

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Université SAAD DAHLAB – BLIDA 1

Institut d'aéronautique et des études spatiales

Département de construction aéronautique



## Mémoire de fin de cycle

En vue de l'obtention du Diplôme de master

Domaine : Sciences et technologie

Filière : Aéronautique

Spécialité : Avionique

### *THEME*

*Commande par mode glissant dédiée à un système aéroélastique*

Présenté par :

**RAGOUB Zahra**

**LABIOD Imene**

Encadré par :

**Mr. DILMI Smain**

Promotion : 2016/2017

## **Remerciement :**

*Avant toute chose, je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donnée le courage, la patience et la force durant toutes ces années d'étude.*

*Je suis très reconnaissante à monsieur DILMI Smain, d'avoir accepté de diriger mon travail, et pour ses encouragements et son soutien qui m'ont été une aide précieuse.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude aux membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail.*

*J'insiste à ne pas oublier de remercier mes amies, Mawia, Hadjer, Houria, et Hasna de m'avoir accompagné le long de la période de réalisation de ce travail par leurs aide, conseils, et encouragement.*

*Je souhaite remercier ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réussite et à la bonne réalisation de ce travail. Qu'ils trouvent trace dans ce mémoire de ma profonde reconnaissance.*

*Ragoub Zahra.*

# Dédicace

*Ce modeste travail est dédié*

*À mes chers parents BACHIR et AIDA ;*

*À la personne qui a tout donné et tout sacrifié pour me mettre là où je suis, celle qui a toujours été la bougie qui se fond pour éclairer mon chemin, ma force et ma confidente, ma chère sœur NAIMA;*

*À mes très chères sœurs Warda, Souad, Hanane, Sabira, Fahima, à mon cher frère Meftah, et à toute ma famille;*

*À ma sœur de cœur, avec qui j'ai vécu les meilleurs moments de ma vie, et grâce à qui je suis devenue une personne différente, celle qui m'a toujours poussé vers le meilleur, ma très chère amie adorée "arnouba" NOUR EL IMÈNE, et à toute sa famille; ma deuxième famille; "HAMDA";*

*À la meilleure des meilleurs, celle qui n'a jamais cessé de m'encourager et de croire en moi, ma reine BENTOUILA CHAHINEZ ;*

*À ma très chère amie, le plus bon cœur au monde SAIB ILHAM qui a toujours été là pour moi;*

*À tous mes professeurs en primaire, en moyen, en secondaire, et en enseignement supérieur; et*

*À tous mes amis, et à toute personne qui a cru en moi...*

Ragoub Zahra

## Lettres grecques :

Symbole	Unité
$\alpha$ : Angle d'incidence.	[rad]
$\beta$ : Angle de déflexion de volet de bord de fuite.	[rad]
$\gamma$ : Angle de déflexion de volet de bord de d'attaque.	[rad]
$\rho$ : Densité de l'air.	[Kg/m <sup>3</sup> ]

## Lettres Latines :

Symbole	Unité
$L$ : La force de portance.	[N]
$M$ : Le moment aérodynamique.	[kg.m <sup>2</sup> ]
$T$ : L'énergie cinétique.	[J]
$U$ : L'énergie potentielle.	[J]
$Q_j$ : La composante des forces extérieures qui travaillent selon de degré de liberté.	[N]
$U_j$ : Le champ de déplacement.	[m]
$I_{cg}$ : Le moment de l'inertie autour du centre de gravité.	[kg.m <sup>2</sup> ]
$m$ : La masse de l'aile.	[kg]
$V_{cg}$ : La vitesse du centre de gravité.	[m/s]
$V_{ea}$ : La vitesse de centre élastique	[m/s]
$\delta_h$ : Le déplacement vertical virtuel.	[m]
$\delta_\alpha$ : Le déplacement de tangage virtuel.	[rad]
$\delta w_p$ : Le travail Virtual dû à la force de portance.	[N.m]
$\delta w_m$ : Le travail virtuel dû au moment M.	[N.m]
$\delta w$ : Le travail virtuel total.	[N.m]

## Nomenclature

---

$C_h$ : Le coefficient d'amortissement pour le mouvement vertical.	[Kg/s]
$C_\alpha$ : Le coefficient d'amortissement pour le tangage.	[Kg.m <sup>2</sup> /s]
$h$ : Déplacement vertical.	[m]
$b$ : Demi corde moyen du profile d'aile.	[m]
$c$ : La corde du profile d'aile.	[m]
$x_\alpha$ : Le paramètre de déséquilibre statique.	[-]
$m_T$ : La masse totale de l'aile et de sa structure de support.	[kg]
$m_w$ : La masse de l'aile seulement.	[Kg]
$k_h$ : Le coefficient de rigidité structurel pour le mouvement vertical.	[N/m]
$k_\alpha$ : Le coefficient de rigidité structurel pour le mouvement de tangage.	[Nm/rad]
$I_{ea}$ : Moment d'inertie autour de l'axe élastique.	[Kg .m <sup>2</sup> ]
$c_{l\alpha}$ : La dérivé de coefficient de portance par rapport à $\alpha$ .	[-]
$c_{l\beta}$ : La dérivé de coefficient de portance par rapport à $\beta$ .	[-]
$c_{l\gamma}$ : La dérivé de coefficient de portance par rapport à $\gamma$ .	[-]
$c_{m\alpha}$ : La dérivé de coefficient de moment par rapport à $\alpha$ .	[-]
$c_{m\beta}$ : La dérivé de coefficient de moment par rapport à $\beta$ .	[-]
$c_{m\gamma}$ : La dérivé de coefficient de moment par rapport	[-]
$s$ : La surface de la section de l'aile.	[m <sup>2</sup> ]
$V$ : Vitesse de l'écoulement.	[m/s]
$t$ : Temps.	[s]
$t_s$ : Temps de réponse.	[s]
$Q_h$ : La force généralisée h.	[N]
$Q_\alpha$ : La force généralisée selon $\alpha$ .	[N]

$k$  : Pente de la surface de glissement. [-]

$l$  : Terme correcteur pour la commande de commutation. [-]

## Les matrices et vecteurs :

$x \in R^n$  : Vecteur qui représente les  $n$  variables d'état (vecteur d'état).

$u \in R^p$  : Vecteur qui représente les  $p$  commandes.

$\hat{x}(t)$  : Vecteur d'états estimés.

## Les fonctions :

$d$  : La fonction de dissipation de Rayleigh.

$\varphi$  : La fonction de Wagner.

$S$  : La surface de glissement.

$V(x)$  : fonction de Lyapunov.

$U_{eq}$  : Commande équivalente.

$\Delta U$  : Commande de commutation.

## Abréviations :

**ASE** : Aéro-Servo-Elasticité.

**BF** : Boucle Fermée.

**BO** : Boucle Ouverte.

**C<sub>g</sub>** : Centre de gravité (Centre de masse).

**C<sub>e</sub>** : Le centre élastique.

**C<sub>a</sub>** : Centre aérodynamique.

**FBW** : Fly By Wire.

**LCO** : Oscillations à cycle limité (Limit Cycle Oscillations).

## Nomenclature

---

**MC** : Mode de Convergence.

**MG** : Mode de Glissement.

**MIV** : Vibrations induites par mouvement (Movement Induced Vibrations).

**MRP** : Mode du Régime Permanent.

**TIV** : Vibrations induites par turbulence (Turbulence Induced Vibrations).

**VIV** : Vibrations induites par vortex (Vortex Induced Vibrations).

### Résumé

Ce mémoire traite la commande du système aéroélastique non linéaire pour un écoulement instationnaire utilisant les approches par mode glissant et par mode glissant avec observateur à gain élevé, appliquées sur le modèle de l'aile TAMU WING II décrit par sa représentation d'état, dans le but de retarder l'apparition du phénomène de flottement pour ce système. L'approche par mode glissant repose sur la conception d'une fonction de commutation pour amener la trajectoire d'état du système à une surface de glissement, et l'obliger à rester au voisinage de cette surface afin de converger vers la position d'équilibre. L'approche par mode glissant avec observateur à gain élevé ressemble à celle par mode glissant, sauf que les lois de commande s'appliquent aux erreurs d'observation pour que la trajectoire d'état estimé tende vers celle de l'état réel. Et elle repose sur le bon choix des paramètres de la commande pour amener cette trajectoire à la surface de glissement, et y rester jusqu'à la position d'équilibre. A travers l'étude de la stabilité du système en lui appliquant ces deux lois de commande, nous avons montré l'efficacité de chaque commande pour améliorer la vitesse critique de flottement d'une façon significative.

### Abstract

This work deals with the control of the nonlinear aeroelastic system in unsteady aerodynamic flow using sliding mode and sliding mode with high gain observer, applied to the model of the TAMU WING II described by its state representation, in order to delay the occurrence of the flutter phenomenon for this system. The sliding mode approach is based on the design of a switching function to drive the system state trajectory to a sliding surface and maintain it in the vicinity of that surface for the rest of the time until the equilibrium position. The sliding mode with high gain observer approach is similar to sliding mode approach, except that the control laws are applied to observation errors so that the estimated state trajectory tends towards the actual state trajectory. And it is based on the right choice of the control parameters in order to drive the state trajectory to the equilibrium position. By studying the stability of the system and applying these two types of control, we have shown the efficiency of each control to improve the critical float velocity significantly.

تعالج هذه المذكرة التحكم في جملة مرنة غير خطية ضمن وسط هوائي متقلب باستعمال المقاربة بوضع الانزلاق، و المقاربة بالمراقب عالي المكسب في وضع الانزلاق، مطبقتين على نموذج الجناح من النوع TAMU WING II الموضح بتمثيل فضاء الحالة الخاص به، و ذلك لغرض تأخير بداية ظاهرة الرفرفة بالنسبة لهذه الجملة. المقاربة بوضع الانزلاق تعتمد على اختيار دالة التبديل لقيادة مسار الحالة الخاص بالجملة إلى سطح الانزلاق، و إرغامه على البقاء بجوار هذا السطح، ثم الانزلاق نحو وضعية التوازن. المقاربة بالمراقب عالي المكسب في وضع الانزلاق تشبه المقاربة بوضع الانزلاق، غير أن قوانين التحكم تطبق على أخطاء المراقبة، لكي يتجه مسار الحالة المقدر نحو مسار الحالة الحقيقي. و هي تعتمد على اختيار عناصر التحكم بهدف قيادة مسار الحالة نحو وضع التوازن. من خلال دراسة استقرار الجملة بتطبيق هاتين الطريقتين في التحكم، لقد قمنا بإظهار نجاعة كل من طريقتي التحكم في الرفع من قيمة السرعة الحرجة للرفرفة بشكل واضح.

**Nomenclature**

**Résumé**

**Table des matières**

**Liste des figures**

**Liste des tableaux**

**Liste des annexes**

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE I : Généralités sur l'aéro-servo-élasticité</b> .....	3
Introduction .....	3
I.1. Notions générales sur l'aérodynamique .....	5
I.1.1. Définitions .....	5
I.2. Notions générales sur l'aéroélasticité.....	7
I.2.1 Origine des vibrations .....	7
I.2.2 Les problèmes de l'aéroélasticité parmi les phénomènes d'interaction fluide-structure .....	8
I.2.3 Phénomènes d'aéroélasticité .....	9
I.3 Le flottement .....	12
I.3.1 Prédiction et analyse du flottement .....	13
I.4 Notions sur la commande active des systèmes aéroélastiques .....	14
I.4.1 Volets et bords hypersustentateurs .....	15
I.4.2 Notions sur la commande des systèmes aéroélastiques .....	16
<b>CHAPITRE II : Modélisation du système aéroélastique</b> .....	18
Introduction .....	18
II.1. La modélisation structurelle.....	18
II.1.1. L'énergie potentielle .....	19
II.1.2. L'énergie cinétique .....	20
II.1.3. Les forces généralisées.....	21
II.2. Le modèle aérodynamique .....	24
II.3. Application sur le modèle d'aile TAMU WING II.....	27
II.3.1. Les paramètres de TAMU WING II .....	28
II.4. Représentation d'état du modèle TAMU WING II .....	29
II.4.1. Représentation d'état finale du système .....	36
Conclusion .....	37

<b>CHAPITRE III : Commande par mode glissant</b> .....	38
Introduction .....	38
III.1. Commande par mode glissant.....	39
III.1.1. Définition de la loi de commande par mode glissant .....	39
III.2. Principe de conception de la commande par mode glissant .....	40
III.2.1. La surface de glissement (S) .....	41
III.2.2. Condition d'existence de convergence .....	42
III.2.3. Détermination de la commande .....	42
III.3. Phénomène de chattering (Broutement, reticence) .....	44
III.3.1. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence .....	45
III.4 Elaboration de la loi de commande .....	46
III.4.1. Rappel du système étudié .....	46
III.4.2. Calcul de la loi de commande.....	46
III.4.3. Calcul des angles $\beta$ et $\gamma$ .....	49
III.5. Commande par mode glissant avec observateur.....	49
III.5.1. Observabilité des systèmes non linéaires .....	50
III.5.2. Structure d'un observateur à mode glissant .....	50
III.6. Elaboration de la loi de Commande par mode glissant avec observateur à gain élevé .....	52
III.6.1. Principe de la commande et critère de stabilité .....	52
III.6.2. Calcul de la loi de commande .....	53
Conclusion.....	55
<b>CHAPITRE IV : Simulation et interprétation</b> .....	56
Introduction .....	56
IV.1. Simulation en boucle ouverte .....	56
IV.1.1. Résultats de simulation .....	56
IV.1.2. Interprétation .....	58
IV.2. Simulation de la commande par mode glissant .....	58
IV.2.1. Résultats de simulation .....	59
IV.2.2. Interprétation .....	61
IV.2.3. Gain en vitesse .....	62
IV.3. Simulation de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé.....	63
IV.3.1. Résultats et interprétation.....	63

# Table des matières

---

IV.3.2. Gain de vitesse .....	72
IV.4. Etude comparative .....	73
Conclusion .....	74
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>79</b>
<b>Références bibliographiques</b>	
<b>Annexes</b>	

## CHAPITRE I :

Figure (I.1) : Interactions entre les domaines de l'ASE .....	3
Figure (I.2) : Diagramme bloc d'un système aéro-servo-élastique type .....	3
Figure (I.3) : Caractérisation des problèmes d'aéroélasticité parmi ceux d'interactions fluide-structure .....	8
Figure (I.4) : Photographie d'un planeur ash25-eb28 au sol .....	10
Figure (I.5) : Photographie du même planeur en vol de croisière .....	10
Figure (I.6) : Arrachement de la gouverne de direction d'un Airbus A310-300 suite à du flottement ..	11
Figure (I.7) : L'A350 XWB lors des essais de vibrations au sol .....	13
Figure (I.8) : Volets sortis en préparation de l'atterrissage .....	15
Figure (I.9) : Organigramme de l'interaction structure-fluide-commande .....	16

## CHAPITRE II :

Figure (II.1) : La géométrie de la section d'aile bidimensionnelle.....	19
Figure (II.2) : Le modèle aéroélastique d'une section d'aile bidimensionnelle avec les deux surfaces de commande de bord d'attaque et de bord de fuite.....	26
Figure (II.3) : A) Vue de face de la section d'aile avec les deux surfaces de commande défléchir de leurs positions initiales. B) Vue de dessus de l'aile TAMU WING II avec revêtement transparent.....	27

## CHAPITRE III :

Figure (III.1) : Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase .....	40
Figure (III.2) : Surface de glissement .....	41
Figure (III.3) : Représentation de la fonction Sign(S) .....	43
Figure (III.4) : Schéma de la commande par mode glissant .....	44
Figure (III.5) : Phénomène de chattering .....	44
Figure (III.6) : Fonctions de commutation .....	45
Figure (III.7) : Structure générale d'un observateur à mode glissant .....	51

## CHAPITRE IV :

Figure (IV.1) : Implémentation en Simulink du système en boucle ouverte .....	57
Figure (IV.2) : La réponse du système en BO pour $h$ et $\alpha$ à une vitesse $V= 06$ m/s .....	57
Figure (IV.3) : La réponse du système en BO pour $h$ et $\alpha$ à une vitesse $V = 14$ m/s .....	58
Figure (IV.4) : La réponse du système en BF pour $h$ et $\alpha$ à une vitesse $V = 06$ m/s.....	59
Figure (IV.5) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF à $V = 06$ m/s .....	60
Figure (IV.6) : La réponse du système en BF pour $h$ et $\alpha$ à une vitesse $V = 34$ m/s.....	60
Figure (IV.7) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF à $V = 34$ m/s .....	61
Figure (IV.8) : La réponse du système en BF pour $h$ et $\alpha$ à une vitesse $V = 37$ m/s .....	61
Figure (IV.9) : La réponse de $h$ et de $\alpha$ en BF avec observateur pour une vitesse $V = 06$ m/s .....	64
Figure (IV.10) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF avec observateur à $V = 06$ m/s .....	64
Figure (IV.11) : Réponse du système en BF avec observateur, avec et sans filtre pour $V = 06$ m/s ....	65
Figure (IV.12) : Réponse du système en BF et en BF avec observateur pour $V = 06$ m/s .....	66
Figure (IV.13) : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour $V = 06$ m/s .....	66
Figure (IV.14) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF avec observateur avec et sans filtre à $V = 06$ m/s .....	67
Figure (IV.15) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF et en BF avec observateur à $V = 06$ m/s .....	67
Figure (IV.16) : La réponse de $h$ et de $\alpha$ en BF avec observateur pour une vitesse $V = 28$ m/s.....	69
Figure (IV.17) : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour $V = 28$ m/s .....	69
Figure (IV.18) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF avec observateur à $V = 28$ m/s .....	70
Figure (IV.19) : La réponse de $h$ et de $\alpha$ en BF avec observateur pour une vitesse $V = 34$ m/s .....	71
Figure (IV.20) : Comportement de $\beta$ et de $\gamma$ en BF et en BF avec observateur à $V = 34$ m/s .....	71
Figure (IV.21) : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour $V = 34$ m/s .....	72

## ANNEXES :

Figure (B.1) : le schéma d'une représentation d'état d'un système non linéaire.

Figure (D.1) : Implémentation de la commande par mode glissant pour le système non linéaire sous MATLAB SIMILUNK.

Figure (D.2) : Implémentation de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé pour le système non linéaire sous MATLAB SIMILUNK.

## **CHAPITRE II :**

Tableau (II.1) : Les paramètres de TAMU WING II .....	28
-------------------------------------------------------	----

## **CHAPITRE IV :**

Tableau (IV.1) : Comparaison entre le système en boucle ouverte, en boucle fermée, et en boucle fermée avec observateur .....	73
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

**Annexe A :** Les équations de Lagrange

**Annexe B :** La représentation d'état d'un système

**Annexe C :** Observateur à grand gain en mode glissant

**Annexe D :** Implémentation sous matlab-Simulink

La sécurité du transport aérien et la fiabilité des appareils sont des préoccupations majeures pour les constructeurs aéronautiques. L'enjeu est de prévenir toutes les situations accidentelles qui risquent de survenir au cours d'un vol.

L'un des principaux défis auxquels sont confrontés les concepteurs d'avions aujourd'hui est celui d'aéroélasticité. Les interactions complexes entre la dynamique, la mécanique des solides, et les forces aérodynamiques peuvent créer des problèmes de la fatigue structurelle des aéronefs, l'inconfort des passagers, la diminution de performances, et même une défaillance catastrophique [18].

Au début de l'histoire de l'aviation ce problème était minimal à de faibles vitesses de vol, des facteurs de sécurité et des performances modérées sont exigées. Cependant, Les avions actuels devraient repousser les limites physiques en termes de vitesse, d'altitude, de maniabilité, d'endurance, de portée et de coût. Les concepteurs se sont tournés vers des matériaux légers pour une utilisation avec les moteurs de forte puissance pour réduire le poids afin de transporter plus de carburant et de charges utiles. Ces matériaux légers induisent plus de souplesse que les matériaux d'aéronefs conventionnels qui, lorsqu'ils sont utilisés à des vitesses et des altitudes importantes posent des préoccupations aéroélastiques importantes [18].

L'un des phénomènes les plus connus et les plus dangereux dans lequel les surfaces aérodynamiques deviennent instables dans certaines conditions de vol est le phénomène de flottement. Cette instabilité peut conduire à la destruction de la structure d'où la nécessité de la prévention contre ce phénomène.

Avec les progrès de la technologie de contrôle. Le contrôle actif est devenu une solution à de nombreux problèmes de conception aérospatiale, y compris le problème de flottement. D'abord, les contrôleurs classiques ont été utilisés. Ensuite, des méthodes de commandes ont été améliorées et des contrôleurs plus robustes ont commencé à être utilisés [18].

La suppression de flottement est un sujet très important, et chaque constructeur doit prendre toutes les précautions nécessaires dans le but de l'éviter tout en conservant les performances de l'avion. Plusieurs techniques (Passives) ont été proposées. Cependant, quelques méthodes restent inefficaces suite à leurs impacts négatifs sur les performances de l'avion (Augmentation de poids), mais avec le développement du concept de l'aéroservoélasticité, il est devenu possible maintenant de retarder et même de supprimer ce phénomène tout en conservant les performances de l'avion.

Alors que les principes de proportionnalité et de superposition mènent, pour les systèmes linéaires, à des formulations et à des méthodes d'analyse et de synthèse très générales, il en va tout

autrement pour les systèmes non linéaires. En effet, par définition même, sous l'appellation systèmes non linéaires, se regroupent des systèmes de natures très variées, qui nécessitent des approches elles-mêmes très différentes. Dans une première étape, les non-linéarités ont été considérées essentiellement comme des imperfections, mais très vite les ingénieurs ont pris conscience des avantages qu'ils pouvaient tirer des non-linéarités pour la conception de systèmes plus performants. Parmi ces avantages, nous pouvons mentionner la commande si elle est bien conçue.

L'étude que nous présentons ici se situe dans le cadre d'exploiter une commande robuste, et l'appliquer sur un système qui est non linéaire, dans le but de limiter les vibrations et de retarder le phénomène de flottement.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres, tel que :

Le premier chapitre est entièrement consacré à une vision générale sur l'aéroélasticité et le phénomène de flottement ainsi que la solution proposée pour ce phénomène (l'aéroservoélasticité).

Le deuxième chapitre commencera en premier lieu à établir les équations aéroélastiques qui régissent le comportement du système aéroélectrique par l'application des équations de Lagrange. Ensuite, les équations à deux degrés de liberté obtenues par le développement de la fonction de Wagner dans un écoulement instationnaire seront écrites sous forme d'une représentation d'état pour le système, Ensuite une application numérique est faite sur le modèle d'aile appelé TAMU WING II afin de simuler son comportement dynamique.

Le troisième chapitre est consacré entièrement à l'étude des lois des commandes envisagées, et le calcul de ces dernières pour le cas de notre système non linéaire. Il s'agit de la loi de commande par mode glissant ainsi que la loi de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé.

Le quatrième chapitre est consacré à la présentation des résultats de simulation et aux interprétations.

***CHAPITRE I :***  
***Généralités sur***  
***l'Aéro-Servo-élasticité***

Introduction [1]

L'Aéro-Servo-Elasticité (ASE) est un sujet multidisciplinaire important dans l'ingénierie aérospatiale, et est l'interface de contrôle et d'étude des interactions aérodynamiques, des déformations structurelles, et des systèmes de contrôle de vol automatiques utilisés par les avions modernes (Comme le montre la figure (I.1)). Donc, son influence sur la conception et les opérations de l'aéronef exige de comprendre les surfaces de commande qui contribuent à l'établissement d'un modèle mathématique précis.

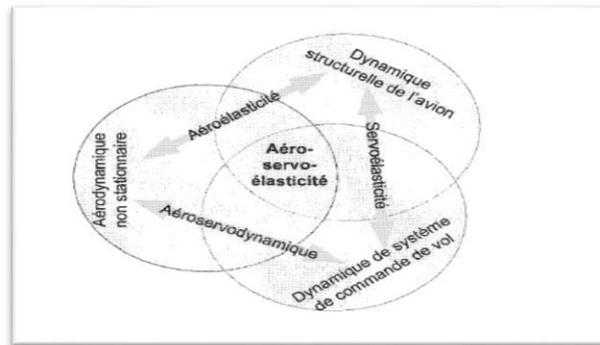


Figure I.1. Interactions entre les domaines de l'ASE.

L'aéroélasticité est étudiée depuis un siècle, mais l'étude de l'impact et l'interaction entre un système de contrôle actif et l'aéroélasticité dynamique d'un avion est un sujet relativement récent. La focalisation sur ce thème était avec l'apparition de la nouvelle conception " Fly-By-Wire " (FBW) ; qui fait boucler les surfaces de commande avec la réponse dynamique du système (Figure (I.2)).

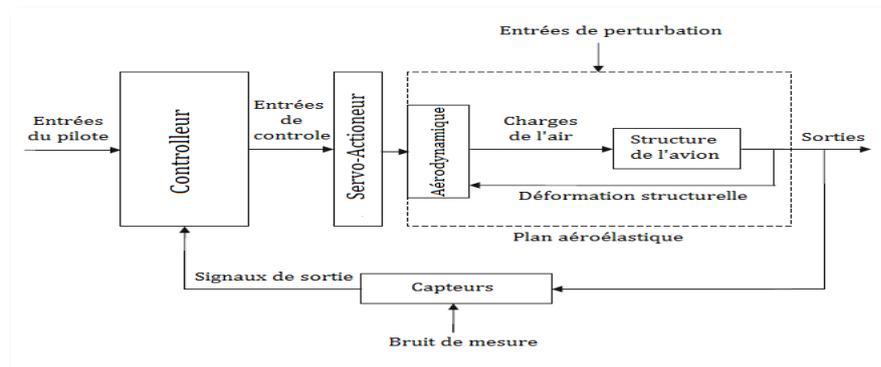


Figure I.2 : Diagramme bloc d'un système aéro-servo-élastique type.

L'exemple le plus connu d'une telle interaction est le flottement (Flutter) qui est un accouplement dynamiquement catastrophique entre le mouvement élastique, la charge aérodynamique, et le contrôleur-Surface actionnée. Beaucoup d'accidents ont été considérés comme conséquences d'un accouplement ASE instable ou imprévu. Pour éliminer ce problème, deux types de solutions sont utilisées : Solution Passive qui consiste à l'augmentation de la rigidité de la structure mais qui est coûteuse et pas pratique. Et une solution active moins coûteuse dans laquelle, des surfaces mobiles de l'aile sont contrôlées suivant un modèle mathématique des interactions ASE bien établi.

Comparée aux autres sciences spatiales (Structures, aérodynamique, propulsion, ...etc.), l'ASE est une discipline inexpérimentée. Son début était dans les années 1970. Les avions militaires extrêmement manœuvrables comme le Lockheed F-16 et le Mc Donnell Douglas F/A-18 ainsi que les avions de transport public comme le Boeing B767 et l'Airbus A320 qui ont été développés, ont construit les systèmes de contrôle de vol automatiques, qui sont facilement programmés pour remplir certaines tâches comme la suppression du flottement dont la seule manière d'éviter était de refaire un nouveau design des composantes structurelles, et dont l'analyse demanda des milliers d'heures de tests attentifs et dangereux, et donc, augmenter les coûts du développement des prototypes (déjà élevés) ; et de ce fait, l'analyse et la prévention du phénomène de flottement étaient un obstacle pour le développement d'une nouvelle configuration d'aéronefs.

Le concept de suppression de flottement a été développé pour surmonter les techniques passives inadéquates, et pour assurer un vol plus rapide et plus efficace. Dans ce sens, un système de contrôle automatique actionne une surface de contrôle au niveau de l'aile, en réponse au mouvement structurel senti par un accéléromètre, ce qui augmente la vitesse du flottement dans une boucle fermée en changeant les caractéristiques de stabilité du système en boucle ouverte.

La suppression du flottement actif nécessite des connaissances des modes aéroélastiques qui le causent. Les vibrations sont changées de telle sorte qu'en boucle fermée, elles apparaissent pour des vitesses plus élevées. Pour éliminer ces vibrations, il est nécessaire d'établir un modèle aéroélastique basé sur la modélisation des forces aérodynamiques.

Après que le modèle voulu soit obtenu, le contrôleur multi-variable pour suppression de flottement est désigné par des techniques standards en boucle fermée. Puisqu'il est crucial que les lois de contrôle dérivées soient robustes, respectant la modélisation des incertitudes et de la mesure du bruit, des contrôleurs robustes et adaptatifs sont spécialement recherchés pour des applications pratiques.

Les efforts de conception et d'analyse de l'ASE ont été continus dans les années 1980 et 1990, où ils ont été améliorés par la théorie de contrôle robuste multi-variable. L'armée américaine a initialisé un programme ambitieux de l'aile flexible, dont l'objectif était d'utiliser les interactions favorables de l'ASE pour construire un modèle d'aile à performance, stabilité et contrôle améliorés, en utilisant les surfaces de commande multiples et les lois de contrôle du gain.

D'une façon générale, l'étude de l'ASE nécessite d'avoir des connaissances générales concernant les trois domaines suivants : l'aérodynamique ; l'aéroélasticité ; et les techniques de commande (Automatique), ainsi que les interactions entre ces trois disciplines.

## I.1. Notions générales sur l'aérodynamique

L'aérodynamique est une branche de la dynamique des fluides qui porte principalement sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air, ainsi qu'éventuellement sur leurs effets sur des éléments solides qu'ils environnent [34].

L'aérodynamique s'applique aux véhicules en mouvement dans l'air (Aérodynes, automobiles, trains), aux systèmes de propulsion (Hélices, rotors, turbines, turboréacteurs), aux installations fixes dans un air en mouvement subissant les effets du vent (Bâtiments, tours, ponts) ou destinés à la production d'énergie (Eoliennes), aux systèmes mécaniques transformant une énergie aérodynamique en énergie mécanique et vice-versa (Turbines, compresseurs) [34].

Outre la maîtrise de la traînée (Force parallèle et opposée à l'écoulement) et de la portance (Force perpendiculaire à l'écoulement), l'aérodynamique doit aussi prédire les efforts locaux exercés sur le corps, en particulier la pression, afin de calculer les déformations de sa structure. L'influence réciproque entre la structure, qui en se déformant modifie le champ aérodynamique, et l'écoulement, qui de ce fait impose à la structure une charge qui a varié, est à l'origine d'un couplage fluide-structure pouvant conduire à des situations dangereuses comme le flottement, dont un exemple fameux est la rupture du pont suspendu de Tacoma sous l'effet d'une tempête. L'étude de ce phénomène qui intéresse presque tous les domaines de l'aérodynamique (Notamment les aubes de compresseur ou de turbine, les pales d'hélicoptère ou d'éolienne) relève de l'aéroélasticité [33].

Les effets du vent sur une structure élancée peuvent être classés en trois types : [2]

- a) Les effets de signature : Formation de tourbillons en aval de l'obstacle heurté par le vent ;
- b) Les effets turbulents, associés aux fluctuations turbulentes de l'écoulement du vent dans les basses couches atmosphériques pour lesquels interviennent des notions statistiques telles que l'admittance aérodynamique ;
- c) Les effets aéroélastiques qui se développent dans une structure lorsque les déplacements de celle-ci et les forces du vent interagissent.

### I.1.1. Définitions :

➤ **Angle d'incidence** : Angle formé par la corde de profil de l'aile et le vecteur vitesse, aussi appelé angle d'attaque [34].

➤ **Incidence et portance** : La portance d'une aile est en relation directe avec son angle d'incidence, plus l'angle d'incidence est important plus la portance est grande (Et plus la traînée augmente). Ceci reste vrai jusqu'au point de décrochage, où la portance commence à décroître à cause de la séparation des flux d'air sur l'extrados [17].

