

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DEHLEB BLIDA  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département : Aéronautique



Mémoire pour l'obtention  
du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique  
Option : construction aéronautique

**THEME**

# Etude Des Instabilités Intrinsèques De Combustion

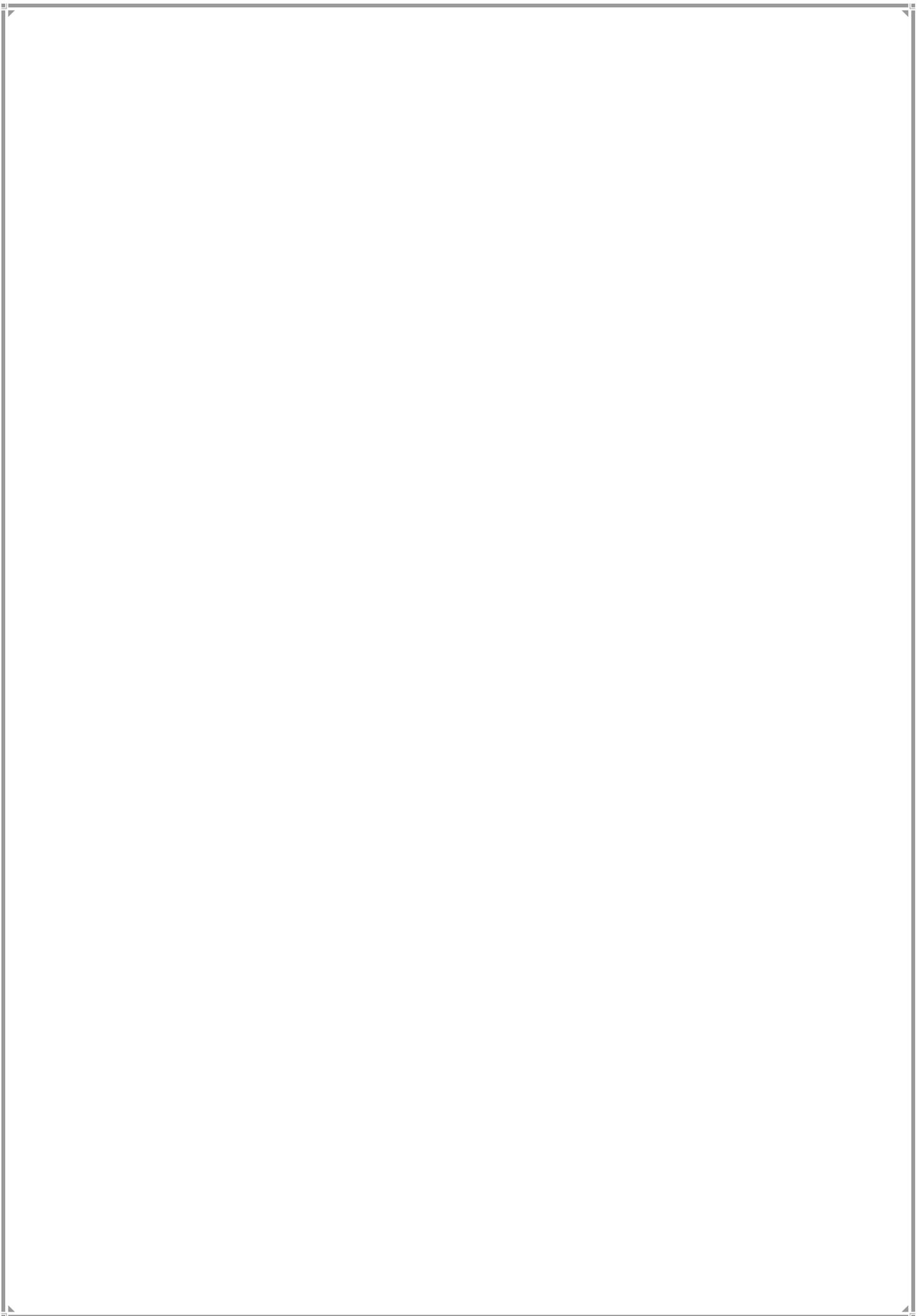
**PRESENTE PAR :**

M<sup>r</sup> : MIADI Houssem  
M<sup>r</sup> : MAAMERIA Fetheddine

**ENCADRE PAR :**

M<sup>r</sup> : CHEGRANI. A

**ANNEE UNIVERSITAIRE 2007 /2008**



## **Résumé**

L'objectif de ce projet fin d'étude est de présenter les mécanismes permettant à une flamme initialement en une forme plane de se transformer en une nouvelle forme qui est plissée.

On a tenté d'expliquer cette emblématique par l'instabilité intrinsèque. Pour une simplicité de modélisation, on a décomposé cette dernière selon les phénomènes prépondérants pour chaque cas. Dans ce contexte, les instabilités thermo-diffusives, hydrodynamiques et thermo-acoustiques ont été étudiées.

On recherche la solution par l'établissement de la relation de dispersion pour chaque type d'instabilité.

Finalement, on a concrétisé notre travail par la mise au point des programmes simples traitant ce cas de figure en utilisant le logiciel MATLAB.

## **Abstract**

The objective of this end project of studies is to describe the mechanisms allowing initially a flame in a plane form to transform into a new form which is folded.

We tried to explain this emblematic by intrinsic instability. For a simplicity of modeling, we broke up the latter according to the phenomena's lay for each case. In this context, thermal-diffusive instability, hydrodynamic and thermal-acoustic were studied.

We seek the solution by the establishment of the relation of dispersion for each type of instability.

Finally, our work by the development of the simple programs concretized treat this case of figure by using software MATLAB.

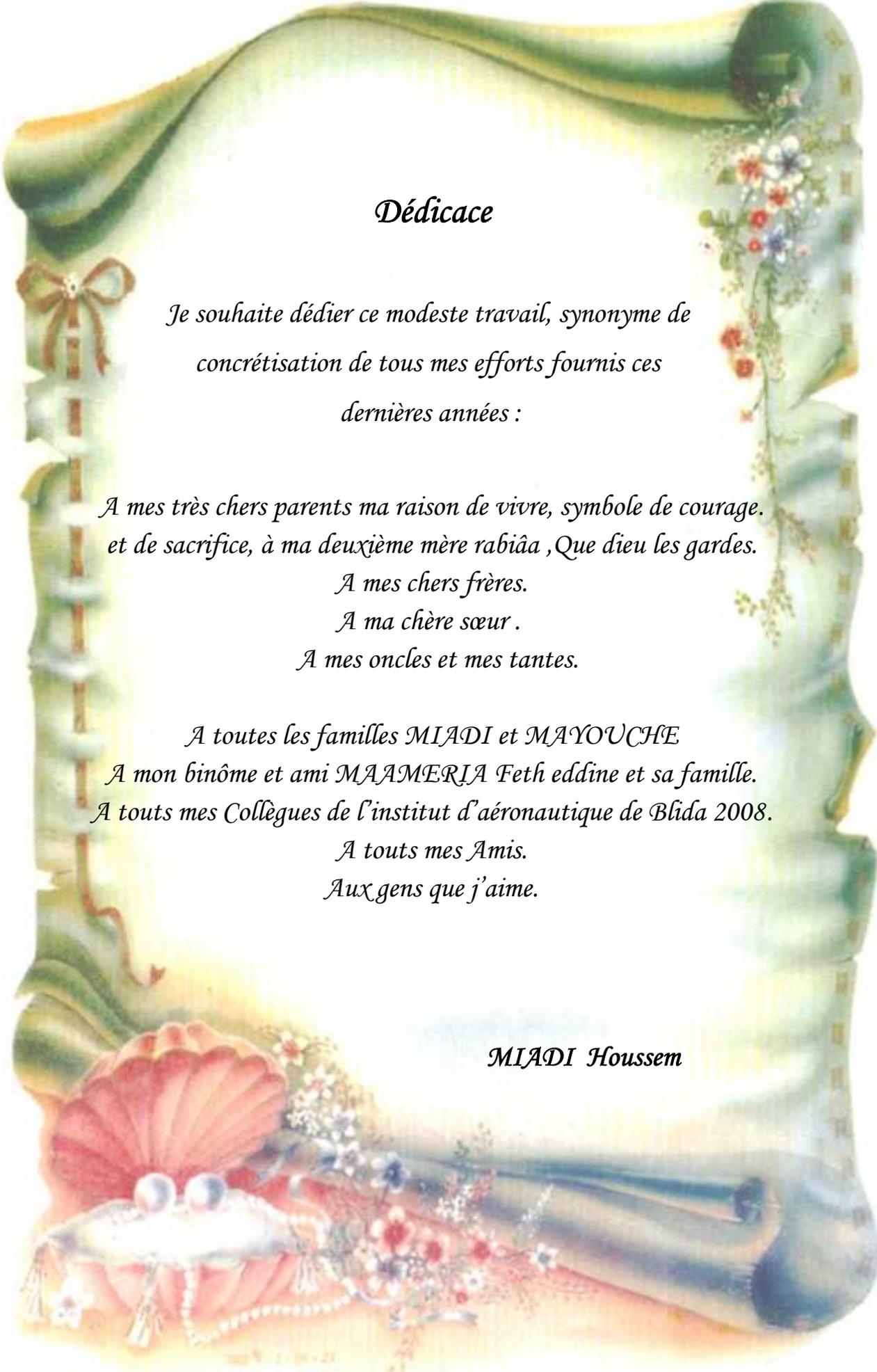
# Remerciements

Au terme de ce travail, nous tenons à remercier en premier lieu, le bon dieu(Allah) qui nous a donné la force, la volonté et le courage pour terminer ce projet de fin d'étude.

Nous tenons à exprimer nos profondes à notre promoteur Monsieur CHEGRANI pour ces aides précieuses qu'il nous a offerts et sa disponibilité à tout moment pour l'élaboration de ce travail.

On exprime notre profonde gratitude à l'ensemble des enseignants qui ont contribué à assurer notre formation et qui ont contribué de près ou de loin à acheminer ce travail.

Enfin, nous présentons tous nos vifs et sincères remerciements à monsieur le président et les membres du Jury qui ont accepté d'honorer par leur présence notre travail.



## *Dédicace*

*Je souhaite dédier ce modeste travail, synonyme de  
concrétisation de tous mes efforts fournis ces  
dernières années :*

*A mes très chers parents ma raison de vivre, symbole de courage.  
et de sacrifice, à ma deuxième mère rabiâa , Que dieu les gardes.*

*A mes chers frères.*

*A ma chère sœur .*

*A mes oncles et mes tantes.*

*A toutes les familles MIADI et MAYOUCHE*

*A mon binôme et ami MAAMERJA Feth eddine et sa famille.*

*A tous mes Collègues de l'institut d'aéronautique de Blida 2008.*

*A tous mes Amis.*

*Aux gens que j'aime.*

*MIADI Houssem*







## *Dédicace*

*Je souhaite dédier ce modeste travail, synonyme de  
concrétisation de tous mes efforts fournis ces  
dernières années :*

*A la mémoire de mon chère frère 'Adel'*

*A mes très chers parents ma raison de vivre, symbole de courage.  
et de sacrifice, Que dieu les gardes.*

*A mes chères frères et ses familles.*

*A ma chère soeur.*

*A mes oncles et mes tantes.*

*A mes cousins et mes cousines.*

*A toutes les familles MAAMERIA et CHOUBIA.*

*A mon binôme et ami MIADI Houssein et sa famille.*

*A tous mes Collègues de l'institut d'aéronautique de Blida 2008.*

*A tous mes Amis de la promotion E.S.AIR, 2003.*

*A tous mes amis de Dahouara*

*Aux gens que j'aime.*

*MAAMERIA Fetheddine*



Oahouara

Dahoullara

# SOMMAIRE

**RÉSUMÉ**

**DÉDICACES**

**REMERCIEMENTS**

**TABLES DES MATIÈRES**

**LISTES DES FIGURES**

**NOMENCLATURES**

|  |    |
|--|----|
| <b>INTRODUCTION</b>  | 1  |
| <b>CHAPITRE.I . Historique des instabilités de combustion</b>        | 3  |
| <b>CHAPITRE.II. Flammes de prémélange et de diffusion</b>            | 7  |
| II.1. Flamme de prémélange laminaire                                 | 7  |
| II.1.1. Vitesse de flamme laminaire                                  | 9  |
| II.1.2. la théorie de Mallard et Le Chatelier                        | 10 |
| II.1.3. Théorie de Zeldovitch, Franck-Kamenetskii et Semenov (1938)  | 11 |
| II.1.3.1 Équations de bilan des espèces et d'énergie                 | 11 |
| II.1.3.2. Epaisseur de flamme laminaire                              | 14 |
| II.2. La flamme turbulente prémélangée                               | 16 |
| II.2.1 Notion de flamme turbulente prémélangée                       | 16 |
| II.2.2. Vitesse de flamme turbulente                                 | 16 |
| II.2.3. Les différents régimes de la flamme de prémélange turbulente | 18 |
| II.2.4. Les flammes minces plissées                                  | 19 |
| II.2.5. Les flammes plissées   | 20 |
| II.2.6. les flammes plissée épaissies                                | 21 |
| II.3. Flamme de diffusion laminaire                                  | 21 |
| II.3.1. Généralités sur les flammes de diffusion laminaire           | 21 |
| II.3.2. Situations génériques  | 22 |
| II.3.3. Intérêt des flammes de diffusion laminaire                   | 22 |
| II.4. Flamme de diffusion turbulente                                 | 24 |
| II.5. Stabilisation des flammes de prémélange                        | 26 |
| II.6. Stabilité de flamme en milieu non prémélangé                   | 30 |
| II.6.1. Structure d'une flamme de diffusion                          | 30 |
| II.6.2 Stabilisation d'une flamme de diffusion                       | 31 |
| <b>CHAPITRE.III. Les types des instabilités de combustion</b>        |    |
| III.1.Instabilité thermo-diffusive                                   | 33 |
| III.1.1.Généralités  | 33 |

|  |    |
|--|----|
| III.1.2.Modèle physique et théoriques résultats                        | 35 |
| III.2. Instabilité hydrodynamique                                      | 38 |
| III.2.1. Généralités   | 38 |
| III.2.2. Effets stabilisants   | 46 |
| III.2.2.1. Courbure du front à petite échelle                          | 46 |
| III.2.2.2. Effet de l'accélération                                     | 49 |
| III.2.3. Saturation  | 51 |
| III.3.Instabilités thermo-acoustiques                                  | 52 |
| III.3.1.Etude théoriques d'acoustique                                  | 52 |
| III.3.1.1 Ecoulements non réactifs                                     | 52 |
| III.3.1.2 Equations dans le cas réactif                                | 54 |
| III.3.2.Réponse aux contraintes environnementales                      | 56 |
| III.3.3.Stabilité réduite des flammes                                  | 58 |
| III.3.4.Les méthodes d'étude et de prédiction des instabilités thermo- | 62 |
| acoustiques  |    |
| III.3.4.1.Les méthodes de bas ordre                                    | 63 |
| III.3.4.2.Codes acoustiques  | 63 |
| III.3.4.3.Résolution Directe   | 63 |
| <br>   |    |
| <b>CHAPITRE.IV.Présentation des modèles</b>                            |    |
| IV .1 Modèle thermo-diffusif   | 65 |
| IV.1.1 Hypothèses adoptées   | 65 |
| IV.2.Modèle de l'instabilité hydrodynamique                            | 67 |
| IV.2.1. Les hypothèses   | 67 |
| IV.2.2. Les relations de saut  | 67 |
| IV.2.3. Relation de dispersion –Instabilité hydrodynamique             | 68 |
| IV.2.3.1. Flamme mince   | 68 |
| IV.2.3.2. Flamme épaisse   | 69 |
| IV.3. Modèle thermo-acoustique   | 70 |
| IV.3.1 Ecoulements non réactifs  | 70 |
| IV.3.1.1.les modes en monodimensionnels                                | 71 |
| IV.3.1.2. les modes en bidimensionnels                                 | 72 |
| IV.3.2 Ecoulements réactifs  | 73 |
| <br>   |    |
| <b>CHAPITRE.V.Résultats et interprétation</b>                          |    |
| V.1.Modèle thermo diffusive  | 74 |
| V.2.Modèle hydrodynamique  | 77 |
| V.3.Modèle thermo-acoustique   | 78 |
| <b>CONCLUSION</b>  | 82 |
| <br>   |    |
| <b>BIBLIOGRAPHIE</b>   |    |
| <b>ANNEXES</b>   |    |

## Liste des figures

| Fig. N°   | Titre   | Page |
|-----------|---|------|
| Fig.I.1   | L'expérience de "Singing flame" de Higgins  | 3    |
| Fig.I.2   | <i>Lord Rayleigh</i>  | 4    |
| Fig.I.3   | <i>Sir James Lighthill</i>  | 5    |
| Fig.I.4   | Fusée test en fonctionnement stable   | 6    |
| Fig.I.5   | Fusée test en fonctionnement instable   | 6    |
| Fig.II.1  | Représentation de bec de Bunsen   | 7    |
| Fig.II.2  | Evolution de la température dans la flamme  | 8    |
| Fig.II.3  | Profil d'une flamme prémélangée laminaire   | 9    |
| Fig.II.4  | Diagramme de combustion prémélangée BORGHI  | 19   |
| Fig.II.5  | Flamme mince plissée  | 20   |
| Fig.II.6  | Flamme épaissie   | 20   |
| Fig.II.7  | Flamme plissée épaissie   | 21   |
| Fig.II.8  | la flamme prémélangée et flamme de diffusion  | 22   |
| Fig.II.9  | géométrie d'une flamme de diffusion laminaire obtenue par injection d'un jet de combustible dans une atmosphère oxydante au repos                           | 23   |
| Fig.II.10 | combustion d'une goutte de combustible dans une atmosphère oxydante   | 23   |
| Fig.II.11 | Diagramme pour des flammes de diffusion turbulentes (Borghi)  | 24   |
| Fig.II.12 | Diagramme spectral pour les flammes de diffusion (Cuenot, Poinsot)  | 25   |
| Fig.II.13 | Diagramme de combustion des flammes de diffusion turbulentes dans le plan ( $Re$ , $Da$ )   | 26   |
| Fig.II.14 | Stabilisation d'une flamme sur un brûleur de type Bunsen  | 27   |
| Fig.II.15 | Profil de vitesse de l'écoulement et de vitesse de flamme à la sortie d'un brûleur de type Bunsen   | 28   |
| Fig.II.16 | Représentation qualitative de la stabilité de la flamme sur un brûleur de type Bunsen dans le plan vitesse de sortie de l'écoulement-richesse du prémélange | 29   |
| Fig.II.17 | Structure d'une flamme de diffusion   | 30   |
| Fig.II.18 | Composition d'une flamme de diffusion   | 31   |
| Fig.II.19 | Stabilisation d'une flamme de diffusion sur la lèvre d'un brûleur   | 31   |
| Fig.II.20 | Stabilisation d'une flamme de diffusion suspendue, formation d'une flamme triple  | 31   |
| Fig.III.1 | Instabilités thermo-diffusives-effet de courbure  | 34   |
| Fig.III.2 | Instabilités thermo-diffusives- effet du nombre de Lewis  | 35   |
| Fig.III.3 | l'instabilité hydrodynamique  | 43   |
| Fig.III.4 | Flux diffusifs transverses induits par un plissement de la  | 47   |

|           |  |    |
|-----------|--|----|
|           | flamme sur l'échelle de son épaisseur. Le zoom fait apparaître les caractéristiques de la structure de flamme laminaire  |    |
| Fig.III.5 | Formation de cusps lors de la propagation d'une flamme plissée. Les traits pointillés représentent les trajectoires de points du front, construites à partir d'un principe d'Huygens | 51 |
| Fig.III.6 | Principales composantes d'un bruleur conventionnel   | 57 |
| Fig.III.7 | Schema de principe de la boucle d'instabilité thermo-acoustique  | 60 |
| Fig.V.1   | Instabilité thermo-diffusive ( $l = 2$ )   | 74 |
| Fig.V.2   | Instabilité thermo-diffusive ( $l = -1.5$ )  | 74 |
| Fig.V.3   | Instabilité thermo-diffusive ( $l = -2$ )  | 75 |
| Fig.V.4   | Instabilité thermo-diffusive ( $l = -2.5$ )  | 76 |
| Fig.V.5   | Instabilité thermo-diffusive ( $l = -4$ )  | 76 |
| Fig.V.6   | Instabilité de Darrieus-Landau ( $U_L = 0.1$ )   | 77 |
| Fig.V.7   | Instabilité de Darrieus-Landau ( $U_L = 0.4$ )   | 78 |
| Fig.V.8   | Tube de RIJKE  | 78 |
| Fig.V.9   | La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement réactive ( $n=1$ )   |    |
| Fig.V.10  | La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement réactive ( $n=2$ )   |    |
| Fig.V.11  | La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement résistive ( $n=1$ )  |    |

## Nomenclatures

| <b>Symbole</b> | <b>signification</b>                                  |
|----------------|---|
| $A_f$          | Surface de flamme                                     |
| $C$            | Concentration du réactif                              |
| $C_p$          | Chaleur spécifique                                    |
| $c_0$          | Vitesse du son  |
| $D_a$          | Nombre de Damköhler                                   |
| $D_T$          | Diffusivité thermique                                 |
| $E$            | Rapport des masse volumiques                          |
| $E_a$          | Énergie d'activation réduite de la réaction           |
| $f_j$          | Forces volumiques associées à chaque espèce           |
| $Fr$           | Nombre de Froude                                      |
| $g$            | Accélération de gravité                               |
| $h_b$          | Valeur de la thermo diffusivité dans les gaz brûlés   |
| $k$            | Vecteur d'onde  |
| $K_a$          | Nombre de Karlovitz                                   |
| $L_e$          | Nombre de Lewis du réactif                            |
| $L_f$          | Taille caractéristique de flamme                      |
| $\dot{m}$      | Debit massique  |
| $Ma$           | Nombre de Markestien                                  |
| $n$            | Facteur d'expansion                                   |
| $Pr$           | Nombre de Prandtl                                     |
| $Re_T$         | Nombre de Reynolds turbulent                          |
| $S_D$          | Vitesse des gaz frais devant la flamme                |
| $S_L$          | Vitesse de propagation du front de flamme             |
| $s_0$          | Entropie d'écoulement                                 |
| $T_b$          | Température des gaz brûlés                            |
| $T_f$          | Température des gaz frais                             |
| $T_i$          | Température d'auto-inflammation                       |
| $U$            | Vitesse réduite de propagation de flamme              |
| $U_n$          | Vitesse normale                                       |
| $u'$           | Vitesse du tourbillon                                 |
| $V_g$          | Vitesse de l'écoulement                               |
| $\bar{w}$      | Taux de réaction moyen                                |
| $W_R$          | Taux de production chimique                           |
| $y$            | Vecteur position                                      |
| $Y_k$          | Fraction massique de l'espèce $k$                     |
| $Y_R$          | Fraction massique de combustible                      |
| $Z_f$          | Scalaire passif à la stoechiométrie                   |
|                | Valeur dépendante du combustible utilisé              |
| $\alpha_0$     | Amplitude initiale                                    |
|                | Énergie réduite d'activation (ou nombre de Zeldovich) |
|                | Coefficient d'expansion des gaz                       |
| $\delta$       | Épaisseur de la zone thermo diffusive                 |
| $L$            | Épaisseur de la flamme                                |

|                    |   |
|--------------------|---|
| $r$                | Épaisseur de la zone de réaction                        |
|                    | Température réduite                                     |
| $\lambda$          | Longueur d'onde   |
|                    | Masse volumique   |
|                    | Taux de croissance                                      |
|                    | Taux de dégagement de chaleur dû au frottement visqueux |
| $c$                | Temps de réaction                                       |
| $\tau_t$           | Temps de transition de la flamme                        |
| $\dot{\omega}_f$   | Taux de dégagement de chaleur                           |
| $L$                | Taux de consommation par unité de surface               |
| $\mathcal{T}$      | Tenseur des contraintes visqueuses                      |
|                    | Laplacian   |
| $h$                | Chaleur de réaction                                     |
| $\Delta h^0$       | Entalpie massique                                       |
| $u^+, P^+, \rho^+$ | Paramètres en aval de la flamme                         |
| $u^-, P^-, \rho^-$ | Paramètres en amont de la flamme                        |
| $\bar{\cdot}$      | Indique une grandeur moyenne                            |
| $\cdot$            | La partie fluctuante                                    |

# Plan de Travail

## INTRODUCTION

### CHAPITRE.I . Historique des instabilités de combustion

### CHAPITRE.II. Flammes de prémélange et de diffusion

### CHAPITRE.III. Les types des instabilités de combustion

### CHAPITRE.IV.Présentation des modèles

### CHAPITRE.V.Résultats et interprétation

## CONCLUSION

---

## INTRODUCTION

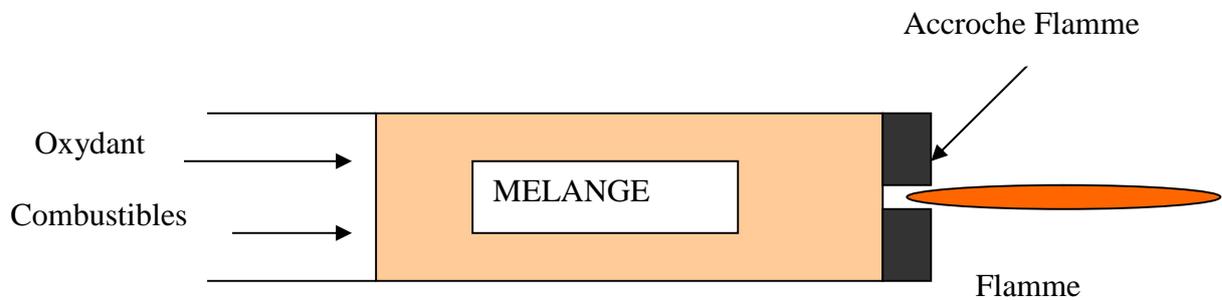
- La combustion , c'est l'un des principaux moyens de conversion de l'énergie.
- Les différents mécanismes d'instabilité sont : l'instabilité de Darrieus-landau et l'instabilité thermo-diffusive ainsi que l'instabilité thermo-acoustique.
- Le premier est d'origine hydrodynamique et est provoqué par des changements de densité à travers la flamme.
- L'instabilité thermo-diffusive est une conséquence de la concurrence entre les phénomènes diffusifs par l'épaisseur de flamme pré-mélangée.
- L'instabilité thermo-acoustique résulte de l'interaction entre la flamme par les fluctuations du taux de dégagement de chaleur et une onde acoustique par les fluctuations de pression.

## HISTORIQUE DES INSTABILITES DE COMBUSTION

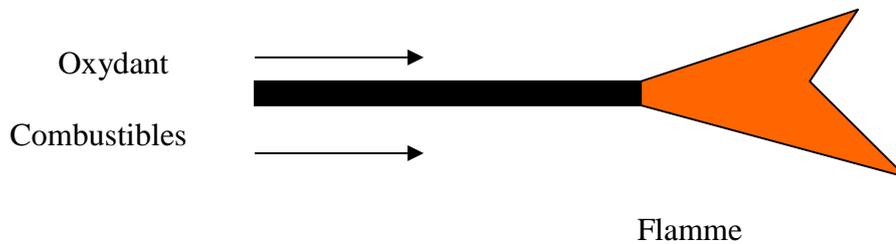
Byron Higgins découvre la première possibilité de générer un son en plaçant une flamme d'hydrogène dans un tube ouvert (comme indique la figure) . Il note également que le son n'est émis que lorsque le tube entourant la flamme ainsi que le tuyau amenant l'hydrogène a une longueur particulière.



- (a) Réactifs parfaitement prémélangés



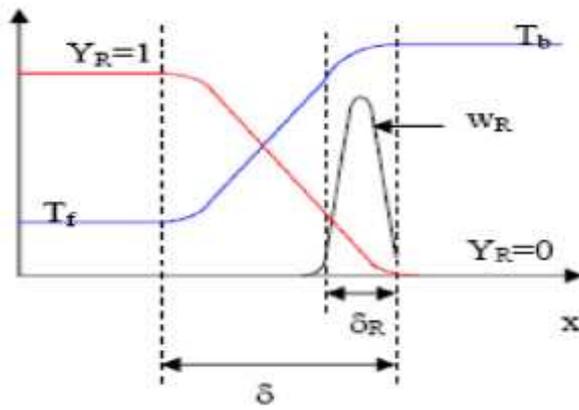
- (b) Réactifs non prémélangés



**-Flamme de prémélange laminaire :** c'est l'un des types de flammes le plus fréquemment rencontrés.

Dans la flamme prémélangée comme son nom indique le combustible et le comburant est mélangé à l'avance ; la propagation de la flamme est le résultat de deux phénomènes qui se produit en deux zones principales .

- une zone de préchauffage ;
- une zone de réaction proprement dite.



$w_R$  : Taux de production chimique

$Y_R$  : Fraction massique de combustible

### 1. Vitesse de flamme laminaire :

En écoulement laminaire lorsque les réactifs sont prémélangés, le front de flamme peut être représenté par une surface séparant le milieu frais des gaz brûlés. Celle-ci se propage dans un écoulement laminaire, qui peut être immobile ou en mouvement. Elle est caractérisée par une vitesse définie par:

$$S_L = S_D$$

$S_L$  : représente alors la vitesse de déplacement d'une flamme plane laminaire monodimensionnelle se propageant dans un espace ouvert contenant un mélange initialement au repos.

$S_D$  : représente la vitesse des gaz frais devant la flamme, dans le référentiel de la flamme.

### 2. Epaisseur de flamme laminaire

L'épaisseur de flamme laminaire est une grandeur caractéristique des flammes en régime laminaire. Et bien que sa perception physique soit assez simple, on recense plusieurs définitions de l'épaisseur du front de flamme. A ce propos, la plus ancienne et la plus employée est celle de Zeldovich :

$$\delta_{L0} = \frac{\lambda}{C_p \rho S_L}$$

L'épaisseur de la zone de réaction  $\delta_r$  s'écrit alors :

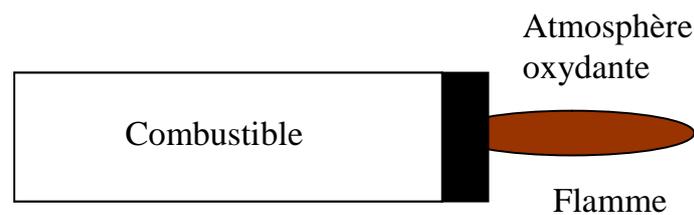
$$\delta_r = \frac{\delta_L}{E_a}$$

Où  $E_a$  est l'énergie d'activation réduite de la réaction : sa valeur dépend de la nature des réactions élémentaires et du combustible mis en jeu.

### -Flamme de diffusion laminaire

Dans de nombreux systèmes pratiques, combustible et comburant sont injectés séparément dans la zone de réaction, sans prémélange initial. La combustion est alors contrôlée non seulement par la réaction chimique mais aussi par le transport diffusif des réactifs l'un vers l'autre, d'où le nom de flamme de diffusion.

Le prototype de ces flammes, schématisé sur la figure ci-dessus :

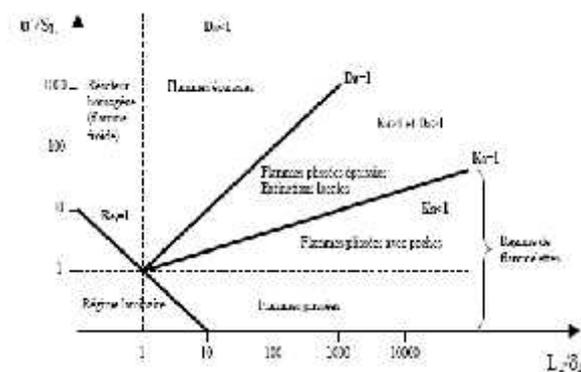


la flamme de diffusion offre deux avantages indéniables:la simplicité et la sécurité.

La flamme de diffusion est composée de différentes zones : une zone centrale qui n'est composée que de combustible, une zone de réaction et la zone contenant les gaz chauds, produits de la combustion.

### - La flamme turbulente prémélangée

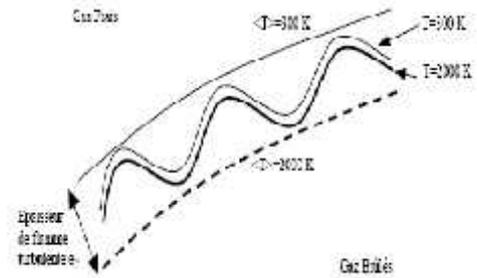
La turbulence va effectivement jouer un rôle important sur la combustion. En effet, la surface de la flamme va croître du fait de son plissement suivant l'écoulement.



Ce diagramme d'approche classique permet de mettre en évidence trois grands types de flammes : les flammes plissées, les flammes plissées épaissies et les flammes épaissies.

## 1. Les flammes minces plissées

Ce régime dit « de flammelette » est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka < 1$ ,  $Da < 1$ . Les plus petites échelles de la turbulence ne peuvent pas entrer dans la structure de flamme laminaire. Ces flammes sont un ensemble de flammelettes de type laminaire plissées par la turbulence dont les échelles de longueur sont plus grandes que l'épaisseur de flamme laminaire. Ce type de flamme est restreint au domaine où  $\eta > \delta_L$ .



