

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Mécanique

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

Spécialité : Energétique

CONTRIBUTION A LA DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES AERODYNAMIQUES DES PROFILS D'AILES. APPLICATION AUX ROTORS EOLIENS

Par

Ouahiba GUERRI

Devant le jury composé de :

M. N. Aït Messaoudène, Professeur, U. de Blida	Président
M. M. Belhamel, Directeur de Recherche, CDER	Examineur
M. Y. Benkedda, Professeur, U. de Blida	Examineur
M. S. Hanchi, Professeur, EMP d'Alger	Examineur
M. B. Benaouda-Zouaoui, Maître de Conférences, U. de Blida	Examineur
Mme K. Bouhadeb, Professeur, USTHB d'Alger	Directrice de Thèse

Blida, décembre 2007

RESUME

L'étude de l'écoulement réel autour de profils d'ailes est abordée avec les méthodes globales qui consistent à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite. Les équations de la couche limite sont résolues à partir de méthodes intégrales. Les résultats obtenus pour les profils sous de faibles incidences sont en bonne adéquation avec les valeurs publiées dans la littérature. Le problème est ensuite traité avec la résolution des équations moyennées de Navier Stokes. Les premiers calculs sont exécutés à l'aide du code PHOENICS, basé sur la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus aux grandes valeurs de l'angle d'attaque sont améliorés mais insuffisamment, notamment pour les profils cambrés. Le développement d'un programme de résolution des équations de Navier Stokes en coordonnées curvilignes est alors entrepris. Un programme de génération de maillage par méthode numérique est développé et SIMPLER2D, un autre code basé sur la méthode des volumes finis également, est modifié en partie : les problèmes régis par l'équation de diffusion sont résolus en coordonnées curvilignes. Ces simulations sont poursuivies à l'aide de deux codes de calcul commerciaux, StarCD et FLUENT qui sont appliqués à des profils d'ailes utilisés dans la construction des rotors éoliens. Les calculs sont effectués pour des écoulements 2D turbulents incompressibles, en régime stationnaire puis instationnaire. Différents modèles de turbulence sont comparés. L'influence de la turbulence de l'écoulement externe est mise en évidence. Quelques simulations sont également effectuées pour un écoulement compressible et pour un écoulement 3D incompressible. Par la suite, le cas d'une éolienne en rotation est abordé. Deux techniques sont appliquées pour simuler la rotation : (i) la méthode MRF en calcul stationnaire, la rotation étant simulée par des termes sources ajoutés dans les équations de quantité de mouvement et (ii) la méthode ASI en calcul instationnaire avec maillage mobile, les équations de Navier-Stokes étant alors formulées en ALE. Les résultats obtenus sont exploités pour estimer les performances de l'éolienne.

Mots clés : Profils. Transformations conformes. Méthode des singularités. Méthodes intégrales. Génération de maillage. Volumes finis. CFD. Méthodes RANS. Modélisation de la turbulence.

ABSTRACT

The study of the flow field around blade profiles is tackled by the global methods that consist in combining the potential flow theory with the boundary layer effects. The inviscid flow is determined by the method of conformal mapping and the panel method. The boundary layer equations are solved by the integral methods. The obtained results for blade profiles at low angles of attack are in good agreement with published data. The problem is then dealt with the solution of the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations. In a first way, computations are performed with PHOENICS, a computer code based on the finite volume method. The obtained results at high angles of attack are improved but insufficiently, particularly for the cambered airfoils. The development of a program for the solution of the Navier-Stokes equations in generalised coordinates is then carried out. A grid generation program based on numerical methods is developed and SIMPLER2D, another computer code based on the finite volume method is partially modified: problems governed by the diffusion equation are solved in curvilinear coordinates. These simulations are carried on by the use of two commercial computer codes, StarCD and FLUENT. Both last codes are applied to different airfoils used in wind turbine blades. The simulations are performed for 2D turbulent incompressible flows, in steady calculations and in time-accurate computations. Different two equations turbulence models are compared. The influence of the free-stream turbulence is checked. Computations are also performed for a 2D compressible flow and for a 3D incompressible flow. The case of a rotating wind turbine is then approached. Two techniques are applied to simulate the rotation: (i) the MRF method in steady computations, the rotation being simulated by source terms added in the momentum equations to take into account the effects of the Coriolis force and (ii) the ASI method in time-accurate computations with moving mesh, the Reynolds Averaged Navier-Stokes equations being formulated in ALE. The obtained results are used for the evaluation of the wind turbine performances.

Keywords: Airfoils. Conformal mapping. Panel method. Integral methods. Grid generation. Finite volume. CFD. RANS methods. Turbulence modelling.

ملخص

أنجزت دراسة الإنسياب الحقيقي حول مظهر جانبي للأجنحة بالطريقة العامة التي تعتمد على توفير نظرية الإنسياب الكامن مع فعالية الشرائح المحدودة، و يتم حل معادلات الشرائح المحدودة بواسطة الطرق التكاملية. تتطابق الحلول المتوصل إليها في حالة سقوط ضعيف مع المعطيات المنشورة في المراجع، و بعد ذلك تتم معالجة المعادلات المتوسطة "لي نافيي سطوكس". تمت الحسابات الأولية عن طريق النظام "فنيكس" المنجز على أساس طريقة الأحجام المحدودة.

بينت النتائج المتحصل عليها تحسن بالنسبة للقيم الكبرى لزاوية السقوط، و لكن هذا التحسن غير كافي خاصة بالنسبة للأشكال المقوسة، لهذا طور برنامج لحل المعادلات "لي نافيي سطوكس" بالإحداثيات المقوسة، كما طور برنامج للنشأ التجزيئي بالطرق العددية و تم تعديل البرنامج "سمبليز ذوي البعدين" المنجز كذلك على أساس الأحجام المحدودة. كما تم حل المسائل المتحكمة بمعادلة الانتشار عبر الإحداثيات المقوسة.

تتابع هذه المحاكاة بواسطة منطامين تجاريين "ستارسد" و "فليونت" اللذان طبقا على المظاهر الجانبية للأجنحة المستعملة في انجاز الطوافات الهوائية. تنطبق الحسابات على الانسيابات ذات البعدين، الهائجة و غير المضغوطة بأسلوب ثابت و بعد ذلك وقتي.

و تمت مقارنة عدة نماذج للهيجان، حيث أبرز تأثير هيجان الإنسياب الخارجي. كما أنجزت بعض المحاكات للانسيابات المضغوطة و أخرى غير مضغوطة ثلاثية الأبعاد، و بعد ذلك أخذ بعين الاعتبار حالة هوائية في حركة دائرية و تطبق تقنيتين لمحاكاة الحركة الدائرية :

" بحساب ثابت، تدرج الحركة الدائرية في معادلات كمية الحركة عبر لفظ المنيع. MRF- طريقة "

"، و ALE" بحساب وقتي مع تجزئة متحركة، معادلة "نافيي سطوكس" معبرة بواسطة "ASI- طريقة "

تستغل النتائج المتحصل عليها لتقدير مردودية الهوائيات.

REMERCIEMENTS

Mes plus vifs remerciements s'adressent en premier lieu à Mme Khedidja Bouhadeuf, Professeur à la Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés de l'USTHB d'Alger pour avoir eu l'obligeance de diriger mes travaux après le départ de Mr Ameziane Harhad et pour ses nombreux conseils, orientations et recommandations.

Je tiens à remercier également Mr Aziz Hamdouni, Professeur au LEPTAB de l'Université de La Rochelle (France), pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail, pour ses remarques avisées, pour son aide précieuse et pour tout le temps qu'il m'a consacré.

Je n'oublierai pas de remercier Mr Ameziane Harhad, Professeur au Département de mathématiques de LSU (USA) pour ses conseils et orientations particulièrement importantes durant les premières années et pour son soutien constant.

Je remercie également Mr. Nourredine Aït Messaoudène, Professeur au Département de Génie Mécanique de l'Université Saad Dahleb de Blida, pour l'intérêt porté à mon travail et pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse ainsi que M. Younès Benkedda, Professeur au Département de Génie Mécanique et M. Braham Benaouda-Zouaoui, Maître de Conférences au Département d'aéronautique de l'Université Saad Dahleb de Blida, pour avoir consenti d'être membres du jury.

Je remercie également Monsieur Maiouf Belhamel, Directeur de recherche et Directeur du Centre de Développement des Energies Renouvelables d'Alger pour tous ses encouragements et pour avoir accepté d'être membre du jury.

Mes profonds remerciements s'adressent également au Colonel Samir Hanchi, Professeur à l'Ecole Militaire Polytechnique d'Alger pour m'avoir permis de procéder à des exécutions sur le code FLUENT de l'EMP et pour avoir accepté d'être membre du jury.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance au Professeur Dominique Blay, délégué Régional à la Recherche et à la Technologie de la Région Poitou - Charentes, qui m'a offert l'opportunité d'effectuer des séjours scientifiques au LEPTAB de l'Université de La Rochelle (France) ce qui m'a permis de donner une impulsion à mes travaux.

Je remercie également le Professeur Francis Allard, Directeur du LEPTAB pour son accueil ainsi que M. Anas Sakout, Professeur au LEPTAB, pour son accueil, sa gentillesse et sa constance.

Je remercie également, pour leur aide, leurs sourires et encouragements, tous les collègues du CDER, du Département de Génie Mécanique de l'Université Saad Dahleb de Blida ainsi que l'ensemble des chercheurs du LEPTAB dont je ne citerai pas les noms de crainte de faire quelques omissions.

AVANT-PROPOS

Ce sujet de thèse a été initialement proposé par Monsieur Harhad Ameziane (ex-Professeur à l'Institut de Génie Mécanique de l'Université Saad Dahleb de Blida). En 2000, après son départ aux Etats-Unis à l'Université de Louisiane, Madame Khadidja Bouhadeb, Professeur à l'USTHB d'Alger, a eu l'obligeance de prendre le relai.

Les travaux ont été effectués au Centre de Développement des Energies Renouvelables (Alger) et au Laboratoire des Etudes des Phénomènes de Transferts Appliqués au Bâtiment (LEPTAB) de l'Université de La Rochelle (France) dans le cadre de séjours scientifiques financés par la Région Poitou-Charentes. Les simulations numériques à l'aide du code StarCD ont été effectuées au LEPTAB. Les calculs à l'aide du code FLUENT ont été exécutés au niveau de l'Ecole Militaire Polytechnique d'Alger.

TABLE DES MATIERES

RESUME	3
ABSTRACT	5
ملخص	7
REMERCIEMENTS	9
AVANT-PROPOS	11
TABLE DES MATIERES	13
LISTE DES FIGURES	15
LISTE DES TABLEAUX	19
INTRODUCTION GENERALE	21
1. GENERALITES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	27
1.1. Introduction aux éoliennes.....	27
1.2 Revue bibliographique.....	34
2. APPROCHE PAR LES METHODES GLOBALES	69
2.1. Méthode des transformations conformes.....	69
2.2. Méthode des singularités.....	76
2.3 Calcul des effets de la couche limite.....	80
2.4. Conclusion.....	92
3. APPROCHES PRELIMINAIRES PAR LES METHODES CFD	95
3.1 Résolution à l'aide du code PHOENICS.....	95
3.2. Problème résolu en coordonnées curvilignes.....	106
3.3. Conclusion.....	120

4. ECOULEMENT REEL AUTOUR DE PROFILS D'AILES	123
4.1 Equations résolues	123
4.2. Profil NACA63415 - $Re = 1.6 \times 10^6$	128
4.3. Profil NREL S809 - $Re = 2.0 \times 10^6$	140
4.4. Profil NREL S809 - $\alpha = 90^\circ$	152
4.5. Commentaires et conclusion.....	159
5. ECOULEMENT AUTOUR D'UNE EOLIENNE EN ROTATION	163
5.1. Méthodologie adoptée	163
5.2. Résultats obtenus pour l'éolienne immobile	167
5.3. Résultats obtenus avec la technique MRF	170
5.4. Résultats obtenus avec la technique ASI	172
5.5. Conclusion	181
CONCLUSION GENERALE	183
REFERENCES	187
A. LISTE DES SYMBOLES ET DES ABBREVIATIONS	203
B. SCHEMAS DES PROFILS RETENUS	209
C. EXPRESSION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES EN COORDONNEES CURVILIGNES	211
D. MODELES DE TURBULENCE	215
E. METHODE DES TUBES DE COURANT	227

LISTE DES FIGURES

1.1. Les éoliennes à axe vertical.....	28
1.2. Eolienne multipale (OASIS)	31
1.3. Petit aérogénérateur à 3 pales (FORTIS Montana – 5.8 kW – 24V) ...	31
1.4. Les aérogénérateurs de grandes puissances	33
2.1. Méthodes des transformations conformes – Influence du mode de distribution de points sur le profil	73
2.2. Méthode des transformations conformes – Résultats lorsque les termes $d\psi/d\theta$ et $d\varepsilon/d\theta$ sont calculés avec les relations 2.17a et 2.17b	75
2.3. Distributions de pression autour du profil NACA 0012 calculées avec différents nombres de points	75
2.4. Distribution de pression autour du profil NACA 0012 - $\alpha = 0^\circ$ - $M = 0.4$	76
2.5. Distribution de pression autour du profil NACA 4412	77
2.6. Distribution de pression autour du cylindre et de l'ellipse	79
2.7. Distribution de pression autour du profil NACA 0012 calculées avec différents nombres de panneaux	80
2.8. Distribution de pression autour du NACA 0012 avec $\alpha = 10^\circ$	81
2.9. Distribution de pression autour du profil NACA 4412	81
2.10. Distribution du coefficient de frottement sur une plaque plane, cylindre	87
2.11. Distribution du coefficient de frottement sur le profil de Joukowski	87
2.12. Distribution du coefficient de frottement sur différents profils	89
2.13. Variation du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds ...	90
2.14. Influence du critère de transition sur le coefficient de traînée	91
3.1. Résultats obtenus avec PHOENICS pour le cylindre et la plaque plane	99
3.2. Domaine d'étude	100

3.3.	Maillages construits avec PHOENICS autour des profils	100
3.4.	Distribution du coefficient de pression autour du profil NACA 0012	102
3.5.	Distribution du coefficient de pression autour du profil NACA 0015	103
3.6.	Distribution du coefficient de pression autour du profil NACA 4412	104
3.7.	Distribution du coefficient de pression autour du profil RC(4) 10	105
3.8.	Maillages elliptiques générés sans fonction de contrôle	113
3.9.	Maillages construits autour d'un NACA 0015 dans un domaine en H ...	114
3.10.	Maillages construits autour d'un NACA 0015 dans un domaine en C ...	115
3.11.	Autres exemples de maillages	117
3.12.	Problème tel que présenté dans [26]	121
3.13.	Isothermes dans une plaque calculées avec différents maillages	121
4.1.	Schéma des blocs définis pour la construction du maillage	127
4.2.	Schéma des conditions aux limites appliquées	127
4.3.	Maillages construits autour du profil NACA 63415	130
4.4.	Distribution de pression obtenues avec les modèles k/ϵ et RNG k/ϵ pour un écoulement incompressible	131
4.5.	Distribution de pression obtenue avec les maillages N°1 et N°2	132
4.6.	Comparaison des distributions du coefficient de pression autour du NACA 63415 obtenues avec les codes FLUENT et StarCD	133
4.7.	Contours des vitesses autour du NACA 63415 – $\alpha = 0^\circ$ - FLUENT	134
4.8.	Contours des vitesses autour du NACA 63415 – $\alpha = 5.95^\circ$ - FLUENT	135
4.9.	Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D calculés avec FLUENT pour le NACA 63415 – $\alpha = 5.95^\circ$	138
4.10.	Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D calculés avec StarCD pour le NACA 63415 – $\alpha = 5.95^\circ$	138
4.11.	Distribution du C_p et contours des vitesses autour du NACA 63415 – $\alpha = 5.95^\circ$ - calculs FLUENT instationnaires	139
4.12.	Distribution du C_p et contours des vitesses autour du NACA 63415 – $\alpha = 5.95^\circ$ - calculs StarCD instationnaires	139
4.13.	Maillages construits autour du profil NREL S809	141
4.14.	Evolution des coefficients C_L et C_D avec le nombre d'itérations - $\alpha =$ 20.15°	143

4.15.	Distribution du coefficient de pression sur le profil S809	144
4.16.	Distribution du coefficient de pression sur le profil S809 - $\alpha = 20.15^\circ$	145
4.17.	Coefficients caractéristiques obtenus en calculs stationnaires	146
4.18.	Contours des vitesses autour du profil S809 – calculs stationnaires ...	147
4.19.	Influence de la turbulence externe sur les distributions du C_p	148
4.20.	Contours des vitesses autour du S809 – calculs instationnaires (1)	150
4.21.	Contours des vitesses autour du S809 – calculs instationnaires (2)	151
4.22.	Coefficients caractéristiques – calculs instationnaires	152
4.23.	Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D – S809 - $\alpha = 20.15^\circ$...	152
4.24.	Distribution du C_p et contours de pression autour du S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ – calculs StarCD turbulents	154
4.25.	Distribution du C_p autour du S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ - StarCD - laminaire	155
4.26.	Evolution de la somme des résidus avec le nombre d'itérations – calculs FLUENT 2D	155
4.27.	Contours des pressions et vitesses autour du S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ - calculs FLUENT 2D	156
4.28.	Distribution du C_p sur le S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ - FLUENT - stationnaire ...	157
4.29.	Distribution du C_p sur le S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ – FLUENT – instationnaire ..	157
4.30.	Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D - $\alpha = 89.9^\circ$ - calculs 2D	158
4.31.	Maillage 3D construit avec Gambit	158
4.32.	Distribution du C_p sur le S809 – $\alpha = 89.9^\circ$ - calculs 3D stationnaires	160
5.1.	Maillage appliqué autour de l'éolienne – Vue de dessus	164
5.2.	Evolution temporelle du couple total calculé en 2D et 3D	168
5.3.	Contours des vitesses obtenus dans le plan xy en calculs 3D	169
5.4.	Contours des vitesses obtenus en MRF avec $\Omega = 180$ tr/min	170
5.5.	Rotation simulée par la technique MRF avec $\Omega = 100$ et 250 tr/min Evolution du couple total calculé avec le nombre d'itérations	171
5.6.	Rotation simulée par la technique MRF avec $\Omega = 100$ et 250 tr/min Evolution du couple exercé sur les pales avec le nombre d'itérations ..	171
5.7.	Schéma des positions des pales à l'instant $t = 0$	172
5.8.	Contours des vitesses à l'instant $t = 0.303$ s, avec $\Omega = 100$ tr/min	174

5.9.	Contours des vitesses à l'instant $t = 0.141$ s, avec $\Omega = 250$ tr/min	175
5.10.	Couple exercé sur l'éolienne – calculs ASI avec $\Omega = 100$ tr/min	176
5.11.	Couple exercé sur l'éolienne – calculs ASI avec $\Omega = 250$ tr/min	176
5.12.	Comparaison des résultats obtenus avec les techniques ASI et MRF ..	177
5.13.	Courbe caractéristique $P(\Omega)$ de l'éolienne	178
5.14.	Coefficients C_L et C_D caractéristiques du profil NACA 0018	180
5.15.	Comparaison des CP de l'éolienne obtenus avec StarCD et la théorie des tubes de courant	180
B.1.	Profil NACA 0012	209
B.2.	Profil NACA 0015	209
B.3.	Profil NACA 4412	209
B.4.	Profil NACA 63 415	210
B.5.	Profil RC (4) 10	210
B.6.	Profil NREL S809	210
E.1.	Schématisme d'un tube de courant	227
E.2.	Forces et vitesse agissantes sur les pales	228

LISTE DES TABLEAUX

2.1. Profil NACA 0012 - $\alpha = 0^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$	92
2.2. Profil NACA 0012 - $\alpha = 6^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$	92
2.3. Profil NACA 0012 - $\alpha = 12^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$	92
3.1. Paramètres relatifs aux maillages en H	113
3.2. Paramètres relatifs aux maillages en C	116
4.1. Coefficients C_L et C_D relatifs au profil NACA 63415 pour $\alpha = 0^\circ$	135
4.2. Coefficients C_L et C_D relatifs au profil NACA 63415 pour $\alpha = 5.95^\circ$	136
4.3. Influence du maillage sur les coefficients C_L et C_D calculés pour $\alpha = 14.24^\circ$	145
4.4. Influence de la turbulence externe sur les coefficients C_L et C_D	148

INTRODUCTION GENERALE

Les rotors éoliens en fonctionnement sont soumis à un environnement aérodynamique instable. Les facteurs tels que la turbulence atmosphérique, la couche limite terrestre, les variations de la vitesse du vent, l'effet d'ombre du mât sur les pales pour les machines qui fonctionnent sous le vent (*downwind*), influent de manière significative sur l'écoulement qui agit sur les pales. A ces facteurs, il faut ajouter les variations de la direction du vent : lorsque le rotor s'oriente face au vent, il y a de grandes fluctuations de la vitesse relative agissant sur les pales comparée à la vitesse induite par la rotation de l'aile. De plus, le temps de réponse du rotor fait que ce dernier est rarement réellement face au vent, avec un angle d'orientation nul. Les pales sont alors soumises à des variations cycliques de l'angle d'attaque ce qui peut conduire à un écoulement 3D instationnaire et au phénomène de décrochage dynamique [73, 95].

L'aérodynamique instationnaire conduit au phénomène de flutter classique et dynamique, ou oscillations et déformations des pales. Le phénomène d'aéroélasticité se produit lorsque les déformations de la structure induisent des forces aérodynamiques additionnelles qui provoquent à leur tour de nouvelles déformations. D'autres forces aérodynamiques sont générées, etc. Ces interactions peuvent aller en s'atténuant jusqu'à atteindre un état stable ou au contraire augmenter jusqu'à divergence et destruction de la structure [61]. On parle alors de problème de stabilité aéroélastique ou d'Interaction Fluide Structure. Le problème de stabilité aéroélastique des rotors éoliens est particulièrement important pour les aérogénérateurs de grandes puissances. En effet, dans le domaine de l'industrie des aérogénérateurs, la tendance est de développer des éoliennes de grandes dimensions et pour la construction des pales, les matériaux utilisés sont de plus en plus légers. Des problèmes de stabilité aéroélastique peuvent être alors rencontrés [75].

Pour traiter le problème de l'Interaction Fluide Structure, un programme de résolution des équations de la dynamique du rotor est couplé à un programme de calcul des forces aérodynamiques exercées par le vent sur les pales. On parle alors (i) de couplage indirect lorsque les efforts aérodynamiques sont obtenus pour des conditions de fonctionnement données, par une méthode aérodynamique simple telle que la théorie de l'élément de pale ou avec la résolution des équations de Navier-Stokes et (ii) de couplage direct lorsque les calculs sont effectués en temps réel, la réponse de la structure étant déterminée pas-à-pas; les efforts aérodynamiques sont alors déterminés avec la résolution des équations de Navier- Stokes et les deux codes dynamique et aérodynamique sont couplés. Avec le développement des moyens de calculs, la tendance actuelle est d'utiliser les méthodes de couplage direct. Mais les approches découplées basées sur la théorie de l'élément de pale restent toujours très utilisées [91, 93]. Cette théorie est également très utilisée pour la conception, l'évaluation des performances et l'homologation des éoliennes. Que ce soit pour une étude de conception ou pour traiter le problème dynamique/aérodynamique avec une approche couplée ou découplée, les efforts aérodynamiques doivent être bien déterminés. Tangler [131], parmi d'autres, a montré que les méthodes basées sur la théorie de l'élément de pale sont très sensibles aux valeurs des caractéristiques aérodynamiques des profils de pale. Les solutions correspondant à la vitesse de conception sont acceptables mais aux grandes vitesses de vent, lorsque les pales sont soumises au phénomène de décrochage, la puissance et les efforts calculés sont surestimés. %L'évaluation des coefficients aérodynamiques aux grandes valeurs de l'angle d'incidence servira aussi bien à la conception et à l'évaluation des performances qu'à l'analyse du comportement dynamique des turbomachines en général et des rotors éoliens en particulier. Les caractéristiques 2D des profils de pales habituellement utilisées ne prennent pas en considération le phénomène de décrochage ainsi que les effets 3D qui sont alors importants [73]. Ces caractéristiques sont soit obtenues à partir de mesures expérimentales, soit déterminées par calcul :

a) Les données expérimentales sont généralement disponibles pour quelques nombres de Reynolds et les mesures sont rarement prises pour les grandes valeurs de l'angle d'incidence, au delà du décrochage statique.

b) Les caractéristiques sont obtenues par calcul avec l'étude de l'écoulement réel autour de l'obstacle : Les composantes de la force aérodynamique qui agissent sur le profil sont déterminées avec l'intégration des distributions de pression et de frottement engendrées par le fluide le long de la surface du corps. Les premières études étaient basées sur les méthodes globales qui consistent à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite tels que dans les codes EPPLER [34] ou XFOIL [27]. Ces méthodes étant limitées aux profils minces placés sous de faibles incidences, les approches ont ensuite évoluées avec l'application de techniques CFD basées sur la résolution en 2D des équations moyennées de Navier Stokes, la turbulence étant décrite par un modèle à deux équations de transport. Il est dans l'ensemble trouvé que le modèle SST k/ω de Menter est le plus apte à décrire l'écoulement turbulent autour de profils d'ailes. Mais les résultats obtenus ne sont en concordance avec l'expérience que jusqu'aux valeurs de l'angle d'attaque correspondant au premier décrochage. Les effets 3D étant particulièrement importants aux grandes incidences et lorsque la pale est en rotation, les approches ont évolué avec le développement de méthodes quasi-3D ou 3D. Mais ces dernières simulations ont nécessité de grands moyens de calcul.

Dans le cadre de cette étude, il est proposé (i) d'aborder le problème avec les méthodes globales pour une meilleure compréhension des phénomènes régissant les écoulements autour de profils d'ailes; (ii) de poursuivre avec une approche CFD en décrivant la turbulence à l'aide de modèles qui n'ont pas été utilisés; (iii) de traiter par la suite le problème avec une nouvelle approche qui consiste à résoudre les équations moyennées de Navier-Stokes autour d'une éolienne en rotation avec maillage mobile. En effet, la finalité de cette étude est de déterminer les composantes de la force aérodynamique exercées par le vent sur les pales.

L'écoulement autour de profils d'ailes placés dans des écoulements turbulents incompressibles est étudié pour différentes valeurs de l'angle d'incidence. Le cas d'un écoulement compressible est également considéré. En effet, il est généralement admis que l'écoulement autour des rotors éoliens est incompressible : les vitesses de rotation sont faibles, les nombres de Reynolds sont de l'ordre de 10^5 à 2×10^6 et les nombres de Mach sont très inférieurs à 1. Toutefois, selon Leishman [73], la

justification d'un écoulement incompressible ne nécessite pas que de faibles vitesses locales et un faible nombre de Mach. La fréquence des sources des effets instationnaires doit également être petite comparée à la vitesse du son i.e. $\omega \cdot c/a \ll 1$, ω étant une fréquence caractéristique, c , une longueur caractéristique telle que la corde et a , la vitesse du son dans l'air. Ceci signifie que pour justifier l'hypothèse d'un écoulement incompressible, la fréquence réduite doit être faible et qu'il doit y avoir des cas où la prise en considération de la compressibilité est nécessaire.

Avant d'aborder la présentation des travaux effectués, une petite introduction aux éoliennes ainsi qu'une revue bibliographique des méthodes et modèles appliqués pour l'étude de l'écoulement réel autour des ailes sont données dans le premier chapitre.

Dans les *méthodes globales*, l'écoulement du fluide autour de corps profilés est assimilé à celui d'un fluide idéal. Les théories appliquées ne nécessitent pas de puissants moyens de calcul cependant, elles sont limitées aux profils minces placés dans un écoulement uniforme sous de faibles incidences. Cette approche est donc utilisée pour une étude préliminaire où pour déterminer l'écoulement potentiel, deux techniques sont comparées. Le calcul de la couche limite est effectué par une méthode intégrale qui a pour base l'équation de Von Karman relative à l'épaisseur de quantité de mouvement. Les *méthodes globales* font l'objet du chapitre 2.

Lorsque l'angle d'incidence augmente, les effets de la viscosité sont plus apparents. Les équations de Navier-Stokes qui décrivent l'écoulement réel doivent alors être résolues. A cet effet, le code PHOENICS basé sur la méthode des volumes finis est utilisé. Les résultats obtenus avec ce code sont présentés dans le chapitre 3 (paragraphe 3.1). Il est montré que ces résultats sont en meilleure concordance avec les valeurs expérimentales lorsque l'angle d'attaque est important [50]. Toutefois, le code PHOENICS utilisé étant une version *shareware* exécutable seulement (E.O.-Executable Only), son utilisation s'est trouvée limitée. L'indépendance des résultats en fonction du maillage n'a pu être approfondie et les résultats obtenus avec les profils cambrés se comparent moins bien avec les données de référence. Aussi, le développement d'un code de résolution des

équations de Navier-Stokes est entrepris. La forme des profils d'ailes étant complexe, les équations régissant le problème sont exprimées dans un système de coordonnées généralisées. Les développements effectués ont porté sur la modification de SIMPLER 2D, un autre code basé sur la méthode des volumes finis. Ce code résout les équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes et curvilignes. Il est étendu ici pour la résolution de l'équation de transport en coordonnées curvilignes. Par ailleurs, différentes techniques de génération de maillage sont étudiées et implémentées dans un programme qui a été développé. Le programme SIMPLER 2D modifié est appliqué à des problèmes de conduction thermique. Les résultats obtenus sont en bonne adéquation avec les valeurs publiées dans la littérature [44]. Les techniques de génération de maillage appliquées et les extensions effectuées sur SIMPLER 2D sont décrites dans le chapitre 3 (paragraphe 3.2).

Les coefficients de portance et de traînée sont ensuite déterminés pour plusieurs profils utilisés dans la construction des rotors éoliens à partir de la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes. Pour décrire la turbulence, différents modèles à deux équations de transport sont comparés. Les calculs sont exécutés en stationnaire et en instationnaire à l'aide des codes commerciaux StarCD et FLUENT. L'influence de la turbulence de l'écoulement externe sur les résultats est mise en évidence. Ces simulations, qui ont fait l'objet d'une publication [43], sont présentées dans le chapitre 4.

Le cas d'une éolienne en rotation est ensuite abordé dans le chapitre 5. Deux techniques sont appliquées pour simuler le mouvement du rotor : la méthode MRF (Multiple Reference Frame) en calcul stationnaire, qui consiste à représenter la rotation par un terme source supplémentaire introduit dans les équations de quantité de mouvement et la technique des interfaces glissantes (Arbitrary Sliding Interface ou ASI) en calcul instationnaire; les équations de Navier-Stokes sont alors formulées en ALE. Les résultats obtenus sont exploités pour le calcul des forces et du couple aérodynamique exercés par le vent sur les pales. Les performances de l'éolienne et sa caractéristique de fonctionnement sont ensuite estimées. Les résultats ainsi obtenus sont comparés à ceux de la méthode des tubes de courant basée sur la théorie de l'aile portante.

CHAPITRE 1

GENERALITES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. Introduction aux éoliennes

Au début du siècle, les éoliennes étaient utilisées pour le pompage de l'eau dans les zones rurales. Durant les années 1970, l'exploitation de l'énergie éolienne a connu un essor avec le développement de différentes configurations du rotor telles que les éoliennes à axe vertical, dont l'axe de rotation est perpendiculaire à la direction de la vitesse du vent et les éoliennes à axe horizontal, dont l'axe de rotation est parallèle à la direction de la vitesse du vent.

2.1.1. Les éoliennes à axe vertical

Parmi les éoliennes à axe vertical, nous pouvons citer le rotor Savonius, dont le fonctionnement est basé sur la traînée différentielle et le rotor Darrieus à pales paraboliques ou à pales droites, dont le fonctionnement est basé sur la portance.

Le *Savonius* a été développé pour le pompage mécanique de l'eau. Il est composé essentiellement de deux demi cylindres excentrés reliés à un arbre central vertical (Figure 1.1.a). Ce dernier entraîne une pompe mécanique à piston par l'intermédiaire d'une tige métallique via un renvoi d'angle et un système bielle – manivelle. Ce rotor est de construction relativement simple, sauf pour ce qui concerne le renvoi d'angle. Toutefois, son très faible rendement (de l'ordre de 0.15) ainsi que les problèmes de fiabilité des systèmes de pompage mécanique en général ont fait que son utilisation a été limitée aux puits de faibles profondeurs, inférieures à 10 mètres, et aux faibles débits. La puissance fournie est maximale lorsque la vitesse spécifique est de l'ordre de 1 [71]. Son utilisation pour la production d'électricité ne peut être envisagée : les vitesses de rotation et puissance mécanique fournies sont trop faibles. Le prix de revient de ce type de machine étant

relativement élevé comparé à ses performances, leur développement pour le pompage de l'eau a été abandonné.



