cause d'une situation qui correspond à l'état de saturation. Lorsque les fissures sont très éloignées, l'hypothèse de la contrainte constante dans l'épaisseur de la couche est correcte, sauf au voisinage du plan de fissures.

## 4.5.4 Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale

## Résultats du $\theta^{\circ}=0$







Figure 4.10 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié  $[0,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

<u>Résultats du  $\theta^{\circ}=20$ </u>







Figure 4.11 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié  $[20,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

112







Figure 4.12 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [45,90]<sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse de couche orientée à 90°.

## <u>Résultats du θ°=60</u>







Figure 4.13 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans composite stratifié [60,90]s endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^{\circ}$ .

4.5.5 Les graphes de la variation de contrainte de cisaillement interlaminaire

## Stratifié [0/902/0]







Figure 4.14 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié  $[0/90_2/0]$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.

## Stratifié [20/902/20]















Figure 4.16 : Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié  $[45/90_2/45]$  pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.

## Stratifié [60/902/60]







Figure 4.17 : Variation de contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale de stratifié  $[60/90_2/60]$  pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par J-M.BERTHOLOT et EL MAHI et autre [25], voir annexe 1(figure 9) pour stratifié [0,90]<sub>s</sub> avec  $\alpha$ =1 et « a » différents.

La variation de contraintes de cisaillement interlaminaire longitudinale ont été étudiés par différentes valeurs des rapports géométriques (a=25, 10,5) et rapport d'épaisseur de couche ( $\alpha = 1/2$ ), dans la stratifié [ $\theta_m$ ,90<sub>n</sub>]<sub>s</sub> sont indiquées sur les figures 4.10 à 4.13, On remarque que lorsque la valeur de rapport géométrique « a » diminue, la contrainte de cisaillement max augmente, l'examen de la répartition des contraintes montre que la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale dans la couche 90° atteint une valeur maximale quand la valeur de rapport géométrique égale à 5.

Dans le cas de fissures de faibles densités de (a = 25, les figures (a)4.14, (a)4.15, (a)4.16, (a)4.17), la contrainte de cisaillement est égale à zéro sur une grande partie de l'écartement de la fissure. Cet effet diminue lorsque la densité de fissure augmente. Sur les figures (4.14, 4.15, 4.16, 4.17), on peut observer que les résultats de la contrainte de cisaillement déduite de l'analyse complète de cisaillement parabolique sont similaires à des éléments finis pour l'intervalle  $0 \le x / l \le 0.7$  à 0,8. Les résultats diffèrent dans les environs de la fissure.

L'analyse par éléments finis conduit à une contrainte maximale de cisaillement une certaine distance de la fissure. Ensuite, la contrainte de cisaillement se désintègre à zéro à la pointe de la fissure, selon l'état de frontière soumettre à une contrainte-libre. Les modèles paraboliques produisent contrainte de cisaillement maximale dans le plan de fissure.

Cela résulte du fait que l'approximation donnée par ces modèles analytiques ne vérifie pas la condition de fuite de contrainte de cisaillement à la pointe de la fissure. D'ailleurs, la valeur maximale obtenue par l'analyse des éléments finis dépend de la netteté de la singularité à la pointe de la fissure. Enfin, il faut noter que le modèle parabolique qui vérifie la pointe état de fissure donne des résultats notablement différents des résultats des éléments finis. <u>4.5.7 Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié  $[\theta_m, 90_n]_S$  en fonction</u>



## Stratifié [0/902/0]







Figure 4.18 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié  $[0/90_2/0]$ pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5.



Stratifié [20/902/20]





Figure 4.19 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié [20/90<sub>2</sub>/20] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5.







Figure 4.20 : Variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de stratifié [45/90<sub>2</sub>/45] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5.



Stratifié [60/902/60]





Figure 4.21 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [ $60/90_2/60$ ] pour  $\alpha$ =1/2 et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration a=25, 5,2.5.

La variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur des stratifiés  $[\theta_m/90_n]_s$  et  $\theta^\circ = 0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  est rapporté sur les figures 4.18 à 4.21 avec différentes valeurs des rapports géométriques (a = 25, 5, 2,5) et rapport d'épaisseur de couche ( $\alpha$ =1/2). Pour des rapports géométrique de fissuration élevés (Stratifié non endommagé avec « a=25», la contrainte longitudinale dans les trois modèles est la même avec une valeur constantes dans l'épaisseur de la couche  $\theta^\circ$  ( $0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ) et 90° (figure (a)4.18, (a)4.19, (a)4.20, (a)4.21).

On remarque évidemment un saut de contraintes entre les deux couches dû aux variations importante du module de Young dans les ceux couche décroit et que le rapport d'épaisseur des couches augmente (figure (c)4.18, (c)4.19, (c)4.20, (c)4.21), les résultats montrent d'abord un accroissement de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur des couches à  $\theta^{\circ}$  (0°,20°,45°,60°) et 90° du au comportement en cisaillement des couches. Ensuite, la contrainte longitudinale tend à devenir constante, ce qui correspond à un état de traction de la couche. Cet état de traction est d'autant plus facilement atteint que les modules longitudinaux  $(E_0, E_{20}, E_{45}, E_{60})$  de la couche [ $\theta_m$ ,90<sub>n</sub>]s est élevé et le rapport géométrique de fissuration « a » est faible.

Pour le modèle de « HASHIN », les contraintes longitudinales pour différents rapports géométrique de fissuration (a=25,5.2.5) et rapport d'épaisseur de couche ( $\alpha$ =1/2), les contraintes longitudinales sont constantes à travers toute l'épaisseur de couches ( $\theta^{\circ}=0^{\circ},20^{\circ},45^{\circ},60^{\circ}$ ).HASHIN suppose que la contrainte longitudinale dépend que la valeur de coordonnée longitudinale [25] (x/l, disposition des fissures).

D'une façon globale, on peut remarquer à travers les résultats représentés dans les figures 4.18 à 4.21 que les trois modèles utilisés donnent des résultats presque identiques lorsque le rapport géométrique de fissuration « a » devient élevé. Pour des faibles valeurs du rapport géométrique de fissuration, on remarque que les valeurs des contraintes  $\sigma_{xx}$  dans la couche non endommagée (la couche  $\theta^{\circ}$  (0°,20°,45°,60°) devient nettement différente. On peut même considérer que le champ de contrainte décrit par HASHIN n'est vraiment convenable que lorsque le rapport caractérisant l'état de l'endommagement « a » soit très important et dans les régions situées loin des fissures.

D'après une étude réalisé par élément finis par J-M.BERTHOLOT et EL MAHI et autre [25], voir annexe 1(figure 7), montrent que dans le cas où le rapport d'épaisseur des couches est petite (dans notre cas  $\alpha = 1/2$ ) et pour différents valeur de rapport géométrique de fissuration (a=25, 5,2.5).

Les deux modèles, variation parabolique et variation progressif donnent des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (l'approche est parfaite). Dans tous les cas et en particulier pour des valeurs élevés des épaisseurs des couches ( $\theta^{\circ} = 0^{\circ}, 20^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$ ) et des valeurs élevées de la densité de fissuration (correspondant à des faibles valeurs du rapport géométrique de fissuration, stratifié endommagé), le modèle parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis. L'approche de cisaillement parabolique décrit mieux le comportement réel du stratifié.

# <u>4.5.9 Comparaison d'évolution de la variation des champs de la contrainte longitudinale</u> <u>4.5.9.1 Comparaison d'évolution de la variation de la contrainte longitudinale par de modèle</u>



parabolique avec différents  $\theta^{\circ}$ 



Figure 4.22 : comparaison d'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié [0,90]<sub>s</sub>, [20,90]<sub>s</sub>, [45,90]<sub>s</sub>, [60,90]<sub>s</sub>.



Figure 4.23 : comparaison d'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié [0,90]<sub>S</sub>, [60,90]<sub>S</sub>.

L'évolution de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha$ =1 » et des rapports géométriques de fissurations « a=25, 10, 5,2.5 » différents est représentée dans la figure 4.22. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale dans la couche 90° le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et une grande densité de fissure. Avec l'augmentation de la densité de fissures, on remarque une réduction importante de la contrainte longitudinale le long de l'épaisseur (figures 4.23) lorsque  $\theta^{\circ}$  diminue 60° à 0°.