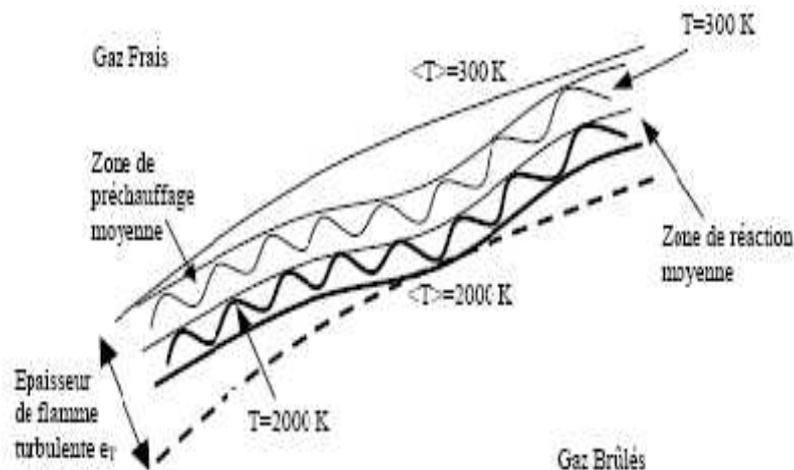
Pour ces flammes, on peut observer deux sous régimes qui sont :

- d'une part le régime de flamme plissée quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est inférieur à l'unité, où la vitesse de rotation des plus grosses structures ne peut pas plisser le front de flamme suffisamment pour provoquer une interaction entre les flammes, donnant en fait une interaction avec la turbulence relativement faible et une prédominance de la propagation laminaire de la flamme.
- d'autre part le régime des flammes plissées avec des poches, quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est supérieur à l'unité où les plus gros tourbillons sont suffisamment énergétiques pour plisser la flamme et provoquer une interaction entre les fronts de flamme voisins.

## Les flammes plissées

Ce régime est donné pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da > 1$ . Dans ces conditions, les structures turbulentes sont capables de pénétrer dans la zone de préchauffage et de l'épaisseur, mais ne peuvent pas affecter la zone de réaction, qui reste mince et relativement proche de l'épaisseur de zone de réaction d'une flamme laminaire.

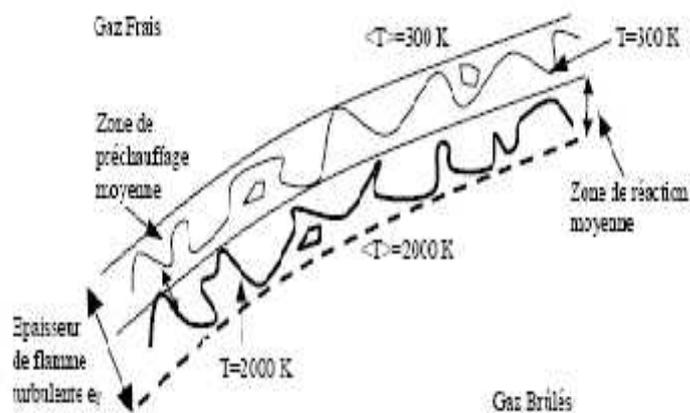
Les petites échelles épaississent la zone de préchauffage tandis que les grandes échelles plissent le front de flamme



## les flammes plissée épaissies

Ce dernier régime est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da < 1$ , où les zones de préchauffage et de réaction sont perturbées par la turbulence, ne permettant pas d'identifier des structures laminaires.

Ici, la flamme est non courbée et très épaisse (très supérieure à l'épaisseur de la flamme laminaire). Les perturbations turbulentes provoquent de nombreuses interactions, donnant des variations de l'épaisseur de la zone de préchauffage à l'intérieur de l'épaisseur moyenne, sur tout le front de flamme



### -Flamme de diffusion turbulente

Pour les flammes de diffusion, il est plus difficile de faire un diagramme avec les différents régimes de combustion. En effet, la vitesse fondamentale de flamme n'existe plus et l'épaisseur de la flamme est contrôlée par l'aérodynamique. Néanmoins, on peut toujours utiliser les échelles de temps de la turbulence et de la chimie pour essayer de dégager des régimes de combustion particuliers.

Borghi envisage plusieurs cas :

- Tout d'abord une chimie très rapide devant la turbulence  $\tau_c < \tau_y$  :

Cela correspond aux grands nombres de Damköhler, la flamme garde alors une structure de type laminaire, on est dans un régime de *flammelettes plissées*.

- Ensuite, le cas d'une chimie lente par rapport aux échelles de la turbulence  $\tau_c > \tau_y$  :

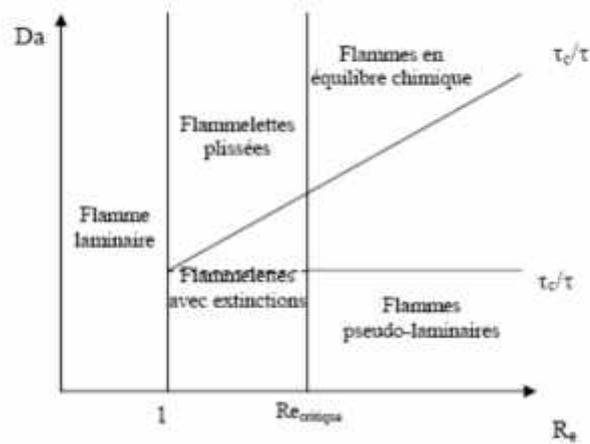
Des extinctions locales peuvent se produire sous l'effet d'étirements, c'est le régime des

*flammelettes avec extinctions locales*.

Au-delà d'un certain niveau de turbulence ( $Re > Re_{critique}$ ), les interactions à petites échelles sont nombreuses et modifient la structure interne de la flammelette, on ne peut plus parler de flammelettes.

Dans le cas d'une chimie rapide, on est à *l'équilibre chimique*. Dans le cas d'une chimie lente, l'oxydant et le combustible ont le temps de se mélanger grâce à la forte diffusion turbulente avant de réagir; la flamme est de type *pseudo-laminaire*.

Tout comme pour le diagramme de Borghi sur les flammes de prémélangée, certains effets ne sont pas pris en compte notamment les effets de courbure et d'instationnarité.



**Fig.II.11. Diagramme pour des flammes de diffusion turbulentes (Borghi)**

Cuenot et Poinot établissent un diagramme plus détaillé à partir de calculs de DNS sur l'interaction entre une flamme de diffusion et une paire de tourbillons. Les grandeurs utilisées sont la vitesse du tourbillon :  $u'$

L'échelle caractéristique de la vitesse du tourbillon :  $r$

L'épaisseur initiale de la flamme :  $u_i$ .

Ils introduisent un nombre de Damköhler défini par :

$$Da_c = \frac{1/(\{\nabla^2 Z_f\})}{r_c}$$

Le scalaire passif à la stoechiométrie :  $Z_f$ .

Deux courbes limites correspondant à des nombres de Damköhler particuliers sont présentées.

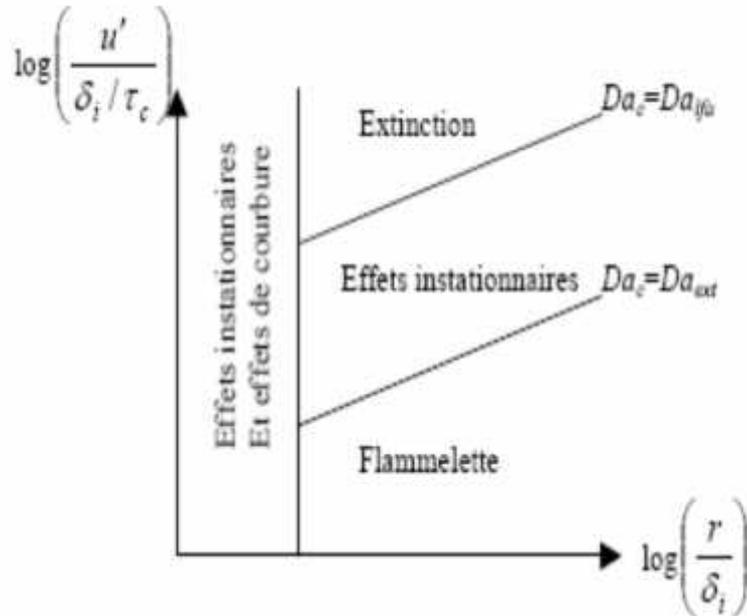
- La première courbe  $Da_c = Da_{ext}$  :

Elle marque la limite au-delà de laquelle des extinctions locales se produisent.

- La seconde pour  $Da_c = Da_{lfa}$  :

Elle est la limite caractérisant l'apparition de phénomènes instationnaires.

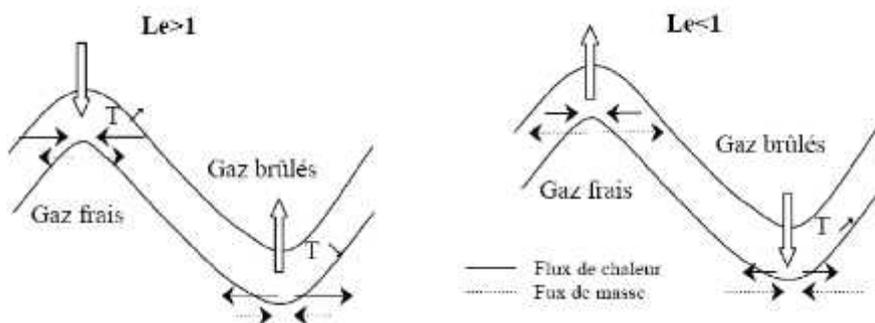
Les résultats obtenus permettent d'établir le diagramme suivant :



**Fig.II.12. Diagramme spectral pour les flammes de diffusion (Cuenot, Poinso)**

Pour la troisième chapitre, on parle aux types des instabilités :

**1-Instabilité thermo-diffusive :** Ce type d'instabilité est basé essentiellement sur la compétition entre les flux diffusives, plus particulièrement entre la diffusion de masse et de chaleur à travers une région appelée épaisseur de flamme.



Les études théoriques concernant l'instabilité thermo-diffusive sont basés sur deux ingrédients :

-La théorie de développement asymptotique fondée sur le fait que l'énergie d'activation est très élevée.

-La notion multi-échelle qui stipule l'existence de deux zones, l'une de convection diffusive, l'autre de réaction diffusion et en s'accordent par la suite les limites des solutions obtenues pour chacune des deux zones.

Le taux de croissance en fonction du vecteur d'onde :

$$\tau = -\left(1 + \frac{S}{2}(Le - 1f)\right)k^2 - 4k^4$$

Le seuil de l'instabilité thermo-diffusive est donné par :

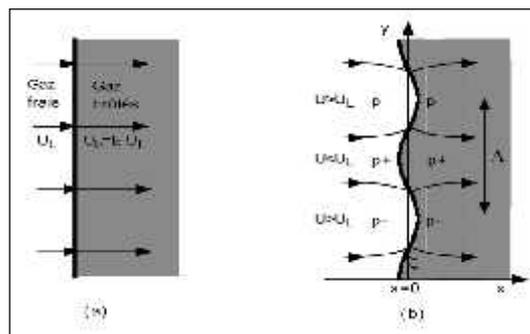
$$l = S (Le - 1) < -2$$

Les études ne tenant compte que des instabilités de types thermo-diffusives ne sont pas rigoureuses. En effet, elles ne prennent pas en compte les effets couplés de l'hydrodynamique, qui sont pourtant dominants dans la combustion de gaz.

## 2. Instabilité hydrodynamique

En générale, le front de flamme est instable à la perturbation et va former spontanément des structures cellulaire .En 1938 la première analyse de la structure d'une flamme de prémélange plane se propage librement, tirant partie de la dépendance exponentielle en température du taux de réaction chimique, est menée par Y.B.Zeldovich et Frank – kamenetskii. La même année, le français G. Darrieus met en doute l'existence de ce régime de propagation en montrant qu'une flamme plane, vue comme une discontinuité hydrodynamique, est inconditionnellement instable. Quelques années plus tard, en Russie, L.D.Landau dans une étude similaire, mais indépendante, parvient au même conclusion que Darrieus.

Le plissement du front de flamme peut être partiellement expliquée par l'instabilité hydrodynamique de Darrieus et Landau qui est causées par le saut de la masse volumique à travers le front de flamme.



a) Le front de flamme plan alimentée par un écoulement uniforme constitue la solution stationnaire.

b) Une perturbation harmonique infinitésimale de la forme stationnaire induit une modification du champ de vitesse en aval et en amont du front, qui tend à amplifier le plissement. La forme de la relation de dispersion peut être obtenue par une analyse dimensionnelle. Dans ce problème, seules deux quantités sont dimensionnées: la vitesse de flamme, reliée à la vitesse des gaz brûlés par le coefficient de dilatation,  $E$ , et le vecteur d'onde. Le taux de croissance étant un scalaire ayant la dimension d'une fréquence, sa dépendance fonctionnel rapport à ces quantités doit prendre la forme :

$$\dagger = kU_L \left( \frac{E}{E+1} \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right)$$

On voit que quelque soit le nombre d'onde d'une perturbation spatiale, elle va s'amplifier et la flamme est donc instable puisque la masse volumique des gaz brûlés est inférieure a celle des gaz frais.

Si l'épaisseur de front de flamme est prit en considération, alors l'effet de plissement va induire alors des flux de chaleur et de masse qui modifie la température locale et donne des variations de la vitesse local de la flamme.

Instabilité de Darrieus-Landau avec effet de courbure :

$$\sigma = u_L k \left( \frac{E}{E+1} \right) \left\{ \sqrt{\left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \mathcal{L}^2 k^2 - 2E\mathcal{L}k \right)} - 1 - \mathcal{L}k \right\}$$

### 3. Instabilités thermo-acoustiques

La réduction des émissions polluantes étant une des plus grandes préoccupations des motoristes aujourd'hui, les mélanges réactifs sont réalisés à une richesse faible. Or le caractère pauvre des mélanges favorise l'apparition d'instabilités de combustion qui peuvent endommager les structures.

La compréhension de l'origine et le contrôle de ces instabilités est un objectif primordial pour les industriels. Le terme d'instabilité acoustique désigne le phénomène par lequel le couplage entre fluctuations du dégagement de chaleur et

fluctuations acoustiques engendrent des oscillations auto-entretenues. Les fluctuations de pression influencent les fluctuations du dégagement de chaleur qui génèrent à leur tour des fluctuations de pression. On obtient ainsi une boucle instable entre pression et dégagement de chaleur. Le fait d'utiliser la flamme à la limite de flammabilité entraîne une succession d'extinctions/réallumages favorable à la résonance acoustique.

On s'intéressera d'abord au cas non réactif, et ensuite au cas réactif.

### **-Ecoulements non réactifs**

on obtient alors l'équation de Helmholtz, à partir de l'équation des ondes

$$\nabla^2 \hat{p} + k^2 \hat{p} = 0$$

### **- Ecoulements réactif**

On obtient alors l'équation d'onde en milieu réactif :

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p' \right) - \frac{1}{\gamma p_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = - \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} \frac{\partial \dot{\omega}_T}{\partial t}$$

De cette équation on déduit l'équation d'ondes harmonique, en considérant les grandeurs fluctuantes comme oscillations harmoniques :

$$\boxed{\nabla \cdot (c_0^2 \nabla \hat{p}) + \omega^2 \hat{p} = i\omega(\gamma - 1) \hat{\Omega}'_T}$$

## INTRODUCTION :

La combustion recouvre des phénomènes très variés, aujourd'hui c'est l'un des principaux moyens de conversion de l'énergie et l'application a devancé l'étude des phénomènes fondamentaux ; il est toutefois évident que la connaissance de ces dernières est une condition indispensable à toute optimisation des procédés industriels, tel que la production de l'énergie thermique (chaudières ou fours domestiques et industriels) ou de l'électricité (centrales thermiques), que pour le transport (moteurs automobiles et aéronautiques, moteurs fusée, ...) ou encore la destruction de déchets (incinérateurs). Suivant les conditions physique et aérodynamique, Elle englobe la combustion vive et lente.

La combustion nécessite la conjonction de trois éléments : combustible, comburant et énergie. selon la température, soit elle s'effectue progressivement avec une vitesse faible qui varie beaucoup avec la nature ou l'état de la surface de l'enceinte elle donne lieu a une combustion lente , soit elle s'accompagne d'un dégagement important de chaleur et souvent, d'une émission lumineuse et donc elle est vive. Contrairement à la combustion lente, la combustion vive ne s'observe qu'entre certaines limites de composition de gaz.

Les instabilités de combustion sont nombreuses. Certains sont intrinsèques au mécanisme de propagation d'un front de flamme, d'autres font intervenir les propriétés de la chambre de combustion ou son système d'alimentation. Nous ferons un tour d'horizon des principales instabilités intrinsèques de flamme. Ces instabilités commencent à être élucidées dans des configurations académiques, mais leur élimination reste encore un enjeu industriel majeur dans la conception des moteurs aéronautiques et les moteurs-fusées.

Les instabilités hydrodynamiques peuvent jouer un rôle important, en particulier au niveau des brûleurs où la flamme est stabilisée dans le sillage d'une accroche flamme. En effet des tourbillons sont émis par les couches de mélange déstabilisées. Ces couches de mélange sont aussi visibles dans les brûleurs présentant une marche descendante ou un élargissement brusque. Ce dernier est en général formé par les débouchements du système d'injection dans la chambre plus large.

Les flammes planes existent rarement; l'interface entre les gaz frais et les produits de combustion est encore un sujet d'actualité concernant les instabilités suite aux travaux des chercheurs [Sivashinsky(1983), Williams(1985), Clavin(1985)]. Différents mécanismes d'instabilité sont : l'instabilité de Darrieus-landau et l'instabilité thermo-diffusive ainsi que l'instabilité thermo-acoustique. Le premier est d'origine hydrodynamique et est provoqué par des changements de densité à travers la flamme. Des évaluations peuvent être fournies sans exiger l'étude du profil interne de la flamme pré-mélangée. Au contraire, l'instabilité thermo-diffusive est une conséquence de la concurrence entre les phénomènes diffusifs par l'épaisseur de flamme pré-mélangée. Par conséquent, les prévisions exigent tenir compte de l'effet de réaction-diffusion à l'intérieur de l'épaisseur de flamme.

En outre, si l'épaisseur de flamme qui est très petite et elle est prise en considération dans l'étude de l'instabilité de Darrieus-landau, les premières corrections sont obtenues par la théorie asymptotique, et en utilisant l'analyse multi-échelle (Clavin et Williams 1982 ou Pelcé et Clavin 1982) ont montré que le modèle thermo-diffusif a un effet stabilisant pour des valeurs bien spécifiques d'expansion de gaz. Ce résultat prouve que l'instabilité thermo-diffusive est restreinte aux flammes pré-mélangées pour des faibles coefficients d'expansion de gaz ou les nombres de Lewis très bas.

L'instabilité thermo-acoustique résulte de l'interaction entre la flamme par les fluctuations du taux de dégagement de chaleur et une onde acoustique par les fluctuations de pression.

## CHAPITRE I : HISTORIQUE DES INSTABILITES DE COMBUSTION

Après avoir présenter quelque élément historique des pionniers dans l'étude des instabilités de combustions, nous définirons le principe d'instabilité et détaillerons diverses causes pouvant mener aux fluctuations de dégagement de chaleur.

### 1777 :

Byron Higgins découvre la première possibilité de générer un son en plaçant une flamme d'hydrogène dans un tube ouvert (Fig.I.1). Il note également que le son n'est émis que lorsque le tube entourant la flamme ainsi que le tuyau amenant l'hydrogène a une longueur particulière.

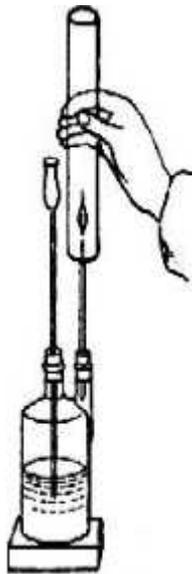


FIG I.1 - L'expérience de "Singing flame" de Higgins

**1850 :**

Conrad Sondhaus observe un phénomène similaire en chauffant un tube ferme à une extrémité par un bulbe en verre.

**1859 :**

Pétrus L. Rijke expérimente un résonateur thermo acoustique simple Il chauffe avec une flamme une grille placée dans un tube vertical ouvert, puis en retirant la flamme, le tube se met à émettre pendant une dizaine de secondes un son intense. Il note aussi qu'en utilisant une grille chauffée électriquement, le son peut être maintenu indéfiniment.

**1878 :**

Lord Rayleigh propose une explication du phénomène de résonance couplée, et énonce la formulation de son critère d'instabilité Il conditionne l'apparition de l'instabilité à la corrélation entre les fluctuations de pression et de dégagement de chaleur. Cela permet d'expliquer pourquoi le tube de Rijke ne résonne que lorsque la grille est placée approximativement au quart du tube.



FIG.I.2- *Lord Rayleigh.*

**1952-1954 :**

Sir James Lighthill en dérivent une équation d'onde à partir des équations de Navier Stokes amène l'idée d'une analogie entre les processus thermodynamiques et mécaniques complexes au sein d'un écoulement (par exemple la combustion) et une source acoustique équivalente.



FIG.I.3- *Sir James Lighthill.*

**1951-1956 :**

Crocco et Cheng sous l'impulsion de la conquête spatiale, sont parmi les pionniers à étudier les instabilités de combustion dans les fusées à propergols liquides. Ils démontrent le couplage entre un mode acoustique transverse du foyer et la flamme.(voir FIG.I.4)



FIG.I.4- Fusée test en fonctionnement stable



FIG.I.5- Fusée test en fonctionnement instable

### **1953-1959 :**

Marble, Rogers et Cox approfondissent la compréhension du phénomène dans les moteurs fusée les statoréacteurs et systèmes de réchauffe (postcombustion) Ils identifient ainsi d'autres phénomènes mis en jeu comme l'interaction entre les tourbillons et l'acoustique, et plus tard (1977), Marble et Candel abordent des mécanismes déclencheurs de perturbations acoustiques.

### **1960-1990 :**

Un nombre très important d'études sont menées et révélant la possibilité d'une grande variété de mécanismes, impliquant des ondes de choc, des modes acoustiques haute ou basse fréquence (Keller 1981), des effets hydrodynamiques (Bray, 1983) ou de cinétique chimique (Calvin 1985). On peut noter des revues Synthétisant toutes ces études par Putnam (1971) Candel (1993), puis plus récemment Williams (2005) et Lieuwen (2006) .

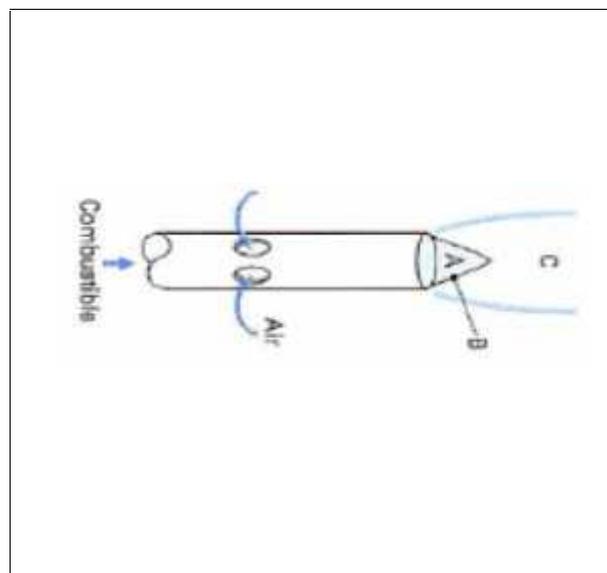
## II. Flammes de prémélange et de diffusion

### II.1. Flamme de prémélange laminaire [1] :

Parmi les types de flammes le plus fréquemment rencontrés, l'un des plus communs est sans doute la flamme prémélangée. C'est, en particulier, celle qui existe dans le brûleur d'une cuisinière à gaz et, plus simplement, dans un bec Bunsen.

Pour une combustion d'hydrocarbure gazeux, la flamme (figure II.1) se présente sous la forme d'une zone sombre A précédant une zone lumineuse de forme conique B où se produisent la réaction chimique et le dégagement de chaleur.

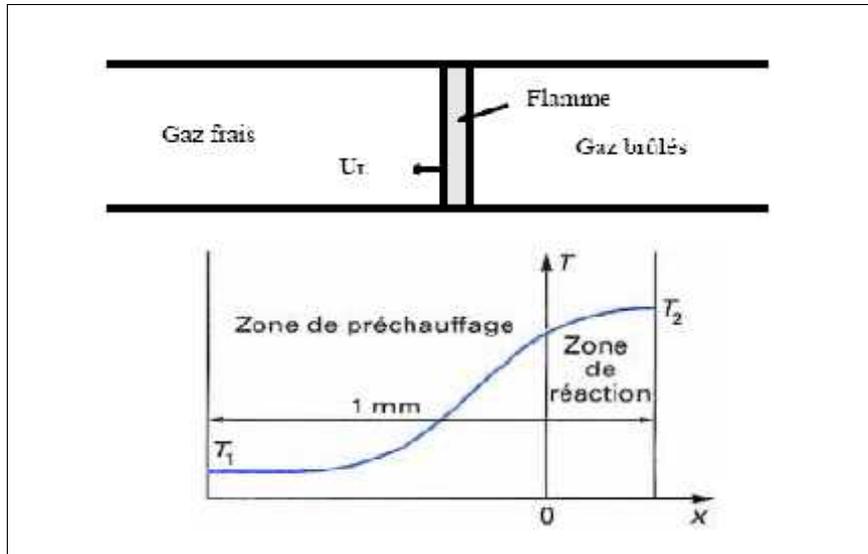
La zone lumineuse a, à pression atmosphérique, une épaisseur inférieure au millimètre. C'est la zone où la température est la plus élevée. Elle est suivie de la zone C constituée d'un panache de gaz brûlés qui se mélangent progressivement avec l'air ambiant. Dans le cas d'un mélange pauvre, le cône lumineux est d'un bleu violet profond qui révèle la présence de radicaux excités. Le panache de gaz brûlés est, en général, rougeâtre et ce rayonnement, également très intense dans l'infrarouge, est dû principalement à la présence du gaz carbonique et de la vapeur d'eau.



**Fig.II.1. Représentation de bec de Bunsen**

Dans la flamme prémélangée comme son nom indique le combustible et le comburant est mélangé à l'avance ; la propagation de la flamme est le résultat de deux phénomènes qui se produisent en deux zones principales (fig II. 2).

- une zone de préchauffage ;
- une zone de réaction proprement dite.



**Figure .II. 2: Evolution de la température dans la flamme**

Dans la zone de préchauffage, les phénomènes essentiels sont des transferts de chaleur et de matière. En revanche, les réactions chimiques sont inexistantes.

Arrivant à une température spécifique ; les gaz réagissent en dégageant de la chaleur. C'est la zone de réaction qui se déroule sur une certaine épaisseur. Cet échauffement se fait sur une épaisseur qu'on appelle épaisseur de la flamme et qui peut être assimilé à la distance parcourue par la chaleur libérée pendant le temps de réaction. Ainsi en faisant intervenir le coefficient de diffusion thermique, l'épaisseur de la flamme s'exprime sous la forme suivante :

$$\delta_L \propto (d\tau_c)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.1})$$

On s'est aperçu de façon expérimentale que la flamme prémélangée a souvent des épaisseurs très petites devant les échelles de la mécanique et qu'elle se propage dans les gaz frais. L'étude est faite en la considérant comme des ondes de combustion.

D'une manière globale, une onde de combustion dans un écoulement est décrite comme une discontinuité séparant un milieu amont de conditions uniformes correspondant au

mélange frais, d'un milieu aval aux conditions uniformes correspondant aux gaz brûlés en équilibre chimique.

Les flammes sont considérées comme laminaires c'est-à-dire les échanges par diffusion turbulente sont inexistant. Le mélange oxydant -combustible est homogène à l'échelle macroscopique. Le front de flamme par rapport aux gaz frais a une vitesse spécifique caractéristique, qui est une donnée importante car elle est liée à la vitesse de consommation des réactifs et à la quantité de chaleur dégagée.

### II.1.1. Vitesse de flamme laminaire :

En écoulement laminaire lorsque les réactifs sont prémélangés, le front de flamme peut être représenté par une surface séparant le milieu frais des gaz brûlés [BORGHI, 1995]. Celle-ci se propage dans un écoulement laminaire, qui peut être immobile ou en mouvement. Elle est caractérisée par une vitesse définie par:

$$S_L = S_D$$

$S_L$  : représente alors la vitesse de déplacement d'une flamme plane laminaire monodimensionnelle se propageant dans un espace ouvert contenant un mélange initialement au repos.

$S_D$  : représente la vitesse des gaz frais devant la flamme, dans le référentiel de la flamme.

Durant ce dernier siècle, beaucoup de physiciens et de chimistes ont développé des méthodes et théories pour déterminer la vitesse de flamme.

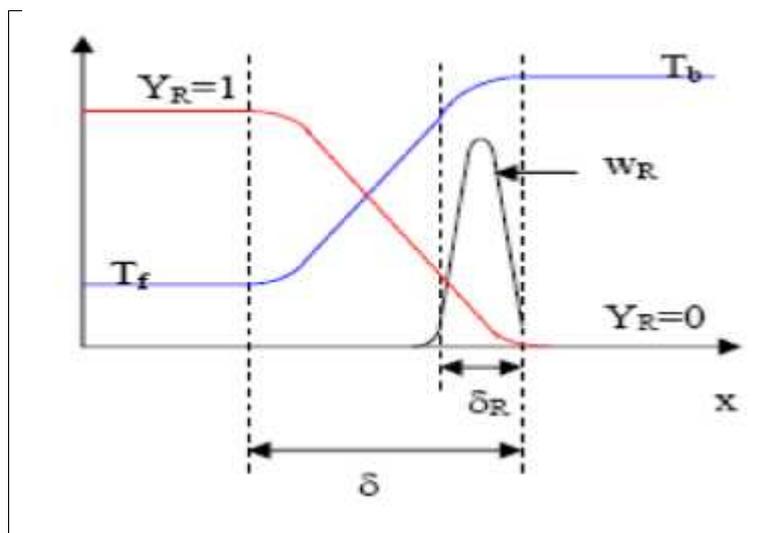


Fig.II. 3. Profil d'une flamme prémélangée laminaire

Avec :

- $\delta_L$  : épaisseur de la flamme
- $\delta_r$  : épaisseur de la zone de réaction
- $Y_R$  : fraction massique de combustible
- $T_f$  : température des gaz frais
- $T_b$  : température des gaz brûlés
- $W_R$  : taux de production chimique

### II.1.2. la théorie de Mallard et Le Chatelier

La première théorie développée pour calculer cette vitesse de déplacement fut celle de Mallard et Le Chatelier en 1883. Ils proposent de diviser la flamme en deux zones. La première correspond à la zone de préchauffage, dans laquelle les gaz frais vont être chauffés par conduction. Quant à la deuxième, il s'agit de la réaction chimique. Les deux physiciens démontrent alors, en considérant comme équivalents le taux de chaleur transféré par conduction dans la flamme et la quantité de chaleur évacuée par les gaz brûlés, que la vitesse peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S_{L0}^2 = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{T_f - T_i}{T_i - T_0} \bar{W} \quad (\text{II.2})$$

Où :

$T_i$  : Représente la température d'auto-inflammation.

$\bar{W}$  : Est le taux de réaction moyen.

Mallard et Le Chatelier n'ont pas spécifié la température initiale à laquelle le taux de réaction doit être déterminé. Cependant, leur analyse suggère que la vitesse de flamme est proportionnelle à la racine carrée du produit de la diffusivité thermique et du taux de réaction. Ce résultat est l'une des plus importantes relations dans la théorie des flammes laminaires et peut être considéré comme représentatif de la flamme laminaire, dont l'épaisseur est très faible. Le taux de réaction détermine le gradient de température par son effet sur l'épaisseur de la zone de réaction. La diffusion (ici de chaleur) a pour conséquence la propagation de la flamme.

Enfin :

$$S_L \propto \left( \frac{\lambda}{\rho C_p} \bar{W} \right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad S_L \propto (D_T \bar{W})^{1/2} \quad (\text{II.3})$$

### II.1.3. Théorie de Zeldovitch, Franck-Kamenetskii et Semenov (1938)

C'est une extension de la théorie de Mallard et Le Châtelier. Les équations de base comportent les diffusions de chaleur et de matière, cette dernière étant considérée en tant que vecteur d'énergie, mais non facteur d'activation des réactions chimiques. La température d'inflammation qui est inconnue intervient encore, mais comme simple condition aux limites des deux parties du problème en considérant comme hypothèses que conductivité thermique, la capacité thermique massique, les termes de diffusion des espèces sont constants quelles que soient la température et la composition du mélange.

On suppose de plus que le nombre de Lewis est égale à l'unité, c'est-à-dire que la diffusivité thermique est égale à la diffusivité moléculaire.

On suppose également que le nombre total de moles du mélange ne change pas avec la combustion.

Enfin, on considère, suivant le modèle de la réaction simple, une réaction d'ordre global  $n$ , d'enthalpie massique  $\Delta h^0$

Qui peut être considérée comme s'effectuant à pression constante et les termes expriment la vitesse sont négligeables devant les termes de l'enthalpie.

