

République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Université SAAD Dahleb de Blida
Faculté des Sciences de l'ingénieur
Département D'Aéronautique**

**Projet
de fin d'études**

En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Aéronautique

Option : structure et propulsion

THÈME

**Modélisation numérique du comportement
hydrodynamique d'un écoulement laminaire dans une
conduite courbée complètement poreuse**

Réalisé par :

KHECHIBA KHALED.

LABDI ABD EL CHAKKOUR.

Promotrice :

Mr:A.NECHE

Juin 2008

Résumé

Ce Projet de Fin des Etudes, présente l'étude analytique et numérique des comportements hydrodynamique et thermique d'un fluide lors de son écoulement dans une conduite courbée complètement poreuse

Après avoir présenté des généralités sur les milieux poreux, une étude mathématique nous permis d'établir le système d'équations relatif à la modélisation numérique des équations gouvernantes du modèle physique qui sont discrétisées avec les conditions aux limites imposées

Ce genre d'écoulements est largement utilisé notamment en industrie il s'agit des échangeurs de chaleur ,les circuits de transport des fluides ainsi d'autres applications physiologiques naturelles ou artificielles

Abstract



Dédicace

Je dédie ce travail :

A mes très chers parents qui m'ont été d'un grand soutien

Que je n'oublierais jamais.

Leurs soutien pendant tout mes études, pour leurs bien veillant de ma

Réussite depuis mon existence, qu'ils soient remerciés pour

Leurs éducation, encouragement.

A mes frères et mes soeurs

Ainsi a la grande famille, à mes amis

A mes collègues de promotion

Pour conclure, je remercie tout ceux qui ont contribué de prés

Et de loin à la réalisation de Ce travail.

LABDI ABD EL CHAKKOUR



Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A celle qui a attendu avec impatience les fruits de sa bonne éducation,...

Ma chère mère

A celui qui m'a indiqué la bonne voie en me rappelant que la volonté fait toujours les grands...

Mon cher père

A mes adorables frères Mohamed et Adel.

A ma très chère sœur Manel.

A mon binôme Khaled et sa famille.

Enfin à tous ceux que j'aime.

LABDI ABD EL CHAKOUR

Je dédie ce travail

A ma mère la plus chère à mes yeux, pour avoir fait de moi ce que je suis.

A mon père pour son soutien durant mes années d'études.

A mes frères et mes sœurs

Pour leur intérêt à mon sort.

A toute ma famille KHECHIBA ET GRIEREH

A mon binôme ABDEL CHAKOUR et sa famille

A mes collègues De l'institut d'Aéronautique

Aux gens qui m'aiment...

A tous encore un grand merci...

KHECHIBA KHALE

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Depuis le début du vingtième siècle à nos jours des efforts sont consentis afin d'analyser, voir expliquer les comportements hydrodynamiques et thermiques des fluides lors de leur écoulement dans une conduite courbée. Ces efforts peuvent être expliqués par le fait de la large utilisation de ce genre d'écoulements, allant des applications industrielles tels que les échangeurs de chaleur, les circuits de transport des fluides... etc. aux situations d'applications physiologiques naturelles ou artificielles.

Un aspect important de l'écoulement dans les conduites courbées est l'écoulement secondaire; lors de l'écoulement du fluide dans les conduites courbées, la courbure donne naissance à la force centrifuge. Cette force, le gradient de pression radial ainsi que les forces visqueuses se combinent pour donner naissance à l'écoulement secondaire. Ce dernier augmente la perte de pression et l'efficacité du transfert de chaleur comparativement à celles d'une conduite droite de même longueur.

L'insertion d'un milieu poreux sur cette géométrie pourrait affecter la configuration de l'écoulement secondaire, la perte de pression, ainsi que le transfert thermique.

C'est dans cette optique que vient s'inscrire notre contribution, à savoir l'analyse numérique des comportements hydrodynamiques et thermiques d'un écoulement dans une conduite courbée complètement poreuse.

Notre travail est présenté sous forme de cinq chapitres :

le premier chapitre : Les principales définitions et modèles pour les écoulements dans les milieux poreux sont présentés.

Le deuxième chapitre : synthèse des travaux antérieurs, aussi bien théoriques qu'expérimentaux, sur les écoulements dans les conduites courbées simples et poreuses.

Le troisième chapitre : la formulation mathématique du phénomène physique, les hypothèses simplificatrices et les équations de conservations sont développées

Le quatrième chapitre : discrétisation du système d'équations obtenus par la méthode des différences finie.

Le cinquième chapitre : présentation et discussion des résultats obtenus.

CHAPITRE I
GENERALITES SUR LES MILIEUX
POREUX

I.1. Introduction :

On trouve de nombreux exemples de milieux poreux dans la vie courante : textiles, cuirs, papiers, tissus, matériaux de construction, isolants, sols, filtres, revêtements d'échangeurs, plats et légumes déshydratés, etc.,

D'une manière générale, les milieux poreux sont définis par deux critères :

- Le matériau doit contenir de petits espaces vides, appelés pores, délimités par une matrice solide.

- Le matériau doit être perméable à un écoulement de fluide (gaz ou liquide).

Cette partie englobe la définition et les caractéristiques de ces milieux, y compris les différents paramètres qui interviennent dans les équations gouvernant les écoulements qui les traversent, suivi par les différents modèles de transfert d'énergie et de masse.

I.2. Définition du milieu poreux :

On désigne communément par milieu poreux, un solide de forme compliquée délimitant et englobant des vides appelés pores. Ces vides peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides pouvant s'écouler et, éventuellement, échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie. On trouve de nombreux exemples de milieux poreux dans la vie courante et il peut se présenter sous deux formes : milieu poreux consolidé, tel que les roches calcaires et milieu poreux non consolidé constitué par des particules non soudées entre elles (gravier, dépôt de billes, etc.).

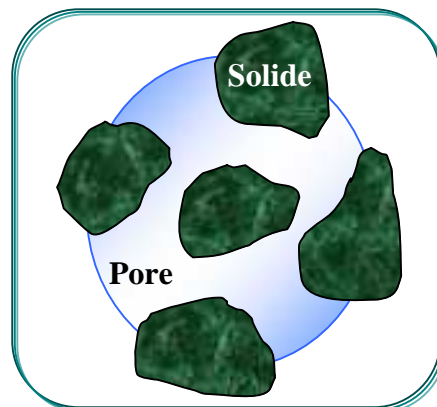


Figure (I-1) : Structure typique d'un milieu poreux

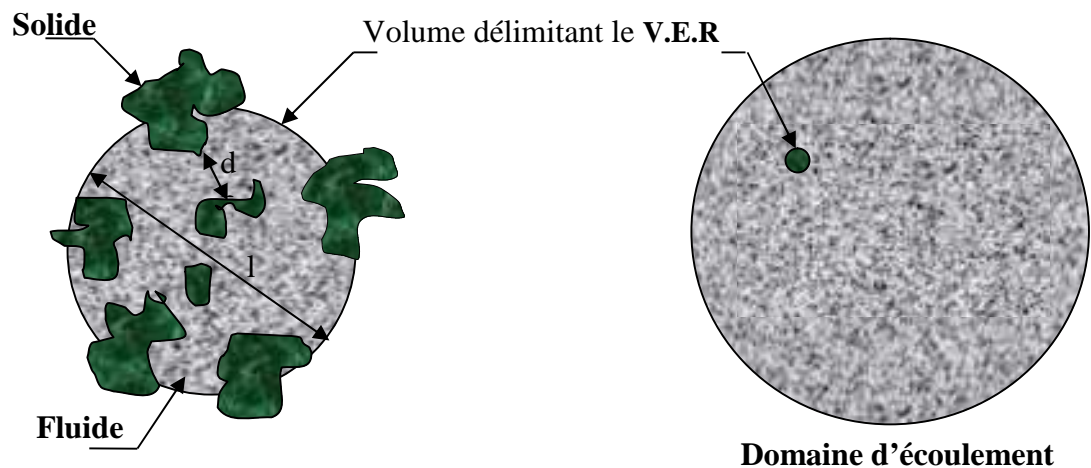
I.3. Définition de la notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) :

L'échelle du pore (dp) varie généralement de $0,05 \mu\text{m}$ pour les nano pores à 0.5 mm pour les macros pores, or la distribution des pores et des grains est généralement très irrégulière. A cette échelle, la pression, la température et la vitesse varient donc très irrégulièrement d'un point à l'autre du domaine.

On est donc amené à effectuer une moyenne spatiale de ces grandeurs, cette moyenne s'effectue donc sur de nombreux pores par l'intermédiaire d'un volume élémentaire représentatif du milieu, de plus l'échelle (l) du VER doit vérifier :

$$dp < l$$

Autrement dit, le milieu poreux est un ensemble de V.E.R. Cette approche est introduite par J.Bear.



dp : diamètre du pore

l : longueur caractéristique du V.E.R

Figure (I-2) : Volume Elémentaire Représentatif

I.4. Exemple de milieux poreux :

I.4.1. Milieux poreux naturels :

Dans la nature, les roches et les sols sont certainement les milieux les plus exploités. L'étude géologique des sous sols permet de classifier les différentes couches géologiques selon la perméabilité à un écoulement de fluide. Les couches d'argiles constituent en générales les parois imperméables des réservoirs naturels d'eaux ou d'hydrocarbures

La porosité des roches est très variable selon les conditions de température ou de pression lors de la formation et de l'évolution géologiques. Les roches denses comme le granit ont des porosités inférieures à 0,02. Au contraire, les roches volcaniques formées à la surface (faible pression) ont une porosité élevée à cause des processus de dégazage associé au refroidissement. Certaines roches atteignent ainsi une porosité de 0,6.

I.4.2. Milieux poreux artificiels :

Lors de la fabrication des bétons et des ciments, une certaine porosité est nécessaire pour permettre un séchage lent et progressif et l'obtention d'un matériau robuste. Parfois, la porosité 'fine ' est complétée par un réseau de fractures qui fragilise le béton. La porosité du béton est comprise entre 0,06 et 0,1. Le control de la porosité et de la structure poreuse joue un grand rôle dans l'industrie du papier. Selon les méthodes de fabrication, on peut obtenir un papier filtre très absorbant avec une porosité de 0,8. Ou au contraire, un papier très 'serré' et transparent (papier calque) avec une porosité proche de zéro. On a alors des pores de diamètre compris entre 0,2 et 4 μ m.

L'une des méthodes de réalisation des milieux poreux de formes diverses, est le frittage ; un empilement de grains en contact est chauffé de manière à ce que les contacts entre grains fondent et réalisent une soudure. Le frittage peut se réaliser avec des grains en métal (bronze, cuivre,..) en plastique ou en verre.

I.5. Classification des milieux poreux :

I.5.1. Milieux poreux consolidés :

La phase solide est formée de grains cimentés ou bien soudés entre eux, on peut citer : Calcaire, grés, la céramique, poudres frittées...

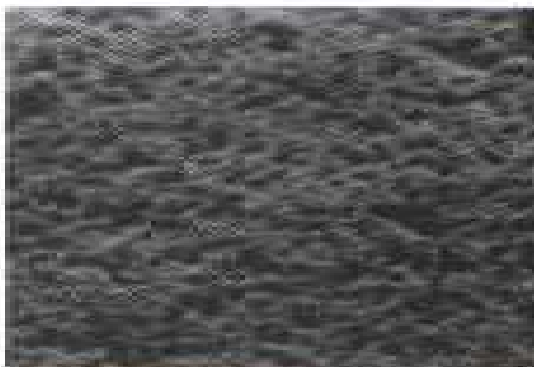


Figure (I-3) : Milieu poreux consolidé.**I.5.2. Milieux poreux non consolidés :**

Dans ce genre de milieux poreux, la phase solide est faite de grains ou de fibres non soudés entre eux (gravier, sable, billes...).

**Figure (I-4) :** Milieu poreux non consolidé.**I.6. Domaine d'utilisation des milieux poreux :**

Les besoins de l'industrie ont fait en sorte que l'application des milieux poreux se développe et ils sont utilisés dans plusieurs domaines.

Domaine d'application	Applications
Génie chimique	<ul style="list-style-type: none"> -Réacteurs chimiques. -Réacteurs chromatographiques. -Transfert de masse à travers les membranes. -Filtrations. -Convertisseurs catalytiques pour la réaction de la pollution de l'air des produits de combustion. -Séchage.
Génie Mécanique et Génie Aéronautique	<ul style="list-style-type: none"> -Isolation thermique. -Capacité de séchage. -Pré chauffeurs et stabilisateurs de flamme poreuses -Lubrification. -Stockage de l'énergie solaire. -Fusion et solidification des binaires. -Réacteurs nucléaires utilisant des gaz de refroidissement s'écoulant à travers des particules radioactives. -Pots catalytiques dans le domaine de l'automobile. -Récupération de l'énergie géothermique. -Accroissement du transfert de chaleur par modification de surfaces (échangeurs de chaleur).

Environnement	-Ecoulement des eaux souterraines. -Irrigation. -Recyclage des déchets nucléaires. -Nettoyage des soles par injection des vapeurs. -Contamination des eaux souterraines. -Ecoulement d'eau, de vapeur d'eau et d'air à travers des matériaux de construction.
Géologie	-Exploitation des gisements géothermiques. -Migration des eaux et minéraux.
Pétrole	-Accroissement de la production du gaz naturel. -Ecoulement de gaz et pétrole dans les réservoirs.
Médecine	-Simulation du transport des gaz respiratoires de l'organisme.
Electronique	-Systèmes de ventilation des composants électroniques

Tableau (I-1) : Domaine d'utilisation des milieux poreux

I.7. Caractéristiques des milieux poreux :

I.7.1. Caractéristiques géométriques des milieux poreux :

A) Porosité

La porosité d'un matériau caractérise l'importance des vides (pores) qu'il contient et représente la fraction du volume occupé par les pores par le volume total du milieu poreux, c'est un concept indépendant de la forme et des connexions entre les pores dont seuls les volumes sont considéré, elles sont définies comme :

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{I-1})$$

V_{pores} : volume des pores.

V_{total} : volume total de la matrice poreuse.

B) Porosité effective :

Du fait que le fluide ne passe qu'à travers les pores connectés, la présence de pores isolés occasionne la définition de la porosité effective qui représente la fraction de volume des pores interconnectés, celle-ci peut être considérablement différente de la porosité définie ci-dessus pour les milieux poreux consolidés, alors inchangée dans les milieux poreux non consolidés (Bories et Prat).

C'est le rapport entre le volume des pores interconnectés et le volume total de la matrice.

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{utile}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{I-2})$$

c) Porosité variable :

Pour les matrices rigides, la porosité ne varie pas en présence d'un gradient de pression alors que dans les matrices déformables, la variation :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \quad (\text{I-3})$$

n'est pas nulle, elle est liée aux propriétés structurales et aux contraintes dans la matrice.

Plusieurs modèles de la variation de la porosité sont disponibles dans la littérature. Ainsi, Martin [1978], Chandrasekhara et Vortmeyer [1979], Vortmeyer et Schuster [1983] et Vafai [1984] ont décrit le caractère variable de la porosité par une loi exponentielle qui est une approche moyenne de la variation sinusoïdale. Cette dernière a été proposée par plusieurs auteurs tel que Hunt et Tient [1987] et Caowdhury et Chang [1989] qui ont montré que le model sinusoïdal est plus représentatif près des parois de confinement.

Les expériences de Scheidegger [1974] et rapportées par Nield et Bejan [1992] ont menés à déterminer la porosité de quelques matériaux :

Matériau	Porosité
Sable	0,37 – 0,5
Béton	0,02 – 0,07
Brique	0,12 – 0,34
Calcaire (dolomite)	0,04 – 0,1
Terre (Argile)	0,43 – 0,54
Charbon	0,02 – 0,12
Cuir	0,56 – 0,59
Poudre de cuivre	0,09 – 0,34
Poudre de silice	0,37 – 0,49
Poudre d'ardoise noire	0,57 – 0,66
Grain de silice	0,65
Fibre de verre	0,88 – 0,93
Filtre de cigarettes	0,17 – 0,49
Empilement de sphères	0,36 – 0,43

Tableau (I-2) : Valeurs de la porosité de quelques matériaux.

I.8.1. Techniques de mesure de la porosité :

Principe	Quantité Mesurée	Porosité
1-Directe : le volume moyen est comparé avec le volume écrasé.	Volume	Totale
2-Photographie : (deux dimensions) comparaison de la somme des aires solides à la somme des aires des vides.	Air	Totale
3-Imbibition : la masse de la matrice imbibée de liquide est comparée avec la masse de la matrice poreuse sèche.	masse et volume	Effective
4-Injection de mercure : volume de mercure pénétrant dans la matière poreuse.	Volume	Effective
5-Injection de gaz : pression dans le conteneur logeant la matrice poreuse avant et après expansion (par connexion d'un second conteneur).	Pression et volume	Effective
6-Atténuation (rayon γ) : atténuation dans l'intensité du rayon parcourant la matrice poreuse, comparée avec une plaque solide de même épaisseur.	Intensité	Totale

Tableau (I-3) : techniques de mesure de porosité.**D) Perméabilité :**

Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce milieu, c'est la capacité du milieu à laisser passer le fluide sous un gradient de pression.

Lorsque le milieu poreux contient un seul liquide la perméabilité est donnée par la loi exponentielle de Darcy [1856][1].

$$K = - \frac{\mu U_D}{\left(\frac{dP}{dX} \right)} \quad (\text{I-4})$$

Où :

U_D : Vitesse Darcienne, représentant le rapport du débit s'écoulant à travers le milieu poreux sur une surface de la section droite ;

μ : Viscosité dynamique du fluide ;

$\frac{dP}{dX}$: Gradient de pression.

Plusieurs modèles de variation de perméabilité ont été proposés ainsi, carman et Kozeny [1973][2], ont préconisé une formulation mathématique développée à partir d'un modèle capillaire formé de conduites parallèles, l'expression est écrite sous la forme :

$$K = \frac{\varepsilon^3 dp^2}{36C(1-\varepsilon)^2} \quad (I-5)$$

dp : diamètre caractéristique des pores.

C : coefficient de forme, ($3,6 \leq C \leq 5$) appelé coefficient de Kozeny.

ε : Porosité.

Pour différentes configurations des particules, on a différentes expressions du coefficient C :

pour des grains sphérique entassés. $C=4.84$

$$\text{Pour le cas de fibres. } C = \frac{62,3 \cdot \left(\sqrt{\frac{2\pi}{1-\varepsilon}} - 2,5 \right)^2 \cdot (1-\varepsilon) + 107,4}{16 \cdot \varepsilon^3 \cdot (1-\varepsilon)^4}$$

Pour des particules sphériques entassées, développé par rumpf et gupte en 1971.

$$C = \frac{\varepsilon^{5,5} \cdot dp^2}{5,6}$$

D'autres chercheurs ont utilisés une formule analogue à celle de Carman-Kozeny, définie

$$\text{par } K = \frac{\varepsilon^3 dp^2}{A(1-\varepsilon)^2} \quad (I-6)$$

Où A est un coefficient pour qui chaque auteur a donné une valeur :

Carman et Kozeny [1973]	$A = 180$
Ergun [1952] [3]	$A = 150$
Robsnow [1973] [4]	$A = 175$
Fand et Al [1986] [5]	$A = 182$
Fand et Al [1989] [6]	$A = 215$

Quantitativement, la perméabilité est une caractéristique du milieu poreux et ce dernier peut se comporter différemment avec des fluides de différentes viscosités. Plusieurs travaux, dont les mesures expérimentales de Scheidegger [1974] et Nield et Bejan [1992], ont donné des valeurs de perméabilité pour les matériaux les plus courants (Tableau I-5).

Matériaux	Perméabilité (m ²)
Sable	$2 \cdot 10^{-11} - 1,8 \cdot 10^{-10}$
Brique	$4,8 \cdot 10^{-14} - 2,2 \cdot 10^{-13}$
Terre	$2,9 \cdot 10^{-13} - 1,4 \cdot 10^{-11}$
Béton bitumineux	$10^{-13} - 2,3 \cdot 10^{-11}$
Calcaire (dolomite)	$2 \cdot 10^{-15} - 4,5 \cdot 10^{-14}$
Poudre de cuivre	$3,3 \cdot 10^{-10} - 1,5 \cdot 10^{-9}$
Poudre de silice	$1,3 \cdot 10^{-14} - 5,1 \cdot 10^{-14}$
Poudre d'ardoise noire	$4,9 \cdot 10^{-14} - 1,2 \cdot 10^{-13}$
Cuire	$9,5 \cdot 10^{-14} - 1,2 \cdot 10^{-13}$
Fibre de verre	$2,4 \cdot 10^{-11} - 5,1 \cdot 10^{-11}$
Filtre de cigarettes	$1,1 \cdot 10^{-9}$

Tableau (I-5) : Valeurs de perméabilité de quelques matériaux.

E) Tortuosité :

C'est le rapport entre la longueur traversée par une particule fluide entre deux points de la matrice solide et la longueur du chemin directe entre les mêmes points.

$$\tau = \frac{L_m}{L_d} \quad (\text{I-7})$$

τ : Tortuosité.

L_m : longueur du chemin parcouru.

L_d : longueur du chemin directe.

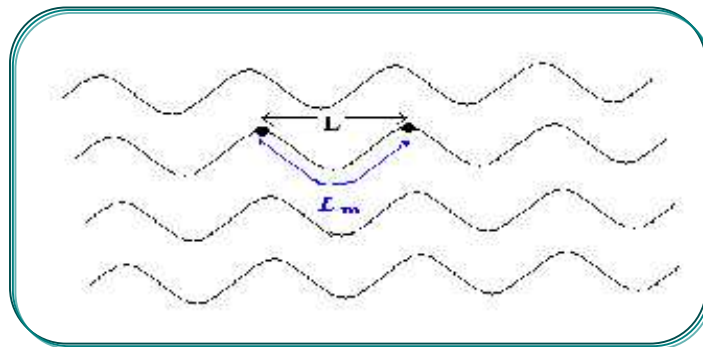


Figure (I-5) : Schéma explicatif de la notion de tortuosité.