(a) Savonius (www.southcom.com.au)



(b) Darrieus classique
(en.wikipedia.org/wiki)



(c) Darrieus à pales droites
(VUB - Brussels)

Figure 1.1. Les éoliennes à axe vertical

Le rotor *Darrieus* classique, de l'ingénieur français qui porte son nom, est constitué de 2 à 3 pales paraboliques fixées à un arbre central (Figure 1.1.b). Les

profils utilisés sont des profils symétriques type NACA 00n de corde constante. Le fonctionnement de ce type d'éolienne est basé sur la portance créée sur les pales sous l'action de la vitesse du vent. Cette force pousse les pales et entraîne leur rotation et la rotation de l'arbre central vertical. Une énergie mécanique de rotation est créée. Cette énergie est transformée en énergie électrique par un générateur monté sur l'arbre. La disposition verticale des pales fait que le fonctionnement de ces machines est indépendant de la direction de la vitesse du vent. Ce rotor ne nécessite donc aucun dispositif d'orientation. Son rendement est plus important que celui du Savonius (de l'ordre de 0.30 à 0.35), mais un système de lancement (moteur auxiliaire) est indispensable. Le Darrieus à pales droites tel que le prototype expérimenté à la Vrije Universiteit de Brussels (VUB) en Belgique est constitué de profils d'ailes symétriques, du type NACA 0015 ou NACA 0018. Les pales sont reliées à un arbre central par l'intermédiaire de tiges (Figure 1.1.c). Il peut être utilisé aussi bien pour la production d'électricité que pour le pompage de l'eau. L'angle de calage des pales est tel que cette éolienne ne nécessite aucun dispositif de lancement mais ce prototype est resté à l'échelle de laboratoire du fait de son faible rendement (0.25 environ).

Le rotor Darrieus classique a été utilisé pour la génération d'électricité : un prototype de 96 m de hauteur, 60 m de diamètre, à 2 pales avec un profil type NACA 0018 et une corde de 2.4 m a été développé par Hydro Québec et le National Resource Council du Canada. Cette machine, EOLE, a fonctionné pendant 5 ans, de 1988 à 1993, date à laquelle des défaillances mécaniques ont contraint à sa désinstallation [17]. Le rapport coût/performance du Darrieus est plus élevé que celui des aérogénérateurs à axe horizontal. Les profils symétriques utilisés pour la construction de ce rotor sont moins performants que les profils cambrés utilisés dans les machines à axe horizontal. Les pertes induites par le sillage du rotor sont plus importantes. Durant la rotation, la plage de variation de la position azimutale correspondant au rapport optimal portance/trainée est faible. Ceci se traduit par d'importantes contraintes exercées sur le rotor plutôt que par la production d'une puissance utile. Ce type d'éolienne a été confronté à des problèmes de fatigue des pales dus aux contraintes cycliques générées par le rotor [130]. Du fait de la diminution de la vitesse du vent au voisinage du sol, la configuration de ce rotor ne permet pas d'exploiter les grandes vitesses disponibles aux grandes altitudes. Aussi,

depuis le début des années 1980, le développement des éoliennes s'est focalisé sur la production d'électricité avec les machines à axe horizontal et on peut dire que ces dernières années, l'industrie des aérogénérateurs à axe horizontal a connu un grand boom. Toutefois, certains de ces problèmes tel que l'influence du gradient vertical de la vitesse du vent ne sont rencontrés qu'avec les éoliennes de grandes puissances : dans les petites éoliennes, les vitesses agissantes varient très peu suivant la hauteur des pales. De plus, selon Mertens [84] les éoliennes à axe vertical ont un meilleur rendement aérodynamique comparées aux éoliennes à axe horizontal lorsqu'elles sont installées en zone urbaine, sur un bâtiment. On assiste donc à un léger regain d'intérêt pour ce type de machine.

2.1.2. Les éoliennes à axe horizontal

Les éoliennes à axe horizontal se composent essentiellement d'un disque qui porte les pales, d'un arbre et d'un système d'orientation qui permet de placer le rotor face au vent. Les petites éoliennes comprennent également un système de mise en drapeau qui permet de protéger le rotor des vents extrêmes. Parmi les éoliennes à axe horizontal, on distingue les éoliennes multipales lentes avec 6 à 24 pales, destinées au pompage 'mécanique' de l'eau (Figure 1.2) et les aérogénérateurs ou éoliennes rapides à 2 ou 3 pales, couplées à un générateur électrique (Figs. 1.3 et 1.4).

Les éoliennes multipales. Comme le Savonius, les éoliennes multipales lentes entraînent une pompe à piston via une tige de transmission et un système bielle – manivelle. Leur rendement est de l'ordre de 0.25. Les difficultés rencontrées pour assurer la fiabilité de ces systèmes ont fait que ces machines sont installées sur des puits de faibles profondeurs (inférieures à 25 mètres). Un constructeur américain propose des machines pouvant aller jusqu'à plus de 300 mètres de profondeur, mais ceci reste à vérifier. Aussi, pour le pompage de l'eau, la tendance actuelle est d'utiliser un petit aérogénérateur couplé à une pompe électrique.

Les aérogénérateurs. Le principe de fonctionnement des aérogénérateurs est indépendant de leur puissance, qu'elle soit de quelques watts ou de plusieurs centaines de kilowatts. Cependant, certains problèmes de fonctionnement sont liés

à la taille. Aussi, on distingue les aérogénérateurs de petite puissance destinés à l'alimentation en énergie électrique de localités isolées ou au pompage électrique de l'eau (Figure 1.3) et les aérogénérateurs de grandes puissances, connectés au réseau (Figure 1.4).



Figure 1.2. Eolienne multipale (OASIS)



Figure 1.3. Petit aérogénérateur à 3 pales (FORTIS Montana – 5.8kW--24V)

Les aérogénérateurs de petites puissances. Selon la norme CEI 61400-2, la surface balayée par les pales d'un aérogénérateur de petite puissance ne doit pas excéder 200 m² (soit un diamètre inférieure à 16 mètres), ce qui correspond à une puissance de 120 kW environ. Les aérogénérateurs de petites puissances sont utilisés pour le pompage de l'eau, pour le chauffage des locaux ou pour l'alimentation en énergie électrique de localités isolées par l'intermédiaire d'un convertisseur AC/DC/AC et d'un chargeur de batteries. Les performances de démarrage ainsi que la vitesse de débit nul sont importants pour les petits aérogénérateurs. Ceci est dû principalement au fait que ces systèmes sont souvent installés dans des sites où une puissance est requise, pas toujours dans des sites favorables. Leur niveau de technologie est beaucoup plus faible que celui des grandes machines. L'investissement nécessité pour les grands aérogénérateurs étant beaucoup plus élevé, ils ont bénéficié d'un important programme de recherche et de développement, contrairement aux petits aérogénérateurs. La plupart des petits

aérogénérateurs fonctionnent rarement à puissance nominale et leur vitesse de rotation est variable. Les générateurs des petites éoliennes sont des génératrices asynchrones ou des alternateurs à aimant permanent. Ces derniers ont un couple résistant important [22]. Les petits aérogénérateurs sont équipés d'un système de mise en drapeau qui leur permet de se protéger contre les grandes vitesses de vent et d'un aileron d'orientation du rotor face au vent. Les vitesses de rotation maximales varient en moyenne de 70 à 800 tr/min, selon la puissance nominale. Les grandes vitesses confèrent aux pales une raideur qui réduit les charges de flexion, ce qui permet l'utilisation de profils minces, comparés à ceux utilisés dans les grands aérogénérateurs. Les pales, au nombre de 2 à 3, ne sont pas toujours vrillées, notamment pour les machines dont la puissance est inférieure à 5 kW, mais leur corde est variable : elle diminue de la base (à partir du moyeu) jusqu'à l'extrémité. Les pales sont fixées au moyeu avec un angle de calage fixe qui n'est pas ajusté à la vitesse et à la direction du vent ; il est optimisé lors de la conception du rotor. Toute l'envergure des pales est soumise à de faibles nombres de Reynolds, de l'ordre de 10^5 . Ces conditions de fonctionnement résultent en une altération des caractéristiques des profils non conçus pour ces régimes d'écoulement, avec les effets du décollement laminaire. En fonctionnement normal, les petits aérogénérateurs opèrent en dessous du décrochage dynamique, sur une plage de variation de la portance relativement limitée. Parmi les profils d'ailes utilisés dans les petits aérogénérateurs nous pouvons trouver les profils de la série NACA44n et NACA230n ou les profils NREL S822 et S823 [113] et SG6040, SG6041, SG6042, SG6043 de Guiguère et Selig [46] conçus spécialement pour cette gamme de machines. Le profil SG6040, plus épais est recommandé pour la partie 'interne' de l'aile (environ 30 % de l'envergure à partir du moyeu).

Les aérogénérateurs de grandes puissances. Parmi les aérogénérateurs de grandes puissances, on distingue également les machines downwind qui fonctionnent sous le vent (Figure 1.4.a) et les machines upwind plus courantes qui fonctionnent face au vent (Figure 1.4.b). Les machines downwind, développées particulièrement aux USA, auraient un comportement dynamique plus stable. Les pales sont inclinées vers l'arrière pour limiter les effets de la turbulence provoquée par la position du mât à l'aval des pales. Les aérogénérateurs de grandes puissances sont généralement installés en ferme d'éoliennes et connectés au

réseau (Figure 1.4.c). La taille des aérogénérateurs actuels a atteint 3.0MW (VESTAS), avec un diamètre de 90 mètres et un mât de 80 à 105m de hauteur. L'installation des fermes éoliennes nécessite des sites de plus en plus vastes. Aussi, la tendance actuelle est le développement des installations *offshores*.



(a) Eolienne upwind de 750kW
(www.afm.dtu.dk/wind/turbines)



(b) Eolienne downwind
(www.windpower.org)



(c) Ferme éolienne de 3.5 MW, constituée de 5 turbines
(www.afm.dtu.dk/wind/turbines)

Figure 1.4 Les aérogénérateurs de grandes puissances

Les aérogénérateurs de grande puissance fonctionnent souvent à vitesse de rotation constante : les machines étant connectées au réseau, la fréquence et, par conséquence, la vitesse de rotation sont fixées. Certains aérogénérateurs (NORDEX) sont équipés de génératrices asynchrones à double enroulement, ce qui leur permet de fonctionner à 2 vitesses, selon la vitesse du vent. Le mode de fonctionnement à une (ou deux) vitesse constante ne permet pas d'optimiser les performances aérodynamiques du rotor. Aussi, la tendance actuelle est de développer des aérogénérateurs fonctionnant à vitesse variable. L'électronique associée est plus complexe mais il en résulterait un gain en énergie de 10 % [17]. Les machines de grandes puissances sont équipées d'un dispositif électrique (servomécanisme) qui permet d'orienter le rotor face au vent. Les grands aérogénérateurs sont protégés par un système de freinage de l'arbre qui est actionné lorsque la vitesse de rotation de l'arbre ou la vitesse du vent devient importante. Certaines machines sont freinées par variation de l'angle de calage des pales : les pales sont actionnées par un servomécanisme et pivotent autour de leur axe afin de réduire la portance, donc le couple moteur. Dans d'autres cas, de par la conception des pales, le phénomène de décrochage dynamique est induit aux grandes vitesses de vent et le rotor est freiné (freinage aérodynamique). Pour des raisons d'esthétiques, la plupart des grands aérogénérateurs ont 3 pales. Cette configuration permet également d'améliorer le comportement dynamique du rotor et de réduire les nuisances sonores. Dans certaines machines, l'angle de calage varie avec la vitesse du vent pour maintenir une vitesse de rotation constante (pitch control). Les vitesses de rotation sont faibles, de l'ordre de 20 à 60 tr/min et pour les plus grandes machines, les vitesses sont de l'ordre de 6 à 15 tr/min. Avec ces vitesses, les pales, dont l'envergure peut être supérieure à 50 mètres, sont flexibles, les profils utilisés sont épais et les nombres de Reynolds sont de l'ordre de 2×10^6 . Les pales sont généralement constituées de trois sections d'ailes : un profil épais pour la partie de l'aile au voisinage du moyeu, un profil mince pour l'extrémité de l'aile et un profil moyen pour la partie médiane de l'aile. Lorsque les aérogénérateurs fonctionnent à vitesse de rotation variable, les profils de pales sont conçus pour un coefficient de portance maximal $C_{L,max} \geq 1.4$. Pour les aérogénérateurs autorégulés, les profils de pales sont conçus pour des $C_{L,max} \cong 1$. Dans les deux cas, les profils sont conçus pour que l'écoulement reste laminaire sur environ 30 % de la surface du

profil, sur l'extrados et sur l'intrados, le point de transition juste avant $C_{L,max}$ étant localisé au voisinage du bord d'attaque. Ainsi, la traînée est réduite et la sensibilité du profil à la rugosité causée par des débris d'insectes ou par l'érosion est limitée [45, 115]. Parmi les profils de pales utilisés dans la construction de éoliennes de grandes puissance, nous pouvons trouver des profils de la série NACA tel que le NACA63415 et des profils spécialement conçus pour les éoliennes tels les profils NREL S825 à S829 ou les profils de la série LM (Denmark). Généralement les ailes sont vrillées de telle sorte que l'angle d'attaque local soit constant le long de la pale. Les poids des pales, fonction du diamètre, peut être approximé par la relation :

$$m = 0.10 \cdot D^n \quad (1.1)$$

avec $n = 2.63$ pour des éoliennes de 10 à 40 mètres de diamètre et $n = 3$ pour les plus grandes éoliennes.

1.2 Revue bibliographique

L'utilisation efficace des éoliennes pour la génération d'électricité s'est développée avec l'application des théories de l'aérodynamique basées, pour les premières machines, sur les théories des ailes d'avions et des rotors d'hélicoptères. Cependant, les conditions de fonctionnement des rotors éoliens sont différentes. Ces derniers sont soumis à un environnement naturel toujours instable et les vitesses de rotation sont plus faibles.

Pour caractériser ces conditions d'opération, un programme d'expérimentation d'un aérogénérateur dans des conditions réelles d'exploitation appelé, Unsteady Aerodynamics Experiment, a été initié en 1987 par NREL aux USA. Les essais ont été poursuivis pendant plus de 10 ans. L'aérogénérateur expérimenté était une éolienne à axe horizontal 'downwind' de 10 mètres de diamètre et 20 kW de puissance maximale. Un profil S809 a été utilisé pour les 3 pales de corde constante et égale à 0.457 m. Les mesures effectuées ont porté sur les caractéristiques de l'écoulement, les distributions de pression à la surface de l'aile en différentes positions le long de l'envergure, sur la pression dynamique et l'angle d'attaque local et sur les contraintes et moment des forces exercées sur les pales, le mât, le rotor ainsi que sur les accélérations des mouvements des pales et de l'orientation du rotor.

Par ailleurs, des essais similaires ont été effectués sur différentes machines par d'autres organismes (ECN (The Netherlands), DUT (The Netherlands), RISO (Danmark), IC/RAL (UK) et MIE (Japan)). Les résultats de toutes ces mesures constituent une base de données de l'IEA (International Energy Association) [101]. Une campagne de mesures en soufflerie a ensuite été entreprise par NREL (USA), sur un aérogénérateur similaire de 10 m de diamètre, 20 kW de puissance. Ces mesures ont été effectuées dans la soufflerie NASA-Ames de $24.4 \times 36.6 \text{ m}^2$ de section, avec pour objectif de caractériser le fonctionnement de l'aérogénérateur dans un écoulement contrôlé. Les tests ont débuté en novembre 1998 et ont pris fin en mai 2000. Les résultats obtenus seraient comparables aux mesures effectuées in situ. Ces expérimentations ont montré que l'écoulement autour d'une pale d'éolienne en rotation était 3D, visqueux et instationnaire et que les effets 3D étaient particulièrement importants au voisinage du moyeu [57] et [95].

Par la suite, une étude comparative de 19 codes de calculs spécifiques aux rotors éoliens a été organisée. Quelques conditions d'expériences relatives aux essais effectués en soufflerie ont été sélectionnées pour validation des simulations numériques. La comparaison s'est focalisée sur les calculs de la puissance fournie par le rotor et de la contrainte de flexion exercée par le vent sur les pales, ces deux paramètres étant directement influencés par les forces aérodynamiques agissantes. D'une manière générale, il était noté que les résultats numériques obtenus avec les 19 codes sont différents et présentent des divergences par rapport aux valeurs mesurées, notamment aux grandes vitesses de vent. Hormis trois codes où la méthode implémentée est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes, dans les 16 autres codes, c'est la théorie de l'élément de pale ou une méthode tourbillonnaire qui ont été combinées à un modèle décrivant le décrochage dynamique et/ou un modèle d'aéroélasticité. Pour l'un des codes, il était précisé que les caractéristiques aérodynamiques du profil utilisé dans la théorie de l'élément de pale étaient obtenues à l'aide d'un code de résolution des équations de Navier-Stokes [110]. Il est alors déduit que pour les autres codes, les caractéristiques du profil de pale ont été obtenues à l'aide de méthodes qui consistent à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite. Cette approche est en effet toujours utilisée comme c'est le cas dans [114].

1.2.1 Ecoulement potentiel

Les premières méthodes utilisées pour simuler l'écoulement potentiel autour de corps profilés étaient basées sur la résolution de l'équation de Laplace par méthodes analytiques telles que la méthode des transformations conformes ou semi-analytiques, telle que la théorie des petites perturbations ou la méthode des singularités.

La méthode des transformations conformes développée par Theodorsen en 1933 [133] fut l'une des premières théories appliquées pour l'étude de l'écoulement autour de profils d'ailes isolés. Depuis, cette méthode, qui consiste à transformer le contour du profil par un cercle, a évolué pour la résolution d'autres problèmes plus complexes tels que celui de l'écoulement dans un domaine contenant deux profils d'aubes. Les profils sont alors transformés en deux cylindres concentriques et le domaine d'étude est remplacé par un anneau délimité par les profils cylindriques [60]. Récemment Scolan [104] a proposé d'appliquer cette théorie pour l'étude de l'écoulement potentiel autour d'un corps en rotation. Mais il est à noter que cette méthode des transformations conformes n'est plus utilisée actuellement pour l'évaluation des distributions de pression autour de profils d'ailes; par contre, elle est appliquée en méthode inverse pour la conception des profils comme dans les codes EPPLER [34] et XFOIL [27].

La méthode des singularités, développée en 1958 par Smith et Pierce [14], consiste à représenter le contour du profil par des segments sur lesquels sont réparties des singularités sources, tourbillons ou doublets. Les approches généralement appliquées se distinguent également par leur mode de distribution discrète (méthode d'ordre inférieur) ou uniforme (méthode d'ordre supérieur). Les méthodes d'ordre supérieur sont plus coûteuses en temps de calcul mais les solutions sont en meilleure adéquation avec les valeurs de référence. Ainsi, Fletcher [37] proposait de superposer un écoulement uniforme à des distributions de sources (ponctuelles) uniformément réparties et de doublets variant linéairement autour du profil. L'approche présentée par Anderson [5] consistait à superposer un écoulement uniforme avec une distribution de sources (ponctuelles) et une distribution de tourbillons linéaires pour représenter la circulation autour du profil. Dans Hess et

Smith [53], il était noté que l'écoulement autour d'un profil bidimensionnel portant peut être déterminé avec la superposition de trois écoulements de base : deux écoulements dus aux composantes normale et parallèle de la vitesse de l'écoulement externe et un écoulement qui engendre une circulation pure autour du profil, la circulation étant due à des singularités. Cette méthode a été utilisée pendant longtemps pour l'analyse de l'écoulement autour des ailes d'avion ou autour de cascades ainsi que pour la conception de profils, appliquée alors en méthode inverse [53, 63]. Une seule hypothèse est effectuée : l'écoulement est potentiel. Les solutions obtenues sont des solutions exactes et la méthode peut être appliquée en trois dimensions comme dans [145] où elle a été utilisée pour l'analyse 3D de l'aérodynamique d'une éolienne à axe horizontale. La surface de l'aile était alors subdivisée en éléments rectangulaires sur lesquelles étaient réparties les singularités. Très récemment, dans [36], la méthode a été appliquée à une ellipsoïde (qui représente un cas de référence pour la méthode des singularités) pour une étude systématique de la convergence du maillage. Les calculs 3D ont été effectués avec des maillages construits différemment à l'aide de deux codes de calcul. Selon Baker [9] les codes utilisés pour la conception des ailes de l'Airbus A310 et de Boeing 757 étaient basés sur la théorie des petites perturbations. Les équations potentielles étaient couplées interactivement aux équations régissant la couche limite. La méthode des singularités est utilisée dans les études liées à l'aérodynamique instationnaire [12, 32]. Cette méthode est implémentée dans les codes EPPLER [34] et XFOIL [27] où elle est combinée avec la théorie de la couche limite.

1.2.2 Couche limite

Les effets de la couche limite sont simulés soit par méthodes numériques avec la résolution des équations de la couche limite obtenues à partir des équations de quantité de mouvement, soit à l'aide des méthodes intégrales basées sur l'équation de Von Karman relative à l'épaisseur de quantité de mouvement.

Les méthodes de Cebeci et Cebeci et Smith sont basées sur la méthode des différences finies. Dans la méthode de Cebeci, les équations de la couche limite sont exprimées dans un système de coordonnées de Falkner-Skan et dans la méthode de

Cebeci-Smith, les équations sont inchangées mais le terme de viscosité est modifié [32]. Dans le code EPPLER, les couches limites laminaire et turbulente sont calculées par une méthode intégrale [114]. Du et Selig [28] ont développé la méthode en 3D pour étudier les effets de la rotation sur la couche limite d'une pale d'éolienne.

Le phénomène de transition est intermittent. Il consiste en des séquences irrégulières de régimes laminaire et turbulent [102]. Selon Kachanov [64], le mécanisme physique de la transition dépend essentiellement du type spécifique d'écoulement et des perturbations environnantes. Ainsi, la transition peut être due aux instabilités de la couche limite ou elle peut être liée à la rupture directe de l'écoulement laminaire provoquée par des perturbations externes (perturbations de l'écoulement externe, rugosité de surface, etc.). La transition due aux instabilités de la couche limite est observée lorsque les perturbations externes sont faibles. Ce type de transition est décrit par la théorie de la stabilité linéaire. Pour Brodeur et Van Dam [15], la transition est également provoquée par le décollement laminaire de la couche limite ou par contamination par la turbulence.

Le calcul de la transition consiste à déterminer le point de début de transition. Ce calcul est effectué à l'aide de critères empiriques ou semi empiriques. Le critère semi empirique e^n est basé sur la théorie des petites perturbations. Il a été développé à partir des équations de Orr-Sommerfield dont les expressions peuvent être trouvées dans Schlichting [102]. Selon ce critère, la transition se produit lorsque le taux d'amplification totale maximum des perturbations devient égal à e^n , n étant un coefficient empirique pour lequel différentes corrélations ont été proposées dont [24]

$$n = -8.43 - 2.4 \ln Tu \quad (1.2)$$

Tu étant le taux de turbulence de l'écoulement externe. Plusieurs critères empiriques ont été développés pour déterminer la localisation de la transition parmi lesquels : le critère de Michel, le critère de Cebeci et Smith, le critère de Granville qui fait intervenir le point de début des instabilités et le critère proposé par Arnald et al. Ce dernier est une forme généralisée du critère e^n [24]. Le critère de Michel est formulé par :

$$Re_{trans} = 1.535 \cdot Re_{x_{trans}}^{0.444} \quad (1.3)$$

Ce critère a été obtenu à partir de résultats expérimentaux obtenus sur une plaque plane ou avec gradient de pression [24].

Les résultats obtenus à l'aide des méthodes intégrales se comparent bien aux valeurs expérimentales lorsque les incidences sont peu élevées. Selon Spalart [123], les précisions obtenues avec ces méthodes sont incomparables à celles des méthodes numériques actuellement développées. Mais leur défaillance lorsque le décollement de l'écoulement est massif a fait que ces méthodes sont devenues obsolètes. La tendance actuelle est d'étudier le problème de l'écoulement autour des ailes et profils à l'aide des méthodes CFD qui consistent à résoudre les équations de Navier-Stokes par méthode numérique, un modèle étant appliqué pour représenter la turbulence. La méthode des volumes finis est l'une des méthodes CFD qui a été la plus utilisée.

1.2.3 Méthode des volumes finis

Les approches généralement adoptées pour la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis se distinguent principalement par le choix des variables décalées ou centrées, par l'algorithme de résolution retenu et par le schéma de discrétisation appliqué. Dans les schémas à variables décalées (staggered grid), les composantes du vecteur vitesse sont localisées sur les faces des cellules alors que la pression et autres variables scalaires sont calculées au centre des cellules. Dans les schémas centrés (non-staggered grid), toutes les variables sont stockées au centre des mailles.

Différentes formulations des équations de Navier-Stokes ont été appliquées : formulation *pression-vitesse* ou formulation *rotationnel du vecteur vitesse-fonction de courant*. Selon Kwak et al [68], les solutions obtenues avec les deux formulations sont comparables, mais la formulation *rotationnel du vecteur vitesse-fonction de courant* serait plus coûteuse en temps de calcul, notamment en 3D. Pour la résolution des équations régissant les écoulements incompressibles basées sur la formulation *pression-vitesse*, deux approches ont été développées : (i) approche *couplée* où les équations de continuité et de quantité de mouvement sont résolues simultanément et (ii) approche *découplée* où les équations sont résolues

séparément, l'équation de continuité étant discrétisée et convertie en une équation pour la pression. Pour cette dernière approche, de nombreux algorithmes de calcul ont été développés après SIMPLE et SIMPLER de Patankar [88]. L'algorithme SIMPLEC proposé par Van Doormaal et Raithby [141] est basé sur SIMPLE mais serait plus consistant. Cet algorithme est comparé à d'autres dans [70]. L'algorithme PISO de Issa [59] est également inspiré de SIMPLE mais le schéma comprend des étapes de corrections supplémentaires. Cette technique permettrait d'accélérer la convergence et de réduire le CPU time. Cet algorithme est implémenté dans presque tous les codes de calcul, notamment en calculs instationnaires. Parmi les schémas de discrétisation, on peut citer les schémas UPWIND du 1^{ier} ou 2^{ième} ordre, les schémas centrés, le schéma QUICK d'ordre supérieur et le schéma MARS [142]. Une description plus détaillée de ces différentes approches, algorithmes et schémas peut être trouvée dans [97]. De même, on peut trouver dans la littérature différentes formulations des équations de Navier-Stokes en coordonnées curvilignes selon le choix des composantes du vecteur vitesse, composantes cartésiennes ou composantes curvilignes covariantes ou contravariantes (les expressions de ces différentes composantes sont données en annexe).

L'une des premières études basées sur la résolution découplée des équations incompressibles de Navier-Stokes en coordonnées curvilignes avec la pression comme variable dépendante principale est celle de Rhie et Chow [92]. L'écoulement autour de profils d'ailes isolés a été simulé avec une représentation non décalée des variables. Un schéma d'interpolation a été introduit pour éviter les instabilités susceptibles d'être rencontrées avec les maillages non décalés. Les équations étaient formulées en fonction des composantes cartésiennes du vecteur vitesse. Dans [65], les équations à résoudre étaient formulées en fonction des composantes curvilignes dont les expressions ont été obtenues par manipulation algébrique des équations discrétisées. Un schéma décalé a été adopté et l'algorithme de calcul était basé sur une forme compressible de SIMPLER, l'influence de la pression sur la densité était incluse de manière implicite dans les équations. Dans [109] une formulation mixte a été proposée en adoptant un maillage décalé avec des composantes cartésiennes pour les équations de quantité de mouvement et des composantes curvilignes contravariantes pour les équations à variables scalaires telles la température. Majumbar et al [76] ont présenté une méthode pour le calcul

3D de l'écoulement incompressible avec l'utilisation de variables centrées et des composantes cartésiennes du vecteur vitesse. Dans [80], deux méthodes ont été développées : une première méthode basée sur l'utilisation de variables centrées, les équations étant formulées en fonction des composantes cartésiennes et une deuxième méthode avec variables décalées, les équations étant formulées en fonction des projections suivant les directions curvilignes locales des composantes contravariantes du vecteur vitesse. Les deux méthodes sont comparées dans [81] où les calculs ont été effectués pour des écoulements laminaires. Les schémas de discrétisation UPWIND du 2^{ième} ordre et le schéma loi de puissance ont été également comparés. Selon l'auteur, (i) les résultats obtenus avec le schéma UPWIND étaient plus précis mais avaient nécessité plus d'itérations et le temps CPU était plus élevé. (ii) Les solutions des deux méthodes étaient similaires du point de vue précision et convergence. La question du choix des composantes et schémas est donc restée ouverte et actuellement différentes approches sont implémentées dans les codes de calcul.

1.2.4 Génération de maillage

Quelque soit la méthode de résolution retenue, les résultats sont sensibles au maillage appliqué et comme le soulignait Badcock et al [7], la génération de maillage constitue une étape cruciale dans le process de simulation. Différents types de maillages ont été développés ces dernières années. Ainsi les maillages sont structurés, avec des éléments 2D quadrilatéraux ou 3D hexaédriques, non structurés, avec des éléments 2D triangulaires ou quadrilatéraux irréguliers ou 3D tétraédriques ou hexaédriques irréguliers ou hybrides. Selon Badcock et al [7], Baker [9] et autres, bien que les maillages structurés soient longs à construire, ils restent les plus adaptés pour la résolution des équations de Navier-Stokes lorsque le nombre de Reynolds est élevé. Deux approches ont été développées pour la construction des maillages structurés : les méthodes numériques et les méthodes algébriques.

Les méthodes numériques consistent à résoudre un système d'équations elliptiques, paraboliques ou hyperboliques. Les premiers maillages elliptiques étaient basés sur la résolution des équations de Laplace. Un maillage de bonne qualité est

caractérisé par des mailles quasi-orthogonales à l'intérieur du domaine, avec un rapport d'aspect de l'ordre de l'unité. Thames et al [132] ont alors introduit des termes sources dans les équations pour contrôler le maillage au voisinage des frontières du domaine. Leur technique a été implémentée dans le code TOMCAT [135]. Steger et Sorensen [125] ont proposé d'autres fonctions pour contrôler l'espacement des mailles et l'orthogonalité du maillage sur les frontières du domaine d'étude. Ces nouvelles fonctions de contrôle sont déterminées par méthode itérative. Thomas et Middlecoff [134] ont quand à eux proposé une autre formulation des fonctions de contrôle pour resserrer les mailles au voisinage des frontières solides. Ces deux dernières méthodes ont été appliquées dans le code GRAPE [122]. Dans [99], Ryskin et Leal, reprenant Thompson et al [136], introduisaient une approche différente pour construire un maillage orthogonal : les termes sources étaient exprimés en fonction des éléments du tenseur métrique de la transformation, avec la définition d'une fonction de distorsion f . En 2D, il en résultait un système de 3 équations non linéaires. Ryskin et Leal [99] proposaient alors de calculer la fonction f par interpolation algébrique. Les équations du maillage étaient ensuite résolues avec les termes sources ainsi déterminés. Une extension de cette dernière approche a été proposée par Tamamidis et Assanis [129] avec l'introduction d'une équation de Poisson pour la détermination de la fonction f . Il en résulterait un meilleur contrôle des distorsions du maillage. Plus tard, Eça [31] proposait de résoudre le système d'équations non-linéaires en appliquant un procédé itératif. Enfin Nair et Sengupta [86] ont introduit une approche hyperbolique pour construire un maillage orthogonal. Les espaces entre les mailles étant fixés, le maillage était construit ligne par ligne, les équations résolues étant l'équation qui exprime la condition d'orthogonalité du maillage et une des équations de Beltrami. Ces dernières équations sont obtenues par une combinaison de la condition d'orthogonalité du maillage avec la définition du Jacobien de la transformation. La frontière externe du domaine n'étant pas préalablement définie, cette technique est adaptée aux écoulements externes.

Les maillages algébriques sont construits par interpolation linéaire ou bilinéaire. Des lois de puissance sont appliquées pour resserrer les mailles parallèlement à certaines frontières. Dans Maruszewski et Amano [78], la hauteur de la première rangée de cellules autour de la paroi est spécifiée à l'aide de facteurs d'expansions. D'autres techniques de contrôle de l'espacement des mailles et de

l'orthogonalité du maillage généré par interpolation algébrique sont présentées par Steinhörsson et al [126].

Lorsque la géométrie de l'obstacle est complexe, le maillage est généré par blocs. Les maillages multi-blocs sont construits par étape : le domaine d'étude est scindé en sous-domaines ou blocs. Ensuite, le maillage est construit à l'intérieur de chaque bloc par interpolation algébrique puis lissé par quelques itérations avec la résolution d'équations elliptiques. A l'intérieur des blocs, le maillage peut être également du type non structuré.

Dans de nombreuses applications telles que celles de la IFS (Interaction Fluide Structure), la géométrie évolue avec le temps. Le maillage doit alors se déplacer pour suivre le déplacement des frontières. Les équations de Navier-Stokes sont alors formulées en ALE et une loi de conservation du maillage doit être respectée.

Pour le cas des écoulements autour des profils d'ailes, le maillage, mobile ou fixe, doit être suffisamment dense autour du profil pour capturer les effets de la couche limite et en aval du profil pour capturer le sillage. Mais la résolution optimale du maillage varie avec les modèles adoptés pour représenter la turbulence.

1.2.5 Modélisation de la turbulence

La plupart des méthodes CFD sont basées sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes (RANS) qui sont obtenues en considérant que les variables instantanées sont composées d'une valeur moyenne et d'une valeur fluctuante :

$$u = \bar{U} + u' \quad \text{pour la vitesse} \quad (1.4a)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad \text{pour la pression} \quad (1.4b)$$

avec $\bar{u}' = 0$ et $\bar{p}' = 0$. Les équations de Navier-Stokes qui sont écrites pour le mouvement instantané résultent une formulation en fonction des vitesses moyennes avec des termes supplémentaires $-\overline{u'_i \cdot u'_j}$ dans les équations de quantité de

mouvement. Ces termes traduisent l'influence de la turbulence sur le mouvement moyen et constituent le tenseur de Reynolds [24].

$$k = \frac{1}{2} \cdot \overline{u'_i \cdot u'_i}$$

est l'énergie cinétique de turbulence. Les tensions de Reynolds sont des inconnues supplémentaires dont la résolution est effectuée à l'aide de techniques appelées hypothèses de fermeture (de 1^{ier} ordre ou 2^{ième} ordre) ou modèles de turbulence.