➤ **Aérodynamique stationnaire** : C'est l'étude qui porte principalement sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air stationnaires dont les paramètres aérodynamiques restent invariables avec le temps, ces écoulements sont caractérisés par l'apparition de zones de recirculations dont la taille et l'angle de décollement croissent avec le nombre de Reynolds [36].

➤ **Aérodynamique instationnaire** : C'est l'étude qui porte principalement sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air instationnaires dont les paramètres aérodynamiques varient fortement avec le temps, c'est lorsque les effets des écoulements d'air sur les éléments solides qu'ils environnent présentent des changements successifs au niveau des paramètres aérodynamiques.

➤ **Aérodynamique quasistationnaire** : C'est l'étude qui porte principalement sur la compréhension et l'analyse des écoulements d'air dont les paramètres aérodynamiques présentent des variations faibles avec le temps, et donc, ces variations peuvent être négligées et ces écoulements peuvent être considérés comme stationnaires dans le but de faciliter leur étude sans influencer l'exactitude des résultats.

➤ **Couche limite** : C'est la couche d'air au contact de la surface de l'aile. Les particules au voisinage immédiat de l'aile sont dotées d'une vitesse propre inférieure à celles situées dans la couche plus externe. Des études récentes montrent que dans ce cadre la traînée aérodynamique d'une surface très finement striée peut être inférieure à celle d'une surface lisse [34].

➤ **Décrochage de l'aile** : Le décrochage commence localement à l'endroit le plus chargé aérodynamiquement, et s'étend plus ou moins brusquement à toute la surface de l'aile. L'asymétrie du décrochage (Qui peut amener une perte de contrôle en roulis) est plus dangereuse que le décrochage lui-même [34].

➤ **Moments aérodynamiques** : Ce sont les couples qui s'appliquent sur les trois axes d'un aéronef. On distingue les moments de tangage, de roulis et de lacet [34].

## I.2. Notions générales sur l'aéroélasticité

L'aéroélasticité étudie les vibrations des structures élastiques dans un écoulement d'air. Une structure souple comme une aile d'avion ou un grand pont comme celui de Millau, peut se mettre à vibrer à cause de l'écoulement d'air. Celui-ci est dû à la vitesse de l'avion ou bien au vent dans le cas des ouvrages de génie civil [35].

Un système est dit “ *élastique* ” si les distances entre les masses élémentaires constituant la masse globale du système varient sous l'effet des différentes contraintes (Pression ; température ; ...etc.). Si ces distances sont invariables sous l'effet des contraintes, le système est dit “ *Rigide* ”.

### I.2.1 Origine des vibrations :

Les causes de ces vibrations se séparent en deux grandes familles :

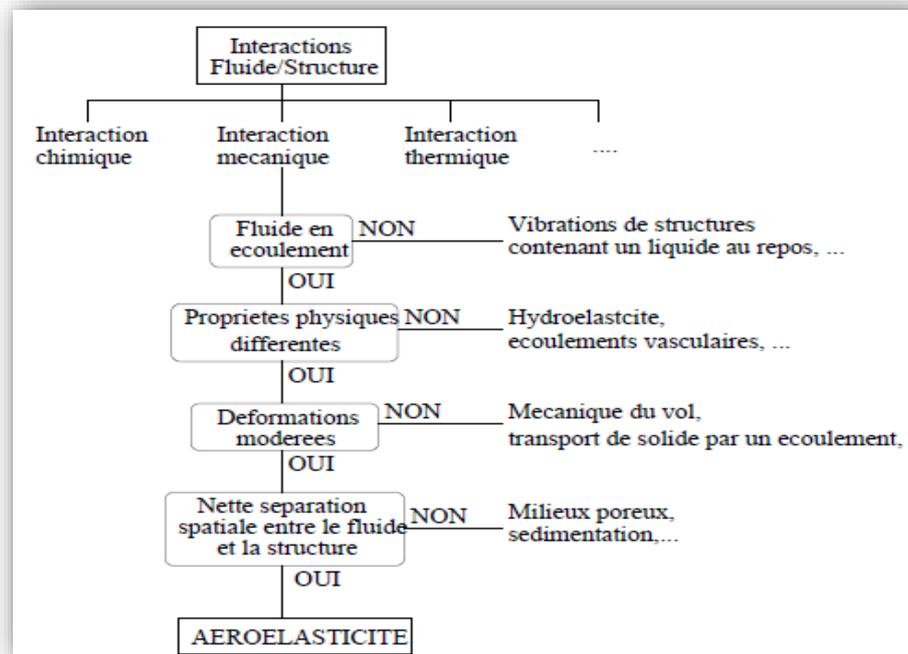
❖ Les vibrations induites par les variations dans le temps de la vitesse de l'écoulement, présentes même lorsque la structure est immobile. C'est le cas de la turbulence atmosphérique ou plus simplement des rafales de vent. On parle alors de « *vibrations induites par la turbulence* » (En anglais *Turbulence Induced Vibrations* ou *TIV*). Il existe aussi dans le sillage de certaines structures des lâchers périodiques de tourbillons qui peuvent entrer en résonance avec la structure. On parle dans ce cas de « *vibrations induites par vortex* » (En anglais *Vortex Induced Vibrations* ou *VIV*) [3].

❖ La seconde famille de vibrations est moins évidente alors qu'elle est souvent plus dommageable. Par exemple le mécanisme à l'origine de la destruction du pont de Tacoma entre dans cette catégorie. Elle est due à un effet de vitesse moyenne de l'air dont l'écoulement se couple avec le mouvement de la structure [4]. On parle alors d'instabilité aéroélastique, ou autrement dit, des « *vibrations induites par le mouvement* » (En anglais : *Movement Induced Vibrations* ou *MIV*). On trouve aussi le terme de « flottement » qui est un terme générique pour des phénomènes de couplage aéroélastique [5 ; 6].

Les vibrations induites par le mouvement sont dues à des instabilités aéroélastiques qui se déclenchent lorsque la vitesse moyenne du vent est supérieure à une « vitesse critique » [7]. L'enjeu des études et recherches porte généralement sur la détermination de cette vitesse critique, lorsqu'elle existe, et est de faire en sorte qu'elle ne soit jamais atteinte. Par exemple pour un avion on s'arrange pour que cette vitesse critique soit supérieure à la vitesse atteignable par l'engin. Comme il est courant dans les autres domaines d'ingénierie, il convient d'appliquer un coefficient de sécurité [3].

### 1.2.2 Les problèmes de l'aéroélasticité parmi les phénomènes d'interaction fluide-structure [8] :

La figure (I.3) résume la caractérisation des problèmes d'aéroélasticité parmi l'ensemble des problèmes d'interaction entre un fluide et une structure.



**Figure I.3. Caractérisation des problèmes d'aéroélasticité parmi ceux d'interactions fluide-structure [8].**

Les phénomènes d'interaction entre un fluide et un solide sont nombreux (Figure (I.3)). Parmi ces phénomènes, plusieurs grandes familles peuvent être dégagées, en considérant la nature du couplage :

- Couplage thermique, le fluide et le solide échangent de la chaleur ;
- Couplage chimique, le fluide cristallise et se transforme en solide ;
- Couplage mécanique ; ...etc.

L'aéroélasticité fait partie de la famille des phénomènes de couplage mécanique. Lorsqu'il s'agit de couplage mécanique, la littérature consacrée utilise le terme de « structure » plutôt que celui de « solide ». Cette famille peut elle-même se diviser en deux sous familles :

- Phénomènes de vibrations, dans lesquels les éléments de la structure et du fluide ne subissent que de petits déplacements.

– Phénomènes d'interaction entre un écoulement de fluide et une structure. La particularité de ce type de phénomène est que, du fait de l'écoulement, le fluide peut dans certains cas apporter indéfiniment de l'énergie à la structure, conduisant à une instabilité du système. L'aéroélasticité en fait partie.

Par ailleurs une autre catégorisation est envisageable. Il est possible de distinguer des phénomènes dans lesquels :

- Le fluide et la structure ont des masses volumiques comparables ;
- Le fluide et la structure ont des masses volumiques très différentes. A priori la masse volumique du fluide est plus faible que celle de la structure. L'aéroélasticité fait partie des phénomènes où le fluide est nettement plus léger que la structure.

Un troisième point peut être utilisé pour caractériser les problèmes d'aéroélasticité, il s'agit de la très nette séparation spatiale entre le fluide et la structure. Comme contre-exemple de cette ségrégation spatiale entre le fluide et la structure, on peut citer une structure poreuse traversée par un fluide.

Enfin, la construction même du terme « aéroélasticité » laisse entendre que les solides en jeu sont déformables, avec des déplacements modérés par rapport à une position initiale. Ainsi l'aéroélasticité exclut habituellement les problèmes tels que la mécanique du vol qui s'intéresse à la trajectoire de corps (le plus souvent rigides) soumis à des efforts aérodynamiques.

### ***1.2.3 Phénomènes d'aéroélasticité :***

#### ***a. Aéroélasticité statique :***

Les phénomènes d'aéroélasticité statiques se caractérisent par une absence d'évolution du système aéroélastique au cours du temps. Le meilleur exemple de ce type de phénomènes est la forme d'un avion en vol de croisière (Ou bien à travers des essais au sol, figure (I.4)). La forme d'un avion en croisière ne varie pas pendant de grands intervalles de temps (Figure (I.5)), elle peut donc être considérée comme statique. Cette forme dépend des efforts aérodynamiques qui s'exercent sur l'avion. Or ces efforts aérodynamiques dépendent de la forme de l'avion. On a donc bien affaire à un problème de couplage aéroélastique statique [8].



*Figure I.4 Photographie d'un planeur ash25-eb28 au sol.*

D'un point de vue industriel, les phénomènes d'aéroélasticité statique sont importants. En effet, la forme est un paramètre très important dans la performance de nombreux systèmes (En particulier des avions). La prise en compte de tout phénomène pouvant affecter cette forme est donc nécessaire [8].

Ces phénomènes peuvent être vus comme un problème d'équilibre entre le fluide et la structure. Ils soulèvent donc les problèmes généraux d'étude des points d'équilibres de systèmes [8], et peuvent également causer l'endommagement et la rupture du système. Tout d'abord, si les déformations imposées génèrent des contraintes structurelles supérieures à celles acceptées par la structure, le système se déformera de manière irréversible (Déformation plastique) ou se rompra. Ensuite, la modification de la forme de l'avion peut modifier la position du foyer aérodynamique de l'avion et donc perturber l'équilibre et la stabilité de l'avion : il est donc important de connaître la forme de l'avion en vol [18].



*Figure I.5 Photographie du même planeur en vol de croisière.*

**b. Aéroélasticité dynamique : [8]**

Les phénomènes d'aéroélasticité dynamique se caractérisent par une évolution dans le temps du système aéroélastique. Parmi ces phénomènes, on peut distinguer deux familles :

- Les phénomènes autodéterminés dans lesquels l'évolution du système au cours du temps est provoquée par une instabilité propre au système. Ce type de phénomène correspond au flottement.
- Les phénomènes forcés dans lesquels l'évolution temporelle du système est provoquée par une action extérieure.

Notons par ailleurs qu'il est toujours possible de considérer les phénomènes d'aéroélasticité statique comme un cas particulier des phénomènes d'aéroélasticité dynamique.

**➤ Phénomènes d'aéroélasticité dynamique relatifs aux surfaces de contrôle d'un avion : [8]**

Parmi les phénomènes d'aéroélasticité dynamiques qui touchent les avions munis de surfaces de contrôle, une grande partie concerne bien sur le flottement. En effet, de nombreuses causes peuvent conduire à des phénomènes de flottement mettant en jeux ces surfaces.

Tout d'abord les gouvernes peuvent présenter du jeu qui facilite leur mise en flottement. Le flottement des gouvernes peut ensuite induire un flottement de l'avion complet ou conduire à l'arrachement de la gouverne (Figure **(I.6)**). La présence de jeux dans les gouvernes rend les phénomènes d'aéroélasticité associés très complexes dans la mesure où il rend le comportement du système très fortement non linéaire.



**Figure I.6** Arrachement de la gouverne de direction d'un Airbus A310-300 suite à du flottement.

### I.3 Le flottement [8]

Il s'agit d'oscillations de la structure provoquées par l'écoulement qui la parcourt. Ce phénomène a été rendu célèbre notamment par la ruine du pont de Tacoma en 1940 suite à l'entrée en flottement de son tablier sous l'effet du vent. C'est un phénomène qui peut être destructif, et dont les vibrations de la structure ne sont plus amorties.

Les domaines dans lesquels se rencontrent les phénomènes de flottement sont très nombreux :

- Aéronautique : Flottement des ailes des avions.
- Production d'énergie : Flottement d'éléments de turbomachines.
- Génie civil, ...etc.

De manière générale, le phénomène de flottement se caractérise comme la situation dans laquelle la structure reçoit de l'énergie de fluide sans qu'elle puisse la dissiper. Sur chaque période du mouvement de la structure, le travail exercé par les efforts de pression est globalement positif : Les oscillations de la structure s'amplifient jusqu'à destruction de la structure. Mais les vibrations peuvent aussi atteindre une amplitude limite en deçà des limites de la structure et elles deviennent périodiques. On parle alors de « cycle limite » [12]. Même si l'amplitude de ces cycles limites peut être faible, ce phénomène reste gênant. En effet, dans le cas d'un avion, les vibrations peuvent gêner le confort des passagers, voire même dégrader l'ergonomie du poste de pilotage au point de rendre l'avion impossible à piloter (Lisibilité des instruments, manipulation des commandes). De plus, elles peuvent aussi entraîner une fatigue prématurée de la structure et des équipements qu'elle porte. Enfin, on peut avoir aussi des nuisances sonores si la fréquence du cycle limite est élevée (Et rendre un moteur bruyant, par exemple).

Le flottement classique du profil d'aile est apparu lorsque les avions de type monoplan ont commencé à atteindre des vitesses élevées. Par tradition le flottement classique est un phénomène de couplage entre les mouvements de flexion verticale et de torsion d'une voilure. Il s'agit donc d'un couplage à deux degrés de liberté [11].

Si les fréquences de torsion et de flexion se rejoignent pour une vitesse de vent donnée, la dynamique du système devient instable dans le sens que le mouvement sera amplifié très rapidement et conduira généralement à la destruction de l'engin. Dans ce problème, l'écart de fréquence naturelle entre le mouvement de torsion et celui de flexion est fondamental : plus celui-ci est grand, plus la vitesse critique sera grande. Cette instabilité porte également le nom d'instabilité par confusion de fréquence [7].

### 1.3.1 Prédiction et analyse du flottement :

L'utilisation de méthodes de prédiction et d'analyse aéroélastique joue un rôle fondamental en conception aéronautique car elle permet notamment de prévenir l'apparition de vibrations auto-entretenues. Ces phénomènes, potentiellement dangereux pour l'intégrité de la structure, peuvent être étudiés à partir de modèles simplifiés en considérant que la déformation de la structure puisse être représentée au moyen d'un système à 2 degrés de liberté en flexion/torsion. Cependant, de tels modèles restent inexploitable pour des voilures non-idéalisées car ils ne permettent pas de prendre en compte les effets d'envergure ou de flexibilité de l'aile suivant la corde. Il est alors nécessaire d'avoir recours à l'utilisation de méthodes numériques dédiés à la résolution des équations de la dynamique de la structure pour mettre en œuvre les algorithmes de prédiction du flottement classique ou pour obtenir une formulation du problème aéroélastique dans le domaine temporel et pouvoir ainsi utiliser des techniques de contrôle aéro-servo-élastiques [9].



Figure I.7 L'A350 XWB lors des essais de vibrations au sol.

On distingue dans la littérature plusieurs orientations dans l'étude de flottement [10] :

- *Analyse modale* : Elle constitue la voie la plus naturelle pour l'étude du flottement (Figure (I.7)). Il s'agit d'estimer les paramètres modaux du système susceptibles d'indiquer la stabilité, à travers une étude statique (Etude du système statique libre) et une étude dynamique (Ajout des effets extérieurs) du système (Résolution de l'équation « masse-Rigidité »). On retrouve notamment des méthodes de détection et de prédiction en temps (Résolution par des techniques numériques comme la méthode des différences finies ; la méthode de Galarky ; ...etc.) et en fréquence (Basée sur la transformation comme celle de Laplace ou de Fourier) appliquées sur le modèle et/ou les données ;
- *Modélisation d'incertitude et contrôle robuste* : C'est une technique émergente apparue avec le développement de la théorie du contrôle robuste et elle est très efficace dans la mesure où elle permet de donner à partir des points de vol stable des marges du flottement tenant compte des incertitudes du modèle ;

- *Etude du phénomène des oscillations à cycle limité (Limit Cycle Oscillations ou LCO)* : Elle s'intéresse principalement au comportement non linéaire du flottement à travers le problème de fatigue de la structure. L'objectif est de prédire l'amplitude des réponses du système en fonction de la vitesse ;
- *Développement de lois de commandes pour la suppression du flottement (Active Flutter Suppression)*: On ajoute au modèle analytique du flottement un terme supplémentaire pour la force de contrôle qu'on cherche à rectifier de façon à supprimer le flutter tout en restant au même point de vol.

## 1.4 Notions sur la commande active des systèmes aéroélastiques

Comme cité précédemment, la suppression des problèmes liés à l'aéroélasticité de la structure se fait suivant deux méthodes principales : Une méthode passive, qui consiste à augmenter la rigidité de la structure mais qui est aussi coûteuse et n'est pas pratique. Et une méthode active, qui consiste à introduire des systèmes de commande des surfaces mobiles de l'avion, cette méthode présente une solution efficace aux problèmes de vibrations, assurant une durée de vie plus longue de la structure (ailes, ...), plus de confort à bord de l'avion, et augmentant la vitesse critique de flottement.

La méthode active nécessite l'étude des phénomènes aéroélastiques se produisant autour de la structure de l'avion, dans le but d'établir un système de contrôle des surfaces mobiles assurant l'amortissement des vibrations et la dissipation de toute énergie fournie par les charges aérodynamiques à la structure. Pour cela, un modèle mathématique de l'avion doit être bien établi, tel que le défi le plus important dans la conception et l'analyse mathématique de l'ASE est de dériver le modèle aérodynamique approprié qui assure la commande du système aéroélastique d'une manière souple [1], sachant que la modélisation est la représentation d'un modèle par des moyens mathématique, géométrique, cinématique...etc. et le modèle mathématique permet d'analyser des phénomènes réels et de prévoir des résultats à partir de l'application d'une ou plusieurs théories à un niveau d'approximation donné.

D'une manière globale, les éléments essentiels pour une commande active sont :

- *Le type de la commande* : Qui est choisi en tenant compte de plusieurs paramètres (Comme la robustesse et la tolérance aux erreurs ; ...etc.). Parmi ces commandes, ils existent :
  - Les commandes PID classiques (Proportional Integral Derivative) ;
  - La commande  $H_\infty$  ;
  - La commande LQG (Linear Quadratic Gaussian compensator) ;
  - La commande LQR (Linear Quadratic Regulator) ;
  - La commande par mode glissant ; ...etc.

- *Les surfaces de contrôle* : Qui se trouvent au niveau des ailes et des gouvernes de l'aéronef ;
- *Les servo-actionneurs* : Qui sont des sous-systèmes dont les fonctions de transfert sont généralement du 1<sup>er</sup> ou du 2<sup>nd</sup> ordre, et qui se mettent entre calculateurs et surfaces de contrôle. Ils doivent avoir un comportement stable, et ils sont très importants pour la conception d'une stratégie de stabilisation.

#### ***1.4.1 Volets et becs hypersustentateurs :***

Ce sont des dispositifs déployés sur l'aile d'un avion pour augmenter la portance aux basses vitesses, et rabaisser ainsi la vitesse de décrochage (Figure (I.8)) [37].



***Figure I.8 Volets sortis en préparation de l'atterrissage [37].***

Ce travail se concentre sur les surfaces de l'aile au bord d'attaque et bord de fuite (volets et becs) qui permettent de réaliser une commande active, de redimensionner la forme de l'aile pour augmenter l'angle d'incidence maximale et la portance, et de minimiser ou d'éliminer les effets liés à l'interaction fluide/structure tout comme les spoilers.

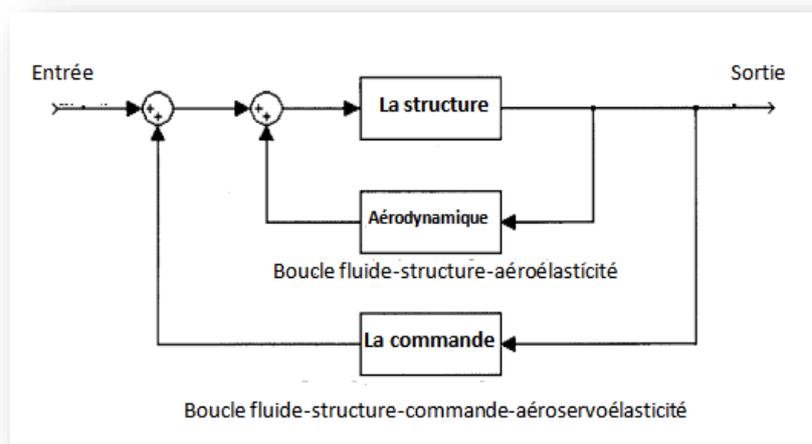
Les surfaces mobiles de la voilure (De l'aile) ont pour but de réaliser plusieurs fonctionnalités en général, parmi lesquelles [13] :

- Stabilisation et manœuvrabilité en roulis ;
- Aérofreinage (airbraking) ;
- Fonction déporteurs (lift dumper) lors de l'atterrissage ;
- Allègement de charge de la voilure, c'est-à-dire : L'allègement de charge en manœuvre MLA (Maneuver Load Alleviation), et l'allègement de charge en rafale de vent GLA (Gust Load Alleviation) ;

- Aide au contrôle en lacet ;
- Approche à forte pente (Steep Approach) pour certaines petites avions pour minimiser le temps d'approche avant l'atterrissage.

### *I.4.2 Notions sur la commande des systèmes aéroélastiques :*

La commande d'un système aéro-servo-élastique contient généralement une boucle interne concernant le contrôle de l'interaction fluide structure (Contrôle d'aéroélasticité). Et une boucle externe concernant l'interaction fluide – structure – commande choisie (Figure (I.9)).



**Figure I.9 : Organigramme de l'interaction structure-fluide-commande [18].**

L'un des travaux dans le domaine de la commande active des systèmes aéroélastiques, c'est celui de Tewari A. qui a donné une synthèse générale dans ce sens pour les systèmes linéaires (Chapitre 5) et pour les systèmes non linéaires (Chapitre 6), en étudiant la stabilité des systèmes ainsi que la suppression du phénomène de flottement et des LCOs, appliquant des différentes lois de commande comme la loi de stabilisation par retour d'état ; loi de la commande  $H_\infty$  ; et la loi de commande LQG/LTR (Loop Transfert Recovery).

Il est à noter qu'il existe un compromis entre la commande et le modèle mathématique du système, tel que deux méthodes sont suivies :

- Etablir un modèle mathématique simple, mais concevoir une commande compliquée tenant compte de tous les paramètres possibles, robuste et adaptée aux changements des conditions de vol ;
- Concevoir une commande plus simple et moins robuste, avec l'établissement d'un modèle mathématique compliqué.

Dans la commande des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, les lois de commande classiques (comme la commande PID classique) peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités [14].

La commande par mode de glissement fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable. L'importance des contrôleurs par mode glissant réside dans : La grande précision, la réponse dynamique rapide, la stabilité, la simplicité de la conception et l'implantation, et la robustesse vis-à-vis la variation des paramètres internes ou externes [15 ; 16].

***CHAPITRE II :***  
***Modélisation du système***  
***aéroélastique***

## Introduction

Lorsqu'on envisage la commande d'un système, la première étape consiste à le modéliser. Ceci peut consister à élaborer un objet mathématique qui permet de décrire et prédire le comportement dynamique du système lorsque ce dernier est soumis à des influences externes [19].

Afin d'obtenir ce modèle mathématique, on applique des formalismes comme le formalisme de Newton ou celui de Lagrange, ce dernier est un outil particulièrement adapté et très puissant pour mettre sous équations les systèmes les plus complexes. Il nous donne une procédure pour obtenir les équations du mouvement, en calculant les énergies cinétiques et potentielles du système [18].

Dans ce chapitre, nous allons appliquer le formalisme de Lagrange sur une section d'aile bidimensionnelle afin d'obtenir les équations de mouvement qui régissent le comportement du système aéroélastique [18].

Le modèle obtenu est le modèle nominal, c'est-à-dire un modèle simplifié qui ne prend pas en compte toutes les complexités du système (Les valeurs des paramètres du modèle sont égales aux valeurs nominales). Une fois le modèle mathématique est obtenu, une application est faite sur le modèle d'aile dénommé TAMU WING II pour un système non linéaire.

### II.1. La modélisation structurelle

Afin de faciliter l'étude de notre système, nous effectuons des hypothèses afin d'éliminer les effets physiques de faible importance, tel que : L'effet de la gravité est négligé, et l'angle de tangage est supposé faible.

Nous utilisons le modèle étudié dans la référence [20], Les équations qui régissent le mouvement d'une aile bidimensionnelle peuvent être tirées à partir des équations de Lagrange (Voir l'annexe A).

La section d'aile est considérée à deux degrés de liberté 2D. Nous avons le mouvement de tangage  $\alpha$  (La torsion) qui est considéré autour de l'axe élastique défini comme étant l'axe perpendiculaire à l'axe de cisaillement, et le mouvement vertical  $h$  (La flexion), tel que la rigidité structurelle pour les deux mouvements est modélisée par deux ressorts de rigidité  $K_\alpha$  et  $K_h$  respectivement.

Avec :

$$K_\alpha = \sum_{i=1}^n C_i \alpha^{i-1} \quad \text{et} \quad C_i \in R \quad (\text{II.1})$$

$K_h$  : est supposé constant.

Comme le montre la figure (II.1) ci-dessous, les points remarquables sur l'aile incluent le centre de la gravité « C », le centre élastique « P », et centre aérodynamique « Q ».

Les paramètres  $a$  et  $e$  sont tels que  $-1 < a < 1$  et  $-1 < e < 1$  et déterminent la position de centre de gravité « C » et de l'axe élastique.

Sachant que la corde  $c = 2b$  donc, la position du centre aérodynamique Q se trouve à partir de la position ( $c/4$ ).

Le repère  $\vec{i}$  représente le repère inertiel, tandis que le repère  $\vec{b}$  est fixé à l'aile, son origine est fixée au centre élastique « P » et orientée comme indiqué ci-dessous avec l'axe  $\vec{b}_1$  est dirigé vers le bord d'attaque. La portance L et le moment M sont mesurés au centre aérodynamique.

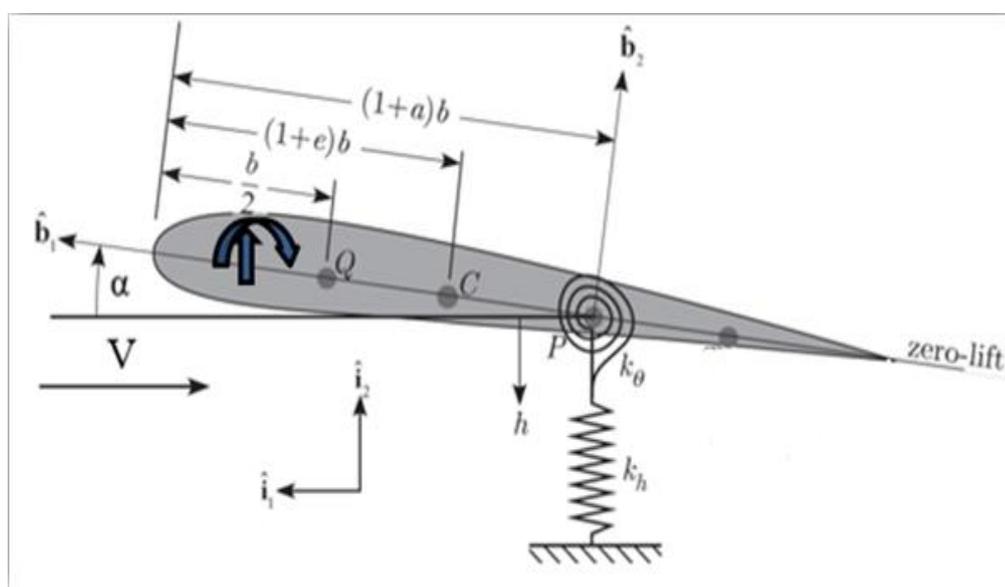


Figure II.1 : La géométrie de la section d'aile bidimensionnelle [20].

Les équations de mouvement vertical et de tangage peuvent être obtenues utilisant les équations de Lagrange, en calculant l'énergie potentielle et cinétique du système.

### II.1.1. L'énergie potentielle :

L'énergie potentielle consiste entièrement en énergie élastique, elle représente seulement l'énergie élastique emmagasinée sur les deux ressorts, l'effet de la gravité est négligé. L'énergie potentielle totale est donnée par cette équation: [20]

$$U = \frac{1}{2} K_h h^2 + \frac{1}{2} k_\alpha(\alpha) \alpha^2 \tag{II.2}$$

Où :  $K_h$  et  $k_\alpha$  sont les coefficients de rigidité du mouvement vertical et du mouvement de tangage, respectivement.

**II.1.2. L'énergie cinétique :**

L'énergie cinétique totale du système est donnée par : [20]

$$T = \frac{1}{2} m \vec{V}_{cg} \cdot \vec{V}_{cg} + \frac{1}{2} I_{cg} \dot{\alpha}^2 \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$I_{cg}$ : Est le moment d'inertie autour du centre de gravité.

$m$  : Représente la masse de l'aile.

$V_{cg}$ : C'est la vitesse du centre de gravité, qui est calculée à travers la formule suivante : [21]

$$\vec{V}_{cg} = \vec{V}_{ce} + \dot{\alpha} \vec{b}_3 \times b[(1+a) - (1+e)] \vec{b}_1 \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$\vec{V}_{ce}$  : La vitesse de centre élastique.

$\alpha$  : l'angle d'incidence.

Et on a :

$$\vec{V}_{ea} = -\dot{h} \vec{i}_2 \quad (\text{II.5})$$

Avec :  $h$  est le déplacement vertical.

Ainsi que :

$$\vec{b}_2 = \vec{b}_3 \times \vec{b}_1$$

Donc la vitesse de centre de gravité devient :

$$\vec{V}_{cg} = -\dot{h} \vec{i}_2 + \dot{\alpha} b(a-e) \vec{b}_2 \quad (\text{II.6})$$

La relation entre le repère  $\vec{b}$  et le repère  $\vec{i}$  est donnée par la relation matricielle suivante : [20]

$$\begin{bmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{l}_1 \\ \vec{l}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Nous utilisons la relation (II.7) et nous supposons que l'angle de tangage est faible c.-à-d. que  $\cos(\alpha) \approx 1$  et  $\sin(\alpha) \approx \alpha$ , pour calculer  $\vec{V}_{cg} \cdot \vec{V}_{cg}$ . Nous aurons :

$$\vec{V}_{cg} \cdot \vec{V}_{cg} = \dot{h}^2 + b^2 x_\alpha^2 \dot{\alpha}^2 + 2bx_\alpha \dot{h}\dot{\alpha} \quad (\text{II.8})$$

Avec :  $x_\alpha = (a - e)$  est le paramètre de déséquilibre statique.