Généralement la tortuosité est utilisée comme facteur de correction du gradient de pression:

$$\nabla P_{\text{modifié}} = \frac{1}{\tau} \nabla P$$

I.8.2. Propriétés thermo physiques des milieux poreux :

A) Viscosité effective μ_{eff} :

Le concept de viscosité effective consiste à exprimer la condition de continuité entre la région solide et la région fluide, il est donc nécessaire de définir les propriétés thermophysique évaluées sur un VER incluant les deux phases d'après Brinkman [1947] [7], la viscosité effective met en évidence la discontinuité des contraintes aux interfaces fluides poreux, ce modèle a été validé plus tard par Lundgren [1972] [8], qui démontra que la viscosité effective est une fonction de la viscosité du fluide et la porosité

Le tableau suivant récapitule quelques corrélations trouvées dans la littérature [9], cependant, la plupart des travaux prennent un rapport de viscosité unitaire.

Modèle	Corrélation	Limitation
Einstein	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu_f} = 1 + 2,5 \cdot C_v$	Sphère : $C_v \rightarrow 0$
Guth et Simba	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu_f} = \frac{1 + 0,5 \cdot C_v - 0,5 \cdot C_v^2}{1 - 2 \cdot C_v - 9,6 C_v^2}$	$\mu_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ pour $C_v = 0,234$
Mooney	$\frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu_f} = \exp\left(\frac{2,5 \cdot C_v}{1 - K \cdot C_v}\right)$	Inclus les doubles collisions mais pas les triples
Happel	$\mu_{\text{eff}} = \mu_f \cdot \exp(4,58 \cdot C)$	Modèle théorique pour des particules sphériques

Tableau (I-6) : Expression de la viscosité effective en fonction de la porosité.

B) Conductivité thermique effective :

Du fait de la difficulté de la structure de milieu poreux, la conductivité thermique effective k_{eff} est strictement dépendante de la porosité et les conductivités thermiques des phases solide et fluide de la matrice poreuse.

La notion de la conductivité thermique effective a été introduite pour mieux modéliser le transfert de chaleur à travers un milieu poreux.

D'une manière générale les modèles proposés sont tous des arrangements pondérés à des modèles en série et en parallèles [10] basées sur l'analogie électrique.

Dans le modèle en série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du fluide est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases.

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1 - \varepsilon}{k_s} \quad (\text{I-9})$$

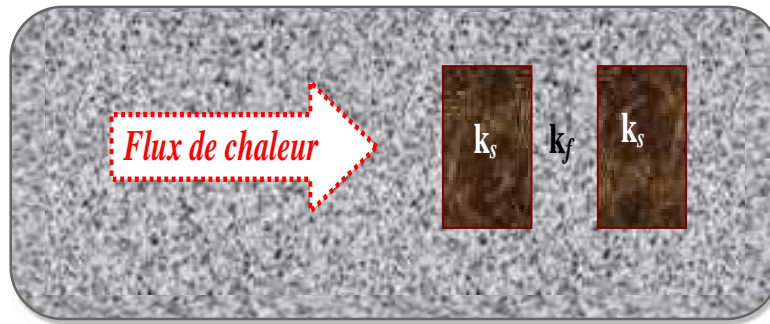


Figure (I-6) : Modèle série de la conductivité thermique effective k_{eff} .

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse les deux phases (fluide et solide) en même temps. La conductivité effective est alors égale à la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques. Elle est donnée par :

$$k_{\text{eff}} = \varepsilon \cdot k_f + (1 - \varepsilon) \cdot k_s \quad (\text{I-10})$$

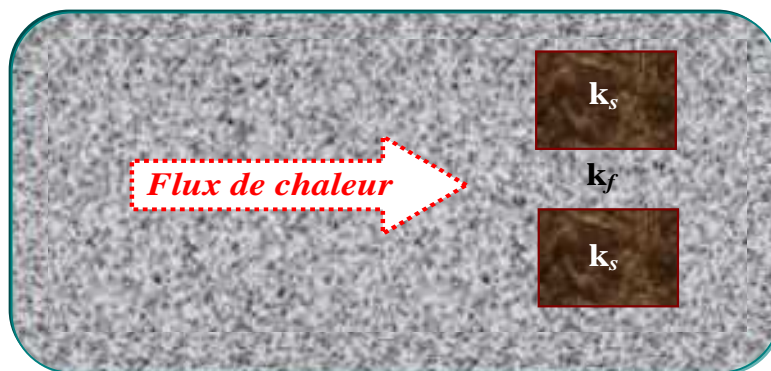


Figure (I-7) : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective k_{eff} .

La conductivité effective est toujours déduite à partir d'une combinaison entre la conductivité du solide et celle du fluide.

Le tableau suivant représente les conductivités effectives des divers modèles

Cas de particules sphériques de grande Porosité		$\frac{K_{eff}}{K_f} = \frac{2\varepsilon + (3 - 2\varepsilon)\frac{K_s}{K_f}}{(2 - \varepsilon) + \varepsilon}$
Approche analytique à Partir de géométries Simples	Modèle Série	$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{\varepsilon}{K_f} + \frac{1 - \varepsilon}{K_s}$
	Modèle Parallèle	$K_{eff} = \varepsilon \cdot K_f + (1 - \varepsilon)K_s$
Approche numérique ; cas où K_f et K_s Sont du même ordre de grandeur		$K_{eff} = K_s (1 - \varepsilon) \cdot K_f$

Tableau (I-7) : quelques modèles de conductivités thermiques effectives.

D'autre part Zehner et Schnider [1970] [11], ont proposé une formule souvent utilisée qui s'écrit :

$$\frac{K_{eff}}{K_f} = 1 - \sqrt{1 - \varepsilon} + \frac{2 \cdot \sqrt{1 - \varepsilon}}{1 - \frac{K_f}{K_s}} \left[\frac{1 - \frac{K_f}{K_s} \cdot E}{2 \cdot (1 - \frac{K_f}{K_s})} \cdot \text{Ln} \left(\frac{\lambda}{E} \right) - \frac{E + 1}{2} - \frac{E - 1}{1 - \frac{K_f}{K_s}} \right] \quad (I-11)$$

I.9.Modèles d'écoulements dans les milieux poreux :

Du fait de la complexité géométrique de l'espace des pores, les équations qui régissent les principes de conservation de quantité de mouvement, d'énergie ou de masse ne peuvent être mise en application qu'après passage à une échelle macroscopique qui permet de faire une équivalence entre milieu concret désordonné et milieu continu fictif. La formulation des équations de conservation à l'échelle macroscopique est obtenue à partir des équations à l'échelle microscopique auxquelles sont appliquées des procédures des changements d'échelle.

Nous présenterons dans ce qui suit les différents modèles de régimes d'écoulements a partir du modèle de darcy avec les différentes extensions tenant compte de certains effets existant dans les milieux poreux.

I.9.1. Modèle de Darcy [1856] :

En 1856, Henri Darcy a constaté qu'il existe une relation linéaire entre le gradient de pression et la vitesse de filtration (faible vitesse) dans le cas d'un écoulement unidimensionnel conduit par gravité à travers un milieu poreux non consolidé dont les particules sont, à peu près de même dimension :

$$U = \frac{-K}{\mu} \nabla P \quad (\text{I-12})$$

tel que :

μ : viscosité dynamique du fluide (Kg/ms).

K : perméabilité de la matrice poreuse (m^2).

U : vitesse de filtration à travers le milieu poreux (m/s), déduite de débit massique.

Après cette étude beaucoup de chercheurs se sont intéressés à étudier d'autres modèles d'écoulement dans les milieux poreux car le modèle de Darcy est correct que pour un écoulement laminaire.

Bear [1972] distingue trois régimes d'écoulement suivant la valeur du nombre de Reynolds du pore (Rep). Dybbs et Edwards [1984], à l'aide des mesures par anémométrie laser, distinguent plusieurs régimes d'écoulement que l'on peut classifier de la manière suivante :

$\text{Rep} < 1$ le régime d'écoulement est laminaire, les forces visqueuses sont dominantes et la loi de darcy est applicable.

$1 < \text{Rep} < 10$ les couches au niveau des parois solides se développent, les forces d'inertie deviennent plus importantes et il n'y a plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration et la loi de darcy n'est plus applicable.

$\text{Rep} > 300$ le régime d'écoulement devient chaotique et présente les caractéristiques d'un écoulement turbulent.

I.9.2. Modèle de Darcy-Brinkman :

Le modèle de Darcy n'est pas très approprié dans le cas d'écoulements à grande vitesse ou de gaz. Brinkman [1947] a tenu compte des effets pariétaux dus à la viscosité et a établi une équation de quantité de mouvement sous la forme :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\mu}{K} \cdot U_D + \mu_{\text{eff}} \cdot \nabla^2 U_D \quad (\text{I-13})$$

μ_e : viscosité effective.

Ce modèle a été largement étudié par Durlofsky [1987], Childress [1972], Levy [1981], aussi, Lundgren [1972] a pu, à partir d'une formulation statistique, aboutir à l'équation de Brinkman.

I.9.3. Modèle de Darcy-forchheimer [1901] :

Du fait que le modèle de Darcy n'est plus applicable lorsque les valeurs de la perméabilité et de la porosité sont très élevées.

Forchheimer a complété l'équation de Darcy en y ajoutant un terme quadratique traduisant la contribution inertielle.

Pour un écoulement unidimensionnel :

$$-\nabla P = \frac{\mu_{\text{eff}}}{K} U_D + \rho \cdot C_{\text{in}} \cdot U_D^2 \quad (\text{I-14})$$

C_{in} : coefficient inertiel.

I.9.4. Modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer :

Le modèle semi heuristique suivant est souvent mis en œuvre pour décrire le bilan de la quantité de mouvement d'un fluide visqueux Newtonien en milieu poreux, on remarque que le modèle ci-dessus prend en compte l'effet de la paroi (terme de brinkman).

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla P - \frac{\mu}{K} \cdot \vec{V} - \rho \cdot C \cdot |\vec{V}| \cdot \vec{V} + \mu_e \cdot \Delta \vec{V} + \rho \cdot \vec{g} \quad (\text{I-15})$$

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

- (1) : effet d'accélération visqueuse.
- (2) : gradient de pression.
- (3) : terme de Darcy (résultant des effets de viscosité à l'échelle microscopique).
- (4) : terme de Forchheimer (traduit l'influence de l'effet d'inertie à l'échelle microscopique).
- (5) : terme de Brinkman (en tenant compte des effets visqueux à l'échelle macroscopique).
- (6) : force de volume.

I.9.5. Limites de ces modèles :

Un poreux réel comprend en général des canaux obturés, zones sans écoulement **Figure(I.8)** qui ne peuvent participer à la perméabilité bien qu'elles contribuent à la porosité. De plus, la condition d'homogénéité requise n'est pas toujours réalisée en pratique. En effet, des poreux naturels comme les roches sont parfois constitués de différentes échelles de réseaux de pores. À l'échelle microscopique peut venir se superposer un réseau de fractures par lequel un écoulement préférentiel va s'établir. Dans ce cas, les modèles décrits ci-dessus ne peuvent s'appliquer.



Figure (I . 8) Illustration d'un bras mort de l'écoulement.

I.10. Transfert de chaleur dans les milieux poreux :

Le transfert de chaleur en général et la convection en particulier dans les milieux poreux ne se comporte pas de la même façon que dans les milieux continus à cause de la structure irrégulière du premier milieu, cette dernière crée parfois une différence considérable entre le transfert en écoulement macroscopique et le transfert réel et a mené à introduire la notion d'équilibre thermique local. Cette notion a été largement étudiée par Carbonell et Whitaker [1984] qui ont posé des conditions d'équilibre thermique sur la mesure du temps ainsi que sur la mesure de la longueur. Beaucoup plus tard, Bennacerallah [1994] et Kaviani [1995] ont étudié la condition d'équilibre dans certaines applications.

La première étude a prouvé que dans le cas de silo à grains, la condition d'équilibre est satisfaite en régime instationnaire.

L'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase au sein du volume élémentaire représentatif. Elle s'écrit, dans le cas d'un équilibre thermique local, sous la forme générale suivante (Chang et al [1990]) :

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \bar{\nabla} \bar{\nabla} T = k_{\text{eff}} \nabla^2 T \quad (\text{I-16})$$

Où :

$$(\rho C_p)_{\text{eff}} = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s \quad (\text{I-17})$$

ρ : Masse volumique du fluide considéré.

ε : Porosité du milieu poreux.

K_{eff} : conductivité thermique effective.

$(C_p)_{\text{eff}}$: capacité calorifique effective.

$(C_p)_f$: capacité calorifique du fluide.

CHAPITRE II
SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

II.1. Introduction :

En raison de leurs diverses applications (les échangeurs de chaleurs, les serpentins et les tuyauteries des installations industrielles et du transport par pipe-line), l'analyse hydrodynamique et thermique des écoulements dans les conduites courbées ont fait l'objet de plusieurs travaux numériques, théoriques et expérimentaux.

II.2. Description d'un écoulement à travers une conduite courbée :

L'étude de la dynamique des fluides et des transferts thermiques des écoulements dans les conduites courbes est complexe par rapport à celle des écoulements dans les conduites rectilignes. Quand un fluide traverse une conduite courbe de section circulaire ou rectangulaire, un déséquilibre naturel apparaît entre les forces centrifuges et le gradient de pression. Ces deux forces agissent ; à angle droit par rapport à la direction de l'écoulement principal, dans deux directions opposées. Comme résultat de ce déséquilibre, apparaît un écoulement secondaire sous forme d'une paire de cellules symétriques et Contrarotatives appelées cellules de Dean. Ce phénomène dépend du seul paramètre de contrôle, le nombre de Dean s'écrit :

$$D_e = Re \sqrt{\frac{D_h}{R_c}}$$

où Re : est le nombre de Reynolds, D_h : est le diamètre Hydraulique,
et R_c : est le rayon de courbure.

II.2. Caractéristiques d'un écoulement dans une conduite courbée :

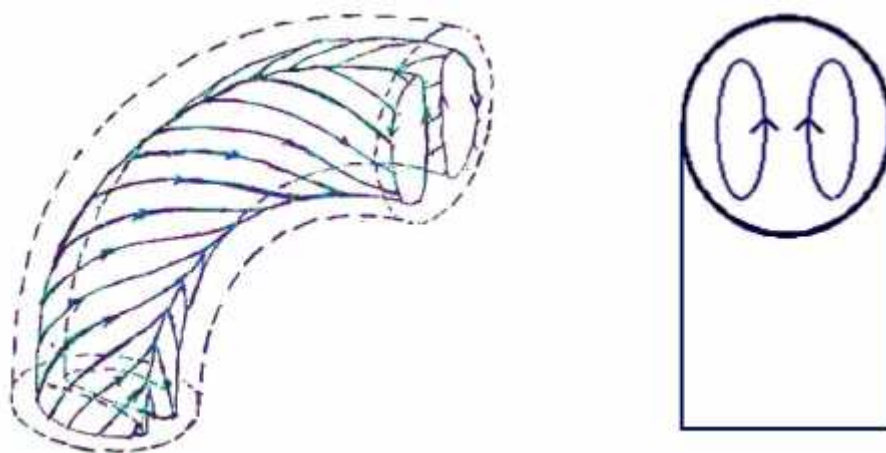


Figure II.1 : cellules de Dean dans un coude de 90° [3]

L'écoulement dans une conduite courbée est caractérisé par un seul paramètre adimensionnel appelé, nombre de Dean. Ce nombre mesure l'intensité des forces d'inertie et centrifuge relatives aux forces visqueuses.

La première forme du nombre de Dean utilisée dans les travaux analytiques [3] est définie par la relation :

$$D_e = \left(\frac{2a}{R}\right) Re^2 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

a : rayon de la conduite(m).

R : rayon de la courbure(m).

Re : nombre de Reynolds.

D'autres formes du nombre de Dean [4], également utilisées dans les travaux analytiques sont définies par :

$$D_e = Re \sqrt{\frac{a}{R}} \quad (\text{II.2})$$

II.3. Travaux antérieurs :

II.3.1 conduites courbées:

Les écoulements dans les conduites courbes présentent de nombreux intérêts, à savoir l'augmentation du transfert de chaleur, de masse, du mélange transversal et le retard du développement de la turbulence. Vu ces multiples intérêts et applications, l'étude des écoulements dans les conduites courbes a été et reste un sujet de recherche d'une grande importance, (Dean (1927), Mori et al (1971), et récemment, Das (1991), Ligrani et al (1996), Jitchote et al (2000)).

Dans sa première étude analytique pour laquelle il a considéré que l'écoulement est dû à un gradient de pression constant le long de la conduite, Dean(1927) proposa une solution analytique en appliquant la méthode des perturbations.

Le modèle de Dean est relatif à une solution de poiseuille dans une conduite droite avec une perturbation de l'ordre de a/R . La figure II.2 décrit le mouvement du fluide selon le modèle de petites perturbations.

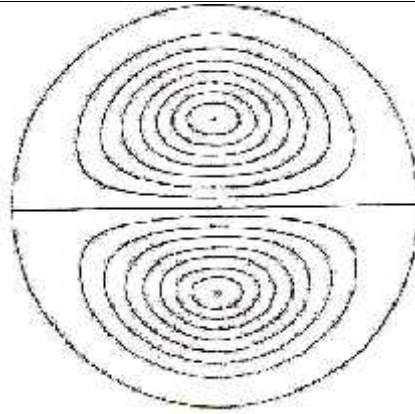


Figure II.2 : Écoulement du fluide selon le modèle des petites perturbations

[3]. Les profils des vitesses auxquels l'auteur a abouti sont :

$$\frac{u}{w_0} = \frac{R_e \sin \psi a}{288 R} (1 - r^2)(4 - r^4) \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{v}{w_0} = \frac{R_e \cos \psi a}{288 R} (1 - r^2)(4 - 23r^2 + r^6) \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{w}{w_0} = (1 - r^2) \left[1 - \frac{3r \sin \psi a}{4 R} + \frac{R_e r \sin \psi a}{11520 R} - (19 - 21r^2 + 9r^4 - r^6) \right] \quad (\text{II.5})$$

$a/R=a$: coefficient de courbure.

Cette analyse est limitée pour des nombres de Dean $De < 17$. Dans sa deuxième approche, Dean a maintenu les termes du second ordre (a^2/R^2) dans les expressions du champ dynamique, il a constaté que la réduction de la vitesse d'écoulement due à la courbure ne dépend que d'une seule variable adimensionnelle De . Cette étude est valable pour des nombres de Dean plus élevées ($De > 200$); cependant, les solutions numériques offrent une portée d'intervalle de $10 < De < 5000$ qui correspond à un intervalle approximatif de $2 < De < 360$, toujours sous la condition de $R/a \gg 1$ et

$De > 200$.

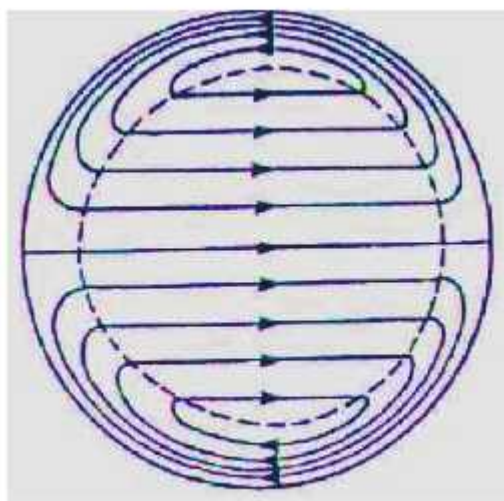


Figure II.3 : Modèle d'écoulement de Nakayama [7]

Yao [7] a fait une approche analytique hydrodynamique et thermique d'un écoulement développé dans une conduite courbée chauffée. Sa solution montre que la méthode des perturbations est valable pour une petite région d'entrée dans le coude, ce qui n'est pas le cas à la sortie où le modèle de la partie centrale non visqueuse est plus proche du modèle établi par Yao.

Yao et Berger [8] dans leur solution analytique du problème de transfert de chaleur en conduite horizontale courbée ont situé le contour de la vitesse maximale à un angle de $\alpha = 40^\circ$ et $r = 0.25$, ils ont trouvé également qu'à l'entrée de la conduite, le profil des vitesses axiales est peu différent de celui de Poiseuille du fait que les effets des forces de poussée et centrifuge s'opposent. Le même constat a été fait plus tard par Yao [7]. Ses travaux expérimentaux ont montré que pour de faibles valeurs du nombre de Dean, le champ d'écoulement présente un modèle de symétrie relatif aux effets de parois et externe de la conduite courbée.

Yao et Berger [8] ont donné une relation du Nusselt dans leur solution analytique pour la méthode des petites perturbations, avec les nombres *De et Re Ra* limités à des valeurs faibles.

D'autres études numériques ont été faites pour le même intervalle du nombre de Dean.

Akiyama et Cheng [9] ont trouvé que les résultats numériques de convection forcée à flux constant peuvent être corrélés par une seule courbe, en utilisant un nouveau paramètre $(De^2 Re)^{1/4}$ pour $Pr = 1$ et a/R pouvant aller jusqu'à 1/10. Ceci, leur a permis d'avancer qu'il n'est pas nécessaire d'étudier l'effet de Prandtl pour $Pr = 1$.

Prusa et Yao [11] ont pu étendre le domaine de validité de la méthode des perturbations par rapport à celui de Yao et Berger [8], en s'intéressant à la variation du rapport du coefficient de la quantité de chaleur moyenne d'une conduite courbée à celui dans une conduite droite en fonction des nombres de De et de ReRa et pour un gradient de pression constant. Ils ont constaté que l'augmentation de la valeur de De et du ReRa entraîne une diminution du débit volumique, d'où la réduction du transfert de chaleur moyen (cette constatation est en contradiction avec les recherches qui ont été faites antérieurement).

D'après Yao [7], l'effet physique des forces centrifuge et de poussée joue un rôle important dans le développement de l'écoulement. Cet effet est exprimé par le rapport du nombre de Dean à celui de Grashof. La valeur maximale du Nu pour un coude de 90° se trouve près de la paroi interne ($\gamma = 180^\circ$); elle se déplace par la suite vers le bas de la conduite ($\gamma = 270^\circ$), puis s'installe entre 0° γ 270° . Plus le rapport De/Gr est élevé, plus le maximum s'approche du coté externe du coude ($\gamma = 0^\circ$) par rapport au côté inférieur du coude.