Modèles linéaires. Les premiers modèles construits avec les hypothèses de fermeture de 1^{ier} ordre sont basés sur l'approximation de Boussinesq qui est appliquée pour décrire le tenseur de Reynolds :

$$-\overline{u'_i \cdot u'_j} = \nu_t \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} k \cdot \delta_{ij} \quad (1.5)$$

δ_{ij} étant le symbole de Kronecker. Le tenseur d'isotropie ainsi défini est linéaire :

$$a_{ij} \equiv \frac{\overline{u'_i \cdot u'_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (1.6)$$

et les modèles de turbulence sont linéaires. Les premiers modèles construits étaient des modèles à une équation algébrique basés sur la longueur de mélange tels que le modèle de Prandtl et le modèle Cebeci-Smith ou Baldwin-Lomax. Les techniques ont ensuite évoluées avec les modèles à une équation différentielle pour l'énergie cinétique de turbulence k (Norris-Reynolds) ou pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence ε défini par :

$$\varepsilon = \nu \cdot \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$$

(Spalart-Allmaras ou Baldwin-Barth) et les modèles à deux équations différentielles [48, 124]. Le modèle k/ε est le modèle linéaire à deux équations différentielles le plus populaire. Différentes variantes ont été développées pour ce modèle (RNG k/ε , RKE k/ε , ...). Le modèle RNG k/ε a été développé par Yakhot et Orszag [147] à partir des équations instantanées de Navier Stokes avec l'utilisation d'une technique mathématique appelée méthode de Renormalization Group. Il en résulte un modèle similaire dans la forme au modèle standard k/ε mais avec des constantes différentes et des termes et fonctions supplémentaires dans l'équation pour ε qui représentent l'effet de la distorsion de l'écoulement moyen sur ε . Ce modèle est plus fondamental

que le modèle standard k/ε et les résultats devraient être plus précis. Parmi les modèles linéaires à deux équations différentielles, on peut citer également le modèle k/ω de Wilcox où ω est le taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique de turbulence défini par

$$\omega = k/\varepsilon$$

et le modèle SST k/ω de Menter [83] qui est une combinaison des modèles k/ε et k/ω . La méthode applique le modèle k/ω au voisinage des parois; un terme de diffusion est inclus dans les équations avec des fonctions qui permettent de basculer ensuite vers le modèle k/ε lorsque l'on se rapproche des frontières de la couche limite. Cette technique permettrait de profiter des avantages de chaque modèle : (i) Le modèle k/ω ne nécessite aucune correction au voisinage de la paroi; les résultats sont plus précis pour les écoulements avec couche limite soumises à des gradients de pression adverses. Cependant, la solution dépend des valeurs attribuées aux variables turbulentes caractérisant l'écoulement externe et notamment à ω . (ii) Le modèle k/ε n'aurait pas cette même dépendance mais nécessite des modifications au voisinage de la paroi. Les modèles k/ε et k/ω sont soit intégrés à partir de la paroi (formulations aux bas nombres de Reynolds) soit appliqués avec une loi de paroi (formulations aux grands nombres de Reynolds). La résolution des équations jusqu'à la paroi nécessite un maillage très fin à cause de la très faible épaisseur de la sous couche visqueuse et des importants gradients de la solution. Les vitesses sont faibles, d'où l'appellation modèles à bas nombres de Reynolds. Ces modèles nécessitent un maillage comprenant 60 à 100 rangées de cellules dans la couche limite autour du profil avec des valeurs de y^+ de l'ordre de 1 [96]. Dans les modèles aux grands nombres de Reynolds, les conditions aux limites à la paroi sont remplacées par des lois de paroi. Les premières lois développées telles que la loi logarithmique étaient semi-empiriques. Les modèles ont ensuite évolué avec le développement de fonctions analytiques puis numériques [139]. Goncalves et Houdeville [42] ont montré que les résultats obtenus à l'aide du modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds avec une loi de paroi pouvaient être comparables à ceux obtenus avec un modèle à bas nombre de Reynolds si le maillage est bien adapté. Mais les avis restent partagés. Une alternative à ces deux formulations est donnée par les modèles de turbulence à deux couches. Ces modèles consistent à simuler l'écoulement au voisinage du profil avec un modèle à une équation formulé

pour les bas nombres de Reynolds [51, 96, 144] ou un modèle basé sur la longueur de mélange; dans les autres régions, loin de la paroi, l'écoulement est simulé avec un modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds. Les modèles basés sur la longueur de mélange ne sont adaptés que pour la couche limite; ils permettraient de reproduire la loi logarithmique [24]. Les résultats obtenus avec les modèles à 2 couches seraient similaires à ceux des modèles à bas nombres de Reynolds mais ils ont l'avantage de nécessiter des maillages moins fins au voisinage du profil avec 10 à 15 mailles suivant la hauteur de la couche limite [96].

Modèles non linéaires. Les modèles linéaires ont été développés pour des écoulements turbulents homogènes isotropes. Pour tenir compte de l'anisotropie, le tenseur de Reynolds est exprimé par une relation plus générale qui fait intervenir en plus du tenseur des vitesses de déformation

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

le tenseur de vortacité Ω_{ij} défini par :

$$\Omega_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

Ce qui conduit à des modèles cubiques ou quadratiques non linéaires à deux équations différentielles pour k et ε , qui se distinguent des modèles linéaires par des termes supplémentaires et des constantes différentes.

Modèles RSTM. Les modèles basés sur des techniques de fermeture au second ordre consistent à résoudre l'équation de transport exacte pour $-\overline{u'_i \cdot u'_j}$ (Reynolds Stress Transport Modelling). Chaque terme de l'équation obtenue constitue une équation à résoudre. L'anisotropie de la turbulence ainsi que les effets de la courbure des parois et de la rotation sont pris en compte [67]. Leschziner [74] a montré que les résultats obtenus avec un modèle RSTM se comparaient mieux aux valeurs expérimentales que les résultats obtenus à l'aide des modèles k/ε à bas nombres de Reynolds. Les simulations ont été effectuées pour différents écoulements dont les écoulements autour des profils RAE 2822 et ONERA-A. Cependant, le nombre d'équations à résoudre étant plus grand le temps CPU résultant est plus important qu'avec les autres modèles.

Application. Des revues de modèles de turbulence ont été effectuées de manière extensive par Tulapurkara [138] et Kral [67]. Leurs analyses ont été effectuées essentiellement pour des écoulements compressibles que l'on peut rencontrer en aéronautique. Elles sont citées ici de par leur caractère exhaustif. De plus, certains commentaires ont été retrouvés dans d'autres études comparatives effectuées pour des écoulements à faible nombre de Mach ou incompressibles.

Tulapurkara [138], après avoir décrit une vingtaine de modèles de turbulence, a présenté une revue de simulations numériques qui ont été effectuées pour des écoulements compressibles et incompressibles autour de différents obstacles tels que profils, ailes et avion. Pour les cas des écoulements incompressibles autour des profils d'ailes, trois résultats de simulations ont été cités : (i) écoulement autour d'un profil NACA 0012 placé sous une incidence de 12° avec $Re = 10^6$, la turbulence étant représentée par le modèle k/ε ; les auteurs de l'étude recommandaient de revoir l'expression d'un terme de l'équation pour k ; (ii) modèle SST k/ω de Menter appliqué à l'écoulement autour d'un profil NACA 4412 avec $\alpha = 13.87^\circ$ et $Re = 1.52 \times 10^6$. Les profils de vitesse obtenus seraient en meilleure adéquation avec les valeurs expérimentales comparés aux résultats obtenus avec les modèles k/ε et k/ω ; (iii) écoulement autour d'un profil ONERA placés sous les incidences de 7.2° et 13.3° , avec $Re = 2.1 \times 10^6$, la turbulence étant représentée par les modèles k/ε , k/ε non linéaire et RSTM. Pour les deux valeurs de l'angle d'attaque considérées, le modèle k/ε n'a pas donné de satisfaction. Avec les deux autres modèles, les prédictions étaient bonnes seulement pour $\alpha = 7.2^\circ$.

Kral [67] a évalué 10 modèles de turbulence : les modèles algébriques de Baldwin-Lomax et de P.D. Thomas, cinq modèles k/ε à bas nombres de Reynolds dont la différence réside dans les constantes et fonctions d'amortissement et le modèle SST k/ω de Menter. Des simulations ont été effectuées à l'aide d'un seul code de calcul pour différents écoulements compressibles parmi lesquels le profil RAE 2822 placé sous les conditions suivantes :

- $\alpha = 2.55^\circ$ avec $Re = 6.5 \times 10^6$ et $M_\infty = 0.725$ et
- $\alpha = 3.19^\circ$ avec $Re = 6.2 \times 10^6$ et $M_\infty = 0.75$,

α étant l'angle d'attaque et M_∞ le nombre de Mach. Pour le premier cas, l'écoulement n'étant pas décollé, les résultats obtenus avec les différents modèles de turbulence étaient similaires. Toutefois, les valeurs des coefficients de traînée C_D et de portance C_L obtenues avec le modèle SST k/ω se comparaient le mieux aux valeurs expérimentales avec des erreurs de 2.8 % et -1.2 % pour C_D et C_L respectivement. Pour le second cas, avec $\alpha = 3.15^\circ$, le modèle SST k/ω a été le seul à détecter le décollement de l'écoulement après l'onde de choc et à reproduire l'écoulement dans le sillage du profil. Cependant, les valeurs de C_D et C_L obtenues avec les 2 variantes du modèle k/ε étaient les plus proches des valeurs expérimentales avec des erreurs inférieures à 6 % et -0.3 % pour C_D et C_L respectivement. Avec le modèle de Menter les erreurs étaient de -6.6 % et -3.1 %. L'auteur expliquait que les performances du modèle SST k/ω seraient dues à la limitation de la viscosité turbulente introduite par Menter. Les contraintes de cisaillement étaient limitées lorsque la production devenait supérieure à la dissipation, ce qui résulterait en des bulbes de décollement, souvent en bonne adéquation avec l'expérience.

Guilmineau et al [47] ont comparé les modèles algébriques Baldwin-Barth et Baldwin-Lomax et le modèle à deux équations de transport SST k/ω de Menter. Les simulations ont été effectuées pour 3 types de profils dont le profil NACA 4412 placé sous une incidence de 13.87° avec $Re = 1.52 \times 10^6$. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec le modèle de Menter quoique selon les auteurs, le caractère instationnaire de l'écoulement tels que le décollement intermittent et forces rémanentes n'ait pas été détecté.

Selon Badcock et al [7], les résultats obtenus avec les modèles algébriques sont en bonne concordance avec les données de référence lorsqu'il n'y a pas de décollement de la couche limite. Un exemple a été donné avec le calcul des distributions de pression et du coefficient de frottement autour d'un profil RAE 2822. Ces simulations avaient été effectuées avec le modèle algébrique de Baldwin-Lomax. Les résultats ont été comparés à des valeurs expérimentales pour deux types d'écoulement, avec et sans décollement. Des calculs avec un maillage plus fin n'avaient pas amélioré la solution.

Catalano et Amato [18] ont comparé le modèle à une équation de Spalart-Allmaras, un modèle k/ε linéaire, deux variantes du modèles k/ω , le modèle SST k/ω de Menter et un modèle k/ε non linéaire. Leurs simulations ont été appliquées au profil RAE 2822 avec $\alpha = 2.57^\circ$ et $Re = 6.2 \times 10^6$, à une aile RAE M2155 et à une aile de l'A310. Pour les trois cas étudiés, les meilleurs résultats ont été obtenus avec le modèle SST k/ω , le modèle k/ω Wilcox étant le moins performant. Comparés aux autres modèles, le modèle SST k/ω de Menter aurait été le seul à déceler la caractéristique brusque du décrochage de l'écoulement observé expérimentalement. Les résultats seraient similaires à ceux obtenus avec les modèles non linéaires mais en étant moins rigides et les calculs seraient moins coûteux.

Benjanirat et al [11] ont comparé le modèle k/ε au modèle algébrique de Baldwin-Lomax et au modèle à une équation de Spalart-Allmaras. Des simulations ont été effectuées pour le calcul des efforts et performances aérodynamiques de l'éolienne à axe horizontal expérimentée par NREL dans la soufflerie NASA-Ames. Les résultats obtenus à l'aide du modèle k/ε appliqué avec une loi de paroi se comparaient le mieux aux valeurs mesurées.

Récemment, Celic et Hirschel [19] ont présenté une étude comparative de différents modèles de turbulence appliqués à des écoulements avec gradients de pression adverses dont un écoulement autour du profil Aérospatiale-A placé sous une incidence de 13.3° , avec un nombre de Reynolds $Re = 2 \times 10^6$ et un nombre de Mach de 0.15. Onze modèles de turbulence ont été comparés dont 5 modèles algébriques à une équation, 5 variantes du modèle k/ω à deux équations de transport et un modèle algébrique non linéaire à 2 équations formulé en k/ω (EASM- k/ω). Pour représenter la transition, une valeur nulle a été attribuée aux termes sources des équations de transport pour la zone en amont du point de transition. Les calculs ont été effectués avec un maillage tel que $y^+ \leq 1$. La concordance des résultats des calculs avec les valeurs expérimentales variait avec le modèle de turbulence appliqué. Un meilleur accord était obtenu avec les modèles qui permettent de limiter la viscosité turbulente dans la couche limite. Cependant, avec tous les modèles, la zone de recirculation de l'écoulement au bord de fuite était plus petite que celle observée expérimentalement. Les distributions du coefficient de pression calculées

étaient toutes supérieures aux valeurs expérimentales pour $x/c > 0.8$. Le plateau de pression qui est une caractéristique des écoulements décollés au bord de fuite n'a pas été retrouvé dans les résultats des simulations numériques. Les différences entre les pressions calculées avec les différents modèles étaient plus importantes au bord d'attaque.

Il est généralement admis que la transition joue un rôle important pour une correcte évaluation de l'écoulement autour des profils et notamment pour le calcul de la traînée. Selon Ahn [4], une estimation incorrecte de la localisation de la transition réduit de manière importante le niveau de précision des caractéristiques de l'écoulement. Il s'en suivrait qu'une estimation précise de la traînée par une méthode CFD nécessiterait une estimation précise de la transition. Cependant, des investigations sur le phénomène de décrochage statique et dynamique effectuées récemment par Shelton et al [108] ont montré que la prise en compte de la transition ne répondait pas à la défaillance des méthodes CFD basées sur la résolution des équations moyennées de Navier Stokes (RANS). Ils ont rappelé que les modèles de turbulence ont été initialement développés et validés pour des écoulements autour d'une plaque plane et autres écoulements avec de faibles gradients de pression. Les résultats généralement obtenus avec les équations moyennées de Navier Stokes étaient assez variés aux angles d'attaque correspondant au décrochage. Lorsqu'il était assumé que l'écoulement était totalement turbulent, les équations moyennées de Navier Stokes surestimaient la traînée, la portance maximale et le moment ainsi que la valeur de l'angle d'attaque correspondant à $C_{L \max}$.

Les méthodes basées sur la simulation des grandes échelles (LES) seraient plus aptes à analyser des écoulements décollés comme cela est montré dans [25, 79]. Cependant, ces méthodes sont coûteuses en temps de calcul pour la résolution de la couche limite turbulente aux grands nombres de Reynolds. Mellen et al [82] dans leur synthèse des résultats obtenus dans le cadre du projet LESFOIL, un projet européen dont le principal objectif était d'évaluer la faisabilité des méthodes LES pour le calcul de l'écoulement autour de profils d'ailes, notaient que les méthodes LES étaient en mesure de produire une correcte analyse de l'écoulement. Des détails de la structure de l'écoulement et de son évolution temporelle, que l'on ne pouvait avoir avec la résolution des équations moyennées de Navier Stokes, ont été

obtenus. Cependant, la satisfaction des conditions de résolution a conduit à des calculs très coûteux et actuellement non adéquats pour un usage courant. Une alternative serait d'utiliser une technique hybride RANS-LES appelée méthode DES (Detached Eddy Simulation) qui consiste à appliquer une méthode basée sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes au voisinage du profil et la méthode LES dans le reste du domaine. Selon [66], les résultats obtenus avec les méthodes DES sont en meilleure concordance que ceux obtenus avec les méthodes RANS lorsqu'elles sont appliquées pour la résolution des équations tridimensionnelles non permanentes à cause du traitement LES des régions où l'écoulement est décollé.

Dans [106], l'écoulement autour d'un profil d'aile a été simulé avec la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes ou méthode DNS qui consiste à résoudre les équations 3D instationnaires de Navier-Stokes pour les valeurs instantanées des variables. Cependant, tout comme avec les méthodes LES, les simulations DNS sont coûteuses en temps de calcul et ne sont appliquées que pour les études d'écoulements autour de pales d'hélicoptères ou ailes d'avion.

1.2.6 Méthodes CFD appliquées aux pales d'éoliennes

La théorie de l'élément de pale est toujours très utilisée pour la détermination des forces aérodynamiques exercées par le vent sur les pales. Et, comme cela a été déjà noté, cette théorie est sensible aux caractéristiques aérodynamiques des profils de pales utilisées. Comme les données qui étaient disponibles ne concernaient que la partie linéaire de la courbe $C_L(\alpha)$, les premières études CFD appliquées aux pales d'éoliennes avaient pour objectif de déterminer les caractéristiques 2D des profils pour les grandes valeurs de l'angle d'incidence. Ces simulations CFD ont été basées sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes (méthodes RANS) :

Yang et al [148] avaient utilisé un code maison pour simuler l'écoulement autour des profils NREL S805 et S809, spécialement conçus pour les ailes de rotors éoliens. Les équations moyennées de Navier-Stokes ont été résolues pour un écoulement 2D incompressible, stationnaire et totalement turbulent. Une formulation pseudo compressible a été adoptée, les équations étant résolues par la méthode des

différences finies. La turbulence était représentée par le modèle algébrique de Baldwin-Lomax et les calculs effectués avec un maillage tel que la hauteur de la première rangée de cellules autour du profil était de $10^{-3} \times C$, C étant la corde du profil. Leurs résultats ont été comparés aux valeurs obtenues avec le code EPPLER et aux valeurs expérimentales publiées dans [111, 112]. Les simulations ont été effectuées pour de faibles valeurs de l'angle d'incidence, les auteurs recommandaient le choix d'un autre modèle de turbulence pour des angles d'attaques plus élevés. Ce qui a été fait dans [149] où la turbulence a été représentée par le modèle k/ω à deux équations.

Wolfe et Ochs [143] ont utilisé pour leurs simulations un code commercial, CFD ACE. Les équations moyennées de Navier Stokes (Favre) ont été résolues par la méthode des volumes finis. Ils avaient considéré un profil S809 avec des angles d'attaque variant de 0° à 20° et un nombre de Reynolds de 2×10^6 . Les simulations ont été effectuées pour un écoulement 2D incompressible, stationnaire et totalement turbulent puis laminaire/turbulent, la turbulence étant représentée par le modèle k/ε . Les résultats obtenus avec l'approche écoulement laminaire/turbulent étaient en meilleure concordance avec les valeurs expérimentales publiées par Somers [112] mais des écarts ont été notés pour les angles d'attaque de 14.24° et 20.15° .

Bertagnolio et al [13] ont appliqué un code maison, EllipSys2D, à plusieurs types de profils utilisés dans la construction des éoliennes. Les simulations ont été effectuées pour un écoulement 2D incompressible, stationnaire et laminaire/turbulent. La turbulence était représentée par le modèle SST k/ω de Menter et la transition était définie par le modèle de Michel combiné à la fonction empirique de Chen et Tyson qui permet de déterminer la longueur de la zone de transition. Le modèle de Chen et Tyson est basé sur une fonction d'intermittence γ_{tr} donnée par l'équation :

$$\gamma_{tr} = 1 - \exp\left[\left(-\frac{Re_{xtr}}{G_{\gamma_{tr}} \cdot v^2}\right) \cdot U_e(x) \cdot (x - x_{tr}) \cdot \int_{x_{tr}}^x \frac{dx}{U_e(x)}\right] \quad (1.7)$$

$G_{\gamma_{tr}}$ étant un paramètre empirique obtenu avec la corrélation empirique suivante :

$$G_{tr} = \frac{213}{3} \cdot [\log(Re_{xtr}) - 4.732]$$

Si le nombre de Reynolds est important, il est recommandé de prendre $G = 1200$. Lorsque $\gamma_{tr} = 0$, la couche limite est laminaire. Si $\gamma_{tr} = 1$, la couche limite est turbulente [33]. Le coefficient de viscosité turbulente est multiplié par γ_{tr} pour éviter une transition brusque. Les résultats reportés dans [13] ont montré que la solution était sensible à la géométrie des profils. Dans l'ensemble, les valeurs obtenues pour la partie linéaire de la courbe $C_L(\alpha)$ étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales. La fiabilité des résultats était plus importante lorsque le point de transition était bien défini.

Avec une formulation des équations incompressibles de Navier Stokes basée sur le rotationnel du vecteur vitesse et sur la fonction de courant, Sorensen et Nygreen [118] ont présenté une analyse de l'écoulement instationnaire laminaire/turbulent autour d'un profil d'aile isolé, Aérospatiale-A, pour des angles d'attaque de 10.1° , 13.3° , 17.6° , 25° et 40° et autour d'un profil NACA 0015 en mouvement oscillatoire. Trois modèles de turbulence ont été comparés : le modèle algébrique de Baldwin-Lomax et les modèles à 1 équation de Baldwin-Barth et Spalart-Allmaras. Le point de localisation de la transition était fixé et la région de transition était représentée par une fonction d'intermittence. Pour le profil Aérospatiale-A, les calculs ont été effectués avec un maillage tel que $y^+ \leq 3$. Les auteurs notaient que les résultats obtenus avec les 3 modèles étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales lorsque l'écoulement n'était pas décollé. Pour les angles d'attaque de 25° et 40° , les calculs ont été effectués avec des pas de temps $\delta t = 2 \times 10^{-4}$ s avec les modèles de Baldwin-Lomax et Baldwin-Barth. Avec ce dernier modèle, la solution permanente a été atteinte au bout de 35 s et 40 s pour les angles d'attaque de 25° et 40° respectivement. La solution avec le modèle algébrique ne s'était pas stabilisée. Pour le modèle Spalart-Allmaras, un pas de temps plus faible a du être choisi. Les auteurs n'ont pas poursuivi leur calcul.

Zhang et al [150], en se basant sur le fait que lorsque l'angle d'attaque est élevé, les vitesses agissantes sur le profil sont beaucoup plus importantes que la vitesse de l'écoulement non perturbé ou à faible incidence, notaient que l'hypothèse d'un écoulement incompressible n'était pas toujours justifiée. Ils ont alors utilisé un code basé sur la résolution des équations compressibles de Navier Stokes par la

méthode des différences finies. Les simulations ont été effectuées pour le profil NREL S809 en calculs stationnaire puis instationnaire; quatre modèles de turbulence ont été comparés (variantes linéaires et non linéaires des modèles k/ε et q/ω), pour des angles d'attaque variant de 0° à 70° et pour un nombre de Reynolds de 6.5×10^5 . Les calculs stationnaires ont atteint la convergence après plus de 10000 itérations. Des fluctuations de pression ont été obtenues pour les calculs effectués avec les angles d'attaque de 16° et 18° lorsque la turbulence était représentée par la variante non linéaire du modèle k/ε . Les coefficients de portance et traînée calculés en stationnaire étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales jusqu'à un angle d'attaque de 10° environ. Notant que les calculs instationnaires nécessitaient des temps de calcul importants, les auteurs n'ont montré que l'évolution des lignes de courant obtenues pour un angle d'attaque de 70° . Leurs résultats ont été comparés aux valeurs des coefficients C_L et C_D mesurés par Butterfield et al [16].

Brodeur et Van Dam [15] ont introduit une méthode de détermination systématique du point de transition. La méthode a été implémentée dans un code de calcul CFD où les équations incompressibles moyennées de Navier-Stokes ont été couplées à une méthode intégrale. Cette dernière méthode utilisait les profils de vitesse solutions des équations RANS dans la couche limite. La transition a été déterminée à l'aide du critère e^n basé sur les instabilités de Tollmien-Schlichting. Des simulations ont été effectuées pour les profils NLF(1)-416 et NREL S809 avec un nombre de Reynolds $Re = 2 \times 10^6$. Les distributions du coefficient de pression et variations du coefficient de portance ont été comparées à des valeurs expérimentales et, pour le coefficient de portance C_L , aux valeurs obtenues avec des simulations effectuées pour un écoulement totalement turbulent. Les valeurs du coefficient de portance calculées avec la prise en considération de la transition étaient en bonne concordance avec les données expérimentales. Ces résultats sont en contradiction avec les commentaires de Shelton et al [108].

Des simulations quasi-3D ou 3D basées sur une formulation mixte ont été effectuées pour étudier les effets 3D et de la rotation. Ces simulations ont été exploitées pour proposer des corrélations semi-empiriques et corriger les

caractéristiques 2D des profils utilisées dans le calcul des forces avec la théorie de l'élément de pale :

Dans [116], un algorithme mixte Euler/Navier-Stokes a été présenté. Cet algorithme consistait à résoudre les équations de Navier-Stokes au voisinage du rotor. Loin du rotor, le maillage était moins fin et les équations axisymétriques d'Euler pour un disque en rotation étaient résolues. La méthode a été appliquée pour le calcul des performances d'une éolienne à axe horizontal, la turbulence étant représentée par le modèle k/ε . Les résultats obtenus ont été comparés à des valeurs mesurées pour 3 valeurs de la vitesse du vent, 10 m/s, 15 m/s et 20 m/s. Le résultat correspondant à 15 m/s était en bonne adéquation avec la valeur mesurée mais pour les 2 autres calculs la puissance a été mal estimée.

Hansen et al [49] ont présenté les résultats d'un calcul 3D de l'écoulement autour d'une pale basée sur le profil NLF(1)-0416, la turbulence étant représentée par un modèle k/ε corrigé (le coefficient de viscosité a été réduit de 10%). Les variations du coefficient de portance avec l'angle d'incidence ont été représentées pour différentes positions suivant l'envergure pour montrer l'importance des effets 3D.

Sorensen et al [117] ont appliqué différentes formulations des équations de Navier-Stokes pour l'étude du phénomène de décrochage statique et des effets de la rotation sur une pale : (i) Avec une formulation basée sur le rotationnel du vecteur vitesse et la fonction de courant, les simulations étaient effectuées en 2D pour un écoulement autour d'un profil ONERA-A, la turbulence étant représentée par les modèles Baldwin-Barth et Baldwin-Lomax. Dans la zone de transition, le coefficient de viscosité turbulente était remplacé par une équation qui faisait intervenir les localisations (sur l'extrados et l'intrados) des points de transition obtenues expérimentalement. Les résultats obtenus montraient que les solutions étaient sensibles au maillage appliqué pour les simulations effectuées avec de grandes valeurs de l'angle d'attaque. (ii) Les équations de Navier-Stokes basées sur une formulation vitesse-rotationnel du vecteur vitesse ont été réécrites en appliquant des ordres de grandeurs aux dérivés suivant la direction z (envergure de la pale). Il en résultait un modèle quasi-3D où les effets de la rotation et de l'écoulement radial

étaient pris en compte. Les caractéristiques 3D d'un profil NACA 0012 ont été estimées en calcul laminaire, pour un nombre de Reynolds $Re = 200$. Les variations de C_L avec l'angle d'attaque ont été comparées aux valeurs obtenues en 2D pour différentes positions sur la pale, le long de l'envergure. Il était noté que les valeurs 3D de C_L augmentaient lorsque l'on se rapprochait du moyeu et que les valeurs obtenues en 3D étaient supérieures aux valeurs 2D. Ces résultats ont été confrontés à une corrélation proposée par Snel et al pour déterminer les caractéristiques des profils en tenant compte de la rotation et des effets 3D. Les valeurs correspondant aux positions voisines du moyeu n'étaient pas comparables. Les simulations n'ont pu se faire pour un écoulement turbulent, la solution étant instable. Les auteurs attribuaient cette défaillance à l'aspect des mailles dont le rapport était important. (iii) Avec une formulation classique pression vitesse des équations de Navier-Stokes, le phénomène de décrochage statique sur une aile fixe puis en rotation a été analysé en 3D. La turbulence était représentée par le modèle k/ε avec une loi de paroi logarithmique. Les calculs ont été effectués pour une aile basée sur le profil NLF(1)-0416 et pour un nombre de Reynolds $Re = 10^6$. La valeur de $C_{L_{max}}$ obtenue avec un calcul préliminaire 2D était inférieure à la valeur expérimentale. Les calculs 3D effectués pour $\alpha = 5^\circ$ montraient que C_L diminuait lorsque l'on s'éloignait du moyeu. Le décrochage statique sur une aile en rotation a été ensuite considéré avec l'insertion de termes dans les équations à résoudre pour la prise en compte des effets des forces centrifuges et de Coriolis. Les solutions obtenues montraient que le décrochage était alors retardé et que les valeurs de C_L obtenues avec les calculs 3D étaient supérieures aux valeurs 2D. La comparaison a été effectuée pour les valeurs obtenues à environ 36% de l'envergure de la pale.

Chaviaropoulos et Hansen [20] ont présenté un modèle quasi - 3D obtenu à partir des équations 3D incompressibles de Navier-Stokes exprimées en coordonnées cylindriques. L'équation pour la composante radiale a été simplifiée avec des valeurs moyennes pour les variables radiales et des hypothèses simplificatrices pour les expressions des dérivés radiales. Des termes sources ont été ajoutés dans les équations de continuité et de quantité de mouvement axial pour la prise en compte des effets 3D et de la rotation. L'approche ressemble à celle développée par Sorensen et al [117] (citée dans le point (ii) ci-dessus) mais ici les équations ont été écrites sous une formulation pression-vitesse. La turbulence était

représentée par le modèle k/ω de Wilcox. La méthode a été implémentée dans un code spécifiquement développé pour les éoliennes et appliquée à des pales basées sur les profils de la série NACA 634XX et NACA 632XX. Il était noté que les effets 3D n'avaient pas d'influence significative lorsque l'écoulement n'était pas décollé. Lorsqu'il y a décollement, les forces de Coriolis réorientaient les bulbes de décollement vers la direction radiale, ce qui produisait une baisse de pression sur l'extrados et donc une augmentation des forces aérodynamiques. Les auteurs montraient que les paramètres qui déclenchent les effets 3D sont le rapport c/r et l'angle de calage. Des simulations plus intensives ont été effectuées pour une pale basée sur le profil NACA 63215; des corrélations semi empiriques ont été déduites à partir des résultats obtenus pour corriger les valeurs 2D des coefficients caractéristiques et tenir compte des effets 3D et de la rotation.

Xu et Sankar [148] ont développé une approche hybride, ou zonale, qui consistait à représenter l'écoulement autour de l'éolienne par une zone visqueuse au voisinage du rotor, une zone externe non visqueuse et un écoulement tourbillonnaire dans le sillage des pales. Chaque région était modélisée différemment : les équations de Navier-Stokes étaient résolues pour la partie interne visqueuse, la turbulence étant représentée par le modèle de Spalart-Allmaras. La région externe était représentée par la superposition de deux champs de vitesse, rotationnel et irrotationnel; le champ de vitesse irrotationnel était déterminé avec la résolution d'une équation d'onde pour le potentiel vitesse. La loi de Biot-Savart a été appliquée pour déterminer le champ de vitesse rotationnel. Pour les grandes vitesses de vent, lorsque le décollement de l'écoulement était massif, l'écoulement était simulé avec la résolution des équations de Navier-Stokes. Les résultats de ces simulations ont été exploités pour le développement de corrélations semi empiriques pour le coefficient de portance à utiliser dans la théorie de l'élément de pale lors du calcul des forces. Cette méthode hybride a été également appliquée dans [137] pour des cas où l'aérogénérateur n'était pas face au vent (rotor incliné). Les simulations ont été effectuées pour différentes vitesses de vent et différentes valeurs de l'angle d'orientation, la turbulence étant représentée par les modèles Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras et k/ε . Aux faibles vitesses de vent, lorsque l'écoulement n'était pas décollé, les résultats obtenus étaient en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales. Des divergences ont été obtenues pour les cas où l'écoulement était

partiellement décollé. En conclusion, les auteurs notaient que (i) des modèles de turbulence et de transition plus élaborés devaient être considérés et (ii) un maillage plus fin devait être appliqué pour une résolution plus précise du décollement, ces calculs ayant été exécutés avec un maillage tel que y^+ variait de 10 (au voisinage du bord d'attaque) à 5 (à $x/c \approx 0.5$).