Substituant la relation (II.8) dans (II.3) nous obtenons :

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{h}^2 + b^2 x_\alpha^2 \dot{\alpha}^2 + 2bx_\alpha \dot{h}\dot{\alpha}) + \frac{1}{2}I_{cg}\dot{\alpha}^2 \quad (\text{II.9})$$

La relation entre le moment d'inertie autour de l'axe élastique  $I_{ea}$  et le moment d'inertie autour de centre de gravité  $I_{cg}$  est donnée par [13] :

$$I_{ea} = I_{cg} + mb^2 x_\alpha^2 (\cos(\alpha))^2 \cong I_{cg} + mb^2 x_\alpha^2 \quad (\text{II.10})$$

On remplace la valeur de  $I_{cg}$  dans (II.9) on trouve :

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{h}^2 + 2x_\alpha b \dot{h}\dot{\alpha}) + \frac{1}{2}I_{ea}\dot{\alpha}^2 \quad (\text{II.11})$$

### II.1.3. Les forces généralisées :

Les forces généralisées sont calculées en utilisant la méthode de travail virtuel où le travail donné par un déplacement virtuel dû aux forces externes.

Le travail virtuel total effectué par la force de portance L et le moment M est donné par :

$$\delta w = Q_h \delta h + Q_\alpha \delta \alpha \quad (\text{II.12})$$

Avec :

$\delta h$  : Le déplacement vertical virtuel.

$\delta \alpha$  : Le déplacement de tangage virtuel.

Pour calculer le déplacement virtuel dû à la force de portance, la vitesse du centre aérodynamique est nécessaire [21].

$$\overline{V}_{ca} = -\dot{h}\overline{i}_2 + \dot{\alpha}b\left(\frac{1}{2} + a\right)\overline{b}_2 \quad (\text{II.13})$$

Puis, le déplacement virtuel dû à la portance peut être obtenu tout simplement en remplaçant le point au-dessus de chaque variable dans l'équation (II.13) par  $\delta$  devant lui.

$$\overline{\delta P}_{ca} = -\delta h\overline{i}_2 + b\delta\alpha\left(\frac{1}{2} + a\right)\overline{b}_2 \quad (\text{II.14})$$

Donc le travail virtuel dû à la force de portance est :

$$\delta w_p = L\left[-\delta h + b\left(\frac{1}{2} + a\right)\delta\alpha\right] \quad (\text{II.15})$$

Avec : L est la force de portance.

La vitesse angulaire de l'aile est  $\dot{\alpha}\overline{b}_3$  ce qui donne la rotation virtuelle due au moment [21] :

$$\delta R_{ca} = -\delta\alpha\overline{b}_3 \quad (\text{II.16})$$

Donc le travail virtuel dû au moment M est :

$$\delta w_m = M\delta\alpha \quad (\text{II.17})$$

Le travail virtuel total effectué par la force de portance L et le moment M est donc :

$$\delta w = \delta w_p + \delta w_m = L\left[-\delta h + b\left(\frac{1}{2} + a\right)\delta\alpha\right] + M\delta\alpha \quad (\text{II.18})$$

Par correspondance de deux équations (II.12) et (II.18), les forces généralisées deviennent :

$$Q_h = -L \quad (\text{II.19})$$

$$Q_\alpha = M + x_\beta \cdot L \quad (\text{II.20})$$

Avec

$$x_\beta = b\left(\frac{1}{2} + a\right)$$

Maintenant les équations du mouvement peuvent être obtenues en combinant tous les morceaux, et en utilisant les équations de Lagrange comme suit :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial(T-U)}{\partial\dot{h}}\right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial h} = Q_h \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial(T-U)}{\partial\dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial\alpha} = Q_\alpha$$

Après dérivation, les équations de mouvement deviennent :

$$m \ddot{h} + m b x_\alpha \ddot{\alpha} + k_h h = -L \quad (\text{II.22})$$

$$m b x_\alpha \dot{h} + I_{ea} \ddot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M$$

Pour modéliser les effets de l'amortissement visqueux, la fonction de dissipation de Rayleigh utilisée est : [20]

$$d = \frac{1}{2} C_h \dot{h}^2 + \frac{1}{2} C_\alpha \dot{\alpha}^2 \quad (\text{II.23})$$

Où :  $C_h$  et  $C_\alpha$  sont des coefficients d'amortissement pour les deux mouvements, vertical et de tangage respectivement.

La relation (II.23) est incluse dans les équations de Lagrange comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{h}} \right) + \frac{\partial d}{\partial \dot{h}} - \frac{\partial(T-U)}{\partial h} = Q_h \quad (\text{II.24})$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{\alpha}} \right) + \frac{\partial d}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial(T-U)}{\partial \alpha} = Q_\alpha$$

En substituant des équations (II.2), (II.11), (II.20) et (II.23), dans les équations (II.24) nous obtenons finalement les équations aéroélastiques de mouvement à deux degrés de liberté pour le mouvement vertical et mouvement de tangage.

$$m \ddot{h} + m x_\alpha b \ddot{\alpha} + c_h \dot{h} + k_h h = -L \quad (\text{II.25})$$

$$m x_\alpha b \dot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha} + k_\alpha(\alpha) \alpha = M \quad (\text{II.26})$$

Ces deux équations ci-dessus peuvent être écrites sous forme matricielle comme suit :

$$I \begin{bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L \\ M \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Avec :  $I = \begin{bmatrix} m & m x_\alpha b \\ m b x_\alpha b & I_{ea} \end{bmatrix}$        $F = \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\alpha \end{bmatrix}$        $E = \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_\alpha(\alpha) \end{bmatrix}$

$I$  : la matrice d'inertie

$F$  : la matrice d'amortissement

$E$  : la matrice de rigidité

## II.2. Le modèle aéroélastique

Les forces aéroélastiques  $L(t)$  et le moment  $M(t)$  agissant sur un profil d'aile à deux dimensions 2D dans un écoulement incompressible et un régime instationnaire sont développés par la théorie de Wagner [5].

$$L(t) = \pi \rho b^2 s [\ddot{h} - ab\ddot{\alpha} + V\dot{\alpha}] + 2\pi\rho Vbs \left[ \dot{h}(0) + V\alpha(0) + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha}(0) \right] \varphi(t) + 2\pi\rho Vbs \int_0^t \varphi(t - \sigma) \left[ \ddot{h} + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\ddot{\alpha} + V\dot{\alpha} \right] d\sigma + \rho V^2 bs C_{l\beta} \beta + \rho V^2 bs C_{l\gamma} \gamma \quad (\text{II.28})$$

$$M(t) = \pi \rho b^3 s \left[ a\ddot{h} - b\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\alpha} - V\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} \right] + 2\pi\rho Vb^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \left[ \dot{h}(0) + V\alpha(0) + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha}(0) \right] \varphi(t) + 2\pi\rho Vb^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \int_0^t \varphi(t - \sigma) \left[ \ddot{h} + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\ddot{\alpha} + V\dot{\alpha} \right] d\sigma + \rho V^2 b^2 s C_{m\beta} \beta + \rho V^2 b^2 s C_{m\gamma} \gamma \quad (\text{II.29})$$

La fonction de Wagner  $\varphi(t)$  est donnée par :

$$\varphi(t) = 1 - C_1 e^{-\varepsilon_1(V/b)t} - C_2 e^{-(V/b)\varepsilon_2 t}$$

$$\text{D'où : } \dot{\varphi}(t) = C_1 \varepsilon_1 (V/b) e^{-\varepsilon_1 t} + C_2 \varepsilon_2 (V/b) e^{-\varepsilon_2 t}$$

Par l'utilisation de l'intégration par partie et la définition de la fonction de Wagner, les équations (II.28) et (II.29) deviennent :

$$L(t) = \pi \rho b^2 s [\ddot{h} - ab\ddot{\alpha}] - 2\pi\rho Vbs \left[ h(0) + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) + 2\pi\rho Vbs \left\{ \varphi(0)\dot{h} + b\left(\frac{1}{2} - a\right) \left[ \varphi(0) + \frac{1}{1-2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0)h + \left[ V\varphi(0) + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\varphi}(0) \right] \alpha \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & - 2\pi\rho Vbs \left[ \lambda_{h_1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t h(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{h_2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t h(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \right] + \\
 & 2\pi\rho Vbs \left[ \lambda_{\alpha_1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t \alpha(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{\alpha_2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t \alpha(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \right] + \\
 & \rho V^2 bs C_{l\beta} \beta + \rho V^2 bs C_{l\gamma} \gamma
 \end{aligned} \tag{II.30}$$

$$\begin{aligned}
 M(t) = & \pi\rho b^3 s \left[ a\ddot{h} - b \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] - 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ h(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) + \\
 & 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left\{ \varphi(0)\dot{h} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left[ \varphi(0) - \frac{1}{1+2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0)h \right\} + \\
 & 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ V\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] \alpha - \\
 & 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ \lambda_{h_1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t h(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{h_2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t h(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \right] + \\
 & 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ \lambda_{\alpha_1} e^{-\varepsilon_1 t} \int_0^t \alpha(\sigma) e^{\varepsilon_1 \sigma} d\sigma + \lambda_{\alpha_2} e^{-\varepsilon_2 t} \int_0^t \alpha(\sigma) e^{\varepsilon_2 \sigma} d\sigma \right] + \\
 & \rho V^2 b^2 s C_{m\beta} \beta + \rho V^2 b^2 s C_{m\gamma} \gamma
 \end{aligned} \tag{II.31}$$

Où :

$$\lambda_{h_i} = C_i \varepsilon_i^2$$

$$\lambda_{\alpha_i} = C_i \varepsilon_i \left[ V - \varepsilon_i b \left( \frac{1}{2} - a \right) \right]$$

Les coefficients de la fonction de Wagner :  $C_1 = 0.165$   $C_2 = 0.335$

Et :  $\varepsilon_1 = 0.0455$   $\varepsilon_2 = 0.3$

Un ensemble plus simple d'équation a été dérivé par Lee et al [23], et ils introduisent quatre nouvelles variables :

$$\begin{aligned}
 L(t) = & \pi\rho b^2 s [\ddot{h} - ab\ddot{\alpha}] - 2\pi\rho Vbs \left[ h(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) + \\
 & 2\pi\rho Vbs \left\{ \varphi(0)\dot{h} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left[ \varphi(0) + \frac{1}{1-2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0)h + \left[ V\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] \alpha \right\} -
 \end{aligned}$$

$$2\pi\rho Vbs[\lambda_{h_1} w_1 + \lambda_{h_2} w_2 - \lambda_{\alpha_1} w_3 - \lambda_{\alpha_2} w_4] + \rho V^2 bs C_{l\beta} \beta + \rho V^2 bs C_{l\gamma} \gamma \quad (\text{II.32})$$

$$M(t) = \pi\rho b^3 s \left[ a\ddot{h} - b \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] - 2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ h(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) +$$

$$2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left\{ \varphi(0) \dot{h} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left[ \varphi(0) - \frac{1}{1-2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0) h \right\} +$$

$$2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left\{ \left[ V\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] \alpha \right\} -$$

$$2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ \lambda_{h_1} w_1 + \lambda_{h_2} w_2 - \lambda_{\alpha_1} w_3 - \lambda_{\alpha_2} w_4 \right] +$$

$$\rho V^2 b^2 s C_{m\beta} \beta + \rho V^2 b^2 s C_{m\gamma} \gamma \quad (\text{II.33})$$

Avec :

$$w_1 = \int_0^t e^{-\varepsilon_1(t-\sigma)} h(\sigma) d\sigma$$

$$w_2 = \int_0^t e^{-\varepsilon_2(t-\sigma)} h(\sigma) d\sigma$$

$$w_3 = \int_0^t e^{-\varepsilon_1(t-\sigma)} \alpha(\sigma) d\sigma$$

$$w_4 = \int_0^t e^{-\varepsilon_2(t-\sigma)} \alpha(\sigma) d\sigma$$

Et :

$$\lambda_{h_1} = C_1(V/b)\varepsilon_1^2$$

$$\lambda_{\alpha_1} = C_1(V/b)\varepsilon_1 \left[ V - \varepsilon_1 b \left( \frac{1}{2} - a \right) \right]$$

$$\lambda_{h_2} = C_2(V/b)\varepsilon_2^2$$

$$\lambda_{\alpha_2} = C_2(V/b)\varepsilon_2 \left[ V - \varepsilon_2 b \left( \frac{1}{2} - a \right) \right]$$

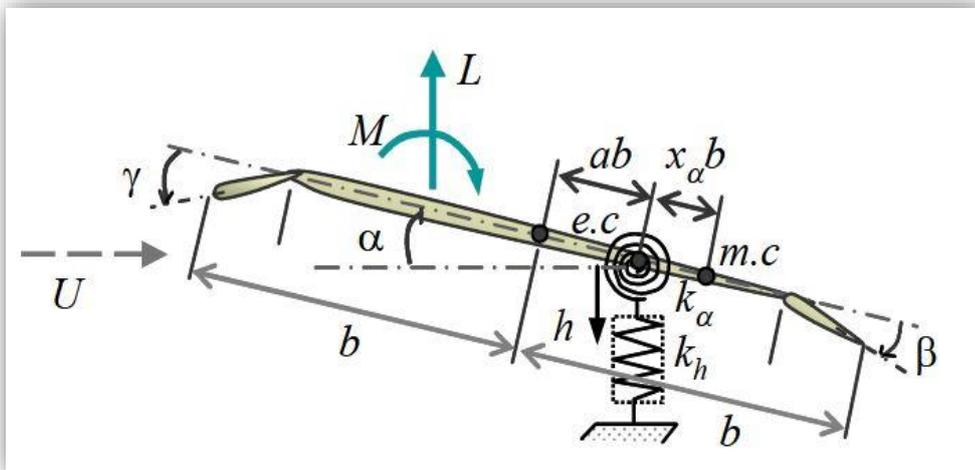


Figure II.2 : Le modèle aéroélastique d'une section d'aile bidimensionnelle avec les deux surfaces de commande de bord d'attaque et de bord de fuite [22].

### II.3. Application sur le modèle d'aile TAMU WING II

Le modèle utilisé pour notre étude est appelé TAMU WING II, il a été établi à l'université du Texas, ce modèle est testé dans une soufflerie à faibles vitesses pour étudier l'efficacité de la suppression des LCOs (Limite Cycle Oscillations) sur le système aéroélastique non linéaire [18].

La Figure (II.3) montre le modèle utilisé, deux servomoteurs de **FUTABA S9402** actionnent les gouvernes, chaque moteur étant capable de produire un couple de 0,654 N.m à 05 V, avec des déflexions des gouvernes linéairement proportionnelles à la tension appliquée [18].

En outre, deux encodeurs optiques d'E2-1024-375-h sont montés sur les axes de rotation des surfaces de commande de bord d'attaque et de bord de fuite pour permettre la mesure des angles de braquages de gouverne de sorte qu'ils puissent être comparés aux entrées commandées [24].

Les longueurs des surfaces de bord d'attaque et de bord de fuite sont 15 et 20% de la longueur de la corde moyenne respectivement [18].

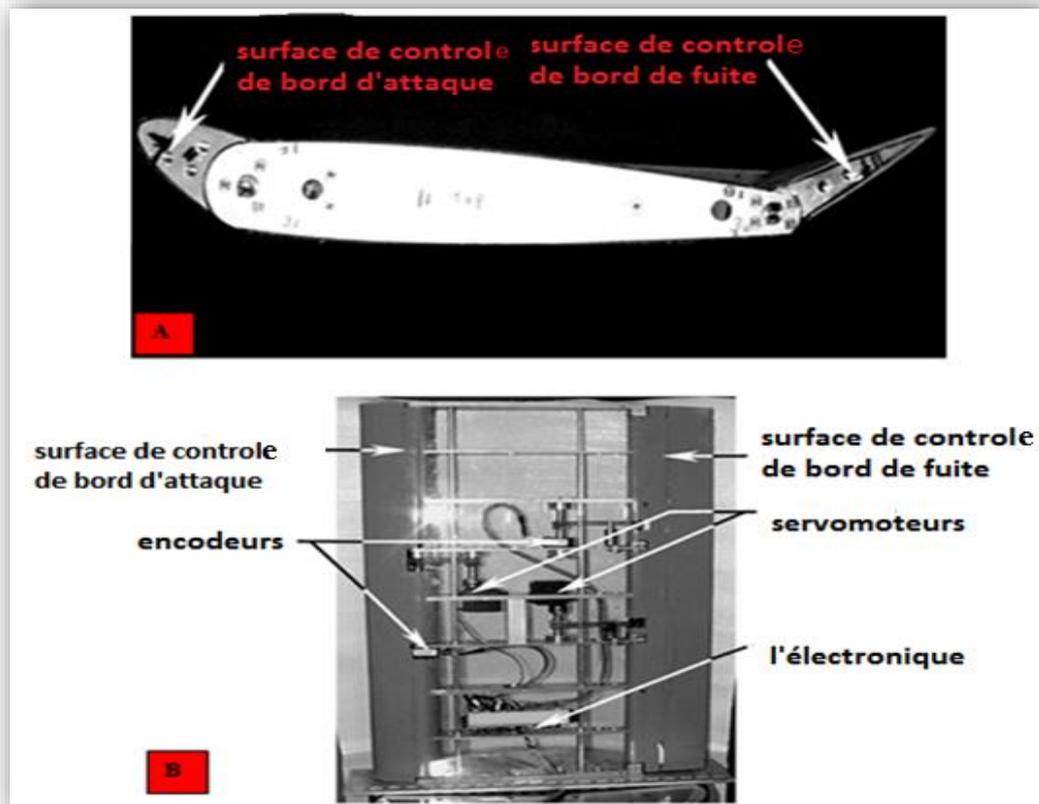


Figure (II.3) : A) *Vue de face de la section d'aile avec les deux surfaces de commande défléchir de leurs positions initiales.* B) *Vue de dessus de l'aile TAMU WING II avec revêtement transparent* [24].

Les équations de mouvement (II.25) et (II.26) pour ce modèle sont données comme suit : [25]

$$m_T \ddot{h} + m_w x_\alpha b \ddot{\alpha} + C_h \dot{h} + k_h h = -L \tag{II.34}$$

$$m_w b x_\alpha \dot{h} + I_{ea} \ddot{\alpha} + k_\alpha(\alpha)\alpha + C_\alpha \dot{\alpha} = M \tag{II.35}$$

Avec:

$m_T$  : La masse totale de l'aile et de sa structure de support.

$m_w$  : La masse de l'aile seulement.

### II.3.1. Les paramètres de TAMU WING II :

Pour réaliser une application numérique sur les équations de mouvement, les valeurs utilisées sont données dans le tableau suivant : [25]

Le paramètre	La valeur	L'unité
$\rho$	1.225	Kg /m <sup>3</sup>
a	-0.6719	Sans unité
b	0.1905	m
$x_\alpha$	$-(0.0998 + a)$	Sans unité
s	0.5945	m <sup>2</sup>
$k_h$	2844.4	N/m
$k_\alpha$	$12.77 + 53.47 \alpha + 1003 \alpha^2$	N.m/rad
$C_h$	27.43	Kg/s
$C_\alpha$	0.0360	Kg.m <sup>2</sup> /s
$m_w$	5.230	Kg
$m_T$	15.57	Kg
$I_{ea}$	0,14193	Kg m <sup>2</sup>
$C_{l_\alpha}$	6.757	Sans unité
$C_{m_\alpha}$	$(0.5+a) C_{l_\alpha}$	Sans unité
$C_{l_\beta}$	3.774	Sans unité
$C_{m_\beta}$	-0.6719	Sans unité
$C_{l_\gamma}$	-0.1566	Sans unité
$C_{m_\gamma}$	-0.1005	Sans unité

**Tableau (II.1) : Les paramètres de TAMU WING II [25].**

### II.4. Représentation d'état du modèle TAMU WING II (voir l'annexe B)

Pour obtenir la représentation de notre système, nous substituons l'équation (II.28) dans (II.30) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 m_T \ddot{h} + m_w x_\alpha b \ddot{\alpha} + C_h \dot{h} + k_h h = & \\
 - \pi \rho b^2 s [\ddot{h} - ab\ddot{\alpha}] + 2\pi\rho Vbs \left[ h(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) - & \\
 2\pi\rho Vbs \left\{ \varphi(0)\dot{h} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left[ \varphi(0) + \frac{1}{1-2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0)h + \left[ V\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] \alpha \right\} + & \\
 2\pi\rho Vbs [\lambda_{h_1} w_1 + \lambda_{h_2} w_2 - \lambda_{\alpha_1} w_3 - \lambda_{\alpha_2} w_4] - \rho V^2 bs C_{l\beta} \beta - \rho V^2 bs C_{l\gamma} \gamma & \quad (\text{II.36})
 \end{aligned}$$

Et substituant  $\mathbf{M}$  par sa valeur donnée par l'équation (II.29) dans (II.31) nous aurons :

$$\begin{aligned}
 m_w b x_\alpha \ddot{h} + I_{ea} \ddot{\alpha} + k_\alpha(\alpha) \alpha + C_\alpha(\dot{\alpha}) \dot{\alpha} = & \\
 \pi \rho b^3 s \left[ a\ddot{h} - b \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] - 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ h(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] \dot{\varphi}(t) + & \\
 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left\{ \varphi(0)\dot{h} + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \left[ \varphi(0) - \frac{1}{1-2a} \right] \dot{\alpha} + \dot{\varphi}(0)h \right\} + & \\
 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \left[ V\varphi(0) + b \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] \alpha - & \\
 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) [\lambda_{h_1} w_1 + \lambda_{h_2} w_2 - \lambda_{\alpha_1} w_3 - \lambda_{\alpha_2} w_4] + & \\
 \rho V^2 b^2 s C_{m\beta} \beta + \rho V^2 b^2 s C_{m\gamma} \gamma & \quad (\text{II.37})
 \end{aligned}$$

Pour adapter les équations (II.36) et (II.37) selon le modèle voulu, nous réécrivons ces dernières comme suit :

$$\begin{aligned}
 \ddot{h} [m_T + \pi\rho b^2 s] + \ddot{\alpha} [m_w x_\alpha b - \pi\rho b^3 sa] + \dot{h} [C_h + 2\pi\rho Vbs\varphi(0)] + & \\
 \dot{\alpha} \left[ 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} - a \right) \varphi(0) + \pi\rho Vb^2 s \right] + & \\
 h [k_h + 2\pi\rho Vbs\dot{\varphi}(0)] + \alpha \left[ 2\pi\rho V^2 bs\varphi(0) + 2\pi\rho Vb^2 s \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\varphi}(0) \right] + &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{\varphi}(t) \left[ -2\pi\rho V b s h(0) - 2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} - a \right) \alpha(0) \right] + \\ & 2\pi\rho V b s \{ w_1[-\lambda_{h_1}] + w_2[-\lambda_{h_2}] + w_3[\lambda_{\alpha_1}] + w_4[\lambda_{\alpha_2}] \} + \\ & \beta [\rho V^2 b s C_{l\beta}] + \gamma [\rho V^2 b s C_{l\gamma}] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

$$\begin{aligned} & \dot{h} [m_w x_\alpha b - \pi\rho b^3 s a] + \ddot{\alpha} \left[ I_{ea} + \pi\rho b^4 s \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \right] + \\ & \dot{h} \left[ -2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \varphi(0) \right] + \dot{\alpha} \left[ C_\alpha - 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - a^2 \right) \varphi(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - \frac{a}{2} \right) \right] + \\ & + h \left[ -2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \dot{\varphi}(0) \right] + \\ & \alpha \left[ k_\alpha(\alpha) - 2\pi\rho V^2 b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \varphi(0) - 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - a^2 \right) \dot{\varphi}(0) \right] + \\ & \dot{\varphi}(t) \left[ 2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) h(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - a^2 \right) \alpha(0) \right] + \\ & 2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \{ w_1[\lambda_{h_1}] + w_2[\lambda_{h_2}] + w_3[-\lambda_{\alpha_1}] + w_4[-\lambda_{\alpha_2}] \} + \\ & \beta [-\rho V^2 b^2 s C_{m\beta}] + \gamma [-\rho V^2 b^2 s C_{m\gamma}] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

Nous combinons l'équation (II.38) avec l'équation (II.39) pour éliminer  $\ddot{\alpha}$ , nous aurons :

$$\begin{aligned} \ddot{h} &= \dot{h} \left[ \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \varphi(0)] B - [C_h + 2\pi\rho V b s \varphi(0)] C}{D} \right] + \\ & \dot{\alpha} \left[ \frac{[C_\alpha - 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - a^2 \right) \varphi(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left( \frac{1}{4} - \frac{a}{2} \right)] B}{D} \right] - \\ & \dot{\alpha} \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} - a \right) \varphi(0) + \pi\rho V b^2 s] C}{D} \right] + \\ & h \left[ \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left( \frac{1}{2} + a \right) \dot{\varphi}(0)] B - [k_h + 2\pi\rho V b s \dot{\varphi}(0)] C}{D} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \alpha \left[ \frac{[k_\alpha(\alpha) - 2\pi\rho V^2 b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0) - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \dot{\varphi}(0)] B}{D} \right] - \\
 & \alpha \left[ \frac{[2\pi\rho V^2 b s \varphi(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \dot{\varphi}(0)] C}{D} \right] + \\
 & \dot{\varphi}(t) \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) h(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \alpha(0)] B}{D} \right] + \\
 & \dot{\varphi}(t) \left[ \frac{[2\pi\rho V b s h(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \alpha(0)] C}{D} \right] \\
 & w_1 \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_1}] B + [2\pi\rho V b s \lambda_{h_1}] C}{D} \right] + \\
 & w_2 \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_2}] B + [2\pi\rho V b s \lambda_{h_2}] C}{D} \right] + \\
 & w_3 \left[ \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_1}] B - [2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_1}] C}{D} \right] + \\
 & w_4 \left[ \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_2}] B - [2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_2}] C}{D} \right] + \\
 & \beta \left[ \frac{[-\rho V^2 b^2 s C_{m\beta}] B - [\rho V^2 b s c_{l\beta}] C}{D} \right] + \gamma \left[ \frac{[-\rho V^2 b^2 s C_{m\gamma}] B - [\rho V^2 b s c_{l\gamma}] C}{D} \right] \tag{II.40}
 \end{aligned}$$

Nous combinons l'équation (II.38) avec l'équation (II.39) pour éliminer  $\dot{h}$ , nous aurons :

$$\begin{aligned}
 \ddot{\alpha} &= \dot{h} \left[ \frac{[C_h + 2\pi\rho V b s \varphi(0)] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0)] A}{D} \right] + \\
 \dot{\alpha} & \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \varphi(0) + \pi\rho V b^2 s] B}{D} \right] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \dot{\alpha} \left[ \frac{[C_\alpha - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \varphi(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - \frac{a}{2}\right)] A}{D} \right] - \\
 & h \left[ \frac{[k_h + 2\pi\rho V b s \dot{\varphi}(0)] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \dot{\varphi}(0)] A}{D} \right] + \\
 & \alpha \left[ \frac{[2\pi\rho V^2 b s \varphi(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \dot{\varphi}(0)] B}{D} \right] - \\
 & \alpha \left[ \frac{[k_\alpha(\alpha) - 2\pi\rho V^2 b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0) - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \dot{\varphi}(0)] A}{D} \right] + \\
 & \dot{\varphi}(t) \left[ \frac{[-2\pi\rho V b s h(0) - 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \alpha(0)] B}{D} \right] - \\
 & \dot{\varphi}(t) \left[ \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) h(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \alpha(0)] A}{D} \right] + \\
 & w_1 \left[ \frac{[-2\pi\rho V b s \lambda_{h_1}] B - [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_1}] A}{D} \right] + \\
 & w_2 \left[ \frac{[-2\pi\rho V b s \lambda_{h_2}] B - [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_2}] A}{D} \right] + \\
 & w_3 \left[ \frac{[2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_1}] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_1}] A}{D} \right] + \\
 & w_4 \left[ \frac{[2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_2}] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_2}] A}{D} \right] + \\
 & \beta \left[ \frac{[\rho V^2 b s C_{l\beta}] B + [\rho V^2 b^2 s C_{m\beta}] A}{D} \right] + \gamma \left[ \frac{[\rho V^2 b s C_{l\gamma}] B + [\rho V^2 b^2 s C_{m\gamma}] A}{D} \right]
 \end{aligned} \tag{II. 41}$$

Nous pouvons écrire les équations ci-dessus comme suit :

$$\ddot{h} = a_{31}h + a_{32}\alpha + a_{33}\dot{h} + a_{34}\dot{\alpha} + a_{35}w_1 + a_{36}w_2 + a_{37}w_3 + a_{38}w_4 + d_1\dot{\varphi}(t) + b_{31}\beta + b_{32}\gamma \quad (\text{II.42})$$

Et

$$\ddot{\alpha} = a_{41}h + a_{42}\alpha + a_{43}\dot{h} + a_{44}\dot{\alpha} + a_{45}w_1 + a_{46}w_2 + a_{47}w_3 + a_{48}w_4 + d_2\dot{\varphi}(t) + b_{41}\beta + b_{42}\gamma \quad (\text{II.43})$$

Avec les coefficients :

$$A = m_T + \pi\rho b^2 s \quad B = m_w x_\alpha b - \pi\rho b^3 s a$$

$$C = I_{ea} + \pi\rho b^4 s \left(\frac{1}{8} + a^2\right) \quad D = AC - B^2$$

$$a_{31} = \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \dot{\varphi}(0)] B - [k_h + 2\pi\rho V b s \dot{\varphi}(0)] C}{D}$$

$$a_{32} = \frac{[k_\alpha(\alpha) - 2\pi\rho V^2 b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0) - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \dot{\varphi}(0)] B}{D}$$

$$\frac{[2\pi\rho V^2 b s \varphi(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \dot{\varphi}(0)] C}{D}$$

$$a_{33} = \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0)] B - [C_h + 2\pi\rho V b s \varphi(0)] C}{D}$$

$$a_{34} = \frac{[C_\alpha - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \varphi(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - \frac{a}{2}\right)] B}{D}$$

$$\frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \varphi(0) + \pi\rho V b^2 s] C}{D}$$

$$a_{35} = \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_1}] B + [2\pi\rho V b s \lambda_{h_1}] C}{D}$$

$$a_{36} = \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_2}] B + [2\pi\rho V b s \lambda_{h_2}] C}{D}$$

$$a_{37} = \frac{[-2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_1}] B - [2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_1}] C}{D}$$

$$a_{38} = \frac{[-2\pi\rho v b^2 S \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{\alpha_2}] B - [2\pi\rho V b s \lambda_{\alpha_2}] C}{D}$$

$$d_1 = \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) h(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \alpha(0)] B}{D} -$$

$$d_1 = \frac{[2\pi\rho V b s h(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \alpha(0)] C}{D}$$

$$b_{31} = \frac{[-\rho V^2 b^2 s C_{m\beta}] B - [\rho V^2 b s c_{l\beta}] C}{D}$$

$$b_{32} = \frac{[-\rho V^2 b^2 s C_{m\gamma}] B - [\rho V^2 b s c_{l\gamma}] C}{D}$$

$$a_{41} = \frac{[k_h + 2\pi\rho V b s \dot{\varphi}(0)] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \dot{\varphi}(0)] A}{D}$$

$$a_{42} = \frac{[2\pi\rho V^2 b s \varphi(0) + 2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \dot{\varphi}(0)] B}{D} -$$

$$\frac{[k_\alpha(\alpha) - 2\pi\rho V^2 b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0) - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \dot{\varphi}(0)] A}{D}$$

$$a_{43} = \frac{[C_h + 2\pi\rho V b s \varphi(0)] B + [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \varphi(0)] A}{D}$$

$$a_{44} = \frac{[2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} - a\right) \varphi(0) + \pi\rho V b^2 s] B}{D} -$$

$$\frac{[C_\alpha - 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - a^2\right) \varphi(0) + 2\pi\rho V b^3 s \left(\frac{1}{4} - \frac{a}{2}\right)] A}{D}$$

$$a_{45} = \frac{[-2\pi\rho V b s \lambda_{h_1}] B - [2\pi\rho V b^2 s \left(\frac{1}{2} + a\right) \lambda_{h_1}] A}{D}$$

$$a_{46} = \frac{[-2\pi\rho Vbs\lambda_{h_2}]B - [2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)\lambda_{h_2}]A}{D}$$

$$a_{47} = \frac{[2\pi\rho Vbs\lambda_{\alpha_1}]B + [2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)\lambda_{\alpha_1}]A}{D}$$

$$a_{48} = \frac{[2\pi\rho Vbs\lambda_{\alpha_2}]B + [2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)\lambda_{\alpha_2}]A}{D}$$

$$d_2 = \frac{[-2\pi\rho Vbsh(0) - 2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} - a\right)\alpha(0)]B}{D} -$$

$$\frac{[2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)h(0) + 2\pi\rho Vb^3s\left(\frac{1}{4} - a^2\right)\alpha(0)]A}{D}$$

Les termes  $\mathbf{d}_1\dot{\varphi}(t)$  et  $\mathbf{d}_2\dot{\varphi}(t)$  sont négligeables par rapport aux autres termes [20].