## <u>4.5.9.2 Comparaison d'évolution de variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire</u> longitudinale par de modèle parabolique avec différents $\theta^{\circ}$





Figure 4.24 : Comparaison des contraintes cisaillements interlaminaire longitudinale de modèle parabolique entre les stratifié [0,90]<sub>S</sub>, [20,90]<sub>S</sub>, [45,90]<sub>S</sub>, [60,90]<sub>S</sub>.



Figure 4.25 : Comparaison des contraintes cisaillements interlaminaire longitudinale de modèle parabolique entre les stratifié [0,90]<sub>S</sub>, [60,90]<sub>S</sub>.

L'évolution de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha$ =1 » et des rapports géométriques de fissurations « a=25, 10, 5,2.5 » différents est représentée dans la figure 4.24. Les résultats montrent qu'on a toujours une réduction de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres.

Lorsque la densité de fissure augmente, une diminution importante et maximale de la contrainte de cisaillement est observée au plan de fissure avec l'angle d'orientation des fibres qui varie de  $60^{\circ}$  à  $0^{\circ}$ . (voir figure 4.25).

#### 4.5.9.3 Comparaison d'évolution de variation de la contrainte longitudinale dans l'épaisseur de



stratifié  $[\theta_m, 90_n]_s$  par de modèle parabolique



Figure 4.26 : Comparaison des contrainte longitudinale de modèle parabolique dans l'épaisseur de stratifié [0,90] s, [20,90]s, [45,90]s, [60,90]s



Figure 4.27 : Comparaison des contrainte longitudinale de modèle parabolique dans l'épaisseur de stratifié [0,90] s, [60,90]s

L'évolution de la variation de contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié avec différents angles d'orientation des fibres et des rapports géométriques de fissurations « a=25, 5,2.5 » différents est représentée dans la figure 4.26. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale à travers la couche à 90° avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et une grande densité de fissure. L'inverse est remarqué dans la contrainte longitudinale à travers la couche à  $\theta^{\circ}$ .

Lorsque la densité de fissure augmente, on note une diminution importante de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur de la couche à 90° avec la variation de l'angle d'orientation des fibres de 60° à 0° (Figure 4.27), le contraire est observé le long de la couche à  $\theta^{\circ}$ .

### 4.6 Conclusion

La fissuration transversale de stratifié  $[\theta_m/90_n]_S$  soumis à la traction uniaxiale est analysée par deux types d'approches (approche analytique et approche numérique) . Une analyse par éléments finis (ABAQUS) de la fissuration transversale a été mise en œuvre et les résultats obtenus ont été comparés à des modèles analytiques et les résultats publié par Berthelot [25] voir annexe 1 de la littérature.

Ces comparaisons montrent que le modèle de cisaillement de décalage parabolique complet, sur la base de l'hypothèse d'une variation parabolique de contrainte longitudinal dans les couches  $\theta^{\circ}$  et 90°, donne une assez bonne approximation de la distribution de contrainte de cisaillement interlaminaire en comparaison avec l'analyse en éléments finis.

Dans les modèles théoriques de fissuration transverse, il est nécessaire de tenir compte de façon suffisamment précise de l'interaction entre les fissures, lorsque celles-ci deviennent très proches et cela pour arriver à une bonne estimation de l'état « saturé ».

## **CHAPITRE 5**

## SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS [θm/90n]s AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE ET CONDITIONS HYGROTHERMIQUES

## 5.1 Introduction

Le modèle de variation parabolique montre un bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (ABAQUS), dans ce chapitre nous allons étudier l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uniaxiale et endommagé par des fissurations transversales.

Premièrement, nous représentons l'influence des conditions hygrothermique sur le champ de contraintes longitudinales dans la stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$ .

Deuxièmement, comparaison des évolutions du champ de contraintes longitudinales avec l'influence hygrothermique pour différentes angles d'orientations des fibres.