Une approche similaire a été proposée par Schmitz et Chattot [103] où un code CFD (CFX) a été couplé à un code basé sur la théorie de la surface portante. La différence avec la méthode présentée par Xu et Sankar [146] est qu'ici les singularités tourbillons représentaient toute la surface de la pale et non seulement les extrémités des pales comme dans [146]. La méthode a été appliquée pour le cas de l'aérogénérateur expérimenté en soufflerie par NREL. Pour les calculs CFD, un maillage constitué de 800 000 noeuds avec 120 points autour du profil a été considéré. Pour valider et analyser les résultats 3D, un calcul préliminaire a été exécuté en 2D pour deux valeurs du nombre de Reynolds, 2×10^6 et 10^6 , la turbulence étant représentée par les modèles k/ε et k/ω . Les coefficients de portance et de traînée obtenus avec $Re = 2 \times 10^6$ étaient comparables aux résultats obtenus par Wolfe et Ochs [143] jusqu'à $\alpha = 18^\circ$. Pour le calcul avec $Re = 10^6$, les résultats ont été comparés à ceux obtenus avec le code XFOIL de Drela [27] et à deux séries de valeurs expérimentales obtenues dans des souffleries différentes. Pour la partie linéaire de la courbe, des résultats similaires ont été obtenus avec les 3 simulations. Pour les grandes valeurs de l'angle d'incidence, une meilleure concordance avec les valeurs expérimentales a été obtenue avec le code XFOIL; ceci serait du modèle de transition appliqué dans le code. Les résultats obtenus avec le modèle k/ω étaient en meilleure concordance avec les valeurs expérimentales que ceux du modèle k/ε . La méthode proposée a été ensuite appliquée pour le calcul des distributions de forces et de pressions sur les pales et des performances de l'aérogénérateur. Les résultats obtenus ont été comparés aux valeurs expérimentales et aux résultats obtenus avec une autre méthode basée sur la théorie de la ligne portante. Avec les deux approches et les deux modèles de turbulence, les résultats étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales pour les calculs effectués avec la vitesse de vent $U_\infty = 7$ m/s. Pour les plus grandes valeurs de la vitesse du vent (jusqu'à $U_\infty = 13$ m/s), les résultats obtenus avec la méthode hybride proposée et le

modèle de turbulence k/ω se comparaient bien aux valeurs expérimentales. La défaillance du modèle k/ε serait due aux mauvaises estimations des forces aérodynamiques.

Des simulations 3D, basées sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes, ont été également effectuées pour étudier l'écoulement autour d'une pale statique ou en rotation fictive. Quelques simulations ont été basées sur les modèles hybrides (RANS/LES) :

Duque et al [29, 30] ont utilisé OVERFLOW, un code destiné aux rotors d'hélicoptères, la turbulence étant représentée par les modèles à une équation de Baldwin-Barth et Baldwin-Lomax. Les calculs ont été effectués en stationnaire avec un maillage fixe pour un écoulement compressible laminaire/turbulent. La transition a été fixée à $x/c = 0.25$ et la rotation de l'éolienne était représentée par des termes sources. Dans [29], les résultats ont été comparés aux premières expérimentations effectuées par NREL in situ (Phase II) et à deux autres méthodes de calcul, une méthode tourbillonnaire et une méthode basée sur la théorie de l'aile portante. Ces dernières simulations ont été effectuées avec CAMRAD-II, un code initialement développé pour les rotors d'hélicoptères et qui a été modifié pour une application aux éoliennes. Deux séries de caractéristiques aérodynamiques du profil de pale ont été utilisées dans CAMRAD-II : (i) les caractéristiques C_L et C_D étaient obtenues à l'aide d'un code basé sur la résolution des équations d'Euler combinée à une méthode intégrale pour le calcul de la couche limite. (ii) Les valeurs expérimentales C_L et C_D reportées dans [101] ont été utilisées. Un modèle semi empirique a été appliqué pour tenir compte des effets du décollement retardé observé sur une aile en rotation. Les résultats des simulations effectuées avec CAMRAD-II étaient en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales avant décrochage. Les auteurs montraient que la puissance était surestimée aux grandes valeurs de la vitesse du vent et que le modèle semi empirique qui représentait le retard du décrochage amplifiait la différence obtenue avec les différentes valeurs de C_L et C_D utilisées. Sans ce modèle, la puissance était sous-estimée. Les auteurs proposaient de poursuivre leurs investigations en utilisant des caractéristiques C_L et C_D obtenues à partir de la résolution des équations de Navier-Stokes. Des résultats analogues ont été obtenus avec les simulations effectuées avec le code CFD : les puissance et forces calculées

se comparaient bien aux valeurs expérimentales avant décrochage. Les deux modèles de turbulence appliqués ont donné des résultats similaires. Dans [30], des simulations similaires ont été effectuées et comparées cette fois aux expérimentations effectuées en soufflerie (Phase VI). Avec la méthode tourbillonnaire, la puissance était légèrement surestimée jusqu'à 15 m/s, les différences étant plus importantes au delà de cette valeur. Avec le code CFD, la puissance ainsi que les forces étaient bien estimées pour toutes les valeurs de la vitesse du vent. Les distributions de pression montraient des oscillations de pression au bord de fuite qui étaient attribuées à la formulation compressible des équations de Navier-Stokes. Les contours de vitesse montraient que le décollement de l'écoulement se déplaçait vers le bord d'attaque lorsque l'on se rapprochait du moyeu. A partir de $U_\infty = 20$ m/s, l'écoulement était totalement décollé sur toute la surface de la pale. Ces calculs CFD ont été exécutés avec un maillage composé de près de 11.5×10^6 noeuds avec $y^+ \approx 5$. La durée d'exécution des calculs était de 25.8H sur une machine multiprocesseurs.

Dans [121], le code EllipSys3D a été utilisé pour simuler l'écoulement autour d'une pale de l'aérogénérateur expérimenté par NREL en soufflerie. Deux calculs ont été effectués : (i) avec un domaine de section cylindrique représentant la soufflerie composé de 4.1×10^6 mailles en calcul stationnaire et instationnaire et (ii) avec un domaine O-O de grandes dimensions avec des frontières libres (écoulement externe), composé de 3.1×10^6 mailles en calcul stationnaire. Les équations moyennées de Navier-Stokes ont été résolues, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω de Menter. La rotation a été simulée par des termes sources pour tenir compte des forces de Coriolis et centripètes. Les pressions et forces de frottement calculées ont été exploitées pour l'estimation du couple moteur. Les résultats obtenus avec les différentes simulations étaient similaires. Les puissances calculées étaient différentes des valeurs expérimentales mais l'allure de la courbe a été retrouvée. Les forces normales et tangentielles calculées étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales à l'exception des résultats obtenus avec $U_\infty = 10$ m/s. Les auteurs expliquaient ce résultat par une instabilité de l'écoulement qui se produirait dans cette plage de vitesse. Il est à noter que cette divergence dans les résultats obtenus avec $U_\infty = 10$ m/s était particulièrement

importante pour la position radiale correspondant à $c/r = 0.47\%$ et qu'un résultat similaire a été retrouvé par Schmitz et Chattot dans [103].

Dans [21], une synthèse des résultats obtenus dans le cadre d'un projet européen VISCEL a été présentée. Ce projet avait pour objectif de vérifier si les codes et modèles de turbulence disponibles étaient adaptés pour la simulation de l'écoulement autour des pales d'éoliennes. Cinq codes ont été utilisés et les résultats comparés aux premières expérimentations effectuées par NREL in situ (PhaselI). Trois cas ont été considérés : $U_\infty = 7$ m/s, 13 m/s et 19 m/s. Toutes les simulations ont été effectuées avec un même maillage O – H multi blocs structuré composé de 1.1×10^6 mailles avec $y^+ \leq 2$. Les résultats obtenus avec les différents codes étaient similaires et en bonne concordance avec les valeurs expérimentales avant décrochage. Pour les grandes vitesses de vent, des divergences entre les différents résultats étaient notées et la puissance était sur-estimée.

Johansen et al [62] ont comparé (i) un modèle RANS, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω de Menter et (ii) un modèle DES basé sur le modèle SST k/ω de Menter. Leurs simulations numériques ont été effectuées avec EllipSys3D, un code de résolution des équations de Navier Stokes pour un écoulement incompressible basé sur l'algorithme PISO. Les calculs ont été effectués en 3D avec un maillage type O-O, constitué de 8.9×10^6 noeuds avec 256 points sur le profil, 256 noeuds suivant l'envergure et 128 noeuds suivant la normale au profil. Le maillage était tel que $y^+ \approx 2$. La vitesse du fluide imposée à l'entrée était de 20 m/s. Le cas test était une pale d'éolienne basée sur un profil NREL S809. Les auteurs montraient que les calculs DES n'avaient pas amélioré l'estimation des caractéristiques des pales, comparés aux résultats obtenus avec le modèle SST k/ω de Menter.

De même, Sorensen et al [119] ont comparé les résultats obtenus avec une méthode basée sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω avec une méthode DES. Leurs simulations ont été effectuées pour deux pales d'éolienne au repos, l'une était basée sur le profil NACA 4412 sous les incidences de 0° , 26° et 50° et la seconde était

basée sur le profil NREL S809 sous un angle d'attaque de 90° . Cette dernière configuration était similaire à celle d'une plaque plane soumise à un jet perpendiculaire. Pour la pale basée sur le profil NACA 4412, deux codes ont été comparés : le code EllipSys3D et le code EDGE. Les simulations ont été effectuées en calculs stationnaires et instationnaires; Les résultats obtenus ont montré que la différence entre les deux calculs (stationnaire et instationnaire) était peu importante. Pour la pale basée sur le profil S809, les calculs ont été effectués avec le code EllipSys3D. Les résultats obtenus ont montré que les calculs 3D instationnaires effectués avec la méthode DES représentaient bien les phénomènes physiques du décrochage liés aux grandes incidence de l'écoulement. Mais pour ce qui concerne les distributions de pression et forces calculées, la différence entre les résultats des méthodes RANS et DES était minime. Ces résultats ont été comparés aux valeurs mesurées par NREL dans la soufflerie NASA - Ames sur un aérogénérateur avec des pales vrillées.

Le Pape et Lecanu [72] en notant que le nombre de Mach d'une éolienne en rotation pouvait être de l'ordre de 0.11, ont utilisé un code de résolution des équations compressibles de Navier-Stokes, développé à l'ONERA. Une technique de pré conditionnement de matrice était implémentée dans le code pour les calculs avec de faibles nombres de Mach afin d'éviter les problèmes numériques qui pourraient se produire dans ces cas là. Des simulations 2D et 3D ont été effectuées en calculs stationnaire et instationnaire pour une pale d'éolienne à axe horizontal basée sur un profil S809. Deux approches ont été appliquées pour les calculs 2D : **(i)** écoulement turbulent et compressible à faible nombre de Mach et **(ii)** écoulement compressible. Avec chaque approche, deux modèles de turbulence ont été comparés : le modèle k/ω et le modèle SST k/ω de Menter. Les calculs ont été effectués pour des angles d'attaque variant de 0 à 25° et pour un nombre de Reynolds de 10^6 . Les résultats obtenus avec le modèle SST k/ω de Menter et l'approche basée sur la technique de pré conditionnement de matrice étaient en bonne concordance avec les valeurs expérimentales publiées par l'IEA mais les résultats présentés ont été limités aux angles d'incidence inférieurs à 13° . Les calculs 3D ont été appliqués à une pale en rotation et les résultats comparés aux données expérimentales obtenues en soufflerie par NREL. Aux grandes vitesses de vent, le couple calculé était différent des valeurs expérimentales.

Sorensen et Michelsen [120] ont simulé en 3D l'écoulement autour d'une pale d'éolienne placée sous une incidence de 90° (normale à l'écoulement) pour le calcul du coefficient de traînée C_D . Un calcul préalable exécuté en 2D pour une plaque plane a montré que sous ces conditions d'écoulement normal, les effets 3D étaient importants. Le code EllipSys3D a été ensuite appliqué à 4 types de pales d'éoliennes. Les simulations ont été effectuées en instationnaire pour un écoulement totalement turbulent, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω de Menter. Les résultats obtenus montraient que le coefficient de traînée variait suivant l'envergure des pales et augmentait fortement en bout de pale. Les pales étant de forme cylindrique au voisinage du moyeu, les valeurs de C_D correspondantes étaient similaires aux valeurs obtenues pour le cylindre.

Hu et al [56] ont appliqué 2 approches pour étudier les effets 3D sur une pale d'éolienne en rotation et notamment le phénomène du décalage du décollement : (i) en considérant les équations 3D de la couche limite et (ii) avec la résolution des équations de Navier-Stokes pour une pale en rotation fictive (rotation simulée par des termes sources). Les résultats de ces simulations ont été validés expérimentalement. Les auteurs concluaient que le décalage de l'écoulement était dû aux forces de Coriolis et centrifuges. Cet effet serait particulièrement important pour la partie interne de la pale, au voisinage du moyeu. A l'extrémité des pales, les effets du nombre de Reynolds sur le décollement devenaient plus importants que ceux des forces dues à la rotation.

Enfin, les équations d'Euler ont été résolues par Sezer-Uzol et Long [105] pour l'étude de l'écoulement autour d'une éolienne en rotation avec maillage mobile. Considérant le cas de l'aérogénérateur expérimenté par NREL, les auteurs ont construit un maillage non structuré constitué de 3.6×10^6 cellules qui entourait les deux pales du rotor. Les simulations pour un tour avaient nécessité 90000 itérations. L'état stationnaire stable était atteint après deux à trois révolutions. Deux configurations de l'éolienne ont été considérées : un cas où le rotor était face au vent et un cas où le rotor était incliné, l'angle d'orientation étant de 30° . Les résultats obtenus pour la première configuration avec $U_\infty = 7$ m/s étaient bonne adéquation avec les données expérimentales. Les divergences obtenues pour les autres valeurs de la vitesse du vent étaient attribuées à la propriété visqueuse de l'écoulement non

prise en compte dans les équations d'Euler. Cette étude constituait une approche préliminaire pour l'analyse de l'écoulement en temps réel.

Pour ce qui concerne l'aérodynamique des éoliennes à axe vertical, hormis 2 à 3 tentatives où les équations qui régissent l'écoulement autour de l'éolienne ont été résolues par méthode numérique, les techniques appliquées étaient essentiellement basées sur la théorie des tubes de courant ou sur une méthode tourbillonnaire. Parmi les études basées sur une méthode numérique on peut citer Rajagopalan et Fanucci [90] qui ont représenté l'éolienne par un cylindre poreux. Les équations régissant l'écoulement autour et à l'intérieur du cylindre étaient résolues par la méthode des volumes finis avec l'algorithme SIMPLE. Fortunato et al [38] ont ensuite appliqué la même configuration en utilisant une méthode numérique différente et les équations étaient résolues pour un écoulement compressible non visqueux. Plus récemment, Ponta et Jacovkis [89] ont combiné une méthode tourbillonnaire avec une technique basée sur des éléments finis : un maillage par éléments finis était construit dans une zone limitée autour des pales appelée zone de micro modèle. La méthode tourbillonnaire agissait comme un macro modèle dont les résultats étaient utilisés comme conditions aux limites à la frontière de la zone analysée par éléments finis. La méthode des éléments finis a été appliquée pour un écoulement non visqueux. Un modèle de couche limite a été utilisé pour la détermination des contraintes de cisaillement à la surface de l'aile. Ces travaux seraient les seules études basées sur la résolution des équations de quantités de mouvement qui ont été appliquées aux éoliennes à axe vertical. Selon Iida et al [58] qui ont présenté une étude relative à la génération de bruit appliquée aux éoliennes Darrieus, la méthode LES serait la plus appropriée pour la résolution de l'écoulement particulièrement complexe autour des éoliennes à axe vertical. Mais comme cette méthode est coûteuse, c'est une méthode basée sur une méthode tourbillonnaire qui a été retenue. Leur choix était justifié par le fait que les coûts de conception des éoliennes devaient être peu élevés.

1.3. Conclusion

De ces différentes investigations il ressort que :

(i) Les méthodes globales basées sur une combinaison de l'écoulement potentiel avec la théorie de la couche limite sont de moins en moins utilisées. En effet, bien que les solutions soient plus précises que celles des techniques CFD actuellement utilisées, elles ne permettent, néanmoins, de décrire convenablement l'écoulement que pour les cas de faibles incidences.

(ii) Pour ce qui concerne la détermination des caractéristiques 2D des profils à l'aide des méthodes CFD :

- Dans les codes de résolution des équations de Navier-Stokes, différents algorithmes et schémas sont implémentés, les méthodes RANS étant les plus utilisées. Ces méthodes font appel à des modèles de turbulence plus ou moins appropriés.
- Pour la description de la turbulence, ce sont les modèles k/ω qui sont de plus en plus populaires actuellement. Le modèle le plus adopté est en fait le modèle SST k/ω de Menter qui a été utilisé dans de nombreuses simulations de l'écoulement autour de profils d'ailes isolées [47, 120] et pour l'analyse de l'aérodynamique des éoliennes [72, 121]. Les résultats obtenus sont en meilleure concordance avec les valeurs expérimentales comparés à ceux obtenus avec les modèles k/ε et k/ω original, pour les écoulements avec une couche limite soumise à des gradients de pression adverses [18, 67, 138].
- Dans l'ensemble, au-delà de certaines valeurs de l'angle d'attaque, les codes utilisés jusqu'à présent, ne décrivent pas correctement l'écoulement et ce quelque soit le modèle de turbulence appliqué, avec ou sans prise en compte de la transition et quelque soit l'écoulement considéré, compressible ou incompressible. Il a même été constaté, avec certains modèles, que les instabilités de la turbulence se sont traduites par des instabilités numériques de la solution comme dans [150].

(iii) Les simulations de l'écoulement autour des éoliennes basées sur les approches CFD 3D et quasi-3D et les techniques hybrides (combinaison d'une technique CFD avec une méthode tourbillonnaire), sont de plus en plus développées ces dernières

années. Cependant, elles nécessitent de grands moyens de calcul et des temps d'exécution très élevés.

(iv) Une seule simulation numérique a été réalisée en temps réel, avec maillage mobile. Les calculs ont été effectués en 3D pour un écoulement non visqueux afin de limiter le nombre de mailles. Néanmoins, les durées d'exécution restaient très importantes.

De ce fait, il est proposé :

(a) dans le cadre d'une étude préliminaire, d'aborder le problème avec les méthodes globales pour une meilleure compréhension des phénomènes régissant les écoulements autour de profils d'ailes. Le développement de programmes de calcul permettra de disposer des outils nécessaires à cet effet.

(b) de poursuivre cette étude avec une méthode CFD en appliquant des modèles de turbulence qui n'ont pas été exploités tels que le modèle RNG k/ε . Ce modèle a été développé par Yakhot et Orszag [147] à partir des équations instantanées de Navier Stokes avec l'utilisation d'une technique mathématique appelée méthode de Renormalization Group. C'est une approche plus fondamentale que celle du modèle standard k/ε et les résultats devraient être plus précis. Le modèle RNG k/ε sera en mesure de représenter correctement les écoulements tourbillonnaires. L'équation pour ε comprend un terme additionnel qui permettra d'améliorer la détermination de l'écoulement dans la zone de recirculation. Les résultats obtenus avec ce modèle seront comparés à ceux du modèle SST k/ω de Menter. Les calculs seront exécutés pour des écoulements incompressibles à faibles nombres de Mach puis le cas d'un écoulement compressible sera considéré. L'influence de la turbulence de l'écoulement externe sera mise en évidence.

(c) d'étudier l'écoulement autour d'une éolienne en rotation avec maillage mobile, les équations moyennées de Navier-Stokes étant formulées en ALE. Une telle étude n'a jamais été effectuée auparavant pour un écoulement réel.

CHAPITRE 2

APPROCHE PAR LES METHODES GLOBALES

En première approche, l'étude de l'écoulement autour de profils d'ailes est effectuée à l'aide d'une méthode globale qui consiste à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite. Pour simuler l'écoulement potentiel, l'équation de Laplace est résolue analytiquement avec la méthode des transformations conformes développée par Theodorsen [1, 133] puis semi analytiquement avec la méthode des singularités [52, 53]. La transformation de Prandtl Glauert est ensuite appliquée pour le cas d'un écoulement subsonique compressible. Les calculs sont effectués en bidimensionnel.

Les résultats obtenus avec la théorie de l'écoulement potentiel sont utilisés pour le calcul des effets de la couche limite. Les équations de la couche limite sont résolues, pour des écoulements bidimensionnel, stationnaires et incompressibles, à l'aide des méthodes intégrales basées sur l'équation de Von Karman relative à l'épaisseur de quantité de mouvement. La méthode de Squire et Young est ensuite appliquée pour le calcul du coefficient de traînée.

Pour chacune des méthodes considérées, un programme de calcul est développé et appliqué à des profils d'ailes isolés de la série NACA utilisés dans la construction des rotors éoliens. Les coefficients de pression et de frottement sont calculés pour différentes valeurs de l'angle d'attaque. Les méthodes adoptées et les résultats obtenus sont présentés dans ce qui suit.

2.1. Méthode des transformations conformes

La théorie des transformations conformes consiste en premier lieu à remplacer le profil d'aube par un pseudo cercle à l'aide de la transformation inverse

de Joukowski, ensuite par un cercle exact avec des relations déterminées par méthode numérique. Les répartitions des vitesses et des pressions autour du profil d'aube sont déduites de la solution de l'écoulement potentiel autour du cercle exact qui est connu. Les deux étapes de cette méthode sont décrites ci-dessous.

2.1.1 Description de la méthode

(i) Transformation du profil en pseudo cercle. Le profil est placé dans le plan (ζ). L'origine des coordonnées étant au centre du profil, les points $(-2a, 0)$ et $(2a, 0)$ sont les coordonnées du bord d'attaque et du bord de fuite respectivement. La transformation inverse de Joukowski relie le point de coordonnée $\zeta = x + i \cdot y$ au point ζ' par l'équation :

$$\zeta = z' + \frac{a^2}{z'} \quad (2.1)$$

avec
$$z' = a \cdot \exp(\Psi + i \cdot \theta) \quad (2.2)$$

Les coordonnées du profil étant connues, la géométrie du pseudo cercle dans le plan (z') est déduite avec les relations suivantes, obtenues par application du théorème de Moivre et des relations trigonométriques :

$$\theta = \arcsin \left[0.5 \cdot \left(p + \sqrt{p^2 + y^2/a^2} \right) \right]^{0.5} \quad (2.3a)$$

$$\psi = \ln \left[\frac{y}{2a \sin \theta} + \sqrt{1 + \frac{y^2}{4x^2 \sin^2 \theta}} \right] \quad (2.3b)$$

où
$$p = 1 - \frac{x^2}{4a^2} - \frac{y^2}{4a^2}$$

(ii) Transformation du pseudo cercle en un cercle 'exact'. Le cercle irrégulier est à son tour transformé en un cercle exact dans le plan (z) par l'équation :

$$z = a \cdot e^{(\lambda + i \cdot \varphi)} \quad (2.4)$$

avec la transformation générale :

$$z' = z \cdot e^{\sum (A_n + i \cdot B_n) z^n} \quad (2.5)$$

où les coefficients A_n et B_n dépendent de la forme du profil. Par définition,

$$z' = z \cdot e^{\psi - \lambda + i \cdot (\theta - \varphi)}$$

Les développements en série de Fourier sont obtenus avec $r = a \cdot e^\lambda$ et z exprimé en coordonnées polaires :

$$\psi - \lambda = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{r^n} \cdot \cos n\varphi + \frac{B_n}{r^n} \cdot \sin n\varphi \right) \quad (2.6a)$$

$$\theta - \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{B_n}{r^n} \cdot \cos n\varphi - \frac{A_n}{r^n} \cdot \sin n\varphi \right) \quad (2.6b)$$

Pour une transformation optimale, λ qui correspond à la valeur du rayon du cercle 'exact', est choisi de la manière suivante :

$$\lambda = \psi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi \cdot d\varphi \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi \cdot d\theta \quad (2.7)$$

ψ est alors approximée par une série trigonométrique finie fonction de φ et les équations (2.6) deviennent :

$$\psi = \psi_0 + \left[\sum_{m=1}^{n-1} a_m \cdot \cos m\varphi + \sum_{m=1}^{n-1} b_m \cdot \sin m\varphi \right] + a_n \cdot \cos n\varphi \quad (2.8a)$$

$$\varepsilon = \varphi - \theta = \left[\sum_{m=1}^{n-1} a_m \cdot \sin m\varphi - \sum_{m=1}^{n-1} b_m \cdot \cos m\varphi \right] + a_n \cdot \sin n\varphi \quad (2.8b)$$

les coefficients a_n , a_m et b_m étant donnés par :

$$a_n = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{2n-1} (-1)^r \cdot \psi_r$$

$$a_m = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{2n-1} \psi_r \cdot \cos m\varphi$$

$$b_m = \frac{1}{n} \sum_{r=0}^{2n-1} \psi_r \cdot \sin m\varphi$$

avec $\psi_r = r \cdot \pi/n$. Connaissant ψ_0 , la détermination des coefficients de Fourier permettra de définir φ , donc les coordonnées du cercle exact. Il est à noter que epsilon représente la distance comprise entre le centre du cercle exact et le centre des coordonnées du profil.

Calcul des pressions autour du profil. La répartition du coefficient de pression autour du profil est déterminée avec la relation de Bernoulli :

$$C_p = 1 - V^2/U_\infty^2 \quad (2.9)$$

où U_∞ est la vitesse de l'écoulement à l'infini et V est la vitesse sur le profil obtenue en appliquant les relations reliant les vitesses entre les différents plans. Si ϕ est le potentiel vitesse décrivant l'écoulement potentiel,

$$V = \left| \frac{d\phi}{d\zeta} \right| = \left| \frac{d\phi}{dz} \right| \cdot \left| \frac{dz}{dz'} \right| \cdot \left| \frac{dz'}{d\zeta} \right| \quad (2.10)$$

Dans le plan (z), l'écoulement potentiel autour d'un cylindre de rayon $R = a \cdot e^{\psi_0}$ avec un angle d'incidence α est décrit par le potentiel complexe :

$$\phi(z) = U_\infty \cdot \left[z \cdot e^{-i\alpha} + \frac{a^2 \cdot e^{2\psi_0}}{z \cdot e^{-i\alpha}} \right] + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \left(\frac{z}{a \cdot e^{\psi_0}} \right) \quad (2.11)$$

Γ est la circulation déterminée par la condition de Kutta-Joukowski qui impose un point d'arrêt au bord de fuite¹ :

$$\Gamma = 4\pi \cdot a \cdot e^{\psi_0} \cdot V_\infty \cdot \sin(\alpha + \varepsilon_t)$$

ε_t est la valeur de epsilon correspondant au bord de fuite. La relation exprimant la vitesse en un point quelconque du profil est alors :

$$V = \left| \frac{d\phi}{d\zeta} \right| = U_\infty \cdot \frac{[\sin(\alpha - \varepsilon_t) - \sin(\alpha - \varphi)] \cdot [1 + d\varepsilon/d\theta] \cdot e^{\psi_0}}{\sqrt{[1 + (d\psi/d\theta)^2]} \cdot [\sin^2 \theta + \sinh^2 \psi]} \quad (2.12)$$

Lorsque le nombre de Mach est compris entre 0.2 et 1, l'écoulement est subsonique compressible. Les pressions et vitesses calculées sont alors corrigées à l'aide de la transformation de Prandtl-Glauert :

$$C_p = \frac{1 - V^2/U_\infty^2}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (2.13)$$

2.1.2 Résultats obtenus

Le programme est appliqué dans un premier temps à un profil type NACA0012 (Figure A.1) placé sous une incidence nulle pour vérifier certaines propriétés des fonctions définies par les séries de Fourier et déterminer le nombre nécessaire de points pour assurer la convergence des calculs :

¹ La théorie du fluide parfait impose un point d'arrêt au bord de fuite, ce qui n'a jamais été vérifié expérimentalement

(i) La géométrie des profils symétriques type NACA 00t étant définie par l'expression:

$$y(x) = \frac{t}{0.20} \cdot (0.2969 \cdot \sqrt{x} - 0.1260 \cdot x - 0.3516 \cdot x^2 + 0.2843 \cdot x^3 - 0.1015 \cdot x^4) \quad (2.14)$$

où t est l'épaisseur du profil [1], deux modes de distribution de points sur le profil sont considérés :

- une distribution discrète et uniforme obtenue avec :

$$x_i = x_{i-1} + dx \quad (2.15)$$

- une distribution continue et non uniforme donnée par l'expression :

$$x_i = 0.5 \cdot (1 - \cos \theta_i) \quad (2.16)$$

avec $dx = c/N$, $\theta_i = \theta_{i-1} + d\theta$ et $d\theta = \pi/N$, c étant la corde du profil et N le nombre de points retenus. Les distributions de pression autour du profil, représentées sur la Figure 2.1a, montrent qu'il y a un point de discontinuité au niveau du bord d'attaque lorsque la distribution des points sur le profil est définie avec la relation (2.15). La solution a une meilleure allure dans le second cas, i.e. lorsque la distribution de points sur le profil est définie avec la relation (2.16) (Figure 2.1b). Dans les 2 cas de figure, la géométrie du profil est définie avec 241 points. Le problème est accentué lorsque le nombre de points retenu est plus faible. Ce résultat s'explique par une propriété des fonctions définies par les séries de Fourier et notamment le phénomène de Gibbs, ou fluctuations de la valeur de la fonction développée en série de Fourier au voisinage d'un point de discontinuité [6].

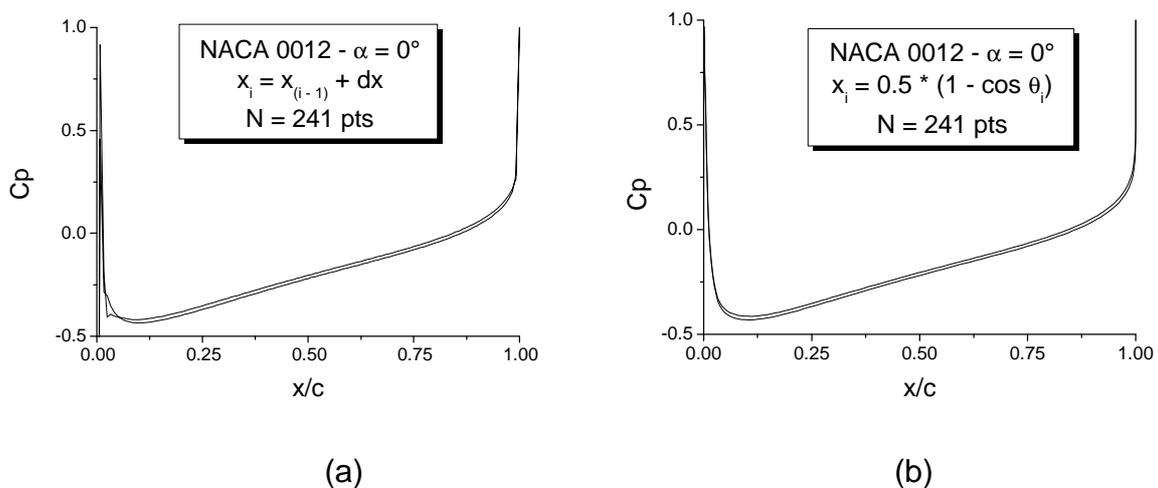


Figure 2.1 Méthode des transformations conformes. Influence du mode de distribution de points sur le profil

(ii) Un autre problème lié à l'approximation de fonctions par des séries de Fourier est rencontré lors du calcul des termes $d\psi/d\theta$ et $d\varepsilon/d\theta$ (équation 2.12). On montre que l'on peut admettre que :

$$d\psi/d\theta \cong d\psi/d\varphi \quad \text{et} \quad d\varepsilon/d\theta \cong d\varepsilon/d\varphi$$

Les termes $d\psi/d\theta$ et $d\varepsilon/d\theta$ peuvent donc être calculés en dérivant directement les expressions (2.8) :

$$\frac{d\psi}{d\theta} \cong \frac{d\psi}{d\varphi} = \sum_{m=1}^n mb_m \cos m\varphi - \sum_{m=1}^n ma_m \sin m\varphi \quad (2.17a)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} \cong \frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \sum_{m=1}^n -mb_m \sin m\varphi - \sum_{m=1}^n ma_m \cos m\varphi \quad (2.17b)$$

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 2.2a, la distribution des points sur le profil étant définie par l'expression (2.16), la solution ne converge pas. Des fluctuations autour d'une valeur moyenne sont observées notamment au niveau du bord d'attaque et du bord de fuite. Il est à noter que ce problème est accentué sur la figure 2.2b lorsque la distribution des points sur le profil est déterminée avec la relation (2.15). Ce problème peut trouver une explication dans le théorème relatif au calcul des dérivées d'une série de Fourier en des points de discontinuité. Ainsi, les coefficients α_m , β_m de la dérivée $f'(x)$ d'une série de Fourier doivent être reliés aux coefficients a_m , b_m de $f(x)$ par les expressions :

$$\alpha_m = mb_b - \frac{1}{\pi} \sum_{K=1}^P s(x_K) \cdot \cos mx_K \quad (2.18)$$

$$\beta_m = -ma_b - \frac{1}{\pi} \sum_{K=1}^P s(x_K) \cdot \sin mx_K$$

$s(x_k)$ représentant le saut de $f(x)$ au point de discontinuité x_k [10]. Pour contourner cette deuxième propriété et éviter le calcul des termes de correction, le calcul des grandeurs $d\psi/d\theta$ et $d\varepsilon/d\theta$ est approximé par des différences centrées :

$$\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \cong \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\varphi_{i+1} - \varphi_i} \quad (2.19a)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\theta} = \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} \cong \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{\varphi_{i+1} - \varphi_i} \quad (2.19b)$$

Les résultats représentés sur la figure 2.1 montrent que la solution est alors améliorée. Il est à noter que dans [133] ces termes étaient calculés par méthode graphique.

(iii) *Convergence des calculs.* Le nombre de points nécessaire pour statuer quand à la convergence des calculs est déterminé en observant la différence de pression entre l'extrados et l'intrados qui doit être nulle pour un profil symétrique sous incidence nulle. La solution évolue très peu lorsque le nombre de points retenu pour définir la géométrie du profil est supérieur à 361 (Figure 2.3). Il est alors admis que la méthode converge à partir de 361 points.