Taylor [6] et White [10] ont donné une description de l'écoulement dans le coude; plus tard, Agrawal et al [12] ont suivi le développement du mouvement dans un coude de 180° en utilisant la méthode de mesure de l'anémomètre laser pour la détection des vitesses axiale et secondaire figures I I . 4 e t I I . 5 ; ils ont constaté qu'il y a une transition immédiate du profil non visqueux des vitesses axiales; celui ci passe d'une distribution de vitesse uniforme à un type de distribution « Vortex » en aval de l'entrée; en outre, ils ont trouvé que pour des nombres de Dean plus élevés, la valeur maximale de la vitesse se situe près de la partie interne du coude. Ce maximum se déplace loin du plan de symétrie, puis décroît avec l'intensité quand l'écoulement avance en aval. Humphry et al [13] ont confirmé ces résultats par une étude numérique pour deux nombres de Dean 183 et 565 et des rapports de rayon de courbure a/R égaux à $1/7$ et $1/2$. Il faut ajouter que ces chercheurs ont supposé qu'il y a un équilibre radial sous la sous-couche immédiatement adjacente à la paroi. Par ailleurs, ils ont établi une formulation des conditions aux limites au centre de la conduite.

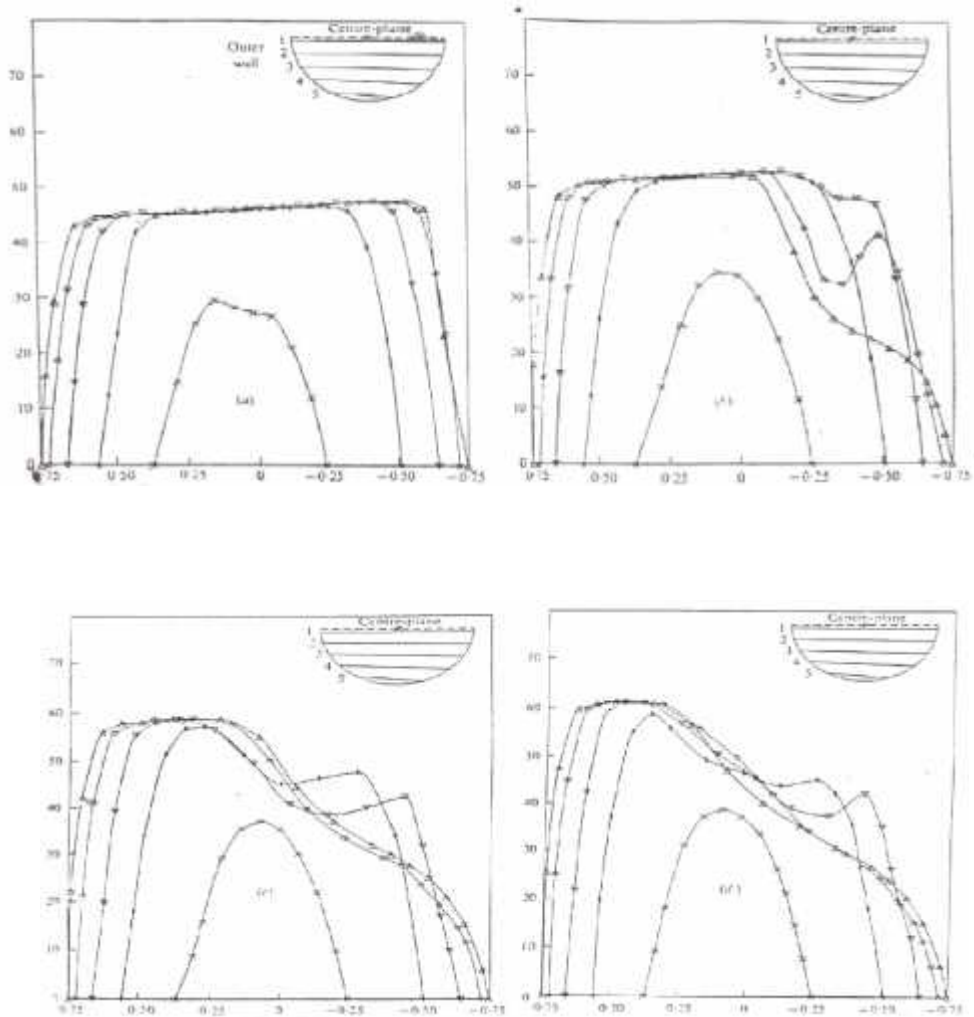


Figure II.4 : Profils de la vitesse axiale pour $a / R=1/20$, $K=596$, $w =36.1$ cm/s,(a) $l/a=2.4$,
 (b) $l/a=12.2$, (c) $l/a=29.4$, (d) $l/a=37.6$, (e) $l/a=57.6$.

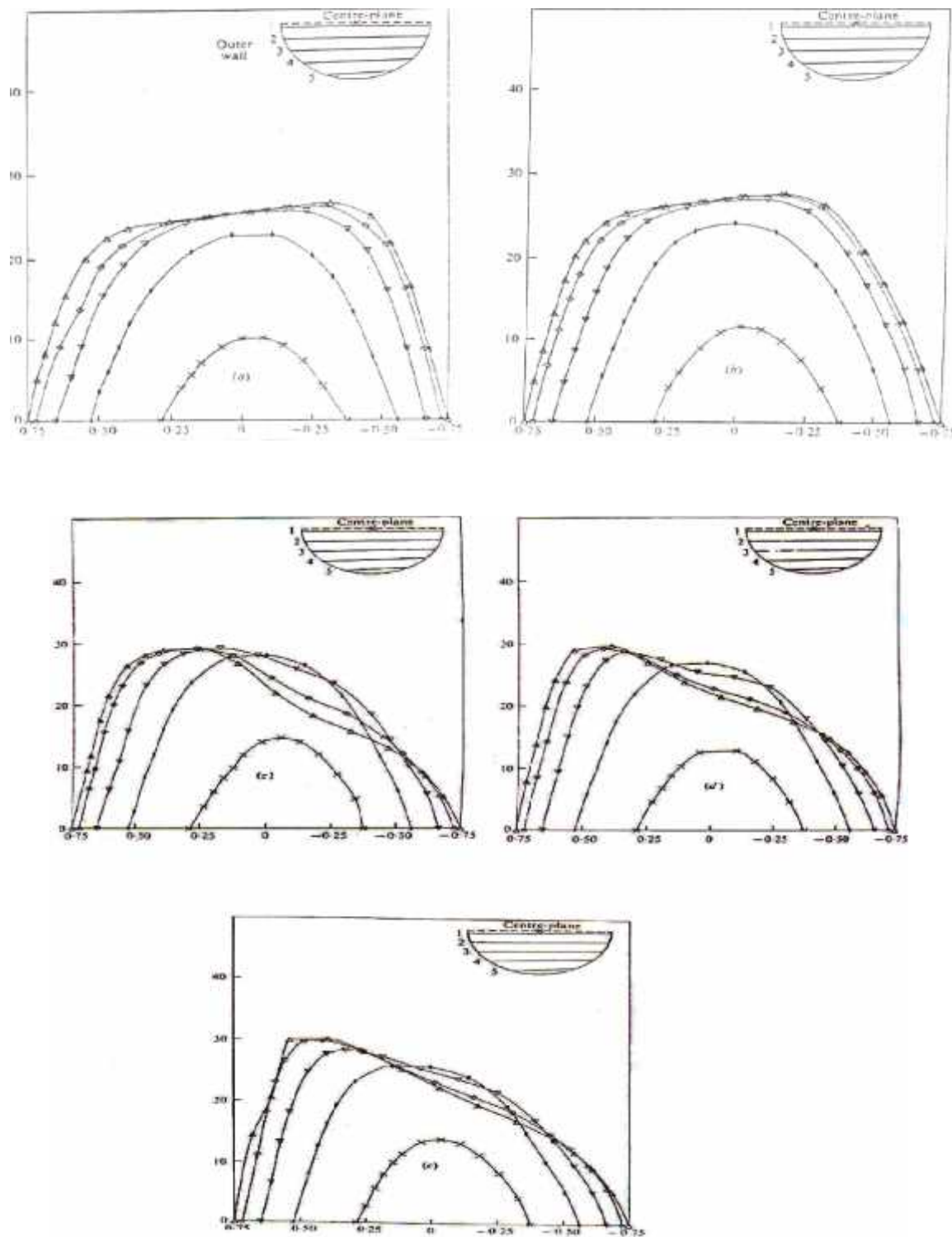


Figure II.5 : Profils de la vitesse axiale pour $a / R=1/7$, $K=183$, $w =18.1$ cm/s, (a) $l/a =1.84$ (b) $l/a = 3,68$, (c) $l/a = 7.34$, (d) $l/a = 13.44$, (e) $l/a = 19.54$.

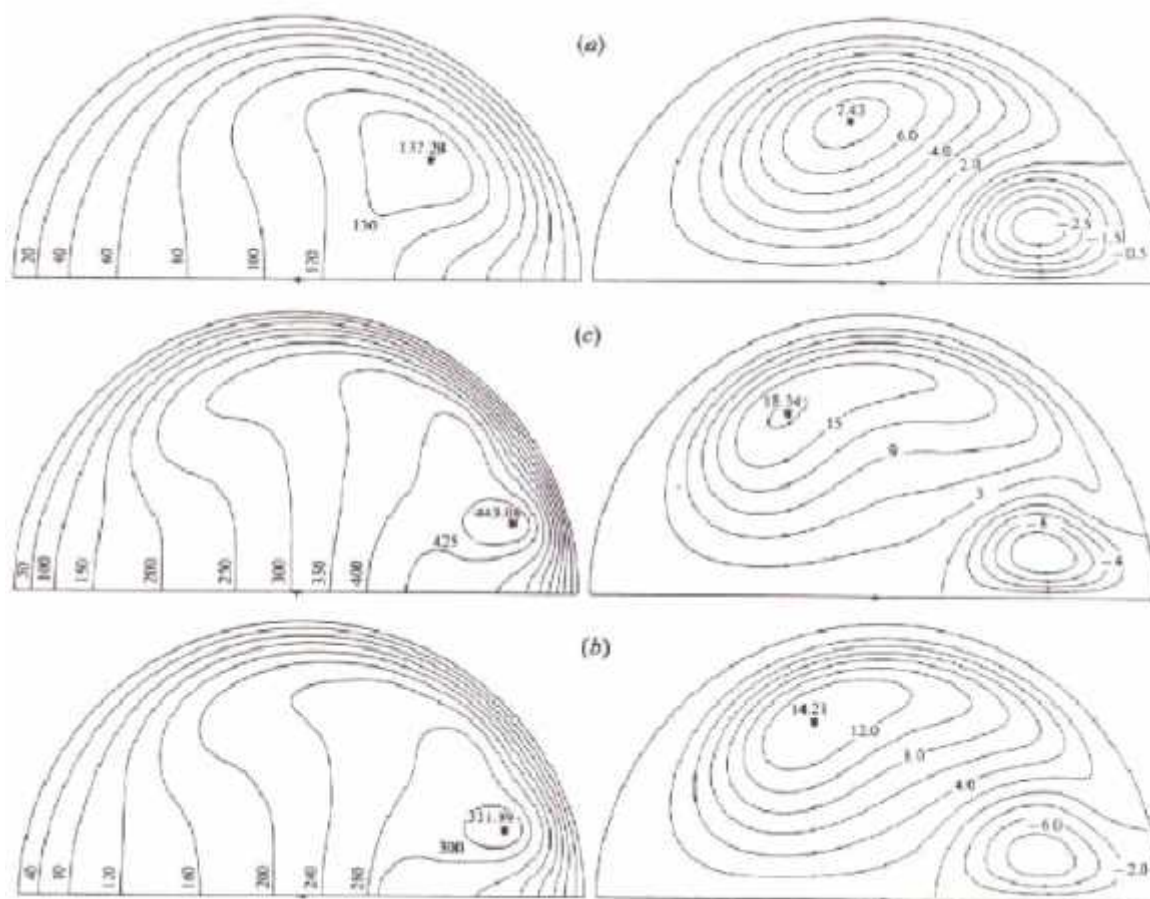


Figure II.6 : Contours de la vitesse axiale et des lignes de courant du mouvement pour une solution stable à quatre tourbillons (a) $K1/2 = 1000$, (b) $K1/2 = 3000$, (c) $K1/2 = 5000$ [14].

De nombreux chercheurs ont déterminé les caractéristiques des écoulements pulsatile et oscillatoire (périodique) dans le système cardio-vasculaire, et ceci afin de simuler l'écoulement du sang dans l'aorte et étudier les causes réelles de certaines maladies en rapport avec l'écoulement du sang dans les vaisseaux sanguins.

J. Y. Lin et J. M. Tarbell [15] ont remarqué que pour des fréquences intermédiaires apparaît un phénomène de résonance (interaction) entre le mouvement axiale et le mouvement secondaire, qui peut jouer un rôle sur la pathogénie de l'athérosclérose comme il peut affecter les contraintes de cisaillement aux parois et le débit massique. Leurs résultats expérimentaux sont étendus jusqu' à une valeur de Dean égales à 300.

L. J. Chang et J. M. Tarbell [16] se sont intéressé au dépôt des lipides sur la paroi postérieure de l'aorte thoracique (considéré comme un tube courbé).

J. Mullin et C. A. Greated [17] ont résolu les équations de Navier-stokes écrites en terme d'amplitude et de fréquence pour le cas complètement développé d'un écoulement oscillatoire. Leurs résultats montrent que pour un paramètre de fréquence 0.1 l'écoulement est établi; pour des valeurs 3 à 11 les résultats sont différents des travaux précédents et pour des valeurs intermédiaires (entre 1 et 11) l'écoulement est en régime de transition où le comportement est inattendu. Plus tard, les mêmes auteurs [18] ont fait une étude théorique pour un écoulement en développement. Parallèlement, ils ont réalisé un dispositif expérimental pour mesurer les profils de vitesse dans différents plans d'un coude de 180°, en utilisant l'anémomètre laser. Ils ont constaté que le profil dépend des paramètres de fréquence et de l'amplitude des oscillations. S. L. Waters et T. J. Pedley [19] ont étudié la formation des plaques athéromateuses sur les parois des artères coronaires. La complexité de l'écoulement pulsatile, par la diversité des phénomènes intéressants qu'il engendre et la difficulté qu'il présente pour les solutions analytiques, a fait que la majorité des travaux entrepris par la suite présentaient des solutions numériques pour différentes conditions d'entrée du débit volumique et du gradient de pression, ainsi que pour les différentes méthodes de calcul. Nous citons ici, C. Hamakiotes et S. A. Berger [20], Y. Komai et K. Tanishita [26] et T. Shorti et P. Hall [27]. Beaucoup de chercheurs se sont intéressés à d'autres géométries de conduite courbée. Selon J. H. Masliyah [28], pour le cas de conduite semi circulaire, le comportement de l'écoulement est similaire à celui à quatre tourbillons. Le même constat a été fait par W. Y. Soh [29] dans sa solution numérique pour un écoulement de fluide en développement dans une conduite courbée à section droite rectangulaire. Germano [30], par une extension des équations de Dean (1928), a conclu que, pour une conduite hélicoïdale de section droite elliptique, l'effet de torsion est d'ordre primaire sur l'écoulement secondaire, ce qui n'est pas le cas pour une section droite circulaire, ce résultat a été confirmé par Z. J. Suo et Z. Ben - Zhao [31]. En outre, ces auteurs ont trouvé que ce genre d'écoulement peut être obtenu par une combinaison entre un écoulement toroïdal et un écoulement dans une conduite tordue.

Pour un écoulement complètement développé, l'analyse de Dean définit le coefficient de frottement par :

$$\frac{16}{Re\lambda_c} = \left[1 - 0.03058 \left(\frac{k}{576} \right)^2 + 0.01195 \left(\frac{k}{576} \right)^4 \right] \quad (\text{II.6})$$

Pour des valeurs élevées de De , Barua [10], Mori et Nakayama [7] et Ito [6] ont donné, respectivement, les relations suivantes:

$$\frac{R_e \lambda_c}{16} = \frac{(1.122)^3}{4D_e} \left[1.1181 + \left\{ (1.181)^2 + \frac{D_e}{\sqrt{16}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^3 \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{R_e \lambda_c}{16} = 0.1080 \sqrt{D_e} \left[1 - 3.253 D_e - \frac{1}{2} \right]^{-1} \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{R_e \lambda_c}{16} = 0.1033 \sqrt{D_e} \left[\left(1 + \frac{1.729}{D_e} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1.315}{D_e^{\frac{1}{2}}} \right]^{-3} \quad (\text{II.9})$$

Les travaux expérimentaux faits sur la perte de charge pour un écoulement établi dans les conduites courbées ont été améliorés par les résultats expérimentaux de White [6] ainsi que ceux d'Adler [12] et Ito [4]. La relation empirique (II.10) de White [6] donne une bonne corrélation des résultats analytiques et numériques.

$$\frac{R_e \lambda_c}{16} = \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{11.6}{D_e} \right)^{0.45} \right\}^{2.222} \right]^{-1} \quad (\text{II.10})$$

Cette corrélation est valable pour $17 < De < 1000$.

La distribution de pression sur les parois de la conduite et certaines caractéristiques de performance sont influencés par les changements qui se produisent en amont du coude, alors qu'ils initialisent l'écoulement développé en s'approchant du coude. Cependant, ces altérations peuvent influencer la performance du coude.

Il existe deux approches analytiques qui peuvent procurer la distribution de la pression dans le plan central adjacent à l'entrée de la courbure. La première approche très utilisée, étudie l'évolution de l'écoulement non visqueux (potentiel) bidimensionnel. La deuxième, concernant les écoulements non visqueux avec rotation, donne une compréhension du développement du mouvement secondaire. Le fait de négliger la viscosité limite l'application de cette approche aux coudes. Cependant, les méthodes numériques en vertu de leurs propres suppositions, ne peuvent donner aucune information sur la perte de charge qui se produit dans un écoulement réel. Dans ces expériences, M. Rowe [32] a déterminé la distribution de la pression totale. La figure (I.4) illustre un exemple de résultats des contours de la pression totale mesurée.

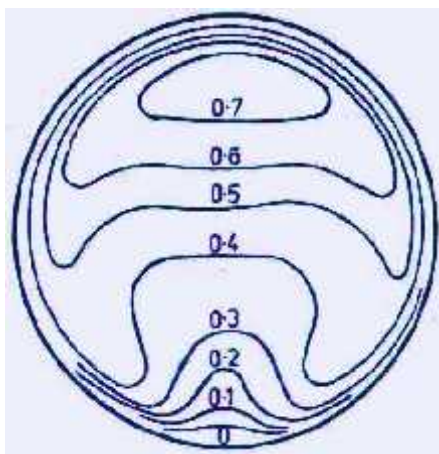


Figure II.8 : Distribution typique des contours de la pression totale dans une conduite courbée de 90° à section droite circulaire pour $a/R = 1/12$ et $Re = 2 \times 10^5$ [32].

II.3.2. la Conduite poreuse :

Pour le cas d'un milieu poreux occupant partiellement ou complètement une conduite courbée, il apparaît que de très rares travaux ont été menés que ce soit sur l'aspect hydrodynamique ou thermique. Les seuls travaux rapportés dans la littérature sont ceux publiés récemment par Nield et Kuznetsov [20], Cheng et Kuznetsov [26] et Cheng et Kuznetsov [27], concernant les écoulements dans des conduites hélicoïdales complètement poreuses. Ainsi Nield et Kuznetsov [20] ont présenté une analyse théorique d'une convection laminaire forcée dans une conduite hélicoïdale circulaire complètement poreuse, dans le cas où la courbure et la torsion du tube sont considérées toutes les deux petites. Le modèle de Darcy a été employé et la condition de flux uniforme ainsi que celle de température uniforme ont été considérées. Cheng et Kuznetsov [26] ont effectué une analyse numérique du comportement hydrodynamique d'un écoulement laminaire dans une conduite hélicoïdale poreuse. Ils ont utilisé le modèle de Darcy Brinkman Forchheimer. Les paramètres retenus pour leur analyse sont ceux caractérisant le milieu poreux, le nombre de Darcy, Da , et le coefficient de Forchheimer C_f , et ceux caractérisant la géométrie, la courbure adimensionnelle, β , et le rapport de la torsion à la courbure, γ . Leur investigation a montré, qu'un accroissement du nombre de Darcy a pour effet l'augmentation de la torsion du profil de la vitesse axiale et l'amélioration de l'écoulement secondaire. Et que l'accroissement du coefficient de Forchheimer a pour effet la diminution de la vitesse axiale et l'écoulement secondaire. D'un autre côté, la courbure adimensionnelle du conduit affecte la distribution de la vitesse axiale ainsi que l'écoulement secondaire, mais le rapport de torsion à la courbure à un effet visible seulement sur l'écoulement secondaire.

Par la suite, Cheng et Kuznetsov [27] se sont intéressés à l'écoulement laminaire et le transfert de chaleur dans une conduite hélicoïdale poreuse avec un flux de chaleur constant

à la paroi. Ils ont trouvé que lorsque le nombre de Darcy croît le maximum de la vitesse axiale augmente, l'écoulement secondaire devient plus intense, la température adimensionnelle diminue et le nombre de Nusselt devient plus petit. Ils ont noté que lorsque le coefficient de Forchheimer croît le maximum de la vitesse axiale diminue et l'écoulement secondaire devient plus faible, mais la valeur maximale de la température adimensionnelle et le nombre de Nusselt diminuent. Ils ont relevé que lorsque le nombre de Dean augmente, les valeurs maximales de la vitesse axiale adimensionnelle et de la température adimensionnelle diminuent et l'écoulement secondaire est plus intense. Par ailleurs, le nombre de Nusselt diminue avec le nombre de Dean. D'un autre côté l'augmentation du rapport de la torsion à la courbure n'a pas d'effet appréciable sur la vitesse axiale et sur le transfert de chaleur mais accentue l'écoulement secondaire.