## 5.2 Organigramme

A l'issue de cette étude et pour modéliser la réduction de la variation de contrainte dans un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$ , sous conditions hygrothermiques, un organigramme AEROVILL a été établi comme suit :





Figure 5.1 : Organigramme du AEROVILL

## 5.3 Influence des conditions hygrothermiques sur la variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[\theta_m/90_n]_s$

Nous allons présenter l'influence des conditions hygrothermiques sur la variation de la contrainte longitudinale dans un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$ ,  $(\theta^\circ=0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ)$  avec le modèle parabolique, pour le même matériau que ceux utilisé précédemment (chapitre 3 tableau 3.1 et 3.2) avec rapports d'épaisseur des couches «  $\alpha=1$ , 1/3 » et rapport géométriques de fissuration « a=2.5 ».



Figure 5.2 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90<sub>2</sub>/0] pour ( $\alpha$ =1 et a=2.5).



Figure 5.3 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [20/90<sub>2</sub>/20] pour ( $\alpha$ =1 et a



Figure 5.4 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [45/90<sub>2</sub>/45] pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.5 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié [60/90<sub>2</sub>/60] pour ( $\alpha$ =1 et a

A travers les résultats présentés dans les figures 5.2 à 5.5 ayant le rapport d'épaisseur de couche « $\alpha$ =1» et le rapport géométrique « a=2.5 ». L'augmentation des effets hygrothermiques (température et l'humidité) engendre une chute de la contrainte longitudinale dans le stratifié [ $\theta$ /90<sub>2</sub>/ $\theta$ ], quand température et l'humidité augmentes la variation de la contrainte diminué. On note aussi que cette influence hygrothermique est significative lorsque l'angle d'orientation des fibres  $\theta^{\circ}$  est petit.



Figure 5.6 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  sous deux différentes conditions hygrothermiques

L'évolution de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure 5.6. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et l'augmentation de la température et l'humidité.

# 5.4 Influence des conditions hygrothermiques sur la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié $[\theta_m/90_n]_s$

Nous analysons l'influence des conditions hygrothermiques sur la variation de la contrainte de cisaillement dans le stratifié  $[\theta_m/90_n]_S$


Figure 5.7 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié  $[0/90_2/0]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.8 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié  $[20/90_2/20]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.9 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié  $[45/90_2/45]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.10 : La variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire dans le stratifié  $[60/90_2/60]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).

A travers les résultats présentés dans les figures 5.7 à 5.10 ayant le rapport d'épaisseur de couche « $\alpha$ =1» et le rapport géométrique « a=2.5 », en remarque que lorsqu'on augmente les conditions hygrothermiques, la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire diminue et cela toujours pour des angles d'orientation des fibres  $\theta^{\circ}$  petits. Par contre, dans les figure 5.9 et 5.10 quand on augmente les conditions hygrothermique, la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire augmente les conditions de la contrainte de cisaillement interlaminaire augmente les conditions hygrothermique, la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire augmente légèrement le long des stratifiés [45/90]s et [60/90]s.



Figure 5.11 : Comparaison des évolutions de la contrainte de cisaillement interlaminaire le long du stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  sous deux différentes conditions hygrothermique.

L'évolution de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure 5.11. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et l'augmentation des conditions hygrothermiques.

5.5 Influence des conditions hygrothermiques sur la variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$ 

La variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur et sous différentes conditions hygrothermiques a été illustrée dans les figures 5.12 à 5.15.



Figure 5.12 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[0/90_2/0]$ pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.13 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[20/90_2/20]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.14 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[45/90_2/45]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).



Figure 5.15 : Variation de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[45/90_2/45]$  pour ( $\alpha$ =1 et a =2.5).

Une légère influence des conditions hygrothermiques est remarquée pour des angles d'orientation des fibres  $\theta^{\circ}$  petit (Fig. 5.12 et 5.13). Par contre dans les Fig. 5.14 et 5.15 (c a d  $\theta^{\circ}=45^{\circ}$  et  $\theta^{\circ}=60^{\circ}$  respectivement) on note une augmentation de la contrainte longitudinale dans la couche à 90° le long de l'épaisseur cette couche avec l'augmentation de la température et l'humidité et ça se suit par une diminution de la contrainte longitudinale dans la couche  $\theta^{\circ}$  le long de l'épaisseur de cette couche.



Figure 5.16 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  sous deux différentes conditions hygrothermiques.

L'évolution de la variation de contrainte longitudinale à travers l'épaisseur du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure 5.16. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale à travers la couche à 90° avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et l'augmentation des conditions hygrothermiques. L'inverse est remarqué dans la contrainte longitudinale à travers la couche à  $\theta^{\circ}$ .