#### II.1.3.1 Équations de bilan des espèces et d'énergie :

La composition est caractérisée par la fraction massique du combustible:

$$\underbrace{U \frac{\partial Y_F}{\partial x}}_{\text{convection}} - \underbrace{D_{ij} \frac{\partial^2 Y_F}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} = \underbrace{\frac{\bar{W}}{\rho} (Y_0, Y_F, T, x)}_{\text{Reaction Chimique}} \quad (\text{II.4})$$

L'équation qui traduit la conservation d'énergie :

$$\underbrace{U \frac{\partial T}{\partial x}}_{\text{convection}} - \underbrace{D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} = \underbrace{\left( \frac{\Delta h^0}{C_p} \right) \left( \frac{\bar{W}}{\rho} \right)}_{\text{Reaction chimique}} (Y_0, Y_F, T, x) \quad (\text{II.5})$$

En supposant que la relation qui lie la température à la fraction massique du combustible s'écrit :

$$T - T_1 = \frac{\Delta h}{C_p} (Y_{F1} - Y_F) \quad (\text{II.6})$$

Les conditions initiales et aux limites sont :

$$t=0 \quad Y_F = Y_{F1}, \quad T = T_1$$

Et en fin de combustion,

$$Y_F = 0 \quad T = T_1 + \frac{\Delta h}{C_p} Y_{F1} = T_2$$

En prenant l'équation de l'énergie, avec :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t},$$

La solution du problème s'obtient par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = + \frac{\Delta h^0 \dot{W}}{C_p \rho} \quad (\text{II.7})$$

On prend les conditions aux limites des deux zones :

**En zone I**, pas de réaction chimique, donc le terme du taux de réaction est négligeable.

L'équation (II.7) devient :

$$\begin{cases} \dot{W} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Soit encore avec :

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} ; \quad \rho u = \dot{m}$$

On trouve :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\dot{m} C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Avec comme conditions aux limites :

$$\begin{aligned} x = -\infty, \quad T = T_1, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x = 0, \quad T = T_i \end{aligned}$$

Et après intégration, on trouve :

$$\frac{T - T_1}{T_i - T_1} = \exp\left(\frac{\dot{m}C_p}{\lambda}x\right) \quad (\text{II.10})$$

**En zone II**, la réaction chimique étant de type Arrhenius, le terme du taux de réaction ne devient important que lorsque la température est suffisamment élevée, c'est-à-dire que la température d'inflammation est proche de la température finale. En effet, le gradient de température est faible et le terme de convection peut être négligé, l'équation (II.5) devient alors :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\Delta h^0 \dot{W} \quad (\text{II.11})$$

On intégrant l'équation (II.11) en prend les conditions aux limites suivants

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T = T_i \\ x = \delta_r \quad T = T_2 \end{aligned}$$

On obtient :

$$\frac{\dot{m}C_p}{\lambda}(T_i - T_1) = \left( \frac{2\Delta h^0}{\lambda} \int_{T_i}^{T_2} \dot{W} dT \right)^{1/2} \quad (\text{II.12})$$

Comme  $\dot{m} = \rho_L S_L$  :

$$S_L = \frac{\lambda}{\rho_L C_p (T_i - T_1)} \left( \frac{2\Delta h^0}{\lambda} \int_{T_i}^{T_2} \dot{W} dT \right)^{1/2} \quad (\text{II.13})$$

La réaction chimique suivant une loi d'Arrhenius, la plus grande partie de la réaction vive a lieu au voisinage de la température finale par conséquent :

$$\int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT \approx \int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT$$

Ce qui permet d'obtenir la vitesse de propagation de la flamme suivante :

$$S_L = \left( \frac{C_{te} \lambda \Delta h^0 \bar{W}}{\rho_1^2 C_P^2 (T_2 - T_1)} \right)^{1/2} \quad (\text{II.14})$$

Cette formule s'appelle la formule de Zeldovitch, dans laquelle le taux massique de réaction moyen est :

$$\bar{W} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT \quad (\text{II.15})$$

La constante étant fonction de :

- de la valeur réelle du nombre de Lewis;
- de la variation du préfacteur du taux de réaction qui dépend de la température.

Avec :

$$D_T = \frac{\lambda}{\rho C_P}, \quad (\text{II.16})$$

On retrouve le résultat de Mallard et Le Châtelier :

$$S_L \propto \left( D_T \bar{W} \right)^{1/2} \quad (\text{II.17})$$

La différence essentielle avec la théorie de Mallard et de Châtelier est que, le taux de réaction étant fonction de la température de flamme, il en est de même pour la vitesse de flamme .

Beaucoup de paramètres peuvent influencer cette vitesse à savoir la température, la pression et la richesse du mélange.

### II.1.3.2. Épaisseur de flamme laminaire

L'épaisseur de flamme laminaire est une grandeur caractéristique des flammes en régime laminaire. Et bien que sa perception physique soit assez simple, on recense plusieurs définitions de l'épaisseur du front de flamme. A ce propos, la plus ancienne et la plus employée est celle de Zeldovich :

$$\delta_{L0} = \frac{\lambda}{C_p \rho S_L} \quad (\text{II.18})$$

L'épaisseur de la zone de réaction  $\delta_r$  s'écrit alors :

$$\delta_r = \frac{\delta_L}{E_a} \quad (\text{II.19})$$

Où  $E_a$  est l'énergie d'activation réduite de la réaction : sa valeur dépend de la nature des réactions élémentaires et du combustible mis en jeu. Dans le cas des grandes énergies d'activation, l'épaisseur de réaction est négligeable devant celui de la flamme. C'est pourquoi l'épaisseur de diffusion est souvent assimilée à l'épaisseur de flamme.

Expérimentalement, l'épaisseur de flamme est généralement basée sur l'expression de Spalding, établie à partir du gradient maximal de la température.

$$\delta_r = \frac{T_z - T_0}{\left(\frac{dT}{dZ}\right)_{\max}} \quad (\text{II.20})$$

$T_0$  : Est la température des gaz frais,

$dT/dZ$  : Est le gradient de température le long de la normale au front de flamme.

Cette définition permet de mesurer l'épaisseur de la zone de préchauffage. En effet, il s'agit d'un point important dans l'analyse théorique de la structure de flamme.

Il existe d'autre théorie pour le calcul de la vitesse et de l'épaisseur de la flamme tel que la théorie diffusionnelle qui suppose que, pour certaines réactions en flammes laminaires, la vitesse de flamme est liée au taux de diffusion de radicaux actifs dans les gaz frais, ainsi d'autre approches récentes qui commence avec l'analyse de Zeldovitch et Franck-Kamenetskii (1938) . Ce modèle ne fut amélioré qu'à partir des années soixante grâce à l'utilisation systématique des méthodes de développements asymptotiques, dont ce modèle fut un précurseur.

L'essentiel des résultats obtenus par ces méthodes est présenté dans les ouvrages de Williams(1985).

La méthode des développements asymptotiques raccordés permet d'exprimer mathématiquement, dans le cas des grandes énergies d'activation, l'existence de deux zones, l'une de convection diffusion, l'autre de réaction diffusion, et de déterminer la

vitesse fondamentale de flamme en raccordant les limites des solutions obtenues pour chacune des deux zones.

## **II.2. La flamme turbulente prémélangée [2]**

### **II.2.1 Notion de flamme turbulente prémélangée**

Bien que les rappels de la première partie sur la flamme laminaire soient nécessaires, nous savons aussi que les phénomènes de combustion rencontrés quotidiennement, que se soit dans le domaine industriel ou domestique, se trouvent dans un milieu essentiellement turbulent.

La turbulence va effectivement jouer un rôle important sur la combustion. En effet, la surface de la flamme va croître du fait de son plissement suivant l'écoulement. Les échanges seront augmentés par la diffusivité turbulente, cette dernière jouant ainsi un rôle majeur. Ces deux caractéristiques auront pour conséquence un accroissement de la propagation du front de flamme.

La modélisation et la compréhension de la turbulence sont par nature complexes, nécessitant de simplifier le problème. Ainsi, on cherche à déterminer de façon générale les phénomènes physiques prépondérants d'une manière statistique afin d'obtenir des grandeurs moyennes, des fluctuations et des échelles caractéristiques spatiales et temporelles. Mais la structure des flammes turbulente est beaucoup plus complexe que celle des flammes laminaires, Cela se traduit en particulier par le fait que les flammes turbulentes sont beaucoup plus difficiles à calculer.

L'hypothèse de la masse volumique est constante n'est pas valable pour ces flammes et les équations générales des différents bilans doivent être modifiées, il est possible de rétablir en tenant compte de la variation de la masse volumique et de ses fluctuations et cela donne des équations plus complexes, avec des termes supplémentaires. Il est plus commode d'utiliser les moyennes de Favre, qui simplifient les équations en groupant des termes.

### **II.2.2. Vitesse de flamme turbulente**

Dans les différents modèles de combustion existants, il est important de bien différencier les vitesses de flammes utilisées.

On distingue principalement une quantité cinématique et une quantité caractérisant le taux de réaction de la flamme.

Dans les modèles de combustion où le front de flamme est considéré comme une surface infiniment fine, la vitesse fondamentale est une quantité cinématique dénommée « vitesse de déplacement », normale au front de flamme et qui permet la description des processus chimiques. Cette vitesse est définie précisément au niveau de la zone de préchauffage [TROUVE, 1994] et c'est par son intermédiaire qu'est effectué le couplage entre le taux de réaction locale des flammes avec l'écoulement et la déformation de la flamme. Elle présente l'avantage de pouvoir être déterminée localement de façon expérimentale [RENOU, 1998] et numérique [POINSOT, 1996].

En autres, la vitesse caractéristique est une mesure du taux de réaction par unité de surface du front de flamme. Cette vitesse, communément appelée vitesse de consommation (ou combustion). Elle représente alors la consommation massique des gaz frais et caractérise une intensité de combustion.

$$S_o = \frac{\omega_L}{\rho_\mu Y_{R,u}} \quad (\text{II.21})$$

$\omega_L$  : est le taux de consommation par unité de surface. Il permet de déterminer le taux de réaction moyen, terme qui intervient dans les équations d'aérothermochimie.

On note également la définition d'une vitesse de propagation moyenne de flamme turbulente qui intègre le déplacement de flamme dû à la diffusion des espèces et à l'expansion de la flamme créée par le gradient de température. Elle représente le flux massique moyen normal à une unité de surface. On constate en général que cette vitesse dépend fortement des fluctuations de vitesses de l'écoulement turbulent et de la vitesse de flamme laminaire [ABDEL-GAYED, 1984,1989] :

$$\frac{\langle S_T \rangle}{S_L} = 1 + \alpha \left( \frac{u'}{S_L} \right)^n \quad (\text{II.22})$$

Où

: est une valeur dépendante du combustible utilisé, de l'échelle intégrale de turbulence et du nombre de Reynolds et n est un facteur d'expansion.

et n : sont des constantes de l'ordre de l'unité.

Cette relation reste approximative car la vitesse de flamme est une grandeur assez mal définie [GOULDIN, 1996] et reste dépendante de la configuration expérimentale étudiée.

### II.2.3. Les différents régimes de la flamme de prémélange turbulente

Afin de comprendre les phénomènes physiques prépondérants dans une configuration donnée et les différentes interactions, la combustion turbulente a pu être classifiée depuis les années 1980, sous forme de diagrammes [BRAY, 1980 ; BORGHI, 1980 ; WILLIAMS, 1985]. Ces derniers offrent un moyen « pratique » mais qualitatif, de classer les écoulements réactifs suivant différents régimes de combustion.

Trois nombres adimensionnels permettent d'identifier les régimes de combustion.

- **Le nombre de Reynolds turbulent** : il compare l'intensité de l'agitation turbulente à celle des forces visqueuses.

$$Re_T = \frac{u' L_T}{\nu} \quad (\text{II.23})$$

- **Le nombre de Damköhler** : il compare l'échelle de temps intégral de la température avec celui de la chimie.

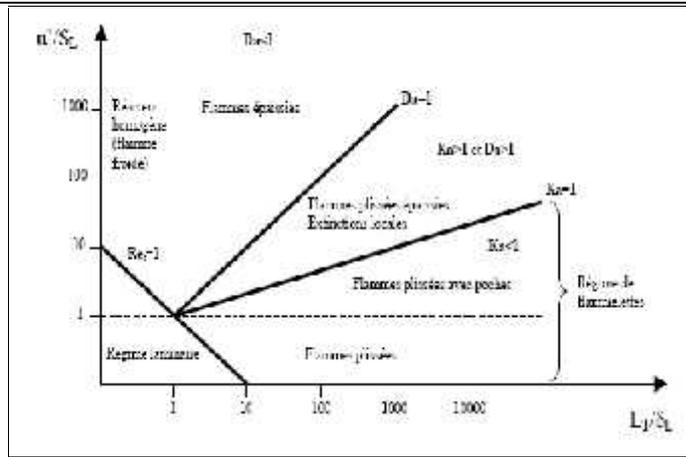
$$Da = \frac{\tau_T}{\tau_c} = \left( \frac{L_T}{u'} \right) \left( \frac{S_L}{\delta_L} \right) \quad (\text{II.24})$$

- **Le nombre de Karlovitz** : il compare l'échelle de temps chimique avec celui de Kolmogorov.

$$Ka = \left( \frac{\tau_c}{\tau_k} \right) = \left( \frac{u'}{S_L} \right)^{3/2} \left( \frac{\delta_L}{L_T} \right)^{1/2} \quad (\text{II.25})$$

Ces trois nombres sont reliés par l'équation suivante :  $Re_T = Da^2 Ka^2$

Le diagramme le plus souvent rencontré est celui de Borghi **figure (II.4)**



**Fig.II.4. Diagramme de combustion prémélangée BORGHI**

Ce diagramme d'approche classique permet de mettre en évidence trois grands types de flammes : les flammes plissées, les flammes plissées épaissies et les flammes épaissies. Dans ce diagramme de combustion, on retrouve le critère de KLIMOV-WILLIAMS ( $Ka=1$ ), correspondant à une épaisseur de flamme  $L_0$  égale à l'échelle de Kolmogorov.

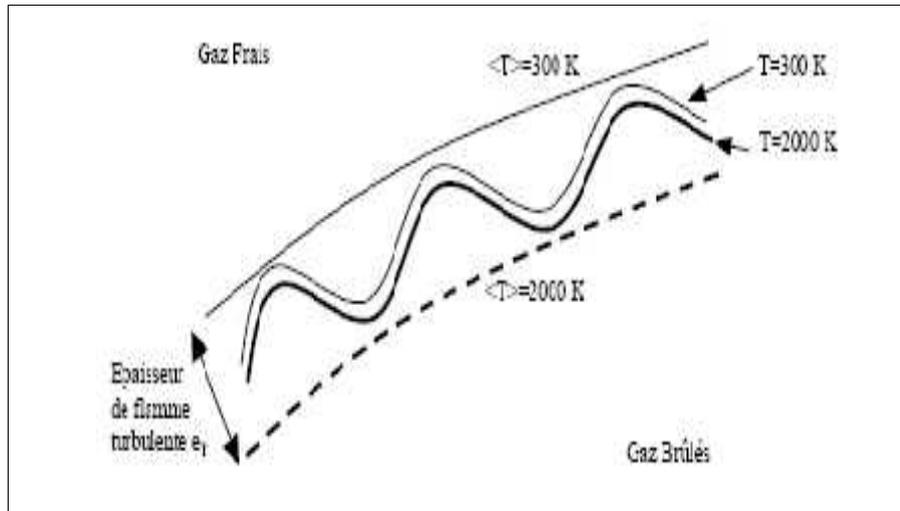
#### II.2.4. Les flammes minces plissées

Ce régime dit « de flammelette » est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka < 1$ ,  $Da < 1$ . Les plus petites échelles de la turbulence ne peuvent pas entrer dans la structure de flamme laminaire. Ces flammes sont un ensemble de flammelettes de type laminaire plissées par la turbulence dont les échelles de longueur sont plus grandes que l'épaisseur de flamme laminaire. Ce type de flamme est restreint au domaine où  $\eta > \delta_L$ .

Pour ces flammes, on peut observer deux sous régimes qui sont :

- d'une part le régime de flamme plissée quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est inférieur à l'unité, où la vitesse de rotation des plus grosses structures ne peut pas plisser le front de flamme suffisamment pour provoquer une interaction entre les flammes, donnant en fait une interaction avec la turbulence relativement faible et une prédominance de la propagation laminaire de la flamme.

d'autre part le régime des flammes plissées avec des poches, quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est supérieur à l'unité où les plus gros tourbillons sont suffisamment énergétiques pour plisser la flamme et provoquer une interaction entre les fronts de flamme voisins.

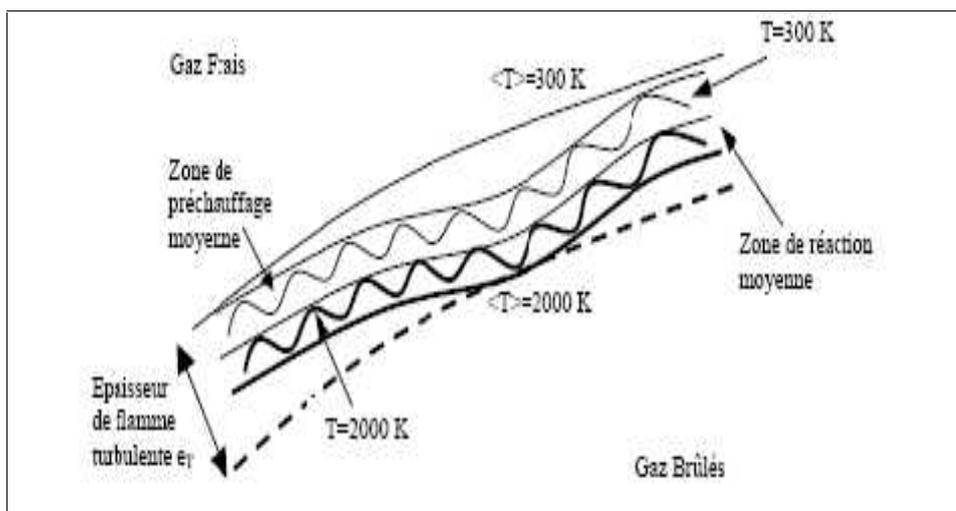


**Fig.II.5. Flamme mince plissée**

### II.2.5. Les flammes épaissies

Ce régime est donné pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da < 1$ . Dans ces conditions, les structures turbulentes sont capables de pénétrer dans la zone de préchauffage et de l'épaissir, mais ne peuvent pas affecter la zone de réaction, qui reste mince et relativement proche de l'épaisseur de zone de réaction d'une flamme laminaire.

Les petites échelles épaississent la zone de préchauffage tandis que les grandes échelles plissent le front de flamme (figure II.6).

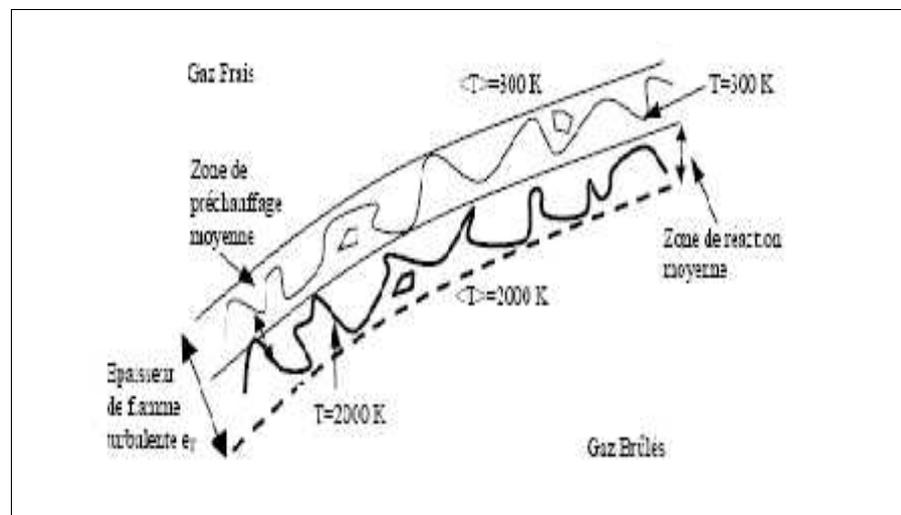


**Figure .II.6 Flamme épaissie**

### II.2.6. les flammes plissée épaissies

Ce dernier régime est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da > 1$ , où les zones de préchauffage et de réaction sont perturbées par la turbulence, ne permettant pas d'identifier des structures laminaires.

Ici, la flamme est non courbée et très épaisse (très supérieure à l'épaisseur de la flamme laminaire). Les perturbations turbulentes provoquent de nombreuses interactions, donnant des variations de l'épaisseur de la zone de préchauffage à l'intérieur de l'épaisseur moyenne, sur tout le front de flamme (Fig.II.7)



**Fig.II.7. Flamme plissée épaissie**

## II.3. Flamme de diffusion laminaire [1]

### II.3.1. Généralités sur les flammes de diffusion laminaire

Dans de nombreux systèmes pratiques, combustible et comburant sont injectés séparément dans la zone de réaction, sans prémélange initial. La combustion est alors contrôlée non seulement par la réaction chimique mais aussi par le transport diffusif des réactifs l'un vers l'autre, d'où le nom de flamme de diffusion.

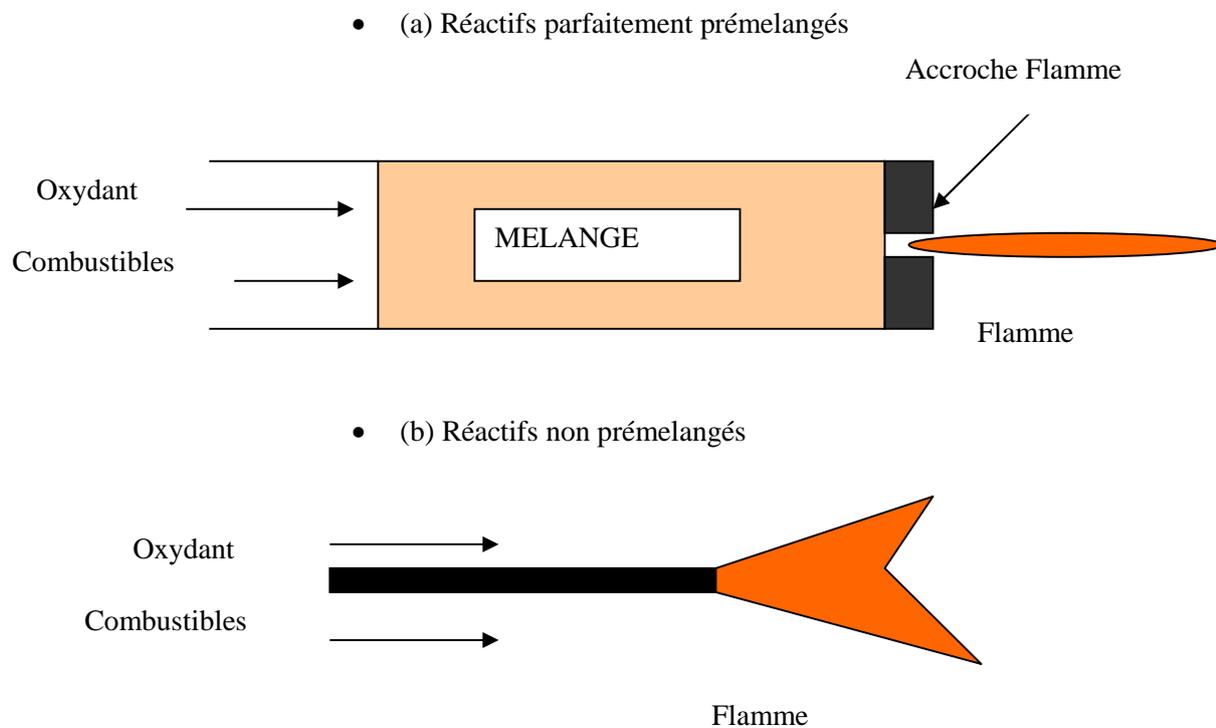
Si les flammes de diffusion laminaire semblent n'intervenir que dans quelques applications (bougie, flamme de briquet,...), nous allons montrer que la compréhension de la structure de ces flammes est fondamentale pour la description et la modélisation de nombreuses situations industrielles.

### II.3.2. Situations génériques

Deux situations génériques idéales ont été identifiées, selon la procédure utilisée pour introduire les réactifs dans la zone de flamme :

- flammes prémélangée: les réactifs sont mélangés avant la zone de réaction ;
- flammes non prémélangée ou flammes de diffusion où les réactifs sont introduits séparément dans la zone de réaction, de part et d'autre de la flamme. Ils sont alors essentiellement localement entraînés dans la zone de réaction par diffusion moléculaire.

Ces deux situations sont schématisées sur la figure ci-dessous.

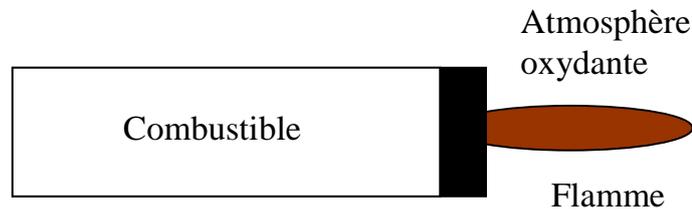


**FigII.8. la flamme prémélangée et flamme de diffusion**

### II.3.3. Intérêt des flammes de diffusion laminaire

Le prototype de ces flammes, schématisé sur la figure (II.9), est obtenu par injection d'un combustible gazeux dans une atmosphère oxydante au repos. C'est, par exemple, la géométrie d'une flamme de bec Bunsen quand la virole est fermée (pas de prémélange d'air à la base du brûleur), d'une flamme de briquet ou encore d'une veilleuse de chauffe-eau. Si cette configuration est moins performante, en terme de dégagement d'énergie, puisque la réaction est principalement limitée, pour les

combustibles les plus courants, par le transport des réactifs l'un vers l'autre, la flamme de diffusion offre, comme nous l'avons déjà vu, deux avantages indéniables: la simplicité et la sécurité [1].



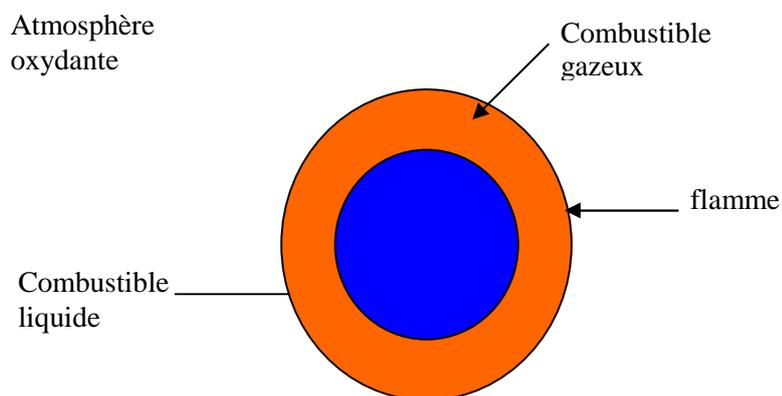
**Fig.II.9. géométrie d'une flamme de diffusion laminaire obtenue par injection d'un jet de combustible dans une atmosphère oxydante au repos**

Outre les quelques situations génériques simples, les flammes de diffusion laminaires sont également invoquées pour décrire les combustions liquide-gaz ou solide-gaz.

### Exemple

Combustible liquide dans une atmosphère oxydante (figure II.10).

Dans la plupart des applications pratiques, on considère que le liquide est vaporisé avant la zone de flamme qui sépare alors vapeur de combustible et oxydant.



**Fig. II.10. Combustion d'une goutte de combustible dans une atmosphère oxydante**

#### II.4. Flamme de diffusion turbulente [2]:

Pour les flammes de diffusion, il est plus difficile de faire un diagramme avec les différents régimes de combustion. En effet, la vitesse fondamentale de flamme n'existe plus et l'épaisseur de la flamme est contrôlée par l'aérodynamique. Néanmoins, on peut toujours utiliser les échelles de temps de la turbulence et de la chimie pour essayer de dégager des régimes de combustion particuliers.

Borghgi envisage plusieurs cas.

- Tout d'abord une chimie très rapide devant la turbulence  $\tau_c < \tau_y$  :

Cela correspond aux grands nombres de Damköhler, la flamme garde alors une structure de type laminaire, on est dans un régime de *flammelettes plissées*.

- Ensuite, le cas d'une chimie lente par rapport aux échelles de la turbulence  $\tau_c > \tau_y$  :

Des extinctions locales peuvent se produire sous l'effet d'étirements, c'est le régime des *flammelettes avec extinctions locales*.

Au-delà d'un certain niveau de turbulence ( $Re > Re_{critique}$ ), les interactions à petites échelles sont nombreuses et modifient la structure interne de la flammelette, on ne peut plus parler de flammelettes.

Dans le cas d'une chimie rapide, on est à *l'équilibre chimique*. Dans le cas d'une chimie lente, l'oxydant et le combustible ont le temps de se mélanger grâce à la forte diffusion turbulente avant de réagir; la flamme est de type *pseudo-laminaire*.

Tout comme pour le diagramme de Borghgi sur les flammes de prémélangée, certains effets ne sont pas pris en compte notamment les effets de courbure et d'instationnarité.

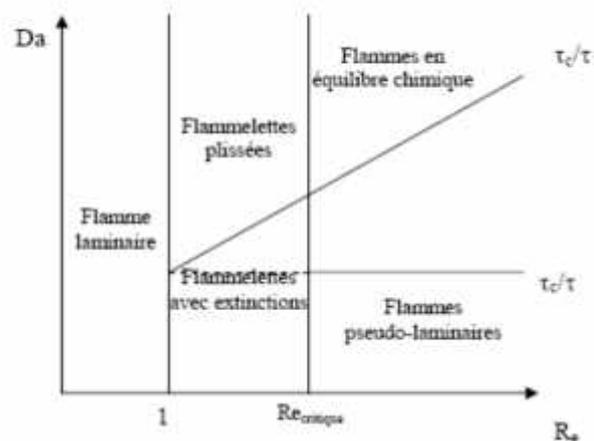


Fig.II.11. Diagramme pour des flammes de diffusion turbulentes (Borghgi)

Cuenot et Poinsoot établissent un diagramme plus détaillé à partir de calculs de DNS sur l'interaction entre une flamme de diffusion et une paire de tourbillons. Les grandeurs utilisées sont la vitesse du tourbillon :  $u'$

L'échelle caractéristique de la vitesse du tourbillon :  $r$

L'épaisseur initiale de la flamme :  $\delta_i$ .

Ils introduisent un nombre de Damköhler défini par :

$$Da_c = \frac{1/(\nabla^2 Z_f)}{r_c} \quad (\text{II.26})$$

Le scalaire passif à la stoechiométrie :  $Z_f$ .

Deux courbes limites correspondant à des nombres de Damköhler particuliers sont présentées.

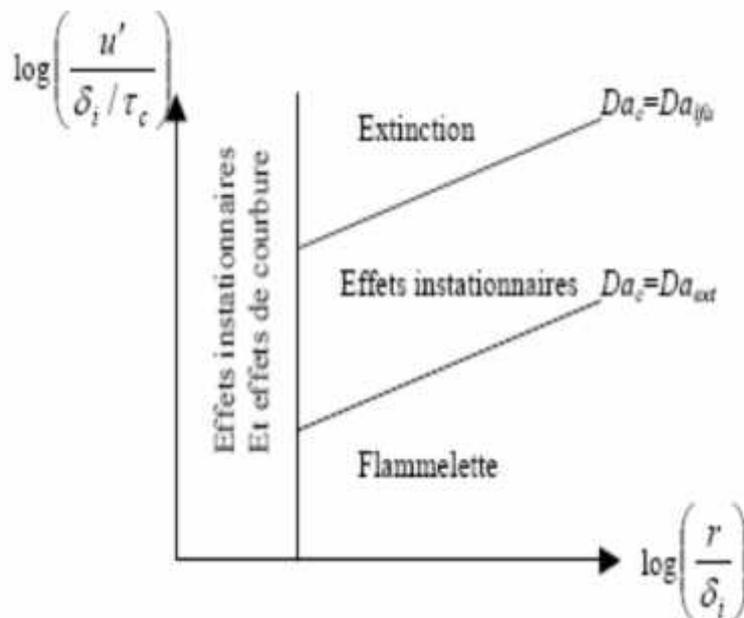
- La première courbe  $Da_c = Da_{ext}$  :

*Elle* marque la limite au-delà de laquelle des extinctions locales se produisent.

- La seconde pour  $Da_c = Da_{ifa}$  :

*Elle* est la limite caractérisant l'apparition de phénomènes instationnaires.

Les résultats obtenus permettent d'établir le diagramme suivant :



**Fig.II.12. Diagramme spectral pour les flammes de diffusion (Cuenot, Poinsoot)**

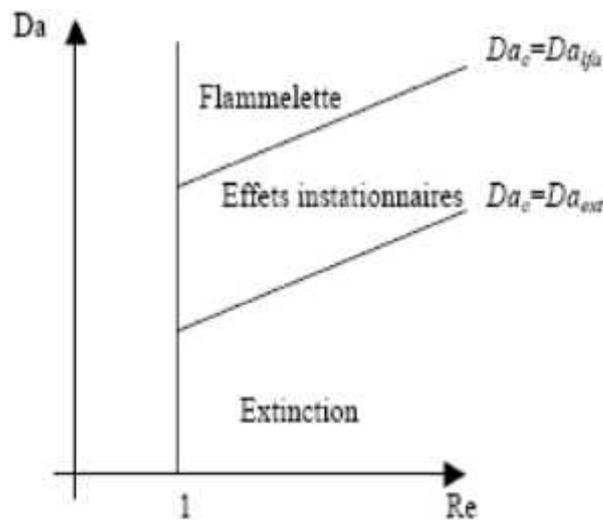
Plusieurs régimes de combustion apparaissent :

- une zone avec des effets de courbure du front de flamme et des effets d'instationnarité importants,
- pour  $Da_c \leq Da_{ext}$  une combustion avec des extinctions locales,
- une zone intermédiaire où  $Da_{ext} \leq Da_c \leq Da_{lfa}$  marquée par les effets instationnaires mais sans extinctions locales,
- pour  $Da_c > Da_{lfa}$ , la flamme a une structure de flammelette laminaire.