**Remarque :**

Les coefficients  $\mathbf{a}_{32}$  et  $\mathbf{a}_{42}$  peuvent être écrits comme suit. L'utilité de cette écriture va apparaître dans les chapitres qui vont suivre (Détermination des lois de commande et simulation).

$$a_{32} = \frac{B k_\alpha}{D} + G_1 - G_2 \quad (\text{II. 44})$$

Avec :

$$G_1 = \frac{[-2\pi\rho V^2b^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)\varphi(0) - 2\pi\rho Vb^3s\left(\frac{1}{4} - a^2\right)\dot{\varphi}(0)]B}{D} \quad \text{Et :}$$

$$G_2 = \frac{[2\pi\rho V^2bs\varphi(0) + 2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\varphi}(0)]C}{D}$$

$$a_{42} = G_3 - \frac{A k_\alpha}{D} - G_4 \quad (\text{II. 45})$$

Avec :

$$G_3 = \frac{[2\pi\rho V^2bs\varphi(0) + 2\pi\rho Vb^2s\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\varphi}(0)]B}{D} \quad \text{Et :}$$

$$G_4 = \frac{[-2\pi\rho V^2b^2s\left(\frac{1}{2} + a\right)\varphi(0) - 2\pi\rho Vb^3s\left(\frac{1}{4} - a^2\right)\dot{\varphi}(0)]A}{D}$$

**II.4.1. Représentation d'état finale du système :**

Considérons le vecteur d'état  $x$  et le vecteur de commande  $u$  tel que :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T = [h \ \dot{h} \ \alpha \ \dot{\alpha} \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4]^T \quad \text{Et} \quad u = \begin{bmatrix} b_{31}\beta + b_{32}\gamma \\ b_{41}\beta + b_{42}\gamma \end{bmatrix}$$

Et utilisant les équations (II.42) et (II.43), nous obtenons le vecteur  $\dot{x}$  tel que :

$$\dot{x}(t) = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{x}_4 \ \dot{x}_5 \ \dot{x}_6 \ \dot{x}_7 \ \dot{x}_8]^T = [\dot{h} \ \ddot{h} \ \dot{\alpha} \ \ddot{\alpha} \ \dot{w}_1 \ \dot{w}_2 \ \dot{w}_3 \ \dot{w}_4]^T$$

L'expression d'état de notre système non linéaire est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{h} = x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{h} = a_{31}x_1 + a_{32}x_3 + a_{33}x_2 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + b_{31}\beta + b_{32}\gamma \\ \dot{x}_3 &= \dot{\alpha} = x_4 \\ \dot{x}_4 &= \ddot{\alpha} = a_{41}x_1 + a_{42}x_3 + a_{43}x_2 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6 + a_{47}x_7 + a_{48}x_8 + b_{41}\beta + b_{42}\gamma \\ \dot{x}_5 &= \dot{w}_1 = h - \varepsilon_1 w_1 = x_1 - \varepsilon_1 x_5 \\ \dot{x}_6 &= \dot{w}_2 = h - \varepsilon_2 w_2 = x_1 - \varepsilon_2 x_6 \\ \dot{x}_7 &= \dot{w}_3 = \alpha - \varepsilon_1 w_3 = x_3 - \varepsilon_1 x_7 \\ \dot{x}_8 &= \dot{w}_4 = \alpha - \varepsilon_2 w_4 = x_3 - \varepsilon_2 x_8 \end{aligned} \tag{II.46}$$

C'est-à-dire de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

Avec :  $f$  et sont deux fonctions non linéaires.

$x(t)$  est le vecteur d'état du système.

$u(t)$  est le vecteur de commande.

Nous constatons que notre système aéroélastique (II.46) est non linéaire à paramètres variables, sa non linéarité apparait dans la variation du coefficient de rigidité alors que les autres variables sont en fonction de la vitesse.

## **Conclusion**

Dans ce chapitre, Le modèle dynamique de la section d'aile flexible a été développé par l'utilisation des équations de Lagrange. Ensuite, un modèle aérodynamique instationnaire a été introduit via la fonction de Wagner.

Enfin le système a été mis sous la forme d'état convenable pour établir une loi de commande adéquate qui va être l'objectif du chapitre suivant.

***CHAPITRE III :***  
***Commande par mode***  
***glissant***

## Introduction

L'Automatique est l'art d'analyser, de modéliser puis de commander les systèmes dynamiques. C'est aussi celui de traiter l'information et de prendre des décisions. Ses domaines d'applications sont aussi nombreux que variés : mécanique, électromécanique, électronique, thermique, biotechnologie, industrie spatiale, etc. [27].

Le contrôle d'un système ou d'un processus est conventionnellement subdivisé en deux problèmes qui sont la poursuite et la régulation. Le problème de base de la poursuite est de permettre à un système de suivre le mouvement d'une cible avec un minimum d'erreur, tant que la régulation permet à un processus de délivrer une production donnée en corrigeant toute tendance à dévier loin du point désiré [26].

Pendant plusieurs années, les développeurs ont donné un intérêt particulier à la sécurité et la stabilité des avions en vol, c'est l'un des sujets de recherche les plus importants en aéronautique pour assurer un vol stable et éviter toute action néfaste pour la structure de l'appareil, et pour le confort des utilisateurs, les systèmes du contrôle doivent fournir la stabilité et les performances d'un modèle donné. Ces objectifs présentent un grand défi, et grâce à la compréhension de la dynamique et du contrôle amélioré, ils ont été capables de développer de nouveaux modèles qui sont plus rapides, performants, robustes, et dans des intervalles de vols très grandes [28].

Le but de plusieurs travaux est de trouver des outils théoriques d'analyse, de commande et d'observation des systèmes dynamiques. Afin d'avoir un système de conduite performant, il est nécessaire donc de disposer de toutes les informations et les conditions propres au processus suivi. Néanmoins, dans la plupart des cas, les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d'entrées et de sorties, il est nécessaire à partir de ces informations de reconstruire l'état du modèle choisi. De ce fait, l'idée repose sur l'utilisation d'un observateur [27].

Les commandes utilisées dans ce mémoire sont :

- La commande par mode glissant ;
- La commande par mode glissant avec observateur à grand gain.

Dans ce chapitre, nous allons détailler les lois de chaque commande, ainsi que la loi de commande pour notre système non linéaire de 2<sup>nd</sup> ordre.

### III.1. Commande par mode glissant

La théorie des systèmes à structure variable fait l'objet de multiples études depuis une cinquantaine d'années. Les premiers travaux sur ce type de systèmes sont ceux des chercheurs dans l'ancienne URSS, ou ceux en France, sur la commande à relais. Ces recherches ont connu un nouvel essor à la fin des années soixante-dix lorsque Emelyanov et Utkin, ont introduit la théorie des modes glissants. A partir des résultats des études du mathématicien Filipov sur les équations différentielles à second membre discontinu. Ensuite, les travaux ont été repris ailleurs tant au Etats Unies par Slotine [29].

Actuellement, cette technique de commande connaît une large gamme d'applications dans des domaines très variés tels que la robotique, la mécanique et l'électrotechnique. L'algorithme de commande par mode de glissement est classifié dans les systèmes de contrôle à structure variable VSS (Variable Structure System) [29].

Le principe de ce type de commande consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hyper surface de l'espace de phase représentant un ensemble de relations, statiques, entre les variables d'état [29].

La surface considérée est alors désignée comme étant la *surface de glissement ou de commutation*. Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface. L'avantage d'obtenir un tel comportement est double : d'un côté, on a une réduction de l'ordre du système, et d'autre part, le régime glissant insensible aux perturbations intervenant dans les mêmes directions que les entrées [29].

#### III.1.1. Définition de la loi de commande par mode glissant :

La commande par mode glissant est une classe de la commande à structure variable, elle est efficace et robuste pour les systèmes linéaires et non linéaires [30]. Elle s'applique à un système à structure variable, c.à.d. un système dont la structure change pendant le fonctionnement. Elle est caractérisée par un choix d'une fonction de commutation. Dans les systèmes à structure variable avec mode glissant, la trajectoire d'état est amenée vers une surface (hyperplan), puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est dite surface de glissement dans laquelle se produit le mouvement qu'on appellera mouvement de glissement. La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois modes distinctes (Figure (III.1)) et qui sont : [29]

➤ **Le mode de convergence (MC)** : Durant lequel la variable à régler se déplace de n'importe quel point initial dans le plan de phase est tend vers la surface de commutation  $S(x, y) = 0$ . Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.

➤ **Le mode glissement (MG)** : Durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique dans ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement  $s(x, y)$ .

➤ **Le mode du régime permanent (MRP)** : Il est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (Origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

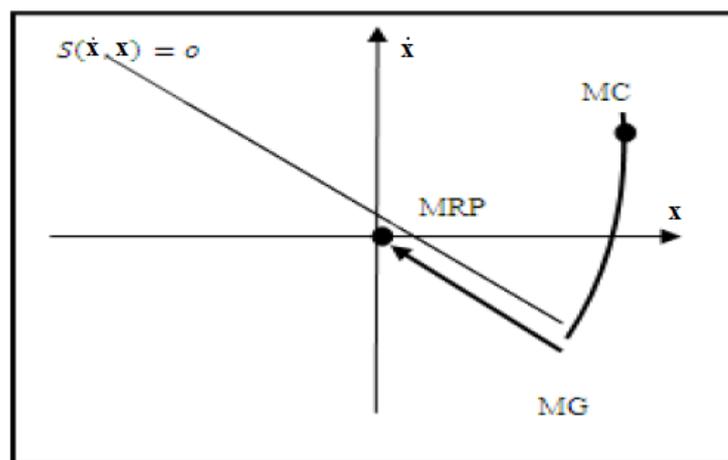


Figure III.1 : Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

### III.2. Principe de conception de la commande par mode glissant

La conception de la commande par mode glissant peut être divisée en trois étapes principales très dépendantes, ces étapes concernent :

- Le choix de la surface de glissement ;
- L'établissement des conditions d'existence de convergence ; et
- La détermination de la loi de commande.

### III.2.1. La surface de glissement ( $S$ ) :

La fonction  $S$  est appelée par abus de langage surface, cette dernière peut être une droite ou une hyper surface selon l'ordre du système à commander, et la fonction linéaire  $S(x)$ , doit satisfaire les conditions de convergence et de stabilité du système.

La tâche principale de la commande par mode glissant, est de fournir une surface de commutation, selon des lois d'existence, de convergence et de stabilité. La surface de commutation peut être atteinte par la trajectoire d'état grâce aux changements appropriés de la structure du système commandé [30].

Le but de la commande par mode glissant est que la trajectoire d'état soit attirée vers une surface de glissement défini  $S$  (*Sliding Surface*) et glisse autour d'elle. Une fois la surface de glissement est atteinte, la dynamique du système reste insensible aux variations des paramètres du processus, et aux perturbations externes [30].

Slotine a proposé une forme générale qui consiste à définir une fonction scalaire des surfaces de glissement dans le plan de phase (Figure (III.2)), dont le but est d'assurer la convergence d'une variable d'état  $x$  vers sa valeur de consigne  $x^d$  ( $x$  désirée), cette fonction est donnée par l'équation :

$$S(x) = \left[ \frac{d}{dt} + k \right]^{r-1} e_x(x) \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$e_x(x)$  : L'écart entre la variable à régler  $x$  et la variable désirée  $x^d$ , c.à.d.  $(x - x^d)$ .

$k$  : Un coefficient positif qui représente la pente de la surface de glissement.

$r$  : Le degré relatif du système qui représente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

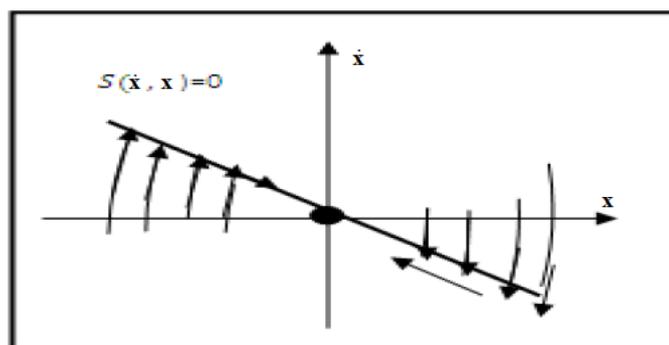


Figure III.2 : Surface de glissement

**III.2.2. Condition d'existence de convergence : [29]**

Les conditions d'existence de convergences sont les critères qui permettent en dynamique du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment à la perturbation. Il y a deux considérations correspondantes au mode convergence de l'état du système.

**a) Fonction directe de commutation :** C'est la première condition de convergence (Attractivité). Elle est proposée et étudiée par Emilyanov et Utkin. Il s'agit de donner, à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est formulée par :

$$\dot{S}(x) > 0 \text{ Lorsque } S(x) < 0$$

$$\dot{S}(x) < 0 \text{ Lorsque } S(x) > 0$$

Cette condition peut être donnée autrement par :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad \text{(III.2)}$$

**b) Fonction de Lyapunov :** La détermination du domaine de glissement peut se ramener à l'étude de la stabilité du système en régime glissant. Cette étude est basée sur l'utilisation de la fonction de Lyapunov. La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive ( $V(x) > 0$ ) pour les variables d'états de système, et la loi de commande doit faire décroître cette fonction ( $\dot{V}(x) < 0$ ). L'idée de base est de choisir une fonction scalaire  $S(x)$  pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de construire une commande  $U$  tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov qui est définie par :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad \text{(III.3)}$$

En dérivant cette dernière, on obtient :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x)S(x) \quad \text{(III.4)}$$

Pour que la fonction candidate de Lyapunov puisse décroître, il suffit d'assurer que :

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{(III.5)}$$

**III.2.3. Détermination de la commande :**

La commande par mode glissant comprend en générale deux termes

$$U = U_{eq} + \Delta U \quad \text{(III.6)}$$

Avec :  $U_{eq}$  : Un terme continu, appelée commande équivalente.

$\Delta U$  : Et un terme discontinu, appelée commande de commutation.

a) **La commande équivalente** : La méthode qui a été proposée par Utkin, consiste à admettre qu'en mode de glissement tout se passe comme si le système était piloté par une commande dite commande équivalente. Cette dernière correspondant au régime glissant idéal, pour lequel non seulement le point de fonctionnement reste sur la surface mais aussi pour lequel la dérivée de la fonction de la surface reste nulle  $\dot{S} = 0$ .

b) **La commande de commutation** : La commande de commutation impose au point de fonctionnement de rester au voisinage de la surface. Cette commande a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité.

$$\Delta U = -e \text{Sign}(S) \quad (\text{III.7})$$

– Le gain  $e$  est choisi pour garantir la stabilité, la rapidité et pour vaincre les perturbations extérieures pouvant agir sur le système.

– Le signe « $-$ » indique le rappel de point de fonctionnement vers la surface à tout instant de fonctionnement.

– La fonction  $\text{Sign}(S(x, t))$  est définie par :

$$\text{Sign}(S) = \begin{cases} +1 & \text{Si } S > 0 \\ -1 & \text{Si } S < 0 \end{cases}$$

L'utilisation de la fonction  $\text{Sign}(S)$ , présentée sur la figure (III.3) suivante, signifie que la commande  $\Delta U$  commute entre deux valeur  $\pm e$ .

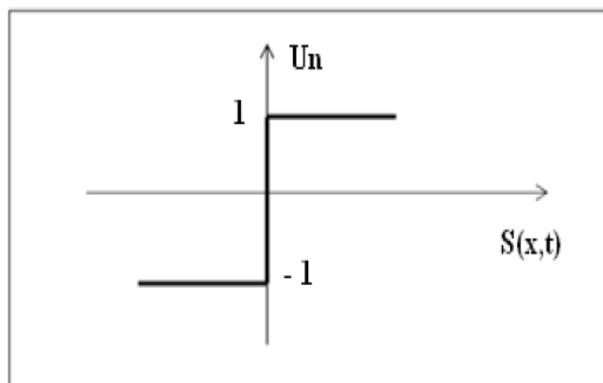


Figure III.3 : Représentation de la fonction  $\text{Sign}(S)$ .

Donc la structure d'un contrôleur par mode glissant se compose de deux parties : de linéarisation  $U_{eq}$  et l'autre stabilisante  $\Delta U$  (Figure (III.4)).

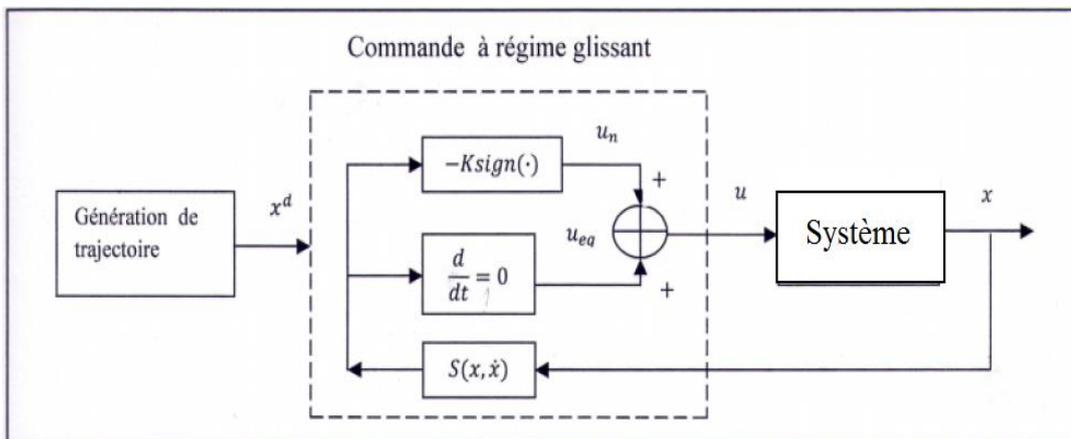


Figure III.4 : Schéma de la commande par mode glissant.

### III.3. Phénomène de chattering (Broutement, reticence) [29]

Etant donné que l'utilisation de la fonction **Sign** signifie que la commande  $\Delta U$  commute entre deux valeurs  $\pm e$  avec une fréquence infinie, dans la pratique, un régime glissant idéal n'existe pas.

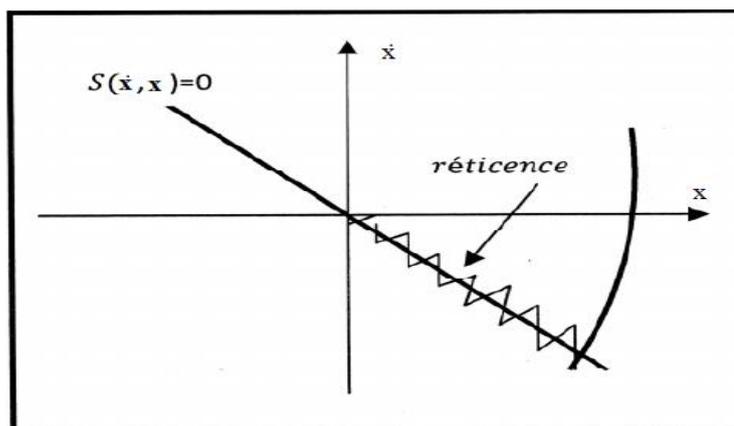


Figure III.5 : Phénomène de chattering.

La présence d'imperfections ou de limites technologiques et physiques, tels que des retards au niveau des commutations ou de petites constantes de temps au niveau des actionneurs, le caractère discontinu de la commande  $\Delta U$  engendre un comportement dynamique particulier au voisinage de la surface qui est communément appelé chattering, en anglais, ou encore rétissance ou broutement, en français, (Figure (III.5)). Celui-ci est caractérisé par de fortes oscillations autour de la surface.

### III.3.1. Solutions pour la suppression du phénomène de réticence :

Le phénomène de réticence constitue l'inconvénient majeur non négligeable de la commande par mode glissant puisqu'il peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire au problème d'instabilité.

Le phénomène de chattering revient à ce que la commande de commutation ne commute pas infiniment rapidement. Cependant, il est possible de réduire ou d'éliminer ce phénomène par :

- La modification de la fonction *signe* par une fonction plus lisse telle que celles représentées par figure (III.6) ;
- L'utilisation d'une commande composée de deux commandes, celle discontinue avec celle appelée commande équivalente ;
- L'utilisation d'une commande par mode glissant d'ordre supérieur.

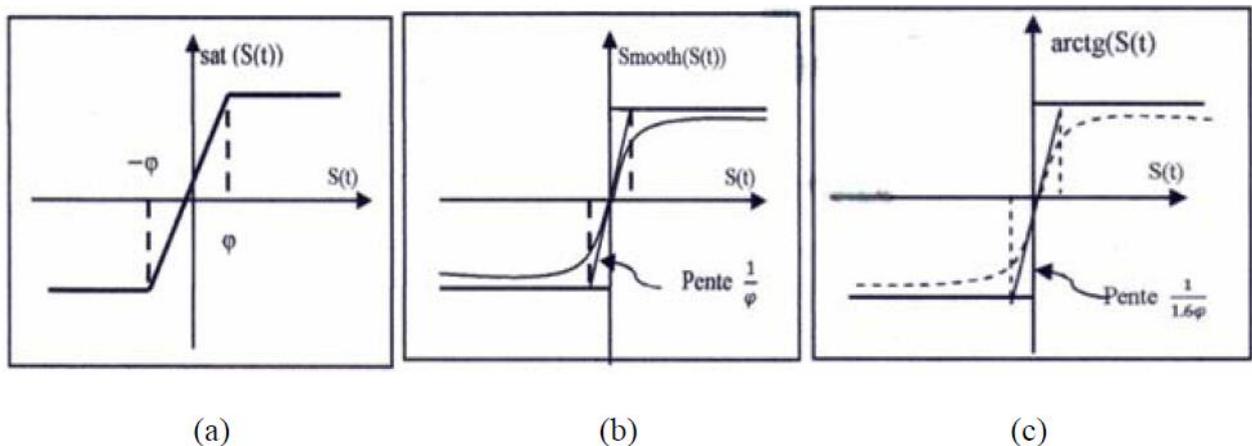


Figure III.6 : Fonctions de commutation

Tel que :

- (a) est la fonction saturation ;
- (b) est la fonction smooth ;
- (c) est la fonction arc tangente.

Dans ce travail, nous sommes optées pour les deux premières solutions c'est-à-dire : Nous avons changé la fonction *signe* par la fonction *sat* qui est une fonction plus lisse donnée par figure (III.6.a)) et nous avons considéré aussi une commande composée de deux commandes, à savoir celle de commutation en plus de celle équivalente.

### III.4 Elaboration de la loi de commande

#### III.4.1. Rappel du système étudié :

Notre système est non linéaire ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ Et \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases}$$

Avec :

$f$  et  $h$  sont deux fonctions non linéaires.

$x(t)$  est le vecteur d'état du système, tel que :

$$x(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T = [h \ \dot{h} \ \alpha \ \dot{\alpha} \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4]^T$$

$u(t)$  est le vecteur de commande, tel que :

$$u(t) = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad \text{C'est-à-dire : } \begin{cases} U_1 = b_{31}\beta + b_{32}\gamma \\ U_2 = b_{41}\beta + b_{42}\gamma \end{cases}$$

$y(t)$  est le vecteur de sortie.

Et tel que :

$$\dot{x}(t) = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{x}_4 \ \dot{x}_5 \ \dot{x}_6 \ \dot{x}_7 \ \dot{x}_8]^T = [\dot{h} \ \ddot{h} \ \dot{\alpha} \ \ddot{\alpha} \ \dot{w}_1 \ \dot{w}_2 \ \dot{w}_3 \ \dot{w}_4]^T$$

Avec :

$$\dot{x}_1 = \dot{h} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{h} = a_{31}x_1 + a_{32}x_3 + a_{33}x_2 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + U_1$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\alpha} = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\alpha} = a_{41}x_1 + a_{42}x_3 + a_{43}x_2 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6 + a_{47}x_7 + a_{48}x_8 + U_2$$

$$\dot{x}_5 = \dot{w}_1 = x_1 - \varepsilon_1 x_5$$

$$\dot{x}_6 = \dot{w}_2 = x_1 - \varepsilon_2 x_6$$

$$\dot{x}_7 = \dot{w}_3 = x_3 - \varepsilon_1 x_7$$

$$\dot{x}_8 = \dot{w}_4 = x_3 - \varepsilon_2 x_8$$

#### III.4.2. Calcul de la loi de commande :

Pour calculer la loi de commande pour notre système, c.à.d. déterminer les expressions de  $U_1$  et de  $U_2$  ; suivant les démarches de la commande par mode glissant expliquées précédemment; nous pouvons subdiviser notre système en deux sous systèmes du 2<sup>e</sup> ordre chacun, comme suit :

*1<sup>er</sup> sous-système :*

$$\dot{x}_1 = \dot{h} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{h} = a_{31}x_1 + a_{32}x_3 + a_{33}x_2 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + U_1$$

Sachant que  $k_\alpha = 12.77 + 53.47\alpha + 1003\alpha^2$  et utilisant l'équation (II.44) du 2<sup>e</sup> chapitre, nous obtenons l'écriture suivante pour le 1<sup>er</sup> sous-système :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & a_{31}x_1 + a_{33}x_2 + \left(\frac{B}{D} 12,77 + G_1 - G_2\right)x_3 + \frac{B}{D} 53,47 x_3^2 + \frac{B}{D} 1003 x_3^3 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + \\ & a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + U_1 \end{aligned}$$

*a. Choix de la surface de glissement :*

Appliquant l'équation proposée par Slotine (Equation (III.1)) pour le 1<sup>er</sup> sous-système qui est du 2<sup>e</sup> ordre c.à.d. pour  $r = 2$ , et pour une valeur  $x^d = 0$ , nous obtenons l'expression de la surface de glissement suivante :

$$S_1(x) = k_1x_1 + \dot{x}_1 = k_1x_1 + x_2$$

*b. La loi de la commande :*

$$U_1 = U_{1eq} + \Delta U_1$$

*Expression de la commande équivalente :*

Nous avons :

$$\dot{S}_1(x) = k_1\dot{x}_1 + \ddot{x}_1 = k_1x_2 + \dot{x}_2 \quad \text{C'est-à-dire :}$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(x) = & a_{31}x_1 + (k_1 + a_{33})x_2 + \left(\frac{B}{D} 12,77 + G_1 - G_2\right)x_3 + \frac{B}{D} 53,47 x_3^2 + \frac{B}{D} 1003 x_3^3 + a_{34}x_4 + \\ & a_{35}x_5 + a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + U_1 \end{aligned}$$

Suivant la section (III.2.3.a) de ce chapitre : Pour  $\dot{S}_1(x) = 0$  C.à.d. pour avoir :

$$\begin{aligned} a_{31}x_1 + (k_1 + a_{33})x_2 + \left(\frac{B}{D} 12,77 + G_1 - G_2\right)x_3 + \frac{B}{D} 53,47 x_3^2 + \frac{B}{D} 1003 x_3^3 + a_{34}x_4 + \\ a_{35}x_5 + a_{36}x_6 + a_{37}x_7 + a_{38}x_8 + U_{1eq} = 0 \end{aligned}$$

L'expression de  $U_{1eq}$  doit être la suivante :

$$U_{1eq} = -a_{31}x_1 - (k_1 + a_{33})x_2 - \left(\frac{B}{D} 12,77 + G_1 - G_2\right)x_3 - \frac{B}{D} 53,47 x_3^2 - \frac{B}{D} 1003 x_3^3 - a_{34}x_4 - a_{35}x_5 - a_{36}x_6 - a_{37}x_7 - a_{38}x_8$$

Expression de la commande de commutation :

Suivant la section (III.2.3.b) de ce chapitre, l'expression de  $\Delta U_1$  est la suivante :

$$\Delta U_1 = -e_1 \text{Sign}(S_1)$$

Donc, l'expression de la commande par mode glissant pour le 1<sup>er</sup> sous-système est la suivante :

$$U_1 = -a_{31}x_1 - (k_1 + a_{33})x_2 - \left(\frac{B}{D} 12,77 + G_1 - G_2\right)x_3 - \frac{B}{D} 53,47 x_3^2 - \frac{B}{D} 1003 x_3^3 - a_{34}x_4 - a_{35}x_5 - a_{36}x_6 - a_{37}x_7 - a_{38}x_8 - e_1 \text{Sign}(S_1)$$

2<sup>e</sup> sous-système :

$$\dot{x}_3 = \dot{\alpha} = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{\alpha} = a_{41}x_1 + a_{42}x_3 + a_{43}x_2 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6 + a_{47}x_7 + a_{48}x_8 + U_2$$

Sachant que  $k_\alpha = 12.77 + 53.47\alpha + 1003\alpha^2$  et utilisant l'équation (II.45) du 2<sup>e</sup> chapitre, nous obtenons l'écriture suivante pour le 2<sup>e</sup> sous-système :

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = a_{41}x_1 + a_{43}x_2 + \left(G_3 - \frac{A}{D} 12,77 - G_4\right)x_3 - \frac{A}{D} 53,47 x_3^2 - \frac{A}{D} 1003 x_3^3 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6 + a_{47}x_7 + a_{48}x_8 + U_2$$

Suivant les mêmes démarches que pour le 1<sup>er</sup> sous-système, nous obtenons les résultats suivants :

$$S_2(x) = k_2x_3 + \dot{x}_3 = k_1x_3 + x_4$$

$$\dot{S}_2(x) = k_1\dot{x}_3 + \ddot{x}_3 = k_1x_4 + \dot{x}_4$$

Pour avoir :  $\dot{S}_2(x) = 0$ , l'expression de  $U_{2eq}$  doit être la suivante :

$$U_{2eq} = -a_{41}x_1 - a_{43}x_2 - \left(G_3 - \frac{A}{D} 12,77 - G_4\right)x_3 + \frac{A}{D} 53,47 x_3^2 + \frac{A}{D} 1003 x_3^3 - (k_2 + a_{44})x_4 - a_{45}x_5 - a_{46}x_6 - a_{47}x_7 - a_{48}x_8$$

L'expression de  $\Delta U_2$  est la suivante :

$$\Delta U_2 = -e_2 \text{Sign}(S_2)$$

Donc, l'expression de la commande par mode glissant pour le 2<sup>e</sup> sous-système est la suivante :

$$U_2 = -a_{41}x_1 - a_{43}x_2 - \left(G_3 - \frac{A}{D} 12,77 - G_4\right)x_3 + \frac{A}{D} 53,47 x_3^2 + \frac{A}{D} 1003 x_3^3 - (k_2 + a_{44})x_4 - a_{45}x_5 - a_{46}x_6 - a_{47}x_7 - a_{48}x_8 - e_2 \text{Sign}(S_2)$$

### III.4.3. Calcul des angles $\beta$ et $\gamma$ :

Nous avons :  $\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$  Donc, suivant la méthode de Cramer nous trouvons :

$$\beta = \frac{\det \begin{vmatrix} U_1 & b_{32} \\ U_2 & b_{42} \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{vmatrix}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\det \begin{vmatrix} b_{31} & U_1 \\ b_{41} & U_2 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{vmatrix}}$$

Ce calcul se fait numériquement via le logiciel Matlab/Simulink.