## 5.6 Conclusion

Nous avons étudié l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant le modèle parabolique.

En conclusion, l'influence des conditions hygrothermiques est assez importante et significative dans l'étude des contraintes longitudinales et de cisaillement dans les stratifiés fissurés avec différentes angles d'orientation des fibres.

## **CONCLUSION GENERALE**

Dans notre étude, nous nous sommes intéressés aux stratifiés de type  $[\theta_m/90_n]_s$  sollicités en traction uniaxiale. Dans ce cas, le processus d'endommagement est caractérisé par la fissuration transverse dans la couche orientée à 90°. Dans le but de décrire de façon précise le comportement mécanique du stratifié endommagé, nous avons développé dans notre étude deux types d'approche : approche variationnelle et une analyse numérique par éléments finis code ABAQUS. Ainsi, les travaux [25] réalisés dans ce cas nous donnent une idée précise sur le comportement mécanique du stratifié endommagé que ce soit au niveau local ou global.

D'un point de vue local, notre étude permet de décrire la répartition du champ des contraintes dans une cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse. A L'aide de cette modélisation analytique et de l'étude numérique par éléments finis, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- La contrainte normale longitudinale dans la couche orientée à 90° qui pilote l'endommagement par fissuration transverse. Elle prend les valeurs maximales à mi-distance entre deux fissures transverses consécutives.

- Le modèle de variation parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (ABAQUS).

- Ces résultats nous permettent d'avoir une idée sur le comportement mécanique du stratifié endommagé d'un point de vue local. Toutefois, des prédictions restent discutables et ne peuvent en aucun cas être fiables à 100 %, que ce soit à partir de notre modèle analytique ou du calcul par éléments finis . Ceci, sachant que ces derniers ainsi les approches proposées sont incapables de décrire la singularité en pointe de fissure.

- Pour le modèle analytique, la solution exacte ne peut pas être obtenue. Car, si on veut prendre en compte la variation suivant l'épaisseur des couches de la contrainte normale longitudinale dans la couche à 90° et transverse dans la couche à  $\theta^{\circ}$ , les conditions aux limites au niveau des plans des fissures transverses ne peuvent en aucun cas être respectées. - Pour l'analyse par éléments finis, le point discutable reste le non-respect des conditions aux limites au niveau des plans de fissures transverses, quel que soit le degrés d'affinement du maillage. Et comme la modélisation est basée sur une approche déplacement, l'équilibre ne peut être vérifié qu'en moyenne. Ainsi, nous avons opté pour une étude globale n'utilisant que des valeurs moyennes, moins sensibles aux erreurs locales.

La deuxième partie de ce travail est l'étude bibliographique préalable sur les aspects physico-chimiques des effets de vieillissement de température et d'humidité sur les éléments constituants le composite était nécessaire, pour mieux distinguer les mécanismes mis en jeu et apporter des éclaircissements bien fondés sur l'interprétation des résultats par la suite.

La modélisation du vieillissement a été établie selon un modèle à l'échelle micoanalytique, choisi à partir d'un modèle semi empirique qui prend en considération l'effet de la concentration d'humidité et de la température sur les propriétés des fibres et de la matrice. Ceci a permis de quantifier l'évolution des propriétés mécaniques.

La troisième partie de ce travail a été consacré à l'étude de l'évolution des champs de contrainte à travers l'épaisseur du stratifie  $[\theta_m/90_n]_S$  vieillis hygrothermiquement ,et l'étude de l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_S$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant les modèles analytiques.

En conclusion, on peut dire que l'influence de la température et l'humidité a un effet significatif sur la variation des contraintes longitudinales et de cisaillement dans les stratifiés fissurés soumis à une traction uni axiale avec différentes angles d'orientation des fibres.

Comme perspective, nous proposons d'étudier l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta/\beta]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par fissuration transverse, longitudinale et délaminage par deux types d'approche : approche analytique et une analyse numérique.