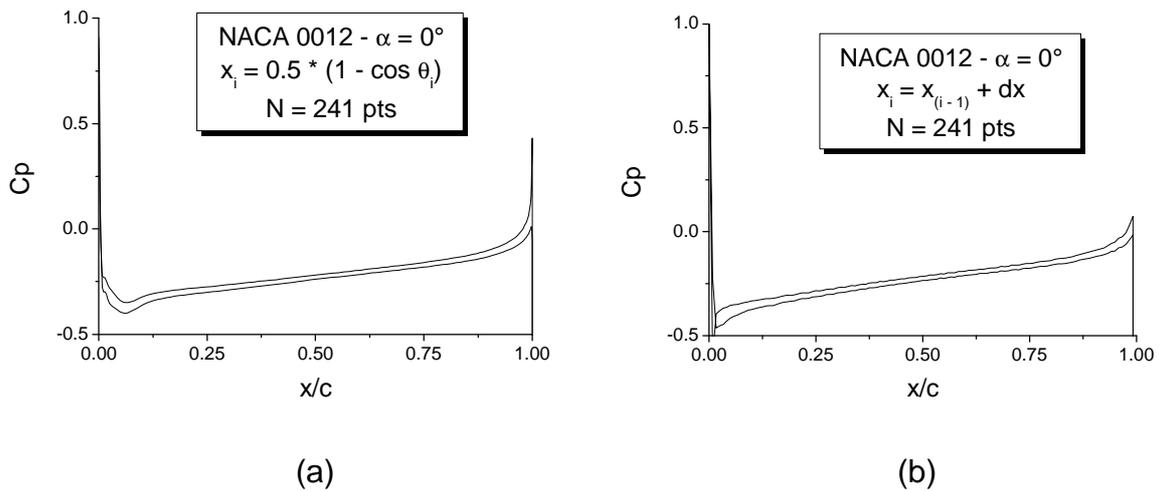


Figure 2.2. Méthode des transformations conformes - Résultats obtenus lorsque les termes $d\psi/d\theta$ et $d\varepsilon/d\theta$ sont calculés avec les relations 2.17a et 2.17b avec

a) $x_i = 0.5 \cdot (1 - \cos \theta_i)$ et b) $x_i = x_{i-1} + dx$

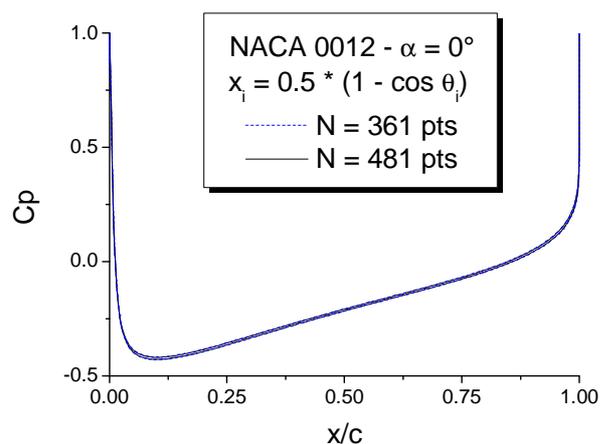


Figure 2.3. Distributions de pression autour du profil NACA0012 calculées avec différents nombres de points

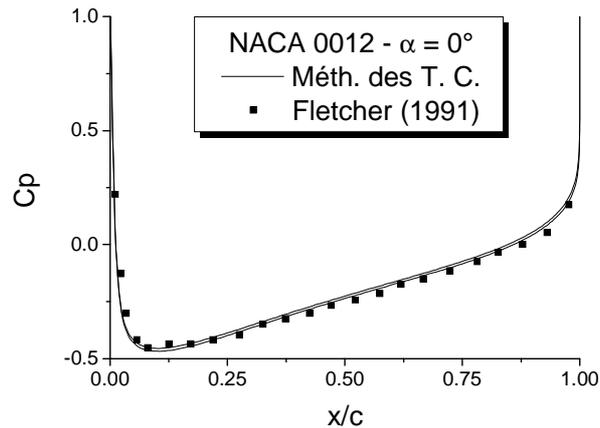


Figure 2.4. Distribution de pression autour du profil NACA0012 - $\alpha = 0^\circ$ - $M = 0.4$

(iv) Autres résultats. Les distributions de pression autour d'un profil NACA 0012 placé dans un écoulement compressible sont calculées pour un angle d'incidence $\alpha = 0^\circ$ avec un nombre de Mach égal à 0.4. Les résultats obtenus se comparent bien aux valeurs expérimentales reportées dans [37] (Figure 2.4). Le programme est ensuite appliqué pour le calcul des distributions de pression autour d'un profil cambré NACA4412 (Figure A3) placé sous un angle d'attaque $\alpha = 13.87^\circ$. Les distributions de pression obtenues sont comparées aux valeurs expérimentales reportées dans [92] sur la figure 2.5. Les valeurs relatives au bord d'attaque et au bord de fuite s'écartent des valeurs expérimentales. L'accélération du fluide au niveau du bord d'attaque sur l'extrados est surestimée.

2.2. Méthode des singularités

Dans la méthode des singularités, il est tenu compte de la nature linéaire de l'équation de Laplace qui régit les écoulements potentiels ce qui permet de superposer différents écoulements élémentaires. L'écoulement autour du corps est ainsi représenté par la superposition d'un écoulement uniforme avec une distribution de singularités (sources, doublets ou tourbillons). La méthode consiste à déterminer les vitesses induites par ces singularités en chaque point du contour.

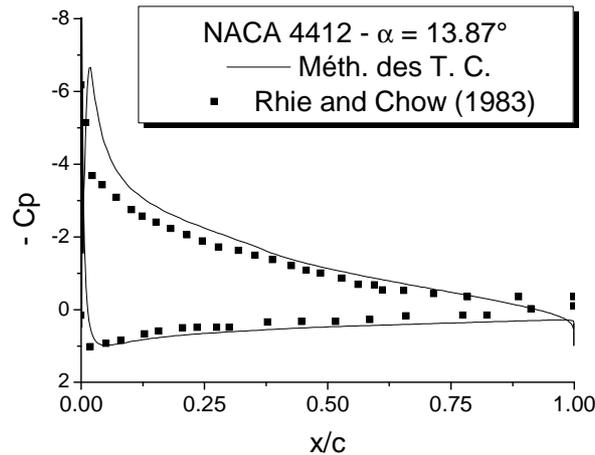


Figure 2.5. Distribution de pression autour du profil NACA 4412

2.2.1 Méthodologie adoptée

Dans ce qui suit, le profil considéré est placé dans un écoulement uniforme de vitesse U_∞ sous un angle d'incidence α . Le contour C du profil est partagé en n segments, de longueur élémentaire s_j , sur lesquels sont réparties des singularités tourbillons de densités linéaires γ_{s_j} . Pour le calcul, il est supposé que les vitesses induites par les singularités sont localisées aux milieux des segments (x_{c_k}, y_{c_k}) , appelés points de contrôle. L'expression du potentiel vitesse en un point quelconque du profil (x_k, y_k) est :

$$\phi(x_k, y_k) = u_\infty \cdot x_k - \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \int_0^{s_j} \gamma(s_j) \cdot \tan^{-1} \left(\frac{y_{c_k} - y_{c_j}}{x_{c_k} - x_{c_j}} \right) \cdot ds_j \quad (2.20)$$

Les expressions des composantes normale et tangentielle de la vitesse induite au point de contrôle (x_k, y_k) sont obtenues avec :

$$V_n(x_k, y_k) = \frac{\partial \phi}{\partial n_k}(x_k, y_k) = \overrightarrow{\text{grad} \phi} \cdot \overrightarrow{n_k} \quad (2.21a)$$

$$V_t(x_k, y_k) = \frac{\partial \phi}{\partial t_k}(x_k, y_k) = \overrightarrow{\text{grad} \phi} \cdot \overrightarrow{t_k} \quad (2.21b)$$

$\overrightarrow{n_k}$ et $\overrightarrow{t_k}$ étant respectivement le vecteur unitaire normal et tangentiel à la surface du profil au point . D'où les expressions :

$$V_n(x_k, y_k) = -U_\infty \cdot \sin(\beta_k - \alpha) - \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \int_0^{s_j} \gamma(s_j) \cdot \frac{(yc_k - yc_j) \sin \beta_k + (xc_k - xc_j) \cos \beta_k}{(xc_k - xc_j)^2 + (yc_k - yc_j)^2} \cdot ds_j \quad (2.22a)$$

$$V_t(x_k, y_k) = U_\infty \cdot \cos(\beta_k - \alpha) + \frac{\gamma(s_k)}{2} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \int_0^{s_j} \gamma(s_j) \cdot \frac{(yc_k - yc_j) \cos \beta_k + (xc_k - xc_j) \sin \beta_k}{(xc_k - xc_j)^2 + (yc_k - yc_j)^2} \cdot ds_j \quad (2.22b)$$

où $\beta_k = \arctan(yc_k/xc_k)$ est la forme de pente du profil. Les densités de singularités sont déterminées avec l'application de la condition de vitesse nulle à la paroi et avec l'application de la condition de Kutta au bord de fuite. Ces deux conditions s'écrivent :

$$\begin{aligned} V_n(x_k, y_k) &= 0 \\ V_t(x_1, y_1) &= V_t(x_n, y_n) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Les indices 1 et n référant le bord d'attaque et le bord de fuite respectivement. Après développement et arrangements de ces dernières relations un système d'équations linéaires où les inconnues sont les densités de singularités est obtenu. La connaissance de ces densités de singularités permettra de déterminer les composantes des vitesses induites sur le contour (C) du profil.

Expression du coefficient de pression. Comme pour la méthode des transformations conformes, l'expression du coefficient de pression est obtenue à l'aide de l'équation de Bernoulli (relation 2.9) avec :

$$V^2 = V_t^2(x_k, y_k)$$

La transformation de Prandtl-Glauert (relation 2.13) est ensuite éventuellement appliquée si l'écoulement est compressible.

2.2.2 Résultats obtenus

Dans le programme de calcul développé, les équations sont résolues avec la méthode de Gauss. Dans un premier temps, la répartition des densités de singularités est approximée par une fonction constante par morceaux. Les résultats obtenus n'ont pas été concluants. Les calculs ont été alors repris avec une répartition

de singularités de densité linéaire par morceaux. Les résultats obtenus avec ce second mode de répartition sont plus appropriés. Ce problème était par ailleurs signalé dans [14] et par Hess et Smith [53].

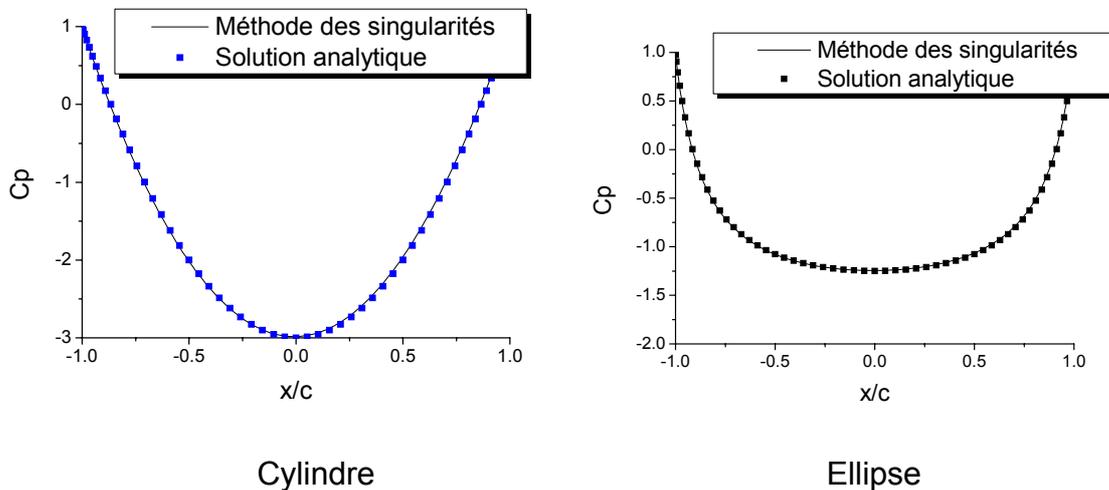


Figure 2.6. Distributions de pression autour du cylindre et de l'ellipse

Les cas du cylindre et de l'ellipse sont considérés en premier lieu pour valider le programme de calcul développé. Les distributions du coefficient de pression sont comparées aux solutions analytiques données par les relations :

$$C_p = 1 - 4 \cdot \sin^2 \theta \quad \text{pour le cylindre} \quad (2.24a)$$

$$C_p = 1 - \frac{(1+b)^2 \cdot y^2}{y^2 + b^4 \cdot x^2} \quad \text{pour l'ellipse} \quad (2.24b)$$

avec $\theta = 0$ à π , x et y , coordonnées de l'ellipse et b , rapport des demi axes de l'ellipse. La figure 2.6 montre que les solutions exactes sont retrouvées.

Comme pour la méthode des transformations conformes, la solution est améliorée avec un maillage variable, notamment au voisinage du bord d'attaque. La solution converge à partir de 240 points (Figure 2.7). Cette méthode nécessite donc une distribution de points moins importante que pour la méthode des transformations conformes. Si les équations sont résolues par la méthode de Gauss, le temps de calcul est de l'ordre de 0.5 secondes, avec un PC Pentium 4 - 512 Mo, 2Ghz (avec

un PC Pentium I - 16 Mo - 120 MHz, le temps CPU était de l'ordre de 3s). Comparé à la méthode des transformations conformes, le temps de calcul est plus faible.

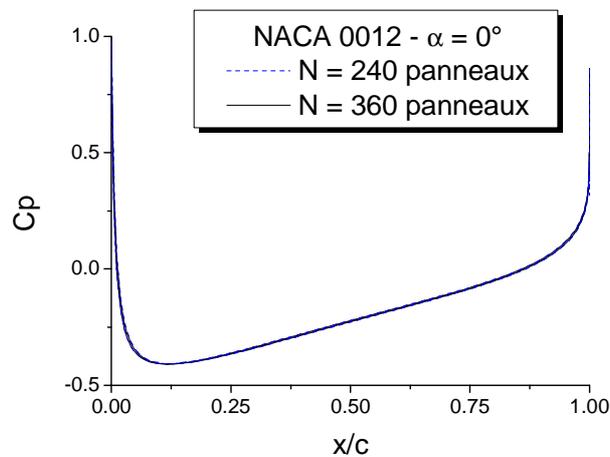


Figure 2.7. Distribution de pression autour du profil NACA0012 calculée avec différents nombres de panneaux.

Le programme est ensuite appliqué pour la détermination du coefficient de pression autour de deux types de profil, symétrique et cambré. Les résultats obtenus pour le profil symétrique NACA 0012 placé sous une incidence $\alpha = 10^\circ$ sont en bonne concordance avec les valeurs reportées dans [54] à l'exception des valeurs relatives au bord d'attaque sur l'extrados qui sont sous-estimées (Figure 2.8). Pour le profil cambré NACA4412 placé sous un angle d'attaque $\alpha = 13.87^\circ$, les résultats se comparent moins bien aux valeurs expérimentales reportées dans [92]. Les pressions au voisinage du bord d'attaque sont surestimées (Figure 2.9). Le pic de pression observé au bord d'attaque est plus important que celui obtenu avec la méthode des transformations conformes.

2.3 Calcul des effets de la couche limite

Les équations de la couche limite sont résolues à l'aide des méthodes intégrales pour la détermination des variations du coefficient de frottement autour des profils. Le coefficient de traînée est ensuite évalué avec la méthode de Squire et Young.

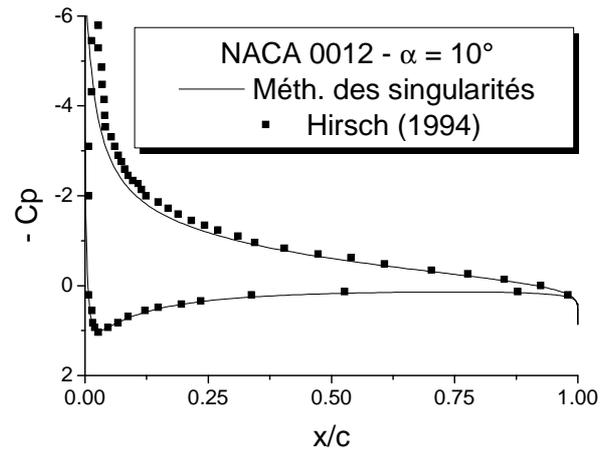


Figure 2.8. Distribution de pression autour du NACA0012 avec $\alpha = 10^\circ$

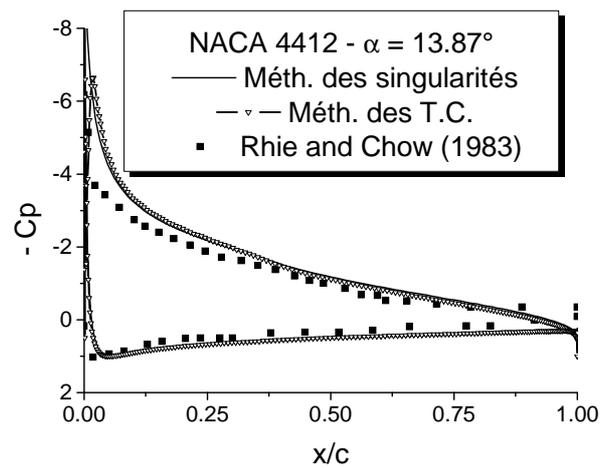


Figure 2.9. Distribution de pression autour du profil NACA4412

2.3.1 Méthodes appliquées

Les méthodes intégrales ont pour base l'équation de Von Karman relative à θ , l'épaisseur de quantité de mouvement [98] :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\tau}{\rho \cdot U_e^2} - \frac{1}{U_e^2} \cdot \frac{dU_e}{dx} \cdot (2\theta + \delta^*) = \frac{C_f}{2} - \frac{\theta}{U_e} \cdot (H+2) \cdot \frac{dU_e}{dx} \quad (2.25)$$

où :

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \cdot \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) \cdot dy$$

τ est la contrainte de cisaillement, U_e est la vitesse autour du profil obtenue avec la théorie de l'écoulement potentiel, C_f est le coefficient de frottement pariétal, δ^* est l'épaisseur de déplacement de la couche limite dont les expressions sont données par :

$$\tau_p = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho U_e^2} \quad \text{et} \quad \delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) \cdot dy$$

et $H = \delta^* / \theta$ est un paramètre de forme. Pour le calcul de la couche limite laminaire, cette équation est complétée par une fonction décrivant la forme du profil de vitesse dans la couche limite. L'approche proposée par Waltz-Twaites est appliquée ici. Trois critères, basés sur des corrélations empiriques, sont comparés pour localiser la transition. Le calcul de la couche limite turbulente est ensuite effectué à l'aide de la méthode de Head qui consiste à compléter l'équation de Von Karman par l'équation de continuité intégrée sur l'épaisseur de la couche limite et par une expression empirique pour le coefficient de frottement turbulent.

Couche limite laminaire. Différentes relations empiriques ont été proposées pour décrire le profil de vitesse dans la couche limite laminaire.

(i) Selon la méthode de Von Karman-Polhausen, le profil de vitesse est un polynôme du 4^{ième} degré :

$$\frac{u}{U_e} = 2s - 3s^3 + s^4 + \lambda \cdot s \cdot \frac{(1-s)^3}{6} \quad (2.26)$$

avec $s = y / \delta_{\infty}(x)$ et $\lambda = \frac{\delta_{\infty}^2}{\nu} \cdot \frac{dU_e}{dx}$. L'équation (2.25) de Von Karman devient :

$$\frac{d\lambda}{dx} = g(\lambda) \cdot \frac{U'_e}{U_e} + [\lambda + \lambda^2 \cdot h(\lambda)] \cdot \frac{U'_e}{U_e} \quad (2.27)$$

où $g(\lambda)$ et $h(\lambda)$ sont des fonctions de λ uniquement. Cette équation peut être intégrée si une valeur initiale de λ est donnée et si les dérivées U'_e et U''_e sont calculables à partir de la solution potentielle de l'écoulement hors de la couche limite.

(ii) Pour simplifier le problème et éviter le calcul de U_e'' , Holstein et Bohlen introduisent un deuxième paramètre de forme k :

$$k = \frac{\theta^2}{\nu} \cdot \frac{dU_e}{dx} \quad (2.28)$$

L'équation de Von Karman modifiée par Holstein et Bohlen est obtenue après multiplication de l'équation (2.25) par le terme $U_e(x) \cdot \theta/\nu$ et réarrangement :

$$U_e \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{\theta^2}{\nu} \right) = 2 \cdot [f_2 - k \cdot (2 + f_1)] = F(k) \quad (2.29)$$

f_1 et f_2 étant définies par des relations semi analytiques en fonctions de λ et de k . Cette dernière équation (2.29) est alors intégrée à partir d'une valeur initiale $k_0 = k(x_0)$.

(iii) Waltz-Thwaites ont proposé d'approcher la fonction $F(k)$ par une fonction linéaire de la forme :

$$F(k) = 0.45 - 6 \cdot k$$

Cette approximation permet d'intégrer analytiquement l'équation de Von Karman modifiée par Holstein et Bohlen. Il vient :

$$\frac{\theta^2}{\nu} = 0.45 \cdot U_e^{-6} \int_{x_0}^x U_e^5(x') \cdot dx' \quad (2.30)$$

x_0 correspondant à l'abscisse au point d'arrêt. La détermination de θ permettra de calculer k et d'en déduire H dont les valeurs sont tabulées en fonction de k [98].

Transition laminaire – turbulente. Pour déterminer le point de transition laminaire – turbulente, trois critères, basés sur des corrélations empiriques, sont comparés : le critère de Cebeci et Smith, le critère de Granville et le critère proposé par Arnal et al.

(i) Le critère de Cebeci et Smith est une extension de la corrélation proposée par Michel en 1951 pour les couches limites bidimensionnelles. Une relation entre l'épaisseur de quantité de mouvement $Re_\theta = U_e \cdot \theta/\nu$ et le nombre de Reynolds local $Re_x = U_e \cdot x/\nu$ au point de transition est proposée [98] :

$$(Re_\theta)_{trans} = 1.174 \cdot \left[1 + \frac{22400}{(Re_x)_{trans}} \right] \cdot (Re_x)_{trans}^{0.46} \quad (2.31)$$

Le point de transition se trouve à l'intersection des 2 courbes Re_x et $Re_{\theta,trans}$ tracées en fonction de l'abscisse curviligne σ .

(ii) Le critère de Granville fait intervenir la théorie de la stabilité et relie le nombre de Reynolds de transition $Re_{\theta,trans}$ au nombre de Reynolds à partir duquel la couche limite devient instable $Re_{\theta,inst}$ et au nombre de Polhausen moyen défini par :

$$\bar{k}_{trans} = \frac{1}{x - x_{inst}} \cdot \int_{x_{inst}}^x \frac{\theta^2}{\nu} \cdot \frac{dU_e}{dx} \cdot dx \quad (2.32)$$

où x_{inst} est l'abscisse correspondant au début des instabilités et θ est l'épaisseur de quantité de mouvement obtenue lors du calcul de la couche limite laminaire. Ce critère s'écrit [24] :

$$Re_{\theta,trans} - Re_{\theta,inst} = 375 + e^{6.1+55 \cdot \bar{k}} \quad (2.33)$$

avec $-0.04 \leq \bar{k}_{trans} \leq 0.024$. Le point de transition \bar{k} est déterminé lorsque le nombre de Reynolds Re_{θ} calculé en couche limite laminaire devient supérieur ou égal à la valeur de $Re_{\theta,trans}$ calculée à l'aide de la relation (2.31). Le calcul de $Re_{\theta,trans}$ nécessite au préalable la détermination de l'abscisse du point de début d'instabilité et du nombre de Reynolds correspondant. Pour déterminer ces deux grandeurs, un nombre de Reynolds critique est introduit. Ce nombre est représenté par les relations :

$$Re_{\theta,cr} = \frac{e^{H_0}}{H} \quad (2.34)$$

avec

$$H_0 = 5.27 + 17.2 \cdot (H^{-1} - 0.39)^{0.5} \quad \text{si} \quad H \leq 2.5 \quad (2.35a)$$

$$H_0 = 3.5 + 2.897 \cdot H^{-1} + 22230 \cdot H^{-10} \quad \text{si} \quad H \geq 2.5 \quad (2.35b)$$

Les valeurs de $Re_{\theta,inst}$ et x_{inst} correspondent à l'intersection des deux courbes $Re_{\theta}(x)$ et $Re_{\theta,cr}$ (soit $x = x_{inst}$ et $Re_{\theta,inst}$).

(iii) Le critère proposé par Arnal et al fait intervenir, en plus de la théorie de la stabilité, le taux de turbulence Tu de l'écoulement externe. Il s'écrit [24] :

$$Re_{\theta,trans} = Re_{\theta,inst} - 206 \cdot e^{25.7 \cdot \bar{k}_{trans}} \cdot [\ln(16.8 \cdot Tu) - 2.77 \cdot \bar{k}_{trans}] \quad (2.36)$$

Le nombre de Polhausen moyen \bar{k} ainsi que le nombre de Reynolds $Re_{\theta,inst}$ sont obtenus de la même manière que précédemment.

Couche limite turbulente (méthode de Head). L'équation de continuité intégrée sur l'épaisseur de la couche limite s'écrit :

$$\frac{d}{dx}(U_e \cdot \theta \cdot H_1) = U_e \cdot F(H_1) \quad (2.37)$$

les fonctions F et H_1 étant données par les expressions analytiques suivantes [98] :

$$\begin{aligned} F &= 0.0306 \cdot (H_1 - 3.0)^{-0.6169} \\ H_1 &= 0.8234 \cdot (H_1 - 1.1)^{-1.287} + 3.3 \quad \text{si } H \leq 1.6 \\ H_1 &= 1.5501 \cdot (H - 0.6778)^{-3.064} + 3.3 \quad \text{si } H \geq 1.6 \end{aligned} \quad (2.38)$$

L'expression du coefficient de frottement turbulent est donnée par une relation recommandée par Ludwig-Tillman :

$$C_{f,turb} = 0,246 \cdot \left(\frac{U_e \cdot \theta}{\nu} \right)^{-0,268} \cdot 10^{-0,678H} \quad (2.39)$$

les relations (2.25) et (2.37) conduisent à un système d'équations différentielles dont les inconnues sont θ et H . Ce système d'équations est résolu par la méthode numérique de Runge Kutta, les conditions initiales correspondant aux grandeurs calculées pour le point de transition.

Coefficient de traînée. Le coefficient de traînée est déterminé à l'aide de la méthode de Squire et Young. Considérant un volume de contrôle autour du profil, il est démontré (en appliquant les conditions de continuité) que la traînée totale est donnée par l'expression :

$$D = l \cdot \rho \cdot \int_{-\infty}^{\infty} u \cdot (U_{\infty} - u) \cdot dy \quad (2.40)$$

l étant l'envergure de l'aile, U_{∞} , la vitesse de l'écoulement non perturbé et u , la vitesse de l'écoulement dans le sillage du profil. Avec la définition du coefficient de traînée :

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_{\infty}^2 \cdot l \cdot c} \quad (2.41)$$

c étant la corde du profil, il vient :

$$C_D = \frac{2}{c} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \cdot \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) \cdot dy = 2 \cdot \frac{\theta_{\infty}}{c} \quad (2.42)$$

où θ_{∞} est l'épaisseur de quantité de mouvement du sillage, à une très grande distance derrière le profil. La méthode de Squire et Young consiste à relier cette quantité à l'épaisseur de quantité de mouvement au bord de fuite. En supposant que, très loin derrière le profil, l'équation intégrale de Von Karman est toujours applicable, sauf que dans ce cas la contrainte de cisaillement est nulle, il vient :

$$\frac{d\theta}{dx} = -(H+2) \cdot \frac{\theta}{U_e} \cdot \frac{dU_e}{dx}$$

ou :

$$\frac{1}{\theta} \cdot \frac{d\theta}{dx} = -(H+2) \cdot \frac{d}{dx} \left[\ln \left(\frac{U_e}{x} \right) \right] \quad (2.43)$$

L'intégration de cette équation à partir du bord de fuite jusqu'à une très grande distance derrière le profil conduit à l'expression de Squire et Young :

$$C_D = 2 \cdot \frac{\theta_t}{c} \cdot \left(\frac{U_{e,t}}{U_{\infty}} \right)^{\left(\frac{H_t+5}{2} \right)} \quad (2.44)$$

θ_t , $U_{e,t}$ et H_t étant les valeurs correspondant au bord de fuite (obtenues lors du calcul de la couche limite turbulente). Les approximations effectuées pour le point situé à une très grande distance derrière le profil sont :

$$H = \delta/\theta = 1, \quad U_e = U_{\infty} \quad \text{et} \quad p = p_{\infty}$$

Le coefficient de traînée ainsi calculé tient compte de la traînée due à la pression.

2.3.2 Résultats obtenus.

Pour valider le programme de calcul développé, il est appliqué au calcul de la couche limite sur une plaque plane. Les distributions du coefficient de frottement obtenues sont comparées sur la figure 2.10a à la solution analytique donnée par la relation [98] :

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (2.45)$$

Les cas du cylindre et de l'ellipse sont également considérés. Les variations du coefficient de frottement laminaire sont représentées sur la figure 2.10b. Le décollement laminaire sur le cylindre serait situé à 103° . Ces résultats sont comparables à ceux publiés dans [102].

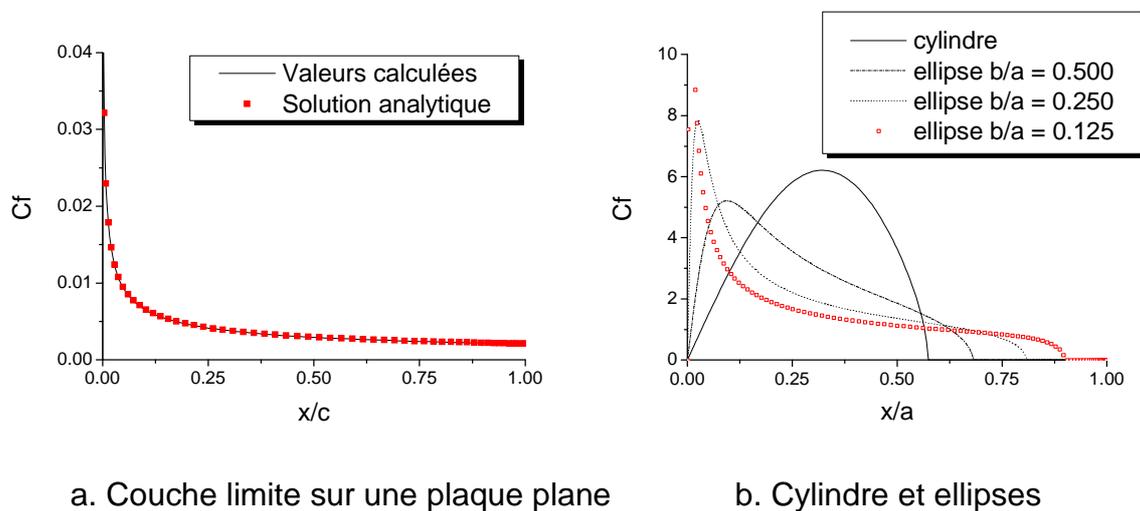


Figure 2.10. Distributions du coefficient de frottement sur une plaque plane, un cylindre et des ellipses

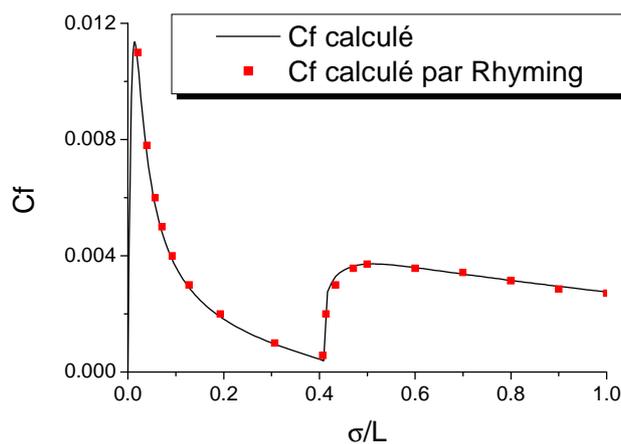


Figure 2.11. Distributions du coefficient de frottement sur le profil de Joukowski – $Re = 10^6$

Le programme est ensuite appliqué pour le calcul du coefficient de frottement autour d'un profil symétrique de Joukowski² de 12% d'épaisseur placé sous un angle d'incidence nul avec un nombre de Reynolds, $Re = 10^6$. La distribution du coefficient de frottement laminaire et turbulent est représentée sur la figure 2.11 en fonction de l'abscisse curviligne σ/L (comme dans [98]), la solution potentielle étant donnée par la solution analytique dont l'expression est :

$$U_e = U_\infty \sin \varphi \cdot \frac{1 - 2\varepsilon \cos \varphi + \varepsilon^2}{[(1 - 2\varepsilon) \sin^2 \varphi + 2\varepsilon^2 (1 - \cos \varphi)]^{1/2}} \quad (2.46)$$

Le décollement de la couche limite laminaire se situerait au point $\sigma/L = 0.455$. La transition s'effectuerait au point $(\sigma/L)_{trans} = 0.409$ avec $Re_{\theta,trans} = 497$ et $Re_{x,trans} = 4.63 \cdot 10^5$. Les valeurs calculées par Ryhming [98] pour ce même cas sont ainsi retrouvées.