CHAPITRE III
FORMULATION MATHÉMATIQUE

III. 1. Introduction :

Nous consacrons ce chapitre à la formulation mathématique par la mise en équation du problème physique, moyennant les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie régissant les champs dynamique et thermique avec des hypothèses spécifiques tout en définissant les conditions aux limites adéquates.

Ces équations seront écrites ensuite sous forme adimensionnelle afin de généraliser la formulation et les résultats.

III.2.Géométrie et systèmes de coordonnées :

La conduite horizontale de section droite circulaire de diamètre $2a$ présente une courbure formant un arc de rayon R . Pour étudier l'écoulement dans une telle conduite, il convient de choisir un système de coordonnées adéquat, à savoir, le système de coordonnées sphérique, (figure III. 1).

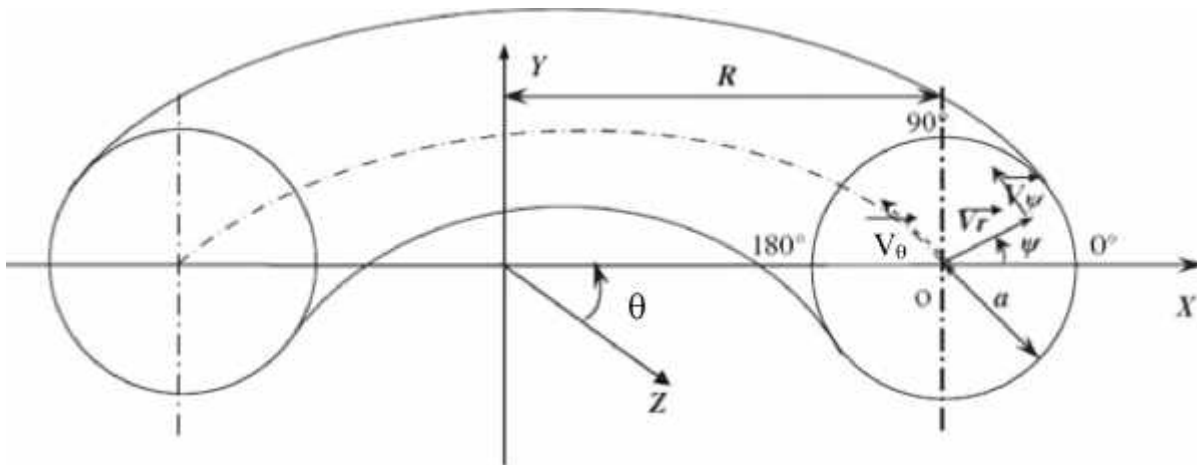


Figure (III. 1): Configuration géométrique et système de coordonnées

Ainsi, le vecteur \vec{V} à un point $M(r, \theta, \psi)$ peut être défini par ses trois composantes

(V_r, V_ψ, V_θ) Ces trois composantes représentent respectivement la vitesse radiale, tangentielle et la vitesse principale (azimutale). Dans la suite on notera :

$$\begin{cases} V_r = u \\ V_\psi = v \\ V_\theta = w \end{cases}$$

III.3. Formulation mathématique :

III.3.1 Hypothèses :

Vu la complexité du problème, Pour étudier l'écoulement dans une conduite cylindrique horizontale courbée, un ensemble d'hypothèses est pris en compte.

- La conduite courbée considérée est horizontale.
- Fluide Newtonien et incompressible.
- Régime d'écoulement laminaire et stationnaire.
- Conduite à grand rayon de courbure.
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes et uniformes.
- Milieu poreux homogène et isotrope.
- L'écoulement est complètement développé.

III.3.2. Equations gouvernantes :

Les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer régissent le mouvement du fluide dans la conduite.

Equation de continuité :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \frac{\rho C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \cdot \vec{V} \quad (\text{III.2})$$

Equation d'énergie :

$$(\rho \cdot C_p) \vec{V} \cdot \nabla T = K_{eff} \nabla^2 T \quad (\text{III.3})$$

Coordonnées toroïdales ces équations s'écrivent :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \psi} = 0 \quad (\text{III.4})$$

Equation de continuité :

Equation de quantité de mouvement :

Direction radiale :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} - \frac{v^2}{r} - \frac{w^2 \cos \psi}{R} \right) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu_{eff} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \psi} \right) \left[\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} \right] - \left[\frac{\mu_{eff}}{K} + \frac{\rho C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \right] \cdot u \quad (\text{III.5}) \end{aligned}$$

Direction tangentielle :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \psi} + \frac{uv}{r} + \frac{w^2 \sin \psi}{R} \right) \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \mu_{eff} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} \right) - \left[\frac{\mu_{eff}}{K} + \frac{\rho C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \right] \cdot v \quad (\text{III.5}) \end{aligned}$$

Direction principale :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \psi} \right) \\ = -\frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu_{eff} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \psi} \right) \right) \right] - \left[\frac{\mu_{eff}}{K} + \frac{\rho C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \right] \cdot w \quad (\text{III.7}) \end{aligned}$$

Avec $|\vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ et C_f : le coefficient de Forchheimer. Et K la perméabilité

de la matrice poreuse.

Equation de conservation d'énergie :

$$(\rho C_p)_f \left(u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{w}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \frac{K_{eff}}{R} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left[rR \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{R}{r} \frac{\partial T}{\partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{R}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \right) \quad (\text{III.8})$$

III.3.3. Conditions aux limites dimensionnelles :

Le coude étant rigide (impénétrable), incompressible et immobile; les composantes du vecteur vitesse sont nulles sur toute la paroi (principe d'adhérence et de non pénétration) :

Pour $r = a$; $\forall \psi$ et θ

$$u = v = w = 0$$

$$\tau = -\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

Condition de symétrie :

$$\frac{\partial w}{\partial \psi} = 0$$

La gradient de pression suivant r est constant :

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} = G$$

III.3.4. Formulation fonction de courant-vorticité :

On peut résoudre le système d'équations obtenu avec l'une des trois formulations suivantes :

- Formulation en variables primitives : \vec{V}, \vec{P}
- Formulation 'Vecteur vitesse-Vecteur rotationnel' : $\vec{V}, \vec{\Omega}$
- Formulation 'Vecteur potentiel-Vecteur rotationnel' : $\vec{f}, \vec{\Omega}$

• Dans ce présent travail, nous avons choisi la dernière. Nous introduisons le vecteur rotationnel $\vec{\Omega}$ défini comme suit :

$$\vec{\Omega} = \nabla \wedge \vec{V} \quad (\text{III.9})$$

Pour un fluide visqueux, et en forme indicielle :

$$\Omega_{i,j} = \left[\frac{\partial u_j}{\partial X_i} - \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right] \quad (\text{III.10})$$

Equation de vorticité :

$$u \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial \psi} = v \nabla^2 \Omega - \frac{1}{R} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w^2}{\partial \psi} \cos \psi + \frac{\partial w^2}{\partial r} \sin \psi \right) \quad (\text{III.11})$$

avec :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2}$$

Équation de fonction de courant :

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi}$$

On définit la fonction de courant par :

$$u = -r^{-1} \frac{\partial f}{\partial \psi}$$

$$v = \frac{\partial f}{\partial r}$$

En remplaçant u et v par leurs expressions dans l'expression de l'équation de vorticité, on aboutit à l'équation de fonction de courant suivante :

$$\Omega = \nabla^2 f \quad (\text{III.12})$$

III.3.5. Mise de système en forme adimensionnelle :

A fin de rendre le problème unique et pour que les résultats obtenus puissent être généralisés à tous les phénomènes similaires, nous introduirons un ensemble de variables réduites. Les Variables réduites sont définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 r^* = r_{red} &= \frac{r}{a} ; \alpha = \frac{a}{R} ; \theta^* = \frac{R\theta}{aR_e} && \text{(coordonnées)} \\
 w^* = w_{red} &= \frac{w}{w_0} \left(w_0 = \frac{Ga^2}{4\mu} \right) ; u^* = \frac{u}{v/a} ; v^* = \frac{v}{v/a} && \text{(Vitesses)} \\
 P^* &= \frac{P}{\rho w_0^2} && \text{(pression)} \\
 T^* &= \frac{T_p - T}{\tau a P_e} ; && \text{(Temperature)} \\
 \Omega^* &= \frac{\Omega}{v/a^2} && \text{(Vorticité)} \\
 R_e &= \frac{\rho w_0 a}{\mu} = \frac{Ga^3}{4\mu v} && \text{(nombre de Reynolds)} \\
 P_r &= \frac{vK}{\rho C_p} && \text{(nombre de Prandtl)} \\
 P_e &= R_e \cdot P_r = \frac{Ga^3}{4\mu\sigma} && \text{(nombre de Peclet)}
 \end{aligned}$$

Avec :

a : rayon de la conduite (m).

$\sigma = \frac{\rho C_p}{K}$ Diffusivité thermique (W/m °C).

α : Coefficient de courbure.

ν : Viscosité cinématique (m²/s).

μ : Viscosité dynamique (Kg/m.s).

τ : Gradient de température.

θ : Angle principal.

Equation de vorticité :

$$\begin{aligned}
 u^* \frac{\partial \Omega^*}{\partial r^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial \Omega^*}{\partial \psi} &= \left(\frac{\mu_{eff}}{\mu_f} \right) \nabla^2 \Omega^* - D_e \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial w^{*2}}{\partial \psi} \cos \psi + \frac{w^{*2}}{r^*} \sin \psi \right] - \left(\frac{\mu_{eff}}{\mu_f} \right) \frac{\varepsilon}{D_a} \Omega^* \\
 &\quad - \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{D_a}} |\vec{V}| \Omega^* - \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{D_a}} \left(\frac{u^*}{r^*} \frac{\partial |\vec{V}|}{\partial \psi} + v^* \frac{\partial |\vec{V}|}{\partial r^*} \right) \tag{III.13}
 \end{aligned}$$

Equation de la direction principale :

$$u^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \psi} = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f} \nabla^2 w^* - \left[\frac{\varepsilon \mu_{eff}}{\mu_f D_a} + \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{D_a}} |\vec{V}| \right] w^* \quad (\text{III.14})$$

Equation de l'Energie :

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial T^*}{\partial \psi} = \frac{k_{eff}}{k_f} \frac{1}{Pr} \nabla^2 T^* - \alpha Re \left(1 - \frac{r^*}{a} \right) w^* \quad (\text{III.15})$$

III.4. Conditions aux limites adimensionnelles :

III.4.1. Conditions aux limites dynamiques :

Le coude étant rigide (impénétrable), incompressible et immobile; les composantes du vecteur vitesse sont nulles sur toute la paroi (principe d'adhérence et de non pénétration) :

Pour $r^* = 1$; $\forall \psi$ et θ

$$u^* = v^* = w^* = 0$$

$$\Omega^* = f = 0$$

Dans le plan horizontal : $(\psi = 0, \pi)$:

$$\forall r^* : v^* = 0$$

Condition de symétrie :

$$\frac{\partial w^*}{\partial \psi} = 0$$

La gradient de pression suivant θ est constant :

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} = G$$

III.4.2. Conditions aux limites thermiques :

Pour $r^* = 1$

$$T^* = 0$$

Pour $r^* = 0$, gradient de température constant :

$$\tau = -\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

III.5. Nombre de Nusselt et coefficient de frottement :

III.5.1. Le nombre de Nusselt :

La température moyenne dans la section droite est donnée par la formule suivantes :

$$T_m = \frac{1}{U_m \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 u T r dr d\theta$$

$$U_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 u r dr d\theta \quad (\text{vitesse moyenne})$$

$$q = h(T_p - T_m) \Rightarrow h = \frac{q}{(T_p - T_m)}$$

$$Nu = \frac{2a \cdot h}{k}$$

$$Nu = \frac{2a \cdot q}{k(T_p - T_m)}$$

III.5.2. Le coefficient de frottement:

D'après Yao et Prusa le rapport des coefficients de frottement entre une conduite courbée et une autre directe est donné par la relation [11] :

$$\lambda_c/\lambda_d = 0.5/Q_c$$

Avec :

λ_c : Coefficient du frottement dans une conduite courbée.

λ_d : Coefficient du frottement dans une conduite directe.

Q_c : Débit volumique dans la conduite courbée.

Le coefficient de frottement dans une conduite directe est donné par :

$$\lambda_d = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda_c/\lambda_d = 0.5/Q_c \Rightarrow \lambda_c = 0.5\lambda_d/Q_c$$

$$\lambda_c = 0.5 \left(\frac{64}{Re} \right) / Q_c$$

$$Q_c = w \cdot s$$

$$\varepsilon = \frac{s}{s_{tot}} \Rightarrow s = \varepsilon \cdot s_{tot}$$

Donc :

$$\lambda_c = \frac{128}{Re \cdot w \cdot \varepsilon \cdot \pi \cdot a^2}$$

CHAPITRE IV
MODELISATION NUMERIQUE

IV.1. INTRODUCTION :

Pour chercher la solution permanente du système d'équations (III. 13) à (III. 15), deux méthodes différentes peuvent être employées. La solution stationnaire, si elle existe est obtenue directement en résolvant soit, les équations stationnaires soit les équations instationnaires qui sont toutes " parabolisées " à l'exception des équations elliptiques du vecteur potentiel; on peut dans ce deuxième cas avancer dans le temps jusqu'à ce que la solution n'évolue plus.

Quand les équations stationnaires sont résolues un double schéma itératif est nécessaire, puisque les équations sont couplées. Par contre, lorsque les équations instationnaires sont utilisées, les itérations externes sont remplacées par un avancement dans le temps. Il faut noter que dans la plupart des cas, seule la solution permanente est recherchée. Si cette solution existe elle est unique et peut être obtenue plus efficacement en introduisant à l'intérieur des équations de conservation un terme, dit Pseudo transitoire [35].

L'introduction d'un terme pseudo-transitoire conduit a un système d'équations "parabolisées" qui sont résolues en avançant dans le temps.

Dans le cadre de ce travail, nous allons utiliser cette méthode. Les équations seront discrétisées spatialement par une méthode de différences finies et l'avancement dans le temps sera effectué avec un pas de temps pour chaque équation en utilisant une méthode de directions alternées (A.D.I) [34,35], ainsi chaque itération comprendra deux étapes de calcul

IV.2. DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS :

Les dérivées spatiales intervenant dans les termes de diffusion et de source seront discrétisées en utilisant un schéma aux différences finies centrées du deuxième ordre [35]. Pour une variable w dépendant de x on obtient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta x} + o(\Delta x^2) \quad \text{IV .1}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{\Delta x^2} + o(\Delta x^2) \quad \text{IV .2}$$

Où i, j représentent les indices des nœuds régulièrement espacés du maillage choisi; **La figure .1** montre le maillage régulier adopté pour la représentation des nœuds dans le domaine d'étude, qui est la section droite de la conduite courbée.

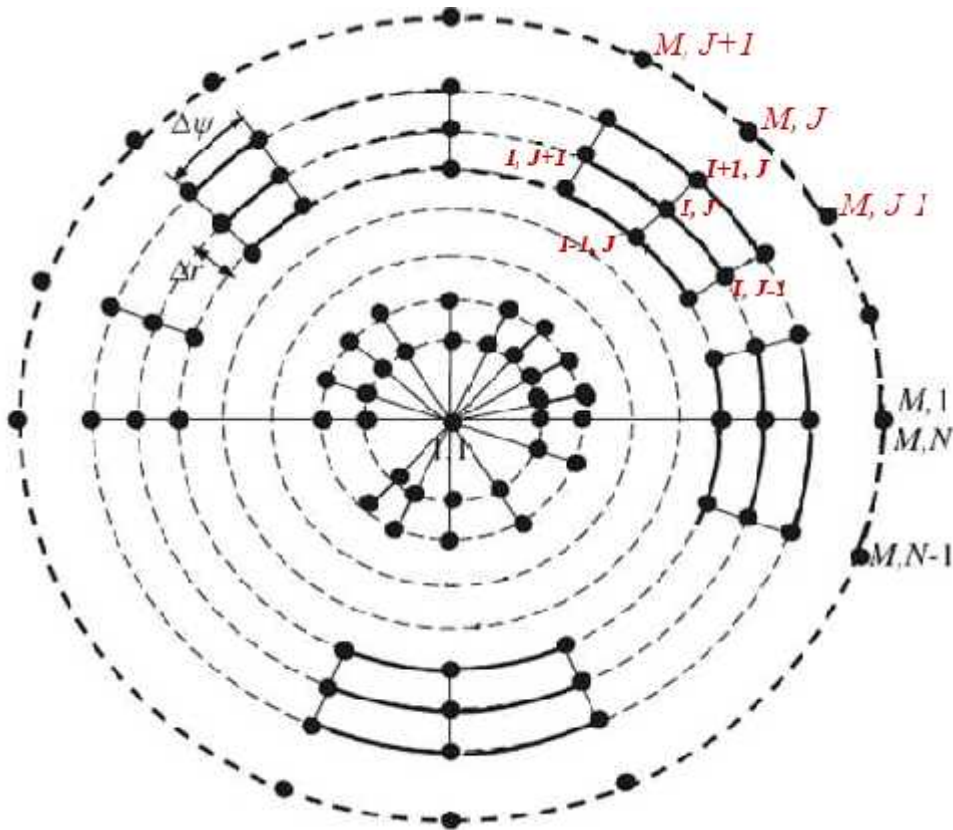


Figure IV.1 : Représentation du maillage pour une section droite du coude

$$\text{Avec : } \begin{cases} \Delta r = a / (I_{max} - 1) \\ \Delta \psi = 2\pi / (J_{max} - 1) \end{cases}$$

I_{max} et J_{max} sont les nombres de points suivant r et ψ , respectivement. M et N sont les nombres de nœuds équivalents à I_{max} et J_{max} . Nous aboutissons à un système d'équations sous forme algébrique.

IV.2.1. ÉQUATION DISCRETISEE DE L'ECOULEMENT PRINCIPAL :

$$\begin{aligned} \frac{w_{i,j}^{*n+1} - w_{i,j}^{*n}}{\Delta t} = & - \left(u_{i,j}^* \frac{w_{i+1,j}^* - w_{i-1,j}^*}{2\Delta r} + v_{i,j}^* \frac{w_{i,j+1}^* - w_{i,j-1}^*}{2r\Delta\psi} \right) \quad \text{IV.3} \\ & + \frac{w_{i+1,j}^* - 2w_{i,j}^* + w_{i-1,j}^*}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{w_{i+1,j}^* - w_{i-1,j}^*}{2\Delta r} \\ & + \frac{w_{i,j+1}^* - 2w_{i,j}^* + w_{i,j-1}^*}{r^2\Delta\psi^2} + Re \left(1 - \frac{r}{a} \right) - \left(Rv \frac{\varepsilon}{Da} + \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} |v_{i,j}^*| \right) w_{i,j}^* \end{aligned}$$

IV.2.2. ÉQUATION DISCRETISEE DE LA VORTICITE :

$$\begin{aligned}
\frac{\Omega_{i,j}^{n+1} + \Omega_{i,j}^n}{\Delta t} = & - \left(u^*_{i,j} \frac{\Omega^*_{i+1,j} - \Omega^*_{i-1,j}}{2\Delta r} + v^*_{i,j} \frac{\Omega^*_{i,j+1} - \Omega^*_{i,j-1}}{2r\Delta\psi} \right) \\
& + \frac{\Omega^*_{i+1,j} - 2\Omega^*_{i,j} + \Omega^*_{i-1,j}}{\Delta r^2} + \frac{\Omega^*_{i+1,j} - \Omega^*_{i-1,j}}{2r\Delta r} + \frac{\Omega^*_{i,j+1} - 2\Omega^*_{i,j} + \Omega^*_{i,j-1}}{\Delta r^2 \Delta\psi^2} \\
& - \frac{De}{\alpha} \left[\frac{w^{*2}_{i+1,j} - w^{*2}_{i-1,j}}{2\Delta r} \sin(\psi(j)) - \frac{w^{*2}_{i,j+1} - w^{*2}_{i,j-1}}{2r\Delta\psi} \cos(\psi(j)) \right] \\
& - \left(Rv \frac{\varepsilon}{Da} - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} |v^*_{i,j}| \right) \Omega^*_{i,j} \\
& - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \left(v^*_{i,j} \frac{|v^*_{i,j+1}| - |v^*_{i,j-1}|}{r\Delta\psi} + v^*_{i,j} \frac{|v^*_{i,j+1}| - |v^*_{i,j-1}|}{\Delta r} \right) \quad \text{IV .4}
\end{aligned}$$

IV.2.3. ÉQUATION DISCRETISEE DE LA FONCTION DE COURANT :

$$\frac{F_{i,j}^{n+1} - F_{i,j}^n}{\Delta t} = -\Omega^*_{i,j} - \left[\frac{F_{i+1,j} - 2F_{i,j} + F_{i-1,j}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{F_{i+1,j} - F_{i-1,j}}{2\Delta r} + \frac{F_{i,j+1} - 2F_{i,j} + F_{i,j-1}}{r^2 \Delta\psi^2} \right] \quad \text{IV .5}$$

IV.2.4. ÉQUATION D'ENERGIE DISCRETISEE :

$$\begin{aligned}
\frac{T^*_{i,j}{}^{n+1} - T^*_{i,j}{}^n}{\Delta t} = & - \left(u^*_{i,j} \frac{T^*_{i+1,j} - T^*_{i-1,j}}{2\Delta r} + v^*_{i,j} \frac{1}{r} \frac{T^*_{i,j+1} - T^*_{i,j-1}}{2\Delta\psi} \right) \\
& + \frac{1}{Pr} \left(\frac{T^*_{i+1,j} - 2T^*_{i,j} + T^*_{i-1,j}}{\Delta r^2} + \frac{T^*_{i+1,j} - T^*_{i-1,j}}{2r\Delta r} \right. \\
& \left. + \frac{T^*_{i,j+1} - 2T^*_{i,j} + T^*_{i,j-1}}{r^2 \Delta\psi^2} \right) - \alpha Re \left(1 - \frac{r}{a} \right) w^*_{i,j} \quad \text{IV .6}
\end{aligned}$$

IV.3. CONDITIONS AUX IMITES :

I=M, J=1,N

$U^*_{M,j} = V^*_{M,j} = W^*_{M,j} = F_M, J = 0$

Pour la vorticité, il n'existe pas de conditions aux limites pour le vecteur rotationnel, ses valeurs aux parois sont déduites des conditions sur la vitesse ou sur la fonction de courant, créant ainsi un couplage entre les équations. L'approximation de ces conditions aux limites est délicate car

elle peut engendrer des instabilités d'ordre numérique. Plusieurs méthodes sont utilisées pour approximer la vorticité aux parois. Dans notre cas, la vorticité sera exprimée en fonction de la fonction de courant [9], [11].

$$\Omega_M^* = -2f_{M-1}/\Delta r^2 \quad \text{IV .7}$$

A fin de réduire au maximum les instabilités numériques pouvant apparaître au cours de l'intégration temporelle, la condition précédente peut être sous relaxée de la manière suivante :

$$\Omega_M^{*n+1} = \omega \left(-2f_{M-1}^n / \Delta r^2 \right) + (1 - \omega) \Omega_M^{*n} \quad \text{IV .8}$$

O  Ω_M^{*n} représente la valeur ancienne obtenue à la paroi et ω le coefficient de

sous relaxation. On notera que le calcul de la fonction de courant n'est pas sous relaxé.