## **ANNEXE 1**

Les résultats ci-dessous ont été publiés par BERTHELOT.JM, LEBLONB.P, EL MAHI, LE CORE J.F. « Transverse cracking of cross ply laminates: part1. Analysis » [25]

 $\alpha = 1$  avec different «a»





Figure 8 Variation of longitudinal stress  $\sigma_{xx}$  along the length of  $[0/90_2/0]$  laminates, for different values of cracking aspect ratio: a = 25 (a); a = 10 (b); a = 5 (c);





**Figure 9** Variation of interlaminar shear stress  $\tau$  along the length of  $[0/90_2/0]$  laminates, for different values of cracking aspect ratio: a = 25 (a); a = 10 (b); and a = 5 (c)







**Figure 7** Variation of longitudinal stress  $\sigma_{xx}$  across the thickness of  $[0/90_2/0]$  laminates, for different values of cracking aspect ratio: a = 25 (a); a = 5 (b); and a = 2.5 (c)

## Bibliographie

[1] Y Ledru « Étude de la porosité dans les matériaux composites stratifiés aéronautiques » 14 décembre 2009.

[2] Sébastien Blassiau « Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d'un composite unidirectionnel Carbone/époxy et prédiction de durée de vie » Thèse doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris (2005).

[3] R. El Guerjouma, J.C. Baboux, D. Ducret, N. Godin, P. Guy, S. Huguet, Y. Jayet, T. Monnie r, « Non destructive evaluation of damage and failure of fiber reinforced polymer composites using ultrasonic waves and acoustic emission, Advanced engineering materials », vol.3, 2001, pp.601-608.

[4] P-E Bourban « Endommagement, rupture et corrosion des composites thermodurcissables de mats de fibres de verre », thèse N° 1148 (1993).

[5] J-P. Favre and J-C. Laizet. « Amplitude and counts per event analysis of the acoustic emission generated by the transverse cracking of cross-ply » cfrp. Composites Science and Technology, 1989.

[6] K.L. Reifsnider. « Some fundamental aspects of fatigue and fracture response of composite materials ». In Proceedings of 14th Meeting of Society of Engineering Science, pages 373-384, 1977.

[7] A. Thionnet. « Prévision d'endommagement sous chargements quasi-statiques et cycliques des structures composites stratifiées ». PhD thesis, Université Paris 6, 1991.

[8] B.I Yoon, K. Kamimura, and F.X. De Charentenay. « Accumulation de l'endommagement dans les matériaux composites sous sollicitations de fatigue et de fluage ». In Comptes Rendus des Quatrièmes Journées Nationales sur les Composites, pages 353-369. AMAC, septembre 1984.

[9] P.W.M. Peters and T-W. Chou. « On cross-ply cracking in glass and carbon fibrereinforced epoxy laminates ». Composites, 18 :40-46, january 1987. [10] K. W. Garret and J. E. Bailey. « Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester ». Journal of Materials Science, 12,157-168, 1977.

[11] M.F.E. Ibrahim and K.J. Miller, « Determination of crack initiation life », Fat. Fract. Eng. Mater. Struct , 2, 351-360, (1980).

[12] N. Jia and V. A. Kagan, « Effect of time and temperature on the tension-tension fatigue behaviour of short fiber reinforced polyamides », Polym. Comp, 19, 408-414 (1998).

[13] J.P. Trotignon et J. Verdu, « Rupture en fatigue des matériaux polymères, introduction à la mécanique des polymères »1988.

[14] K.L. Reifsnider, A.L. Highsmith, C. Zweben « Stiffiress-Reduction mechanisms in composite laminates », Damage in Composite Materials, ASTM STP 775, K.L. Reifsnider, Ed, ASTM, 1982, pp. 103-117.

[15] K.L. Reifsnider & A. Talug « Analysis of fatigue damage in composite laminates », Int. Journal of Fracture, 1980, pp. 3-11.

[16] C.Zweben & A.S.D. Wang « Fracture mechanics of sublaminate cracks in composite materials », Composite Technology Review, Vol. 6 (2), 1984, pp. 45-62.

[17] M.H. Han & J. A. Nairn « Hygrothermal aging of polyimide matrix composite laminates» Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Volume 34, Issue 10, Pages 979-986 October 2003.

[18] A.L. Highsmith & K.L. Reifsnider « Internal load distribution effects during fatigue loading of composite laminates», Composite Materials: Fatigue and Fracture, ASTM STP 907, H.T. Hahn, Ed, Philadelphia, 1986, pp 233-251.