Sur la figure 2.12a sont représentées les variations du coefficient de frottement laminaire et turbulent autour de différents profils symétriques de la série NACA placés sous des angles d'incidence nulle, la solution potentielle étant déterminée par la méthode des singularités. Il est à noter que le point de transition se déplace vers le bord d'attaque lorsque l'épaisseur du profil augmente. Les distributions du coefficient de frottement sont représentées sur les figures 2.12b et 2.12c pour deux profils portants de la série NACA : un profil symétrique placé sous un angle d'attaque non nul et un profil cambré. Pour le profil symétrique NACA 0012, le point de transition se déplace vers le bord d'attaque sur l'extrados et vers le bord de fuite sur l'intrados. Pour le profil cambré NACA 2412, bien que l'angle d'incidence soit nul, les points de transition sur l'extrados et l'intrados ne sont pas localisés à la même abscisse. L'influence du nombre de Reynolds sur la distribution du coefficient de frottement est montrée sur la figure 2.13. La transition est retardée lorsque le

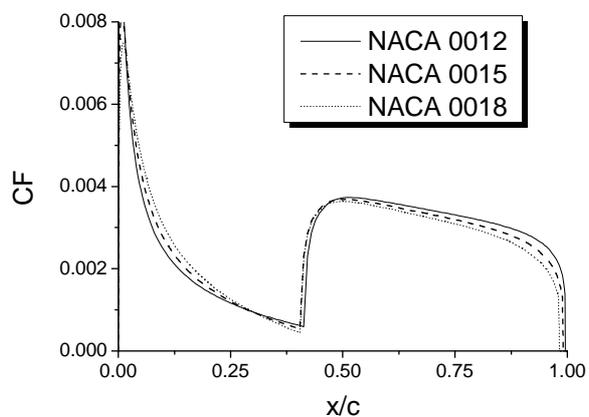
² La géométrie des profils symétriques de Joukowski est déterminée à partir d'un cercle de rayon R_0 centré au point $(x_0, 0)$ dans le plan z , auquel est appliqué la transformation inverse de Joukowski (relation 2.1) avec $a = R_0 \cdot (1 - \varepsilon)$ et $\varepsilon = x_0/R_0 \ll 1$. Les coordonnées du profil dans le plan (ζ) sont alors :

$$\xi = R_0 \cdot (\cos \varphi - \varepsilon) \cdot \left[1 + \frac{(1 - \varepsilon)^2}{1 - 2\varepsilon \cos \varphi + \varepsilon^2} \right]$$

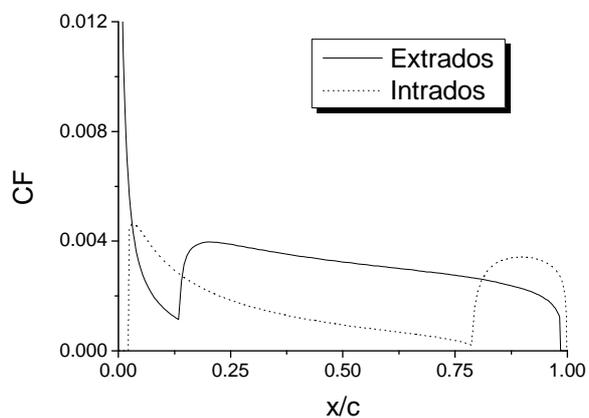
$$\eta = R_0 \cdot \sin \varphi \cdot \left[1 - \frac{(1 - \varepsilon)^2}{1 - 2\varepsilon \cos \varphi + \varepsilon^2} \right]$$

Pour un profil de 12% d'épaisseur, $\varepsilon = 0.0923$ [98]

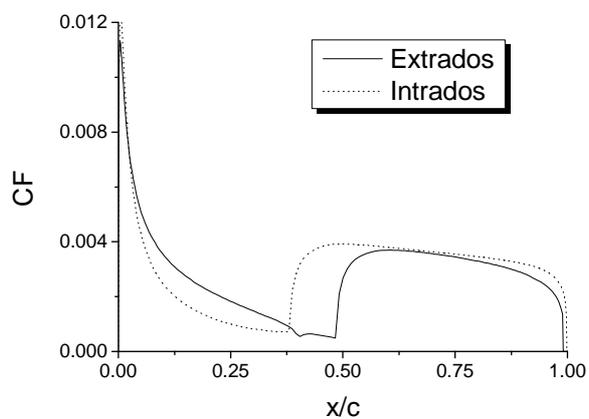
nombre de Reynolds diminue. Ces résultats sont en bonne corrélation avec les phénomènes physiques attendus.



a) Profils NACA 00t - $Re = 1.5 \times 10^6$



b) Profil NACA0012 - $\alpha = 4^\circ$



c) Profil NACA2412 - $\alpha = 0^\circ$

Figure 2.12. Distribution du coefficient de frottement sur différents profils

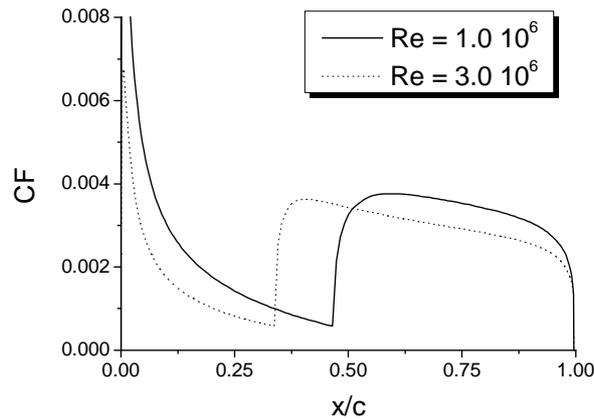


Figure 2.13. Variation du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds

Coefficient de traînée. Finalement les résultats obtenus sont appliqués pour le calcul du coefficient de traînée relatif aux profils NACA 0012 et NACA 23015. Pour le profil NACA 0012, les positions du point de transition et coefficients de traînée calculés avec les trois critères de transition retenus sont comparés aux valeurs expérimentales reportées dans [152] pour les angles d'incidence $\alpha = 0^\circ$, 6° et 12° , avec $Re = 2.88 \times 10^6$ et $M_\infty = 0.16$ (Tableaux 2.1 à 2.3). Les résultats obtenus montrent que l'erreur minimale sur le coefficient de traînée augmente lorsque l'angle d'incidence augmente. Pour $\alpha = 0^\circ$, la plus petite erreur est obtenue avec le critère de Cebeci et Smith. Pour $\alpha = 6^\circ$, la plus faible erreur est de -2% et elle est obtenue avec le critère de Arnald et al. Pour $\alpha = 12^\circ$, les critères de Cebeci et Smith et de Arnald et al produisent les mêmes résultats. La plus faible erreur qui est de -17% est obtenue avec le critère de Granville.

Sur la figure 2.14, les variations du coefficient de traînée avec l'angle d'incidence sont comparés pour les trois critères de transition avec deux valeurs du nombre de Reynolds pour le profil NACA 0012 ($Re = 1.0 \times 10^6$ et 3.0×10^6) et avec $Re = 6.9 \times 10^5$ pour le profil NACA 23012. Les valeurs obtenues avec le critère de Granville et le critère proposé par Arnald et al sont similaires. Toutefois, une meilleure concordance avec les valeurs expérimentales est notée pour ce dernier critère notamment lorsque le nombre de Reynolds est égal à 3.0×10^6 . Pour le profil cambré NACA23015 (Figure 2.14), c'est le critère de Granville qui semble le plus approprié mais les résultats pourraient être différents pour d'autres nombres de Reynolds.

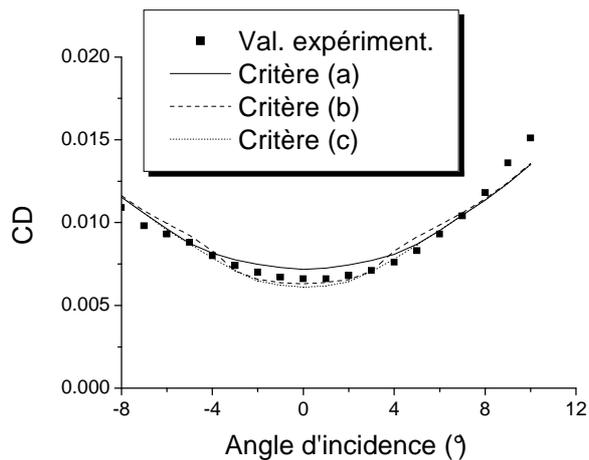
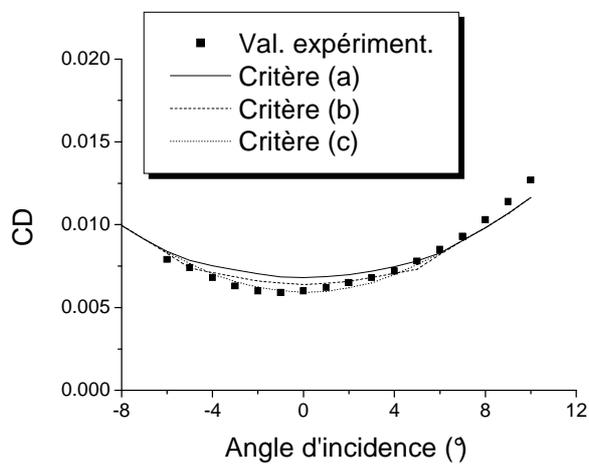
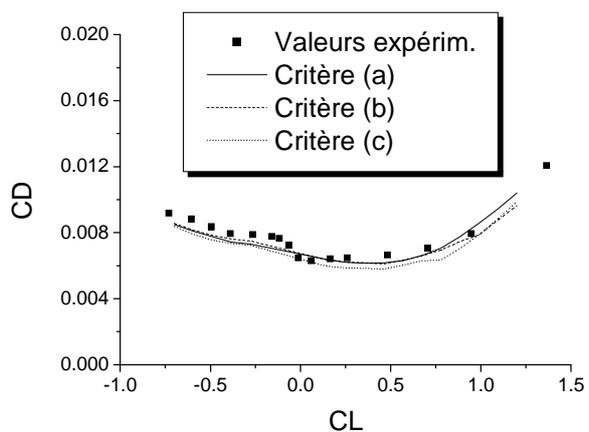
a) Profil NACA0012 - $Re = 1.0 \times 10^6$ b) Profil NACA0012 - $Re = 3.0 \times 10^6$ c) Profil NACA23015 - $Re = 6.9 \times 10^5$

Figure 2.14. Influence du critère de transition sur le coefficient de traînée :

(a) Cebeci et Smith, (b) Granville, (c) Arnal et al

Tab. 2.1. Profil NACA 0012 - $\alpha = 0^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$

Modèles	X_{tr}	C_D	$\Delta C_D / C_D$ (%)
<i>Valeurs expérimentales</i>	0.43	0.0069	-
Cebeci et Smith	0.35	0.0069	0
Granville	0.41	0.0064	-7
Arnald et al	0.25	0.0078	13

Tab 2.2. Profil NACA 0012 - $\alpha = 6^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$

Modèles	$X_{tr, ext}$	$X_{tr, int}$	C_D	$\Delta C_D / C_D$ (%)
<i>Valeurs expérimentales</i>	0.05	0.80	0.0094	-
Cebeci et Smith	0.05	0.85	0.0084	-10.6
Granville	0.03	0.25	0.0103	9.6
Arnald et al	0.03	0.66	0.0092	-2.0

Tab 2.3. Profil NACA 0012 - $\alpha = 12^\circ$ - $Re = 2.88 \times 10^6$ - $M_\infty = 0.16$

Modèles	$X_{tr, ext}$	$X_{tr, int}$	C_D	$\Delta C_D / C_D$ (%)
<i>Valeurs expérimentales</i>	0.01	0.95	0.0180	-
Cebeci et Smith	0.011	0.94	0.0139	-22.7
Granville	0.013	0.52	0.0149	-17.2
Arnald et al	0.011	0.94	0.0139	-22.7

2.4. Conclusion

L'écoulement autour de profils d'ailes a été étudié à l'aide d'une méthode qui consiste à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite. Deux approches ont été appliquées pour étudier l'écoulement potentiel : la théorie des transformations conformes et la méthodes des singularités. Lorsque

l'angle d'incidence de l'écoulement est faible, les résultats obtenus par la méthode des transformations conformes sont en bonne adéquation avec les données de référence si les propriétés relatives aux fonctions définies par des séries de Fourier sont bien respectées. Pour la méthode des singularités, il est recommandé de retenir des distributions de densité linéaires (et non pas constantes) par morceaux. Les résultats obtenus avec les deux approches sont similaires mais la méthode des singularités a l'avantage de pouvoir être étendue en 3D ainsi qu'à l'étude des ailes en mouvement avec sillage.

Les effets de la couche limite ont été déterminés à l'aide de méthodes intégrales. Pour déterminer le point de transition laminaire - turbulent, trois critères empiriques ont été comparés. Les coefficients de frottement calculés sont dans l'ensemble en bonne adéquation avec les résultats attendus. Les valeurs obtenues pour le coefficient de traînée sont assez variables et il est difficile de conclure quant au meilleur critère de transition.

La théorie de l'écoulement potentiel étant limitée aux profils minces placés sous de faibles incidences, l'étude de l'écoulement réel basé sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes (méthode CFD) est ensuite entreprise.

CHAPITRE 3

APPROCHES PRELIMINAIRES PAR LES METHODES CFD

Pour l'étude de l'écoulement réel à l'aide des techniques CFD, des simulations sont effectuées dans un premier temps avec PHOENICS, un code de calcul basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Le développement d'un programme de calcul est ensuite entrepris. Lorsque la géométrie du domaine d'étude est complexe, l'utilisation d'un système de coordonnées cartésiennes avec des zones bloquées produit une description grossière du problème étudié. Les équations à résoudre doivent être reformulées dans un système de coordonnées généralisées et un maillage doit être généré.

Une description succincte des équations résolues à l'aide du code PHOENICS ainsi que les résultats obtenus sont donnés dans le paragraphe 3.1. Les techniques de génération de maillage appliquées, équations résolues en coordonnées curvilignes et résultats obtenus sont ensuite présentés dans le paragraphe 3.2.

3.1 Résolution à l'aide du code PHOENICS

PHOENICS¹ est un code de calcul général de simulation des transferts de chaleur et de masse ainsi que des phénomènes de réactions chimiques pour des écoulements mono- ou multiphasiques. Il résout donc les équations de continuité, de conservation des quantités de mouvement et de conservation de l'énergie dans le cas des problèmes permanents ou non permanents et mono-, bi- ou tridimensionnels.

¹ PHOENICS est l'acronyme de Parabolic, Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series.

3.1.1 Equations résolues

L'équation générale résolue pour un écoulement monophasique est de la forme² :

$$\frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V} \varphi - \Gamma_\varphi \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \varphi) = S_\varphi \quad (3.1)$$

avec, en bidimensionnel :

- pour l'équation de continuité :

$$\varphi = 1 \quad (3.2)$$

- pour les équations de quantité de mouvement :

- suivant l'axe horizontal :

$$\varphi = u \quad (3.3a)$$

$$\Gamma_u = \mu_l + \mu_t \quad (3.3b)$$

$$S_u = -\partial P / \partial x \quad (3.3c)$$

- suivant l'axe vertical :

$$\varphi = v \quad (3.4a)$$

$$\Gamma_v = \mu_l + \mu_t \quad (3.4b)$$

$$S_v = -\partial P / \partial y \quad (3.4c)$$

Quatre modèles sont implémentés dans le code pour représenter la turbulence : (i) un modèle basé sur une viscosité turbulente constante, (ii) le modèle de Prandtl à une équation basé sur la longueur de mélange l , (iii) le modèle de Prandtl à deux équations k/l et (iv) le modèle k/ε avec une loi de paroi standard. Ces modèles sont décrits par l'équation générale (3.1) avec, lorsque la turbulence est représentée par le modèle k/ε :

- pour l'équation relative à l'énergie cinétique de turbulence k :

$$\varphi = k \quad (3.5a)$$

$$\Gamma_k = \mu_l + \mu_t / \sigma_k \quad (3.5b)$$

$$S_k = \mu_t \cdot G - \rho \cdot \varepsilon \quad (3.5c)$$

² Rosten, H.I. et Spalding, D.B., The PHOENICS Beginner's Guide (CHAM, TR/100, 1987) et The PHOENICS Reference Manual (CHAM, TR/200, 1987)

- pour l'équation relative au taux de dissipation de la turbulence ε :

$$\varphi = \varepsilon \quad (3.6a)$$

$$\Gamma_\varepsilon = \mu_l + \mu_t / \sigma_\varepsilon \quad (3.6b)$$

$$S_\varepsilon = (C_1 \cdot \mu_t \cdot G - C_2 \cdot \rho \cdot \varepsilon) \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.6c)$$

où G représente le taux de production de l'énergie cinétique turbulente dont l'expression en notation tensorielle est :

$$G = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (3.7)$$

μ_t est le coefficient de viscosité dynamique turbulente :

$$\mu_T = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.8)$$

et C_1 , C_2 , σ_k , σ_ε et C_μ sont des constantes dont les valeurs standards sont :

$$C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \text{ et } C_\mu = 0.09$$

Algorithme et schémas d'intégration. Les équations sont résolues par la méthode des volumes finis qui consiste à intégrer les équations différentielles régissant le problème étudié sur un volume de contrôle élémentaire. L'application du théorème de la divergence conduit alors, pour chaque variable, à la relation :

$$\int_\Omega \frac{\partial(\rho \cdot \varphi)}{\partial t} \cdot d\Omega + \int_\sigma (\rho \cdot \vec{V}\varphi - \Gamma_\varphi \cdot \overrightarrow{\text{grad}\varphi}) \cdot \overrightarrow{d\sigma} = \int_\Omega S \cdot d\Omega \quad (3.9)$$

σ étant la surface entourant le volume de contrôle Ω et $\overrightarrow{d\sigma}$ le vecteur normal à cette surface. Appliquée à un volume de contrôle bidimensionnel en coordonnées cartésiennes, cette relation devient :

$$(\rho \cdot u \cdot \varphi)_x + (\rho \cdot v \cdot \varphi)_y - (\Gamma \cdot \varphi_x)_x - (\Gamma \cdot \varphi_y)_y = \overline{S} \quad (3.10)$$

u et v étant les composantes cartésiennes du vecteur vitesse et \overline{S} la valeur moyenne du terme source. Après discrétisation des différents termes et linéarisation du terme source :

$$\overline{S} = S_C + S_P \cdot \varphi_P$$

l'équation aux volumes finis classique est obtenue :

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + b \quad (3.11)$$

Les coefficients a_E , a_W , a_N et a_S sont donnés par les expressions générales suivantes [88] :

$$a_E = D_e \cdot A(|P_e|) + \max[0, -F_e] \quad (3.12a)$$

$$a_W = D_w \cdot A(|P_w|) + \max[0, -F_w] \quad (3.12b)$$

$$a_N = D_n \cdot A(|P_n|) + \max[0, -F_n] \quad (3.12c)$$

$$a_S = D_s \cdot A(|P_s|) + \max[0, -F_s] \quad (3.12d)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho_p^0 \cdot \Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \quad (3.12e)$$

$$b = S_C \cdot \Delta x \cdot \Delta y + a_p^0 \cdot \varphi_p^0 \quad (3.12f)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_P \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (3.12g)$$

où P est le nombre de Peclet défini par :

$$P = \frac{F}{D}$$

et F et D sont les coefficients convectifs et diffusifs respectivement, définis par les relations suivantes :

$$F_{e,w} = (\rho \cdot u)_{e,w} \cdot \Delta y \quad (3.13a)$$

$$F_{s,n} = (\rho \cdot v)_{s,n} \cdot \Delta x \quad (3.13b)$$

$$D_{e,w} = \frac{\Gamma_{e,w} \cdot \Delta y}{(\delta x)_{e,w}} \quad (3.14a)$$

$$D_{s,n} = \frac{\Gamma_{s,n} \cdot \Delta x}{(\delta y)_{s,n}} \quad (3.14b)$$

Les termes $A(|P|)$ sont définis selon le schéma de discrétisation et d'interpolation appliqués aux différents termes de l'équation (3.10). Dans PHOENICS, les équations sont résolues avec les schémas UPWIND ou hybride. Les expressions des termes $A(|P|)$ sont, dans ces cas [88] :

$$A(|P|) = 1 \quad \text{pour le schéma UPWIND} \quad (3.15)$$

$$A(|P|) = \max(1 - 0.5|P|) \quad \text{pour le schéma hybride} \quad (3.16)$$

Les équations couplées pression-vitesse sont résolues avec l'algorithme SIMPLEST (ou SIMPLE shortened). SIMPLEST se distingue de SIMPLE par le fait que les coefficients des équations de quantité de mouvement ne comprennent que le terme

de diffusion. Le terme de convection est traité comme un terme source. Cette pratique permettrait d'accélérer la convergence [77].

3.1.2 Application

Les simulations sont effectuées pour des écoulements permanents, bidimensionnel et compressible puis incompressible. Pour tous les cas étudiés, les équations sont résolues avec le schéma hybride. Par ailleurs, la version 1.4 E.O. du code PHOENICS utilisée nécessite un compilateur particulier DBOS qui fonctionne sous DOS et qui est incompatible avec Windows XP. Tous les calculs ont donc été exécutés avec un Pentium I - 120 MHz - 4 Mo.

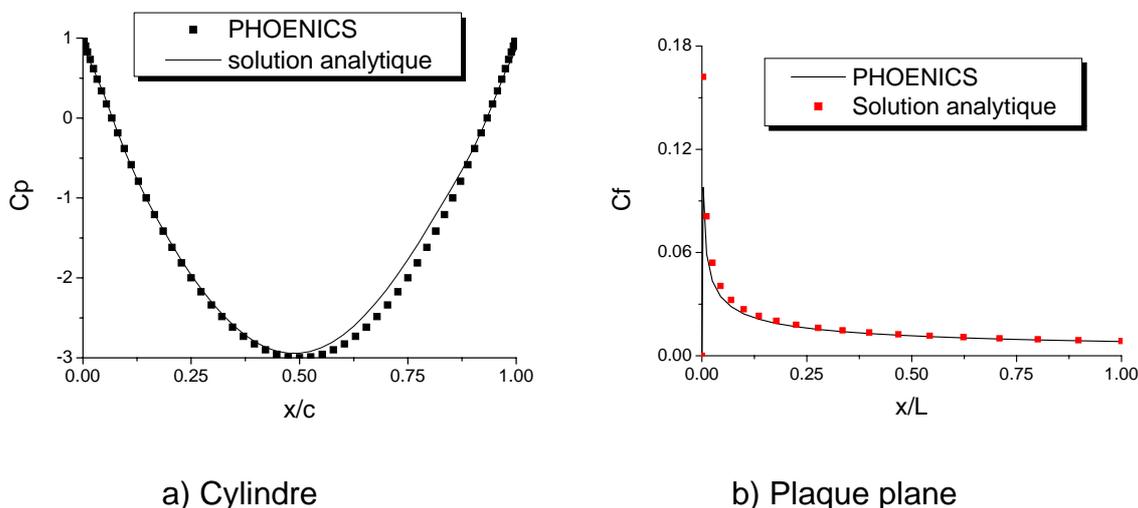


Figure 3.1. Résultats obtenus avec PHOENICS pour le cylindre et la plaque plane

Cas du cylindre et de la plaque plane. Les cas de l'écoulement potentiel autour du cylindre et celui de la couche limite sur une plaque plane sont considérés en premier lieu pour vérifier la bonne application du code. Les distributions de pression sur le cylindre sont comparées à la solution analytique sur la figure 3.1a. La résolution du problème de la couche limite sur une plaque plane est effectuée en tenant compte de la nature parabolique du problème et en considérant un volume de contrôle limité par la plaque au sud et par une frontière parabolique au nord. Les distributions de vitesses autour de la plaque obtenues à l'aide du code PHOENICS sont utilisées pour le calcul de l'épaisseur de la couche limite laminaire et du

coefficient de frottement ou de traînée. Les résultats obtenus pour le coefficient de frottement sont comparés à la solution analytique (Figure 3.1b).

Profils d'ailes. Le code est ensuite appliqué à différents types de profil d'ailes pour la détermination des distributions de pression. Le modèle k/ε avec une loi de paroi standard est retenu pour représenter la turbulence.

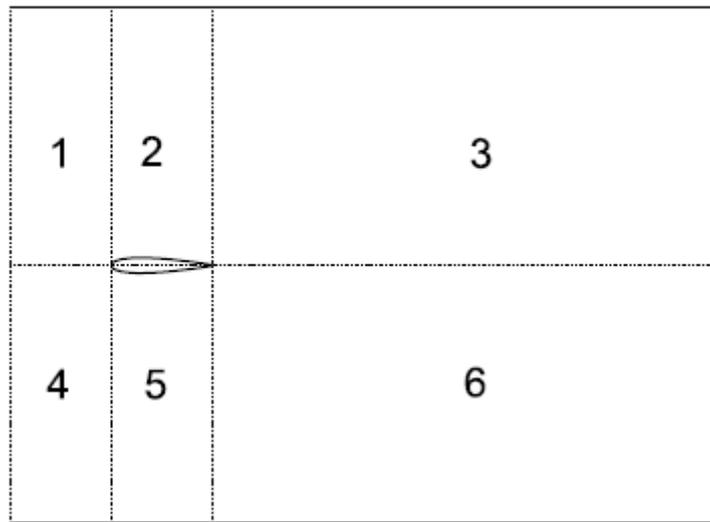
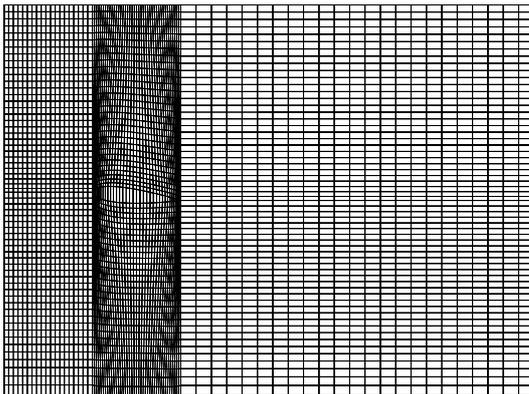
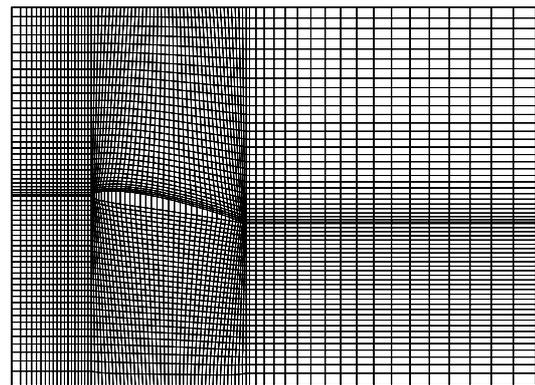


Figure 3.2. Domaine d'étude



Profil NACA0012



Profil NACA4412

Figure 3.3. Maillages construits avec PHOENICS autour des profils

Le maillage est généré par blocs dans un domaine d'étude en H (Figure 3.2) : Il est construit dans chaque zone par interpolation algébrique bilinéaire. Une loi de puissance est appliquée suivant la direction verticale pour affiner le maillage au voisinage des parois. Les équations de Laplace sont ensuite résolues pour la construction de mailles presque orthogonales dans les régions 2 et 5 au-dessus et au dessous du profil (Figs. 3.3a et 3.3b). Les calculs sont effectués avec un maillage de 82 x 60 cellules. Comme la longueur de l'écoulement établi ne peut pas être connue a priori, quelques investigations sont effectuées pour déterminer les positions optimales des différentes frontières. Il ressort que les résultats sont invariants si la frontière amont ainsi que les frontières sud et nord sont situées à une distance supérieure à 1 fois la corde du profil. La frontière aval doit être située à une distance supérieure à 3 fois la corde du profil. Par ailleurs, du fait de l'application de loi de paroi à la surface du profil, le maillage au voisinage des parois ne doit être ni trop fin ni trop large. Les différentes investigations numériques effectuées ont montré que les premiers noeuds doivent être situés à une distance verticale de l'ordre de $\Delta y_1/c = 0.03$

Les conditions aux limites appliquées sont les suivantes :

- A l'amont : définition des caractéristiques de l'écoulement ($U = U_\infty$, $V = 0$, $\dot{m} = \rho \cdot U_\infty$ /unité de surface, k_∞ et ε_∞). Différentes valeurs ont été attribuées aux grandeurs relatives au modèle de turbulence retenu sans que les résultats ne soient affectés. Ce résultat était prévisible : il est connu que le modèle k/ε est insensible aux grandeurs relatives à la turbulence de l'écoulement externe [94].
- A la surface du profil : condition de non glissement ($U = V = 0$) avec un loi de paroi
- A l'aval : le gradient de toutes les propriétés transportables (φ) est nul (sortie assez éloignée)
- Sur les frontières Sud et Nord du domaine d'étude : une condition de symétrie est appliquée. Les flux normaux à ces surfaces sont nuls.

Les caractéristiques de l'écoulement externe sont appliquées comme conditions initiales. Les résultats obtenus pour quelques cas étudiés sont présentés dans ce qui suit.

Profil NACA0012 - $\alpha = 0^\circ$. Pour ce profil, les simulations sont effectuées pour un écoulement potentiel puis pour un écoulement réel. L'écoulement potentiel est considéré pour comparer les résultats avec ceux obtenus à l'aide des méthodes précédemment appliquées. Comme le montre la figure 3.4a, les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus avec la méthode des singularités. Le calcul de l'écoulement réel est effectué pour un nombre de Reynolds $Re = 2.8 \times 10^5$. Les distributions de pression obtenues pour ce dernier cas sont comparables aux valeurs expérimentales publiées dans [92] (Figure 3.4b).

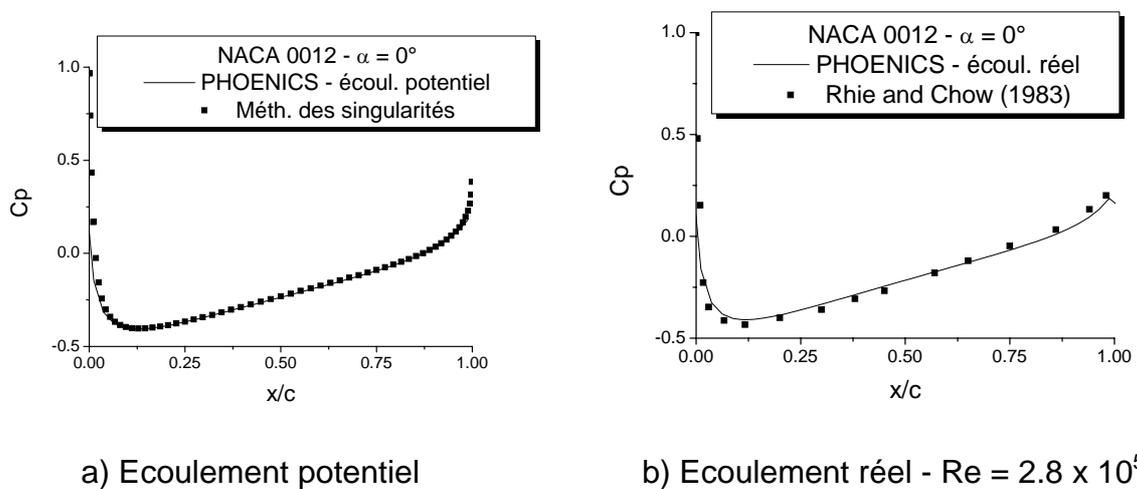


Figure 3.4. Distribution du coefficient de pression autour du profil NACA0012

Profil NACA0015 - $Re = 2.0 \times 10^5$. Les distributions de pression sont calculées pour un profil symétrique type NACA0015 (Figure A2) placé sous les angles d'attaque de 8° , 10° et 12° , le nombre de Reynolds étant égal à 2.0×10^5 . Les résultats obtenus avec le code PHOENICS et avec la méthode des transformations conformes et la méthode des singularités sont comparés aux valeurs publiées dans [23] sur les figures 3.5a à 3.5f. Les pressions calculées avec PHOENICS sont en meilleure adéquation avec les données expérimentales que celles obtenues avec la théorie de l'écoulement potentiel, notamment lorsque l'angle d'incidence augmente. Il est à noter cependant qu'avec PHOENICS, l'accélération du fluide au bord d'attaque est légèrement sous-estimée pour $\alpha = 10^\circ$ et 12° .