IV.4. SCHÉMA D'AVANCEMENT DANS LE TEMPS :

L'intégration dans le temps du système d'équations (III.13)   (III.15) peut s'effectuer par la méthode ADI dans laquelle la variable w est calculée lors du balayage intermédiaire. La méthode ADI (Méthode itérative par direction alternée) utilisée dans la configuration est une méthode précise en $\mathcal{O}(\Delta x^2 + \Delta t^2)$.

IV.5. SYSTÈME LINÉAIRE D'ÉQUATIONS :

Afin d'obtenir la valeur de la variable au temps $n+1$ à partir de sa valeur au temps n , il est nécessaire d'effectuer deux balayages successifs suivant les deux directions r et ψ , les termes non linéaires des équations sont tous calculés par rapport au temps précédent.

Les deux balayages se dérivent de la manière suivante :

1er balayage :

$$\frac{2}{\Delta t} (\phi' - \phi^n) = A\phi' + B\phi^n + D^n \quad \text{IV .9}$$

2^{ème} balayage :

$$\frac{2}{\Delta t}(\phi^{n+1} - \phi') = A\phi' + B\phi^{n+1} + D^n \quad \text{IV .10}$$

La méthode (ADI) qui est une méthode semi itérative (ou semi- directe), combine entre la méthode de Gauss Seidel et l'algorithme de Thomas. Les équations trouvées sont de la forme:

$$A_I\phi_I = B_I\phi_{I+1} + C_I\phi_{I-1} + B_J\phi_{J+1} + C_J\phi_{J-1} + b \quad \text{IV .11}$$

On choisit une direction du domaine (soit la direction I) et on considère les variables de l'autre direction (J) comme connues. Les équations peuvent être mises sous une forme tridiagonale :

Pour $I = 1, M_{\max}$

$$E_I\phi_{I-1} + A_I\phi_I + C_I\phi_{I+1} = D_I \quad \text{IV .12}$$

ϕ Représente les différentes variables w^*, Ω^*, f et T^* lors du premier algorithme et du et du deuxième balayage.

Les équations obtenues sont résolues par deux algorithmes de Thomas, le premier algorithme suivant la direction r et l'autre cyclique suivant ψ ($0 < \psi < 2\pi$)

a- ALGIRITHME DE THOMAS :

On considère deux vecteurs E et F tel que :

Ou bien

$$\phi_I = E_I\phi_{I+1} + F_I \quad \text{IV .13}$$

$$\phi_{I-1} = C\phi_I + F_{I-1} \quad \text{IV .14}$$

$$\phi_J = E_I\phi_{J+1} + F_I \quad \text{IV .15}$$

Il est alors possible de déterminer E_1 , et F_1 :

$$E_1 = \frac{F_1 A_1}{A_1 - C_1 E_{1-1}} \quad \text{IV .16}$$

$$F_1 = \frac{D_1 + C_1 F_{1-1}}{A_1 - C_1 E_{1-1}} \quad \text{IV .17}$$

La procédure de l'algorithme de thomas peut alors se faire de la manière suivante :

- 1- E_1 et F_1 sont donnés par les conditions aux limites.
- 2- Calcul de E_1 et F_1 ; par les relations I V . 16 et I V . 17 de $M = 2$ à $M_{\max} - 1$, où M_{\max} représente le nombre de points dans la direction du balayage considéré (la direction I dans ce cas).
- 3- ϕ_{\max} est donné par les conditions aux limites.
- 4- Calcul du champ ϕ_1 , à partir de la relation I V . 15, allant de $M_{\max} - 1$ à 1.

b- ALGIRITHME DE THOMAS CYCLIQUE :

Cet algorithme suit une procédure de substitution pour résoudre un système d'équations algébrique ayant des conditions aux limites cycliques, telles que le cas des écoulements périodiques. Cet algorithme diffère du précédent dans l'écriture des équations aux conditions aux limites.

Pour $J=1$

$$\phi_{J-1} = \phi_{N_{\max}-1} \quad \text{IV .18}$$

Et pour $J=N_{\max}-1$

$$\phi_{J+1} = \phi_1 \quad \text{IV .19}$$

La procédure à suivre est identique à celle de l'algorithme précédent. On résout le système d'équations suivant : Pour $J= 2$ à $N_{\max}-1$

$$A_J \phi_J = B_J \phi_{J+1} + C_J \phi_{J-1} + D_J \quad \text{IV .20}$$

Tout d'abord, on fait la transformation suivante :

$$\phi_j = E_j \phi_{j+1} + F_j \phi_{j-1} + G_j \quad \text{IV .21}$$

Avec :

de $J=2$ à $N_{\max}-2$

$$E_j = \frac{B_j}{A_j - C_j E_{j-1}} \quad \text{IV .22}$$

$$F_j = \frac{C_j F_{j-1}}{A_j - C_j E_{j-1}} \quad \text{IV .23}$$

$$G_j = \frac{D_j + C_j G_{j-1}}{A_j - C_j E_{j-1}} \quad \text{IV .24}$$

Où $E_1 = B_1/A_1$, $F_1 = C_1/A_1$ et $G_1 = D_1/A_1$ La valeur de ϕ_{n-1} est déterminée par l'écriture de la première équation au nœud $J = N_{\max}-1$. Dans cette équation, ϕ_1 est substitué en termes de ϕ_2 et à partir de l'équation I V . 2 ; ensuite, ϕ_2 est substitué en termes de ϕ_3 et ϕ_{n-1} , jusqu' à obtenir une seule équation à une seule inconnue ϕ_{n-1} .

Les étapes de calcul à suivre sont :

$$P_{cJ} = Q_{cJ-1} - Q_{cJ-1} F_{J-1} \quad \text{IV .25}$$

$$Q_{cJ} = Q_{cJ-1} E_{J-1} \quad \text{IV .26}$$

$$R_{cJ} = R_{cJ-1} + Q_{cJ-1} G_{J-1} \quad \text{IV .27}$$

$$P_{c1} = A_{N-1} \quad \text{IV .28}$$

$$Q_{c1} = B_{N-1} \quad \text{IV .29}$$

$$R_{c1} = D_{N-1} \quad \text{IV .30}$$

La valeur de ϕ_{N-1} est déterminée par :

$$\phi_{N-1} = \frac{G_{N-2}(Q_{cN-2} + C_{N-1}) + R_{cN-2}}{P_{N-2}(Q_{cN-2} + C_{N-1})(E_{N-2} + F_{N-2})} \quad \text{IV .31}$$

Finalement, l'équation I V . 21 est utilisée pour retrouver $\phi_J (J= -2$ à $1)$, par simple substitution.

C- PROCEDURE DE CALCUL :

La méthode itérative de Gauss Seidel est utilisée pour les équations du mouvement central, d'énergie, de la vorticité et de la fonction de courant. A l'étape intermédiaire seule les nouvelles valeurs des variables dépendantes sont utilisées. La procédure itérative s'exécute comme suit :

- 1- L'équation de la vorticité est r solv e en utilisant les nouvelles valeurs de \mathbf{w}^* et \mathbf{T}^* les anciennes valeurs de \mathbf{u}^* \mathbf{v}^* et h^* et les nouvelles valeurs de h^* si elles sont disponibles;
- 2- L'équation de la fonction de courant est r solv e à partir de l'équation **I V . 5** ;
- 3- L'équation du mouvement central est r solv e à partir de l'équation **I V . 3** en utilisant les nouvelles valeurs de \mathbf{w}^* ($r = 0$), les anciennes valeurs de \mathbf{u}^* et \mathbf{v}^* ou \mathbf{w}^* , et les nouvelles valeurs de \mathbf{w}^* , lorsqu'elles sont disponibles.
- 4- L'équation d'énergie est r solv e en utilisant les nouvelles valeurs de \mathbf{T}^* ($r = 0$), les valeurs anciennes de \mathbf{u}^* et \mathbf{v}^* et les nouvelles valeurs de \mathbf{T}^* , si elles sont disponibles.

Cette séquence est répétée jusqu' à ce que la solution converge avec un critère de convergence bien décrit.

IV.6.ORGANIGRAMME ET CRITÈRE DE CONVERGENCE :

Sachant que la vorticité semble être la variable la plus sensible, on va l'utiliser pour définir le critère de convergence. Pour deux itérations successives n et $n+1$, on doit avoir

$$\|\Omega\| \leq \varepsilon$$

Avec : $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5}$

$$\|\varepsilon\| = \frac{\sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N (\Omega^n - \Omega^{n+1})^2}{\sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N (\Omega^{n+1})^2}$$

Ce critère est adopté par [11], [12].

IV.6.1. CONSISTANCE :

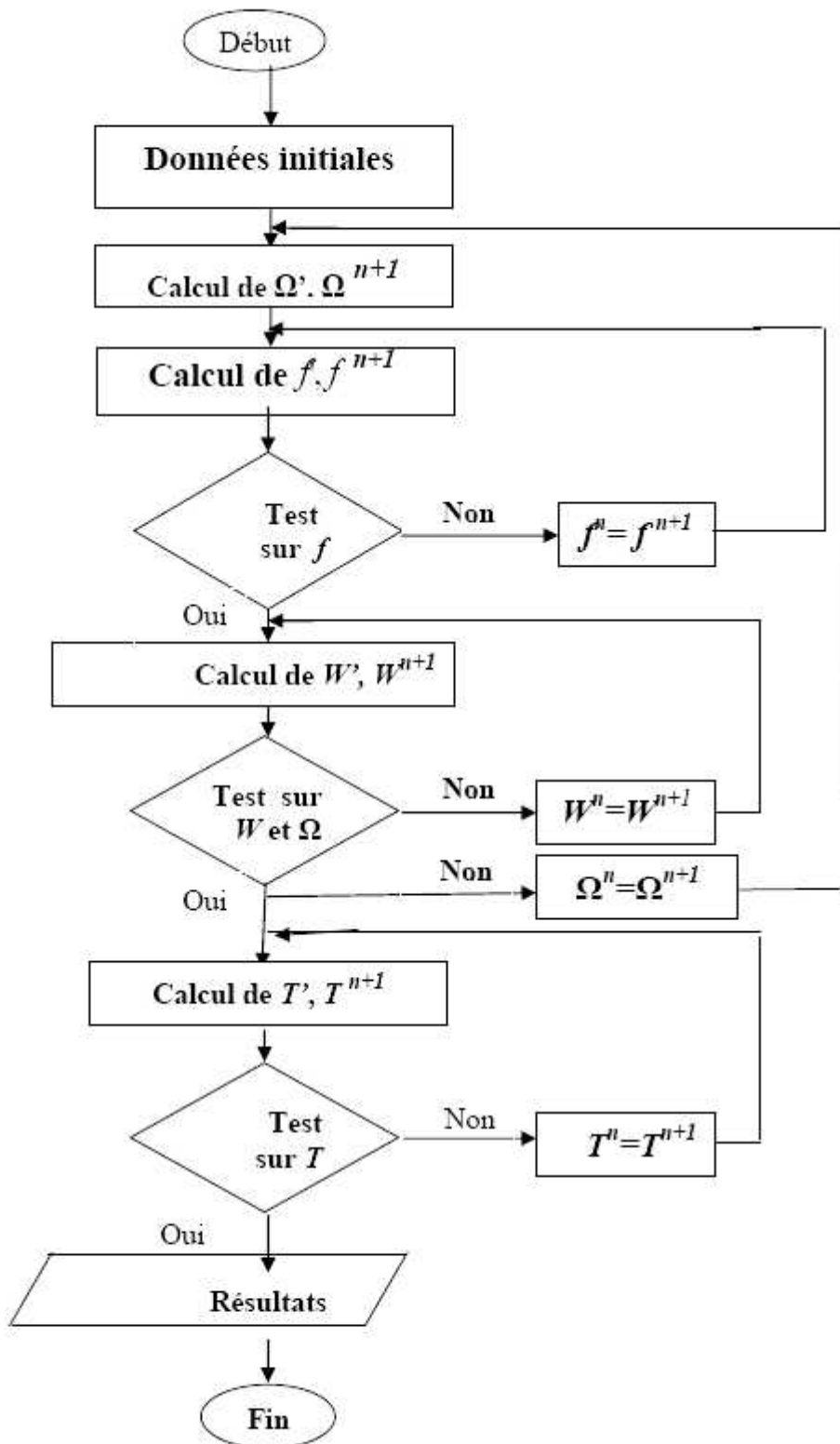
On dit qu'un schéma est consistant si l'erreur d'approximation de l'équation différentielle tend vers zéro, lorsque les pas $\Delta\psi$ et Δr et Δt tendent vers zéro. Plus le nombre de nœuds est grand, plus l'équation algébrique tend vers l'équation différentielle ; mais à partir d'un certain nombre, le schéma devient encombrant, le temps de calcul augmente et l'influence du nombre de nœuds devient insignifiante.

IV.6.2. STABILITE :

la stabilité est liée aux problèmes évolutifs, c'est-à-dire, paraboliques. Elle exprime le comportement des erreurs d'arrondi lorsque le temps augmente. On dit qu'un schéma est stable, si la différence entre la solution numérique et théorique est bornée en tout point, lorsque t augmente en maintenant U constante.

Nous analysons la stabilité au sens de Von Newman [35] pour la méthode ADI. Sous ce critère, le schéma est consistant et stable, ce qui, d'après le théorème de Lax [35] pour un problème bien posé, est une condition nécessaire et suffisante pour la convergence du schéma.

IV.7 .ORGANIGRAMME :



CHAPITRE V
RESULTATS ET INTERPRETATIONS

V.1.Introduction :

Dans ce chapitre, après une validation du code de calcul et une analyse de la sensibilité du maillage nous présenterons les résultats obtenus pour les champs dynamique (profil de la vitesse axiale, lignes de vorticité) et thermique (température adimensionnelle, nombre du Nusselt). Cette analyse se fera en étudiant les effets du nombre de Dean et du nombre de Darcy sur ces paramètres.

V.2.Validation du modèle et sensibilité du maillage :

V.2.1.Validation du modèle :

La figure V.1 représente le profil de la vitesse axiale adimensionnelle sur le plan horizontal de la section droite de la conduite courbée, obtenus par le modèle et celui par le modèle de Dean, pour un faible nombre de Dean, un rapport $a/R = 0.01$, et un grand nombre de Darcy (milieu fluide).

Nous pouvons constater d'après cette figure que les deux courbes sont très proche l'une de l'autre (faible écart avec une erreur de 5.237%). Ce résultat indique le bon degré de validité du modèle.

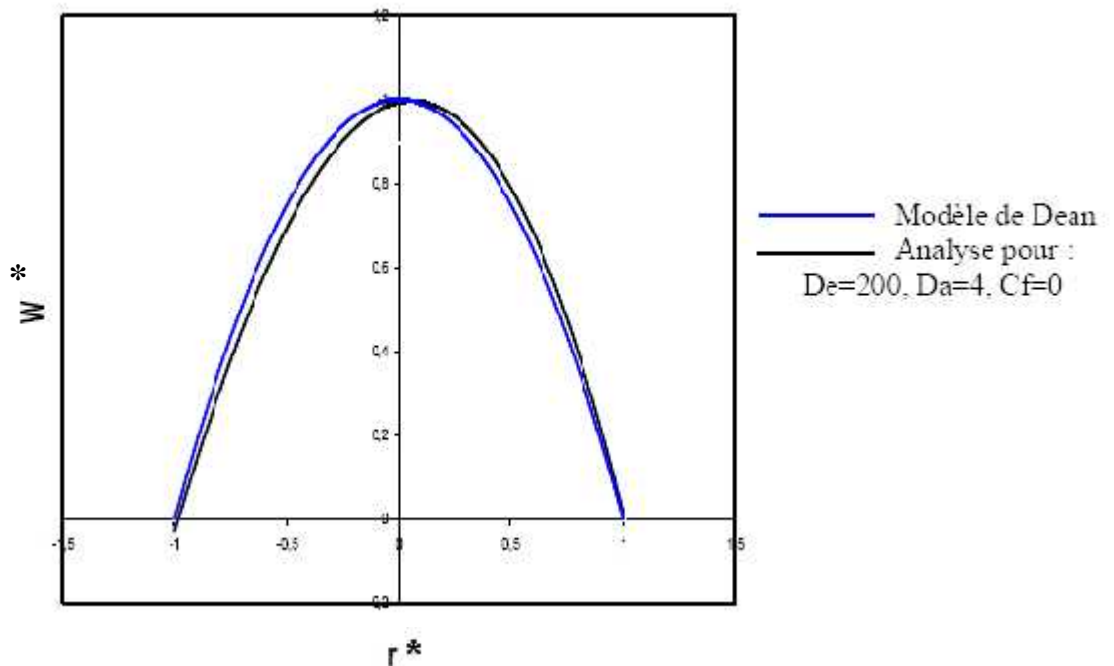


Figure V.1 : profil de la vitesse axiale adimensionnelle W^* prédit par Dean Et celui du présent code de calcule

V.2.2.Sensibilité du maillage :

Sur la figure (V.2) sont tracés les profils de la vitesse axiale sur le plan horizontal pour différents maillages, pour un nombre de Dean fixe ($De=100$) et un nombre de Darcy fixe ($Da=0.1$), d'après la figure on peut constater que les profils prédit par le code de calcul sont proche l'un de l'autre.

Et dans le but de minimiser le temps de convergence du programme de calcul nous avons opté pour un maillage (41×40).

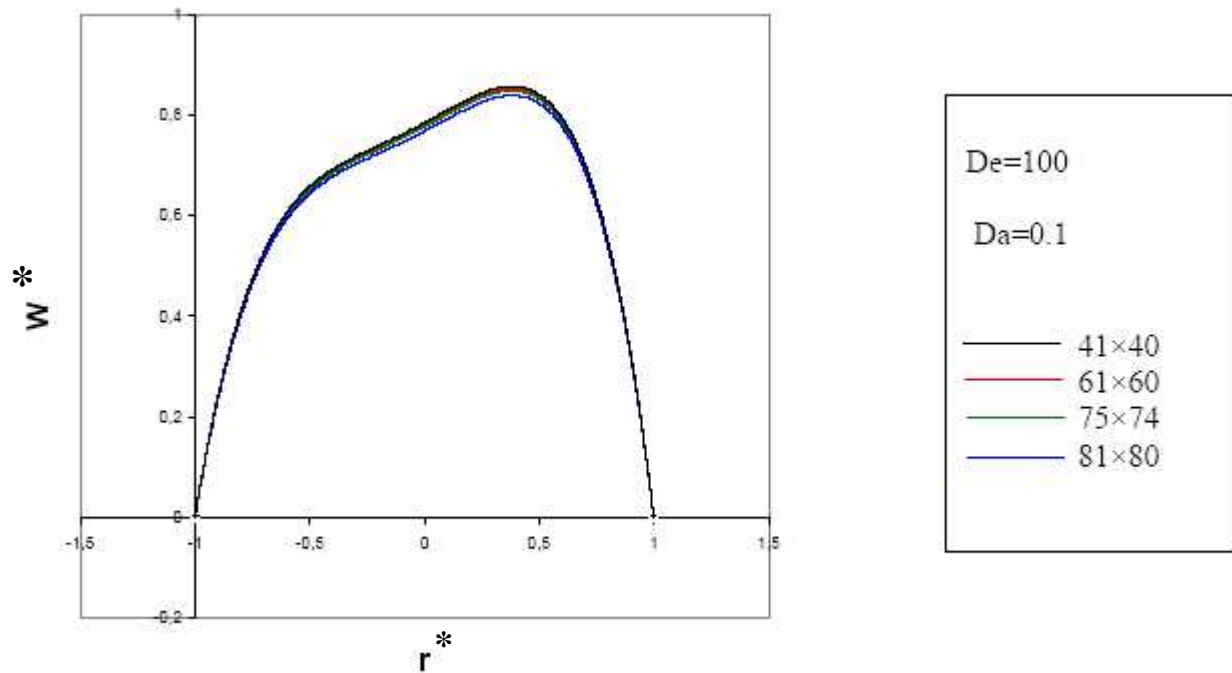


Figure (V.2) : profil de la vitesse axiale pour différents maillages

V.3.Résultats et interprétations :

Afin d'exploiter les résultats, les effets de certains paramètres ont été considérés, alors que d'autres ont été maintenus fixés. Le nombre de Dean varie de 50 à 500, le nombre de Darcy entre 10^{-3} et 0.1. Le nombre de Prandtl est pris égal à l'unité. Le rapport de courbure est égal à 0.01 et le C_f égal à 0.55.

En fonction du rayon, les profils représentés augmentent du zéro jusqu'à une valeur maximale, qui correspond à une valeur du rayon bien déterminé puis ils diminuent jusqu'à atteindre à nouveau le zéro. Cette valeur maximale peut garder le maximum pour plusieurs rayons (aplatissement).

V.3.1.Effet du nombre de Darcy sur les différents paramètres :

V.3.1.1. Effet du nombre de Darcy sur la vitesse axiale :

La figure V.3 montre l'effet du nombre de Darcy sur la vitesse axiale, pour un Dean de 100 et un coefficient de Forchheimer égal à 0.55.