Dans le but de réduire le nombre d'états mesurés exigés par la commande par mode glissant conventionnel, cette dernière peut être associée à la solution d'utiliser un observateur qui va être l'objectif de la section suivante.

## III.5. Commande par mode glissant avec observateur

Un observateur est un système dynamique qui à partir de l'entrée du système, de la sortie  $y(t)$  mesurée, ainsi que d'une connaissance à priori du modèle, fournira en sortie un état estimé  $\hat{x}(t)$  qui devra tendre vers l'état réel  $x(t)$  [32].

Pour un système non linéaire, il existe plusieurs types d'observateurs à mode glissant, comme :

- L'observateur à gain élevé en mode glissant ;
- Le différentiateur de chaîne intégrale en mode glissant ;
- L'observateur de perturbations en mode glissant ;
- L'observateur de sortie retardée (Ou observateur à retard) en mode glissant.

### III.5.1. Observabilité des systèmes non linéaires :

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales [29].

Pour les systèmes non linéaires, le problème de l'observation se complique dans la mesure où, contrairement au cas linéaire, l'observabilité dans ce cas dépend de l'entrée appliquée. Etant donné l'espace de l'état  $X$  et l'ensemble des entrées  $U$ , la notion d'observabilité est basée sur la possibilité de distinguer deux conditions initiales. C'est équivalent à dire qu'elle est définie à partir d'une relation d'indistinguabilité [27].

Un système non linéaire est dit observable s'il n'admet pas de paires indistinguables [27], c.à.d. si pour deux conditions initiales différentes, nous avons deux sorties  $y$  différentes.

Pour notre système, chaque paire de conditions initiales a donné deux sorties différentes le long de la durée de la simulation. Donc, nous pouvons dire que notre système non linéaire est observable.

### III.5.2. Structure d'un observateur à mode glissant :

Une des classes les plus connues des observateurs robustes contre les incertitudes paramétriques et les erreurs de modélisation est celle des observateurs qui se basent sur la théorie des systèmes à structure variable ou sur la théorie des modes glissants [27].

Pour un système non linéaire, une structure d'observateur à mode glissant (Figure (III.7)) est décrite d'une manière générale par [27] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) - l \text{Sign}(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t))$$

Nous remarquons que l'observateur obtenu est comme le modèle du système plus un terme correcteur qui établit la convergence de  $\hat{x}(t)$  vers  $x(t)$  [32].

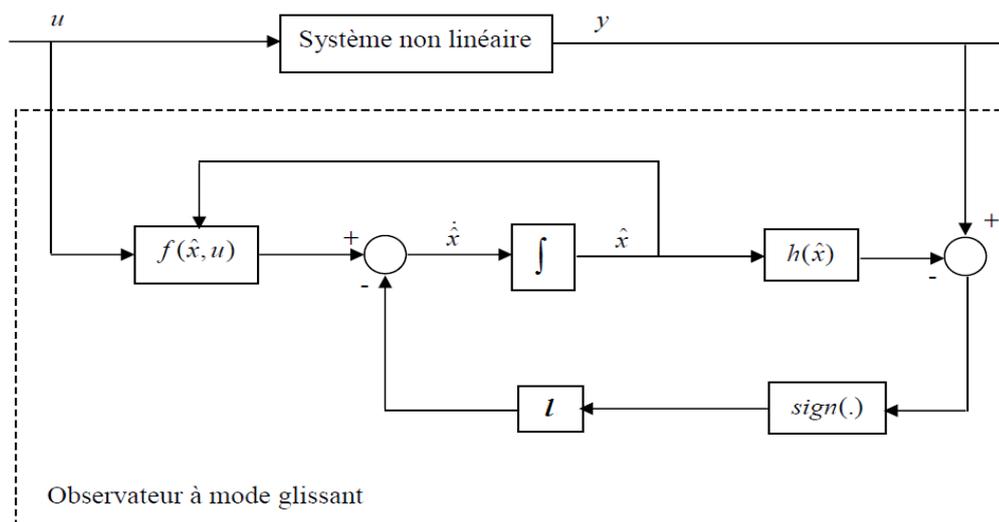


Figure III.7 : Structure générale d'un observateur à mode glissant

Dans ce cas,  $S = E_y = y - \hat{y}$  est dite surface de glissement.  $l$  est un terme de correction proportionnel à la fonction **Sign** appliquée à l'erreur de sortie [27].

Le choix de ce type d'observateur s'explique par les bonnes propriétés qui peuvent être satisfaites et qui se manifestent par [27] :

- La convergence en temps fini vers une surface de glissement  $S$  ;
- La possibilité de la réduction de dimension du système d'observation.
- L'équivalence de la fonction **Sign** à un grand gain au voisinage de l'origine assure une robustesse contre les erreurs du modèle et les perturbations externes.

Les dynamiques concernées pour les observateurs à mode glissant sont celles des erreurs d'observation  $E(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . A partir de leurs valeurs initiales, ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes [27] :

➤ Au début, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs de sortie  $E_y(t)$  sont nulles. Cette étape est connue sous l'appellation de « Mode d'atteinte » [27].

➤ Ensuite, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce mode est appelé « Mode de glissement » [27]. Le terme correctif agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :  $S = 0$  Et  $\dot{S} = 0$  pour que l'état estimé converge vers l'état réel [32].

### III.6. Elaboration de la loi de Commande par mode glissant avec observateur à gain élevé

#### III.6.1. Principe de la commande et critère de stabilité : [31]

L'observateur à grand gain est conçu comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - \frac{q_n}{\varepsilon^1} (\hat{x}_1 - x) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 - \frac{q_{n-1}}{\varepsilon^2} (\hat{x}_1 - x) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} &= \hat{x}_n - \frac{q_2}{\varepsilon^{n-1}} (\hat{x}_1 - x) \\ \dot{\hat{x}}_n &= -\frac{q_1}{\varepsilon^n} (\hat{x}_1 - x) \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.8)}$$

Tel que :

$[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  est le vecteur d'état du système ;

$[\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \dots \ \hat{x}_n]^T$  est le vecteur d'états estimés du système ;

$x$  est la trajectoire d'état mesuré ;

$\varepsilon$  est une constante suffisamment petite, généralement prise **0,001** ;

$q_i (i = 1, 2, \dots, n)$  sont des constantes choisies de telle sorte à rendre les valeurs propres de l'équation suivante à parties réelles négatives :  $s^n + q_n s^{n-1} + \dots + q_2 s + q_1$  avec  $n$  est l'ordre du système.

La surface de glissement pour l'observateur dans ce cas est de la forme suivante :

$$S(\hat{x}) = k E_1 + E_2 \quad \text{(III.9)}$$

Avec :  $E_1 = \hat{x}_1 - x_1^d$  et  $E_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}_1^d$

$x_1^d$  : Valeur désirée de  $x_1$  ; et  $k$  est un coefficient qui représente la pente de la surface de glissement.

En général, les lois établies pour le calcul de la surface de glissement, de la commande équivalente, et de la commande de commutation pour le mode glissant restent applicables pour la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé, la seule différence c'est qu'il faut tenir compte que dans ce cas, les formules sont établies en fonction des valeurs qui peuvent être mesurées et de celles estimées par l'observateur, et qui sont des valeurs approximatives qui doivent tendre vers les valeurs réelles.

Considérant une perturbation externe de valeur totale  $l_f$ . Pour assurer la stabilité du système, la valeur du terme correcteur  $l$  doit être strictement supérieure à la valeur globale des perturbations, c'est à dire :  $l_f < l$ .

**III.6.2. Calcul de la loi de commande : (Voir l'annexe C)**

**Hypothèse :** Le système est observable.

Les techniques dites à grand gain peuvent être appliquées sans transformation du système initial. Dans ce cas, la conception de l'observateur se fait directement à partir de la structure du système [27].

Pour le cas de notre système, nous avons :

**1<sup>er</sup> sous-système :**

Suivant la formule (III.8), pour le cas du système de 2<sup>e</sup> ordre, et avec  $x = x_1$ , nous avons :

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \frac{q_2}{\varepsilon} (\hat{x}_1 - x_1)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -\frac{q_1}{\varepsilon^2} (\hat{x}_1 - x_1)$$

Tel que :  $q_1$  et  $q_2$  sont deux coefficients qui rendent les valeurs propres de l'équation suivante pour le système du 2<sup>e</sup> ordre à parties réelles négatives :  $s^2 + q_2 s + q_1$ .

**a. Surface de glissement pour l'observateur :**

Suivant la formule (III.9), et pour  $x_1^d = 0$  nous avons :

$$S_1(\hat{x}) = k_1 \hat{x}_1 + \hat{x}_2$$

**b. Calcul de la loi de la commande pour l'observateur :**

$$U_1 = U_{1eq} + \Delta U_1$$

**Commande équivalente :**

La surface de glissement pour le mode glissant :  $S_1(x) = k_1 x_1 + x_2$

D'où :  $\dot{S}_1(x) = k_1 x_2 + \dot{x}_2 = k_1 x_2 + \ddot{h}$

La commande équivalente est choisie sous la forme suivante : (Voir l'annexe C)

$$U_{1eq} = -k_1 \hat{x}_2$$

Commande de commutation :

La commande de commutation est de la forme suivante :

$$\Delta U_1 = -l_1 \text{Sign}(S_1(\hat{x}))$$

Donc, l'expression de la commande par mode glissant pour le 1<sup>er</sup> sous-système est la suivante :

$$U_1 = -k_1 \hat{x}_2 - l_1 \text{Sign}(S_1(\hat{x}))$$

**c. Critère de stabilité :**

Considérant la valeur globale des perturbations  $l_{f1}$  ayant l'expression suivante :

$$l_{f1} = |a_{35}w_1 + a_{36}w_2 + a_{37}w_3 + a_{38}w_4|$$

Le sous-système doit satisfaire la condition de stabilité suivante :

$$l_{f1} < l_1$$

**2<sup>e</sup> sous-système :**

Suivant la formule (III.8), pour le cas du système de 2<sup>e</sup> ordre, et avec  $x = x_3$ , nous avons :

$$\dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_2 - \frac{q_4}{\varepsilon} (\hat{x}_3 - x_3)$$

$$\dot{\hat{x}}_4 = -\frac{q_3}{\varepsilon^2} (\hat{x}_3 - x_3)$$

Tel que :  $q_3$  et  $q_4$  sont deux coefficients qui rendent les valeurs propres de l'équation suivante pour le système du 2<sup>e</sup> ordre à parties réelles négatives :  $s^2 + q_4 s + q_3$ .

**a. Surface de glissement pour l'observateur :**

Suivant la formule (III.9), et pour  $x_3^d = 0$  nous avons :

$$S_2(\hat{x}) = k_1 \hat{x}_3 + \hat{x}_4$$

**b. Calcul de la loi de la commande pour l'observateur :**

$$U_2 = U_{2eq} + \Delta U_2$$

Commande équivalente :

La surface de glissement pour le mode glissant :  $S_2(x) = k_2 x_3 + x_4$

D'où :  $\dot{S}_2(x) = k_2 x_4 + \dot{x}_4 = k_2 x_4 + \ddot{\alpha}$

La commande équivalente est choisie sous la forme suivante :

$$U_{2eq} = -k_2 \hat{x}_4$$

*Commande de commutation :*

La commande de commutation est de la forme suivante :

$$\Delta U_2 = -l_2 \text{Sign}(S_2(\hat{x}))$$

Donc, l'expression de la commande par mode glissant pour le 2<sup>e</sup> sous-système est la suivante :

$$U_2 = -k_2 \hat{x}_4 - l_2 \text{Sign}(S_2(\hat{x}))$$

*c. Critère de stabilité :*

Considérant la valeur globale des perturbations  $l_{f2}$  ayant l'expression suivante :

$$l_{f2} = | a_{45} w_1 + a_{46} w_2 + a_{47} w_3 + a_{48} w_4 |$$

Le sous-système doit satisfaire la condition de stabilité suivante :

$$l_{f2} < l_2$$

## Conclusion

Ce chapitre est donc consacré à l'élaboration des lois de commande pour la stabilité du système aéroélastique et présente en détails deux lois de commande qui sont : La loi de commande par mode glissant conventionnelle et la loi de commande par mode glissant avec observateur à gain élevé. Les deux méthodes sont appliquées avec succès sur notre modèle aéroélastique.

Le chapitre suivant est consacré à la mise en œuvre en simulation de ces deux techniques de commande ce qui permet de conclure sur leurs avantages et limites.

***CHAPITRE IV :***

***Simulation***

***Et***

***Interprétation***

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la commande par mode glissant pour notre système aéroélastique non linéaire, et nous allons présenter nos résultats de simulation sous l'environnement : MATLAB/SIMULINK® (Voir l'**annexe D**).

Les résultats obtenus seront étudiés en boucle fermée et comparés à ceux qui sont obtenus en boucle ouverte puis à ceux obtenus en boucle fermée avec observateur à gain élevé pour des valeurs différentes de vitesse, afin de visualiser l'effet de la commande sur les performances du système.

Le déplacement vertical ( $h$ ), l'angle d'incidence ( $\alpha$ ), l'angle de déflexion du volet de bord de fuite ( $\beta$ ) et l'angle de déflexion du volet de bord d'attaque ( $\gamma$ ), seront montrés et étudiés graphiquement, et la vitesse de flottement sera repérée pour chaque cas.

### IV.1. Simulation en boucle ouverte

Dans cette section, nous allons étudier la stabilité du modèle de l'aile en boucle ouverte, en visualisant le comportement du déplacement vertical de l'aile ( $h$ ), ainsi que son angle d'incidence au niveau de la sortie du système. Sachant que le modèle de l'aile est paramétré par sa vitesse d'écoulement, la stabilité de ce dernier est testée pour des valeurs différentes de cette vitesse.

#### *IV.1.1. Résultats de simulation :*

Le programme en Simulink présenté dans la figure (**IV.1**) permet d'avoir les résultats présentés dans les graphes qui vont suivre pour notre système non linéaire :

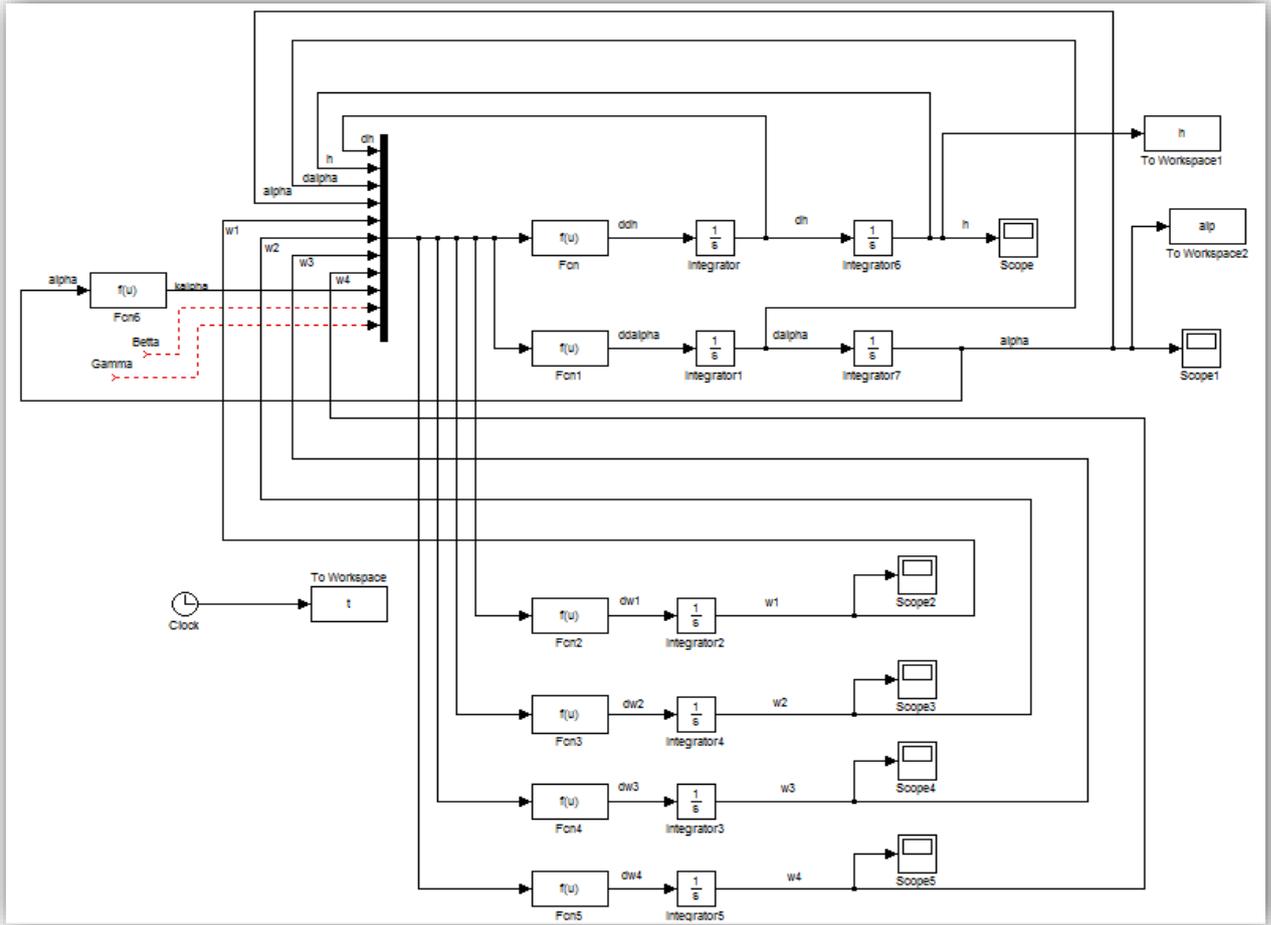


Figure IV.1: Implémentation en Simulink du système en boucle ouverte.

Les résultats de simulation obtenus en boucle ouverte avec les conditions initiales  $[h \dot{h} \alpha \dot{\alpha} w_1 w_2 w_3 w_4]^T = [0, 0, 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  sont présentés sur les figures (IV.2) et (IV.3) suivantes :

Pour une vitesse d'écoulement  $V = 6 \text{ m/s}$ , la réponse du système est montrée comme suit :

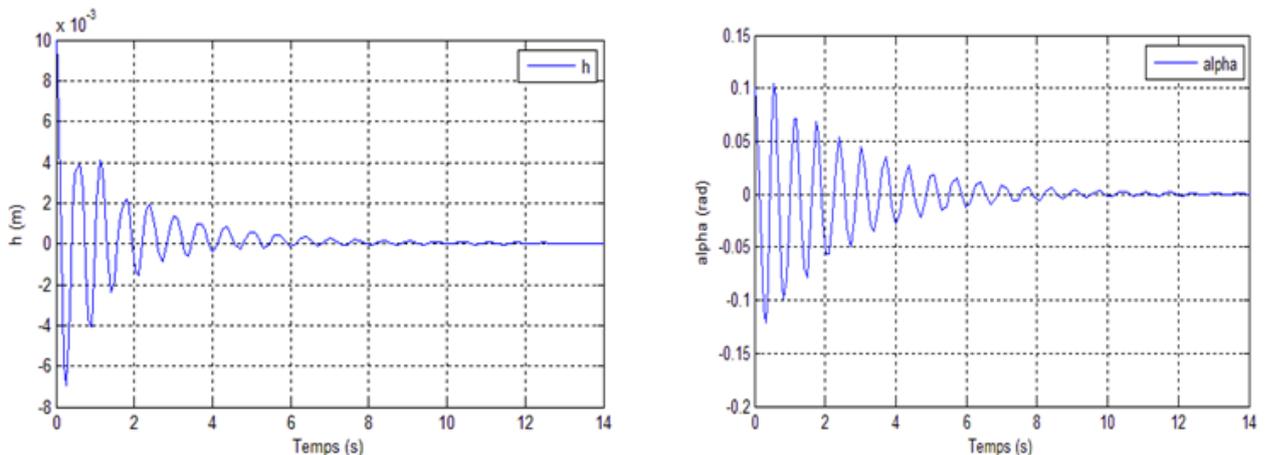


Figure IV.2 : La réponse du système en BO pour  $h$  et  $\alpha$  à une vitesse  $V= 6 \text{ m/s}$

Pour une vitesse d'écoulement  $V = 14 \text{ m/s}$ , la réponse du système est montrée comme suit :

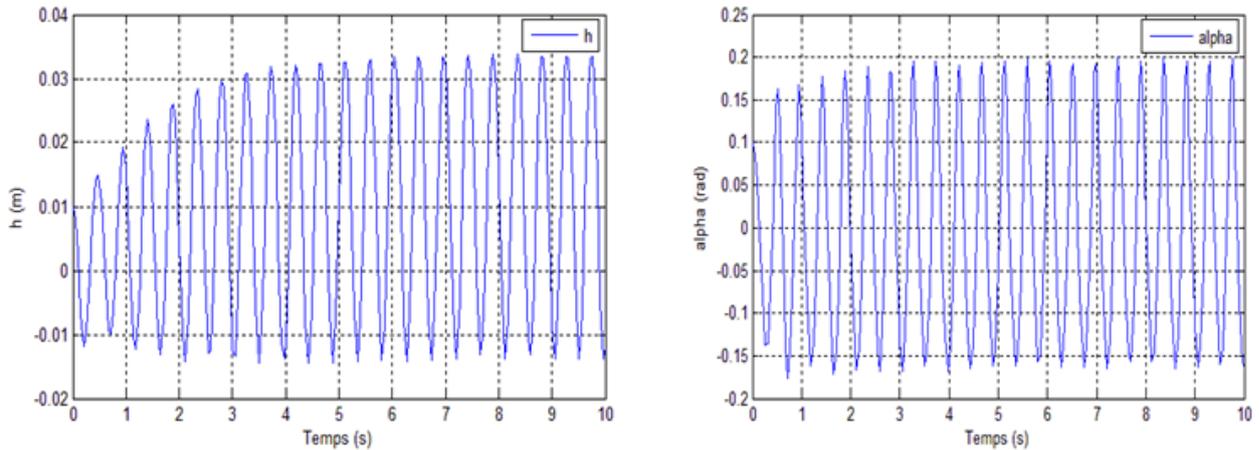


Figure IV.3 : La réponse du système en BO pour  $h$  et  $\alpha$  à une vitesse  $V = 14 \text{ m/s}$

#### IV.1.2. Interprétation :

Les résultats de simulation en boucle ouverte montrent qu'à la vitesse  $V = 6 \text{ m/s}$  (Figure (IV.2)), le système présente des oscillations de faibles amplitudes qui convergent lentement vers le zéro, c.à.d. le système dans ce cas est stable mais mal amorti, tel que les oscillations prennent vers 10 secondes pour qu'elles soient amorties.

À la vitesse  $V = 14 \text{ m/s}$ , le modèle non linéaire en boucle ouverte devient instable comme le montre la figure (IV.3) qui présente des oscillations d'amplitudes importantes qui deviennent après quelques secondes périodiques avec une amplitude constante, autrement dit, nous parlons de l'apparition des LCOs (Oscillations cycle limite), ce qui illustre le phénomène de flottement.

Donc, il existe une vitesse de transition qui s'appelle la vitesse de flottement, qui représente le passage du système de la stabilité vers l'instabilité.

Après des simulations successives, nous avons repéré cette vitesse à :

$$V_{\text{flottement en BO}} = 10,70 \text{ m/s}$$

## IV.2. Simulation de la commande par mode glissant

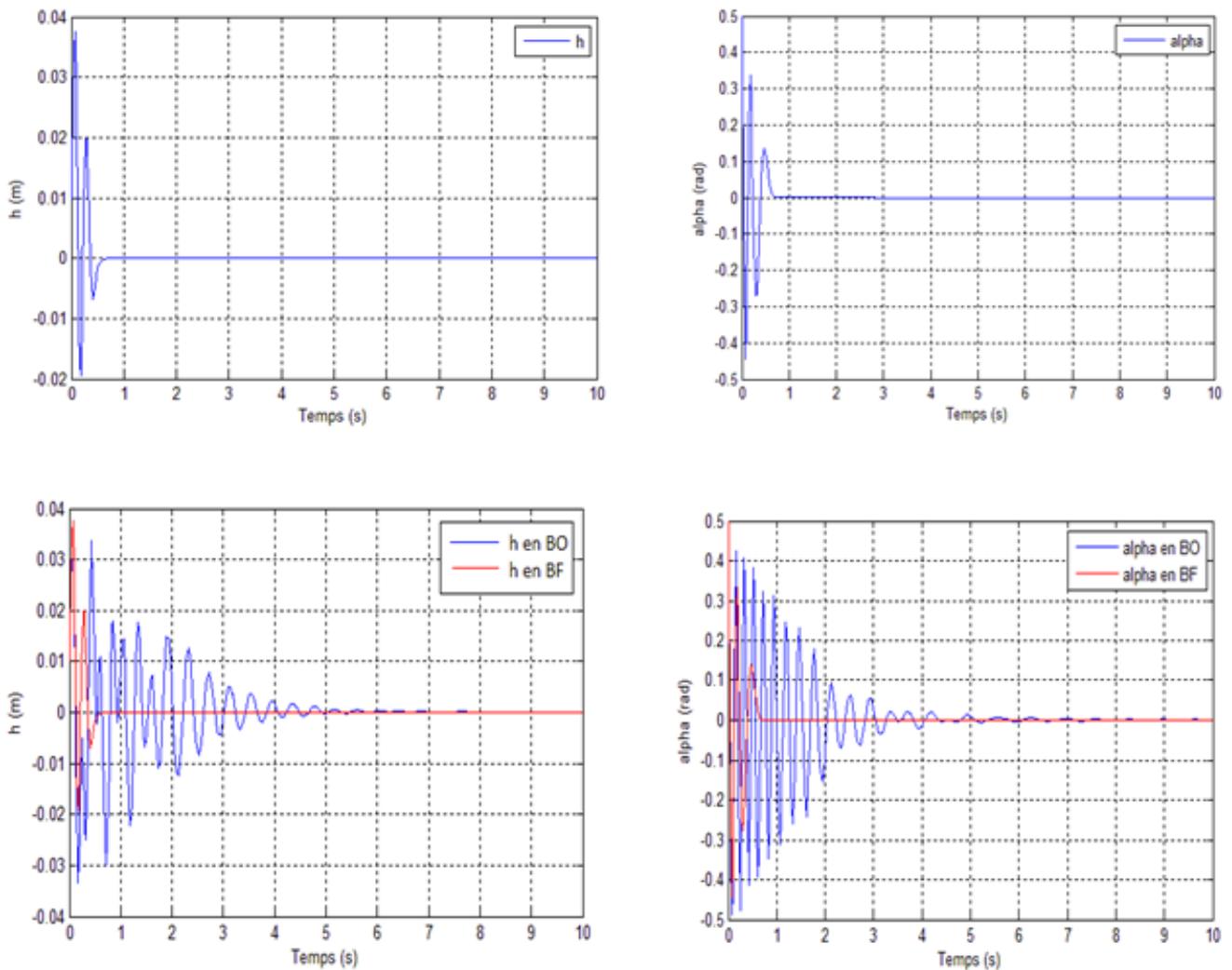
Dans cette section, nous allons étudier la stabilité et le comportement du modèle de l'aile en lui appliquant la commande par mode glissant. Les états  $h$  et  $\alpha$  sont observés ainsi que les deux lois de commande appliquées sur la déflexion des surfaces de commande caractérisée par  $\beta$  et  $\gamma$ .