En remarquant que l'épaisseur d'une flamme de diffusion est contrôlée par l'aérodynamique et notamment les petites échelles de la turbulence, Veynante et Vervisch obtiennent une relation entre le nombre de Damköhler et Damköhler critique défini par :

$$Da = \frac{\tau_c}{\tau_c} = \frac{\tau_c}{\tau_y} \frac{\tau_y}{\tau_c} = \sqrt{Re} \frac{\tau_y}{\tau_c} \propto \sqrt{Re} Da_c \quad (\text{II.27})$$

D'où le diagramme suivant :

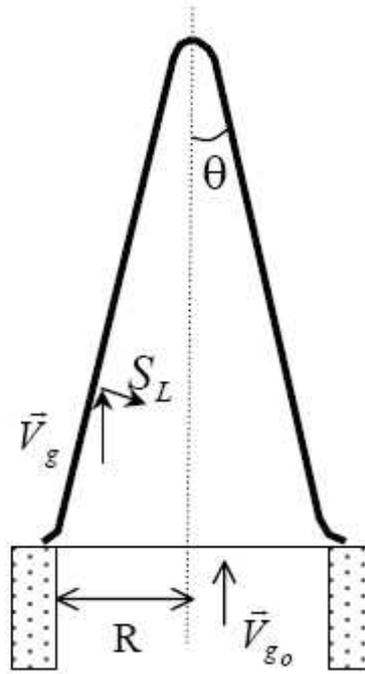


**Figure II.13 : Diagramme de combustion des flammes de diffusion turbulentes dans le plan (Re, Da)**

### II.5. Stabilisation des flammes de prémélange [3]

En milieu prémélangé, on parle de stabilisation de flamme lorsque le flux de gaz frais prémélangé s'écoule dans une direction opposée à la propagation de l'onde de combustion et à une vitesse égale à la vitesse de propagation de la flamme (Glassman, 1987). La flamme devient alors stationnaire relativement au brûleur.

Dans le cas particulier d'un brûleur de type bec Bunsen (figure.II.14), on pourra dire que la flamme est maintenue stable si sa vitesse de propagation est équivalente à la vitesse de l'écoulement localement.



**Figure II-14 : Stabilisation d'une flamme sur un brûleur de type Bunsen**

La flamme est considérée comme conique et fait un angle  $\theta$  avec la vitesse  $V_g$  de l'écoulement de gaz frais. On a alors :

$$\sin \theta = \frac{S_L}{V_g} \quad (\text{II.28})$$

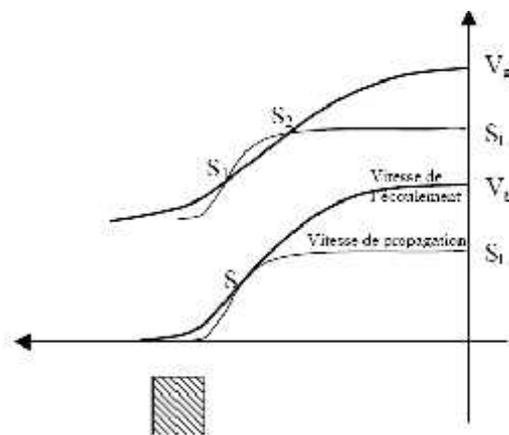
où  $S_L$  est la vitesse de propagation du front de flamme et  $V_g$  la vitesse de l'écoulement. Lorsque la vitesse de l'écoulement augmente, l'angle formé par le cône diminue. La composante de la vitesse de l'écoulement normale au front de flamme reste ainsi égale à la vitesse de propagation.

Cette formulation simplifiée met en avant le fait que pour un mélange donné et pour une vitesse de l'écoulement fixée, l'angle  $\theta$  est constant, ce qui donne à la flamme une forme conique.

Toutefois, la répartition de vitesse du mélange réactif n'est pas uniforme à la sortie du brûleur. En effet la vitesse est nulle ou très faible près des parois et maximale sur l'axe. Par ailleurs, pour une même section de l'écoulement, la vitesse de propagation de la flamme n'est pas constante. En effet, le brûleur agit comme un puits de chaleur et de radicaux diminuant ainsi la vitesse de propagation. En particulier, les lèvres du brûleur et la région proche de la sortie de l'écoulement fournissent les conditions propices à la position de stabilisation.

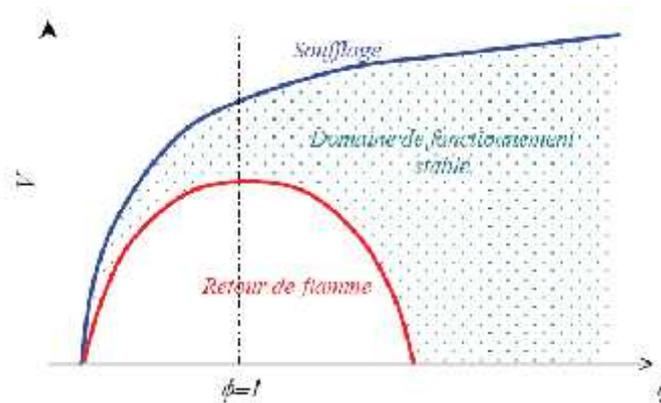
Dans la configuration d'un brûleur de type Bunsen, telle que présentée sur la figure(II.14), on considère un écoulement de type laminaire. Comme le montre la figure(II.15), il peut exister deux points (S1 et S2) pour lesquels la vitesse de l'écoulement  $V_g$  est égale à la vitesse de flamme  $S_L$  si la vitesse de l'écoulement n'est pas trop importante par rapport à la vitesse de flamme. Malgré cela, ces points de fonctionnement sont des points instables car entre ces deux positions, la vitesse de flamme excède la vitesse de l'écoulement, la flamme peut donc remonter l'écoulement. Ces deux points existent pour plusieurs sections droites de l'écoulement, mais c'est pour la section la plus proche du brûleur où les deux courbes sont tangentes au point S que la flamme se stabilise.

Si la vitesse du gaz au centre de l'écoulement  $V_g(0)$  est trop grande, ou si la vitesse  $S_L$  est trop faible, la stabilisation est impossible car les courbes  $V_g$  et  $S_L$  ne peuvent pas se couper, la flamme disparaît, c'est le soufflage (ou "blow out" en anglais). Au contraire, si la vitesse  $V_g$  est trop faible, le point de stabilisation S devient trop proche des parois du bec, la flamme remonte alors l'écoulement et rentre dans le tube d'injection, c'est le retour de flamme (ou "flashback" en anglais).



**Figure.II.15 : Profil de vitesse de l'écoulement et de vitesse de flamme à la sortie d'un brûleur de type Bunsen**

On peut représenter qualitativement dans le plan richesse - vitesse de l'écoulement, le diagramme de stabilité d'un brûleur de type bec Bunsen (figure.II.16). On obtient alors le domaine d'existence d'une flamme sur ce type de brûleur. La combustion est stable pour un domaine compris entre deux courbes critiques : le soufflage et le retour de flamme. Lorsque la richesse dépasse 1, une flamme de diffusion se forme autour de la flamme de prémélange et on ne peut plus parler de régime de combustion purement prémélangé.



**Figure.II.16: Représentation qualitative de la stabilité de la flamme sur un brûleur de type Bunsen dans le plan vitesse de sortie de l'écoulement-richesse du prémélange**

L'augmentation de la vitesse avec la richesse est plus rapide pour la limite de soufflage que pour la limite de retour de flamme. Au-delà de la stoechiométrie, la vitesse limite de soufflage continue à croître tandis que la vitesse limite de retour de flamme décroît avec la richesse. Ce phénomène s'explique par le fait que le phénomène de décollement se produit dans l'air ambiant permettant la diffusion de l'air dans le prémélange de gaz et l'augmentation de la vitesse de flamme. Des expériences de décollement réalisées avec un écoulement annulaire extérieur d'azote ont montré que la vitesse limite de décollement présentait la même allure que la vitesse limite de retour de flamme en fonction de la richesse.

Ces remarques mettent en avant le fait que pour comprendre les mécanismes qui stabilisent une flamme, il est nécessaire de s'intéresser aux limites d'existence de ces mécanismes et donc aux limites de stabilité. L'étude des instabilités de combustion permet de comprendre les phénomènes physiques locaux qui sont responsables des limites de stabilité et donc de la déstabilisation d'une flamme.

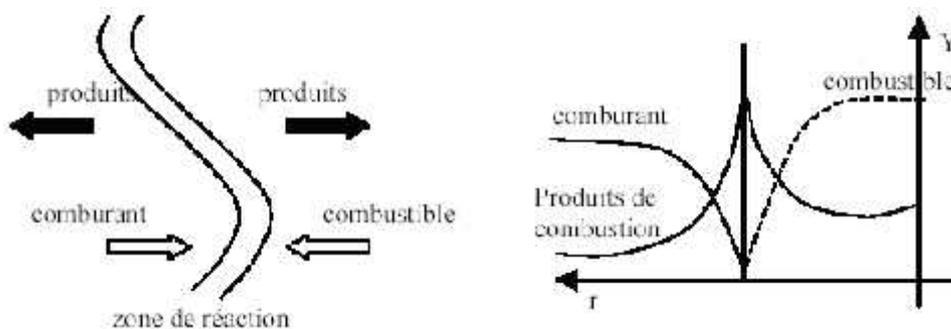
## II.6. Stabilité de flamme en milieu non prémélangé [3]

De manière générale, pour former une flamme de diffusion, les réactifs sont introduits séparément de part et d'autre de la flamme.

### II.6.1. Structure d'une flamme de diffusion

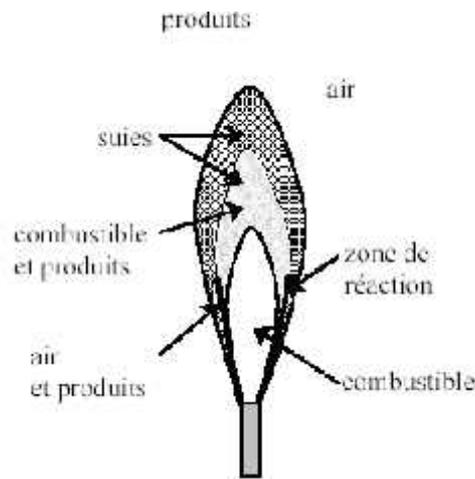
La configuration la plus classique d'une flamme de diffusion est celle où seul le combustible est issu d'un injecteur, le comburant nécessaire à la réaction est alors fourni par l'air ambiant.

La réaction ne peut avoir lieu qu'à l'interface séparant le combustible et le comburant. Les profils de fraction massique sont représentés schématiquement sur la figure(II.17). Le taux de réaction des flammes de diffusion est principalement contrôlé par la diffusion puisqu'elle contrôle l'apport des réactifs dans la flamme. La structure des flammes de diffusion est souvent décrite grâce au rapport des temps de diffusion et de réaction chimique par rapport au temps de convection de l'écoulement. Ces flammes n'ont pas la propriété de se propager puisqu'elles ne peuvent exister que dans la zone où les réactifs coexistent en proportion stoechiométrique.



**Figure II.17 : Structure d'une flamme de diffusion**

La flamme de diffusion est composée de différentes zones figure(.II.18) : une zone centrale qui n'est composée que de combustible, une zone de réaction et la zone contenant les gaz chauds, produits de la combustion. En réalité, la réaction ne se produit pas uniquement le long de la ligne stoechiométrique mais dans la zone d'inflammabilité de part et d'autre de cette ligne. La combustion dans cette zone est alors incomplète et la flamme de diffusion produit des suies issues des molécules de carbone imbrûlées. Les flammes non prémélangées sont caractérisées par un panache jaune dû au rayonnement des suies.



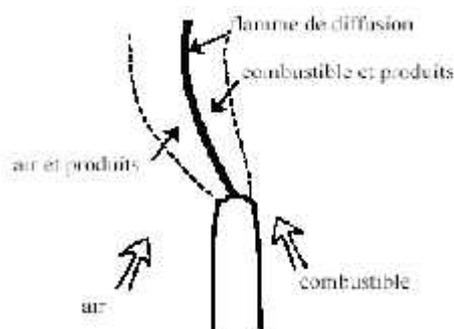
**Figure II.18 : Composition d'une flamme de diffusion**

### II.6.2 Stabilisation d'une flamme de diffusion

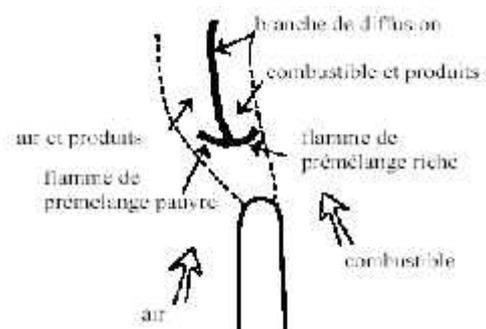
Une flamme de diffusion se stabilise aux lèvres du brûleur figure(II.19), si le brûleur est suffisamment bien profilé pour éviter la présence d'une zone de recirculation derrière les lèvres.

Lors de la rencontre des jets de comburant et de combustible, une zone de mélange se crée et les réactifs diffusent plus ou moins l'un dans l'autre. Au milieu de la zone de mélange, il existe une ligne le long de laquelle la proportion de comburant et de combustible correspond à la stoechiométrie et permet la réaction.

Dans certaines conditions de l'écoulement, il est possible d'obtenir une flamme qui se stabilise au dessus des lèvres du brûleur figure(II.20). La flamme est alors dite "suspendue".



**Figure.II.19 : Stabilisation d'une flamme de diffusion sur la lèvre d'un brûleur.**



**Figure.II.20 : Stabilisation d'une flamme de diffusion suspendue, formation d'une flamme triple.**

Le comportement des flammes turbulentes suspendues dépend essentiellement de la vitesse du jet. L'évolution de la hauteur moyenne est quasi-linéaire en fonction de la vitesse de sortie des gaz, quelle que soit la nature du gaz (Kalghatgi, 1984). A partir d'une flamme de diffusion accrochée au brûleur, lorsque la vitesse d'éjection du combustible atteint une valeur critique la flamme se décolle naturellement du brûleur. Dans le cas d'une flamme initialement suspendue, il faudra diminuer la vitesse à une valeur inférieure à la vitesse critique pour accrocher la flamme.

C'est le phénomène d'hystérésis. La transition de l'état accroché à l'état décollé a été décrite selon plusieurs mécanismes de décollement (Takahashi et al., 1990). Le premier mécanisme de décollement correspond à une rupture d'équilibre entre le jet d'air entraîné et la propagation de la flamme près des lèvres du brûleur. Un autre mécanisme d'instabilité est décrit comme une extinction partielle de la flamme qui peut alors soit se décoller directement, soit se scinder en deux parties. Dans ce dernier cas, la portion de flamme restant accrochée au brûleur s'éteint rapidement et une flamme suspendue est observée.

Une fois la flamme décollée et stabilisée au-dessus de l'injecteur, son aspect change de façon radicale. En effet, elle change notamment de couleur, elle devient essentiellement bleue en raison de l'émission de chimiluminescence des radicaux . Le mélange entre le combustible et l'oxydant est rendu plus efficace grâce aux fortes vitesses qui règnent dans le jet, et la production de suies tend à décroître. Cette configuration particulière de flamme suspendue pour laquelle coexistent des zones de combustion de prémélange et de diffusion, est souvent appelée flamme partiellement prémélangée ou flamme triple, sous certaines conditions.

### III.1. Instabilité thermo-diffusive [3]

#### III.1.1. Généralités

Ce type d'instabilité est basé essentiellement sur la compétition entre les flux diffusives, plus particulièrement entre la diffusion de masse et de chaleur à travers une région appelée épaisseur de flamme.

Les investigations numériques fournissent la prévision des solutions approchées et permettent d'étudier les différents comportements de la flamme selon des conditions aux limites très variés.

Les études théoriques concernant l'instabilité thermo-diffusive sont basés sur deux ingrédients :

- La théorie de développement asymptotique fondée sur le fait que l'énergie d'activation est très élevée.

- La notion multi-échelle qui stipule l'existence de deux zones, l'une de convection diffusive, l'autre de réaction diffusion et en s'accordent par la suite les limites des solutions obtenues pour chacune des deux zones.

Même si l'instabilité thermo-diffusive peut seulement se produire à bas coefficient d'expansion des gaz concernant la flamme plane, il présente néanmoins un cadre physique intéressant.

Le teste de la qualité des résultats fournie par la théorie des développements asymptotiques est l'un des deux buts recherché.

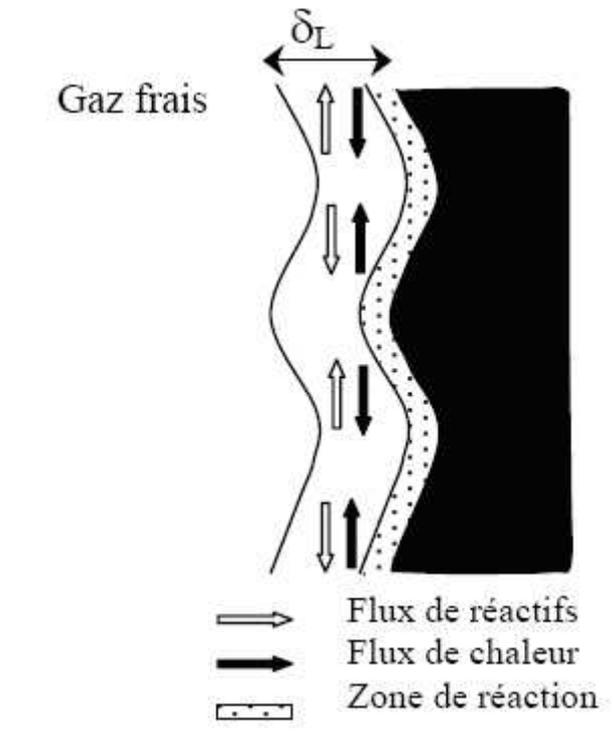
Le second objectif concerne les comportements physiques lier de la limite de l'instabilité, c'est le cas des expériences (BERGEON et AL(1978))

Les flammes dans le régime instable présentent des rides et devient de plus en plus plissées au fur et à mesure que la non-linéarité augmente.

Beaucoup de travaux théoriques ont été effectuées en utilisant l'approximation thermo-diffusive dans divers problèmes de combustion. L'exemple des flammes accrochées et étudié par (MACINTOSH et CLARKE (1989)) et dans le cas de la flamme obtenu par le propergol solide par (MAROGLIS et WILLIAMS(1989)).

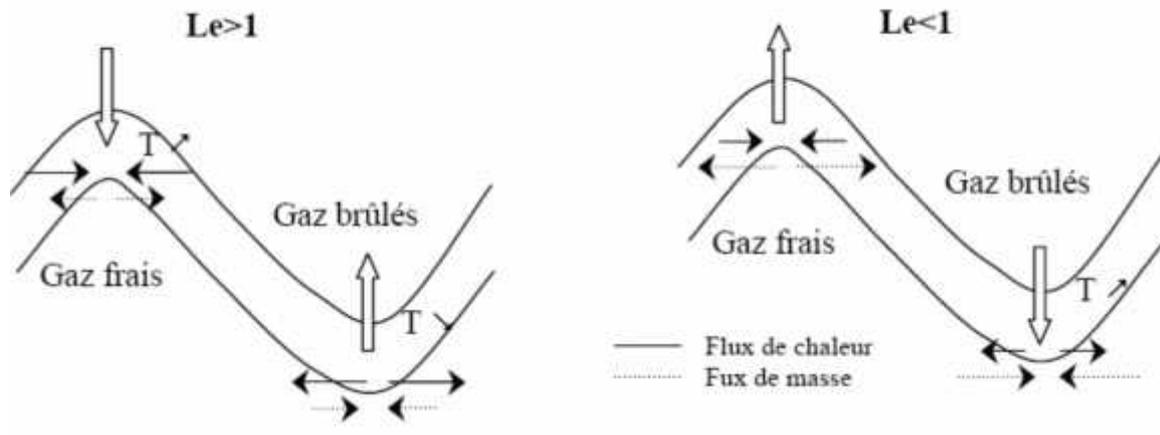
Lorsque le front de flamme est plissé sous l'effet des transferts diffusifs selon une longueur d'onde de l'ordre de l'épaisseur du front de flamme, la courbure du front crée des gradients de température et de concentration.

Dans la partie du front convexe, par rapport aux gaz frais, le flux de chaleur évacue une partie de l'énergie dégagée par la réaction chimique pour la concentrer dans les parties concaves. Ainsi, la température de flamme diminue dans les parties convexes et augmente dans les parties concaves.



**Fig. III.1 : Instabilités thermo-diffusives-effet de courbure**

Ces variations de température induisent des variations de vitesse de flamme : la flamme accélère dans les parties concaves et ralentit dans les parties convexes, résorbant ainsi la perturbation initiale du front. Le flux de chaleur est donc stabilisant. Le profil des réactifs variant dans le sens opposé à celui de la température, le flux diffusif de réactifs produit l'effet inverse. Aux petites longueurs d'ondes, la stabilité du front de flamme résulte d'une compétition entre ces deux flux diffusifs et donc dépend du nombre de Lewis, rapport des diffusivités thermiques et moléculaires. Si le nombre de Lewis est supérieur à l'unité, le flux de chaleur stabilise le front de flamme, si le nombre de Lewis est inférieur à l'unité, le flux diffusif de réactifs est dominant ce qui renforce l'instabilité.



**Figure III.2 : Instabilités thermo-diffusives- effet du nombre de Lewis**

Les études ne tenant compte que des instabilités de types thermo-diffusives ne sont pas rigoureuses. En effet, elles ne prennent pas en compte les effets couplés de l'hydrodynamique, qui sont pourtant dominants dans la combustion de gaz.

### III.1.2. Modèle physique et théoriques : [4]

Selon ce qui a été mentionné dans l'introduction, nous intéressons à l'instabilité thermo-diffusive. Dans la limite du faible coefficient d'expansion de gaz il a été montré par Sivashinsky (1977) qu'une telle instabilité provoquée par l'influence de déstabilisation de la diffusion de l'espèce, est conduit par le prétendu modèle thermo-diffusif. Le modèle des flammes pré-mélangées ((1962) de Barenblatt et al) suppose que l'expansion de gaz joue un rôle négligeable. Cela est vrai seulement lorsque le mélange frais a une température du même ordre que la température de flamme. Cependant, dans la plupart des applications, la densité de gaz brûlés est généralement beaucoup inférieure que les gaz frais. Et les effets dynamiques des instabilités de Darrieus-landau, ne sont pas inclus dans le modèle thermo-diffusif.

Suite à complexité des simulations numériques dans le cas de la chimie complexe, nous adoptons l'hypothèse de la chimie simple: une réaction chimique en une seule étape est supposée. Des quantités Non-dimensionnelles sont obtenues en utilisant une approche classique: l'échelle de référence concernant la longueur est l'épaisseur de flamme qui est obtenue à partir de la théorie asymptotique; de même, l'unité de vitesse est la vitesse de propagation de la flamme. L'utilisation des équations de conservation

nous permet (voir e.g., Clavin(1985), Buckmaster et le Ludford (1983)) d'écrire le modèle, par le système d'équation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} = \Delta T + \Omega \end{array} \right. \quad (\text{III.1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{Le} \Delta C + \Omega \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

OU

$$\Omega = \frac{S^2}{2Le} C \exp\left(\frac{S(T-1)}{1+\kappa(T-1)}\right) \quad (\text{III.3})$$

Où  $\Delta$  est le Laplacien,  $T$  et  $C$  correspondent à la température réduite du mélange de gaz et de la concentration du réactif.  $Le$ ,  $S$  et  $\kappa$  sont respectivement le nombre de Lewis du réactif, l'énergie réduite d'activation (ou nombre de Zeldovich) et le coefficient d'expansion des gaz.  $U$  est la vitesse réduite de propagation de flamme qui est un inconnu du problème est censé être parallèle à l'axe des abscises.

Puisque nous sommes intéressés à l'étude du front de flamme instable, nous supposons qu'il est instable en ce qui concerne des modèles, périodique dans  $y$  (la direction perpendiculaire de la vitesse de flamme). Ainsi les conditions aux limites suivants :

$$T(x = -\infty, y) = 0, T(x = +\infty, y) = 1 \quad (\text{III.4})$$

$$C(x = -\infty, y) = 1, C(x = +\infty, y) = 0 \quad (\text{III.5})$$

$$T(x, y = -Y_0) = T(x, y = +Y_0) \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, y = -Y_0) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, y = +Y_0)$$

$$C(x, y = -Y_0) = C(x, y = +Y_0) \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\partial C}{\partial y}(x, y = -Y_0) = \frac{\partial C}{\partial y}(x, y = +Y_0)$$

À partir de ce modèle, l'analyse théorique est classiquement effectuée au moyen d'une analyse asymptotique utilisant la puissance de  $S^{-1}$  ( étant censé être très grand) et que les caractéristiques de flamme doivent satisfaire la limite de cette théorie par:

$$Le-1 \approx o(S^{-1}) \ll 1 \quad (\text{III.8})$$

D'un point de vue linéaire, une telle analyse mène (voir Sivashinsky(1977) à la relation suivante de dispersion caractérisant le taux de croissance de perturbations sinusoïdales de la longueur d'onde:

$$(1-\Gamma)\Gamma^2 = (-l/2)(1-\Gamma+2\ddagger) \quad (\text{III.9})$$

où

$$\Gamma = \sqrt{1+4(\ddagger+k^2)}$$

Où  $\Gamma$  est le taux de croissance,  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde,  $l$  est le paramètre défini par :

$$l = S(Le-1)$$

Pour un faible vecteur d'onde, l'expression (III. 9) s'exprime par :

$$\ddagger = -\left(1 + \frac{S}{2}(Le-1f)\right)k^2 - 4k^4 \quad (\text{III.10})$$

Le seuil de l'instabilité thermo-diffusive est donné par :

$$l = S(Le-1) < -2 \quad (\text{III.11})$$

## III.2. Instabilité hydrodynamique [5]

### III.2.1. Généralités

En générale, le front de flamme est instable à la perturbation et va former spontanément des structures cellulaires. En 1938 la première analyse de la structure d'une flamme de prémélange plane se propage librement, tirant partie de la dépendance exponentielle en température du taux de réaction chimique, est menée par Y.B. Zeldovich et Frank – Kamenetskii. La même année, le français G. Darrieus met en doute l'existence de ce régime de propagation en montrant qu'une flamme plane, vue comme une discontinuité hydrodynamique, est inconditionnellement instable. Quelques années plus tard, en Russie, L.D. Landau dans une étude similaire, mais indépendante, parvient à la même conclusion que Darrieus.

Dans le problème considéré par Darrieus et Landau, la flamme est assimilée à une surface de discontinuité, séparant les gaz frais et brûlés. Ce front se propage avec une vitesse normale égale à la vitesse de flamme laminaire. Cette vitesse étant nettement subsonique (faible nombre de Mach), l'écoulement est supposé incompressible.

Dans le référentiel où la flamme plane est au repos, la vitesse des gaz est égale à la vitesse de la flamme laminaire. Les gaz brûlés s'écoulent vers l'aval à une vitesse plus élevée,

$U_b = EU_L$  où  $E = \frac{\rho^0}{\rho_b}$  est le facteur d'expansion des gaz. Cette situation constitue la

solution stationnaire du problème.

On néglige les phénomènes acoustiques (en supposant la température et la masse volumique constantes en dehors de la flamme) les équations instationnaires que satisfont les variables  $u^-, P^-, v^-$  et  $u^+, P^+, v^+$  des deux côtés de la flamme, sont les équations habituelles de la mécanique des fluides à masse volumique constante.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Dans les équations ci-dessus, on a supposé que le fluide est non visqueux des deux cotes de la flamme. Nous intéressent à la possibilité pour de petites perturbations de vitesse et de pression de se trouver amplifier dans le temps. Pour cela on pose :

$$\begin{cases} u(x,y,t) = u_0 + u'(x,y,t) \\ v(x,y,t) = v_0 + v'(x,y,t) \\ P(x,y,t) = P_0 + P'(x,y,t) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Ce qui nous permettons de déduire les équations linéairement pour les fluctuations des variables :

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u'}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u'}{\partial x} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

L'analyse de la stabilité linéaires consiste à étudier l'évolution temporelle d'une perturbation infinitésimale, déplacent le front plan en  $x = r(y,t)$

Les conditions aux limites en amont et en aval de la flamme sont les suivantes :

$$\begin{cases} u'^- = u'^+ = \frac{\partial r}{\partial t} \\ P'^- = P'^+ \\ u_0^- \frac{\partial r}{\partial y} + v'^- = u_0^+ \frac{\partial r}{\partial y} + v'^+ \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Ces conditions sont purement géométrique : la première et la dernière expriment simplement le fait que la vitesse de fluide à la surface de la flamme est celle du déplacement de la flamme .

La seconde indique que la perturbation de pression (due à l'hydrodynamique et non à l'acoustique) n'est pas modifiée par la présence de la flamme.

Les conditions à l'infini sont telles que les perturbations s'annulent.

Cette étude est développée dans le cadre de l'analyse de Fourier en considérant des modes normaux de la forme :

$$\begin{cases} r = r_0 \exp(\dagger t - i.k.y) \\ P' = \text{Re}(A(x) \exp(\dagger t + iky)) \\ u' = \text{Re}(U(x) \exp(\dagger t + iky)) \\ v' = \text{Re}(V(x) \exp(\dagger t + iky)) \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Où  $y$  est le vecteur position, et où  $r_0, k, \dagger$  sont respectivement l'amplitude initiale, le vecteur d'onde et le taux de croissance temporel de la perturbation.

Le système d'équation (III.13) devient :

$$\begin{cases} u' + ikv = 0 \\ \dagger u + u_0 u' = \frac{1}{\dots_0} A' \\ \dagger v + u_0 v' = \frac{ik}{\dots_0} A \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Les conditions aux limites à l'infini sont telles que les amplitudes des perturbations  $u, A, v$  soient nulles.

A partir de l'équation (III.15), on peut écrire les conditions suivantes sur le front de flamme :

$$\begin{cases} \dagger r_0 = u^-(0) = u^+(0) \\ A^-(0) = A^+(0) \\ u_0 + \frac{ik}{\dagger} u^-(0) + v^-(0) = u_0 + \frac{ik}{\dagger} u^+(0) + v^+(0) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

On cherche une solution non triviale des équations (III.17) et (III.18), avec  $u, A, v$  nuls à l'infini. De fait cela n'est possible que si une certaine relation de dispersion existe alors la constante  $r_0$  soit arbitraire. En effet, les trois équations donnent :

$$A'' - k^2 = 0 \quad (\text{III.19})$$

Qui s'intègre en donnant :

$$A^+ = a \exp(-kx) \quad , \quad A^- = b \exp(+kx)$$

Compte tenu des conditions à l'infini,  $a$  et  $b$  étant des constantes encore arbitraires.

La résolution de la seconde équation de (III.17) après intégration donne:

$$\begin{cases} u^- = - \left( \frac{ak}{\rho_0^- (\dagger + u_0^- k)} \right) \exp(kx) \\ u^+ = C \exp\left(-\frac{\dagger x}{u_0^+}\right) + \left( \frac{bk}{\rho_0^+ (\dagger + u_0^+ k)} \right) \exp(-kx) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

La solution de la troisième équation du (III.17) s'écrit :

$$\begin{cases} v^- = - \left( \frac{iak}{\rho_0^- (\dagger + k u_0^-)} \right) \\ v^+ = d \exp\left(-\frac{\dagger x}{u_0^+}\right) - \left( \frac{ibk \exp(-kx)}{\rho_0^+ (\dagger - u_0^+)} \right) \exp(-kx) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

En tenant compte des conditions à l'infini. L'équation de continuité permet d'exprimer la constante  $d$  en fonction de  $c$  on obtient :

$$- \left( \frac{c \dagger}{u_0^+} \right) + ikd = 0$$

Les conditions sur la flamme permettant d'obtenir  $a = b$  car :

$$\begin{cases} \left\{ \frac{ak}{\rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} = c + \frac{ak}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} \right. \\ \left. \frac{-ka}{\rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} + u_0^+ \frac{k^2 a}{\sigma \rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} = \frac{c \sigma}{k u_0^+} - \frac{ka}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} + \frac{u_0^+ k}{\sigma} \left( c + \frac{ak}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} \right) \right\} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

On obtient deux équations linéaires homogènes pour calculer les constantes précédentes. La solution existe dans le cas où le déterminant de ce système est nul, ce qui donne une relation entre vecteur d'onde et le taux de croissance, le coefficient  $r_0$  est directement relié à la constante  $a$ .