Cette figure montre qu'avec l'augmentation du nombre de Darcy, la valeur maximale de la vitesse axiale augmente, ceci est expliqué par la grande vitesse de filtration attribuée à la perméabilité élevée pour un grand nombre de Darcy.

En diminuant le nombre de Darcy, la valeur maximale de la vitesse axiale diminue, et son profil qui est au début déporté vers l'extérieur sous l'effet de la force centrifuge commence à s'aplatir. Ce résultat peut être expliqué par l'augmentation de l'effet du milieu poreux (résistance à l'écoulement) par rapport à l'effet de la force centrifuge

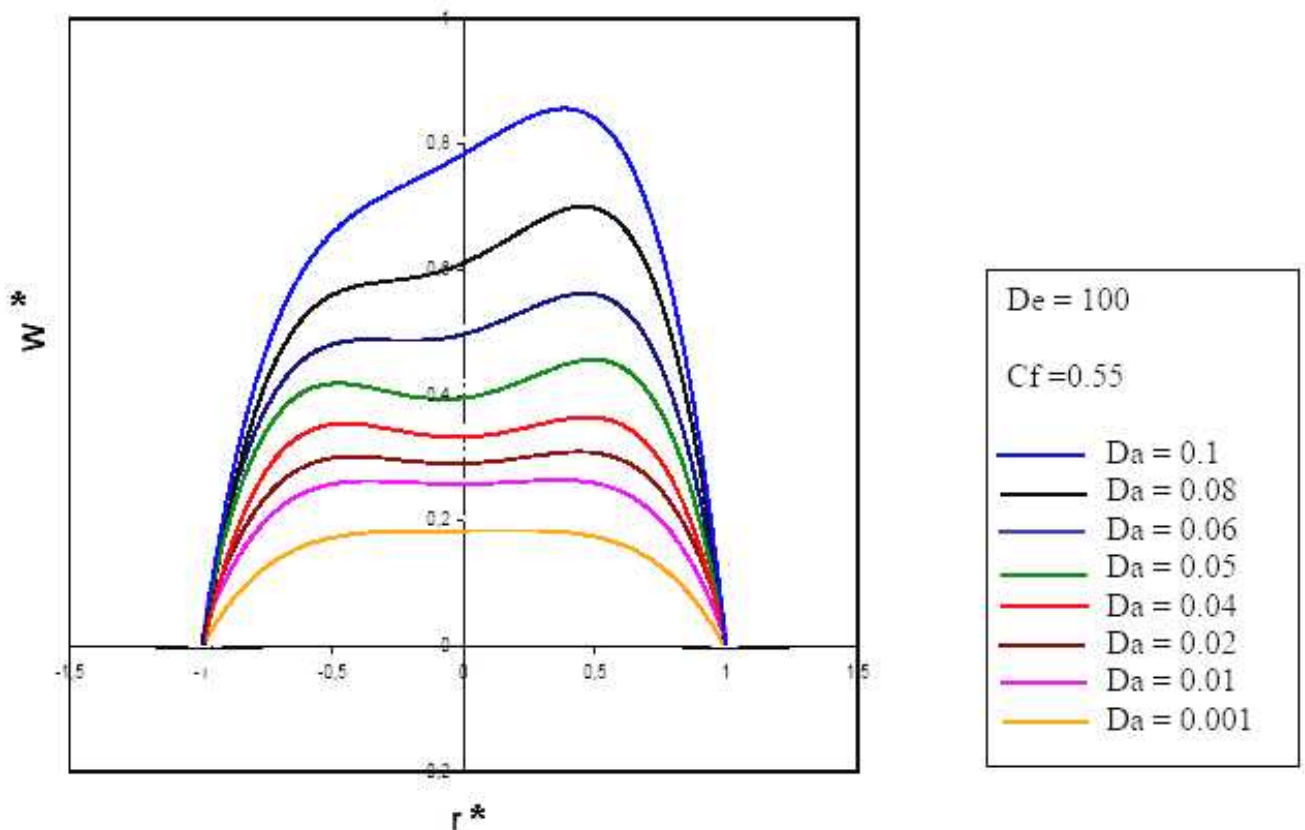


Figure V.3 : profils des vitesses axiales W pour différents nombres de Darcy

V.3.1.2. Effet du nombre de Darcy sur la température :

La figure (V.4) montre les profils de la température sur le plan horizontal de la conduite courbée pour différents nombres de Darcy, en fixant l'écoulement à un nombre de Dean $De = 100$. La température diminue légèrement avec l'augmentation du nombre de Darcy comme le montre la figure, et son profil n'est pas déporté, mais il est parabolique pour tout nombre de Darcy, de fait que l'augmentation de la température est liée directement à l'augmentation du flux convectif et à la vitesse qui est faiblement influencée par le changement de la perméabilité.

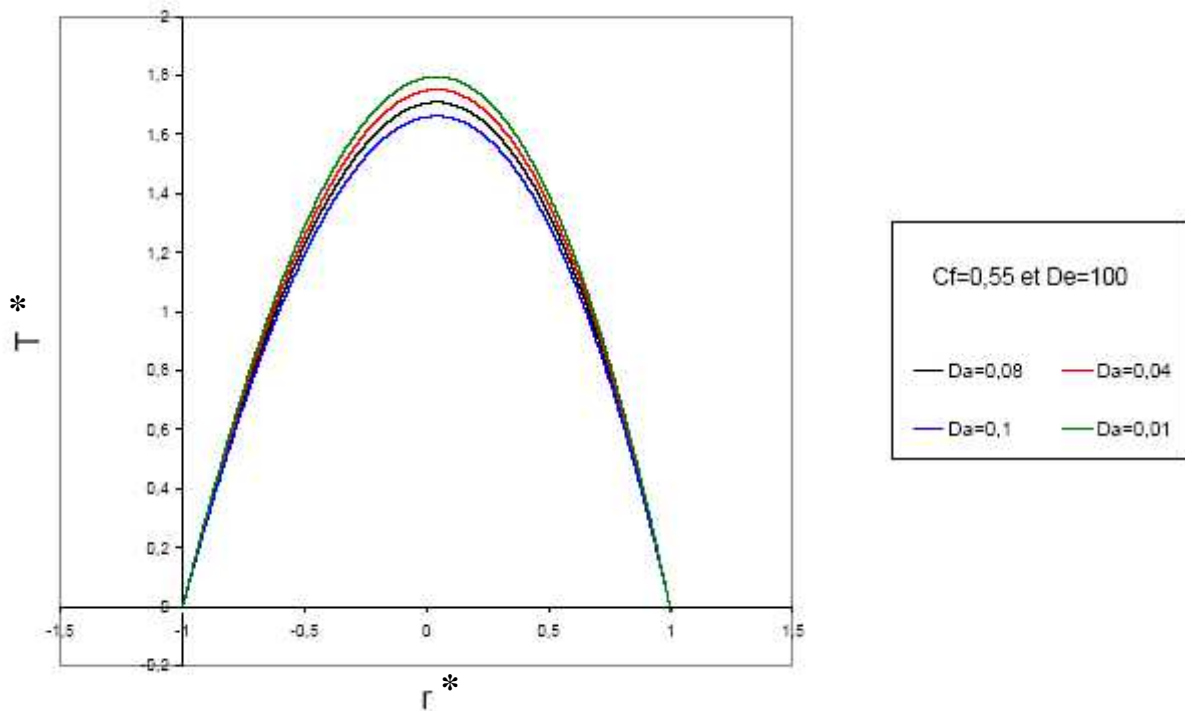


Figure V.4 : profils de la température pour différents nombres de Darcy

V.3.1.3. Effet du nombre de Darcy sur la vorticité :

La figure V.5 représente les isovaleurs de la vorticité dans une section droite du coude pour $Da = 0.005, 0.01, 0.02, 0.06, 0.08, 0.1$ et $De = 200$. En augmentant les valeurs du nombre de Darcy, les isovaleurs de la vorticité près de la paroi ne se referment pas sur le plan de symétrie mais forment des anneaux concentriques qui s'intensifient de plus en plus. Par contre au cœur de l'écoulement les isovaleurs se referment et sont moins sensibles au régime d'écoulement, ce phénomène s'explique par l'augmentation de la résistance à l'écoulement due à la perméabilité élevée.

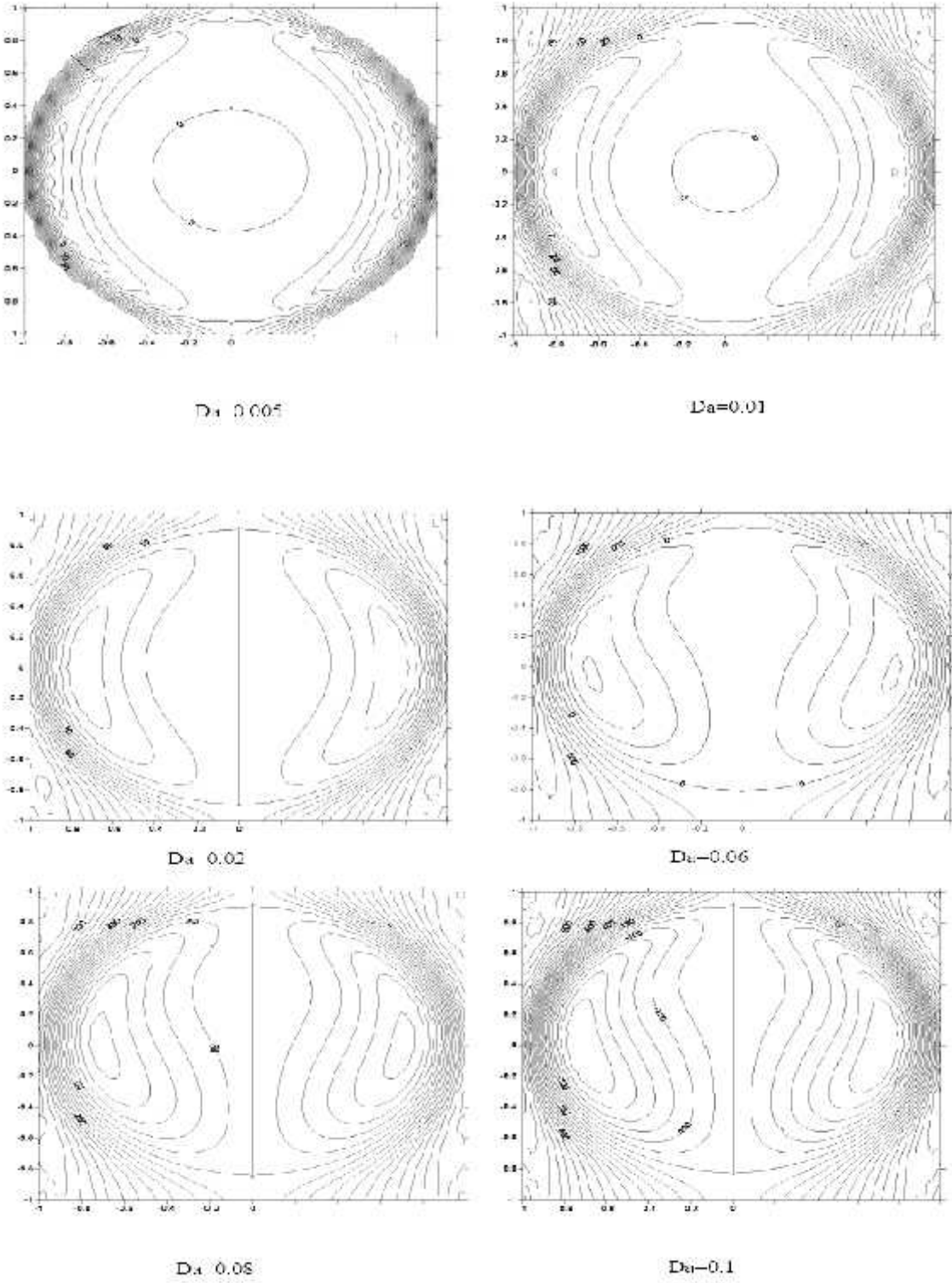


Figure V.5 : Les lignes des isovaleurs de la vorticité dans une section droite du coude pour différentes valeurs de Da , pour $De = 200$

V.3.1.4. Effet du nombre de Darcy sur la fonction de courant :

L'examen de la figure V.6 représentant les isovaleurs de la fonction de courant dans une section droite du coude, montre que pour un accroissement du nombre de Darcy pour un nombre de Dean fixe, la fonction de courants est plus intense en allant vers les valeurs les plus élevées du nombre de Darcy. Cette évolution s'explique par l'importance de la résistance à l'écoulement qui décroît avec l'augmentation du nombre de Darcy.

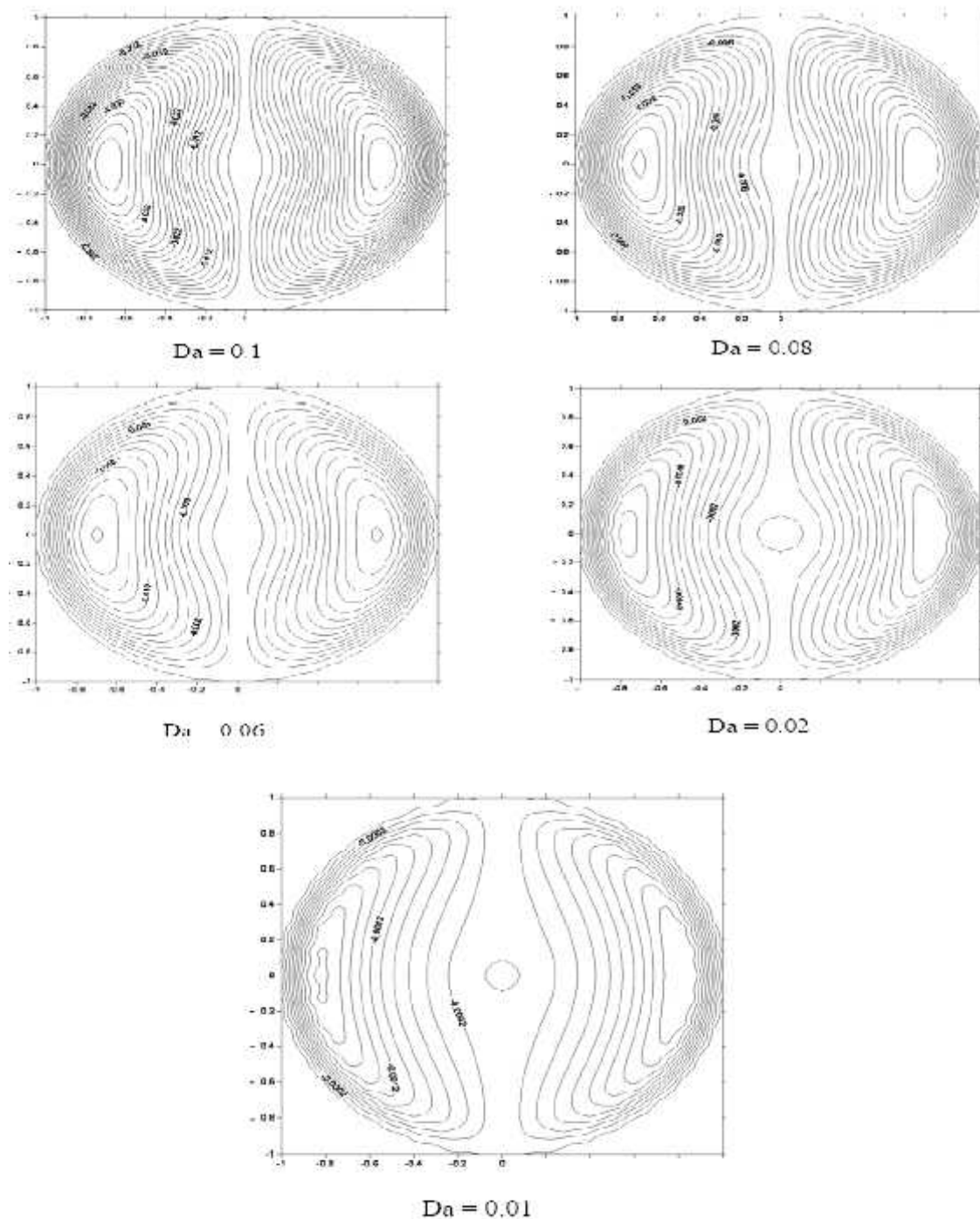


Figure V.6 : Les lignes des isovaleurs de la fonction de courant dans une section droite du coude pour différentes valeurs de Da , pour $De = 200$

V.3.1.5. Effet du nombre de Darcy sur le coefficient du frottement :

On trace sur la figure V.7 le profil du coefficient de frottement en fonction du nombre de Darcy pour un Dean de 100.

On constate d'après cette figure que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation du nombre de Darcy. Ceci est dû à la diminution de la résistance à l'écoulement

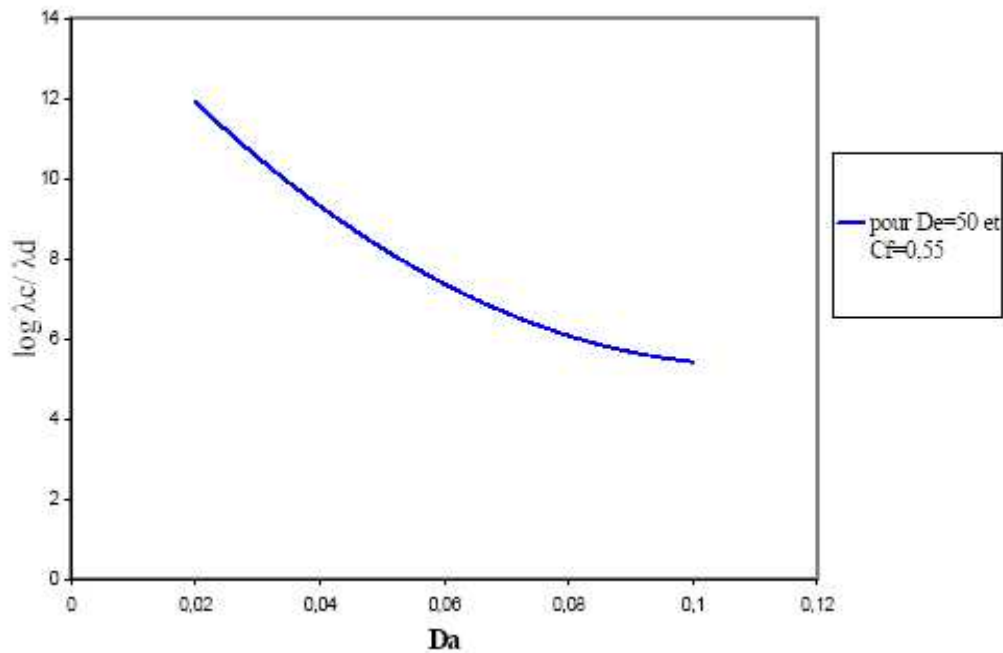


Figure V.7: La variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Darcy

V.3.1.6. Effet du nombre de Darcy sur le nombre du Nusselt :

La figure V.8 présente l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Darcy pour un nombre de Dean $De = 100$.

On voit que les valeurs du nombre de Nusselt diminuent considérablement avec l'augmentation du nombre de Darcy, cela est dû à la croissance rapide du flux conductif sous l'effet de la diminution de la vitesse de filtration.

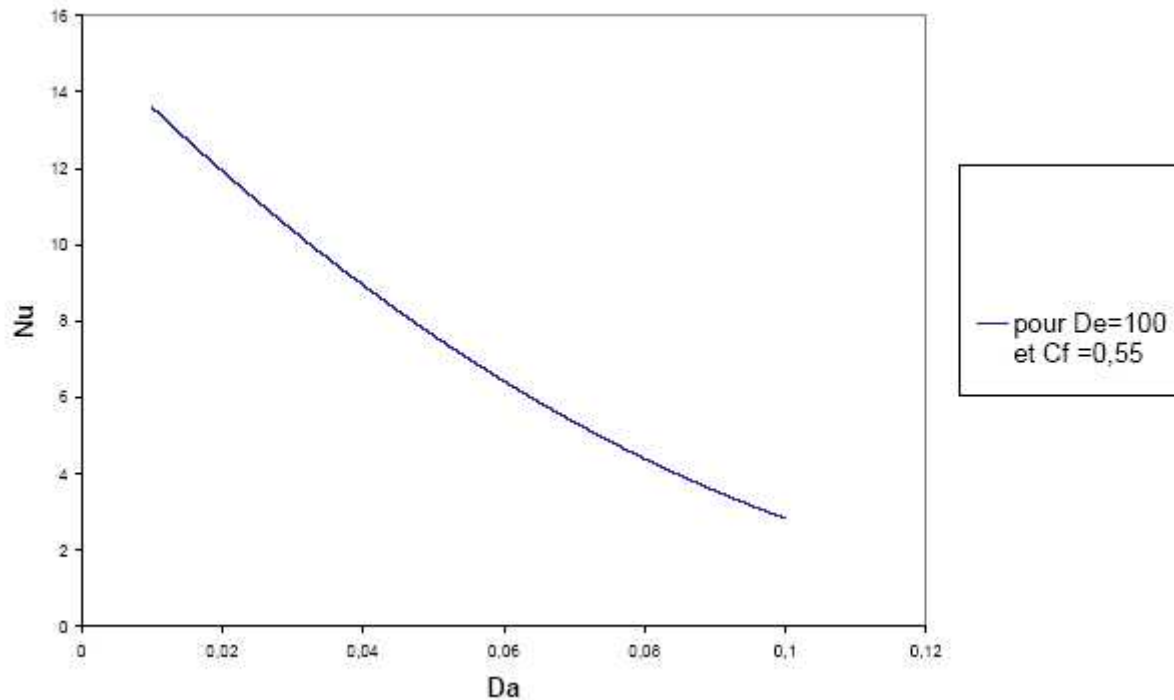


Figure V.8 : La variation du nombre de Nusselt en fonction du Nombre de Darcy, pour $De = 100$

V.3.2.Effet du nombre de Dean sur les différents paramètres :

V.3.2.1.Effet du nombre de Dean sur la vitesse axiale :

- D'après les figures V.9 on voit que pour une grande valeur du nombre de Darcy (grande perméabilité) l'augmentation du nombre de Dean implique une diminution du maximum de la vitesse axiale, et son profil se déporte vers la paroi externe de la conduite, due aux effets des forces centrifuges.
- Pour des petites valeurs du nombre de Darcy (faible perméabilité) le maximum de la vitesse axiale varie de la même manière que pour des grandes valeurs ; mais son profil ne change pas son allure en fonction du nombre de Dean à cause de l'augmentation de la résistance à l'écoulement.