*IV.2.1. Résultats de simulation :*

Les résultats de simulation obtenus avec les conditions initiales sur les états

$[h \dot{h} \alpha \dot{\alpha} w_1 w_2 w_3 w_4]^T = [0,01 \ 0 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  et en choisissant les coefficients pour la commande  $k_1 = k_2 = 15$  et  $e_1 = e_2 = 5$  (Choisis de telle sorte à avoir la vitesse de flottement la plus grande que possible et le temps de réponse le plus petit que possible tout en assurant la stabilité du système c.à.d. minimiser les oscillations.) comme suit :

Pour une vitesse  $V = 6 \text{ m/s}$ , la réponse du système en boucle fermée est montrée comme suit, et est comparée à celle en boucle ouverte pour la même vitesse (Figure (IV.4)) :



*Figure IV.4 : La réponse du système en BF pour h et  $\alpha$  à une vitesse  $V = 6 \text{ m/s}$*

Le comportement des angles beta et gamma est représenté dans la figure (IV.5) suivante :

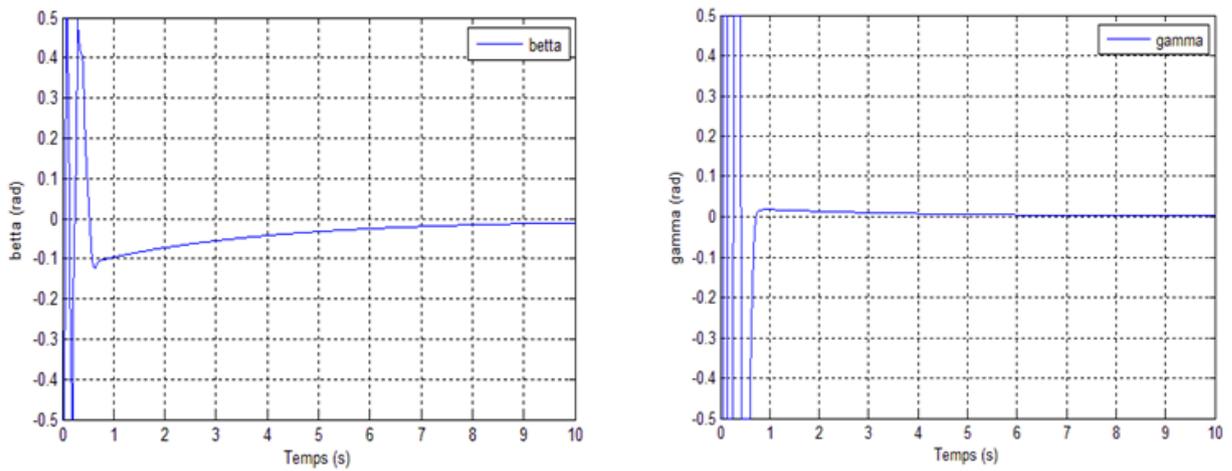


Figure IV.5 : Comportement de beta et de gamma en BF à  $V = 6 \text{ m/s}$

Pour une vitesse  $V = 34 \text{ m/s}$ , la réponse du système en boucle fermée est montrée comme suit, et est comparée à celle en boucle ouverte pour la même vitesse (Figure (IV.6)) :

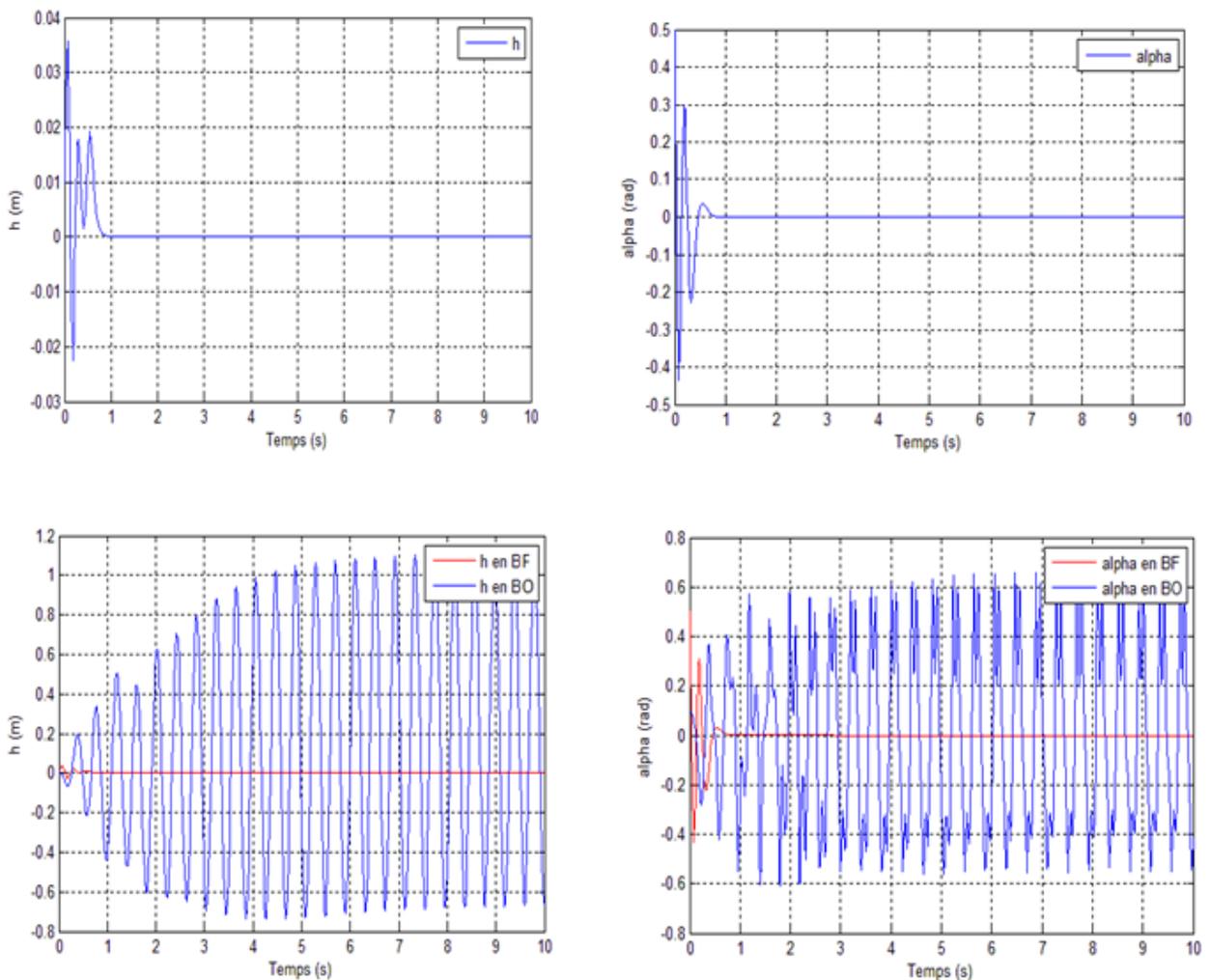


Figure IV.6 : La réponse du système en BF pour  $h$  et  $\alpha$  à une vitesse  $V = 34 \text{ m/s}$

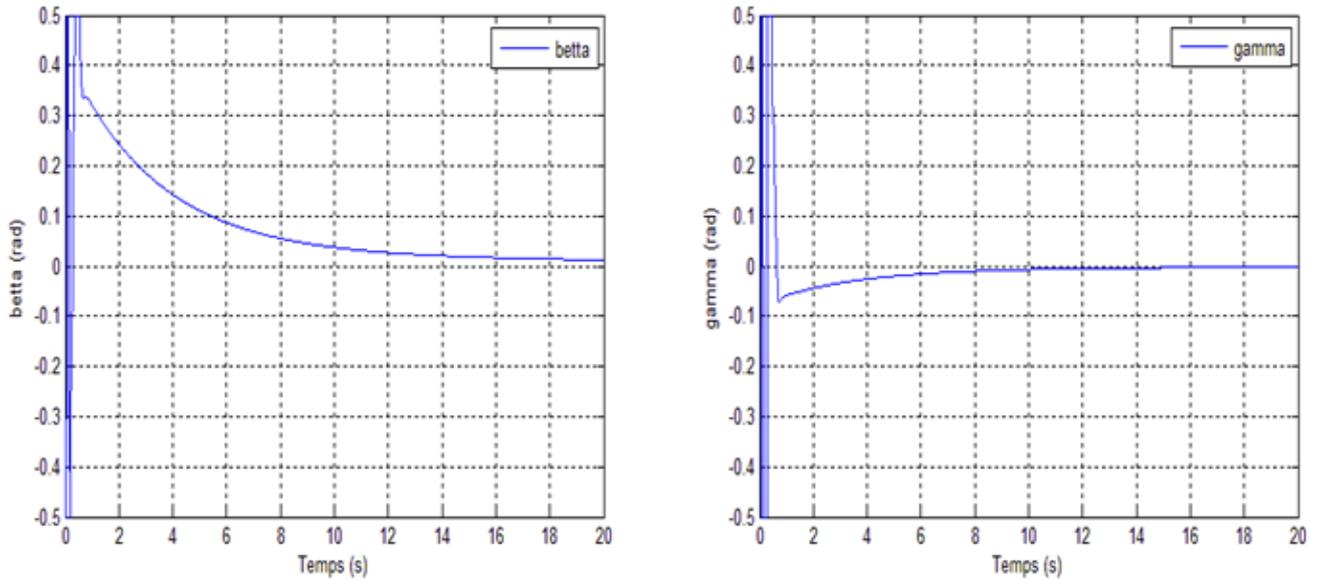


Figure IV.7 : Comportement de beta et de gamma en BF à  $V = 34 \text{ m/s}$

Pour une vitesse  $V = 37 \text{ m/s}$ , la réponse du système en boucle fermée est montrée comme suit (Figure (IV.8)) :

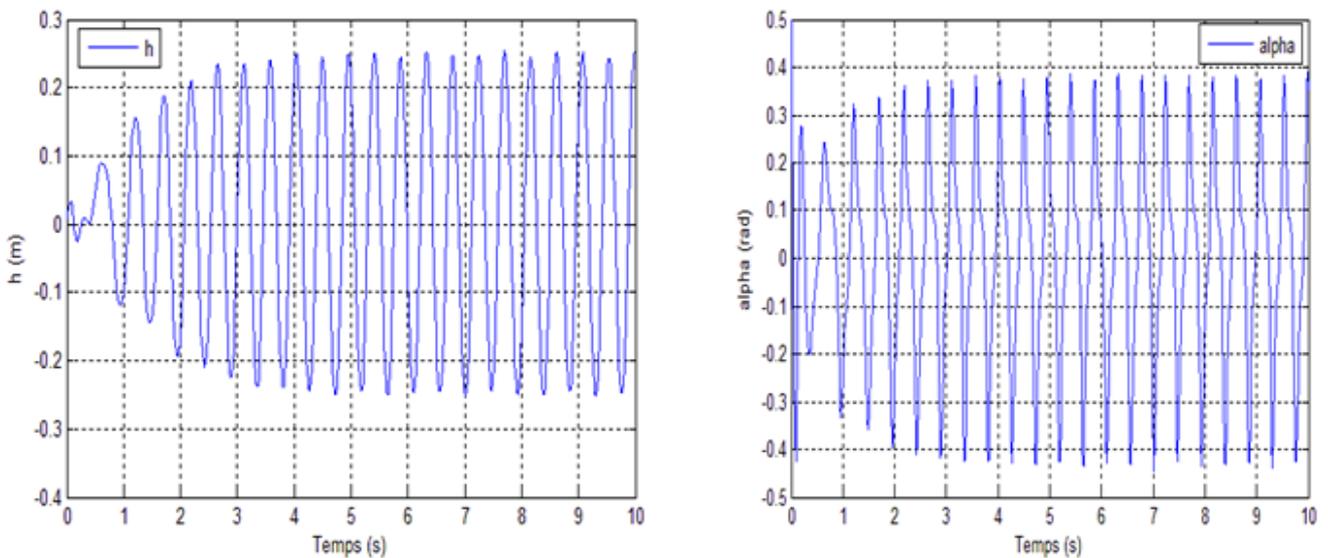


Figure IV.8 : La réponse du système en BF pour  $h$  et  $\alpha$  à une vitesse  $V = 37 \text{ m/s}$

### IV.2.2. Interprétation :

Pour  $V = 6 \text{ m/s}$ , le système en boucle ouverte est stable mais mal amorti, c.à.d. le mouvement de tangage et de déplacement verticale du profil convergent lentement vers la valeur "zéro" en présentant beaucoup d'oscillations (Figure (IV.4)). Lorsque nous appliquons la commande par mode glissant sur le système non linéaire, nous remarquons une convergence rapide vers la position d'équilibre (Avec un temps de réponse d'environ 0,90 seconde.) pour le système qui est devenu bien amorti présentant peu d'oscillations.

Pour la même vitesse, la figure (IV.5) montre que les angles de déflexion du volet de bord d'attaque ( $\gamma$ ) et du volet de bord de fuite ( $\beta$ ) convergent vers la position d'équilibre d'une manière souple avec un peu d'oscillations durant la 1<sup>ère</sup> seconde, tel que  $\gamma$  prend vers 4 secondes pour atteindre la valeur "zéro", et  $\beta$  prend vers 8,80 secondes pour atteindre la position d'équilibre, avec une erreur statique d'environ 0.01 radian.

Dans le cas des angles  $\beta$  et  $\gamma$ , l'amplitude des oscillations ne doit pas dépasser au maximum la valeur  $30^\circ \approx 0,54 \text{ rad}$ , et pour éviter que les oscillations dépassent leur limite autorisée (Pour la sécurité des actionneurs et des volets), nous avons placé 02 blocs de saturation lors de la simulation sous Simulink pour  $\beta$  et  $\gamma$  afin de limiter ces oscillations entre les 02 valeurs maximales  $\pm 0,5 \text{ rad}$ .

Pour  $V = 34 \text{ m/s}$ , le système en boucle ouverte est instable, le mouvement de tangage et de déplacement verticale du profil présentent des d'oscillations de fréquences et d'amplitudes importantes (Figure (IV.6)), ceci est attendu car la vitesse d'écoulement est très supérieure à la vitesse de flottement en boucle ouverte ( $V_{f \text{ BO}} = 10,70 \text{ m/s}$ ). Mais en appliquant la commande par mode glissant, le système non linéaire est toujours stable et bien amorti,  $h$  et  $\alpha$  convergent vers la position d'équilibre rapidement, avec un temps de réponse d'environ 0,90 seconde pour  $\alpha$  et de 01 seconde pour  $h$ . Donc, la commande par mode glissant a servi à contrôler  $h$  et  $\alpha$  en minimisant et amortissant les oscillations dans un temps de réponse petit et avec une erreur statique nulle.

Pour la même vitesse, la figure (IV.7) montre que  $\beta$  et  $\gamma$  présentent quelques oscillations puis convergent vers la position d'équilibre d'une manière souple, dans un temps de réponse d'environ 14 secondes et avec une erreur statique de 0,02 radian pour  $\beta$ , et dans un temps de réponse d'environ 8 secondes et avec une erreur statique de 0,01 radian pour  $\gamma$ . Nous pouvons constater ici que le temps de réponse de  $\beta$  et de  $\gamma$  augmentent plus nous approchons de la vitesse de flottement en boucle fermée.

À la vitesse  $V = 37 \text{ m/s}$ , le modèle non linéaire en boucle fermée devient instable comme le montre la figure (IV.8) qui présente l'apparition des Oscillations du cycle limite d'amplitudes importantes ce qui illustre le phénomène de flottement.

### IV.2.3. Gain en vitesse :

Comme a montré les figures (IV.6) et (IV.8), le système est stable pour  $V = 34 \text{ m/s}$ , et est devenu instable pour une vitesse d'écoulement  $V = 37 \text{ m/s}$ , donc la vitesse de flottement est comprise entre ces 02 vitesses.

Après des simulations successives, nous avons repéré cette vitesse à :

$$V_{\text{flottement en BF}} = 35,08 \text{ m/s}$$

Nous avons donc eu un gain de vitesse de flottement de **24,38 m/s** après l'ajout de la commande par mode glissant au système aéroélastique non linéaire.

### IV.3. Simulation de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé

Dans cette section, nous allons étudier la stabilité et le comportement du modèle de l'aile en lui appliquant la commande par mode glissant avec observateur à grand élevé. Les états  $h$  et  $\alpha$  sont observés ainsi que les deux lois de commande appliquées sur la déflexion des surfaces de commande caractérisée par  $\beta$  et  $\gamma$ .

#### IV.3.1. Résultats et interprétation

Les résultats de simulation sont obtenus en appliquant cette commande avec les conditions initiales  $[\mathbf{h} \ \dot{\mathbf{h}} \ \alpha \ \dot{\alpha} \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4]^T = [0, 0, 1 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  et en choisissant :

➤ Les coefficients pour la commande :  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 = \mathbf{15}$  et  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 = \mathbf{5}$ , Choisis de telle sorte à avoir la vitesse de flottement la plus grande que possible et le temps de réponse le plus petit que possible tout en assurant la stabilité du système c.à.d. minimiser les oscillations.

➤ Les coefficients pour l'observateur :  $\mathbf{l}_1 = \mathbf{32}$  et  $\mathbf{l}_2 = \mathbf{18}$ , Choisis de telle sorte à vérifier la condition de stabilité expliquée dans la partie (III.6.1) du chapitre précédent, tel que  $\mathbf{l}_{f1} = \mathbf{31,74}$  et  $\mathbf{l}_{f2} = \mathbf{17,32}$  pour  $\mathbf{V} = \mathbf{34 \text{ m/s}}$ . Et aussi  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_3 = \mathbf{3}$  et  $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_4 = \mathbf{2}$ , Choisis de telle sorte à rendre les valeurs propres des deux équations suivantes à partie réelle négative :  $s^2 + \mathbf{q}_1 s + \mathbf{q}_2 = \mathbf{0}$  et  $s^2 + \mathbf{q}_3 s + \mathbf{q}_4 = \mathbf{0}$ .

Ces résultats sont présentés dans les figures suivantes :

a. Résultats et interprétation pour  $V = 6 \text{ m/s}$  :

❖ Pour une vitesse  $V = 6 \text{ m/s}$ , la réponse du système en boucle fermée, et celle estimée par l'observateur à gain élevé est montrée dans la figure (IV.9), et le comportement des angles beta et gamma est représenté dans la figure (IV.10) :

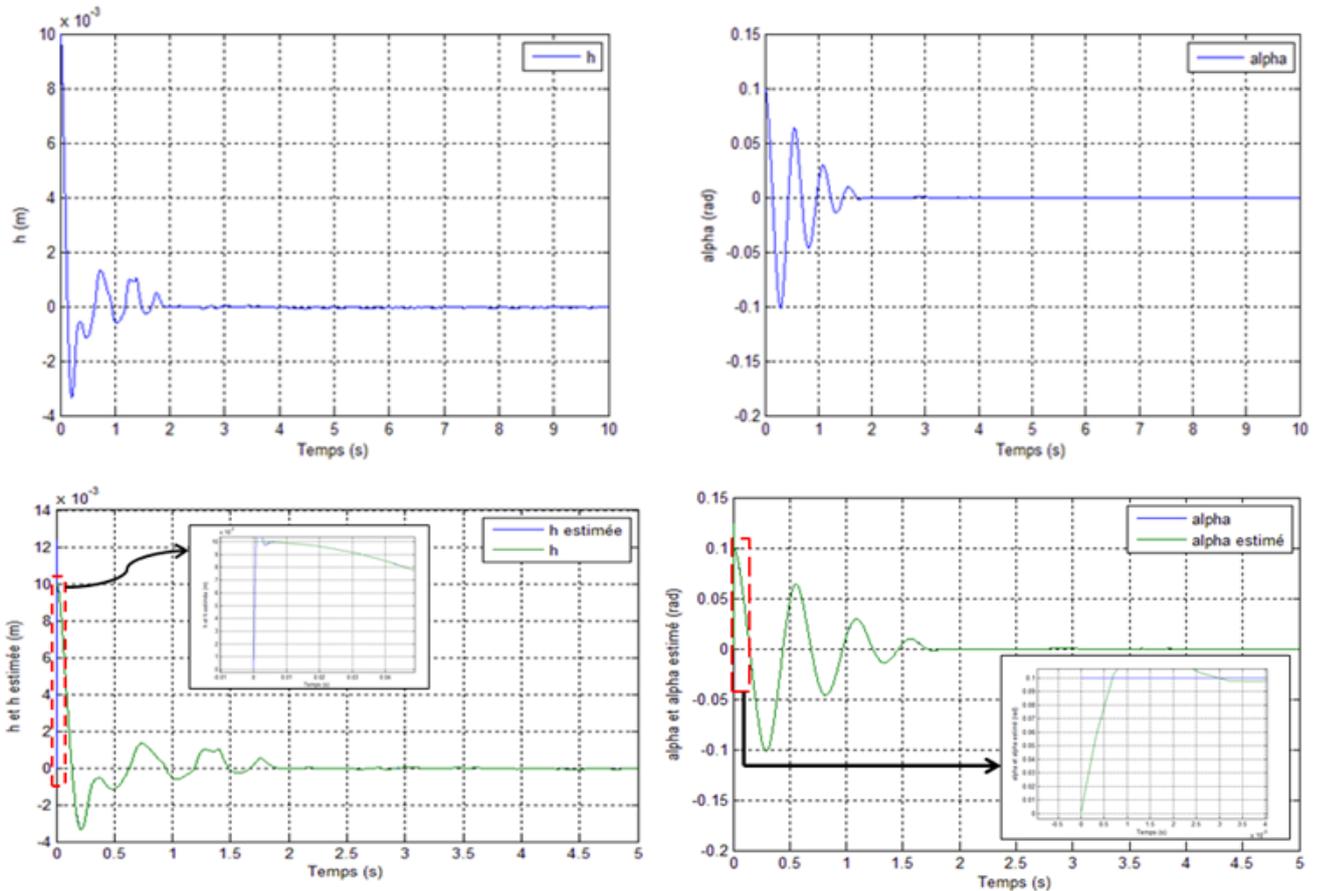


Figure IV.9 : La réponse de  $h$  et de  $\alpha$  en BF avec observateur pour une vitesse  $V = 6 \text{ m/s}$

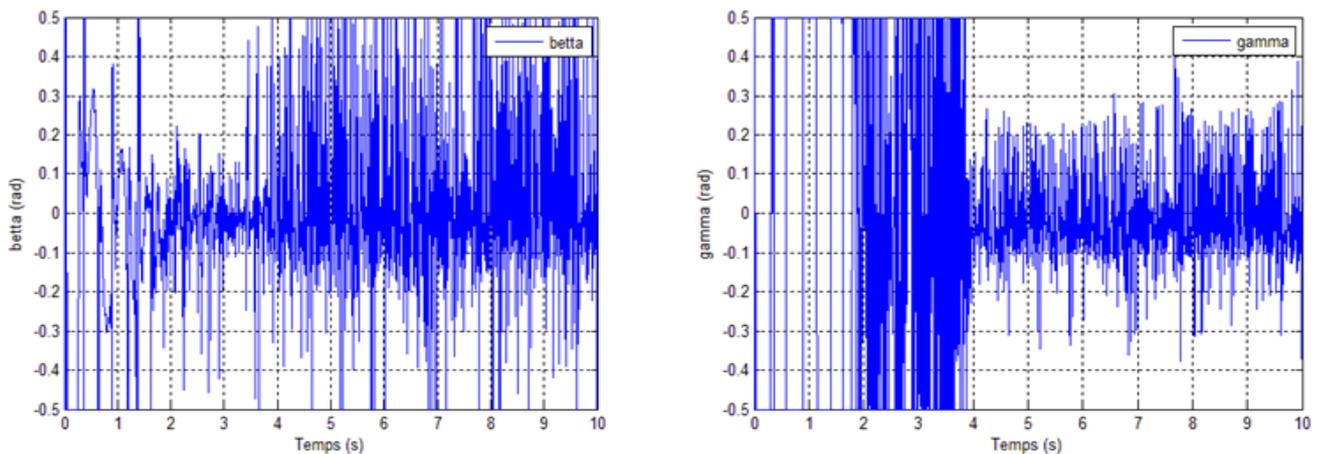


Figure IV.10 : Comportement de beta et de gamma en BF avec observateur à  $V = 6 \text{ m/s}$

Nous pouvons remarquer d'après les figures (IV.9) et (IV.10) que pour  $V = 6 \text{ m/s}$  le système est stable,  $h$  et  $h$  estimée sont presque identiques tel que le graphe de  $\hat{h}$  ( $h$  estimée) a pu rejoindre celui de  $h$  dans une période de temps très petite (Quelques millisecondes), et de même pour  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé. Mais, les angles  $\beta$  et  $\gamma$  ne sont pas acceptables car ils présentent des oscillations de fréquences et d'amplitudes très élevées ce qui va endommager les actionneurs et les volets.

Pour éviter ce problème, nous avons placé deux filtres passe-bas lors de l'implémentation des deux commandes  $U_1$  et  $U_2$  en Simulink, tel que la fonction de transfert de chaque filtre est la suivante :  $TF_{LPF} = \frac{1}{0,0005s+1}$  choisies de telle sorte à avoir une commande souple sans toucher aux performances du système.

Après l'ajout du filtre, et pour  $V = 6 \text{ m/s}$  nous obtenons les résultats présentés dans les figures suivantes :

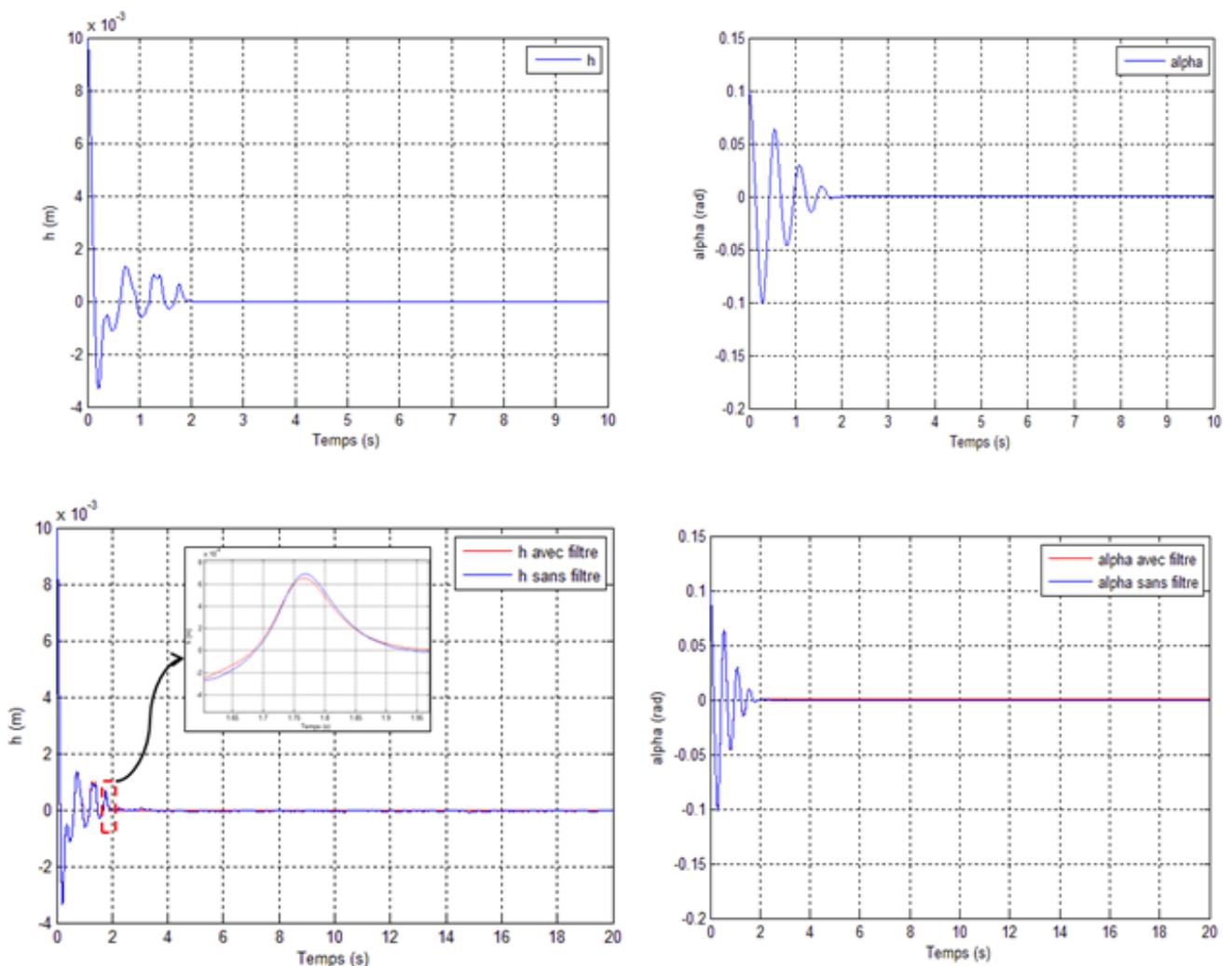


Figure IV.11 : Réponse du système en BF avec observateur, avec et sans filtre pour  $V = 6 \text{ m/s}$

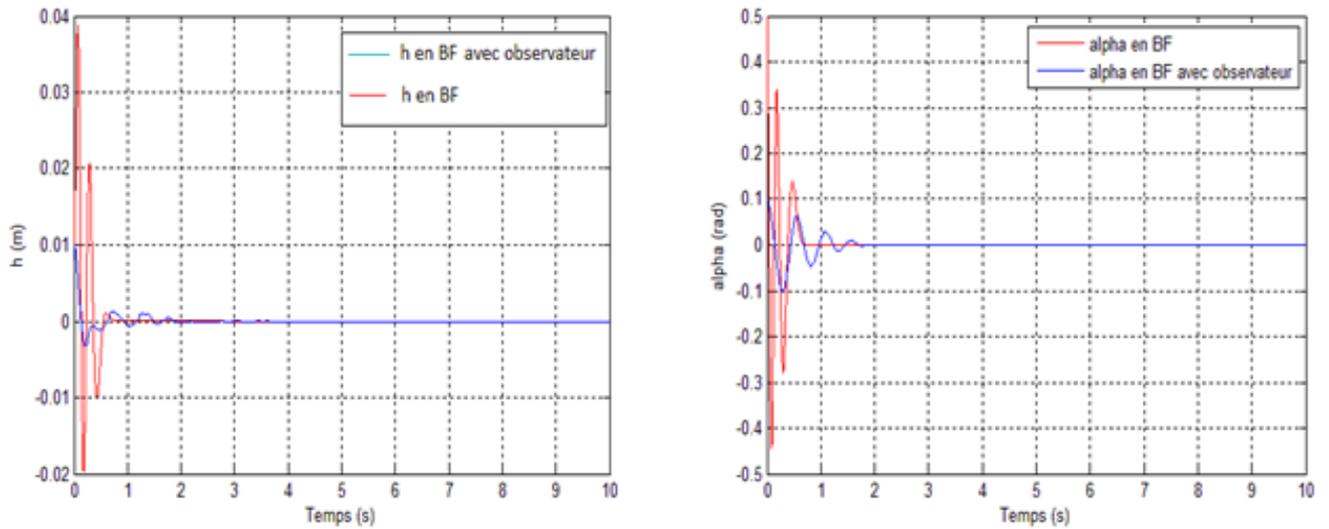


Figure IV.12 : Réponse du système en BF et en BF avec observateur pour  $V = 6$  m/s

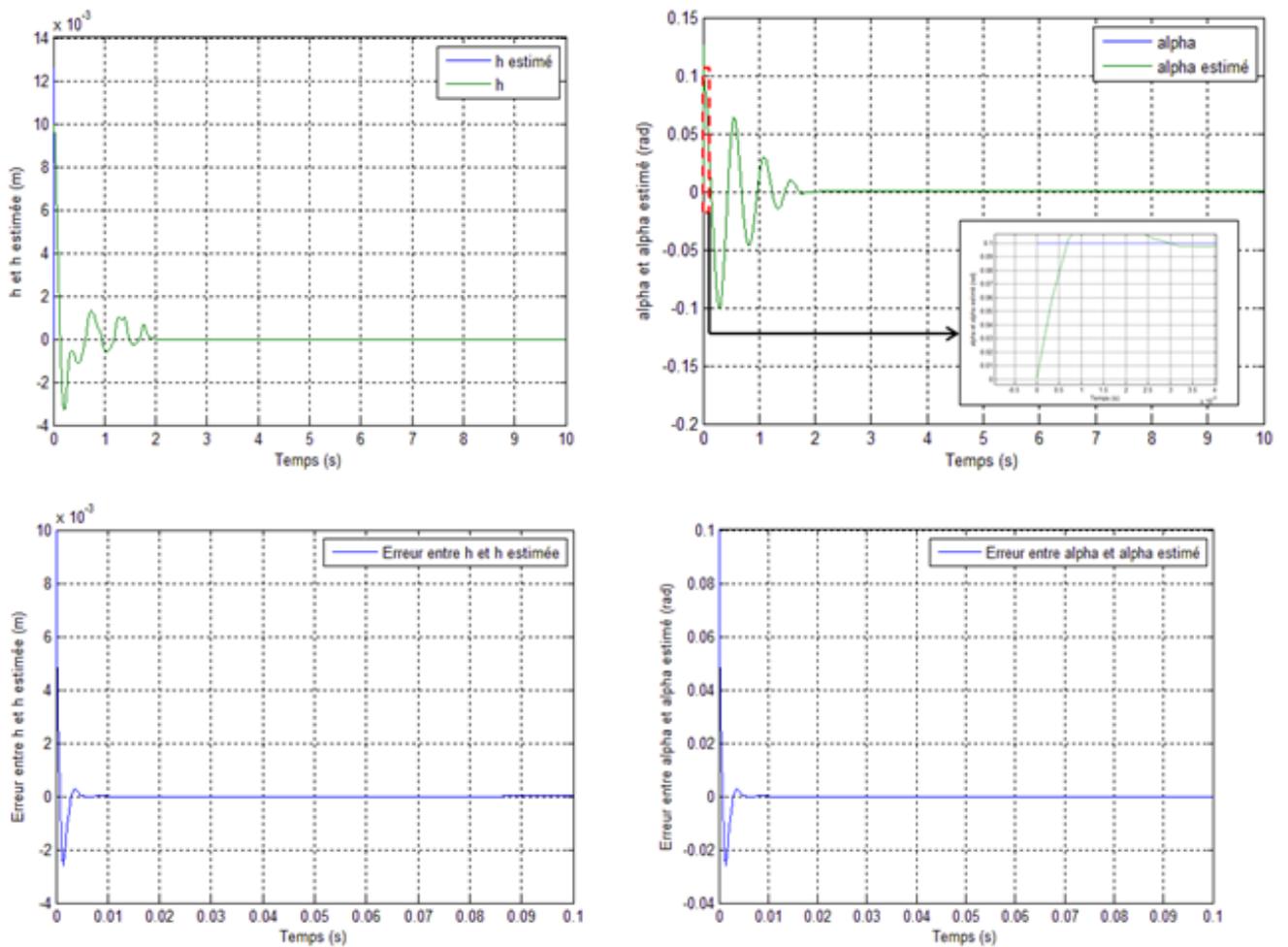


Figure IV.13 : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour  $V = 6$  m/s