[19] N.J. Pagano « stress field in composites laminates» Int. J. of Solids Structures, Vol. 14, 1978, pp. 385-400.

[20] Steif, P.S. « Transverse play crack growth and associated stiffness reduction during the fatigue of a simple cross play laminate », 1Eds S.L. Ogin, P.A. Smith and P.W.R. Beaumont, Report CUED/C/MATS/TR105, Cambridge University, 1984.

[21] J.L. Rebière « Modélisation du champ des contraintes crée par des fissures de fatigue dans un composite stratifié carbone/polymère », Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, 1992.

[22] Z. Hashin « Analysis of cracked laminates: a variational approach », Mechanics of Materials, Vol. 4, 1985, pp. 121-136.

[23] Z. Hashin « Analysis of orthogonally cracked laminates under tension », Journal of Applied Mechanics ,Vol. 54, 1987, pp.872-879.

[24] J.F. Le Corre «Analyse du développement de la fissuration transverse et du délaminage dans les stratifiés croisés », Thèse de Doctorat de l'Université du Maine, Décembre 1999.

[25] J.M. Berthelot, P. Leblond, A. El Mahi & J.F. Le Corre« Transverse cracking of cross-ply laminates: Part I: Analysis », Composites, Yol- 27 A 1996 pp.989-1001.

[26] A.S.D. Wang, N.N. Kishore & C.A. Li « crack development in graphite-epoxy cross-ply laminates under uniaxial tension « Composite Science and Technology», Vol. 24, 1985, pp. 1-31.

[27] A. Benkeddad, «Conception d'un Logiciel d'Analyse des Plaques stratifiées avec Prise en Compte des Contraintes Hygrothermiques transitoires », Thèse de l'Université de Bourgogne, 1994.

[28] J. Jedidi, F. Jacquemin, A. Vautrin, « Design of accelerated hygrothermal cycles on polymer matrix composites in the case of a supersonic aircraft »;Composite Structures 68, 429-437, 2005.

[29] C. Suri, « Etude du couplage des phénomènes d'absorption et d'endommagement dans un composite verre-epoxy », de Thèse de doctorat, LMARC, Université de Franche-Comté, 1995.

[30] S.R. Patel, « Durability of hygrothermally aged graphite/epoxy woven composite under combined hygrothermal conditions», International Journal of Fatigue 24 (2002), pp. 1295-1301.

[31] V.Lietard, « étude des effets séparés et couplés d'un environnement hydro thermique et d'un chargement mécanique sur la déformabilité et la ténacité à long terme

de composites verre/résine »,thèse de doctorat obtenu à l'institut des sciences et technologies de Lille ; 1998.

[32] J. Mercier, A. Bunsell, P. Castaing, J. Renard, « Characterisation and modelling of aging of composites », Actes des XIIèmes European Conference on Composite Materials (ECCM12), Biarritz, France, 29 août-3 septembre 2006.

[33] H.S. Kim, X. M. Wang and N.A.H Nik Abbdulah, « Effect of temperature on fatigue crack growth in the polymer ABS », J fatigue & fracture of engineering materials & structures , vol 17.n°3, pp361-367, 1994.

[34] Pickett A.K., Johnson A.F., « Numerical simulation of the forming process in long fibre reinforced thermoplastics », Composite Mat.Thech., V(1996) 233-242.

[35] Laws, N, Dvorak, G, «Progressive transverse cracking in composite laminate », J.Composite. Mater, No 22, pp 900-916, 1988.

[36] A. Benkhedda « Effect of temperature and humidity on transient hygrothermal stress during moisture desorption in laminated composite plates » Composite Structure, vol 82, pp 629-635, 2008.

[37] JM .Berthelot, «Analysis of the transverse cracking of cross ply laminates: a Generalized Approach », Journal of Composite Materials, Vol 31, No 18, pp 1780-1805, 1997.

[38] M. Fellah « Effect of transverse cracks on the effective thermal expansion coefficient of aged angle-ply composites laminates » Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol 48, pp 32-40, 2007.

[39] Y. Surrel and A. Vautrin, «On a modeling of the plastic response of FRP under monotonicloading », Journal of Composite Materials,(1999)232-250.