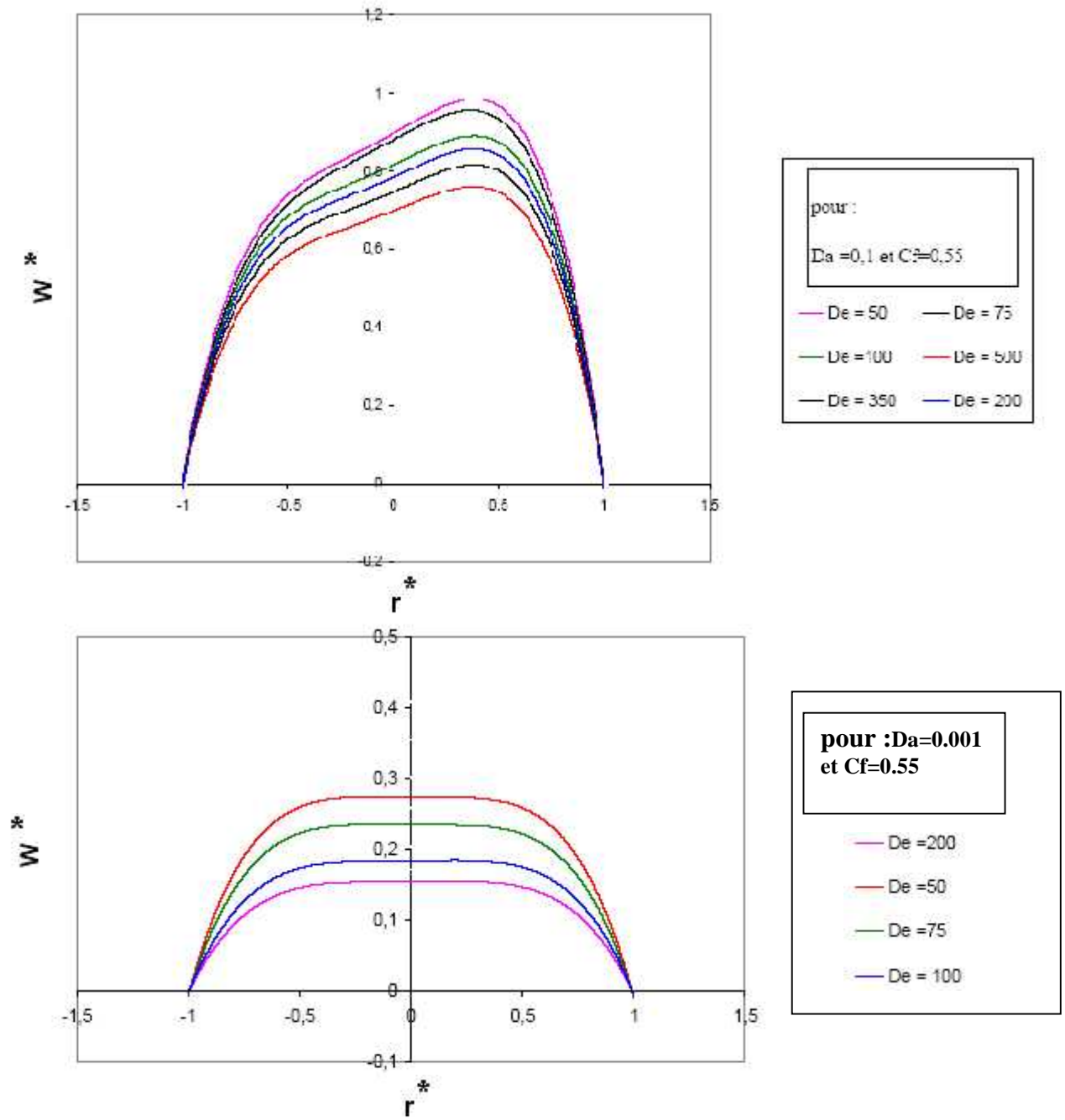


Figure V.9 : profils de la vitesse axiale W pour différents nombres de Dean

V.3.2.2. Effet du nombre de Dean sur la température :

L'évolution de la température en fonction du nombre de Dean est tracée sur la figure V.10, pour une valeur du nombre de Darcy égal à 0.01.

On remarque que l'augmentation du nombre de Dean conduit à l'augmentation de la température, ainsi les profils de température sont déportés vers l'intérieur de la conduite sous l'effet de transfert conductif qui domine près de la paroi externe de la conduite.

On peut expliquer ce résultat par la diminution de la vitesse de filtration qui favorise le transfert conductif.

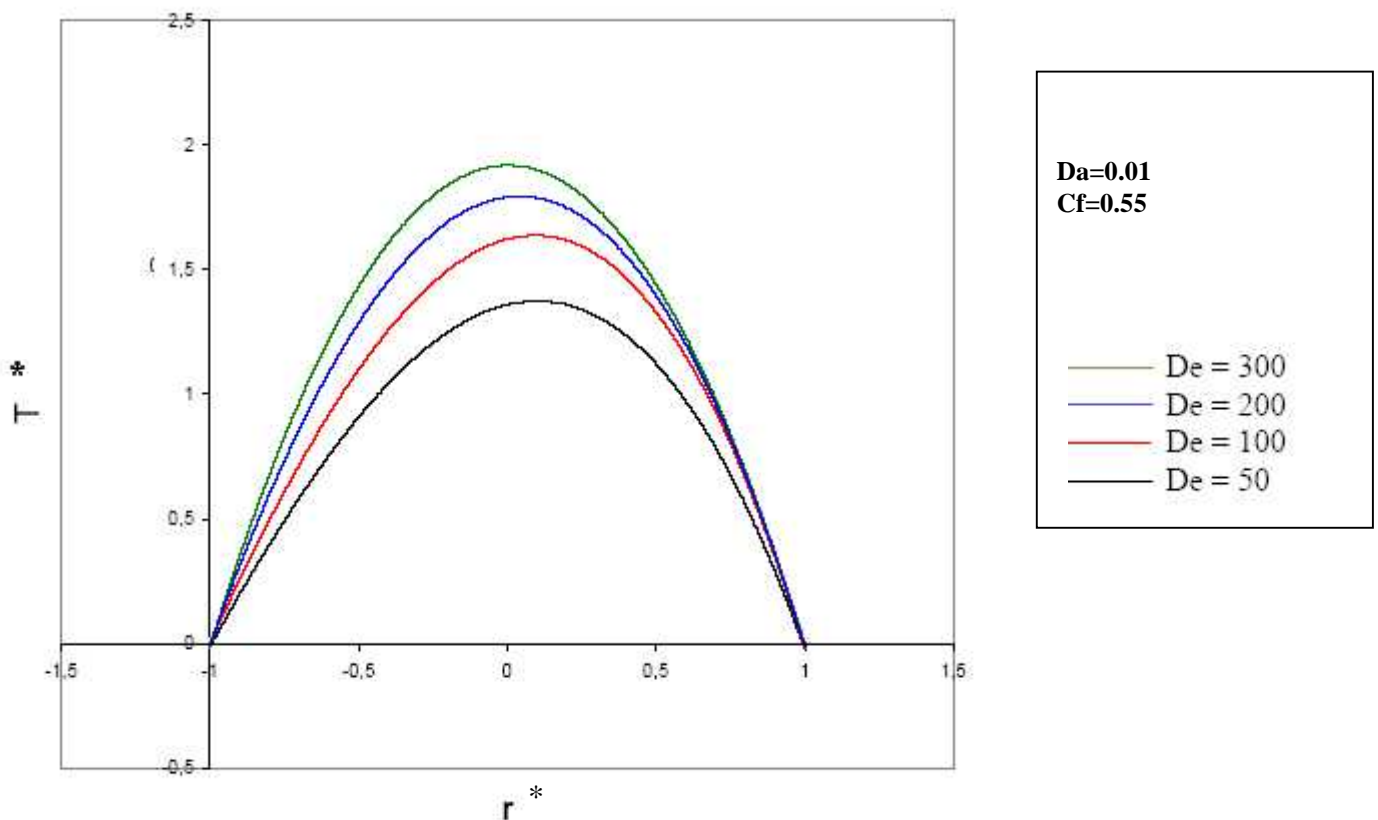


Figure V.10 : profils de la température pour différents nombres de Dean

V.3.2.3. Effet du nombre de Dean sur la vorticité :

La figure V.11 représente les isovalues de la vorticité dans une section droite du coude pour $De = 100, 200, 300$ et 400 et $Da=0.01$. En augmentant les valeurs du nombre de Dean, les isovalues de la vorticité près de la paroi ne se referment pas sur le plan de symétrie mais forment des anneaux concentriques qui s'atténuent de plus en plus. Par contre au cœur de l'écoulement les isovalues se referment et sont moins sensibles au régime d'écoulement, ce phénomène s'explique par une existence plus importante des forces de cisaillement près des parois qu'au centre du coude.

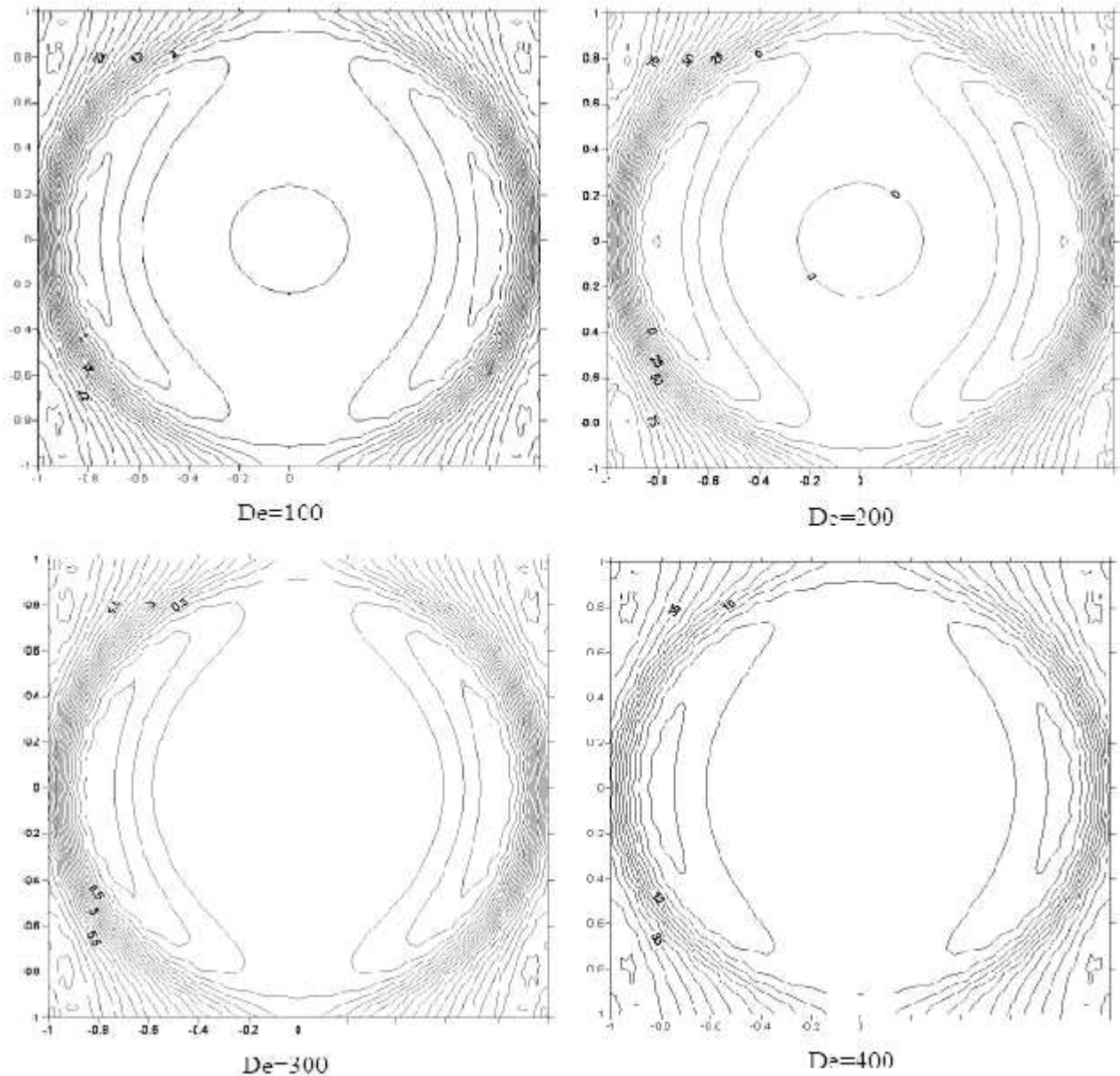


Figure V.11 : Les lignes des isovalues de la vorticité dans une section droite du coude pour différentes valeurs de De , pour $Da=0.01$

V.3.2.4. Effet du nombre de Dean sur la fonction de courant :

La figure V.12 montre les lignes de courant dans une section droite de la conduite courbée pour un nombre de darcy fixe ($Da = 0.01$), et plusieurs nombres de Dean.

La fonction de courant est plus intense en augmentant le nombre de Dean. Ce résultat est expliqué par l'importance de l'écoulement secondaire qui croît avec l'augmentation de l'intensité de la force centrifuge (c. à d. du nombre de Dean).

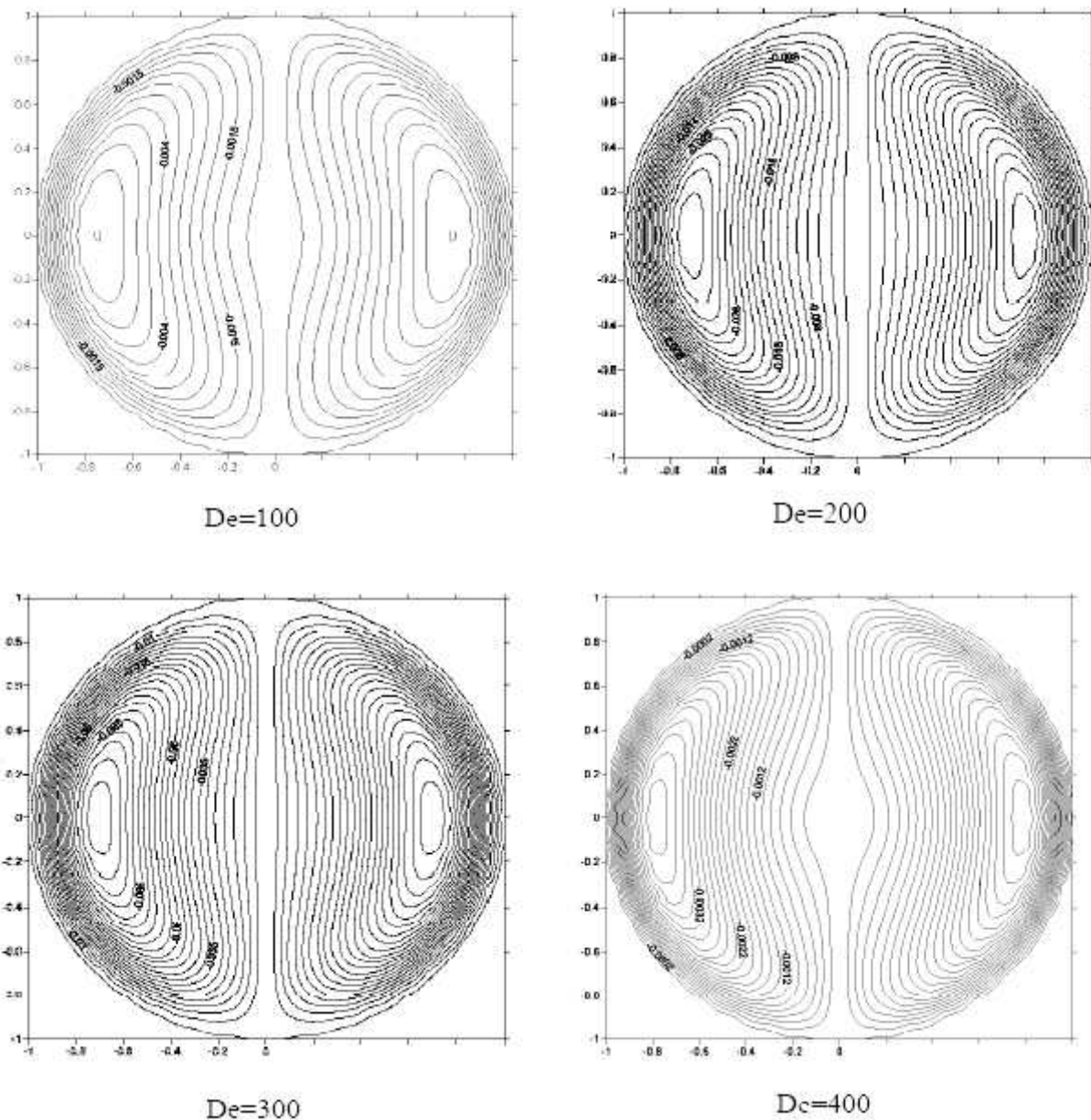


Figure V.12 : Les lignes des isovaleurs de la fonction de courant dans une section droite du coude pour différentes valeurs de Dean, pour $Da = 0$

V.3.2.5. Effet du nombre de Dean sur le coefficient de frottement :

L'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de Dean pour un nombre de Darcy constant et un nombre de Forchheimer constant, est montrée sur la figure V.13. Le coefficient du frottement augmente avec l'accroissement du nombre de Dean. Ce résultat est logique, car la force de poussée sera plus importante en augmentant le nombre de Dean. Cette force participe à l'adhérence du fluide contre les parois de la conduite.

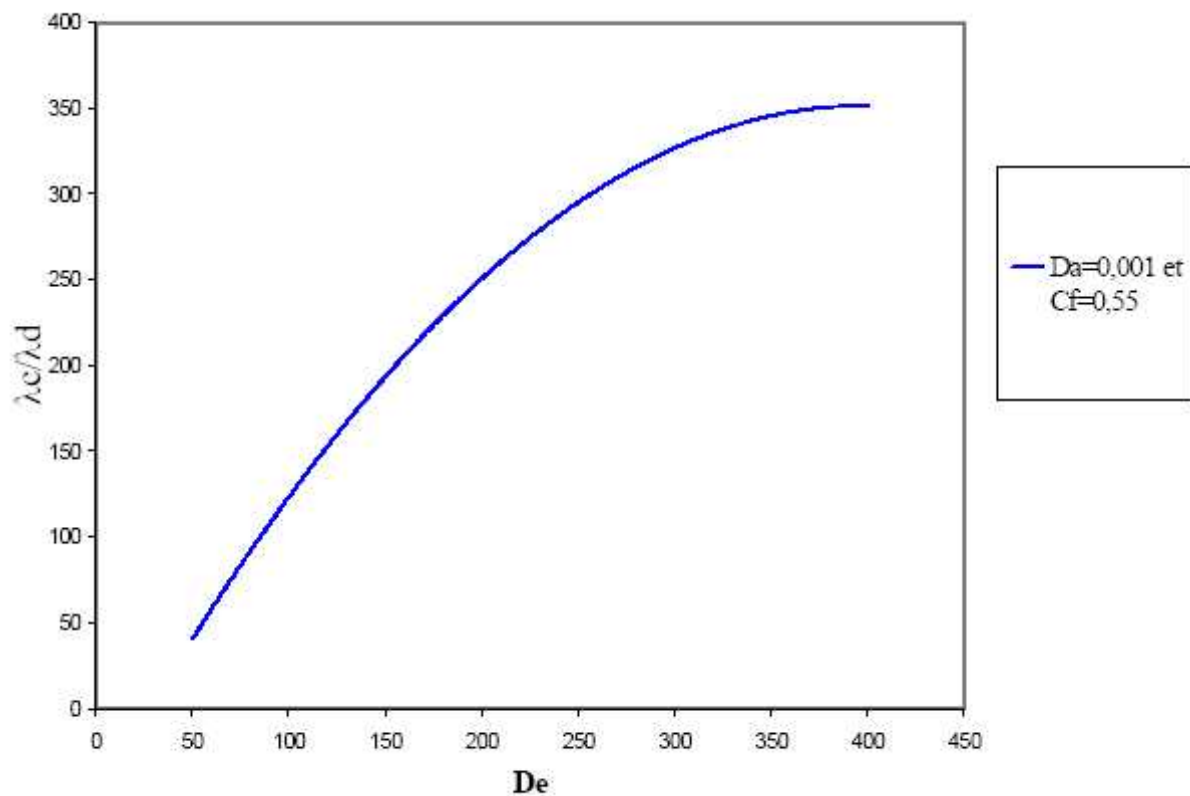


Figure V.13 : La variation du coefficient de frottement en fonction de Dean

V.3.2.6. Effet du nombre de Dean sur le nombre de Nusselt :

La figure V.14 montre l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Dean pour un nombre de Darcy $Da = 0.01$.

L'augmentation du nombre de Dean génère une diminution de la vitesse de filtration, ce qui a pour effet de favoriser le transfert conductif par rapport au transfert convectif, ce qui explique la diminution du nombre de Nusselt lorsque le nombre de Dean augmente.