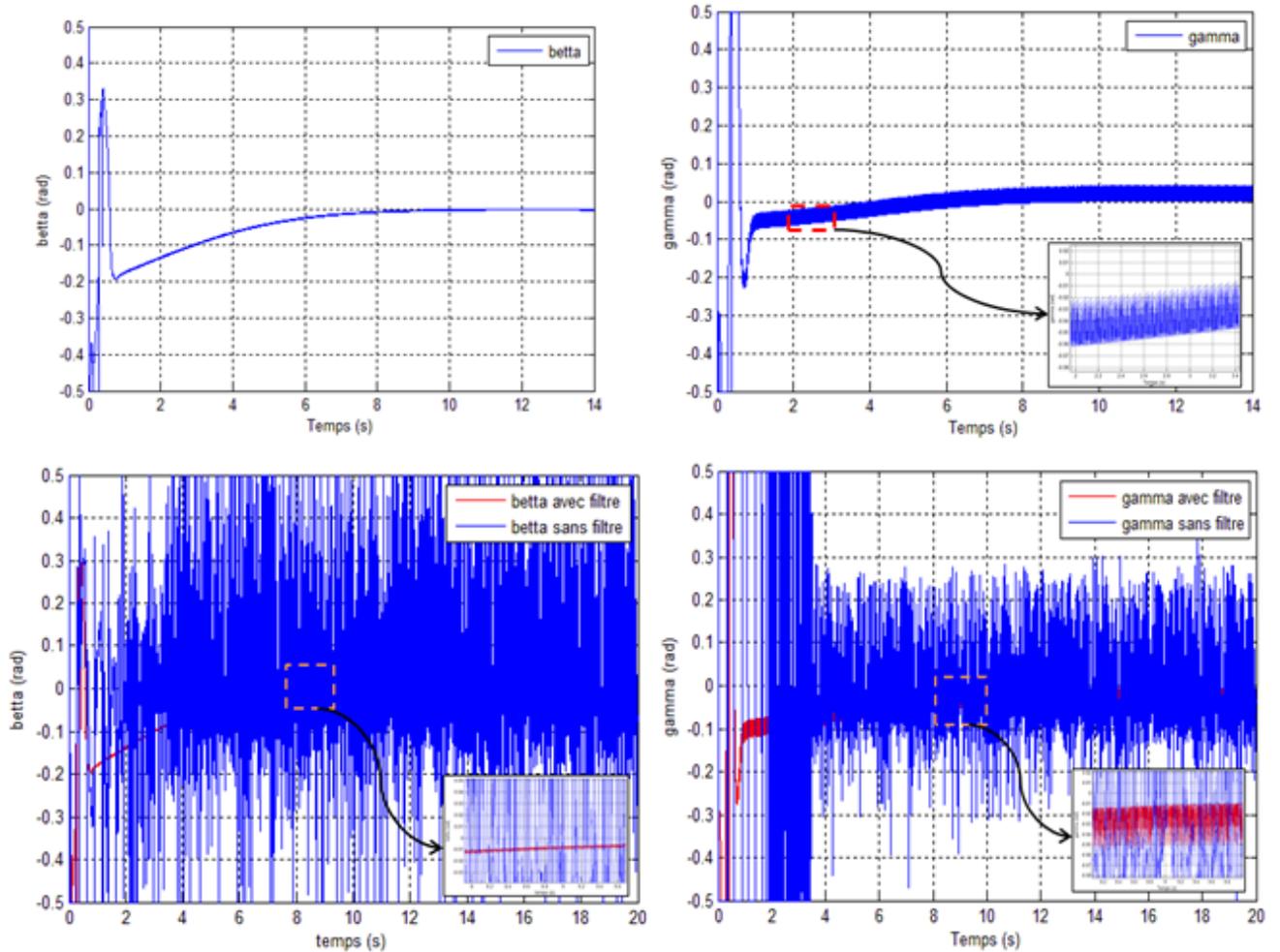


Figure IV.14 : Comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  en BF avec observateur avec et sans filtre à  $V = 6 \text{ m/s}$

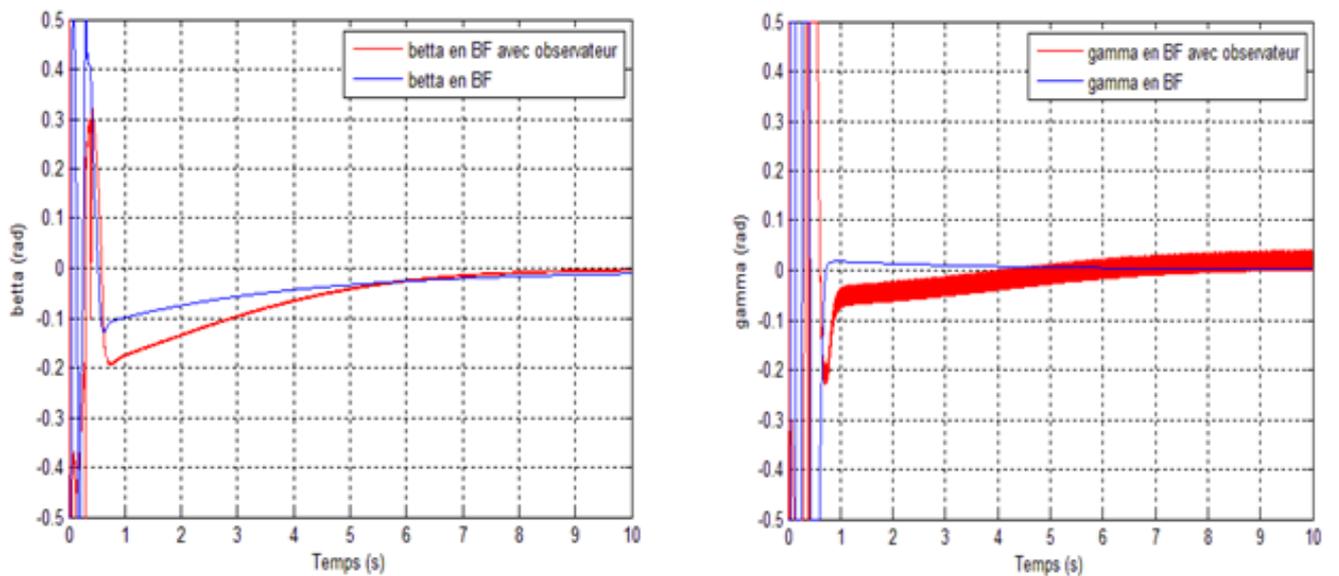


Figure IV.15 : Comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  en BF et en BF avec observateur à  $V = 6 \text{ m/s}$

❖ **Interprétation :**

La figure (IV.11) montre que les réponses de  $h$  et de  $\alpha$  en boucle fermée avec observateur avant et après l'ajout du filtre sont presque identiques, donc, l'ajout de ce filtre n'a pas touché aux performances du système. Par contre, l'ajout du filtre a rendu le comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  plus souple qu'avant et acceptable comme le montre la figure (IV.14), tel que  $\beta$  et  $\gamma$  convergent vers la position d'équilibre dans un temps de réponse d'environ **9** secondes avec une erreur statique nulle (Nous allons donc continuer l'étude du système en appliquant la commande par mode glissant avec observateur avec le filtre). Mais, ce temps de réponse reste inférieur à celui en BF pour la même vitesse (**4** secondes pour  $\gamma$  et vers **8,80** secondes pour  $\beta$  avec une erreur statique d'environ **0.01 rad**, figure (IV.15)), de plus, les angles  $\beta$  et  $\gamma$  présentent des oscillations de hautes fréquences (Plus claires dans le graphe de  $\gamma$ , figure (IV.14)) même en régime permanent. Ces oscillations sont dues à la non linéarité du système et décrivent le phénomène de Chattering (Broutement ou réticence, en anglais : Chattering) qui accompagne souvent l'utilisation de la commande par mode glissant et surtout dans le cas des systèmes non linéaires.

D'après la figure (IV.13), le graphe de  $h$  estimée rejoint celui de  $h$  dans une période de temps très petite (Vers **5** millisecondes) et de même pour les graphes de  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé, avec une erreur statique nulle pour les deux cas. L'erreur en régime transitoire entre  $h$  et  $h$  estimée est de l'ordre de  **$10^{-3}$  m** et ses variations n'ont pas dépassé la valeur de  $h$  initiale tel que  $h_{\text{initiale}} = 10^{-2}$  m. Aussi, l'erreur en régime transitoire entre  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé est de l'ordre de  **$10^{-2}$  radian** et ses variations n'ont pas dépassé la valeur initiale de  $\alpha$  tel que  $\alpha_{\text{initial}} = 10^{-1}$  rad. Ces résultats permettent de dire que l'observateur choisi a été bien conçu avec un temps de réponse petit et une erreur statique nulle pour  $h$  et pour  $\alpha$ .

La figure (IV.12) montre qu'à  $V = 6$  m/s, le système en BF avec observateur est stable,  $h$  et  $\alpha$  convergent vers la position d'équilibre et l'atteignent dans **2** secondes pour  $h$  et dans **1,9** secondes pour  $\alpha$ . Mais ces temps de réponse sont supérieurs à ceux en BF pour la même vitesse, et le système présente plus d'oscillations mais d'amplitudes plus faibles. Donc en général, l'utilisation de l'observateur a causé une légère dégradation de quelques performances du système, comme le temps de réponse et le nombre d'oscillations.

**b. Résultats et interprétation pour  $V = 28$  m/s :**

❖ Pour  $V = 28$  m/s, nous obtenons les résultats présentés dans les figures suivantes :

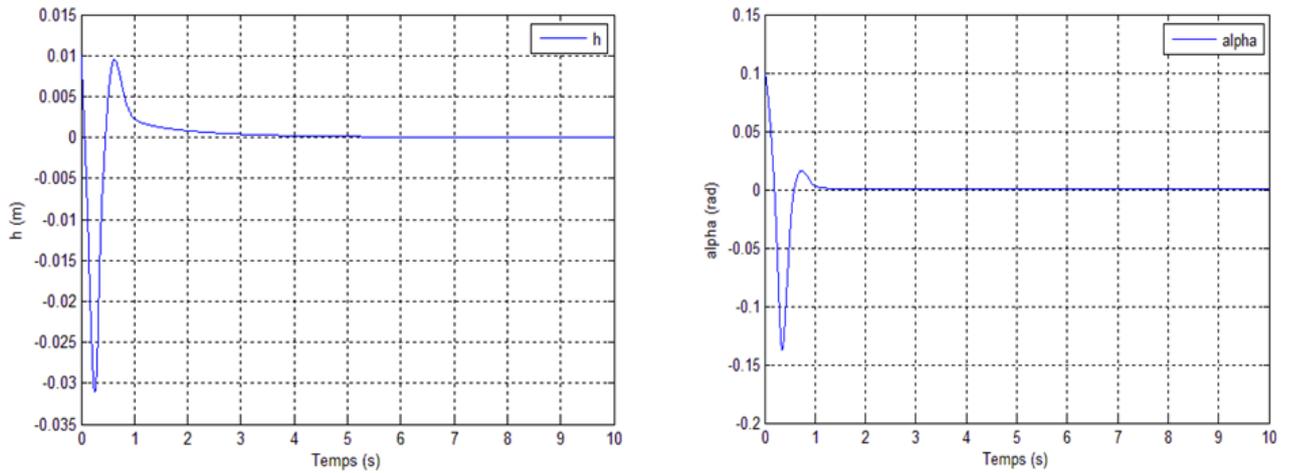


Figure IV.16 : La réponse de  $h$  et de  $\alpha$  en BF avec observateur pour une vitesse  $V = 28$  m/s

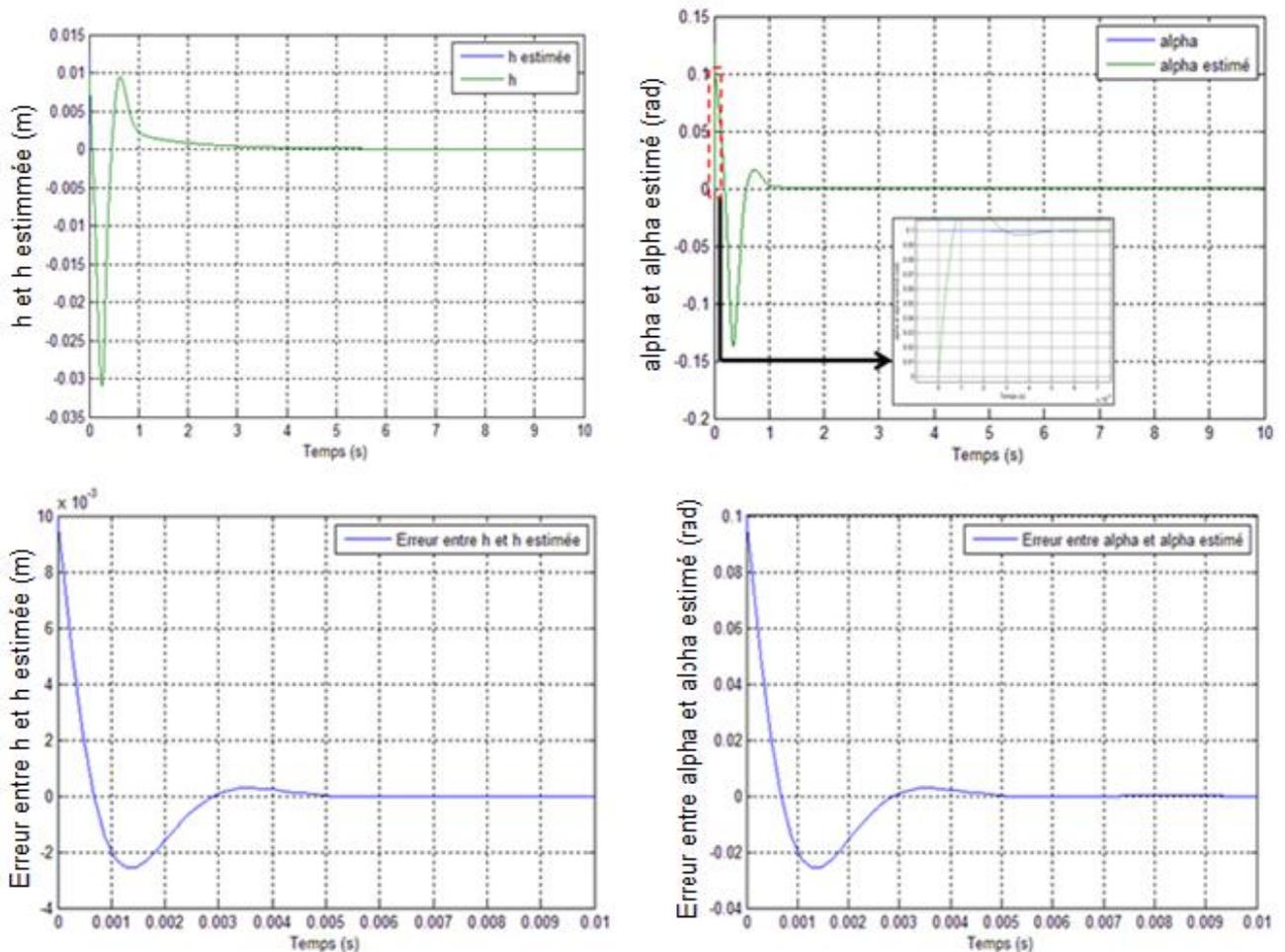


Figure IV.17 : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour  $V = 28$  m/s

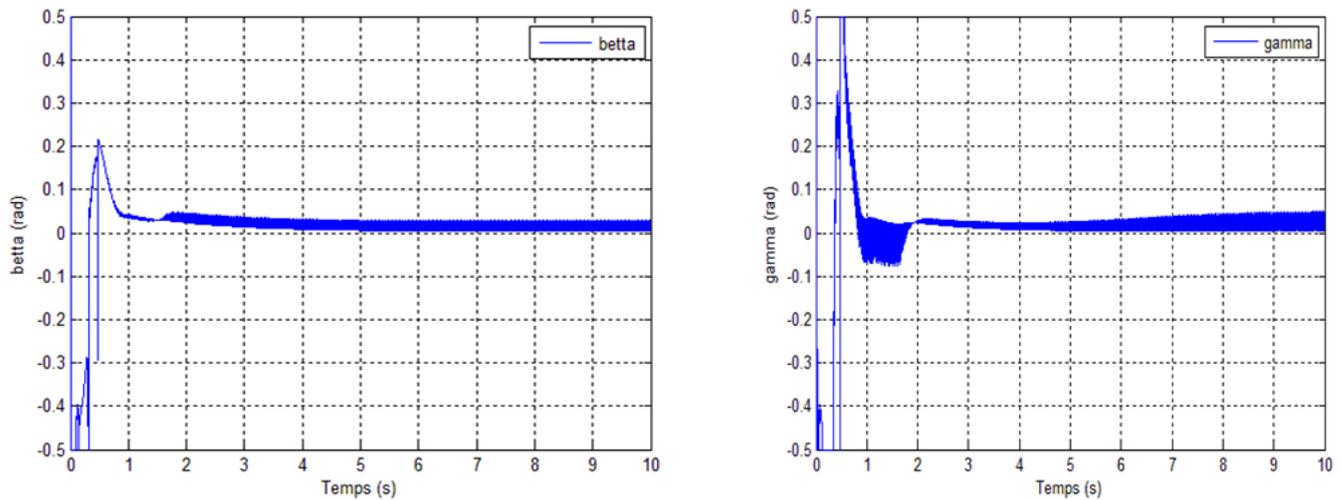


Figure IV.18 : Comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  en BF avec observateur à  $V = 28$  m/s

#### ❖ Interprétation :

La figure (IV.16) montre qu'à  $V = 28$  m/s, le système en BF avec observateur est stable et bien amorti,  $h$  et  $\alpha$  convergent vers la position d'équilibre et l'atteignent dans 4 secondes pour  $h$  et dans 2 secondes pour  $\alpha$  sans présenter beaucoup d'oscillations.

D'après la figure (IV.17), le graphe de  $h$  estimée rejoint celui de  $h$  dans une période de 5 millisecondes et de même pour les graphes de  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé comme le montrent les deux graphes de l'erreur entre  $h$  et  $h$  estimée et entre  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé, qui sont nuls en régime permanent. L'erreur en régime transitoire entre  $h$  et  $h$  estimée est de l'ordre de  $10^{-3}$  m, et l'erreur entre  $\alpha$  et  $\alpha$  estimé est de l'ordre de  $10^{-2}$  radian en régime transitoire. Ces résultats permettent encore une fois de dire que l'observateur choisi a été bien conçu avec un temps de réponse petit et une erreur statique nulle pour  $h$  et pour  $\alpha$ .

Pour la même vitesse, la figure (IV.18) montre que  $\beta$  et  $\gamma$  présentent quelques oscillations puis convergent vers la position d'équilibre d'une manière souple, dans un temps de réponse d'environ 5 secondes et avec une erreur statique de 0,006 radians pour  $\beta$ , et pour  $\gamma$  aussi. Nous pouvons constater ici que  $\beta$  et  $\gamma$  présentent des oscillations qui expriment le phénomène de chattering.

## c. Résultats et interprétation pour $V = 34 \text{ m/s}$ :

❖ Pour  $V = 34 \text{ m/s}$ , nous obtenons les résultats présentés dans les figures suivantes :

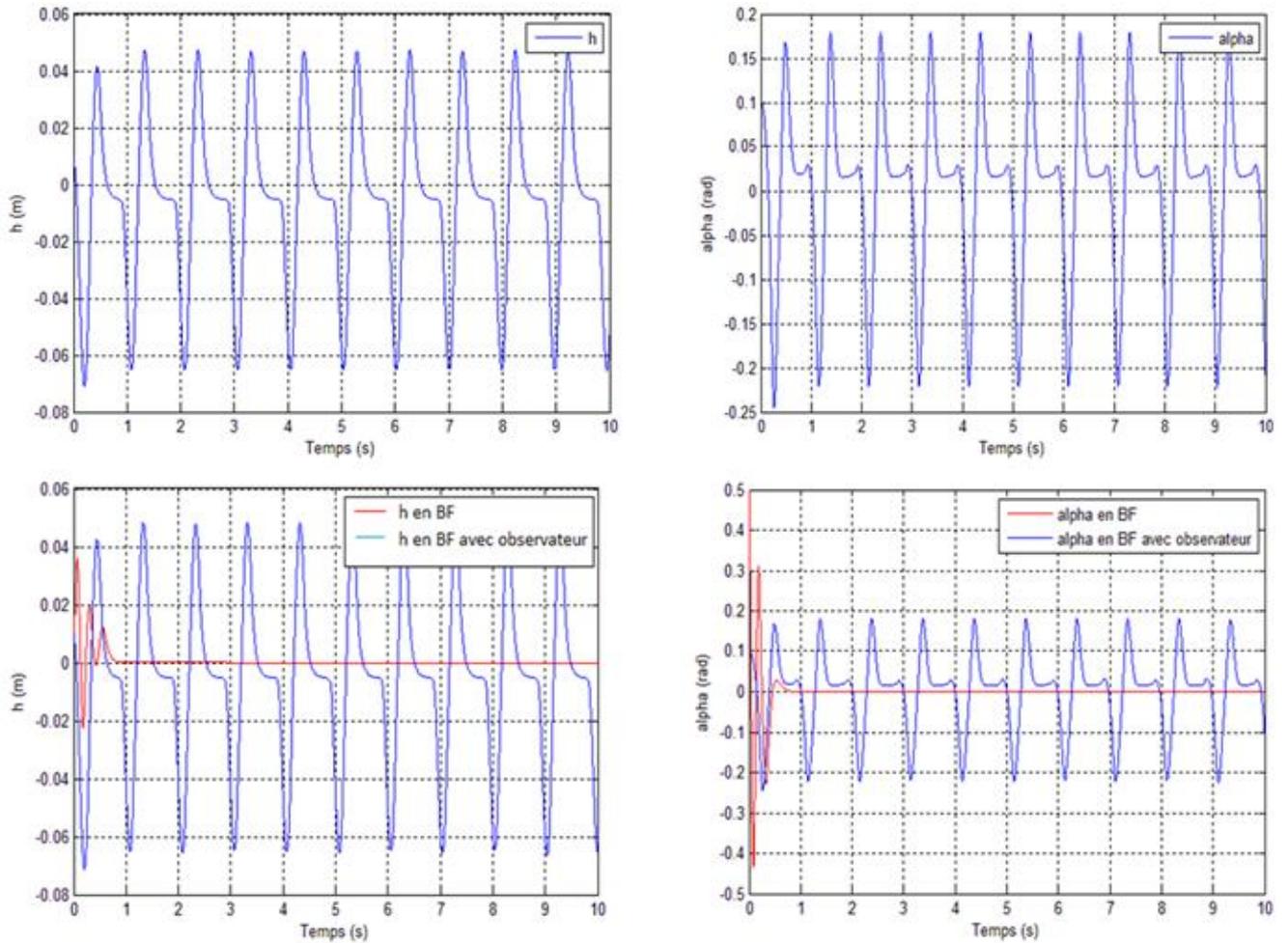


Figure IV.19 : La réponse de  $h$  et de  $\alpha$  en BF avec observateur pour une vitesse  $V = 34 \text{ m/s}$

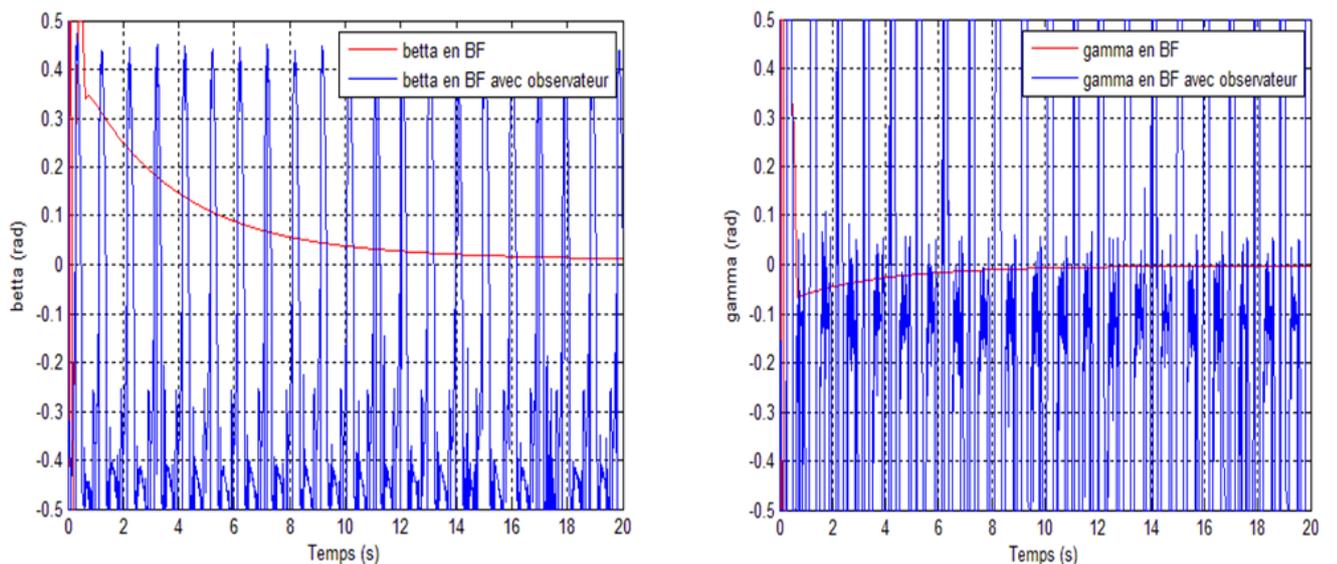


Figure IV.20 : Comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  en BF et en BF avec observateur à  $V = 34 \text{ m/s}$

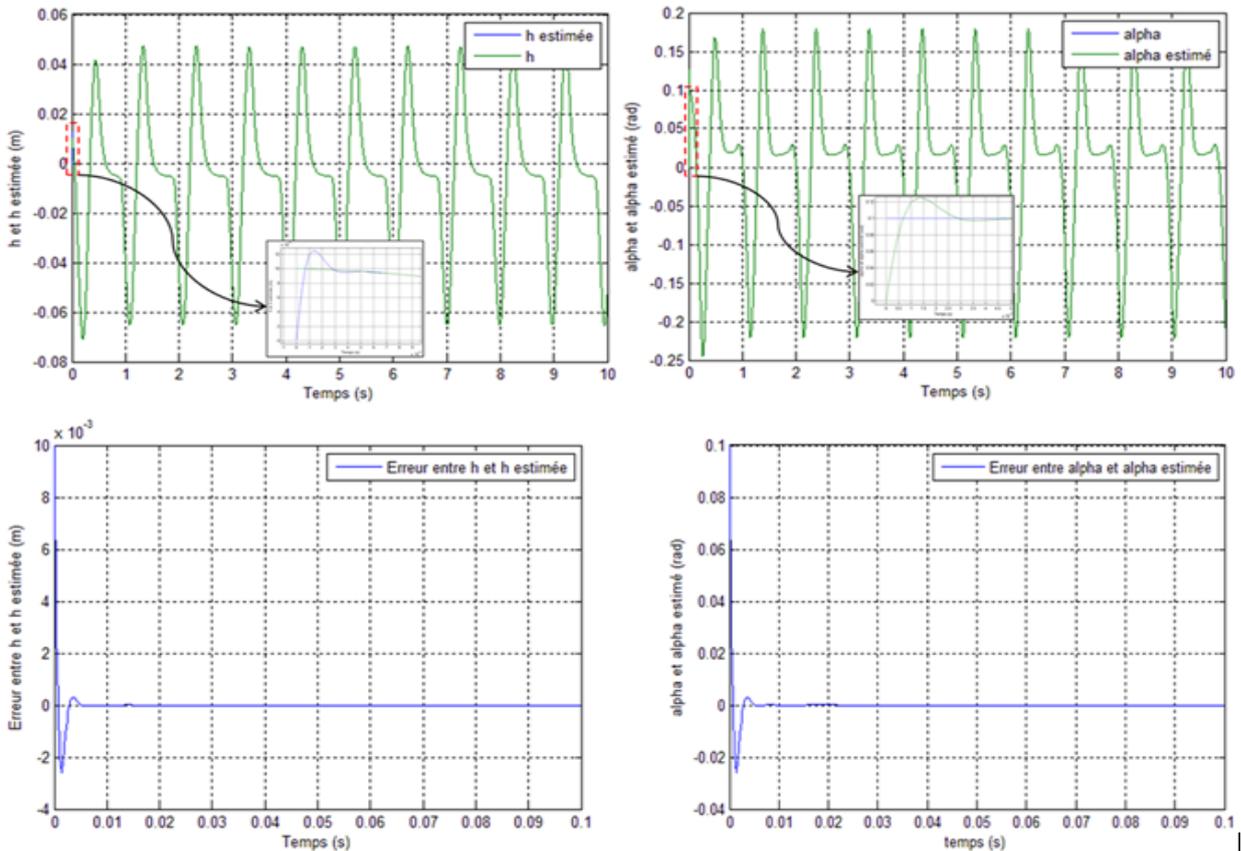


Figure IV.21 : La réponse du système et celle estimée par l'observateur ainsi que l'erreur entre les deux pour  $V = 34 \text{ m/s}$

❖ **Interprétation :**

D'après la figure (IV.21), le graphe de  $h$  et celui de  $h$  estimée sont presque identiques, le graphe de  $h$  estimée rejoint celui de  $h$  dans 5 millisecondes et de même pour les graphes de  $\alpha$  et  $\alpha$  estimée comme le montrent les deux graphes de l'erreur entre  $h$  et  $h$  estimée et entre  $\alpha$  et  $\alpha$  estimée, qui sont nulles en régime permanent.

Mais, à la vitesse  $V = 34 \text{ m/s}$ , le modèle non linéaire en boucle fermée avec observateur devient instable et le comportement de  $\beta$  et de  $\gamma$  devient inacceptable, comme le montre les figures (IV.19) et (IV.20), tel que les graphes de  $h$  et de  $\alpha$  présentent l'apparition des oscillations du cycle limite d'amplitudes importantes illustrant le phénomène de flottement. Et  $\beta$  et  $\gamma$  présentent des oscillations d'amplitudes et de fréquences importantes.

**IV.3.2. Gain de vitesse :**

Comme a montré les figures (IV.16) et (IV.19), le système est stable pour  $V = 28 \text{ m/s}$ , et est devenu instable pour une vitesse d'écoulement  $V = 34 \text{ m/s}$ , donc la vitesse de flottement est comprise entre ces deux vitesses.