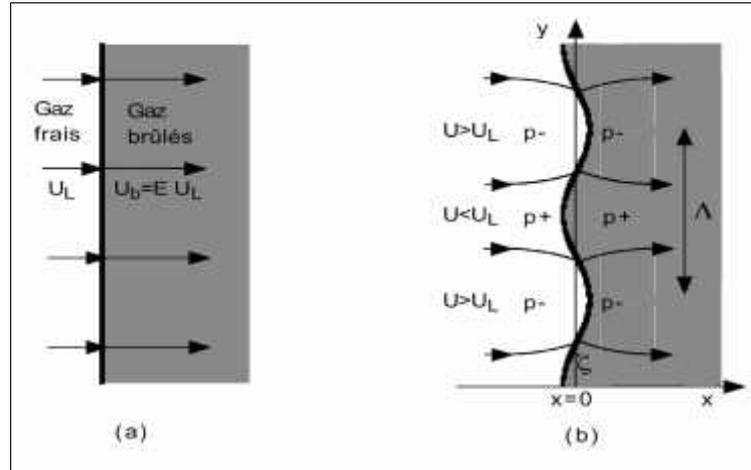
Le calcul du déterminant permet de déterminer la relation de dispersion :

$$\dagger^2(u_0^- + u_0^+) + 2\dagger u_0^- u_0^+ + k^2 u_0^- u_0^+ (u_0^- + u_0^+) = 0 \quad (\text{III.23})$$

Le nombre d'onde est exprimé par :

$$k = (k.k)^{1/2} = \frac{2f}{\quad}$$

La perturbation s'amplifie au cours du temps (la partie réelle de la relation de dispersion est supérieur a zéro), si au contraire se résorbe lorsque elle est inférieur a zéro. Cela revient à déterminer la relation de dispersion inconnue principale du problème. L'étude mathématique consiste à intégrer les équations d'Euler linéarisés au premier ordre ; dans les gaz frais et brûlés, en respectant les conditions aux limites à l'infini ainsi que les conditions de saut à la traversée du front dans l'approximation quasi-isobare. Anticipons sur le résultat de cette analyse en examinant la figure (III.3), qui schématise la flamme plissée dans une géométrie bidimensionnelle. Le saut de vitesse normale à la traverse de front implique une déviation des lignes de courant vers la normale locale du front de flamme, du côté des gaz brûlés. Il en résulte une convergence (divergence) de l'écoulement de gaz brûlés, en aval des parties convexes (concaves) par rapport aux gaz frais. Cette modification de l'écoulement s'étend uniquement sur une distance de l'ordre de longueur d'onde; plus loin, l'écoulement est uniforme et stationnaire. De ce fait, les lignes de courant se courbent en générant des gradients de pression dans la direction parallèle au front. Le fluide étant incompressible, cette modification de l'écoulement en aval du front se répercute instantanément en amont. L'écoulement de gaz frais est alors ralenti en face des parties convexes et accélérées en face des parties concaves. Le champ de vitesse induit par le plissement rend le front plan instable par rapport à toute perturbation de sa position d'équilibre. Cette analyse implique un taux de croissance positif, quelle que soit la longueur d'onde de la perturbation.



**Fig.III.3. l'instabilité hydrodynamique**

a) Le front de flamme plan alimentée par un écoulement uniforme constitue la solution stationnaire.

b) Une perturbation harmonique infinitésimale de la forme stationnaire induit une modification du champ de vitesse en aval et en amont du front, qui tend à amplifier le plissement. La forme de la relation de dispersion peut être obtenue par une analyse dimensionnelle. Dans ce problème, seules deux quantités sont dimensionnées: la vitesse de flamme, reliée à la vitesse des gaz brûlés par le coefficient de dilatation,  $E$ , et le vecteur d'onde. Le taux de croissance étant un scalaire ayant la dimension d'une fréquence, sa dépendance fonctionnel rapport à ces quantités doit prendre la forme :

$$\dagger = kU_L \left( \frac{E}{E+1} \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right) \quad (\text{III.24})$$

On voit que quelque soit le nombre d'onde d'une perturbation spatiale, elle va s'amplifier et la flamme est donc instable puisque la masse volumique des gaz brûlés est inférieure à celle des gaz frais.

Si l'épaisseur de front de flamme est prit en considération, alors l'effet de plissement va induire alors des flux de chaleur et de masse qui modifie la température locale et donne des variations de la vitesse local de la flamme.

L'instabilité diffusive unidimensionnelle des flammes laminaires prémélangées (propagation oscillatoire), a été prédite pour les mélanges qui ont un grand nombre de Lewis couplé avec une grande énergie d'activation.

Cependant, une valeur donnée théoriquement de ces paramètres est au delà de la gamme de la flamme réelle et ce type de l'instabilité n'a été jamais observée expérimentalement. Les effets combinés de la diffusion et l'instabilité hydrodynamique ont été étudiés depuis quelques vingtaines d'années plus tard par plusieurs chercheurs.

L'approximation faite par une grande énergie d'activation et la théorie asymptotique de multi-échelles sont utilisées pour résoudre le problème à trois échelles physiques différentes, qui sont :

- L'échelle interne de la zone de réaction chimique (échelle  $\frac{\tau}{S}$ ) ;
- Echelle de la zone de diffusion (échelle  $\tau$ )
- L'échelle extérieure de la zone hydrodynamique (l'échelle  $k^{-1}$ ),

Si le nombre de Zeldovich est égale à dix qui est l'énergie d'activation réduite :

$$S = \frac{E}{kT_b} \frac{T_b - T_u}{T_b} \quad (\text{III.25})$$

L'effet de la gravité sur les deux fluides de densités différentes, les gaz brûlés et les gaz frais, était encore inclus dans l'analyse. L'effet de gravité peut aider la flamme à se stabiliser quand le gaz brûlé (léger) est au dessus des gaz frais (lourd). La description complète de la stabilité de la flamme laminaire a été étudiée par Clavin et Garcia en 1983. Ces chercheurs ont résolu la dynamique des petites amplitudes de plissement de la flamme prémélangée, ils ont pris en compte l'effet de dépendance de température et de coefficient de diffusion. Ils ont déterminé que la relation de dispersion de taux de croissance, de petite amplitude de plissement avec le nombre d'ondes qui est exprimé par :

$$(\tau \tau_i)^2 A(k) + \tau \tau_i B(k) + C(k) = 0 \quad (\text{III.26})$$

Le taux de croissance de l'instabilité est donnée par la partie réelle, les coefficients sont fonction du nombre d'onde dans l'équation (III.26) et qui sont formulés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} A(k) = \frac{E+1}{E} + \frac{E-1}{E} k\delta \left( Ma - J \frac{E}{E-1} \right), \\ B(k) = 2k\delta + 2E(k\delta)^2 (Ma - J), \\ C(k) = \frac{E-1}{E} \frac{k\delta}{Fr} - (E-1)(k\delta)^2 \left[ 1 + \frac{1}{E} \frac{1}{Fr} \left( Ma - J \frac{E}{E-1} \right) \right] + \\ \quad (E-1)(k\delta)^3 \left[ h_b + \frac{3E-1}{E-1} Ma - \frac{E}{E-1} 2J + (2Pr-1)H \right]. \end{array} \right. \quad (III.27)$$

L'épaisseur de la zone thermo diffusive :

$$u = \frac{D_{th}}{U_L} \quad (III.28)$$

Le temps de transition de la flamme :

$$\dagger_t = \frac{u}{U_L} \quad (III.29)$$

Le nombre de Froude :

$$Fr = \frac{U_L^2}{(gu)} \quad (III.30)$$

L'accélération de gravité quand la flamme se propage vers le bas est positive et donne par le symbole  $g$ .

Le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\epsilon}{D_{th}}. \quad (III.31)$$

Les quantités  $J$  et  $H$  calculées pour la diffusivité en fonction de la température sont données par les intégrales suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \int_0^1 (h_b - h(\theta)) d\theta, \\ J = (E-1) \int \frac{h(\theta)}{1+(E-1)\theta} d\theta, \end{array} \right. \quad (III.32)$$

Où

La température réduite est :

$$" = \frac{(T - T_u)}{(T_b - T_u)},$$

La thermo diffusivité :  $h''$ ).

La valeur de la thermo diffusivité dans les gaz brûlés:  $h_b$

Les relations ci-dessus sont obtenues dans les limites linéarisés de grande longueur d'onde des perturbations à basse fréquence ( $ku \ll 1$  ,  $\tau \ll 1$ ), avec petite amplitude de plissement.

La sensibilité de la vitesse locale de brûlement aux plissements et l'étirement est contenue dans le nombre de Markestien. Quand le nombre de Markestien est positif, qui le cas le plus général, l'effet de courbure est de diminuer la vitesse dans la région convexe vers les gaz frais, implique que la flamme est thermo-diffusivement stable. Clavin et Garcia ont donnés l'expression de nombre de Markestien pour un cas simplifier pour une seule étape de réaction chimique contrôlée par la loi d'Arrhenius :

$$Ma = \frac{E}{E-1} J + \frac{S}{2} \int_0^1 \frac{h''(\eta) \ln(\eta^{-1})}{1+(E-1)\eta} d\eta \quad (\text{III.33})$$

$S$  est l'énergie d'activation réduite, ou le nombre de Zel'dovich.

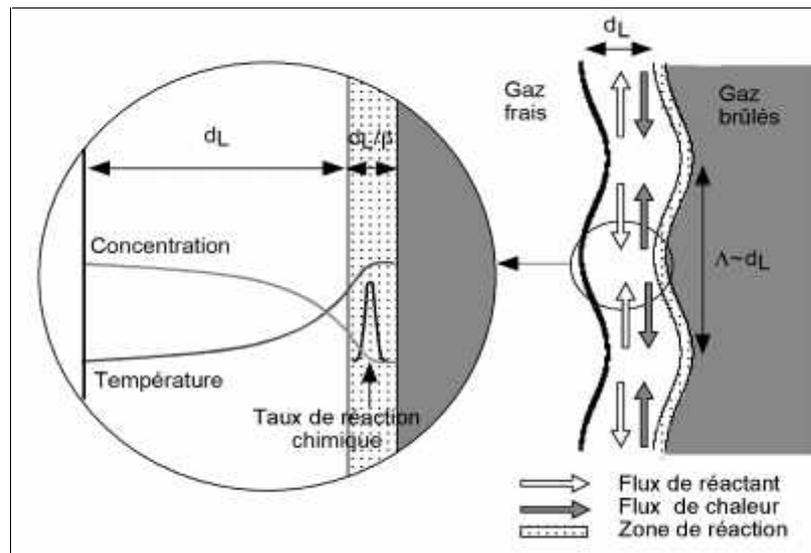
Le premier terme de l'équation (III.33) indique le transport convectif transversal de la chaleur et d'espèces à l'intérieure de l'épaisseur diffusive de la flamme plissée. Le second terme traduit le transport diffusif de masse et de chaleur.

### III.2.2. Effets stabilisants

L'analyse de Darrieus et Landau néglige non seulement la structure interne de la flamme, mais également l'accélération de la gravité. Or, ces deux effets peuvent jouer un rôle stabilisant sur l'instabilité hydrodynamique. On présentera uniquement l'aspect physique des phénomènes.

#### III.2.2.1. Courbure du front à petite échelle

Considérons une flamme alimentée par une réaction chimique dont l'énergie d'activation est élevée; qui est caractérisé par le nombre de Zeldovich supérieur à l'unité. Dans ce cas, la structure interne de la flamme se présente comme un lieu des gradients de température et de concentration d'espèces. Du fait de la grande énergie d'activation, le taux de réaction chimique est partout négligeable. Plissons maintenant ce front comme dans la figure (III.4)



**Fig.III.4. Flux diffusifs transverses induits par un plissement de la flamme sur l'échelle de son épaisseur. Le zoom fait apparaître les caractéristiques de la structure de la flamme laminaire**

Lorsque la longueur d'onde des plissements est de l'ordre de l'épaisseur de flamme, la courbure du front crée des gradients de température et de concentration dans la direction transverse. L'influence de ces flux transverses sur la stabilité du front peut être analysée à partir de la figure (III.4) Dans les parties du front convexes par rapport aux gaz frais, le flux de chaleur transverse évacue une partie de l'énergie dégagée par la réaction chimique pour la concentrer dans les parties concaves. De ce fait, la température de combustion diminue dans les parties convexes et augmente dans les parties concaves. Ces variations locales de la température de combustion se répercutent sur la vitesse de flamme, extrêmement sensible à la température pour un nombre de zeldovitch supérieur à l'unité, la flamme accélère dans les parties concaves et ralentit dans les parties convexes, résorbant ainsi la perturbation initiale du front. Le flux de chaleur est donc stabilisant. Le profil de concentration des réactants variant dans le sens opposé à celui de la température, le flux diffusif de réactant produit l'effet opposé. Par conséquent, la stabilité du front de flamme aux petites longueurs d'ondes résulte d'une compétition entre ces deux flux diffusifs. Globalement, le rôle stabilisant ou déstabilisant de la diffusion

dépend de la valeur du nombre de Lewis, rapport des diffusivités thermiques et moléculaires.

Si ce nombre est supérieur à un, le flux de chaleur stabilise la flamme aux petites longueurs d'ondes. Si il est inférieur à un, le flux diffusif de réactant renforce l'instabilité hydrodynamique. En réalité, la dilatation des gaz entraîne également des flux convectifs transverses qui se superposent aux flux diffusifs. On verra que la somme des deux flux produit généralement un effet stabilisant.

Pour introduire ces effets de courbure à petite échelle dans l'analyse de stabilité du front plan, Markstein (1951) propose d'exprimer la vitesse normale du front sous la forme:

$$U_n = U_L \left( 1 - \text{Ma} \frac{d_L}{R} \right) \quad (\text{III.34})$$

$R$  : est la courbure du front et  $\text{Ma}$  le nombre de Markstein.

Ce nombre est une constante phénoménologique d'ordre unité. Physiquement, cette relation traduit l'impossibilité de plisser la flamme à l'échelle de son épaisseur sans modifier sa structure interne. La vitesse de flamme dépend de la géométrie du front et non plus seulement de la nature du mélange réactif.

Markstein reprendra l'analyse de stabilité avec cette nouvelle expression de la vitesse normale. Le problème hydrodynamique est identique à celui considéré par Darrieus et Landau, mais avec des conditions aux limites différentes sur le front (saut de pression notamment). La résolution des équations conduit à la relation de dispersion suivante :

$$\sigma = U_L K \left\{ \frac{E}{E+1} \left[ \left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \text{Ma} \cdot d_L \cdot K (\text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 2E) \right)^{1/2} - \text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 1 \right] \right\} \quad (\text{III.35})$$

Par rapport au modèle de Darrieus et Landau, le taux de croissance est essentiellement modifié par un terme quadratique

$$U_L \cdot \text{Ma} \cdot K \cdot d_L = \text{Ma} \cdot K^2 \cdot D_{th} \quad (\text{III.36})$$

Ce résultat était prévisible en raison des dimensions du coefficient de diffusion  $([L]^2/[T])$ .

La variation du taux de croissance avec le nombre d'onde, prévue par cette théorie, pour différentes valeurs du nombre de Markstein.

Le taux de croissance et le vecteur d'onde sont respectivement non dimensionnés par le temps de transition et l'épaisseur de flamme. Pour nombre de Markstein nul, on retrouve la relation linéaire du modèle de Darrieus et Landau.

Lorsque nombre de Markstein positif, les petites longueurs d'ondes sont stabilisées. La limite de stabilité, définie par le taux de croissance nul, correspond au nombre d'onde neutre:

$$K_n^0 = \frac{1}{2} \frac{E-1}{E} \frac{1}{Ma \cdot d_L} \quad (\text{III.37})$$

▪ pour  $K > K_n^0$ , le taux de croissance est négatif et les longueurs d'ondes correspondantes sont stables.

▪ pour  $K < K_n^0$ , il subsiste une bande de nombres d'ondes instables.

Parmi ceux-ci, le mode le plus dangereux,  $K_{\max}$ , a le taux de croissance le plus élevé.

Notons qu'en raison de la forme quadratique de la relation de dispersion,

$$K_{\max} = \frac{K_n^0}{2} \quad (\text{III.38})$$

Finalement, pour nombre de Markstein négatif la théorie prévoit un renforcement de l'instabilité hydrodynamique.

Dans cette analyse, le nombre de Markstein est un paramètre libre qui reste indéterminé. Markstein supposait que ce nombre pouvait être obtenu par des expériences spécifiques ou par une analyse détaillée de la structure de flamme.

### III.2.2.2. Effet de l'accélération

Lorsque la flamme se propage verticalement, l'accélération de la gravité peut modifier le taux de croissance de l'instabilité. L'effet est différent selon la direction de propagation de la flamme. En propagation ascendante, les gaz frais sont situés au dessus des gaz brûlés qui sont plus légers. On s'attend à un renforcement de l'instabilité de Darrieus-Landau. Inversement, lorsque la flamme se propage vers le bas, la force de gravité doit inhiber le développement de l'instabilité.

La gravité est introduite dans le modèle de Markstein en modifiant le saut de pression à travers le front. Il en résulte une nouvelle expression de la relation de dispersion :

$$\sigma = U_L K \left\{ \frac{E}{E+1} \left[ \left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \text{Ma} \cdot d_L \cdot K (\text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 2E) - \frac{E^2 - 1}{E^2} \frac{g}{K \cdot U_L^2} \right)^{1/2} - \text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 1 \right] \right\} \quad (\text{III.39})$$

Le signe de l'accélération de la gravité est positif lorsque la gravité est dirigée vers les gaz frais et négatif dans le cas contraire. Les nouvelles limites de stabilité sont délimitées par les deux nombres d'ondes,

$$\frac{K_n}{K_n^0} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{8\text{Ma}}{E-1} \text{Fr}^{-1}} \right) \quad (\text{III.40})$$

$\text{Fr} = \frac{U_L^2}{g \cdot d_L}$  : Il définit le nombre de Froude.

La gravité influe sur l'instabilité lorsque la vitesse de flamme est suffisamment faible. Si la flamme se propage vers le bas (nombre de Froude positif), la bande de nombre d'ondes instables, comprise entre les deux valeurs de vecteur d'onde, définies par la relation (III.38), se rétrécit à mesure que  $\text{Fr}^{-1}$  augmente.

$\text{Fr}_c = \frac{8\text{Ma}}{(E-1)}$ , définit le seuil de stabilité pour lequel le taux de croissance maximum est

nul en  $k_* = \frac{k_n^0}{2}$

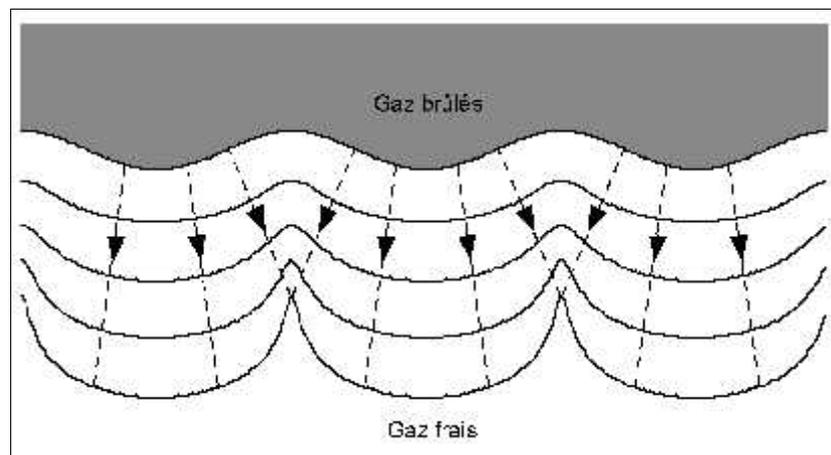
Pour le nombre de Froude supérieur à sa valeur critique, le taux de croissance est négatif à toutes les longueurs d'ondes et la flamme est inconditionnellement stable. Dans ces conditions, il est possible d'observer des flammes planes et stationnaires. Seule l'accélération de la gravité a été évoquée.

Cependant, la flamme peut être influencée par toute autre forme d'accélération, comme par exemple celle due à une onde acoustique. Dans ce cas, en s'inspirant des premiers travaux de Markstein, Searby et Rochwerger ont mis en évidence un couplage paramétrique entre le dégagement de chaleur de la flamme et la pression acoustique. Ce couplage peut être suffisamment fort pour stabiliser une flamme dans un domaine primitivement instable.

### III.2.3. Saturation

Lorsque la flamme est instable, l'amplitude des structures cellulaires qui apparaissent sur le front croît exponentiellement au cours du temps. Cette loi de croissance exponentielle n'est valable que dans le domaine linéaire. Lorsque l'amplitude des cellules devient de l'ordre de la longueur d'onde, l'analyse de stabilité précédente n'est plus valable. Les effets non linéaires doivent être examinés.

Pour comprendre comment se manifestent ces effets, considérons une portion de flamme plissée qui se propage dans un mélange au repos (voir figure III.5). Chaque élément de flamme avançant suivant sa propre normale, il est possible de construire l'évolution temporelle du front par une application directe du principe de Huygens emprunté à l'optique géométrique. On s'aperçoit ainsi que les parties convexes du front s'élargissent, tandis que les parties concaves se rétrécissent. Ces dernières finissent par former des points anguleux analogues à des acoustiques optiques. Au niveau de ces ondes, les fronts de flamme de deux cellules adjacentes se rejoignent; la vitesse normale de propagation devient alors supérieure à la vitesse de flamme. Cet effet, purement géométrique, implique une diminution de l'amplitude des perturbations, qui s'oppose à la croissance exponentielle de l'instabilité.



**Fig. III.5. Formation de cusps lors de la propagation d'une flamme plissée. Les traits pointillés représentent les trajectoires de points d'u front, construites à partir d'un principe d'Huygens**

### III.3. Instabilités thermo-acoustiques [6]

Les contraintes économiques ont naturellement poussé les industriels construisant des turbines à gaz, à orienter l'effort de développement vers des turbines toujours plus efficaces tout en abaissant les coûts. Depuis environ une vingtaine d'années une contrainte environnementale est imposée par les autorités régulatrices. Cette contrainte impose des limitations sur les émissions de polluants émises par les processus de combustion industriels. Les réglementations sont complexes car elles modulent ces limitations en fonction de type d'installation (four, turbine à gaz), mais aussi de leur puissance et du type de combustible utilisé.

Néanmoins, toutes ces normes vont dans la même direction, limiter au maximum le rejet de l'oxyde de soufre (irritant, pluies acides) et l'oxyde d'azote (irritant, promoteur de l'ozone troposphérique, pluies acides, gaz à effet de serre) et suies. Aux réglementations supra étatiques (CEE, Etats-Unis) peut s'ajouter une réglementation nationale voir régionale (Californie) renforçant les limitations existantes. La réglementation locale, ajoute le plus souvent des limitations sur les émissions de l'oxyde de carbone (toxique) et d'imbrûlés, absentes par exemple des directives européennes et américaines.

#### III.3.1. Etude théoriques d'acoustique [7]

On rappelle ici les bases de la théorie de l'acoustique linéaire. On s'intéressera d'abord au cas non réactif, et ensuite au cas réactif.

##### III.3.1.1 Ecoulements non réactifs

Par souci de clarté, les vecteurs vitesse ' $\mathbf{u}$ ' seront notés en gras. On fera les hypothèses suivantes :

- Hypothèse 1 : Mach nul ( $\mathbf{u}_0 \ll \mathbf{0}$ ),
- Hypothèse 2 : pas de fluctuation du dégagement de chaleur, pas de saut de température,
- Hypothèse 3 : pas de forces volumiques,
- Hypothèse 4 : viscosité négligée, les murs sont considérés glissants,
- Hypothèse 5 : linéarité : les variables acoustiques notées 0 sont considérées petites devant les grandeurs moyennes :  $p' \ll p_0$ ,  $u' \ll c_0$ ,  $\rho' \ll \rho_0$  ...'
- Hypothèse 6 : les transformations sont isentropiques : on a alors la relation isentropique :

$$s_0 = c_v \ln \left( \frac{p}{\dots^x} \right) \quad \text{ou} \quad \frac{p}{\dots^x} = Cste \quad (\text{III.41})$$

où  $s_0$  est l'entropie (supposée constante) de l'écoulement.

On peut alors écrire les équations de conservation de la masse et l'équation d'Euler sous la forme :

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} + \nabla \dots u = 0 \quad (\text{III.42})$$

$$\dots \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \nabla u \right) = -\nabla p \quad (\text{III.43})$$

Dans le cas de l'équation de l'énergie, en utilisant la dérivée logarithmique de l'Eq.(III.41), on obtient

$$\frac{p'}{p_0} = \chi \frac{\dots'}{\dots_0} \quad (\text{III.44})$$

en multipliant par  $p_0$  et en utilisant  $c_0^2 = \chi \frac{p_0}{\dots_0}$  où  $c_0$  est la vitesse du son, on obtient

$$p' = c_0^2 \dots' \quad (\text{III.45})$$

Une perturbation acoustique  $p'$ ,  $\vec{u}'$  est ajoutée au champ moyen  $(p_0, u_0)$ , on a alors :

$$p = p_0 + p', \quad \vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}', \quad \dots = \dots_0 + \dots'$$

En substituant  $p$  et  $u$  dans l'Eq. (III.42) et l'Eq. (III.43), et en approximant au premier ordre, on obtient les équations linéarisées :

$$\frac{\partial \dots'}{\partial t} + \dots_0 \nabla \cdot u' = 0 \quad (\text{III.46})$$

$$\dots_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p' = 0 \quad (\text{III.47})$$

En utilisant l'Eq. (III.45) pour supprimer la vitesse dans l' Eq.(III.46) et en prenant  $\nabla$  (Eq.III.47) et  $\frac{\partial}{\partial t}$  (Eq.III.46), on obtient l'équation des ondes suivante (Eq.III.48). Les

hypothèses 1 et 2 permettent de faire sortir la vitesse du son de l'opérateur divergence.

En effet l'hypothèse 1 appliquée à l'équation d'Euler pour le champ moyen donne  $\nabla \cdot p_0 = 0$  et l'hypothèse 2 donne  $\dots_0 = \text{cste}$ .

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{III.48})$$

Dans l'hypothèse d'ondes harmoniques, on peut écrire les variables en découplant les variations selon le temps et l'espace :

$$p' = \hat{p}(\vec{x}) e^{-i\mathcal{S}t}, \quad \vec{u}' = \hat{u}(\vec{x}) e^{-i\mathcal{S}t} \text{ et } \dots' = \dots(\vec{x}) e^{-i\mathcal{S}t}$$

on obtient alors l'équation de Helmholtz, à partir de l'équation des ondes (III.48).

$$\nabla^2 \hat{p} + k^2 \hat{p} \quad (\text{III.49})$$

avec  $k = (\mathcal{S}/c)$ .

### III.3.1.2 Equations dans le cas réactif

Dans le cadre des écoulements fluides réactifs, on introduit la notion de fraction massique. On considère N espèces dans un volume V. On appelle alors fraction massique de l'espèce k, la grandeur  $Y_k$  définie par :

$$Y_k = \frac{m_k}{m} \quad (\text{III.50})$$

où  $m_k$  est la masse de l'espèce k et m la masse totale de gaz dans le volume considéré. On a par définition :

$$\sum_{k=1}^N Y_k = 1 \quad (\text{III.51})$$

La dynamique des écoulements réactifs est régie par les équations de Navier-Stokes :

– conservation de la masse

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} + \nabla \dots u = 0 \quad (\text{III.52})$$

– conservation de la quantité de mouvement :

$$\dots \frac{\partial u}{\partial t} + \dots u \cdot \nabla u = -\nabla p + \mathcal{T} + \sum \dots Y_k \vec{f}_k \quad (\text{III.53})$$

$\mathcal{T}$  représente le tenseur des contraintes visqueuses et  $f_j$  les forces volumiques associées à chaque espèce. Or on néglige les forces volumiques et la viscosité. On obtient alors

$$\dots \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \dots \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p \quad (\text{III.54})$$

– conservation de l'énergie interne

$$\dots C_p \frac{DT}{Dt} = \dot{S}'_T + \frac{Dp}{Dt} + \ddagger : \nabla \mathbf{u} - \left( \dots \sum_{k=1}^N C_{pk} Y_k \bar{V}_k \right) \cdot \bar{\nabla} T \quad (\text{III.55})$$

où

–  $\dot{S}'_T$  désigne le taux de dégagement de chaleur

–  $\ddagger : \nabla \bar{\mathbf{u}}$  désigne le taux de dégagement de chaleur dû au frottement visqueux

$\left( \dots \sum_{k=1}^N C_{pk} Y_k \bar{V}_k \right) \cdot \bar{\nabla} T$  est l'échange d'énergie entre les particules fluides par diffusion moléculaire.

On utilise l'équation d'état  $p = rT$  pour obtenir une équation pour  $\ln(p)$ , on obtient

$$\frac{1}{p} \frac{Dp}{Dt} - \frac{1}{\dots} \frac{D\dots}{Dt} + \frac{1}{r} \frac{Dr}{Dt} + \frac{1}{T} \frac{DT}{Dt} \quad (\text{III.56})$$

En divisant l'Eq.(III.55) par  $C_p T$  et en combinant Eq.(III.56), Eq.(III.52) et Eq.(III.55), on obtient

$$\frac{1}{x} \frac{D \ln(p)}{Dt} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{\dots C_p T} \left[ \dot{S}'_T + \frac{Dp}{Dt} + \ddagger : \nabla \bar{\mathbf{u}} - \left( \dots \sum_{k=1}^N C_{pk} Y_k \bar{V}_k \right) \cdot \bar{\nabla} T \right] + \frac{1}{r} \frac{Dr}{Dt} \quad (\text{III.57})$$

Cette équation peut être simplifiée par un certain nombre d'hypothèses :

- Hypothèse 1 : l'écoulement est à bas nombre de Mach.
- Hypothèse 2 : la masse molaire de toutes les espèces est identique .
- Hypothèse 3 : les phénomènes diffusifs des grandeurs fluctuantes acoustiques

sont négligeables devant ceux associés aux grandeurs moyennes.

On obtient alors l'équation d'onde en milieu réactif :

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\dots_0} \nabla p' \right) - \frac{1}{x p_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = - \frac{x-1}{x p_0} \frac{\partial \dot{S}'_T}{\partial t} \quad (\text{III.58})$$

On peut faire les remarques suivantes à propos de cette équation :

– La présence de la vitesse du son "c" à l'intérieur de l'opérateur est due au fait que l'écoulement n'est pas isentropique. La présence de la flamme induit un fort gradient de température moyenne et la vitesse varie donc fortement au niveau du front de flamme.

– L'équation comprend un terme source induisant une inhomogénéité particulière. Dans le cas des instabilités thermoacoustiques ce terme source n'est pas indépendant des fluctuations acoustiques qu'il génère. On a  $\dot{q}' = \dot{q}'(p')$ . Cette interdépendance entre fluctuations de chaleur et fluctuations acoustiques a été qualitativement décrite par Lord Rayleigh. Il a ainsi énoncé un critère d'obtention des instabilités. Celles-ci apparaissent en effet lorsque les fluctuations de pression et dégagement de chaleur sont en phase.

D'un point de vue quantitatif, la description du lien entre  $\dot{q}'$  et  $q'$  est réalisée à travers l'utilisation d'une fonction de transfert de flamme. Dans les cas académiques, une expression analytique peut être déterminée pour cette fonction. Dans le cas général et industriel, la fonction de transfert de flamme est mesurée expérimentalement ou numériquement.

De l'Eq.(III.58) on déduit l'équation d'ondes harmonique, en considérant les grandeurs fluctuantes comme oscillations harmoniques. On fait l'hypothèse supplémentaire

$$\begin{aligned}
 p_0 &= \text{Cste} \\
 p' &= \hat{p} \exp(-i\check{S}t) \quad \text{et} \quad \check{S}_T = \hat{\Omega}'_T \exp(-i\check{S}t) \\
 \nabla \cdot \left( c_0^2 \nabla \hat{p} \right) + \check{S}^2 \hat{p} &= i\check{S}(x-1)\hat{\Omega}'_T
 \end{aligned}
 \tag{III.59}$$

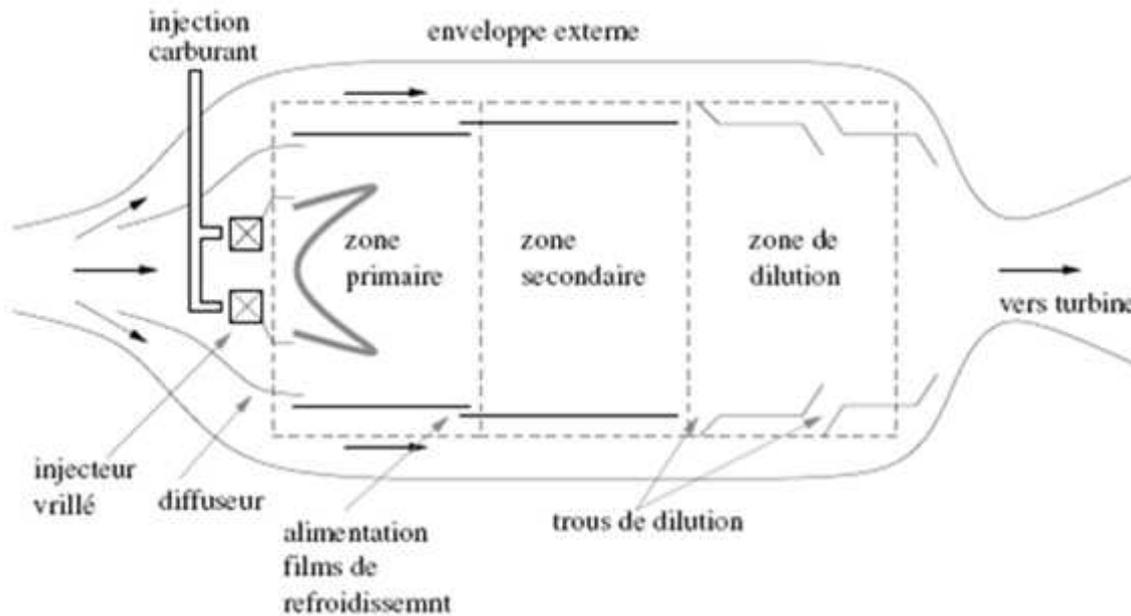
### III.3.2. Réponse aux contraintes environnementales [6]

Afin de pouvoir satisfaire les contraintes environnementales et anticiper leur durcissement, les constructeurs ont dû revoir leur dessin de chambres de combustion, puisque c'est là que la formation de polluants a lieu. Si auparavant l'amélioration de l'efficacité induisait un effet positif sur les polluants comme l'oxyde de carbone et les imbrûlés, il n'en est pas de même pour les oxydes d'azotes.