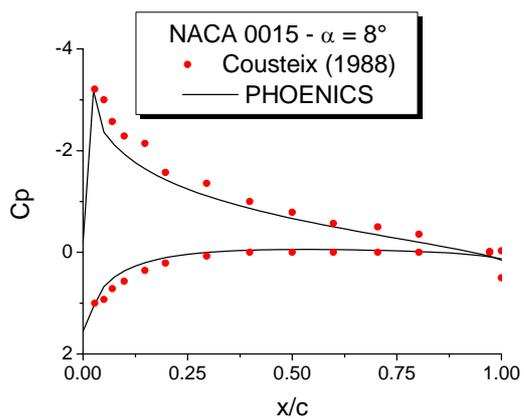
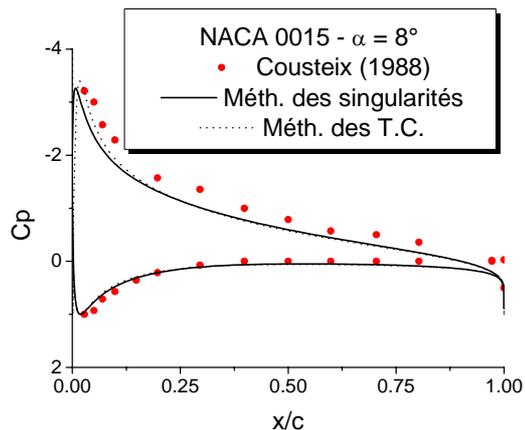
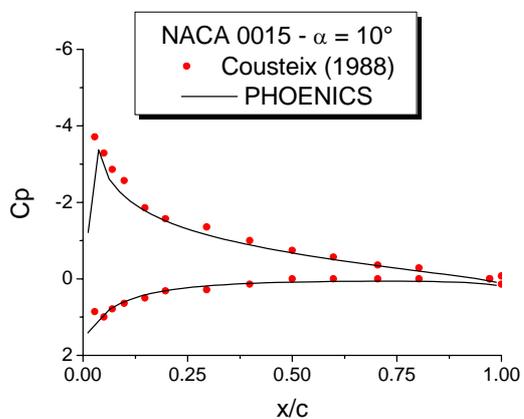
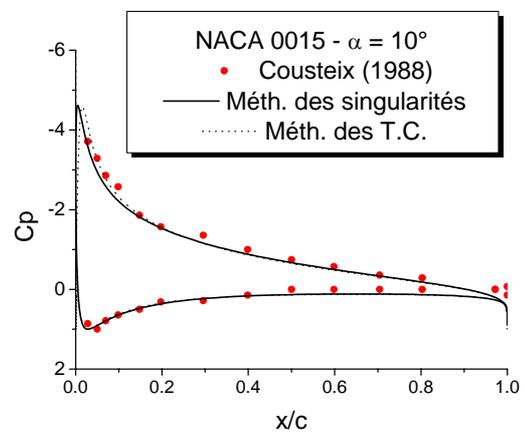
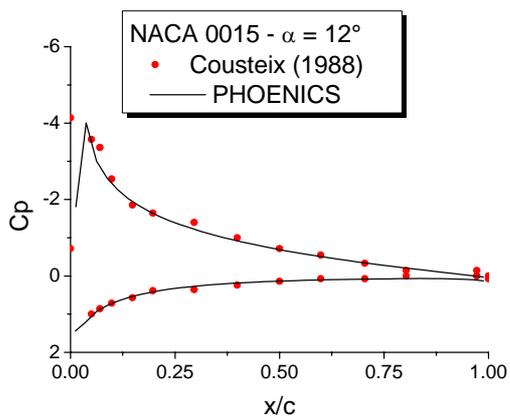
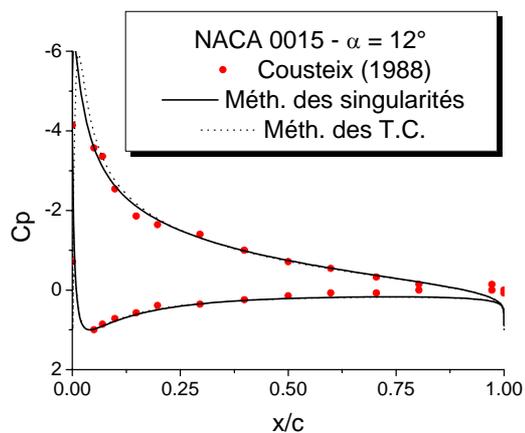
 $\alpha = 8^\circ$ - écoulement réel $\alpha = 8^\circ$ - écoulement potentiel $\alpha = 10^\circ$ - écoulement réel $\alpha = 10^\circ$ - écoulement potentiel $\alpha = 12^\circ$ - écoulement réel $\alpha = 12^\circ$ - écoulement potentiel

Figure 3.5. Distribution du coefficient de pression autour du profil NACA0015

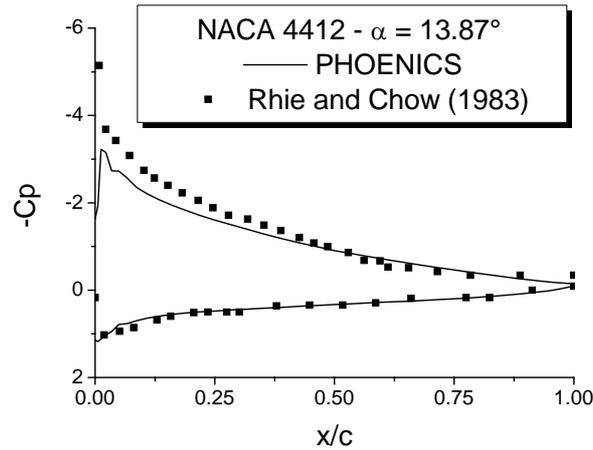


Figure 3.6. Distribution du coefficient de pression autour d'un profil NACA4412

Profil NACA4412 - $Re = 1.5 \times 10^6$. Pour le profil cambré NACA4412, les calculs sont effectués comme précédemment avec $\alpha = 13.87^\circ$. Comme dans [92], les frontières nord et sud sont situées à une distance égale à 1.93 et 1.45 fois la corde du profil respectivement. Les frontières amont et aval sont situées à des distances égales à 0.51 et 2.87 fois la corde, respectivement. La hauteur moyenne de la première rangée de cellules autour du profil est de 0.039. Les distributions de pressions obtenues sont représentées sur la figure 3.6. Ces résultats se comparent moins bien aux valeurs expérimentales publiées dans [92]. Les calculs ne détectent pas l'accélération du fluide observée au voisinage du bord d'attaque. Le temps d'exécution est de 297s après 200 itérations.

Profil type RC(4)10. Le profil RC(4)10 est un profil cambré utilisé dans la construction des hélices d'hélicoptères (FigureA.5). Les calculs sont effectués pour un écoulement compressible et turbulent. Les figures 3.7a à 3.7c représentent les distributions de pression obtenues pour les angles d'attaque $\alpha = 0.01^\circ$, 7.07° et 17.33° respectivement, avec différents nombres de Mach et de Reynolds. Les résultats obtenus sont comparés aux mesures effectuées en soufflerie par Noonan[87]. Ces résultats sont encore en moins bonne concordance avec les valeurs expérimentales que précédemment. Comme avec le profil NACA 4412, l'accélération du fluide au bord d'attaque n'est pas détectée. Ceci est probablement dû à la géométrie cambrée du profil. Le maillage semble inadapté particulièrement au niveau du bord d'attaque où les résultats ne sont pas fiables même pour $\alpha = 0^\circ$.

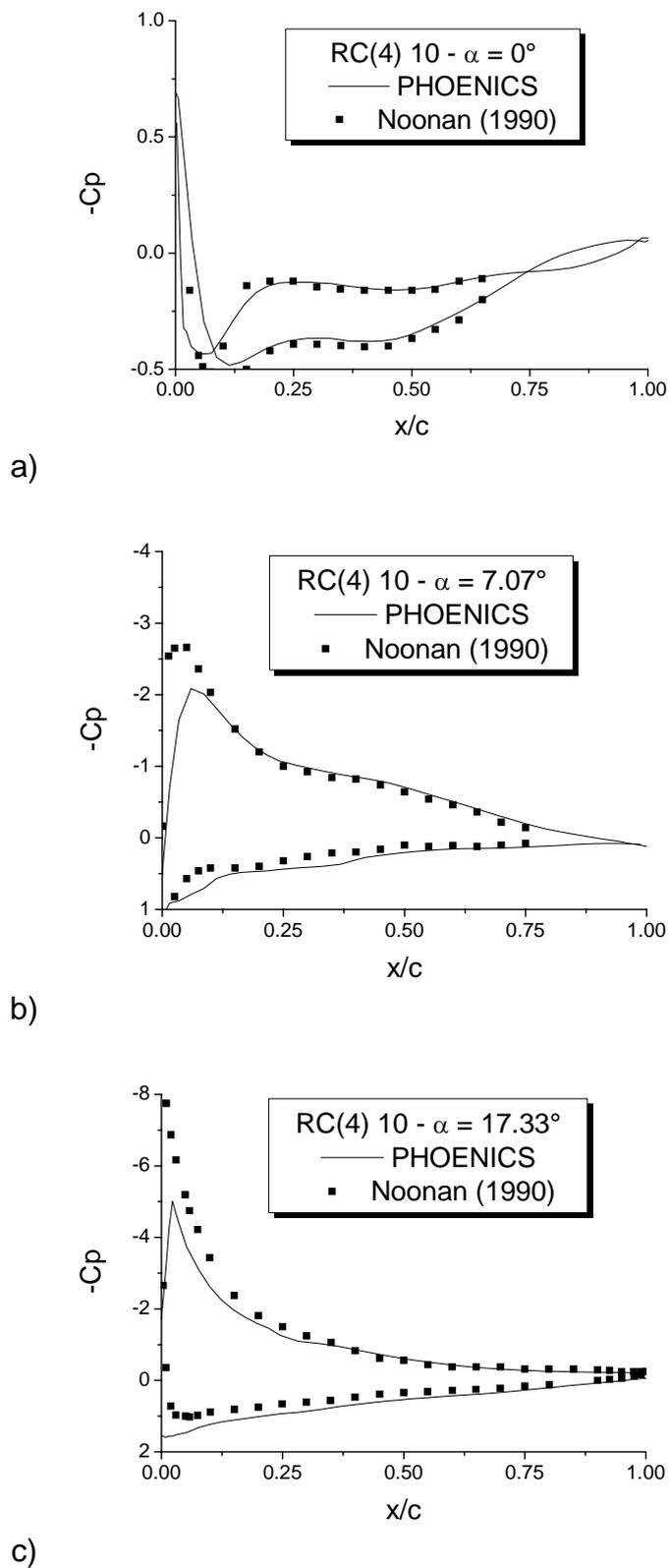


Figure 3.7. Distributions du coefficient de pression autour du profil RC(4) 10
 a) $\alpha = 0^\circ$ - $M = 0.10$ - $Re = 1.4 \times 10^6$, b) $\alpha = 7.07^\circ$ - $M = 0.34$ -
 $Re = 4.8 \times 10^6$, c) $\alpha = 17.33^\circ$ - $M = 0.20$ - $Re = 2.8 \times 10^6$

3.3.3 Conclusion

Les résultats obtenus pour les profils symétriques sont dans l'ensemble en bon accord avec les valeurs publiées. Par contre, pour les profils cambrés, les distributions de pression obtenues sont moins appropriées. L'accélération du fluide, observée au voisinage du bord d'attaque lorsque l'angle d'incidence du fluide est élevé, n'est pas détectée. Ceci est dû à une mauvaise définition de leur géométrie : un très grand nombre de points doit être retenu pour une meilleure représentation de la forme du profil. Cependant, dans la version du code PHOENICS disponible, (i) des erreurs peuvent résulter de l'utilisation d'un maillage trop fin³; (ii) la version utilisée étant une version shareware, Executable Only, le nombre maximal de mailles est fixé par les dimensions du programme que l'on ne peut pas modifier. Par ailleurs, les modèles de turbulence implémentés dans le code sont limités (la version utilisée date de 1987). Cependant, comparés aux résultats obtenus avec la théorie de l'écoulement potentiel, les calculs effectués à l'aide du code PHOENICS sont plus appropriés lorsque l'angle d'incidence augmente. Une étude comparative des résultats obtenus avec les méthodes globales et avec le code PHOENICS a été présentée dans [50].

3.2. Problème résolu en coordonnées curvilignes

Dans ce qui suit, quelques techniques de génération de maillage sont étudiées et un programme est développé. L'équation de transport est ensuite développée en coordonnées curvilignes avec une formulation basée sur les composantes contravariantes du vecteur vitesse. De nouvelles expressions pour les coefficients de convection et de diffusion sont obtenues et implémentées dans SIMPLER2D, un code de résolution des équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes et cylindriques.

³ Rosten, H.I. et Spalding, D.B., The PHOENICS Reference Manual, CHAM, TR/200, 1987

3.2.1 Génération de maillage

Pour la génération de maillage, un changement de variables est effectué : le système de coordonnées cartésiennes (x, y) est transformé en un système de coordonnées curvilignes (ξ, η) dans lequel les limites du domaine d'étude correspondent aux lignes :

$$\xi = \xi_b = \text{constante}$$

$$\eta = \eta_b = \text{constante}$$

Le problème qui consiste donc à déterminer $\xi(x, y)$ et $\eta(x, y)$ est résolu par interpolation algébrique ou par méthode numérique.

3.2.1a Méthodes appliquées

Lorsque le maillage est généré par méthode numérique, le domaine physique (x, y) est relié au domaine de calcul (ξ, η) par un système d'équations elliptiques ou hyperboliques. Les maillages elliptiques sont obtenus avec la résolution d'un système d'équations de Poisson dont l'expression générale est :

$$\nabla^2 \xi^i = P^i = g^{ij} \cdot P_j \quad (3.17)$$

où les g_{ij} sont les composantes contravariantes du tenseur métrique de la transformation et les P_i sont des fonctions de contrôle à spécifier avec $i = 1$ à 3. Lorsque $P_i = 0$, le système se réduit aux équations de Laplace. En 2D, le système d'équations à résoudre est :

$$\nabla^2 \xi = g^{22} \cdot P(\xi, \eta) = \frac{g_{22}}{J} \cdot P \quad (3.18a)$$

$$\nabla^2 \eta = g^{11} \cdot Q(\xi, \eta) = \frac{g_{11}}{J} \cdot Q \quad (3.18b)$$

g_{11} et g_{22} étant les éléments du tenseur métrique et J le déterminant de la transformation définis par les relations :

$$\begin{aligned} g_{11} &= x_\xi^2 + y_\xi^2 \\ g_{22} &= x_\eta^2 + y_\eta^2 \\ g_{12} &= x_\eta \cdot x_\xi + y_\eta \cdot y_\xi \end{aligned} \quad (3.19)$$

et

$$J = x_\xi \cdot y_\eta - x_\eta \cdot y_\xi \quad (3.20)$$

Pour leur résolution, les équations décrivant le maillage sont ramenées au système suivant :

$$\begin{aligned} g_{22} \cdot x_{\xi\xi} - 2 \cdot g_{12} \cdot x_{\xi\eta} + g_{11} \cdot x_{\eta\eta} &= -J^2 \cdot (x_{\xi} \cdot P + x_{\eta} \cdot Q) \\ g_{22} \cdot y_{\xi\xi} - 2 \cdot g_{12} \cdot y_{\xi\eta} + g_{11} \cdot y_{\eta\eta} &= -J^2 \cdot (y_{\xi} \cdot P + y_{\eta} \cdot Q) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Contrôle du maillage. Différentes formulations ont été proposées pour les fonctions de contrôle P et Q. Thompson et al [135] ont introduit des fonctions exponentielles :

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) &= - \sum_{l=1}^L a_l \cdot \text{sgn}(\xi - \xi_l) \cdot \exp(-c_l \cdot |\xi - \xi_l|) \\ &\quad - \sum_{m=1}^M b_m \cdot \text{sgn}(\xi - \xi_m) \cdot \exp\left[-d_m \cdot [(\xi - \xi_m)^2 + (\eta - \eta_m)^2]^{1/2}\right] \end{aligned} \quad (3.22a)$$

$$\begin{aligned} Q(\xi, \eta) &= - \sum_{l=1}^L a_l \cdot \text{sgn}(\eta - \eta_l) \cdot \exp(-c_l \cdot |\eta - \eta_l|) \\ &\quad - \sum_{m=1}^M b_m \cdot \text{sgn}(\eta - \eta_m) \cdot \exp\left[-d_m \cdot [(\xi - \xi_m)^2 + (\eta - \eta_m)^2]^{1/2}\right] \end{aligned} \quad (3.22b)$$

sgn est la fonction *signe de (x)*. Les constantes a_i , b_j , c_i et d_j ne sont pas nécessairement les mêmes dans les deux équations. Dans l'équation 3.22a, le premier terme a pour effet d'attirer les lignes $\xi = \text{constante}$ vers les points (ξ_{ij}, η_{ij}) ; le deuxième terme a pour effet d'attirer les lignes $\xi = \text{constante}$ vers les lignes $\xi = \xi_i$. Dans l'équation 3.22b, des effets similaires sont produits sur les lignes $\eta = \text{constante}$. Ces deux fonctions sont implémentées dans le code TOMCAT.

Dans [125], la hauteur s_{η} de la première rangée de cellules autour de l'une des frontières du domaine $\eta = \eta_b$ (ou s_{ξ} pour $\xi = \xi_b$) est fixée et la condition d'orthogonalité du maillage est imposée sur cette frontière. Les fonctions P et Q sur les frontières du domaine sont alors définies par les relations :

$$\begin{aligned} P &= - \frac{x_{\xi} \cdot x_{\xi\xi} + y_{\xi} \cdot y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} - \frac{x_{\xi} \cdot x_{\eta\eta} + y_{\xi} \cdot y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \\ Q &= - \frac{x_{\eta} \cdot x_{\xi\xi} + y_{\eta} \cdot y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} - \frac{x_{\eta} \cdot x_{\eta\eta} + y_{\eta} \cdot y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \end{aligned}$$

Tous les termes dans ces relations sont définis, à l'exception de $x_{\eta\eta}$ et $y_{\eta\eta}$ (ou $x_{\xi\xi}$ et $y_{\xi\xi}$ si c'est s_ξ qui est spécifiée). Le problème est résolu par méthode itérative :

1. Des valeurs arbitraires sont attribuées aux fonctions P et Q.
2. Les équations (3.21) sont résolues avec les valeurs de P et Q ainsi fixées.
3. Les valeurs de $x_{\eta\eta}$ et $y_{\eta\eta}$ (ou $x_{\xi\xi}$ et $y_{\xi\xi}$) sont déduites à partir du maillage obtenu.
4. Les valeurs de P et Q pour les points frontières sont alors déterminées à l'aide des relations (3.23) qui les définissent.
5. Les valeurs de P et Q pour les noeuds internes sont ensuite évaluées par interpolation algébrique à partir des valeurs obtenues pour les points frontières.
6. La convergence des résultats est vérifiée et les calculs sont repris éventuellement à partir du point 2.

Cette technique qui permet donc de fixer la hauteur de la première rangée de cellules autour de l'une des frontières du domaine et d'assurer l'orthogonalité du maillage sur cette frontière est implémentée dans le code 3DGRAPE/AL[122].

Maillages orthogonaux. L'utilisation d'un système de coordonnées curvilignes permet de considérer des corps de géométrie arbitraire. Toutefois, la résolution du problème est altérée par les distorsions du maillage. En d'autres termes, pour une meilleure résolution du problème, le maillage doit être orthogonal notamment au voisinage des parois du profil. L'angle θ formé par les axes ξ et η doit donc être égal à $\pi/2$. Cette condition se traduit par la relation :

$$g_{12} = x_\eta \cdot x_\xi + y_\eta \cdot y_\xi = 0 \quad (3.24)$$

Thompson et al [136] ont montré que la condition d'orthogonalité conduit au système d'équations à résoudre suivant :

$$\nabla^2 \xi = P = \frac{1}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}} \cdot \frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \xi} \quad (3.25a)$$

$$\nabla^2 \eta = Q = \frac{1}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}} \cdot \frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \eta} \quad (3.25b)$$

ou, après transformation :

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (3.26a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (3.26b)$$

avec :

$$f(\xi, \eta) = \sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \quad (3.27)$$

La fonction f définit l'aspect du maillage. La condition d'orthogonalité conduit également aux relations de Beltrami :

$$x_\eta = -y_\xi \cdot f \quad (3.28a)$$

$$y_\xi = x_\eta \cdot f \quad (3.28b)$$

Lorsque $f = 1$, les conditions de Cauchy-Riemann sont respectées et le maillage est conforme.

Approche proposée par Ryskin et Leal [99]. La méthode proposée par Ryskin et Leal pour résoudre les équations 3.26 est basée sur le calcul de la fonction de $f(\xi, \eta)$ appelée fonction de contrainte. Partant d'un maillage initial, les composantes du tenseur métrique sont calculées pour les points frontières. La fonction $f(\xi, \eta)$ est ainsi évaluée sur les frontières du domaine d'étude à partir de la distribution des points sur ces frontières. Les valeurs de f pour les noeuds internes sont alors déterminées par interpolation bi-directionnelle :

$$f(\xi, \eta) = f^0(\xi, \eta) + f^c(\xi, \eta) \quad (3.29)$$

avec :

$$f^0(\xi, \eta) = (1 - \xi) \cdot f(0, \eta) + \xi \cdot f(1, \eta) + (1 - \eta) \cdot f(\xi, 0) + \eta \cdot f(\xi, 1)$$

$$f^c(\xi, \eta) = (1 - \xi) \cdot (1 - \eta) \cdot f(0, 0) + (1 - \xi) \cdot \eta \cdot f(0, 1) + \xi \cdot (1 - \eta) \cdot f(1, 0) + \xi \cdot \eta \cdot f(1, 1)$$

L'équation 3.26 est ensuite résolue. La procédure est répétée jusqu'à convergence du maillage. Pour un meilleur contrôle du maillage, les valeurs de la fonction f obtenues avec la relation 3.29 sont multipliées par la fonction algébrique $(1 - 0.8 \cdot \sin \pi \xi \cdot \sin \pi \eta)$.

Approche proposée par Tamamidis [129]. Tamamidis reprend l'approche de Ryskin et Leal [99] et propose de déterminer les valeurs de la fonction f par résolution d'un système d'équations différentielles :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = G(\xi, \eta) \quad (3.31)$$

où $G(\xi, \eta)$ est une fonction de contrôle du maillage.

3.2.1b Application

Un programme de génération de maillage dans lequel différentes techniques ont été implémentées a été développé. Les équations sont discrétisées par des différences finies du deuxième ordre et résolues par la méthode de Jacobi ou la méthode de sur relaxation successive (SOR). Une méthode proposée par Erlich [35] est appliquée pour accélérer la convergence :

L'équation à résoudre étant mise sous la forme suivante :

$$a_1 x_{i+1,j} + a_2 x_{i,j+1} + a_3 x_{i-1,j} + a_4 x_{i,j-1} - a_0 x_{i,j} = b_{i,j} \quad (3.32)$$

la méthode consiste à calculer les valeurs propres complexes de cette équation :

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_r + \mu_i \\ &= \frac{2}{a_0} \cdot \left[\sqrt{a_1 \cdot a_3} \cos \frac{\pi}{NX+1} + \sqrt{a_2 \cdot a_4} \cos \frac{\pi}{NY+1} \right] \end{aligned} \quad (3.33)$$

μ_r et μ_i étant les parties réelles et imaginaires et NX et NY sont le nombre maximal de points suivant les directions ξ et η respectivement. Posons :

$$\begin{aligned} A &= \mu_r^2 + \mu_i^2 & B &= \mu_r^2 - \mu_i^2 \\ a &= A^2 + B^2 & b &= A^2 - B^2 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} D &= \left[3b + (a + b^2)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot \left[(a + b^2)^{\frac{1}{2}} - b \right]^{\frac{1}{3}} \\ E &= \left[3b - (a + b^2)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot \left[(a + b^2)^{\frac{1}{2}} + b \right]^{\frac{1}{3}} \\ \bar{\omega} &= \frac{1}{A^4 - A^2 B} \cdot [D - E + A^2 + 3B^2 - 4A^2 B] \end{aligned}$$

Le paramètre optimal de relaxation ω est calculé avec :

$$\omega_{ij} = -\frac{\bar{\omega} - (\bar{\omega}^2 + 4\bar{\omega})^{1/2}}{2} \quad \text{si} \quad A^2 > B \quad (3.34a)$$

$$\omega_{ij} = -\frac{\bar{\omega} + (\bar{\omega}^2 + 4\bar{\omega})^{1/2}}{2} \quad \text{si} \quad A^2 < B \quad (3.34b)$$

Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la convergence.

Qualité du maillage. La qualité du maillage est appréciée avec le calcul des angles maximum et moyen de distorsion des mailles à l'aide des relations [31] :

$$MDO = \max(|90^\circ - \theta_{ij}|) \quad (3.35)$$

$$ADO = \frac{1}{NX-2} \cdot \frac{1}{NY-2} \cdot \sum_{i=2}^{NX} \sum_{j=2}^{NY} (|90^\circ - \theta_{ij}|) \quad (3.36)$$

θ_{ij} étant les angles des mailles qui sont calculés avec :

$$\theta_{ij} = \arccos\left(\frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} \cdot g_{22}}}\right) \quad (3.37)$$

Les erreurs maximale et moyenne résultant des relations de Beltrami (Eq. (3.28)) sont également calculées :

$$MBE = \max\left(\frac{1}{\sqrt{J_{ij}}} \cdot |f \cdot x_\xi - y_\eta|_{ij}, \frac{1}{\sqrt{J_{ij}}} \cdot |f \cdot y_\xi + x_\eta|_{ij}\right) \quad (3.38)$$

$$ABE = 0.5 \cdot \frac{1}{NX-2} \cdot \frac{1}{NY-2} \cdot \sum_{i=2}^{NX} \sum_{j=2}^{NY} \frac{1}{\sqrt{J_{ij}}} \cdot |f \cdot x_\xi - y_\eta|_{ij} + \frac{1}{\sqrt{J_{ij}}} \cdot |f \cdot y_\xi + x_\eta|_{ij} \quad (3.39)$$

Différents maillages elliptiques sont construits avec les fonctions de contrôle définies par les relations (3.22) ou (3.23), un maillage conforme et des maillages presque orthogonaux selon les approches proposées par Ryskin et Leal [99] et Tamamidis [129].

Deux exemples de maillages générés autour d'un profil NACA 0015 sans fonction de contrôle, i.e. avec la résolution des équations de Laplace, sont représentés sur la figure 3.8 pour des domaines en C et en H. Les maillages ainsi obtenus sont des maillages non-orthogonaux mais les mailles semblent régulièrement réparties.

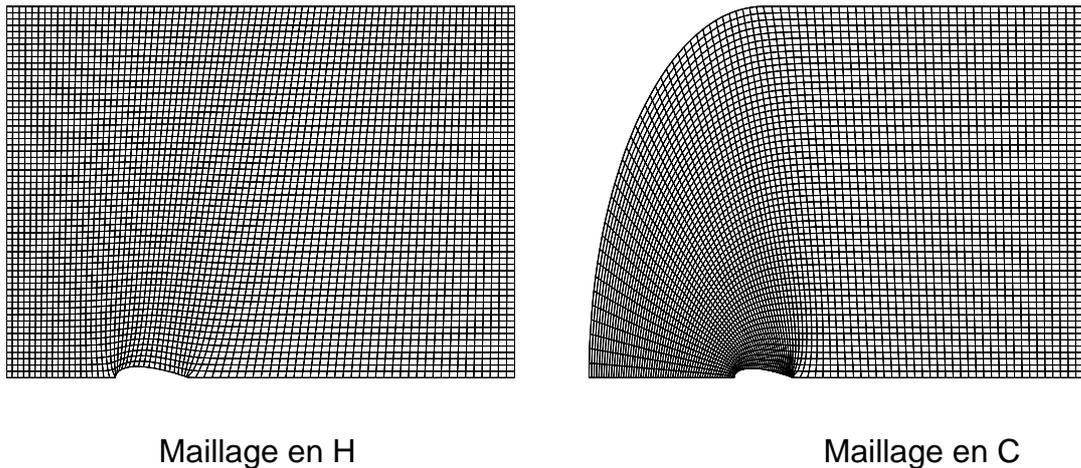
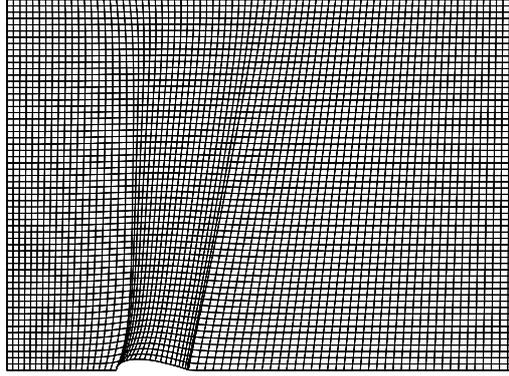


Figure 3.8. Maillages elliptiques générés sans fonction de contrôle

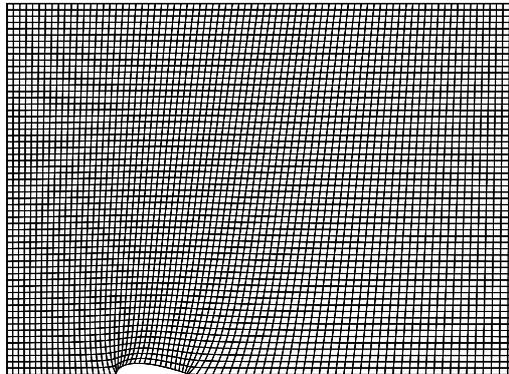
Sur les figures 3.9 et 3.10 sont représentés des maillages construits autour du profil NACA 0015 avec différentes méthodes pour les deux types de domaines en C et en H. Les paramètres relatifs à la qualité du maillage sont donnés pour chaque cas dans les tableaux 3.1 et 3.2. Il est à noter que l'angle de distorsion moyen varie de 4.0° à 4.9° pour tous les cas alors que l'angle de distorsion maximal varie de 15° à 52° pour le domaine en H et de 58° à 68° pour le domaine en C. Ces résultats se retrouvent dans le calcul d'erreur sur les équations de Beltrami, paramètres ABE et MBE dont les valeurs augmentent de la même manière que celles des angles de distorsion. Le maillage construit avec la méthode de Ryskin et Leal pour le domaine en H semble être le plus approprié puisqu'il présente la plus faible distorsion mais les mailles au voisinage du profil ne sont pas assez fines pour un calcul avec couche limite. Pour le domaine en C, les résultats ne sont pas très concluants. Une méthode algébrique serait plus appropriée.

Tab. 3.1. Paramètres relatifs aux maillages en H

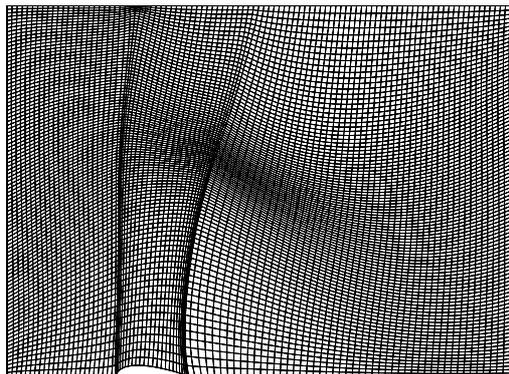
Méthodes	ADO	MDO	ABE (%)	MDE (%)
Equations de Laplace	4.7°	48	-	-
Fonctions calculées avec la relation 3.23	4.9°	52°	-	-
Maillage conforme	4.7°	56°	39	125
Méthode de Ryskin & Leal	4.5°	15°	7	50
Méthode Tamamidis	4.6°	29°	7	65



Fonctions P et Q calculées avec la relation (3.23)

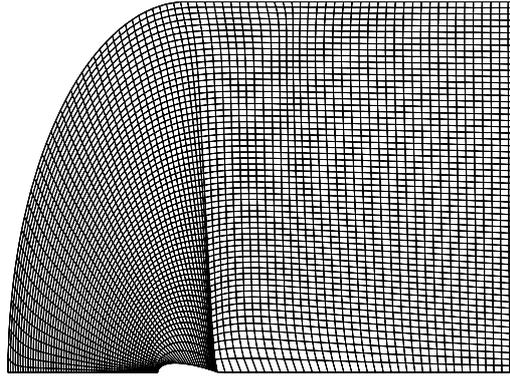


Maillage conforme

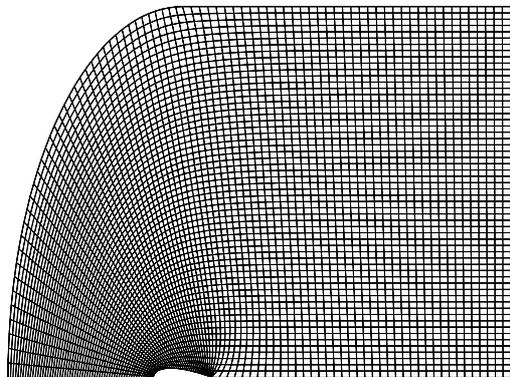


Méthode de Ryskin et Leal

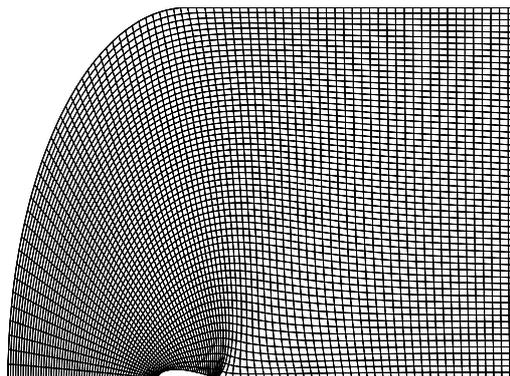
Figure 3.9. Maillages construits autour d'un NACA 0015 dans un domaine en H



Fonctions P et Q calculées avec la relation (3.23)



Maillage conforme



Méthode Tamamidis

Figure 3.10. Maillages construits autour d'un NACA 0015 dans un domaine en C

Tab. 3.2 Paramètres relatifs aux maillages en C

Méthodes	ADO	MDO	ABE (%)	MDE (%)
Equations de Laplace	4.8°	51°	-	-
Fonctions calculées avec la relation 3.23	4.0°	68°	-	-
Maillage conforme	4.9°	56°	45	200
Méthode Tamamidis	4.4°	66°	13	266

Sur la figure 3.11 sont représentés d'autres exemples de maillages construits avec la résolution des équations (3.21) et avec la méthode de Ryskin et Leal (eqs. 3.26 et 3.29). Le maillage initial est obtenu avec la résolution des équations de Laplace (Figure 3.11a). Dans la figure 3.11b, les fonctions P et Q sont calculées avec la relation (3.23). Dans la figure 3.11c, la fonction f est obtenue par interpolation algébrique avec la relation 3.29. Dans la figure 3.11d, la fonction f calculée avec la relation 3.29 est multipliée par $(1 - 0.8 \cdot \sin \pi \xi \cdot \sin \pi \eta)$, comme proposé par Ryskin et Leal [99], ce qui a pour effet de resserrer les mailles au voisinage de la frontière $\xi = \xi_{\max}$.