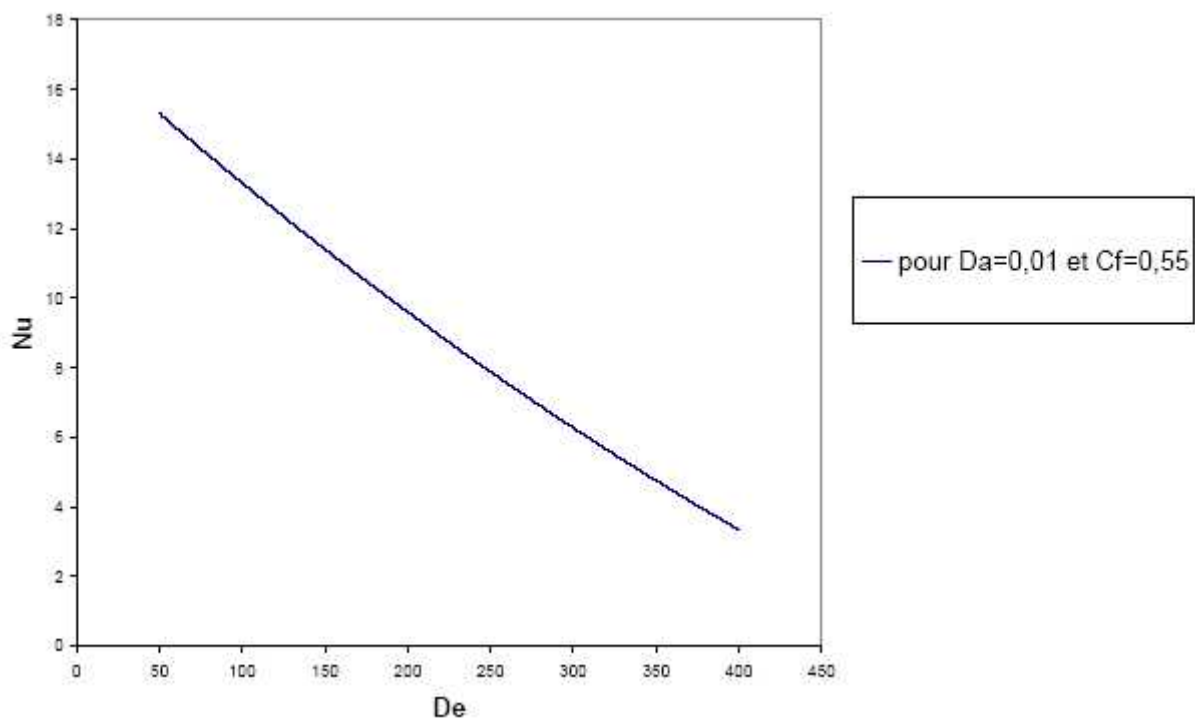


Figure V.14 : La variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Dean, pour $Da = 0.01$

V.3.3.Effet du coefficient de Forchheimer sur les différents paramètres :

V.3.3.1.Effet du coefficient de Forchheimer sur la vitesse axiale :

La figure V.15 montre la variation de la vitesse axiale en fonction du coefficient de Forchheimer pour $De = 100$ et $Da = 0.001$.

La figure montre que le maximum de la vitesse axiale augmente lorsque le coefficient de Forchheimer diminue, ceci est dû à la diminution de la résistance à l'écoulement.

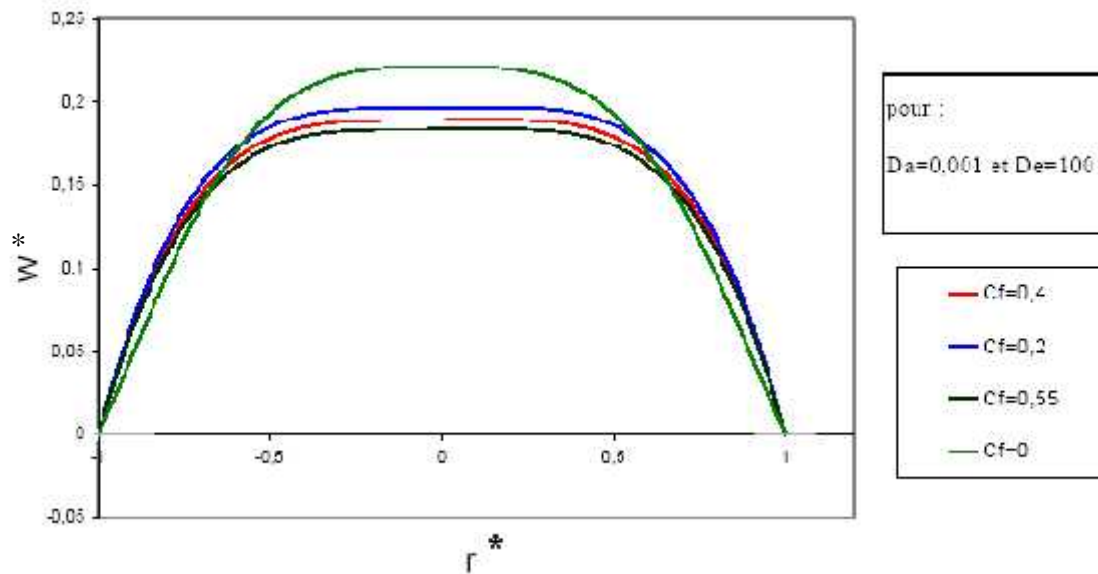


Figure V15 : profils des vitesses axiales pour différents coefficients de Forchheimer

V.3.3.2. Effet du coefficient de Forchheimer sur la température :

La variation du profil de la température en fonction du nombre de Forchheimer pour $De = 100$ et $Da = 0.001$ est montrée sur la figure V.16.

La valeur maximale de la température augmente avec l'augmentation du coefficient de Forchheimer contrairement à la vitesse axiale. Ceci est expliqué par la diminution de la vitesse.

Lorsque C_f vari de 0 à 0.25 la variation des profils de la vitesse et de la température est plus large que lorsqu'il vari de 0.25 à 0.5.

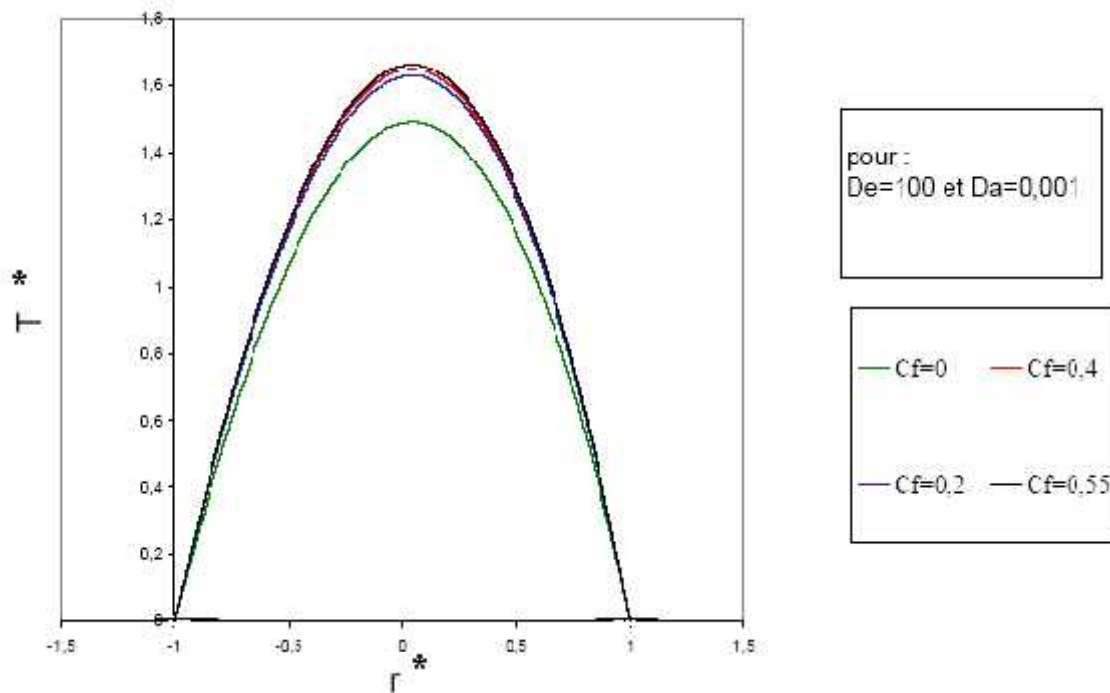


Figure V.16 : profils des températures pour différents coefficients de Forchheimer

V.3.3.3.Effet du coefficient de Forchheimer sur le nombre de Nusselt

On représente sur la figure V.17 la variation du nombre de Nusselt en fonction du coefficient de Forchheimer pour des nombres de Darcy et de Dean constants.

Il est clair que l'effet du coefficient de Forchheimer sur le nombre de Nusselt est positif, ceci est à cause de l'augmentation de la résistance à l'écoulement, qui influe sur la vitesse de filtration (diminution de la vitesse).

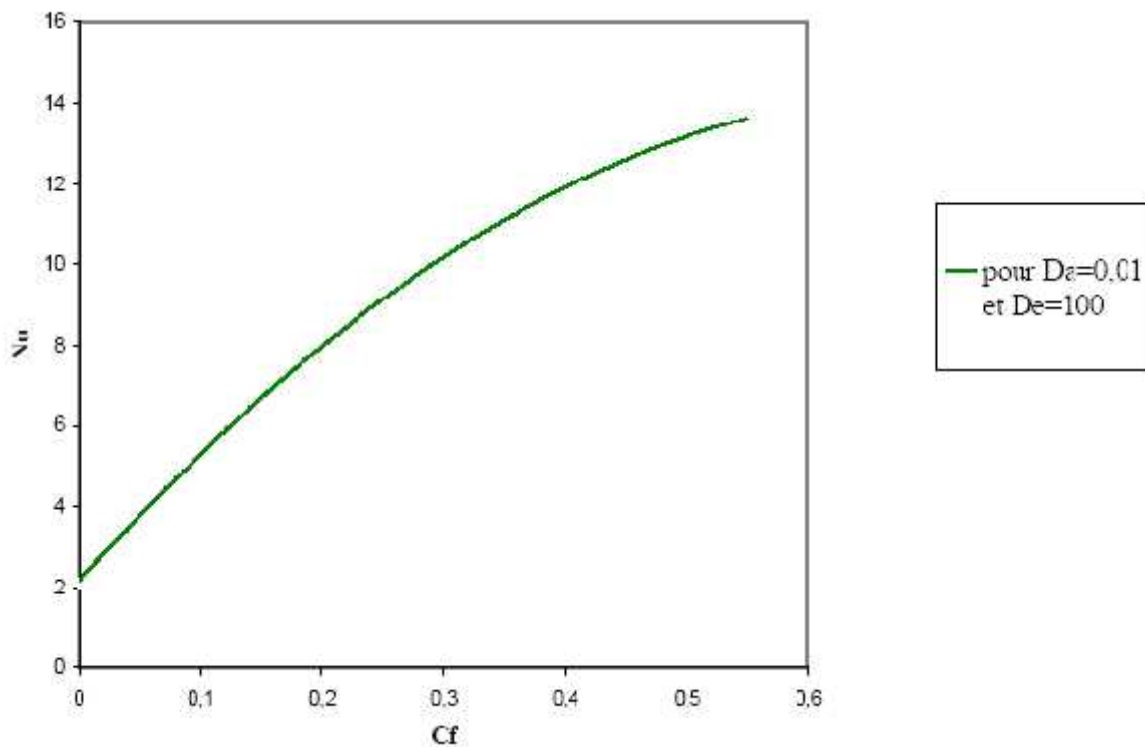


Figure V.17 : variation du nombre de Nusselt en fonction du coefficient de Forchheimer

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude numérique nous avons pu déterminer les caractéristiques d'un écoulement laminaire ainsi que son comportement hydrodynamique et thermique dans une conduite courbée complètement poreuse. La validation de notre programme a été faite avec un écart de 5,23% (pour $De=100$ et $a/R = 1/100$) entre le profil de la vitesse axiale obtenu et celui de l'étude analytique de Dean.

De l'exploitation des résultats numériques obtenus, il en découle les conclusions suivantes :

- Avec la diminution du nombre de Darcy, les profils de la vitesse axiale s'aplatissent et sa valeur maximale diminue.
- Le nombre de Darcy a une légère influence sur la température, avec l'augmentation du nombre de Darcy, la valeur maximale de la température diminue mais avec une légère différence.
- le nombre de Darcy influe négativement sur le coefficient de frottement.
- Avec l'augmentation du nombre de Dean, les profils de la vitesse axiale se déplacent vers l'extérieur, et sa valeur maximale diminue.
- Avec l'augmentation du nombre de Dean, les profils de la température se déplacent vers l'intérieur, et la valeur maximale augmente.
- le nombre de Dean influence positivement sur le coefficient de frottement.
- En augmentant le coefficient de Forchheimer, la valeur maximale de la vitesse diminue
- le coefficient de Forchheimer et le maximum de la température varient dans le même sens, la variation apparaît clairement lorsque le C_f augmente.
- Le nombre de Nusselt varie dans le sens inverse que celui des nombres de Dean et du Darcy.
- le coefficient de Forchheimer influence positivement sur le nombre de Nusselt.

En fin, pour terminer, nous ajoutons qu'il serait intéressant d'utiliser d'autres méthodes numériques qui éventuellement procureraient un domaine de validité plus large. Plus tard, si les moyens le permettent une étude expérimentale sera plus recommandée.

Conclusion1 :

Ce chapitre synthétise les différentes notions et les paramètres relatifs aux écoulements et du transfert de chaleur dans les milieux poreux. Le chapitre suivant sera consacré à la formulation mathématique du problème physique.

Conclusion 2:

Dans cette étude bibliographique, nous avons présenté les principaux travaux analytiques, Numériques et expérimentaux relatifs au comportement de l'écoulement dans les conduites courbées ainsi le transfert de chaleur dans les milieux poreux.

La complexité de la géométrie de ce système a amené de nombreux auteurs à considérer le problème d'un écoulement totalement développé, et ce, pour des raisons de simplification.

D'autres chercheurs ont considéré le cas du régime hydrodynamique non établi. Pour les deux cas précités et pour la même raison de simplification, un rapport du rayon de la conduite sur son rayon de courbure (a/R) très petit ($R/a \gg 1$), a été une des hypothèses de base, permettant de simplifier les équations régissant le mouvement, à savoir, les équations de conservation de masse, de mouvement et d'énergie dans une conduite courbée.

L'objectif du présent travail est d'étudier numériquement l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite courbée complètement poreuse.

ConclusionCHAP3 :

Cette formulation mathématique nous a permis d'établir le système d'équations relatif à la modélisation numérique d'un écoulement dans une conduite courbée complètement poreuse. La résolution de ce système à cinq inconnues $u^*, v^*, w^*, \mathbf{12}^*$ et $/$ à l'aide de méthodes numériques, fera l'objet du chapitre suivant.

IV.7 Conclusion :

Les équations gouvernantes du modèle physique obtenues dans le chapitre précédent sont discrétisées avec les conditions aux limites imposées, pour aboutir à un système d'équations algébriques qui est, par la suite résolu. Les résultats obtenus sont commentés et interprétés dans le prochain chapitre.

V.4.conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons étudié les effets des nombres caractérisant le milieu poreux (Da et C_f), et l'effet du nombre qui caractérise l'écoulement dans les conduites courbées.

Augmentant le nombre de Darcy, la valeur maximale de la vitesse axiale augmente, mais le nombre de Nusselt, le coefficient de frottement, ainsi la valeur maximale de la température diminuent.

Lorsque le nombre de Darcy est fixé et le coefficient de Forchheimer augmente, la vitesse axiale diminue, parcontre la valeur maximale de la température ainsi le nombre de Nusselt augmentent. La variation apparente clairement lorsque le C_f vari du zéro à une valeur non nulle.

Pour le même milieu poreux (Da et C_f sont fixés), l'augmentation du nombre de Dean conduit à la diminution de la vitesse axiale et le nombre de Nusselt, la température et le coefficient de frottement augmentent avec le nombre de Dean.

NOMENCLATURE

a : Rayon de la conduite..... m

C_F: Coefficient inertiel, coefficient de Forchheimer.

Da : Nombre de Darcy, $D_a = K/a^2$

De : Nombre de Dean, $D_e = aRe^2$

f : Fonction de courant m³ / s

F : fonction de courant adimensionnelle

G : gradient de pression le long de la direction principale $G = \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta}$ kg/m³s²

K : conductivité thermique..... Wm⁻¹K⁻¹

K : perméabilité de la matrice poreuse m² ou Da

M : nombre de nœuds suivant ξ

N : nombre de nœuds suivant r

Nu: Nombre de Nusselt

P : pression N/m²

Pr : nombre de Prandtl

q: Densité de flux de chaleur (W.m⁻²)

Q : débit volumique..... (m³/s)

R : rayon de courbure de la conduite m

Re : nombre de Reynolds, $Re = \frac{w_0 a}{\nu}$

T : température..... K

u, v, w : composantes de la vitesse sur les directions r, ξ , .. ms⁻¹

w₀ : vitesse de référence, $w_0 = \frac{Ga^2}{4\mu}$

Lettres grecques :

Γ : coefficient de courbure $\alpha = a/R$

\sim : viscosité dynamique..... Kg . m⁻¹ . s⁻¹

ϵ : viscosité cinématique..... m² . s⁻¹

ξ : Angle de la direction tangentielle rad

θ : Angle de la direction principale rad

ρ : Masse volumique..... kg.m⁻³

‡ : Gradient de température $\tau = \frac{\partial T}{\partial \theta}$

h:Vorticité.....rad/s

v: Porosité.

} : Coefficient de frottement.

Indices :

C : Courbée.

d : Directe.

eff : Effective.

p : Paroi.

m : Valeur moyenne.

max : Valeur maximale .

i : Indice d'incrémentation suivant la direction radiale.

j : Indice d'incrémentation suivant la direction tangentielle.

Exposants :

* : variable adimensionnelle.

n, n+1 : itérations dans le temps.

BIBILOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

[1] E.Scheidegger, " The physics of flow through porous media", University of Toronto, 3th Edition (1974).

[2] A.Dybbs et R.Edwards., "A New Look At Porous Media Fluid Mechanics-Darcy", In Bea J.Carapcioglu. MY.Eds Fundamentals of Transport in Porous Media. ASI Series E8 pp 201 ,256, (1984).

[3] W. R. Dean, " Note on the notion of fluid in a curved pipe ", Science- Phil. Mg, S7 , Vol. 4, N°20, (1927).

[4] A. J. Ward- Smith, " Internal fluid flow ", Clarendon Press. Oxford, (1980).

[5] J. A. C. Humphrey, H. lacoudes et B. E. Lauder, " Some Numerical experiments on developing laminar flow in circular- sectioned bends ", J. Fluid Mech., Vol. 154, pp.357-375, (1985).

[6] W. R. Dean, " The stream line motion of fluid in a curved pipe ", Phil. Mag- S7, Vol. 5, N°30, (1928).

[7] L. S. Yao, " Heat convection in a horizontal curved pipe ", Journal of Heat Transfer, Vol. 10, pp. 6-71, (1984).

[8] L. S. Yao et S. A. Berger, " Flow in heated curved pipe". J. Fluid Mech.. Vol. 88, Part 2, pp. 339-354, (1978).

[9] M. Akiyama et K. C. Cheng, " Boundary vorticity method for laminar forced convection heat transfer in curved pipes ", J. Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp. 1659-1675, (1971).

[10] **Z. Hireche**, " Modélisation d'un écoulement laminaire dans une conduite courbée ", Mémoire de Magister, **USTHB (2004)**.

[II] J. Prusa et L. S. Yao, " Numerical solution for fully developed flow in heated curved tubes ", J. Fluid Mech., Vol. 23, pp. 504- 534 (1982).

- [12] Y. Agrawal, L. Talbot et K. Gong, " Laser anemometer Study of flow development in curved circular pipes ", J. Fluid. Mech., Vol. 85, part 3, pp. 497- 518, (1978).
- [13] J.A.C. Humphrey, " Numerical calculation of developing laminar flow in pipe of Atoiry curvature radius ", Canadian J. Chem. Eng., 56, pp. 151-164, (1978).
- [14] S. Garimella, D. E., Richards, R. N.,Christensen, " Experimental investigation of heat in coiled annular ducts", Trans. ASME, J. Heat Transfer, 110,pp.329-336,-(1988)
- [15] K. Choi et S. O., Park, " Laminar entrance flow in curved annular ducts", Int. J. Heat fluid flow, 13, pp. 41-48, (1992).
- [16] K. Choi et S. O-, Park, " Mixed convection flow in curved annular ducts ducts", Int. Mass Transfer, 17, pp. 2761-2769, (1994).
- [17] M. A. Petrakis et G. T. Karahalios, " Exponentially decaying flow in a gently curved pipe", Int. J. Non-Linear Mechanics, vol. 32, No. 5, pp. 823-835, (1997).
- [18] M. A. Petrakis et G. T. Karahalios, " Fluid flow behaviour in a curved annular conduit", Non-Linear Mechanics, 34, pp. 13-25, (1999).
- [19] Nield et A. V. Kuznetsov, " Forced convection in a helical pipe filled with a «rated porous medium.", Int. J. of Heat and Mass Transfer, 47, pp. 5175-5180, (2004).
- [20] S.T. McComas, " Hydrodynamic entrance lengths for ducts of arbitrary cross section", Trans. ASME, J. Basic Eng., 89. pp. 847-850, (1967).
- [21] P.T. Redberger et M. E., Charles, " Axial flow in a circular pipe containing a fixed eccentric core", Can. J. Chem. Engng ,42, pp. 148-151, (1962).
- [22] H.C. Topakoglu et M. A., Ebadian, " On the steady laminar flow of an incompressible fluid m a curved pipe of elliptical cross-section", J. Fluid Mech., 158, pp. 329-340.

[23] T.S. Lundgren, T.S. Sparrow et J.B. Starr, " Pressure drop due to the entrance region in ducts of arbitrary cross section ", Trans. ASME, J. Basic Eng., 86, pp. 621-626, (1964).

[24] T.S. Sparrow et S.H. Lin, " The developing laminar flow and pressure drop in the entrance region of annular ducts", Trans. ASME, J. Basic Eng., 86, pp. 827-834, (1964).

[25] L. Cheng et A. V. Kuznetsov, " Investigation of laminar flow in a helical pipe filled with saturated porous medium", European Journal of Mechanics B/Fluids, 24, pp. 338-352.

[26] L. Cheng et A. V. Kuznetsov, " Heat transfer in a laminar flow in a helical pipe filled a fluid saturated porous medium", International Journal of Thermal Sciences, 44, pp.798, (2005).