C'est pour cette raison que des efforts particuliers ont été menés pour limiter au maximum les émissions de ce polluant particulièrement nocif. Il existe plusieurs mécanismes de production des oxydes d'azote avec pour principaux :

– Oxyde d'azote thermique, identifié par Zeldovitch. Son taux de production est fonction de la température et du temps de résidence. Sa production dans la chambre est en grande partie relié à la température de la zone primaire (Fig.III.6).

La croissance des émissions  $\gamma$  est exponentielle au delà de 1850K, car les hautes températures favorisent l'oxydation du di-azote de l'air. Il est la source majeure de l'oxyde d'azote produit.



**FIG.III.6.Principales composantes d'un brûleur conventionnel**

- L'oxyde d'azote produit par le mécanisme faisant intervenir l'acide nitreux, reste marginal dans la plupart des cas.
- Les combustibles lourds tel le fioul, peuvent contenir quelques pour cent de composés azotés, qui réagissent durant la combustion pour former des oxydes d'azote. Ce mécanisme est absent pour le gaz naturel.

Les techniques de réduction des oxyde d'azote sont multiples. Elles sont pour certaines, lourdes ou encombrantes et ne peuvent être appliquées qu'aux turbines fixes. Les systèmes d'injection d'eau, ou d'ammoniaque (réaction de réduction d'oxyde d'azote dans les gaz brûlés) ayant montré leurs limites tant en efficacité qu'en termes de coût, les constructeurs ont opté pour un changement radical de technologie des chambres de combustion. Les régimes de combustion jusqu'alors non-prémélangés font apparaître des flammes de diffusion qui brûlent à la stoechiométrie, induisant des températures très hautes (2400K) favorisant la production de l'oxyde d'azote thermique. Le passage à la combustion de prémélange (ou partiellement) pauvre permet de s'assurer d'une température de zone primaire suffisamment basse, et évitant toute zone trop chaude afin de limiter la production

d'oxyde d'azote. Les brûleurs fonctionnant en prémélange pauvre se sont alors généralisés dans toutes les productions aéronautiques mais aussi industrielles.

Ce choix technologique, quasi inévitable, a permis de réaliser des gains notables sur les émissions oxyde d'azote, mais pose toujours le problème de la stabilité des flammes.

### **III.3.3. Stabilité réduite des flammes [6]**

Une température de flamme plus basse induit une interaction plus forte avec les parois (extinction locale), et peut poser des problèmes d'accrochage de la flamme. Les flammes très pauvres, sont souvent proches de l'extinction pauvre ou du soufflage (vitesse de flamme réduite). La marge de stabilité de ces flammes est très réduite et l'on constate une dynamique de flamme très instationnaire.

Dans ces conditions les flammes sont sensibles aux perturbations de l'écoulement, en particulier acoustiques. En effet, le confinement des chambres permet l'expression de modes propres. L'apparition d'instabilités thermo-acoustiques provient du couplage résonnant entre l'acoustique des chambres et la combustion instationnaire. Les instabilités thermo-acoustiques se caractérisent par une pression oscillante de grande amplitude, ainsi qu'une forte dynamique de flamme.

Le mouvement de la flamme peut aller jusqu'au retour de flamme (flashback) dans le système d'injection ou induire une extinction. Les vibrations engendrées peuvent endommager le système et dans tous les cas, induisent une fatigue préjudiciable à la longévité et fiabilité des systèmes. L'étude de ces instabilités est alors une question centrale pour les applications actuelles de turbine à gaz.

L'accroissement de la pression dans les chambres à 40 bar pour les turboréacteurs, 10 à 30 bar pour les turbines terrestres est un élément favorisant l'effet destructeur des instabilités. En effet avec une augmentation notable de la densité d'énergie contenue dans les foyers, les instabilités produisent des niveaux de fluctuations proportionnellement plus élevés.

Le phénomène des instabilités de combustion ne touche pas que les turbines à gaz. Leur étude s'est particulièrement développée dès les années 1950. Les développements des moteurs fusés (missiles ou programmes spatiaux) ont rencontré des problèmes d'instabilités. Ces applications stratégiques ont apporté un soutien financier important à ces

études. Depuis lors, les problèmes d'instabilités dans les moteurs-fusées sont toujours sujets de recherche. Dans les années 1970 des problèmes d'instabilités thermo-acoustiques sont rencontrés dans les fours industriels et les systèmes de conditionnement d'air. Dans les années 1980, l'attention se porte sur les instabilités des statoréacteurs et foyer de réchauffe de turbo-réacteurs. On note aussi un regain d'intérêt pour la combustion pulsée pour les fours et incinérateurs. Ces systèmes, conçus pour soutenir une combustion instable, tel un pulso-réacteur, tirent partie de l'instabilité contrôlée pour augmenter leur efficacité. Ces systèmes sont intéressants puisqu'ils entretiennent les phénomènes que les applications turbines cherchent à éradiquer depuis plus de dix ans. Leur fonctionnement est soit basé sur la résonance du mode acoustique en volume (mode d'Helmholtz) soit sur celle d'un mode longitudinal à la manière d'un tube de Rijke.

Le tube de Rijke est un dispositif expérimental très simple qui permet d'illustrer les principaux mécanismes des instabilités thermo-acoustiques.

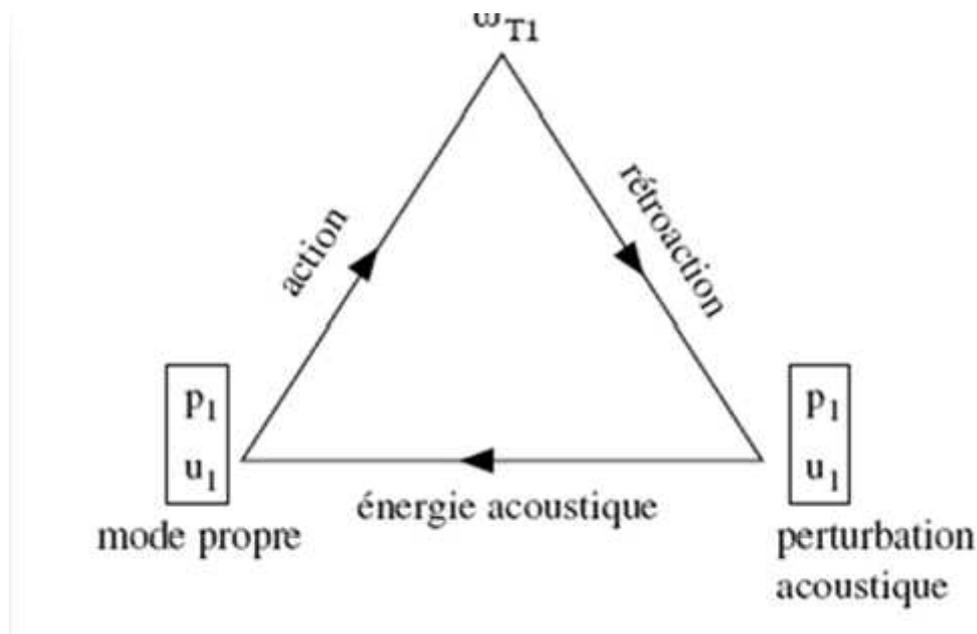
Le tube Rijke est composé d'un simple tube ouvert à ses deux extrémités, dans lequel on place une source de chaleur dans sa partie basse. On utilise classiquement une grille chauffée comme source de chaleur. Avec cette configuration, l'instabilité ne se déclenche que si le tube est en position verticale. En effet, la source de chaleur est passive et fixe, c'est à dire qu'elle ne réagit pas aux fluctuations de vitesse acoustique (au pire la grille refroidie). Lorsque le tube est vertical, la chaleur de la grille induit un courant de convection naturelle moyen de bas en haut. Lorsque la grille est soumise aux fluctuations de vitesse, le transfert de chaleur est perturbé (à la manière d'un anémomètre à fil chaud), l'air se dilate brusquement au passage de la grille, créant ainsi une perturbation acoustique qui entretient le mode stationnaire. Si le tube est horizontal, le phénomène de dilatation brusque n'a pas lieu puisque les particules d'air proche de part et d'autre de la grille sont quasiment en équilibre thermique avec la grille. Rayleigh propose une explication du phénomène de résonance couplée, et énonce la formulation de son critère d'instabilité. Il conditionne l'apparition de l'instabilité à la corrélation entre les fluctuations de pression  $p_1$  et dégagement de chaleur  $\dot{q}_1$ . Si leur produit est positif, l'instabilité est amplifiée ; si le produit est négatif, elle est amortie. Intégré sur une période puis en volume, le critère de Rayleigh permet de savoir si le système est potentiellement instable ou non. Si on suppose les deux fonctions harmoniques, le déphasage doit être inférieur à  $\pm \pi/2$ .

Dans le cas du tube de Rijke, le mode acoustique excité est le mode demi-onde.

Il présente des nœuds de pression acoustique  $p_1$  à ses extrémités. Le mode étant stationnaire la vitesse acoustique  $u_1$  est déphasée de  $\pi/2$  par rapport à  $p_1$ . On a donc :

$$p_1(x,t) = \sin\left(\frac{f x}{L}\right) \sin(\check{S}t) \quad \text{et} \quad u_1(x,t) = \cos\left(\frac{f x}{L}\right) \sin(\check{S}t) \quad (\text{III.60})$$

Pour estimer la distribution du critère de Rayleigh, on suppose que la perturbation du dégagement de chaleur est proportionnelle à  $u_1$ .



**FIG.III.7. Schéma de principe de la boucle d'instabilité thermo-acoustique**

Le critère de Rayleigh est donc proportionnel dans ce cas au produit  $p_1 u_1$ . En intégrant sur une période, on trouve une distribution du critère de Rayleigh.

$$\propto \sin\left(\frac{f x}{L}\right) \cos\left(\frac{f x}{L}\right) \quad (\text{III.61})$$

En effet il ne prend pas en compte les éventuelles dissipations de l'énergie acoustique au sein du système.

Cet exemple nous permet d'exposer les phénomènes fondamentaux qui interviennent dans l'existence d'une instabilité thermoacoustique. Comme la figure (III.7) l'illustre, l'existence de mode propre au système induit un champ acoustique qui va perturber la source de chaleur. La source perturbée, produit à son tour une perturbation de type acoustique, seule capable de remonter l'écoulement et d'interagir avec le système en amont.

Cette rétroaction est directe puisque la variation du dégagement de chaleur est terme source dans l'équation des ondes pour les milieux réactifs :

$$\nabla \cdot (c_0 \nabla p_1) - \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = (x - 1) \frac{\partial \dot{S}_{r,1}}{\partial t} \quad (\text{III.62})$$

ou l'indice 0 indique une grandeur moyenne, et l'indice 1 la partie fluctuante. Les perturbations acoustiques émises par la source peuvent aussi interagir avec les conditions limites du système pour être réfléchies par exemple. L'énergie de ces perturbations peut alors alimenter le mode propre qui est en est à l'origine. On ferme ainsi la boucle d'amplification de l'instabilité.

L'action du champ acoustique dans le cas du tube de Rijke combine l'effet des perturbations de vitesse et les transferts thermiques de la grille. Dans le cas des systèmes de combustion, de nombreux phénomènes peuvent intervenir comme intermédiaires dans cette phase. La plupart de ces phénomènes sont induits par l'interaction de l'hydrodynamique du système avec le champ acoustique. La liste exhaustive de ces phénomènes est assez difficile à établir. On peut citer comme phénomènes pouvant induire une perturbation du dégagement de chaleur :

-Variation de richesse : Les variations de richesse sont une source majeure de perturbation du dégagement de chaleur. Ces variations peuvent être dues au mélange incomplet de l'air et du combustible en amont de la flamme.

Les perturbations des débits d'alimentation en carburant par l'acoustique est alors à prendre en compte. La variation de débit peut ainsi provenir de l'effet de la pression instationnaire sur le système d'alimentation de combustible en faisant varier la pression différentielle entre les lignes d'alimentation et le brûleur. Néanmoins, même avec des alimentations amorcées (débit bloqué), le champ de vitesse instationnaire d'un mode longitudinal peut avoir la même conséquence. En se superposant au champ moyen, la vitesse acoustique fait osciller la vitesse de convection au niveau de l'injection. Se créent alors alternativement des poches riches et pauvres convectées par l'écoulement jusqu'à la flamme. Ces variations locales de richesse peuvent être alors largement atténuées avec un mélange efficace. Ce mode d'interaction a été étudié en particulier par Lieuwen et al.. Les résultats montrent que la dernière génération de turbines bas oxyde d'azote (Dry Ultra Low NO<sub>x</sub>), fonctionnant en régime de prémélange pauvre, est particulièrement sensible aux

variations de richesse. Cette sensibilité peut être attribuée à la relation entre la richesse et le dégagement de chaleur. Les perturbations de richesse sur une flamme proche de limite d'extinction pauvre, produisent des variations importantes des caractéristiques de la flamme telles que température et vitesse de flamme. Les temps chimiques associés sont inversement proportionnels à la vitesse de flamme. Ils subissent ainsi de fortes variations sur la branche pauvre comparé à des flammes plus riches proches de la stœchiométrie.

-Variation de surface de flamme : Les perturbations de vitesse déforment directement la flamme, ce qui se traduit par une modification de la surface de flamme par étirement induisant une fluctuation du dégagement de chaleur.

La détermination de la réponse de flammes de prémélange à des perturbations acoustique (forcées) a fait l'objet de nombreuses études expérimentales, théoriques et numériques. Ces études montrent que la réponse de la surface de flamme dépend de la géométrie du brûleur et de celle de la flamme stationnaire. Une forte dépendance en fréquence est aussi à noter. Si les longueurs d'onde associées aux perturbations convectives sont de l'ordre l'épaisseur de flamme, alors on observe des déformations importantes du front de flamme. Les conditions du maximum d'interaction semblent reliées à des valeurs du nombre de Strouhal  $\frac{\tilde{S}L_f}{u_0}$  ( $L_f$  est la taille caractéristique de flamme). Schuller propose par analyse dimensionnelle que l'amplitude des perturbations de surface de flamme est contrôlée par :

$$\frac{\tilde{S}L_f}{S_L} \text{ et } \frac{S_L}{U_0} \quad (\text{III.63})$$

### III.3.4. Les méthodes d'étude et de prédiction des instabilités thermo-acoustiques [6]

Avant que le problème des instabilités de combustion soit reconnu par l'industrie des turbines à gaz, les instabilités présentes dans le moteur-fusée à ergols solides puis liquides ont motivé de nombreuses études avec pour objectif la capacité à prédire l'instabilité potentielle des systèmes. La nature complexe du couplage entre la flamme et l'acoustique continue de faire du contrôle des instabilités de combustion un point essentiel dans le dessin et le développement des turbines à gaz mais aussi dans de nombreuses autres applications de combustion. Les différentes techniques de prédiction des instabilités de combustion peuvent être classées en trois catégories :

### III.3.4.1. Les méthodes de bas ordre :

Ces méthodes pionnières ont été développées pour se contenter des capacités de calculs limitées et tirent donc parti au maximum de modélisations poussées. Elles utilisent une modélisation complète pour chaque élément du système de combustion. On classe dans cette catégorie le code réseau qui modélisent le système par un ensemble d'éléments acoustiques monodimensionnels, d'impédance connus (type fonction de transfert), reliés entre eux. Les fonctions de transfert des éléments peuvent être dérivées analytiquement dans les cas simples comme les tubes . Elles peuvent aussi être calibrées par une expérience réelle ou numérique. L'utilisation de modèles en réseau et de relations de saut pour les flammes, produit une équation de dispersion à résoudre pour les valeurs propres (fréquences propres) d'intérêt. Les critères de stabilité se basent sur le signe de la partie imaginaire des fréquences propres.

### III.3.4.2. Codes acoustiques :

En linéarisant les équations de Navier-Stokes perturbées pour les fluides réactifs, on obtient une équation des ondes inhomogènes pour les perturbations acoustiques de pression. Cette approche tridimensionnelle peut être résolue dans le domaine temporel ou fréquentiel. Les principaux points durs restent la fermeture du terme combustion et détermination et la prise en compte de conditions limites acoustiques réalistes. Les solutions approchées sont obtenues par des méthodes éléments-finis (Galerkin, résidus pondérés etc.).

### III.3.4.3. Résolution Directe :

Les développements récents des simulations instationnaires réactives à coût informatique abordable (LES) permettent de résoudre directement les phénomènes d'instabilités.

Les deux premières approches nécessitent une loi de fermeture pour le terme de dégagement de chaleur. Ces modèles de fermeture relient en général les perturbations de vitesse et de pression aux fluctuations du dégagement de chaleur. Le modèle le plus célèbre reste sans doute le modèle  $n - 1$  de Crocco et Cheng .

L'effet de l'acoustique sur la flamme passe par un index d'interaction  $n$ , qui décrit la relation entre les amplitudes des fluctuations de pression  $p_1$  et les fluctuations de chaleur  $T_{,1}$ . La phase entre les deux signaux est contrôlée par un temps de retard  $\tau$ .

$$\dot{\tilde{S}}_{T,1} = n \dot{\tilde{S}}_{T,0} (1 - e^{iS_L t}) \frac{P_1}{P_0} \quad (\text{III.64})$$

Ce temps de retard peut être estimé comme le temps nécessaire pour que les perturbations de l'écoulement (de richesse par exemple) soient convectées jusqu'à la flamme. Mais l'interprétation du temps de retard peut fortement dépendre de la configuration étudiée et des phénomènes moteurs de l'instabilité. Ce modèle populaire est à l'origine de nombreux dérivés. Dans tous les cas, les paramètres ( $n$ , ...) de ces modèles sont inconnus, le modèle doit être calibré (analytique, expérience, numérique). Le principal défaut de ces méthodes provient de la dépendance des paramètres aux différents points de fonctionnement du brûleur, de ses conditions limites etc. Il existe néanmoins des modèles plus complexes, prenant en compte notamment les effets non linéaires.

En partant de l'hypothèse que le dégagement de chaleur peut s'écrire :

$$\dot{S}_T = \dots_u S_L A_f \Delta h \quad (\text{III.65})$$

avec  $\rho_u$  la densité des gaz frais,  $S_L$  la vitesse de flamme,  $A_f$  la surface de flamme et  $\Delta h$  la chaleur de réaction. On peut alors différentier les perturbations agissant sur la flamme, comme la variation de vitesse de flamme, les variations de surface.

Le calcul direct des instabilités de combustion exige des capacités de calculs bien supérieures aux approches précédentes. Il est nécessaire de disposer d'un solveur Navier-Stokes tridimensionnel réactif, capable de prendre aussi en compte l'acoustique. Pour mettre en œuvre des calculs d'instabilité de combustion, il faut être capable de capturer de nombreux phénomènes aux échelles de temps et longueurs extrêmement variées :

- dynamique globale du brûleur et les instabilités hydrodynamiques associées
- l'acoustique du brûleur
- les phénomènes de transport
- la cinétique chimique
- les transferts de chaleur
- l'atomisation et vaporisation, pour les foyers à carburant liquide

## IV.2.modèle de l'instabilité hydrodynamique [ 8 ]

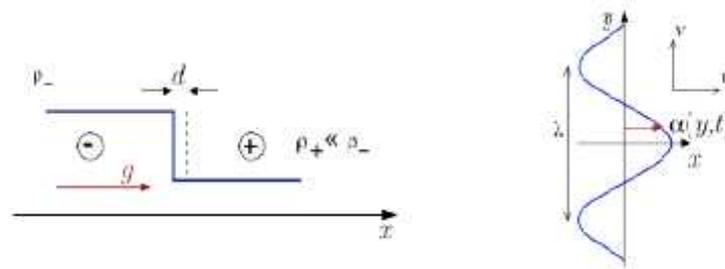


Fig.IV.1. Le modèle simplifié

### IV.2.1. Les hypothèses

- Flamme infiniment mince.
- Flamme faiblement plissée
- Faible nombre de mach.
- Analyse bidimensionnelle, flamme moyenne stationnaire a l'abscisse zéro : la vitesse des gaz frais est égale a la vitesse du front de flamme.
- Pas d'écoulement transversal moyen.
- Ecoulement incompressible.
- Surface de flamme plissée exprimée par :
 
$$\alpha(y,t) = \hat{\alpha}_k \exp(\sigma t + i.K.y)$$
- La viscosité est négligeable.
- Les forces de gravité sont négligées.

### IV.2.2. Les relations de saut

On cherche des solutions pour les flammes plissées dans l'espace de Fourier, développer les variables en série de Fourier :

$$\alpha(y,t) = \sum \hat{\alpha}_k \exp(iky + \sigma t) \quad (\text{IV.5})$$

On utilisant aussi les solutions de raccord des solutions sur l'interface, ces conditions sont également appelées « relation de saut »

#### ▪ 1<sup>er</sup> relation de saut

$$\begin{cases} \hat{m} = \bar{\rho}_+ (u_{p+}^0 + u_{r+}^0 - \sigma) & \text{en aval} \\ \hat{m} = \bar{\rho}_+ (u_-^0 - \sigma) & \text{en amont} \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

▪ **2ème relation de saut**

$$\frac{\bar{m}}{k} \left( \frac{\sigma}{\bar{u}_+^0} - k \right) u_{p+}^0 + \frac{\bar{m}}{k} \left( \frac{\sigma}{\bar{u}_-} - k \right) u_-^0 = 2\bar{m}\hat{m} \left( \frac{1}{\bar{\rho}_+} - \frac{1}{\bar{\rho}_-} \right) \quad (\text{IV.7})$$

▪ **3ème relation de saut**

$$k \cdot u_{p+}^0 + \frac{\sigma}{\bar{u}_+^0} \cdot u_{r+}^0 + k \bar{u}_-^0 = \bar{m} \left( \frac{1}{\bar{\rho}_+} - \frac{1}{\bar{\rho}_-} \right) k^2 \quad (\text{IV.8})$$

Avec :

$u_{p+}^0$  : Partie particulière de la perturbation d'écoulement aval.

$u_{r+}^0$  : Partie homogène de la perturbation

On remarque que ces trois relations de saut constituent un système à trois inconnus, le système maintenant est résolu par l'élimination de ces trois inconnus pour trouvé la relation entre le taux de croissance de l'instabilité et le vecteur d'onde, qui est connue sous la forme de la relation de dispersion.

### IV.2.3. Relation de dispersion –Instabilité hydrodynamique

#### IV.2.3.1. Flamme mince

$$\sigma^2 (\bar{\rho}_- + \bar{\rho}_+) + 2 \cdot \sigma \bar{m} k + \bar{m} (\bar{u}_+ - \bar{u}_-) k^2 = 0 \quad (\text{IV.9})$$

On note :

Le rapport des masses volumiques :  $E = \frac{\bar{\rho}_-}{\bar{\rho}_+} = \frac{\bar{u}_+}{\bar{u}_-}$

$$\sigma^2 \left( 1 + \frac{1}{E} \right) + 2 \cdot \sigma \bar{u}_- k + \bar{u}_-^2 (E - 1) k^2 = 0 \quad (\text{IV.10})$$

C'est une équation de deuxième degré, sa solution est :

$$\sigma = k \cdot \bar{u}_- \cdot \left( \frac{E}{E+1} \right) \left( \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right) \quad (\text{IV.11})$$

**V.2.3.2. Flamme épaisse**

$$\sigma^2(\bar{\rho}_- + \bar{\rho}_+) + 2.\sigma(\bar{m}k + \hat{m}) + \bar{m}(\bar{u}_+ - \bar{u}_-)k^2 - 2\bar{u}_+\hat{m}k = 0 \quad (\text{IV.12})$$

$$u_L = u_L^0 - D \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2}$$

Par analyse dimensionnel

$$D \propto d_L u_L = L u_L, \quad L = d_L$$

$$u_L = u_L^0 \left(1 - L \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2}\right) \quad (\text{Marksrein 1964})$$

En fourrier :

$$\hat{m} = \bar{m} d_L k^2$$

La relation de dispersion devient :

$$\sigma^2 \left(1 + \frac{1}{E}\right) + 2.\sigma \bar{u}_- (k + Lk^2) - \bar{u}_-^2 ((E-1) - 2ELk) k^2 = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Le taux de croissance est :

$$\sigma = k \bar{u}_- \left( \frac{E}{E+1} \right) \left( \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E} + L^2 k^2} - 2Ed_L k - 1 - Lk \right) \quad (\text{IV.14})$$

On veut tracer la courbe de taux de croissance en fonction de vecteur d'onde pour les deux cas :

- Flamme mince (sans effet de courbure)
- Flamme épaisse (avec effet de courbure)

### IV.3. Modèle thermo-acoustique [7]

En utilisant les notions fondamentales de la théorie acoustique linéaire . On s'intéresse au départ , au cas non réactif et par la suite au cas réactif.

#### IV.3.1 Ecoulements non réactifs :

Equations de conservation de la masse est donnée par :

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} + \nabla \dots u = 0$$

Equation d'Euler s'écrit :

$$\dots \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \nabla u \right) = -\nabla p$$

Soient :

$$p_1 = p_0 + p'$$

$$\vec{u}' = u_0 + u'$$

$$\dots = \dots_0 + \dots'$$

La combinaison des équations de conservations ainsi que l'équation d'état permet l'obtention de l'équation d'onde en milieu non réactif qui s'écrit :

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{IV.15})$$

Les solutions de cette équation différentielle à dérivée partielle sont mises sous la forme :

$$p' = \hat{p}(x) e^{-i\mathcal{S}t} , \quad u' = \hat{u}(x) e^{-i\mathcal{S}t} \quad \text{et} \quad \dots' = \hat{\dots} e^{-i\mathcal{S}t}$$

Par conséquent, on obtient l'équation de Helmholtz suivante :

$$\nabla^2 \hat{p} + K^2 \hat{p} = 0$$

avec  $k = \left( \frac{\mathcal{S}}{c} \right)$

C'est l'équation différentielle du second ordre et nécessite des conditions aux limites qui sont fournies sous forme d'impédance.

La géométrie adoptée est rectangulaire de longueur  $L = 0.4\text{m}$  et de hauteur  $h = 0.1\text{m}$

La méthode de séparation de variable appliquée aux fluctuation de pression s'écrit :

$$\hat{p}(x, y) = X(x)Y(y)$$

d'après l'équation précédente ,on obtient :

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + k^2 = 0$$

#### IV.3.1.1.les modes en monodimensionnels

$$\frac{d^2 \hat{p}}{dy^2} + k^2 \hat{p} = 0$$

La solution générale de l'équation est :

$$\hat{p} = A \cos(k_y) + B \sin(k_y)$$

Les conditions aux limites :

$$\frac{dY}{dy} = 0 \quad (y=0)$$

$$\frac{dY}{dy} + \frac{i\tilde{S}}{c_0 Z} Y = 0 \quad (y=h)$$

Qui se traduit par :

- En  $y=0$  ,  $B=0$
- En  $y=h$  ,

$$-k_y \sin(k_y h) - \frac{i\tilde{S}}{c_0 Z} \cos(k_y h) = 0$$

d'où

$$\tan(kh) = -\frac{i}{Z} \Rightarrow k = \frac{1}{h} \arctan\left(-\frac{i}{Z}\right) + n\frac{f}{h}$$

La fréquence :

$$k = \frac{1}{h} \arctan\left(-\frac{i}{Z}\right) + n \frac{f}{h} \quad (\text{IV.16})$$

### IV.3.1.2.les modes en bidimensionnels

Le vecteur d'onde  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

L'équation différentielle est décrite sous la forme :

$$\frac{X''}{X} + k_x^2 = 0$$

$$\frac{Y''}{Y} + k_y^2 = 0$$

Les solutions ont la forme :

$$X(x) = A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)$$

$$Y(y) = C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)$$

Les conditions aux limites :

$$\frac{dY}{dy} = 0 \quad (y=0)$$

$$\frac{dX}{dx} = 0 \quad (x=0 \text{ or } L)$$

$$\frac{dY}{dy} + \frac{i\tilde{S}}{c_0 Z} Y = 0 \quad (y=h)$$

La relation vérifiée par les modes bidimensionnels est alors :

$$\exp(2ik_y l_y) \left(k_y + \frac{k}{Z}\right) - \left(k_y - \frac{k}{Z}\right) = 0 \quad (\text{IV.17})$$

On s'intéresse dans ce cas au deux premiers modes propres. Ces modes sont calculés pour deux cas distincts qui diffèrent par l'impédance Z imposée en y=h. Les cas sont :

-une impédance résistive  $Z=a$  comprise entre -10 et 10.

-une impédance réactive  $Z=i b$ ,  $b \in [-10,10]$

### IV.3.2 Ecoulements réactifs :

Dans le cas des écoulement fluides à mélange gazeux réactifs, L'analyse du phénomène est régie par l'application du principe de conservation :

Les équations de conservations des espèces, de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie et en utilisant l'équation d'état avec un certain nombre d'ypothèse permet d'aboutir l'équation d'onde en milieu réactif suivante :

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\chi_{\dots 0}} \nabla p' \right) - \frac{1}{\chi_{\dots 0}} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \frac{\chi - 1}{\chi_{\dots 0}} \frac{\partial \check{S}_T}{\partial t}$$

En cherchant les solutions sous forme des paramètres fluctuantes :

$$p' = \hat{p}(x) e^{-i\check{S}t}, \quad \check{S}_T = \hat{\Omega}_T e^{-i\check{S}t}$$

On obtient l'équation de Helmholtz en milieu réactif suivante :

$$\nabla \cdot (c_0^2 \nabla \hat{p}) + \check{S}^2 \hat{p} = i\check{S}(\chi - 1) \hat{\Omega}'_T$$

Le but est de déterminer les vecteurs propres  $\hat{P}$  qui vérifient l'équation de Helmholtz en milieu réactif. Celui-ci s'écrit sous la forme matricielle :

$$[A] \begin{bmatrix} \hat{p} \end{bmatrix} + \check{S}^2 \begin{bmatrix} \hat{p} \end{bmatrix} = D(\check{S}) \begin{bmatrix} \hat{p} \end{bmatrix}$$

Où : A est la matrice représentant le terme  $\nabla \cdot c_0^2 \nabla$

– [D (S)] est la matrice représentant le terme source acoustique

### IV.1. Modèle thermo-diffusif [4]

L'utilisation des équations de conservation permet de décrire le modèle, par le système d'équation suivant :

Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} = \Delta T + \Omega \quad (\text{IV.1})$$

Equation de bilan d'espèce :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{Le} \Delta C + \Omega \quad (\text{IV.2})$$

Où

$$\Omega = \frac{S^2}{2Le} C \exp\left(\frac{S(T-1)}{1+\chi(T-1)}\right) \quad (\text{IV.3})$$

Avec :

$S$  : le nombre de zeldovich

$Le$  : le nombre de lewis

$\chi$  : est un paramètre d'expansion des gaz

$\Omega$  : est le terme de réaction qui suit la loi d'Arrhénius

Dans ces équations, T et C sont respectivement la température et la fraction massique des espèces normalisées pour varier de 0 à 1.

#### IV.1.1 Hypothèses adoptées

1 – Ecoulement monodimensionnel, stationnaire.

2– Le nombre de Zeldovich est très large.

3 – Faible différence de pression à travers la flamme par conséquent la pression est constante.

4 – La diffusion thermique et massique sont gouvernées respectivement par les lois de Fourier et Ficks .

6 – Nombre de Lewis est constant et égal à l'unité .