[40] P. Vaddadi, T. Nakamura and R.P. Singh, «Inverse analysis for transient moisture diffusion through fiber-reinforced composites », Acta Materialia, (2003) 177-193.

[41] S. W. Tsai, « Composites Design » Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.

[42] Adamson M.J, « Thermal expansion and swelling of cured epoxy resin used in graphite/epoxy composite materials », Journal of Materials Science, 1980, 15, 1736-1745.

[43] Loh W.K, Crocombe A.D, Abdel Wahab M.M, Ashcroft I.A, « Modelling anomalous moisture uptake, swelling and thermal characteristics of a rubber toughened epoxy adhesive », International Journal of Adhesion and Adhesives, 2005, 25, 1-12.

[44] Brewer D, Gasparini D.A, Andreani J, « Diffusion of water in steel-to-steel bond», Journal of Structural Engineering, 1990, 116, 1180-1198.

[45] Crank J, « The mathematics of diffusion », 2<sup>nd</sup> Edition, Clarendon Press, Oxford, 1975.

[46] Bellenger V, Verdu J, Morel E, « Structure-properties relationships for densely cross-linked epoxide-amine systems based on epoxide or amine mixtures, Part 2 Water absorption and diffusion », Journal of Materials Science, 1989, 24, 63-68.

[47] Peter Lundmark « Damage mechanics analysis of inelastic behavior of fiber composites », thèse doctorat obtenu au Department of Applied Physics and Mechanical Engineering; Luleå, November 2005.

[48] Zhou J, Lucas J.P, « Hygrothermal effects of epoxy resin. Part II: variations of glass transition temperature, Polymer, 1999, 40, 5513-5522.

[49] Fernandez-Garcia M, Chiang M.Y.M, « Effect of hygrothermal aging history on sorption process, swelling, and glass transition temperature in a particle-filled epoxy based adhesive », Journal of Applied Polymer Science, 2002, 84, 1581-1591.

[50] Wang J-Y, Ploehn H.J, « Dynamic mechanical analysis of effect of water on glass bead-epoxy composites », Journal of Applied Polymer Science, 1996, 59, 345-357.

[51] Gupta V.B, Drzal L.T, « The physical basis of moisture transport in a cured epoxy resin system », Journal of Applied Polymer Science, 1985, 30, 4467-4493.

[52] Shanahan , M. E. R. Shanahan, « Journal of Applied Polymer Science » 69, 363-369 (1997).

[53] ABAQUS, « Documentation Version 6.10 ». Hibbit, K arlsson & Sorensen, Inc. Abaqus ,simulia, HKS Inc Providence, RI, 2010.

[54] K. Ashbee, « Water damage in glass fibre/resin composites », Proc. Roy. Soc. A312, pp 553-564, 1969.

[55] Z. Sereir, E. Adda Bedia, A. Tounsi, « Effect of the accelered moisture diffusivity on the hygrothermal behavior laminated plate with symmetrical environmental conditions », Journal of thermal stresses, Taylor & Francis Edition, Vol 28, pp 889-908, 2005.

[56] X. Wang « Hygrothermal effect on dynamic interlaminar stresses in laminated plates with piezoelectric actuators » Composite Structure, vol 71, pp 220-228, 2005.

[57] I. Ghorbel, « Mecanismes d'endommagement des tubes verre-resine pour le transport d'eau chaude » influence de la ductilite de la matrice, thèse de doctorat Ecole des Mines de Paris, Juillet 1990.

[58] Kh. Amara « Effect of transverse cracks on the mechanical properties of angle ply composites laminates » Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol 45, pp 72-78, 2006.

[59] A. Benkhedda, « Etude hygrothermique des matériaux composites à matrice polymère avec la prose en compte de l'effet de vieillissement lors de la désorption transitoire », thèse de doctorat obtenu au département d'aéronautique de Blida, 2008.

[60] M. khodjet-kesba « effet et analyse des fissurations dans les materiaux composites vieillis», thèse de magister obtenu au département d'aéronautique de Blida , Avril 2011.

[61] T. Rezoug, A. Benkhedda, M.Khodjet-Kesba, E.A. Adda bedia, « Analysis of the composite patches cracked and aged in hygrothermal conditions, Mechanics and industry », Vol. 12, 2011, pp. 395-398.