Après des simulations successives, nous avons repéré cette vitesse à :

$$V_{\text{flottement en BF Obs}} = 31,13 \text{ m/s}$$

Nous constatons donc une baisse de la vitesse de flottement de **3,95 m/s** par rapport à la vitesse de flottement en BF (En plus de la dégradation de quelques performances du système), et un gain de vitesses de **20,43 m/s** par rapport à la vitesse de flottement en BO pour le système aéroélastique non linéaire.

#### IV.4. Etude comparative

Le tableau suivant résume la comparaison entre le modèle aéroélastique non linéaire en régime instationnaire en boucle ouverte (**1<sup>er</sup> cas**) ; en boucle fermée (**2<sup>e</sup> cas**) ; et en boucle fermée avec observateur à gain élevé (**3<sup>e</sup> cas**) en termes de :

➤ Temps de réponse pour le déplacement vertical ( $t_{sh}$ ) et pour l'angle d'incidence ( $t_{s\alpha}$ ) ; ainsi que les angles de déflexion  $\beta$  et  $\gamma$  pour une vitesse supérieure à la vitesse de flottement en boucle ouverte (La vitesse choisie est **V = 20 m/s**) ;

➤ La vitesse de flottement ( $V_f$ ) pour chaque cas ;

➤ Le gain en vitesse par rapport à la vitesse de flottement en boucle ouverte.

	Temps de réponse du système pour V = 20 m/s		Angles de déflexions maximales pour V = 20 m/s		$V_f$ (m/s)	Gain en $V_f$ (m/s)
	$t_{sh}$ (s)	$t_{s\alpha}$ (s)	$ \beta _{\max}$ (rad)	$ \gamma _{\max}$ (rad)		
<i>1<sup>er</sup> cas</i>	Système instable		/	/	10,70	/
<i>2<sup>e</sup> cas</i>	1	1	0,5 (Valeur de saturation)	0,5	35,08	+ 24,38
<i>3<sup>e</sup> cas</i>	4	2	0,5	0,5	31,13	+ 20,43

**Tableau IV.1 : Comparaison entre le système en boucle ouverte, en boucle fermée, et en boucle fermée avec observateur**

**❖ Interprétation :**

Nous pouvons constater d'après le tableau (IV.1) ce qui suit :

➤ Pour une même vitesse de **20 m/s** (Une vitesse supérieure à celle de flottement en BO), une amélioration des performances (Le temps de réponse de  $h$  :  $t_{sh}$  et le temps de réponse de  $\alpha$  :  $t_{s\alpha}$ ) du système après l'application de la commande par mode glissant, et aussi après l'application de la commande par mode glissant avec observateur à grand gain. Mais, les performances pour le dernier cas ont légèrement dégradé par rapport au 2<sup>e</sup> cas.

➤ L'ajout du bloc de saturation a garanti la sécurité des actionneurs et volets en limitant les valeurs maximales des déflexions  $\beta$  et  $\gamma$  au-dessous de la valeur autorisée **0,5** radian.

➤ Un gain de la vitesse de flottement par rapport à la vitesse de flottement en boucle ouverte, de **24,38 m/s** en boucle fermée et de **20,43 m/s** en boucle fermée avec observateur. Aussi, nous avons une légère baisse de la vitesse de flottement de **03,95 m/s** en boucle fermée avec observateur par rapport à la vitesse de flottement en boucle fermée. Cette dégradation en performances et en vitesse de flottement du 3<sup>e</sup> cas par rapport au 2<sup>e</sup> cas est due au principe de l'observateur qui utilise l'estimation des états.

**Conclusion**

Les résultats numériques et graphiques présentés dans ce chapitre montrent l'efficacité de la commande par mode glissant et même de la commande par mode glissant avec observateur à améliorer les performances du système et à augmenter la vitesse de flottement d'une façon significative avec une marge de vitesse de **24,38 m/s** pour la commande par mode glissant, et de **20,43 m/s** pour la commande par mode glissant avec observateur.

L'objectif des travaux présentés dans ce mémoire est basé sur la modélisation mathématique d'une section d'aile aéroélastique pour un régime aérodynamique instationnaire via la fonction de Wagner, le modèle dynamique obtenue possède deux degrés de liberté puisqu'il considère le mouvement de tangage et le déplacement vertical et deux surfaces de commande. Caractérisé par sa non linéarité, le mouvement dynamique du modèle possède des oscillations mal amortie ou instable pour des vitesses données d'écoulement. Deux types de loi commande sont utilisés pour la stabilisation et la commande du modèle envisagé : La commande par mode glissant et la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé, exploitées dans le but de limiter les vibrations et de retarder l'apparition du phénomène de flottement.

D'abord, un aperçu général a été présenté dans le premier chapitre concernant l'aéro-servo-élasticité, et les phénomènes d'aéroélasticité notamment celui de flottement.

Pour le système physique, une partie essentielle de l'étude est le développement mathématique du modèle dynamique basé sur l'application de la méthode de Lagrange a été abordée dans le 2<sup>e</sup> chapitre, et une application a été faite ensuite sur le modèle d'aile appelé TAMU WING II afin d'obtenir sa représentation d'état.

Cette représentation a permis l'élaboration des lois de commande pour la stabilité du système aéroélastique dans le troisième chapitre où deux lois de commande ont été présentées en détails : La loi de commande par mode glissant et celle par mode glissant avec observateur à gain élevé.

Le modèle obtenu ainsi que les lois de commande élaborées ont permis de simuler ; dans le 4<sup>e</sup> chapitre ; le comportement dynamique du système de point de vue mouvement de tangage et déplacement vertical en boucle ouverte ainsi qu'en appliquant les deux lois de commande.

La simulation en boucle ouverte a permis de détecter le phénomène de flottement qui correspond à une vitesse critique appelée vitesse de flottement. Or, elle a montré également que le système en BO présente beaucoup d'oscillations qui sont mal amorties, ainsi que l'apparition du phénomène de flottement à partir d'une vitesse faible, ce phénomène conduit à des problèmes de fatigue structurelle, de l'inconfort des passagers, de la diminution de performances, et même d'une défaillance catastrophique.

Afin de faire face à ce phénomène, deux commandes ont été envisagées : La première est la commande par mode glissant conventionnelle caractérisée par le choix d'une fonction de commutation qui assure la convergence de la trajectoire d'état vers la position d'équilibre tout en restant au voisinage d'une surface de glissement.

Dans le but de réduire le nombre d'états mesurés exigés par la commande par mode glissant conventionnelle, une deuxième commande a été envisagée, il s'agit de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé qui repose sur le bon choix des paramètres de la commande pour garantir la tendance de la trajectoire d'état estimée vers la trajectoire d'état réelle, ainsi que la convergence de la trajectoire d'état vers la position d'équilibre, or, l'utilisation de cet observateur présente une dégradation en terme d'oscillations et de vitesse critique de flottement dûe à l'estimation des états.

Les résultats des simulations montrent que l'application des deux commandes a permis l'augmentation de la vitesse de flottement d'une manière significative, avec une marge de vitesse légèrement plus grande pour la commande par mode glissant. Mais, ils ont montré aussi l'apparition du phénomène de chattering qui est l'inconvénient majeur de cette commande, et qu'il faudrait donc prendre les mesures appropriées pour l'éliminer.

### **Perspectives :**

Nous proposons pour les futurs travaux les points suivants :

#### **❖ De point de vue structure :**

- Modélisation de l'aile complète de l'avion (Et non pas d'une section d'aile uniquement) où le nombre de degrés de liberté sera élevé ;
- Utilisation de la technique de " morphing " c.à.d. une structure morphologique continue ;

#### **❖ De point de vue commande :**

- Utilisation d'une commande hybride (Commande par mode glissant avec d'autres commandes non linéaires comme la commande par Backstepping) ;
- Utilisation de la commande par mode glissant d'ordre supérieur ;
- Utilisation de la commande adaptative par mode glissant.

## Références bibliographiques

---

- [1] Tewari Ashish, « Aeroservoelasticity Modeling and Control », Institut de Technologie, Kânpur, L'Inde, 2010.
- [2] Thomas Andriane, « Identification des coefficients de couplage aéroélastique d'une section de pont en soufflerie », Thèse d'ingénieur, Faculté des Sciences Appliquées de Liège, Belgique, 2004/2005.
- [3] Crémona C., Foucriat J.C., « Comportement au vent des ponts », Presses de l'ENPC, France, 2002.
- [4] Hémon P., « Vibrations des structures couplées avec le vent », École Polytechnique, France, 2006.
- [5] Fung Y. C., « An introduction to the theory of aeroelasticity », Dover, USA, 1993.
- [6] Simiu E. Scanlan R.H., « Wind effects on structures », Wiley & sons, USA, 1996.
- [7] De Langre E., « Fluides et solides », École Polytechnique, France, 2001.
- [8] Blanc Florian, « Méthodes numériques pour l'aéroélasticité des surfaces de contrôle des avions », Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France, décembre 2009.
- [9] Zerrouki H., Boutchicha D., « Simulation numérique du flottement d'ailes souples », Rapport de stage, Institut Jean Le Rond d'Alembert, Université Pierre et Marie Curie, France, 2009.
- [10] Zouari Rafik, « Détection Précoce d'Instabilité Aéroélastique des Structures Aéronautiques », Université de Renne 1, France, novembre 2008.
- [11] Hemon Pascal, « Vibrations couplées avec le vent », Ecole Polytechnique, France, octobre 2004.
- [12] Dowell E.H., « A Modern Course in Aeroelasticity » 3<sup>e</sup> édition. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [13] Bertrand Xavier, « Modélisation aérodynamique des surfaces de contrôle de la voilure d'un avion de transport », Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace, Université de Toulouse, France, décembre 2008.
- [14] Deghboudj I., « Commande des systèmes non linéaires par mode glissant d'ordre supérieur », Thèse de magister, Faculté des sciences et de la technologie, Université de Constantine 1, Novembre 2013.
- [15] Slotine, J. J. E. & Li W., « Applied Nonlinear Control », Prentice-Hall Inc., London, 1991.

## Références bibliographiques

---

- [16] Fridman L. et Levant A., « High Order Sliding Modes Control in Engineering », W. Perruquetti, J.P. Barbot, M. Dekker.Inc. New York, 2002.
- [17] Ménard Simon, « L'angle d'attaque des ailes d'un avion en fonction du virage en montée et du virage en descente », 1990.
- [18] Madi Islem, Lebaz Lydia, « Etude et Commande d'un Système Aéroélastique Instationnaire Via la Fonction de Wagner », Institut d'aéronautique et des études spatiales, Université de Blida 1, 2016.
- [19] Rotella F., « Commande des systèmes linéaires à plusieurs entrées », Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, France, 2003.
- [20] Dewey H. Hodges, G. Alvin Pierce, « Introduction to structural dynamics and aeroelasticity », Cambridge aerospace series, 2002.
- [21] Woodrow Sukut Thomas, « Nonlinear aeroelastic analysis of UAVs : Deterministic and stochastic Approaches », 2<sup>e</sup> édition, Université de Rice Houston, Texas, Avril 2012.
- [22] Wang Z., Behal A., Marzocca P., « Adaptive and Robust Aeroelastic Control of Nonlinear Lifting Surfaces with Single/Multiple Control Surfaces », Département de génie électronique et d'informatique, Université centrale de Floride, Etats Unis, 2010.
- [23] Lee, Price S.J., Wong Y.S., « Nonlinear aeroelastic analysis of airfoils : bifurcation and chaos », Université de Montréal, Canada, 1998.
- [24] Shams Sh., Sadr Lahidjani M.H., Haddadpour H., « Nonlinear aeroelastic response of slender wings based on Wagner function », Département de génie aérospatiale, Université de technologie Sharif, Iran, 2008.
- [25] Ying Teng, « Modeling and simulation of aeroservoelastic control with multiple control surfaces using  $\mu$ - method », Université de Californie, Etats-Unis, 2005.
- [26] Platanitis George, Strganac Thomas W., « Control of a Nonlinear Wing Section Using Leading and Trailing Edge Surfaces », Université A&M de Texas, Février 2004.
- [27] Sallem Fatma, « Détection et Isolation de Défauts Actionneurs Basées sur un Modèle de l'Organe de Commande », Université de Toulouse III – Paul Sabatier, Septembre 2013.
- [28] Khebbache Hicham, « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires », Thèse de magister, Université Ferhat Abbas, Setif, 2012.

## Références bibliographiques

[29] Benadda Hakima, « Application des commandes non linéaires avec observateur d'un robot manipulateur », Thèse de magister, Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf, Oran, 2013.

[30] Rezgui Salah Eddine, « Application à la machine asynchrone : Commande Vectorielle Sans Capteurs Mécaniques SVPWM, Mode Glissant, MRAS », Thèse de magister, Université Mentouri, Constantine, 2009.

[31] Liu J., al., « Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems », Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Université d'aéronautique et d'astronautique, Beijing, Chine, 2012.

[32] Bouchareb Hanane, « Observateur non linéaire mode glissant », Thèse de magister, Université Ferhat Abbas, Setif, Septembre 2013.

### **Sites internet :**

[33] Universalis, <<http://www.universalis.fr/encyclopedie/aerodynamique/>>, Consulté le 15/03/2017.

[34] Wikipedia, L'encyclopédie libre, Aérodynamique, <<https://fr.wikipedia.org/wiki/A%C3%A9rodynamique?oldid=135277966>>, Consulté le 20/03/2017.

[35] Wikipedia, l'encyclopédie libre, Aéroélasticité, <<https://fr.wikipedia.org/wiki/A%C3%A9ro%C3%A9lasticit%C3%A9?oldid=119904111>>, Consulté le 12/04/2017.

[36] Institut de mathématiques de Bordeaux UMR 5251, « Description et validation de l'outil informatique », <<https://www.math.u-bordeaux.fr/~mbergman/PDF/These/chap1.pdf>>. Consulté le 30/05/2017.

[37] Wikipedia, l'encyclopédie libre, Dispositif hypersustentateur, <[https://fr.wikipedia.org/wiki/Dispositif\\_hypersustentateur](https://fr.wikipedia.org/wiki/Dispositif_hypersustentateur)>, Consulté le 02/07/2017.

[38] Wikipedia, l'encyclopédie libre. Représentation d'état. <[https://fr.wikipedia.org/wiki/Repr%C3%A9sentation\\_d%27%C3%A9tat#Repr.C3.A9sentations\\_des\\_syst.C3.A8mes\\_non\\_lin.C3.A9aires](https://fr.wikipedia.org/wiki/Repr%C3%A9sentation_d%27%C3%A9tat#Repr.C3.A9sentations_des_syst.C3.A8mes_non_lin.C3.A9aires)>, Consulté le 20/08/2017.

**Introduction :**

Quand nous voulons utiliser les lois de Newton pour développer les équations du mouvement d'une particule ou d'un système, il faut faire attention à inclure toutes les forces du système. La Forme de Lagrange des équations du mouvement que nous tirons ici a l'avantage que nous pouvons ignorer toutes les forces qui ne font aucun travail (par exemple, les forces de frottement, les forces des connexions inextensibles) [18].

Dans le cas des systèmes conservateurs (Des systèmes pour lesquels l'énergie totale reste constante), la méthode de Lagrange nous donne une procédure automatique pour obtenir les équations du mouvement, il suffit seulement de calculer l'énergie cinétique et potentielle du système.

**A.1. Degrés de liberté : [18]**

Avant de procéder à développer les équations de Lagrange, nous devons caractériser nos Systèmes dynamiques d'une manière systématique. La propriété la plus importante pour notre but actuel est le nombre de coordonnées indépendantes que nous devons connaître pour spécifier complètement la position ou la configuration de notre système. On dit qu'un système a  $n$  degrés de liberté si exactement les  $n$  coordonnées servent à définir complètement sa configuration.

**A.2. Les coordonnées généralisées : [18]**

Nous pensons généralement aux coordonnées longueurs ou angles. Cependant, tout ensemble de paramètres qui nous permet de spécifier uniquement la configuration du système peut servir comme coordonné. Lorsque nous généralisons le sens de l'expression de cette manière, nous appelons ces nouvelles quantités "les coordonnées généralisées".

La forme générale des équations de Lagrange pour n'importe quel système (Conservateur ou non conservateur) est comme suite :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$$

Avec  $T$  est l'énergie cinétique de système et  $Q_i$  Représentant la composante des forces extérieures qui travaillent selon le degré de liberté  $q_i$ .

**A.3. Les équations de Lagrange pour les systèmes conservateurs : [18]**

Si un système est conservateur, le travail effectué par les forces peut être calculé à partir L'énergie potentielle  $U$ . Nous définissons le changement de l'énergie potentielle pendant un petit déplacement comme le négatif du travail effectué par les forces du système pendant le déplacement.

Puisque  $Q_1\delta q_1 + Q_2\delta q_2$  est le travail effectué par les forces, nous avons :

$$\delta P = -Q_1\delta q_1 - Q_2\delta q_2$$

Nous avons souligné que  $q_1$  et  $q_2$  sont indépendants et, par conséquent, peuvent être variés arbitrairement.

Si  $\delta q_1 = 0$  alors on a  $\delta P = -Q_2\delta q_2$  et donc :

$$Q_2 = -\frac{\partial P}{\partial q_2}$$

De même, nous pouvons voir que :

$$Q_1 = -\frac{\partial P}{\partial q_1}$$

Remplaçant  $Q_2$  et  $Q_1$  par leur valeur dans l'équation, nous obtenons :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} + \frac{\partial U}{\partial q_1} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} + \frac{\partial U}{\partial q_2} = 0$$

#### A.4. Les équations de Lagrange pour les systèmes non conservateurs : [18]

Pour les systèmes non conservateurs nous définissons le Lagrangien  $L$  comme suivant :

$$L = T - U$$

Où :  $T$  : est l'énergie cinétique du système en mouvement

$U$  : est l'énergie potentielle de système

Ce Lagrangien  $L$  vérifie pour chacune des coordonnées généralisées  $q_j$  :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial d}{\partial q_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j$$

$d$  : Représente la fonction de dissipation.

$Q_j$  : Représentant la composante des forces extérieures qui travaillent selon de degré de liberté  $q_j$ .

Et pouvant s'obtenir en dérivant le travail virtuel  $W$  des forces extérieures :

$$W = \sum_j Q_j U_j \quad \text{Soit} \quad Q_j = \frac{\partial w}{\partial u_j} \quad \text{Avec :} \quad U_j \text{ désignant le champ de déplacement.}$$

**Introduction :**

En automatique, une représentation d'état permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. On se place alors dans un espace d'état. Cette représentation, qui peut être linéaire ou non-linéaire, doit rendre compte de l'état du système à n'importe quel instant futur si l'on possède les valeurs initiales. Cette représentation peut être continue ou discrète [38].

**B.1. Variables d'état :**

Un système peut être entièrement décrit à l'aide d'un ensemble de variables minimal. Les variables d'état sont des grandeurs physiques continues du système (Elles doivent être dérivables) et indépendantes les unes des autres. Elles sont généralement rassemblées dans un vecteur  $X$  [38].

La connaissance de toutes les variables d'état à un instant  $t$  doit permettre de connaître toutes les valeurs du système à un instant  $t+dt$ . Un même système peut être décrit avec des variables d'état différentes mais leur nombre est toujours le même. Ce nombre, désigné par la lettre  $n$ , représente l'ordre du système [38].

La représentation d'état classique (La plus générale) pour les systèmes non linéaires est la suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = h(x(t))$$

Avec :  $f$  et  $h$  sont deux fonctions non linéaires.

$x(t)$  est le vecteur d'état du système.

$u(t)$  est le vecteur de commande.

$y(t)$  est le vecteur de sortie.

La première équation représente l'équation d'évolution et la seconde l'équation d'observation.

La représentation d'état linéaire est un cas particulier de cette forme, obtenu lorsque les fonctions  $f$  et  $h$  sont linéaires par rapport à  $(x, u)$  [38].

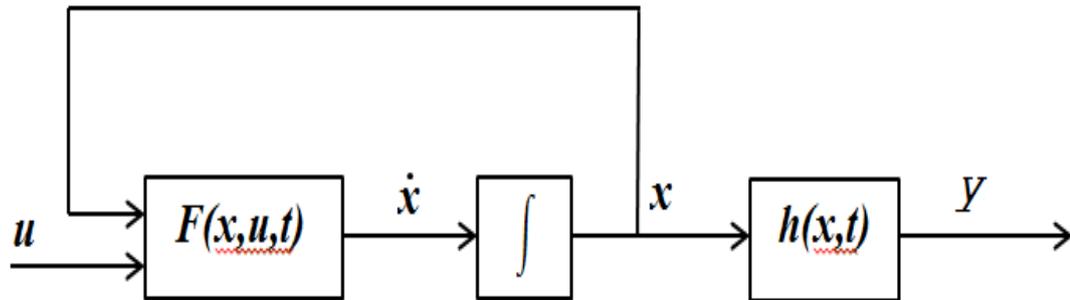


Figure (B.1): le schéma d'une représentation d'état d'un système non linéaire.

### B.2. Stabilité des systèmes non linéaires :

La stabilité des systèmes non linéaires s'étudie grâce à des fonctions de Lyapunov. Des stabilités de différents types existent : Au sens de Lyapunov, asymptotique, exponentielle; elles peuvent être locales ou globales, uniformes ou non, etc. [38].

### C.1. Description du système de 2<sup>nd</sup> ordre : [31]

Considérons le système non linéaire de 2<sup>e</sup> ordre suivant :

$$\ddot{\theta} = b u(t) + f(t)$$

Tel que :  $\theta$  et  $\dot{\theta}$  sont respectivement la position et la vitesse,  $\ddot{\theta}$  est inconnue ;

$u$  est la commande ;

$f(t)$  est bornée c.à.d.  $|f(t)| < l_f$  avec  $l_f$  est une constante positive.

Pour :  $x_1 = \theta$  et  $x_2 = \dot{\theta}$  nous avons donc :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(t) + b u(t) \end{array} \right\} \quad (\text{C.1})$$

L'observateur est conçu comme suit :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \frac{q_1}{\varepsilon} (\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\frac{q_2}{\varepsilon^2} (\hat{x}_1 - x_1) \end{array} \right\} \quad (\text{C.2})$$

### C.2. Conception de la commande : [31]

Appelons  $r$  la trajectoire d'état désirée et  $e_1 = x_1 - r$  ;  $e_2 = x_2 - \dot{r}$  donc, l'erreur du système :

$$\left. \begin{array}{l} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = f(t) - \ddot{r} + b u(t) \end{array} \right\} \quad (\text{C.3})$$

L'expression de la surface de glissement pour le mode glissant est :

$$S = k e_1 + e_2 \quad (\text{C.4})$$

$k$  est une constante positive.

L'expression de la surface de glissement pour le mode glissant avec observateur à gain élevé est :

$$\hat{S} = k \hat{e}_1 + \hat{e}_2 \quad (\text{C.5})$$

Avec :  $\hat{e}_1 = \hat{x}_1 - r$  et  $\hat{e}_2 = \hat{x}_2 - \dot{r}$

Donc, nous avons :

$$\dot{\hat{S}} = k \dot{\hat{e}}_1 + \dot{\hat{e}}_2 = f(t) - \ddot{r} + b u(t) + k e_2 \quad (\text{C.6})$$

Nous avons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^2$$

Nous avons donc :

$$\dot{V} = S \dot{S} = S (f(t) - \ddot{r} + b u(t) + k e_2)$$

La commande est choisie comme suit :

$$u = \frac{1}{b} (\ddot{r} - k \hat{e}_2 - l \text{Sign}(\hat{S})) \quad (\text{C.7})$$

Avec :  $l > l_f > 0$  pour avoir  $\dot{V} < 0$ .

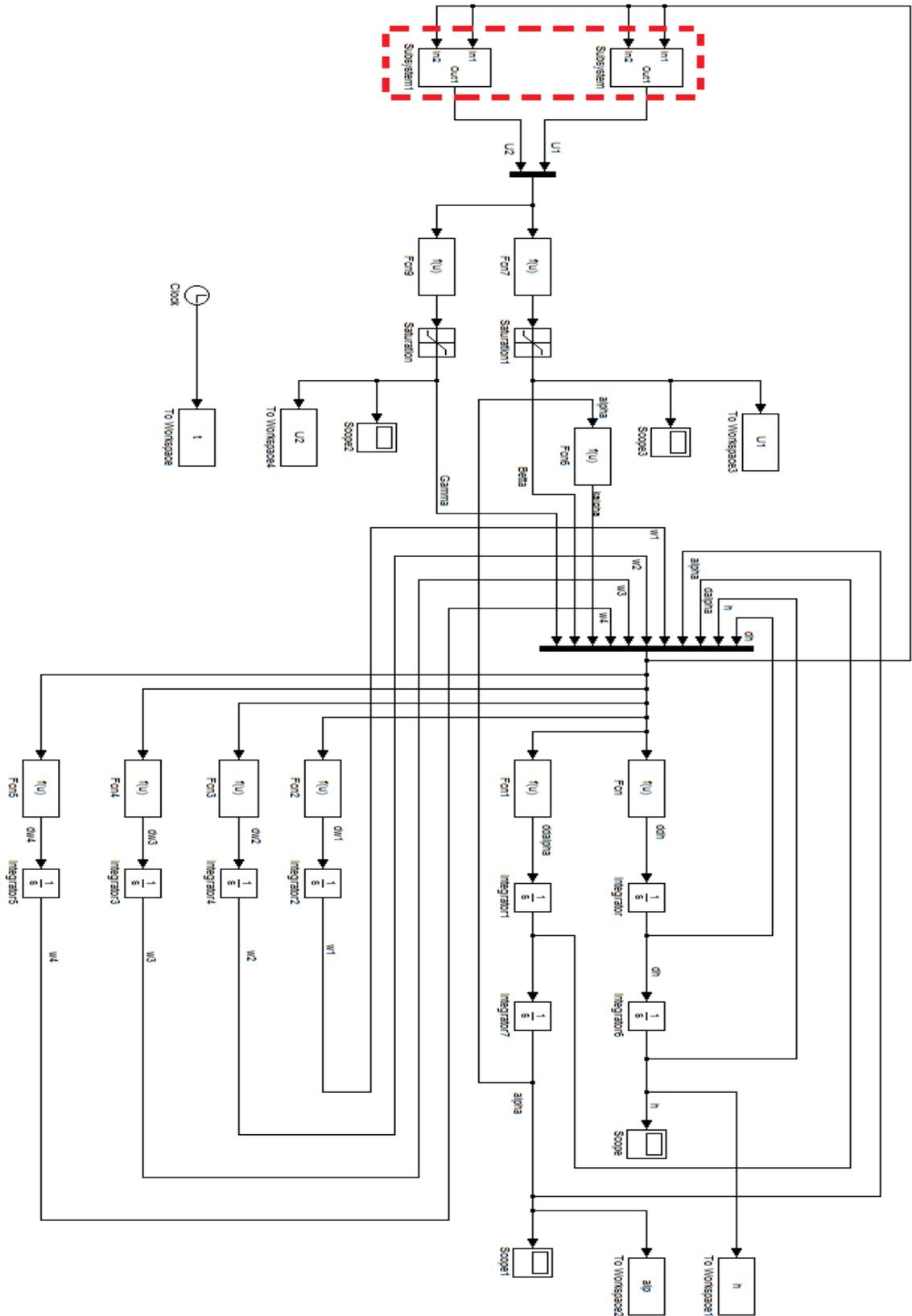
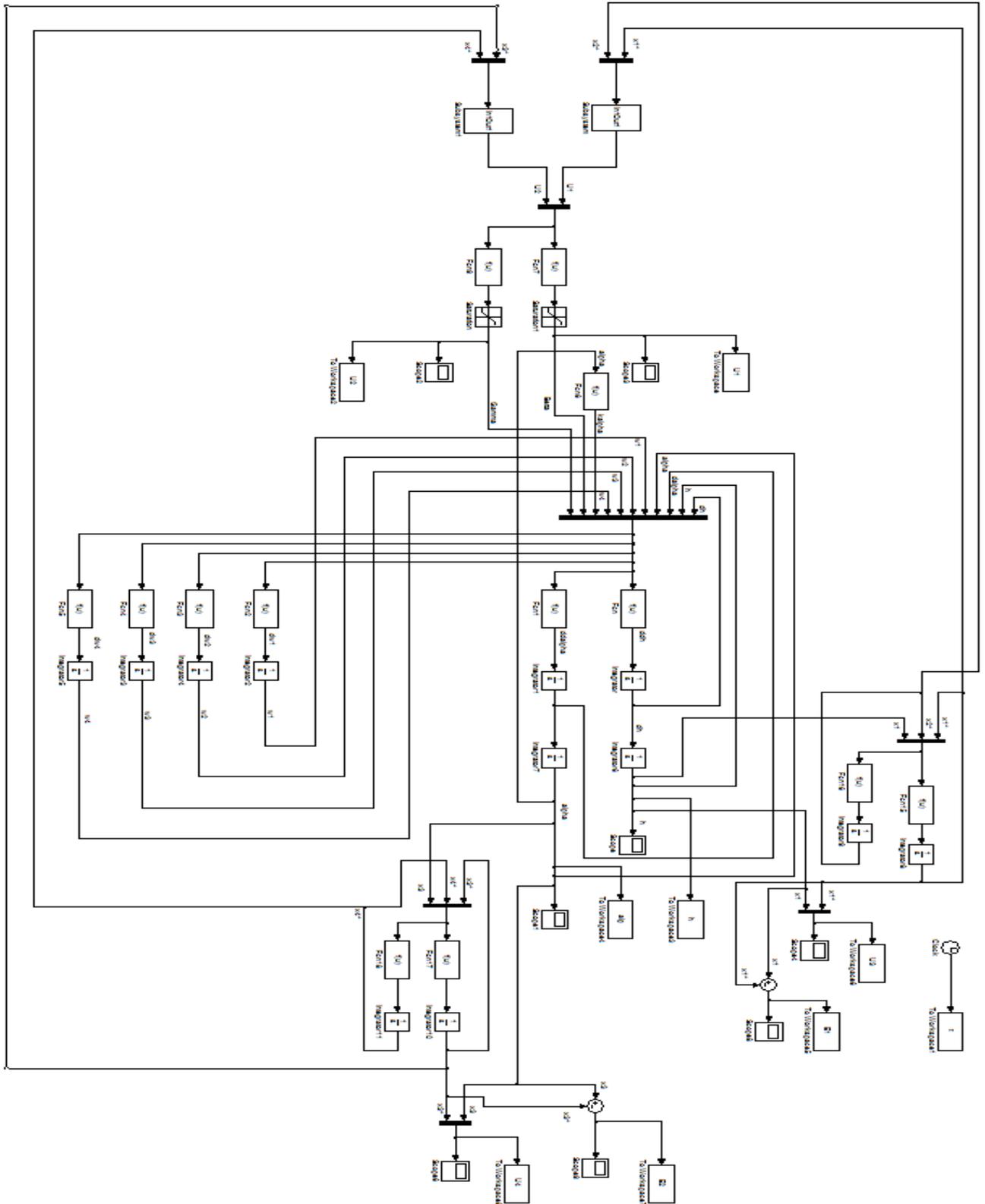


Figure (D.1) : Implémentation de la commande par mode glissant pour le système non linéaire sous MATLAB SIMILUNK.

*Remarque :* La partie indiquée en rouge présente 02 sous-systèmes (L'un pour l'implémentation de la commande  $U_1$  et l'autre pour l'implémentation de la commande  $U_2$ ) qui changent selon la loi de la commande utilisée pour les deux figures.



*Figure (D.2) : Implémentation de la commande par mode glissant avec observateur à gain élevé pour le système non linéaire sous MATLAB SIMILUNK.*