7- Le seuil de l'instabilité thermo-diffusive est inférieur à -2

Ainsi les conditions aux limites sont :

$$T(x = -\infty, y) = 0, T(x = +\infty, y) = 1$$

$$C(x = -\infty, y) = 1, C(x = +\infty, y) = 0$$

$$T(x, y = -Y_0) = T(x, y = +Y_0)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, y = -Y_0) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, y = +Y_0)$$

$$C(x, y = -Y_0) = C(x, y = +Y_0)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y}(x, y = -Y_0) = \frac{\partial C}{\partial y}(x, y = +Y_0)$$

L'équation de dispersion est donnée par :

$$\dagger = -\left[1 + \frac{S}{2}(L_e - 1)\right]K^2 - 4K^4 \quad (\text{IV.4})$$

$\dagger$  : est le taux de croissance

$K$  : est le vecteur d'onde

Et

$$S = \frac{E(T_b - T_u)}{RT^2}$$

$T_u$  : est la température des gaz frais

$T_b$  : est la température des gaz brûlés

$$L_e = \frac{D_{th}}{D_{mol}}$$

$D_{th}$  : La diffusivité thermique

$D_{mol}$  : La diffusivité molaire

Où

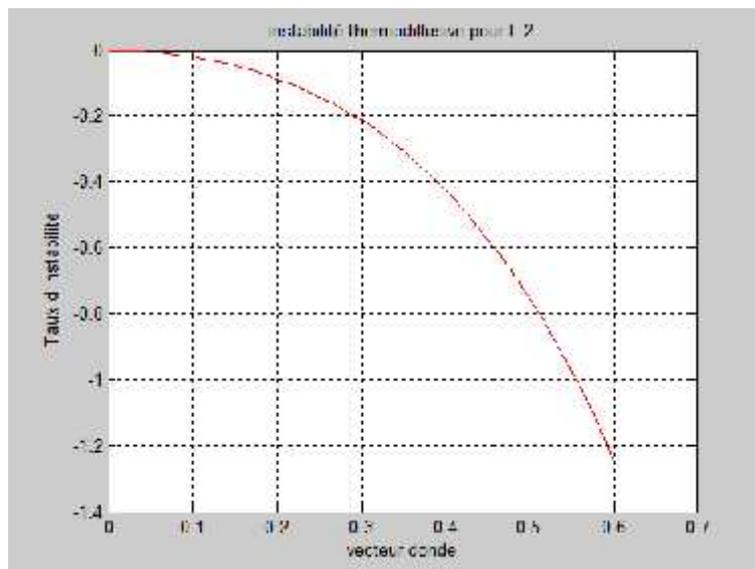
$$l = S(L_e - 1) < -2$$

### V.1.Modèle thermo diffusive :

Après l'étude théorique, on a fait une présentation graphique pour chaque modèle étudié. Les courbes ci-dessous présentent la variation de taux d'instabilité en fonction de vecteur d'onde pour des plusieurs cas :

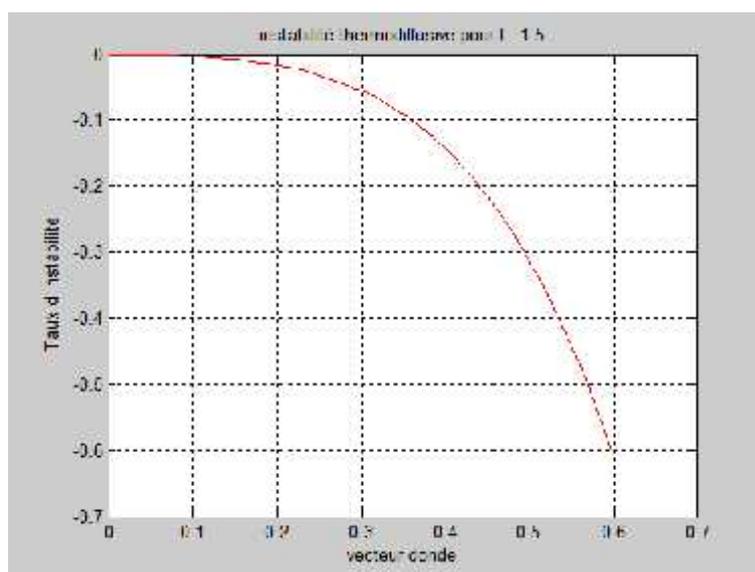
**Cas 1 :** pour  $l > 2$

$Le=1.2, \gamma=10, l=2$



**Fig.V.1.Instabilité thermo diffusive (l=2)**

$Le=0.85, \gamma=10, l=-1.5$

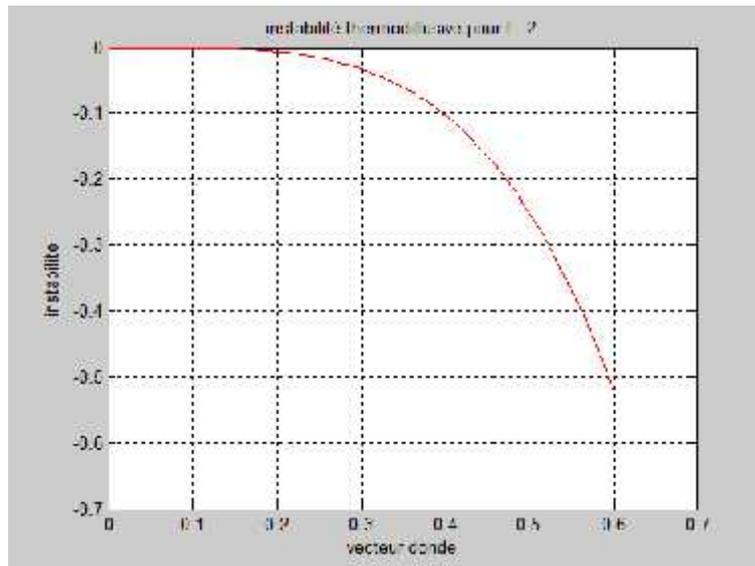


**Fig.V.2.Instabilité thermo diffusive (l=-1.5)**

Pour ce cas, on remarque que le taux d'instabilité est inférieur ou égale à zéro pour chaque valeur de vecteur d'onde, alors on peut dire que la flamme est inconditionnellement stable.

**Cas 2 :** pour  $l=-2$

$Le=0.8$ ,  $\tau=10$

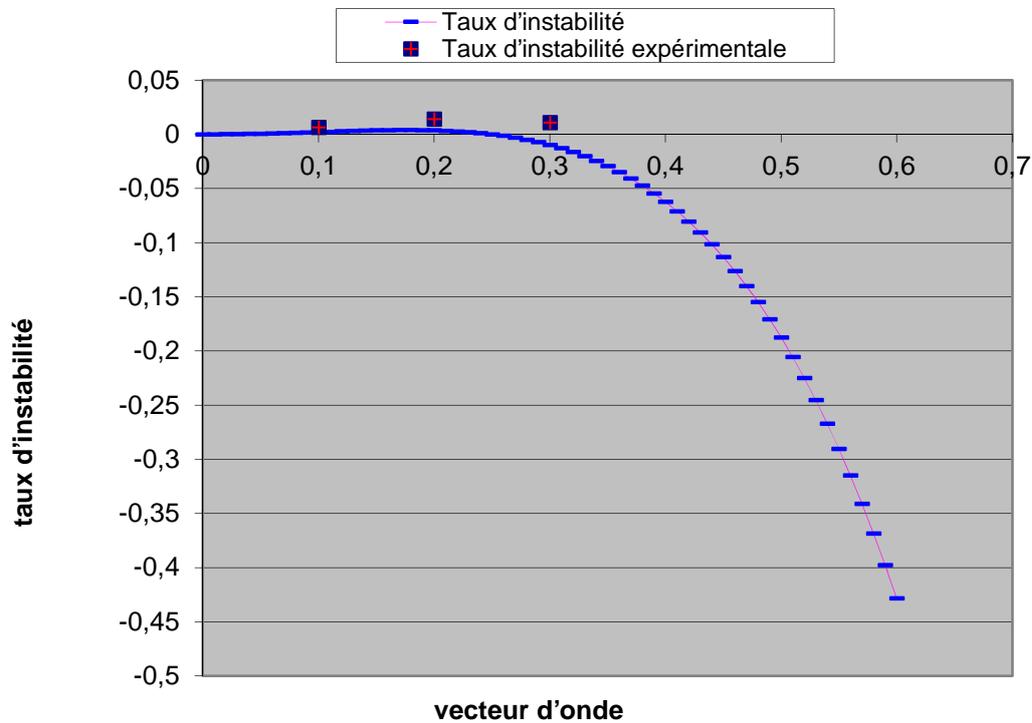


**Fig.V.3.Instabilité thermo diffusive (l=-2)**

C'est le cas de la limite de stabilité (la valeur critique)

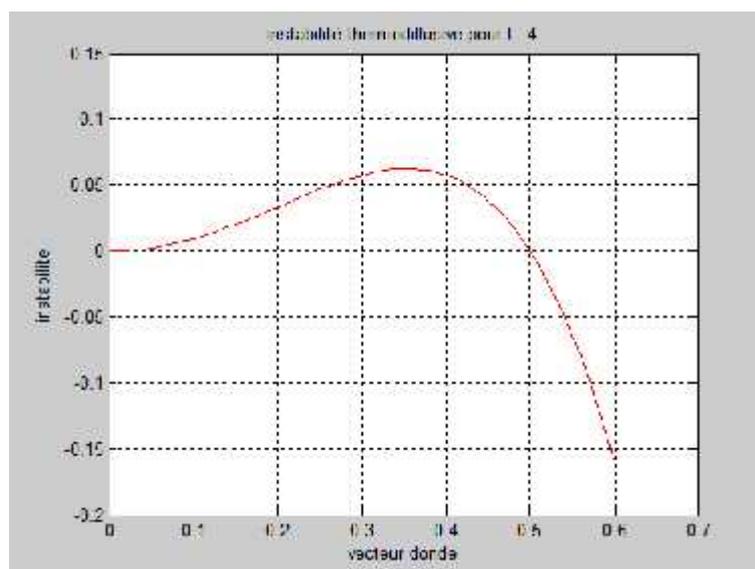
**Cas 3 : pour  $l < -2$**

$Le=0.75, \sigma=10, l=-2.5$



**Fig.V.4.Instabilité thermo diffusive ( $l=-2.5$ )**

$Le=0.6, \sigma=10, l=-4$



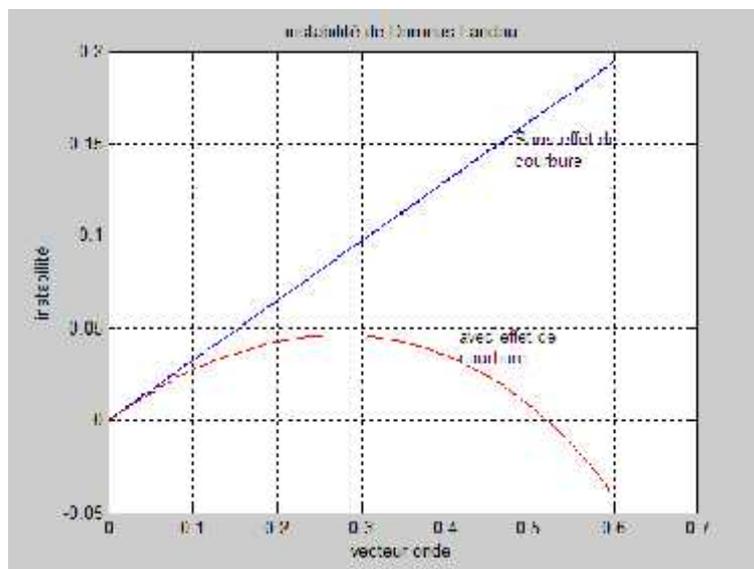
**Fig.V.5.Instabilité thermo diffusive ( $l=-4$ )**

On remarque que le taux d'instabilité est inversement proportionnel à 'l', et on note que le taux d'instabilité est positive à un nombre d'onde inférieur à **0.5**, par la suite la flamme deviendra stable.

### V.2.Modèle hydrodynamique :

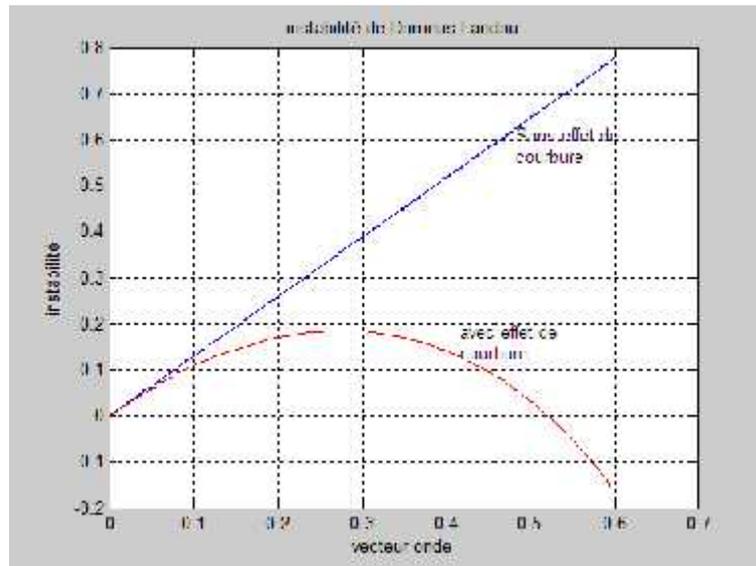
Pour ce modèle, on a tracé les courbes de variation de taux d'instabilité en fonction de vecteur d'onde à partir de l'équation de dispersion de l'instabilité de Darrieus et Landau pour deux cas respectivement sans effet de courbure et avec effet de courbure.

Pour  $U_L=0.1$ ,  $E=6$ ,  $Ma=5$



**Fig. V.6. Instabilité de Darrieus-landau ( $U_L=0.1$ )**

Pour  $U_L=0.4$ ,  $E=6$ ,  $Ma=5$

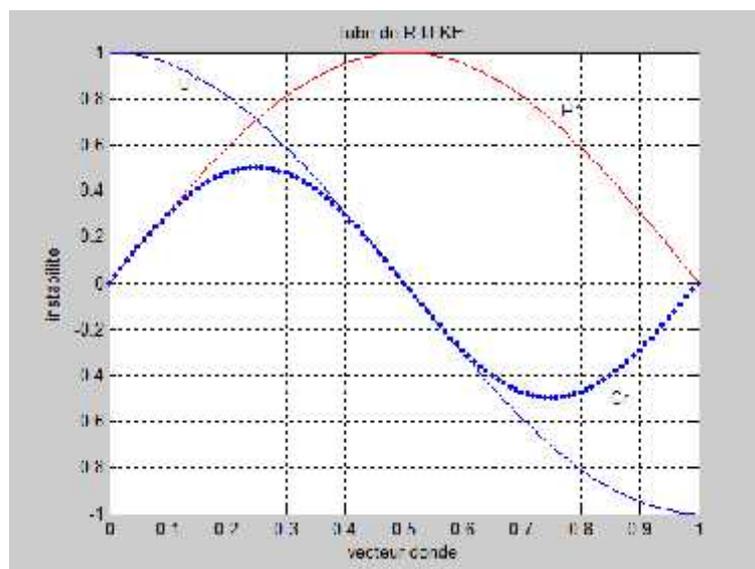


**Fig. V.7. Instabilité de Darrieus-landau ( $U_L=0.4$ )**

Cette fois-ci, on ne tient pas en compte l'effet de courbure, on obtient une droite qui montre que le taux d'instabilité est proportionnel à la vitesse de propagation de la flamme. On remarque que le taux d'instabilité est toujours positif, par conséquent la flamme est inconditionnellement instable.

Concernant le second cas (avec effet de courbure), on note une augmentation du taux de croissance lorsque la vitesse de propagation de la flamme est croissante.

### V.3. Modèle thermo-acoustique :



**Fig. V.8. Tube de Rijke**

D'après la figure tracée, le critère de Rayleigh n'est positif que dans la première moitié du tube et présente un maximum au quart de la longueur. C'est en positionnant la source de chaleur à cet endroit qu'on obtient la plus forte amplification de l'instabilité.

Il apparaît comme terme source dans l'équation de bilan d'énergie acoustique en milieu réactif. Ce critère est donc souvent avancé comme condition nécessaire mais non suffisante à l'apparition des instabilités thermo-acoustiques.

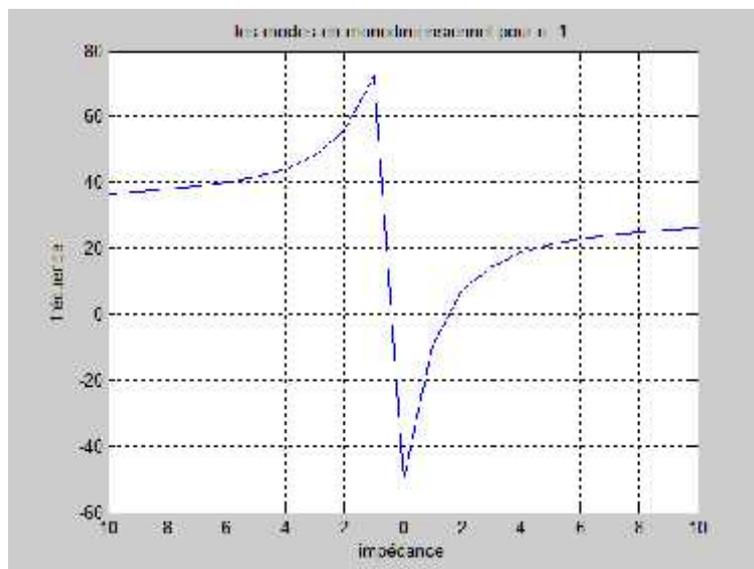
### Écoulements non réactifs :

On a tout d'abord déterminé la fréquence propre du modèle étudié et d'autre par on s'est intéressé au premier mode propre, en suite on a calculé les fréquences pour cas qui diffèrent par  $Z$  imposée, les cas sont :

#### -Cas 1 : une impédance réactive $Z=i b$

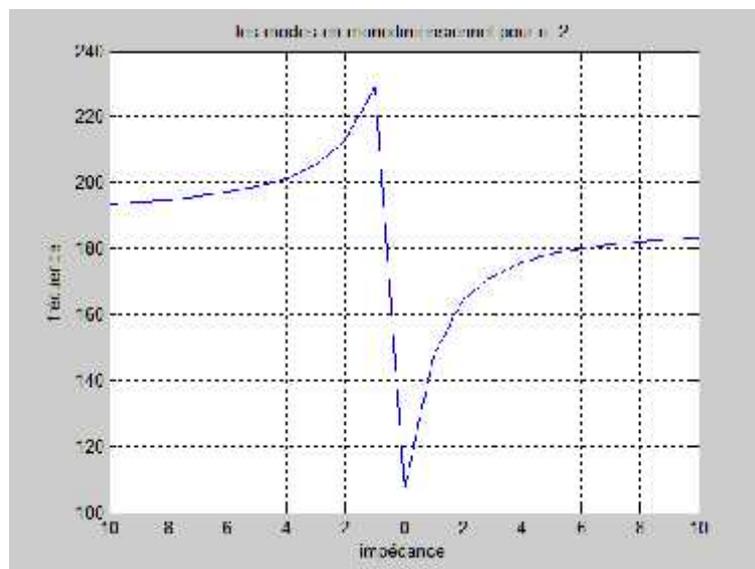
$$b \in [-10,10], c_0=331\text{m/s}, h=0.1\text{m}.$$

Pour  $n=1$



**Fig. V.9 .La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement réactive (n=1)**

Pour  $n=2$



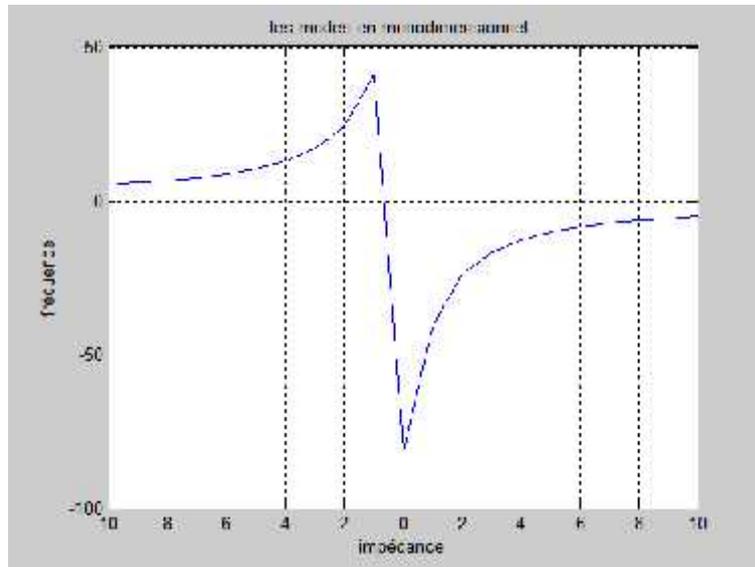
**Fig. V.10 .La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement réactive ( $n=2$ )**

Chaque valeur de  $n$  correspond à un mode , pour une zone bien spécifique de l'impédance  $Z \in [-4,4]$ , on remarque une variation brusque de la fréquence.

-Cas 2 : une impédance résistive  $Z= a$

$a \in [-10,10]$ ,  $c_0=331$  m/s,  $h=0.1$  m

Pour  $n=1$



**Fig. V.11 .La variation de la fréquence en fonction d'impédance purement résistive (n=1)**

Pour ce cas ,la fréquence est complexe, par conséquent ,le problème d'instabilité ne pose pas.

# CONCLUSION

Cette étude nous a permis en premier lieu de connaître la structure de la flamme prémélangée et de diffusion ainsi que ces caractéristiques, à savoir la vitesse de propagation, l'épaisseur de la flamme et le comportement non linéaire du taux de réaction avec la température.

Ce projet fin d'étude a permis d'avoir une idée très claire sur la nature des instabilités intrinsèques : thermodiffusive, hydrodynamique et thermoacoustique.

On a montré l'influence d'un certain nombre de paramètres sur l'évolution de l'instabilité de la flamme à savoir : le nombre de LEWIS, le nombre de ZELDOVITCH, le nombre de MARKSTEIN, le coefficient d'expansion des gaz et l'effet de la courbure.

Ce modeste travail montre aussi qu'il est possible de modéliser de façon simple le problème des instabilités intrinsèques des flammes et de connaître les conditions physiques, chimiques pour qu'une flamme puisse se stabiliser.

Enfin, nous espérons que ce travail servira comme base et sera bénéfique pour tous les étudiants qui sont intéressés par ce domaine de recherche.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] TECHNIQUE DE L'INGENIEURE B-8315 - BE8320 – A1620 – A1610
- [2] **CHRISTOPHE THAUVOYE**  
Thèse doctorat, ' *simulation numérique d'écoulements turbulents réactifs par une méthode hybride à fonction densité de probabilité transportée*'  
Soutenu le 20.05.2005.
- [3] **Corine LACOUR**  
Thèse doctorat, ' *stabilité de flammes laminaires partiellement prémélangées*' -application aux brûleurs domestiques-  
Soutenu le 2 mai 2006
- [4] **BRUNO DENET** and **PIERRE HALDENWANG**  
Thèse : ' *Numerical Study of Thermal-Diffusive Instability of Premixe Flames*' (october 17,1991)
- [5] Experimental studies of instabilities of laminar premixed flames.  
[Geoff.Searby@irphe.univ.fr](mailto:Geoff.Searby@irphe.univ.fr)
- [6] Thèse doctorat, ' *Etude énergétique des instabilités thermo-acoustiques et optimisation génétique des cinétiques réduites*'  
M. Charles-Etienne MARTIN . Soutenu le 12 Décembre 2005

[7] **Elsa Gullaud**

Thèse doctorat, ‘ *Instabilités de combustion* ‘

Soutenu le 17 août 2007

[8] **Geoff SEARBY**

*Propagation et instabilités de fronts de flamme :*

*théorie et expériences*

CNRS & Universités de Marseille

```
%programme:instabilite thermodiffusive
l=-4
u=zeros(7,1)
f=zeros(7,1)
i=1
for k=0:0.01:0.6;
    s=-4*k^4-(1+1/2)*k^2;
    u(i)=k;
    f(i)=s;
    i=i+1
end
plot(u,f,'r')
grid
ylabel('instabilite')
xlabel('vecteur donne')
title('thermodiffusive')
```

```
%programme:instabilite de Darrieus-Landau
u=zeros(80,1);
f=zeros(80,1);
h=zeros(80,1);
g=zeros(80,1);
E=6
u_=0.1
i=1
% sans effet de courbure
for k=0:0.01:0.6
    s=k*u_*(E/E+1)*(((E^2+E-1)/E)^(0.5)-1);
    u(i)=k;
    f(i)=s;
    i=i+1;
end

% avec effet de courbure
L=0.8;
for k=0:0.01:0.6
    s=k*u_*(E/E+1)*(((E^2+E-1)/E+(L*k)^2-2*E*L*k)^(0.5)-1-L*k);
    g(i)=k;
    h(i)=s;
    i=i+1;
end

plot(u,f,'b',g,h,'r')
xlabel('vecteur onde')
ylabel('instabilité')
grid
title('instabilité de Darrieus-Landau')
```

```
%programme tube de RIJKE
clc
x=0:0.01:1
p1=sin(pi*x)
grid on
u1=cos(pi*x)
cr=sin(pi*x).*cos(pi*x)
plot(x,p1,'r',x,u1,'b',x,cr,'.')
grid
ylabel('instabilite')
xlabel('vecteur donne')
title('tube de R IJ KE')
```

```
% les modes en monodimensionnel
% z=ib(purement réactive)
c=331;
h=0.1;
n=2;
b=[-10:10];
for ii=1:1:21
    f(ii)=(c/2*pi*h)*atan(-1/b(ii));
end
plot(b,f,'b');
grid
ylabel('fréquence')
xlabel('impédance')
title('les modes en monodimensionnel ')
```

```
% les modes en monodimensionnel
% z=a(purement résistive)
c=331;
h=0.1;
n=2;
a=[-10:10];
for ii=1:1:21;
    f(ii)=(c/2*pi*h)*atan(-1/a(ii));
end
plot(b,f,'b');
grid
ylabel('fréquence')
xlabel('impédance')
title('les modes en monodimensionnel pour n=2')
```

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE SAAD DEHLEB BLIDA  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Département : Aéronautique**

**Mémoire pour l'obtention  
Du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique  
Option :Construction Aéronautique**

**THEME**

# **Etude Des Instabilités Intrinsèques De Combustion**

**Présenté par:**

- MIADI Houssem
- MAAMERIA Fetheddine

**Encadré par:**

**Mr:CHEGRANI.A**

# Plan de Travail

- **INTRODUCTION**
- **CHAPITRE.I . Historique des instabilites de combustion**
- **CHAPITRE.II. Flammes de prémélange et de diffusion**
- **CHAPITRE.III. Les types des instabilités de combustion**
- **CHAPITRE.IV. Présentation des modèles**
- **CHAPITRE.V. Résultats et interprétation**
- **CONCLUSION**



## INTRODUCTION

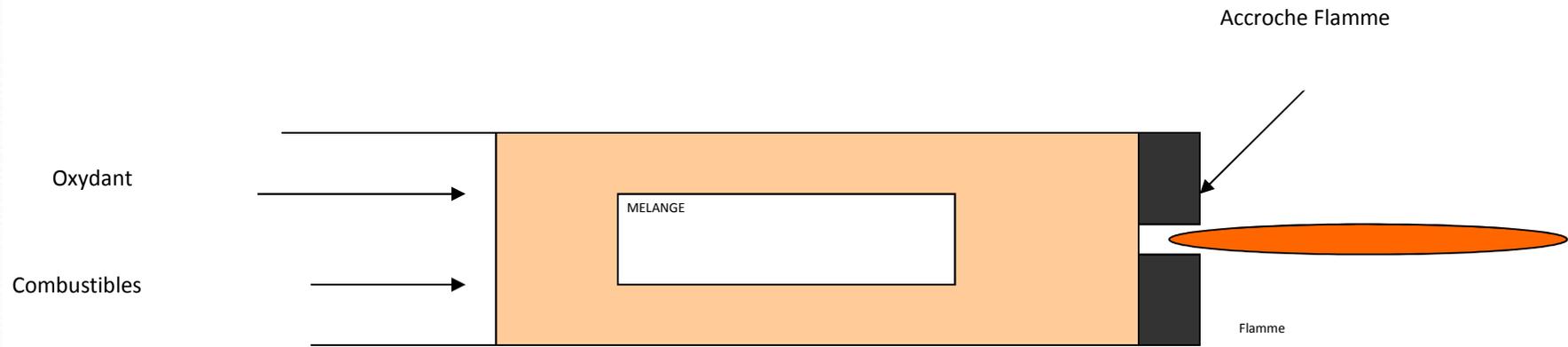
- La combustion , c'est l' un des principaux moyens de conversion de l'énergies.
- Les différents types d'instabilités intrinsèques sont : l'instabilité de Darrieus-landau et l'instabilité thermo-diffusive ainsi que l'instabilité thermo-acoustique.
- Le premier est d'origine hydrodynamique et est provoqué par des changements de densité à travers la flamme.
- L'instabilité thermo-diffusive est une conséquence de la concurrence entre les phénomènes diffusifs par l'épaisseur de flamme pré-mélangée.
- L'instabilité thermo-acoustique résulte de l'interaction entre la flamme par les fluctuations du taux de dégagement de chaleur et une onde acoustique par les fluctuations de pression.

## HISTORIQUE DES INSTABILITES DE COMBUSTION

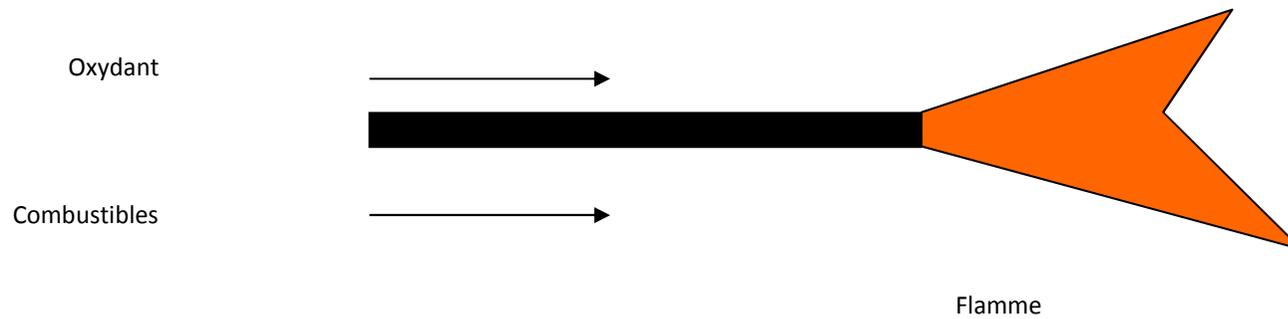
Byron Higgins découvre la première possibilité de générer un son en plaçant une flamme d'hydrogène dans un tube ouvert . Il note également que le son n'est émis que lorsque le tube entourant la flamme ainsi que le tuyau amenant l'hydrogène a une longueur particulière.



•(a) Réactifs parfaitement prémélangés

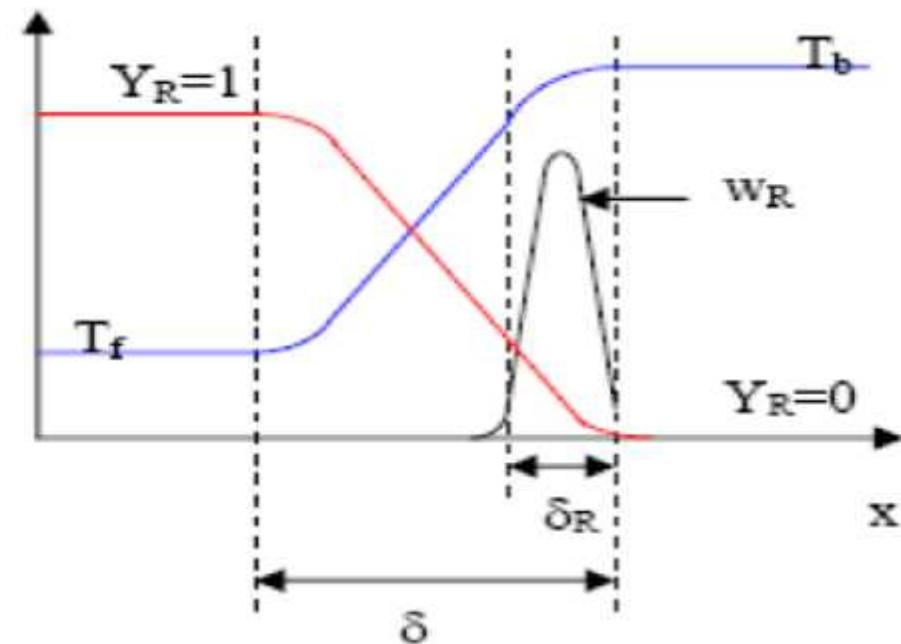


•(b) Réactifs non prémélangés



# Flamme de prémélange laminaire

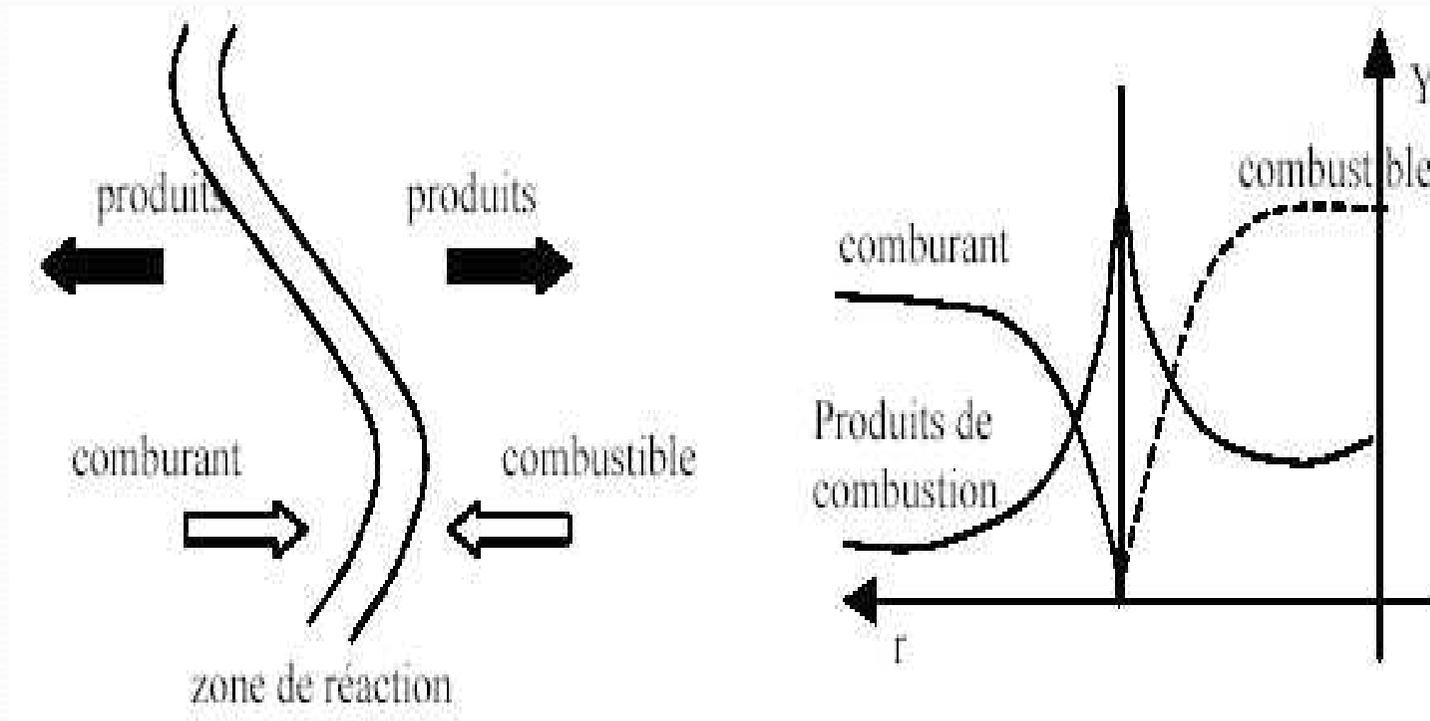
- une zone de préchauffage ;
- une zone de réaction proprement dite.



$W_R$  : Taux de production chimique

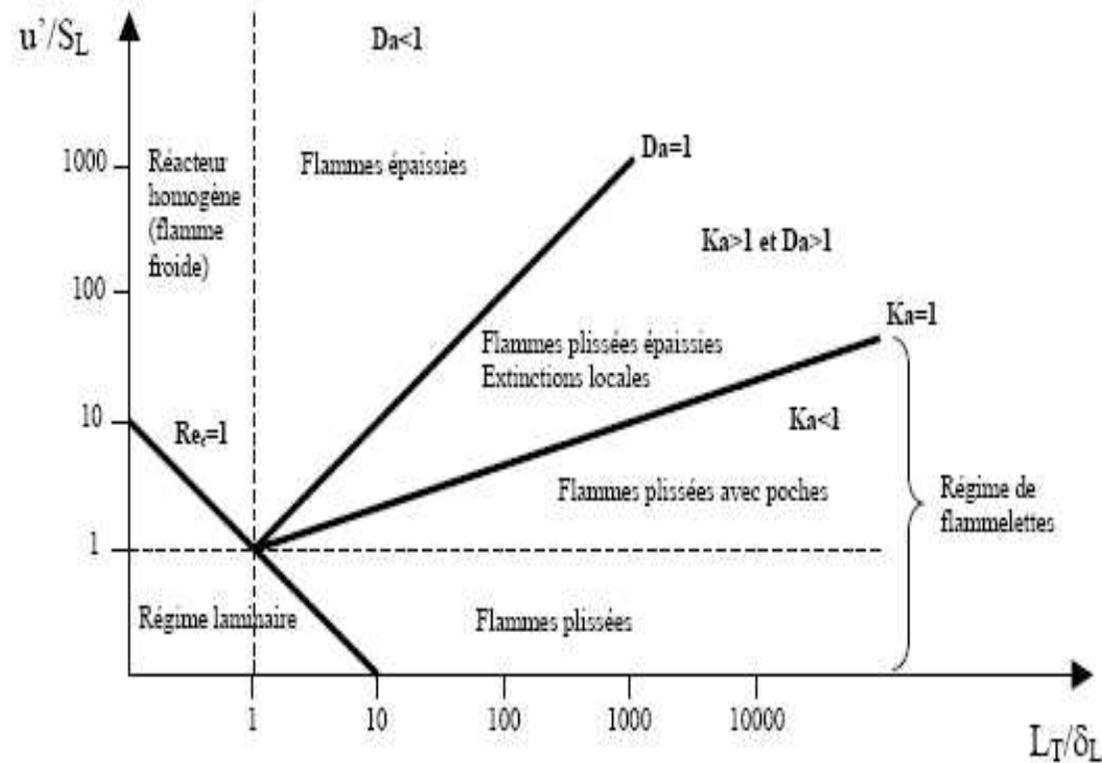
$Y_R$  : Fraction massique de combustible

# Flamme de diffusion laminaire



la flamme de diffusion offre deux avantages indéniables: la simplicité et la sécurité.

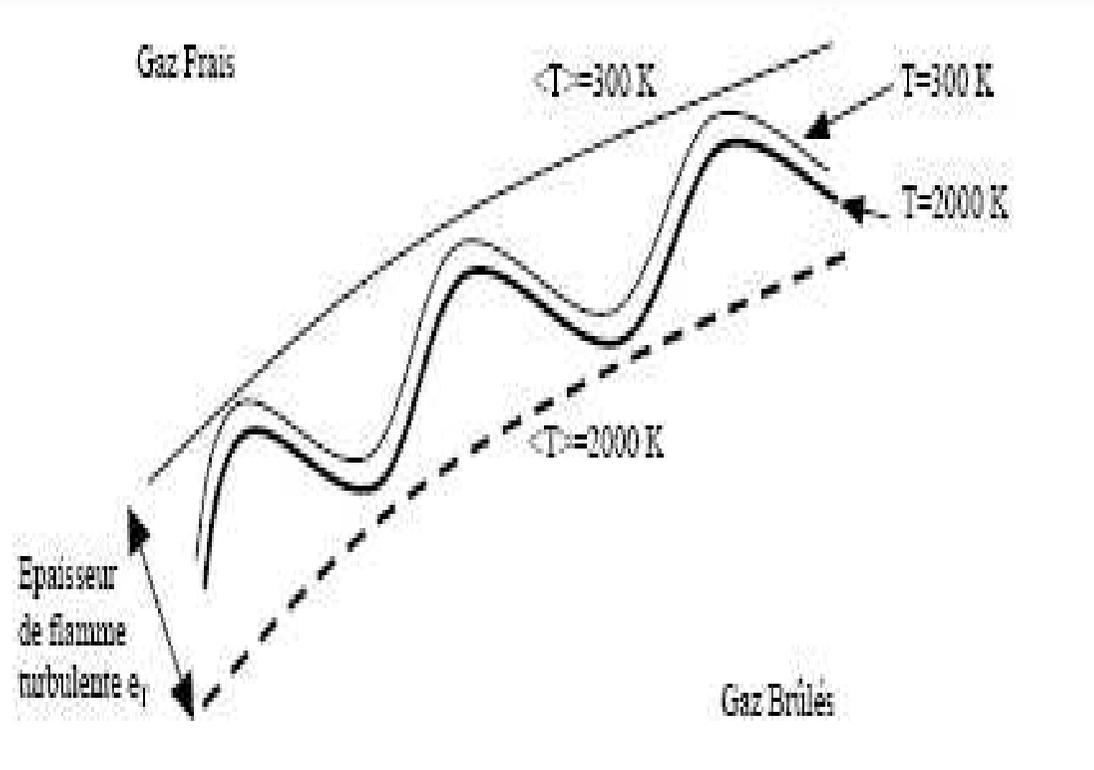
# La flamme turbulente prémélangée



Ce diagramme d'approche classique permet de mettre en évidence trois grands types de flammes : les flammes plissées, les flammes plissées épaissies et les flammes épaissies.

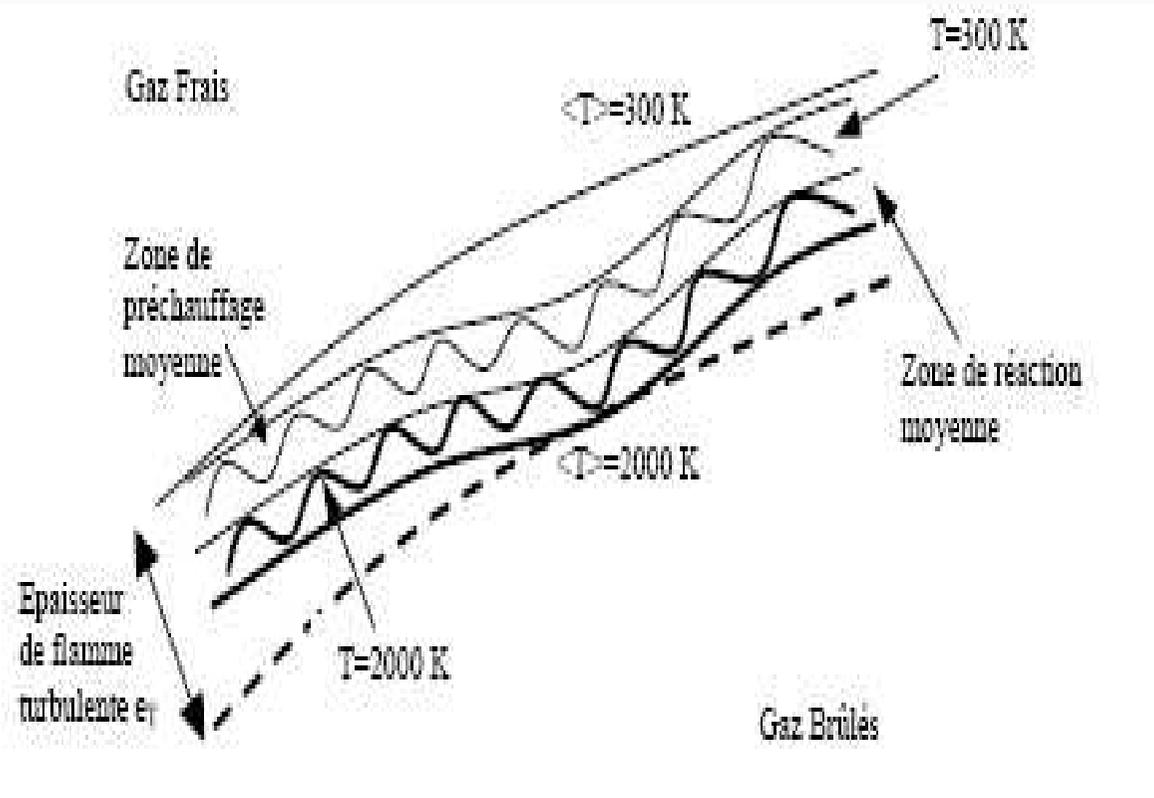
# 1. Les flammes minces plissées

Ce régime dit « de flammelette » est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka < 1$ ,  $Da < 1$ . Les plus petites échelles de la turbulence ne peuvent pas entrer dans la structure de flamme laminaire.



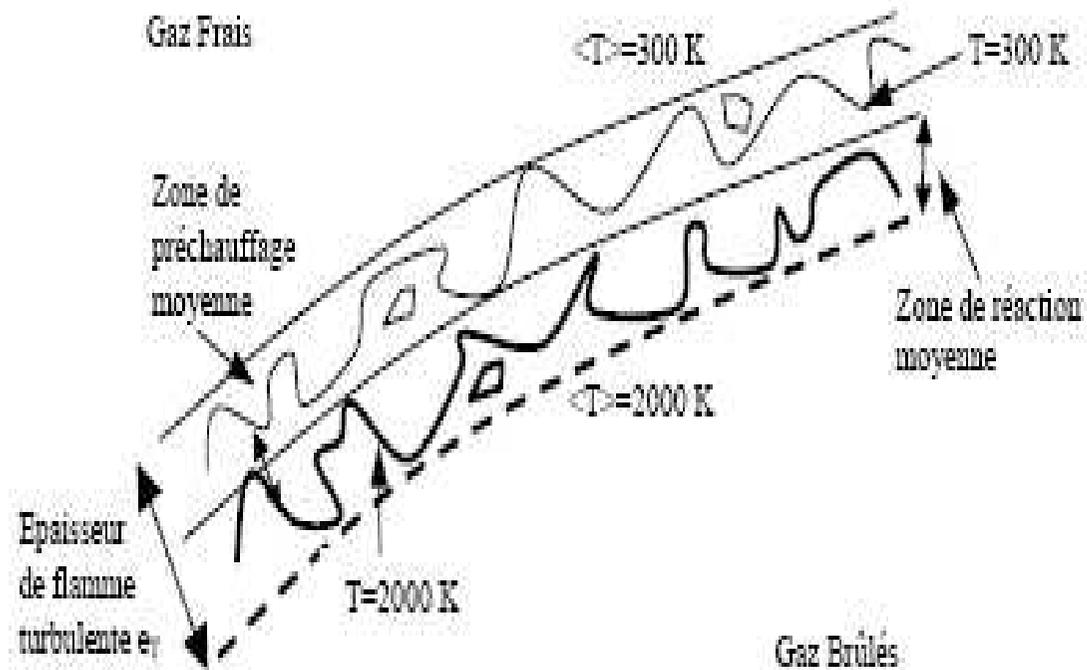
## 2. Les flammes épaissies

Ce régime est donné pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da < 1$ . Dans ces conditions, les structures turbulentes sont capables de pénétrer dans la zone de préchauffage et de l'épaissir, mais ne peuvent pas affecter la zone de réaction.



### 3. flammes plissée épaissies

Ce dernier régime est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da > 1$ , où les zones de préchauffage et de réaction sont perturbées par la turbulence, ne permettant pas d'identifier des structures laminaires.



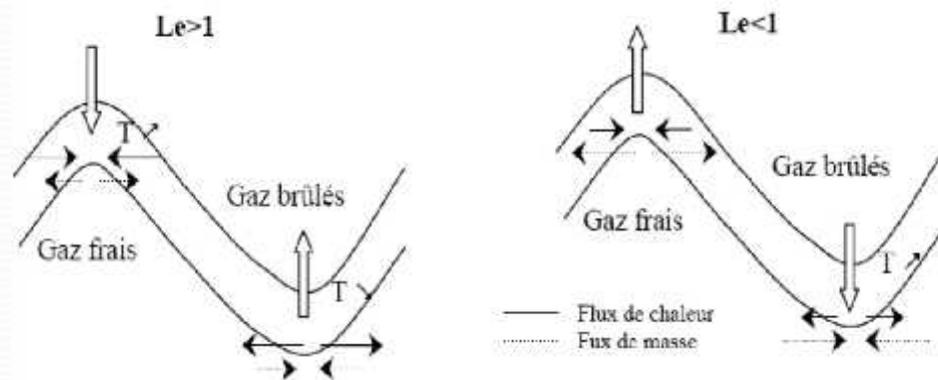


# Flamme de diffusion turbulente

Pour les flammes de diffusion, il est plus difficile de faire un diagramme avec les différents régimes de combustion. En effet, la vitesse fondamentale de flamme n'existe plus et l'épaisseur de la flamme est contrôlée par l'aérodynamique.

## 1-Instabilité thermo-diffusive :

Basé essentiellement sur la compétition entre les flux diffusives, plus particulièrement entre la diffusion de masse et de chaleur à travers une région appelée épaisseur de flamme.



-La théorie de développement asymptotique fondée sur le fait que l'énergie d'activation est très élevée.

-La notion multi-échelle qui stipule l'existence de deux zones, l'une de convection diffusive, l'autre de réaction diffusion.

Le taux de croissance en fonction du vecteur d'onde :

$$\sigma = - \left( 1 + \frac{\beta}{2} (Le - 1) \right) k^2 - 4k^4$$

Le seuil de l'instabilité thermo-diffusive est donné par :

$$l = \beta (Le - 1) < -2$$





a) Le front de flamme plan alimentée par un écoulement uniforme constitue la solution stationnaire.

b) Une perturbation harmonique infinitésimale de la forme stationnaire induit une modification du champ de vitesse en aval et en amont du front, qui tend à amplifier le plissement. La

Le taux de croissance :

$$\dagger = kU_L \left( \frac{E}{E+1} \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right)$$

Instabilité de Darrieus-Landau avec effet de courbure :

$$\sigma = U_L K \left\{ \frac{E}{E+1} \left[ \left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \text{Ma} \cdot d_L \cdot K (\text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 2E) \right)^{1/2} - \text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 1 \right] \right\}$$



### 3. Instabilités thermo-acoustiques

Le terme d'instabilité acoustique désigne le phénomène par lequel le couplage entre fluctuations du dégagement de chaleur et fluctuations acoustiques engendre des oscillations auto-entretenues. Les fluctuations de pression influencent les fluctuations du dégagement de chaleur qui génèrent à leur tour des fluctuations de pression.

## **-Ecoulements non réactifs**

Equation de Helmholtz :  $\nabla^2 \hat{p} + k^2 \hat{p}$

## **- Ecoulements réactif**

Equation d'onde en milieu réactif :

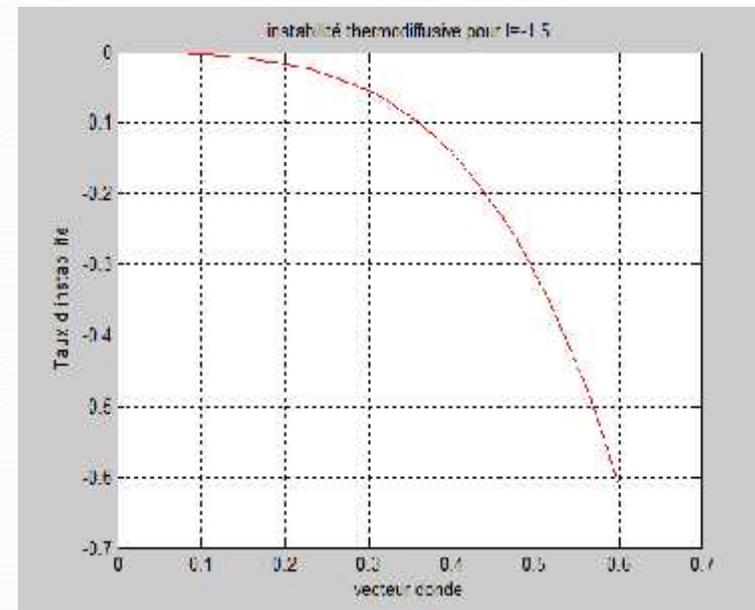
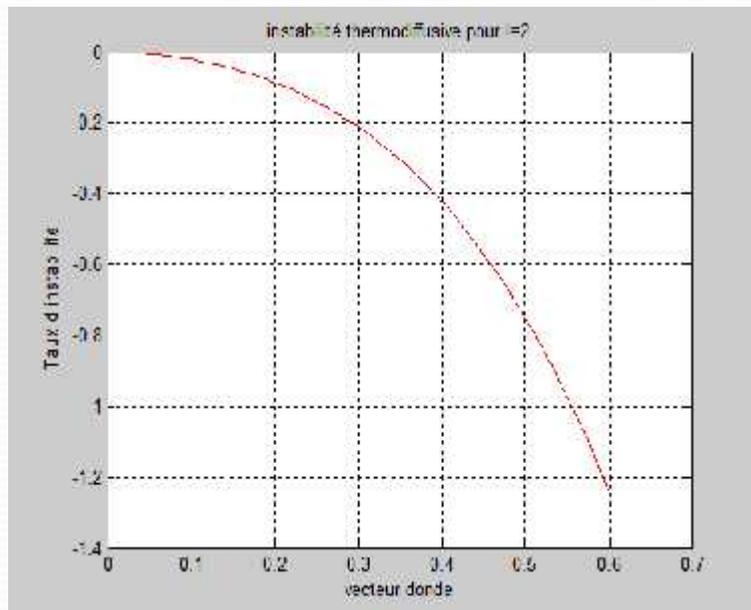
$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p' \right) - \frac{1}{\chi \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = - \frac{\chi - 1}{\chi \rho_0} \frac{\partial \check{S}_T}{\partial t}$$

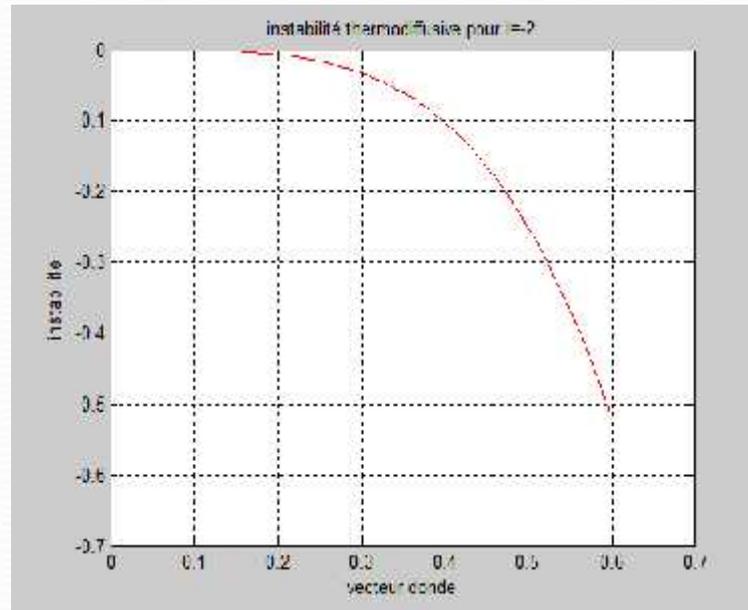
De cette équation on déduit l'équation d'ondes harmonique:

$$\nabla \cdot \left( c_0^2 \nabla \hat{p} \right) + \check{S}^2 \hat{p} = i \check{S} (\chi - 1) \hat{\Omega}'_T$$

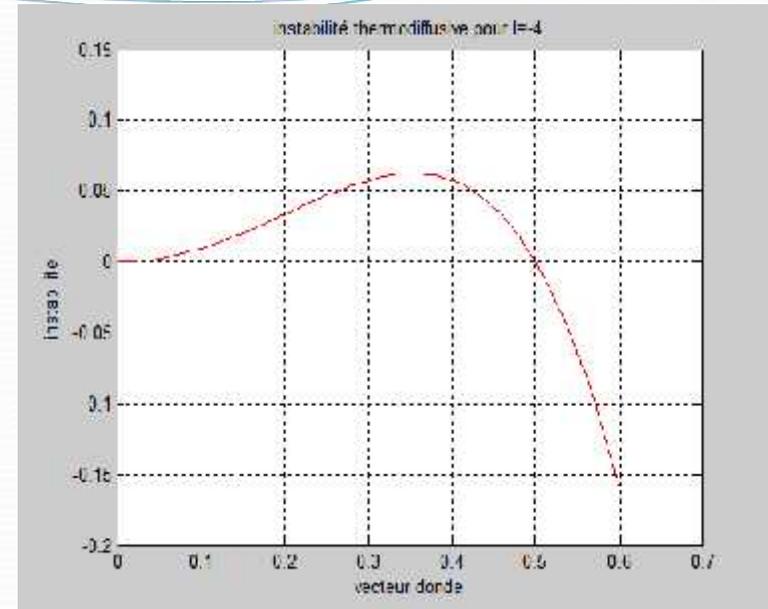
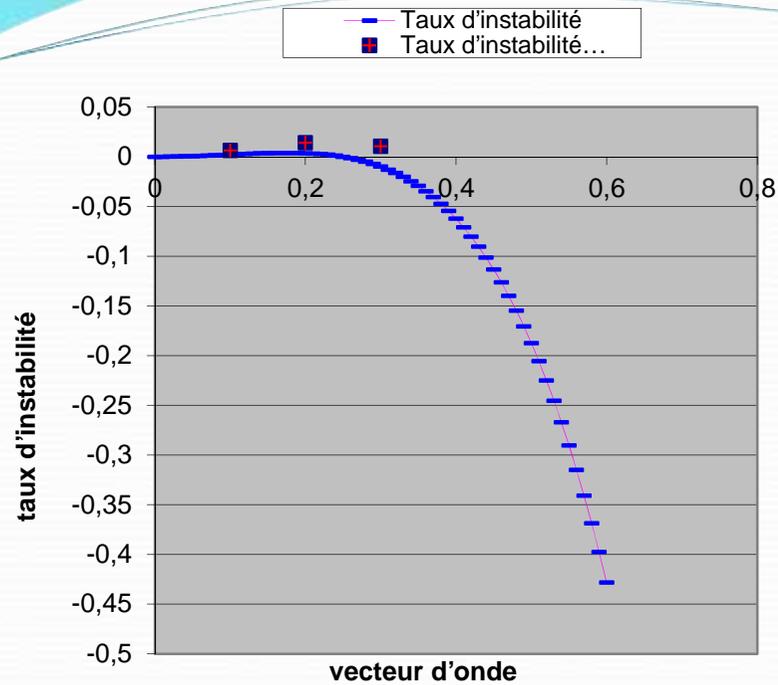
Après l'étude théorique, on a fait une présentation graphique pour chaque modèle étudié.

## 1. Modèle thermo diffusive :





C'est le cas de la limite de stabilité (la valeur critique)

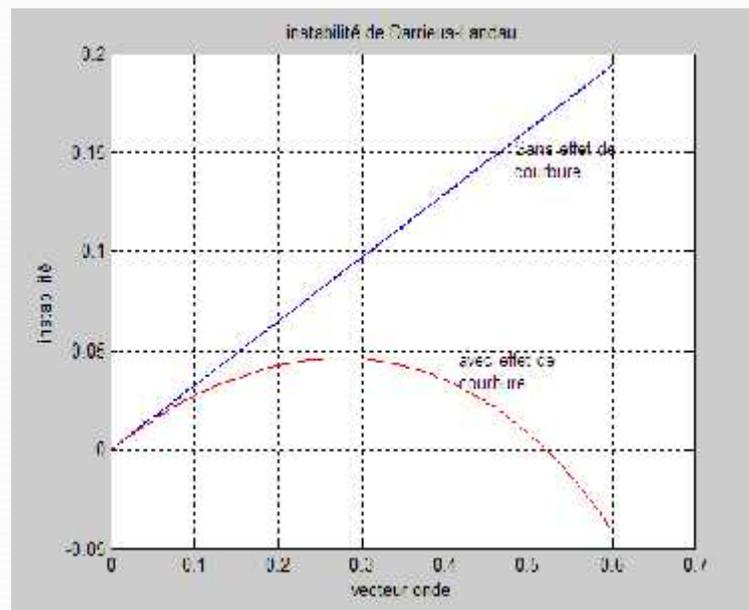


On remarque une relation inversement proportionnel entre le taux d'instabilité et la valeur de  $l$ . pour des valeurs très petites le taux devient toujours instable.

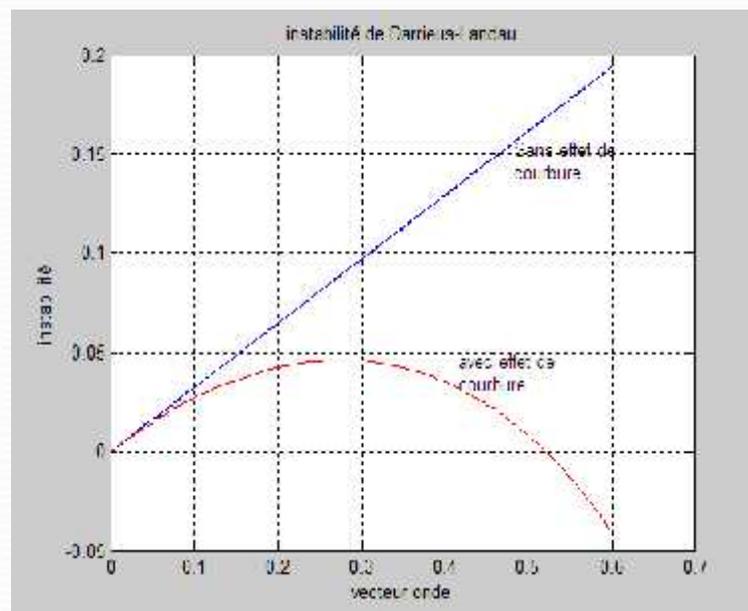
## 2.Modèle hydrodynamique :

Deux cas : sans effet de courbure et avec effet de courbure

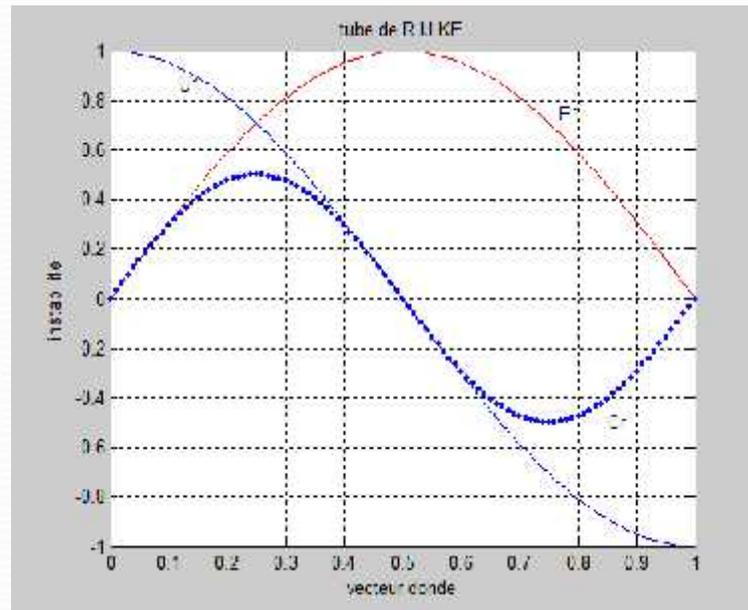
(U=0.1)



U=0.4



### 3. Modèle thermo-acoustique :

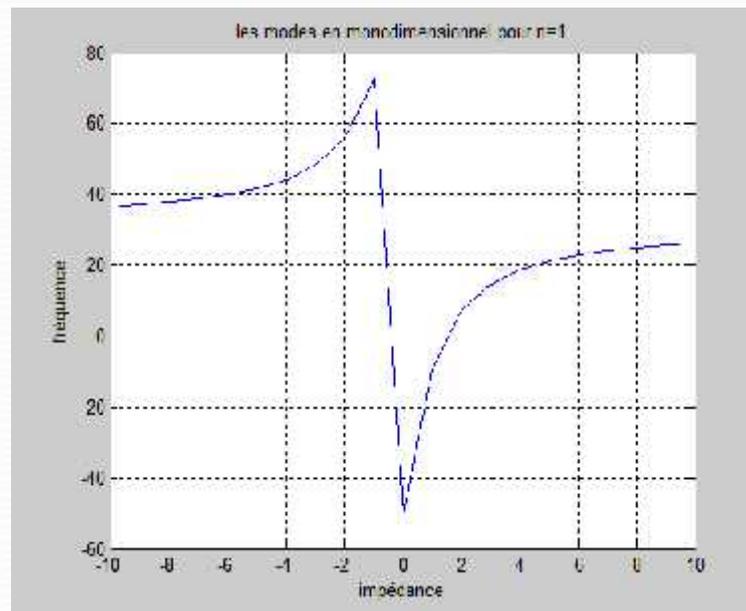


## Écoulements non réactifs :

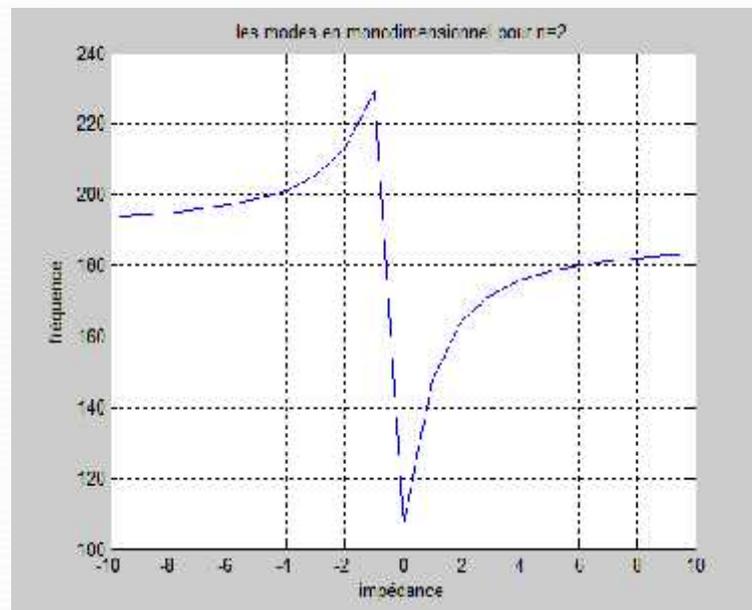
-Cas 1 : une impédance réactive  $Z=i b$

$b \in [-10,10]$ ,  $c=331\text{m/s}$ ,  $h=0.1\text{m}$ .

$n=1$



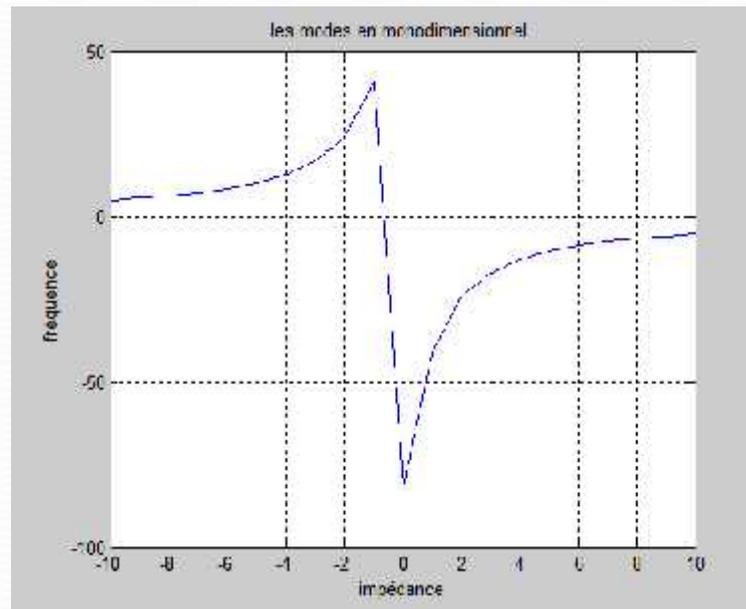
$n=2$



## -Cas 2 : une impédance résistive $Z= a$

$a \in [-10,10]$ ,  $c=331$  m/s,  $h=0.1$  m

$n=1$



# CONCLUSION

Cette étude nous a permis en premier lieu de connaître la structure de la flamme prémélangée et de diffusion ainsi que ces caractéristiques, à savoir la vitesse de propagation, l'épaisseur de la flamme et le comportement non linéaire du taux de réaction avec la température.

Ce projet fin d'étude a permis d'avoir une idée très claire sur la nature des instabilités intrinsèques : thermodiffusive, hydrodynamique et thermoacoustique.

Ce modeste travail montre aussi qu'il est possible de modéliser de façon simple le problème des instabilités intrinsèques des flammes et de connaître les conditions physiques, chimiques pour qu'une flamme puisse se stabiliser.



*Nous vous remercions  
de votre attention*