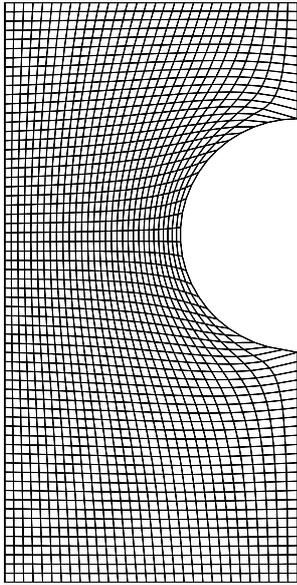
L'influence du maillage sur les résultats est montrée dans le paragraphe suivant où les maillages représentés sur la figure 3.11 sont appliqués pour un problème de conduction thermique, les équations étant résolues en coordonnées curvilignes.

3.2.2 Equation résolue en coordonnées curvilignes

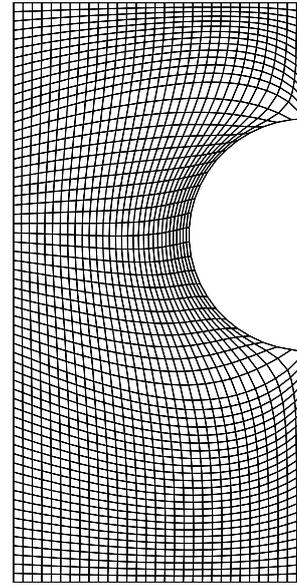
L'équation de transport considérée est donnée par l'expression générale :

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \vec{V} \cdot \varphi) - \operatorname{div}(\Gamma \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi) = S$$

où φ est une grandeur scalaire, \vec{V} est le vecteur vitesse, Γ est le coefficient de diffusion et S est un terme source. Le cas des équations de quantité de mouvement n'a pas été traité. Toutefois, une forme générale de leurs expressions en coordonnées curvilignes est donnée dans l'annexe C. Les techniques appliquées et résultats obtenus sont présentés dans ce qui suit.



(a) Maillage initial



(b) P et Q calculées avec la relation (3.23)

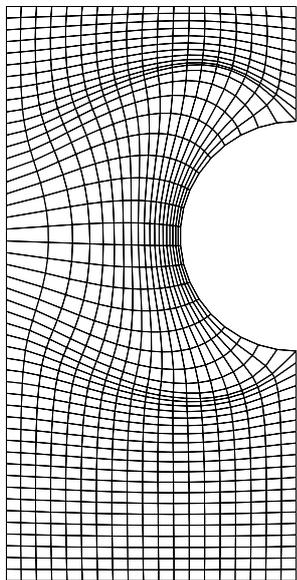
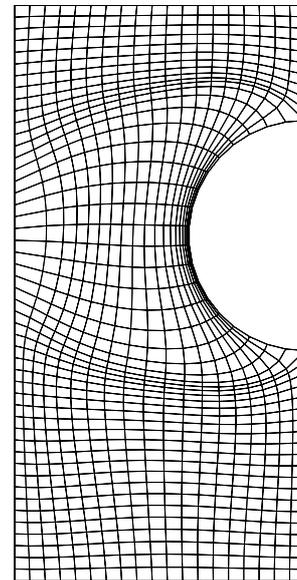
(c) $f(\xi, \eta)$ calculée avec la relation 3.29(d) $f(\xi, \eta) = f \cdot (1 - 0.8 \cdot \sin \pi \xi \cdot \sin \pi \eta)$

Figure 3.11 Autres exemples de maillages

3.2.2a Expression de l'équation de transport en coordonnées curvilignes

L'équation considérée est discrétisée par la méthode des volumes finis. Une équation similaire à la relation (3.10) est obtenue, sans le terme transitoire qui n'est pas retenu ici :

$$(\rho \cdot u \cdot \varphi)_x + (\rho \cdot v \cdot \varphi)_y - (\Gamma \cdot \varphi_x)_x - (\Gamma \cdot \varphi_y)_y = \bar{S} \quad (3.41)$$

Cette dernière équation est transformée en coordonnées curvilignes avec l'application des relations de transformations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \xi_x \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} = \left(y_\eta \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} - y_\xi \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \cdot \left(\frac{1}{J} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \xi_y \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} = \left(-x_\eta \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + x_\xi \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \cdot \left(\frac{1}{J} \right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

L'équation (3.41) devient en coordonnées curvilignes :

$$(\rho \cdot \tilde{U} \varphi)_\xi + (\rho \cdot \tilde{V} \varphi)_\eta = \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot (g_{22} \cdot \varphi_\xi - g_{12} \cdot \varphi_\eta) \right]_\xi + \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot (g_{22} \cdot \varphi_\eta - g_{12} \cdot \varphi_\xi) \right]_\eta + \bar{S} \cdot J \quad (3.43)$$

ou, après arrangement :

$$(\rho \cdot \tilde{U} \varphi)_\xi + (\rho \cdot \tilde{V} \varphi)_\eta - \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{22} \cdot \varphi_\xi \right]_\xi - \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{11} \cdot \varphi_\eta \right]_\eta = - \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{12} \cdot \varphi_\eta \right]_\xi - \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{12} \cdot \varphi_\xi \right]_\eta + \bar{S} \cdot J \quad (3.44)$$

où \tilde{U} et \tilde{V} sont les composantes contravariantes du vecteur vitesse :

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= u \cdot y_\eta - v \cdot x_\eta \\ \tilde{V} &= v \cdot x_\xi - u \cdot y_\xi \end{aligned} \quad (3.45)$$

g_{11} , g_{12} et g_{22} sont les composantes du tenseur métrique de la transformation et J est le Jacobien de la transformation définis par les relations (3.19) et (3.20) respectivement. Comparée à l'expression (3.10), il ressort que la relation (3.44) a la même forme que l'équation originale en notant que :

- Les intégrales sont évaluées par rapport aux coordonnées curvilignes ξ et η
- Les composantes cartésiennes du vecteur vitesse u et v sont remplacées par les composantes contravariantes \tilde{U} et \tilde{V}

- Le coefficient de diffusion Γ est multiplié par les termes g_{11}/J et g_{22}/J suivant les directions ξ et η , respectivement
- Le terme source est multiplié par le Jacobien de la transformation J
- Le membre de droite de l'équation comprend un terme supplémentaire :

$$-\left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{12} \cdot \varphi_{\eta}\right]_{\xi} - \left[\frac{\Gamma}{J} \cdot g_{12} \cdot \varphi_{\xi}\right]_{\eta} \quad (3.46)$$

Mise en oeuvre. Ces équations sont introduites dans SIMPLER2D, un code de résolution des équations 2D de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes ou cylindriques, basé sur la méthode des volumes finis avec un schéma à variables décalées. Tenant compte de l'analogie entre les relations (3.10) et (3.44), les termes F et D que l'on retrouve dans les expressions des coefficients de l'équation aux volumes finis sont remplacées dans le code par les relations suivantes :

$$F_{e,w} = (\rho \cdot \tilde{U})_{e,w} \cdot \Delta\eta \quad D_{e,w} = \frac{g_{22}}{J} \cdot \frac{\Gamma \cdot \Delta\eta}{(\delta\xi)} \Big|_{e,w} \quad (3.47)$$

$$F_{n,s} = (\rho \cdot \tilde{V})_{n,s} \cdot \Delta\xi \quad D_{n,s} = \frac{g_{11}}{J} \cdot \frac{\Gamma \cdot \Delta\xi}{(\delta\eta)} \Big|_{n,s} \quad (3.48)$$

De même, les grandeurs Δx et Δy sont remplacées par $\Delta\xi$ et $\Delta\eta$ respectivement. Le terme supplémentaire défini par la relation (3.46) est traité comme un terme source et discrétisé de manière explicite. Lorsque le maillage est orthogonal, $g_{12} = 0$ et le terme source supplémentaire s'annule.

Il est à noter que dans SIMPLER2D, c'est le schéma de puissance qui est appliqué. Les expressions des coefficients de l'équation aux volumes finis sont toujours donnés par les relations (3.12) mais les termes $A(|P|)$ sont dans ce cas :

$$A(|P|) = \max\left(0, (1 - 0.5|P|)^5\right) \quad (3.49)$$

3.2.2b Résultats obtenus

Le cas du transfert de chaleur par conduction dans une plaque plane tel que défini dans [26] est considéré pour valider les résultats obtenus avec le programme SIMPLER2D modifié. La paroi Ouest est à une température de 0° , la paroi Est à une température de 1° , les parois Sud et Nord sont adiabatiques (Figure 3.12a). Les

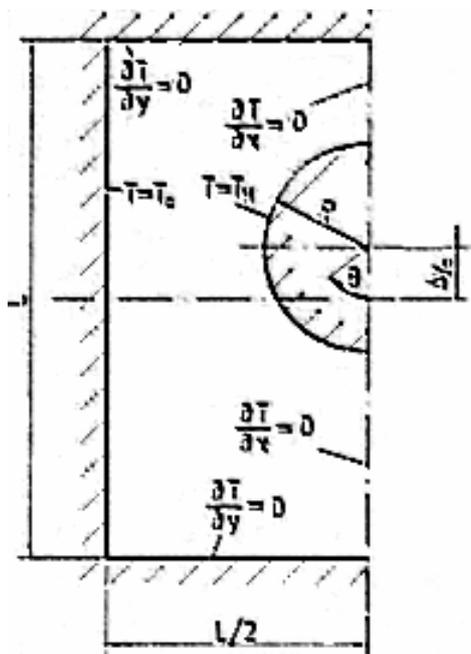
calculs sont effectués avec différents maillages. La convergence de la solution est obtenue après 200 itérations avec les maillages constitués de 128 x 256 cellules (il n'y a pas de différence appréciable entre les résultats lorsque le nombre de mailles est multiplié par 2). Les résultats obtenus sont représentés sur les figures 3.13a et 3.13b. Les isothermes ont même allure que les résultats publiés par Demirdzik et al. [26] (Figure 3.12b) notamment lorsque le maillage appliqué est déterminé par la méthode de Ryskin et Leal bien que ce dernier maillage semble moins régulier. Le programme SIMPLER2D modifié a été également appliqué pour l'étude d'un problème de chauffage des serres à l'aide de conduites enterrées. Les résultats de ces dernières simulations sont présentés dans [44].

3.3. Conclusion

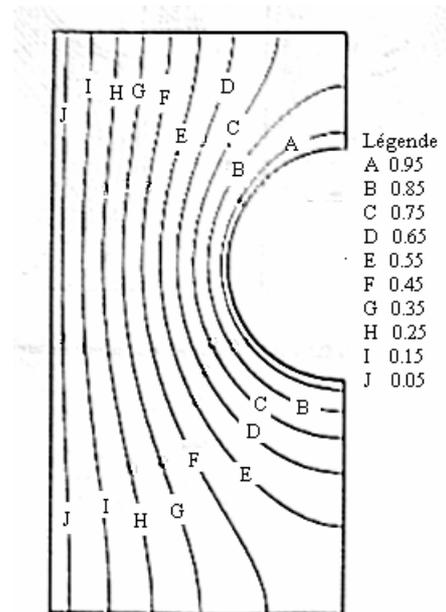
Le code PHOENICS a été appliqué pour déterminer les distributions de pression autour de différents profils, symétriques et cambrés, et pour plusieurs régimes d'écoulement, laminaire, turbulent, compressible et incompressible. Pour de faibles valeurs de l'angle d'attaque, les résultats obtenus par la théorie de l'écoulement potentiel sont presque identiques à ceux de l'écoulement réel. Les effets de la viscosité sont plus apparents aux grandes valeurs de l'angle d'incidence. Les résultats sont améliorés pour les profils symétriques, comparés aux valeurs obtenues avec les méthodes globales. Par contre, pour les profils cambrés, les résultats sont moins adéquats.

Deux programmes de calcul ont été ensuite développés, l'un pour la génération de maillage et le second pour la résolution de l'équation de transport en coordonnées curvilignes. Ces programmes sont appliqués pour l'étude de problèmes de conduction. Les résultats obtenus sont en bonne concordance avec les valeurs publiées dans la littérature.

Par la suite, une approche plus complète avec un écoulement réel autour de profils d'ailes a été développée avec l'application de méthodes RANS. Une résolution à partir de codes robustes tels que FLUENT et StarCD est entreprise.

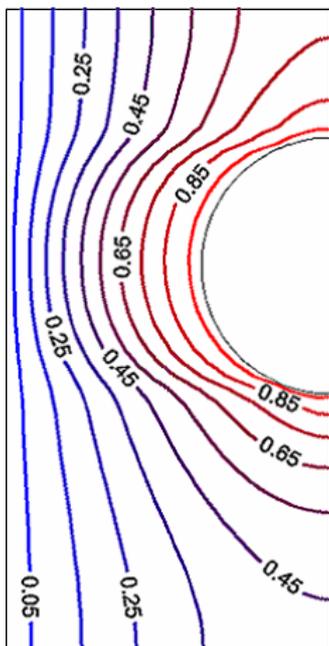


(a) Cas étudié

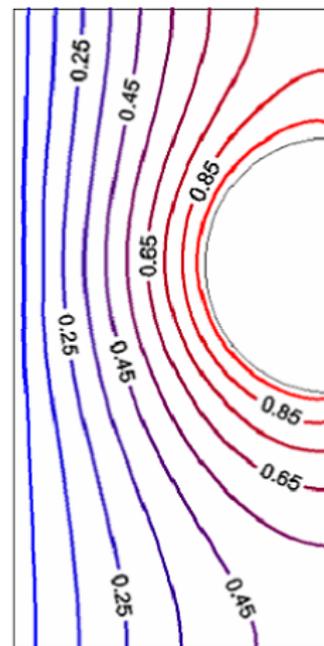


(b) Isothermes

3.12. Problème tel que présenté dans [26]



(a) maillage de la Figure 3.11b



(b) maillage de la Figure 3.11d

Figure 3.13. Isothermes dans une plaque calculées avec différents maillages

CHAPITRE 4

ÉCOULEMENT REEL AUTOUR DE PROFILS D'AILES

L'étude de l'écoulement réel est traitée ici avec la résolution des équations moyennées de Navier Stokes (méthode RANS). Ces simulations sont principalement effectuées pour des écoulements turbulents incompressibles en calcul permanent puis non permanent. Comme les grandes vitesses observées au voisinage du bord d'attaque sur l'extrados peuvent conduire à un écoulement localement compressible, le cas d'un écoulement compressible est également considéré. Pour représenter la turbulence, différents modèles à deux équations de transport sont comparés. L'influence de la turbulence de l'écoulement externe sur les résultats est vérifiée. Les problèmes liés à l'aérodynamique instationnaire sont abordés. Ces calculs sont exécutés à l'aide des codes FLUENT et StarCD.

4.1 Equations résolues

Les équations résolues sont basées sur une formulation pression-vitesse des équations moyennées de Navier-Stokes qui, lorsqu'elles sont résolues avec un maillage fixe, sont exprimées par les relations suivantes (en notation tensorielle dans un système de coordonnées cartésiennes) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \cdot u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_i \cdot u_j - \tau_{ij}) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + S_i \quad (4.2)$$

avec :

- t : temps
- x_i : coordonnées cartésiennes ($x_i = x, y, z$)
- u_i : composante de la vitesse du fluide suivant la direction x_i
- p : pression

- S_i : terme source
- τ_{ij} : tenseur de contraintes. Lorsque l'écoulement est turbulent,

$$\tau_{ij} = \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) - \bar{\rho} \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j} \quad (4.3)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker, μ est le coefficient de viscosité dynamique et les u'_i représentent la partie fluctuante de la vitesse instantanée. Le dernier terme de droite $(-\bar{\rho} \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j})$ est le tenseur de Reynolds dû au mouvement turbulent.

Ces relations sont complétées par les équations représentant la turbulence décrites ici par des modèles linéaires à deux équations différentielles : le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds appliqué avec une loi de paroi standard, le modèle RNG k/ε avec une loi de paroi Non Equilibrium, le modèle SST k/ω de Menter, le modèle k/ε à bas nombres de Reynolds et un modèle à 2 couches combinant le modèle RNG k/ε et le modèle de Van Driest basé sur la longueur de mélange. Ces deux derniers modèles sont proposés dans StarCD seulement. Les équations décrivant les modèles retenus tels qu'ils sont implémentés dans les deux codes sont données dans l'annexe D.

Algorithmes et schémas d'interpolation. Les équations sont résolues par la méthode des volumes finis. Plusieurs schémas sont proposés pour la discrétisation des termes convectifs parmi lesquels, les schémas UPWIND 1^{er} ordre, QUICK et MARS (dans StarCD seulement). Ce dernier schéma serait insensible aux distorsions du maillage¹. Dans FLUENT, les pressions et vitesses sont stockées au centre des cellules (schéma non décalé). Les valeurs des pressions aux interfaces des cellules étant nécessaires pour le calcul des équations de quantité de mouvement, un schéma d'interpolation est utilisé; Parmi les différentes options implémentées dans le code, le schéma standard est retenu (les valeurs des pressions sont interpolées avec l'exploitation des coefficients des équations des quantités de mouvement).

¹ StarCD Methodology, p. 4.7 (CD Adapco, 2004)

Différents algorithmes sont proposés pour la résolution des équations couplées pression-vitesses : SIMPLE, SIMPLEC (dans FLUENT seulement), PISO ou SIMPISO (dans StarCD seulement). L'algorithme SIMPISO est analogue à SIMPLE mais les termes supplémentaires dus à la non orthogonalité du maillage font l'objet d'un traitement plus élaboré. Cet algorithme est recommandé lorsque le maillage présente de grandes distorsions².

Discretisation temporelle. Dans StarCD, le terme de convection $C \equiv \rho \cdot u \cdot \varphi$ étant mis sous la forme $C \equiv F \cdot \varphi$, avec $F \equiv \rho \cdot u$, il est discrétisé à l'aide du schéma suivant :

$$C = F \cdot [0.5 \cdot \gamma \cdot \varphi^n + (1 - 0.5 \cdot \gamma) \cdot \varphi^{n+1}]$$

avec

$$F = 0.5 \cdot \gamma \cdot F^n + (1 - 0.5 \cdot \gamma) \cdot F^{n+1}$$

Lorsque $\gamma = 0$, l'expression de C devient : $C = F^{n+1} \cdot \varphi^{n+1}$, ce qui correspond à un schéma implicite. Avec $\gamma = 1$, c'est le schéma de Crank-Nicholson d'ordre 2 qui est obtenu :

$$C = \frac{1}{2} \cdot (F^n + F^{n+1}) \cdot \frac{1}{2} \cdot (\varphi^n + \varphi^{n+1})$$

Tous les calculs sont exécutés avec l'algorithme PISO. A l'exception de certaines simulations à l'aide de StarCD qui ont été exécutées avec le schéma MARS, toutes les autres simulations ont été effectuées avec le schéma QUICK.

Calculs des forces. Les forces aérodynamiques exercées par le fluide sur les pales sont obtenues à partir de la solution des équations de Navier-Stokes, avec l'intégration des pressions (p) et contraintes de cisaillement (τ) sur la surface du profil [140] :

$$\vec{F} = \int (-p \cdot \vec{n} + \tau \times \vec{n}) \cdot dS = \sum (-p_i \cdot \vec{n}_i + \tau_i \times \vec{n}_i) \cdot dS_i \quad (4.4)$$

\vec{n}_i étant le vecteur normal aux éléments de surfaces dS_i . Les forces de traînée, D , de direction parallèle à la vitesse de l'écoulement et de portance, L , de direction normale à la vitesse sont obtenues avec :

² StarCD Methodology, p. 7.6 (CD Adapco, 2004)

$$D = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \vec{t} \quad (4.5)$$

$$L = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \vec{n} \quad (4.6)$$

où \vec{n} et \vec{t} sont les vecteurs unitaires suivant les directions normale et parallèle à l'écoulement, respectivement. Les coefficients de traînée et de portance sont finalement calculés avec :

$$C_L = \frac{L}{0.5 \cdot \rho \cdot U_\infty^2 \cdot A_{ref}} \quad (4.7)$$

$$C_D = \frac{D}{0.5 \cdot \rho \cdot U_\infty^2 \cdot A_{ref}} \quad (4.8)$$

A_{ref} étant une surface de référence (projection de la surface frontale de l'aile i.e. $c \times l$, l représentant ici l'envergure de la pale).

Domaine d'étude et conditions aux limites. Pour tous les cas étudiés, le domaine d'étude est un domaine en C-H qui s'étend sur une distance égale à 10 fois la corde, de part et d'autre du profil. Les maillages sont du type structuré, générés par bloc (Figure 4.1). La géométrie des profils est définie avec les données ponctuelles disponibles sans interpolation pour augmenter le nombre de points lorsque ces derniers sont insuffisants. Selon Guilmineau et al [47], une mauvaise interpolation des coordonnées du profil peut conduire à des oscillations de pression. Un lissage par cubic-spline est toutefois effectué par le code lors de la construction du maillage.

Les conditions aux limites appliquées sont du type Neumann et Dirichlet sur les frontières qui ne sont pas en contact avec le profil. Sur les frontières solides une condition de non glissement est imposée avec une loi de paroi lorsque la turbulence est représentée par un modèle aux grands nombres de Reynolds (Figure 4..2).

Les propriétés physiques retenues pour le fluide sont celles de l'air avec : $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ pour la densité et $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pas}$ pour le coefficient de viscosité dynamique. Ces simulations sont appliquées aux profils NACA 63415 et NREL S809 placés dans des écoulements turbulents à faibles nombres de Mach. Les

distributions de pression autour des profils et les coefficients caractéristiques de portance et de traînée sont déterminées pour différentes valeurs de l'angle d'incidence et du nombre de Reynolds. Les résultats obtenus sont présentés dans ce qui suit, comparés à des valeurs expérimentales.

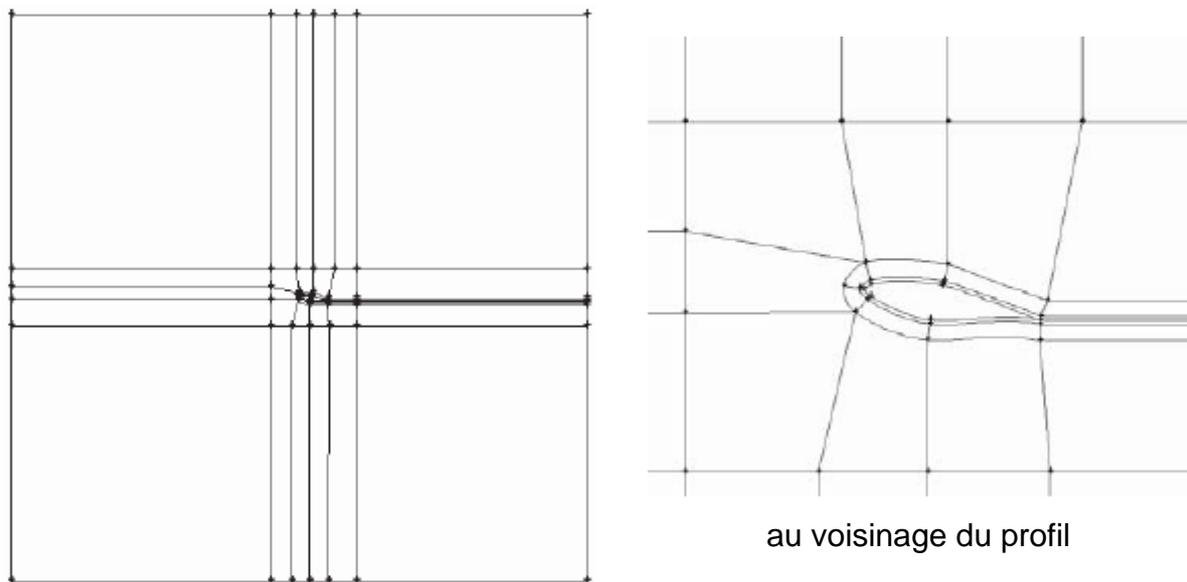


Figure 4.1. Schéma des blocs définis pour la construction du maillage

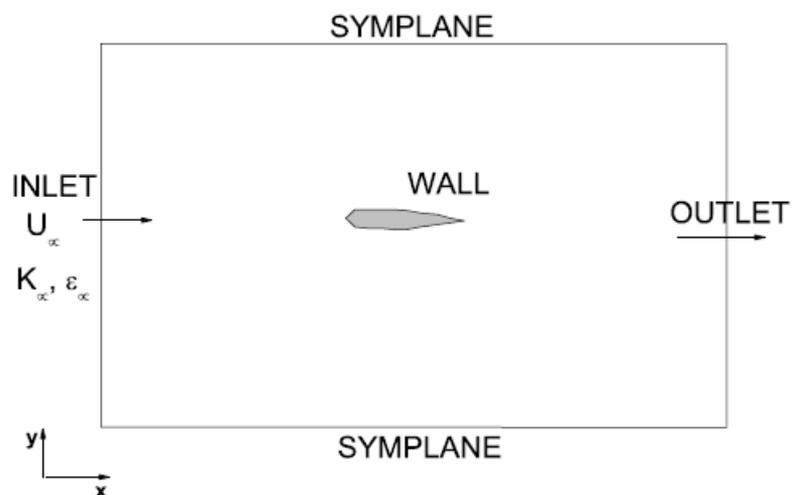


Figure 4.2. Schéma des conditions aux limites appliquées

4.2. Profil NACA63415 - $Re = 1.6 \times 10^6$

Le profil NACA 63415, utilisé pour la construction des pales d'éoliennes à axe horizontal, est un profil légèrement cambré (Figure A.4) dont la géométrie a été obtenue par la méthode des transformations conformes [69]. Pour ces simulations, les données géométriques du Wind Turbine Airfoil Catalogue de RISO sont considérées³. Le profil NACA 63415 a fait l'objet de mesures dans la soufflerie Velux de Denmark Technical University (DTU - Danemark) dont une description peut être trouvée dans Fuglsang et al [39]. Ces mesures ont été prises sur une aile de 1.90m d'envergure avec une corde de 0.60 m, l'axe de rotation du profil étant placé à 40% du bord d'attaque, pour un nombre de Reynolds de 1.6×10^6 et différentes valeurs de l'angle d'attaque. Le taux de turbulence dans la soufflerie était de 1% [8]. Les calculs sont effectués pour un profil placé dans un écoulement turbulent 2D, sous les incidences de 0° et 5.95° avec un nombre de Reynolds $Re = 1.6 \times 10^6$. La corde du profil étant égale à 0.60 m, la vitesse du fluide imposée à l'entrée est $U_\infty = 40$ m/s. Le nombre de Mach correspondant est 0.134. Les simulations sont effectuées pour des écoulements incompressible et compressible, avec les modèles de turbulence suivants :

- le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds avec une loi de paroi standard et le modèle RNG k/ε avec une loi de paroi Non equilibrium pour un écoulement incompressible dans des calculs exécutés avec FLUENT,
- le modèle k/ε aux bas nombres de Reynolds, un modèle à deux couches et le k/ε aux grands nombres de Reynolds avec une loi de paroi standard pour un écoulement compressible dans des calculs exécutés avec StarCD,
- le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds avec une loi de paroi standard pour un écoulement incompressible dans des calculs exécutés avec StarCD,

Les résultats obtenus avec les deux codes et les différents modèles sont comparés aux valeurs expérimentales publiées dans [8].

Maillage. Trois maillages, dont un aperçu général est donné dans la figure 4.3a ont été construits pour ce profil :

³ Données disponibles sur www.risoe.dk/vea/profcat/WWW/HTML/index.htm

(i) Un premier maillage (Maillage N°1) constitué de 44450 cellules et 210 points sur le profil est construit pour les calculs effectués avec FLUENT (Figure 4.3b et 4.3c). La hauteur y_0 de la première cellule autour du profil est de l'ordre de 5×10^{-4} m. Les valeurs de y^+ résultantes varient de 40 à 90 environ.

(ii) Pour vérifier l'indépendance du maillage sur les résultats, un deuxième maillage (Maillage N°2) est construit à partir des précédents, avec la subdivision par 2 des 10 premières rangées de cellules autour du profil (Figure 4.3d). La nouvelle hauteur y_0 de la première cellule autour du profil est de l'ordre de 2.5×10^{-4} m et le nombre de points résultant sur le profil est 420. Les valeurs de y^+ sont alors divisées de moitié et varient de 20 à 45 environ.

(iii) Un troisième maillage (Maillage N°3) comprenant 42200 cellules dont 280 mailles autour du profil est construit pour les simulations avec StarCD (Figure 4.3e). La hauteur de la première rangée de cellules autour du profil est de l'ordre de 10^{-3} m. Les valeurs de y^+ résultantes varient de 10 à 60 pour les calculs effectués avec $\alpha = 0^\circ$ et de 100 à 200 pour $\alpha = 5.95^\circ$.

Conditions aux limites. Les valeurs de l'énergie cinétique de turbulence k_∞ et du taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence ε_∞ sont définies avec les relations suivantes :

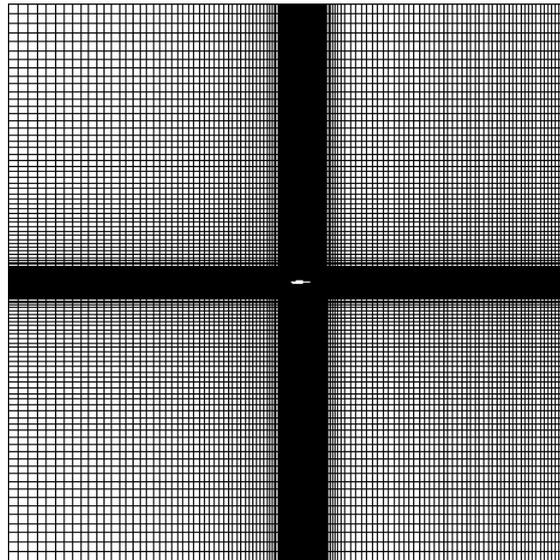
$$k_\infty = \frac{3}{2} \cdot (U_\infty \cdot Tu)^2 \quad (4.9)$$

et

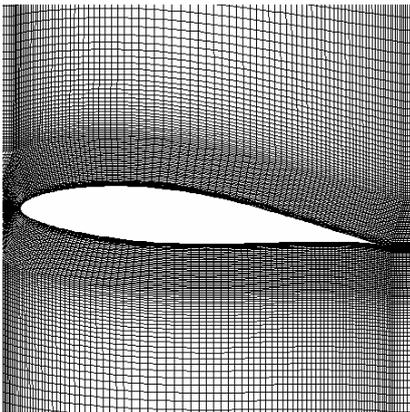
$$\varepsilon_\infty = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k_\infty^2}{\mu} \cdot \left(\frac{\mu_t}{\mu} \right)^{-1} \quad (4.10)$$

où Tu est le taux de turbulence à l'entrée, μ et μ_t sont les coefficients de viscosité laminaire et turbulente respectivement et C_μ est un coefficient empirique ($C_\mu = 0.09$ pour le modèle k/ε standard et $C_\mu = 0.0845$ pour le modèle RNG k/ε). Avec $Tu = 1\%$ et $\mu_t/\mu = 5$, les valeurs imposées à l'entrée sont :

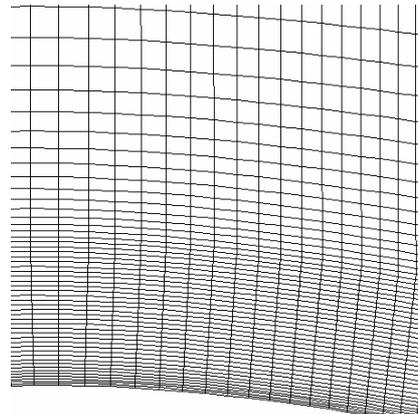
- $k_\infty = 0.24 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- $\varepsilon_\infty = 69.12 \text{ m}^2/\text{s}^3$ pour le modèle k/ε
- $\varepsilon_\infty = 64.89 \text{ m}^2/\text{s}^3$ pour le modèle RNG k/ε .



(a)

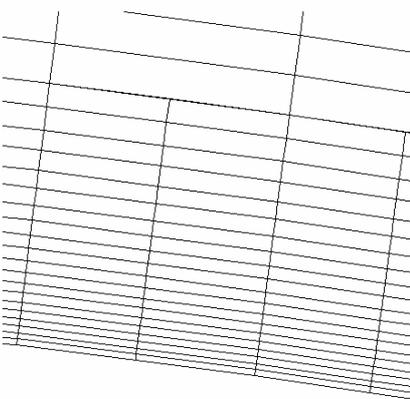


(b)

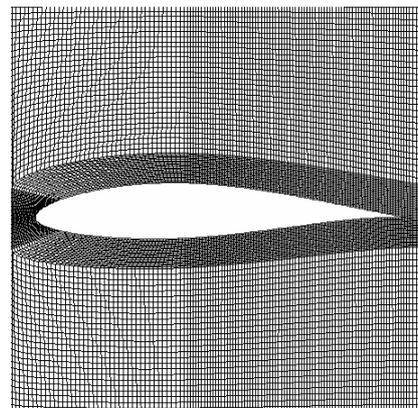


(c)

Maillage N° 1



(d) Maillage N° 2

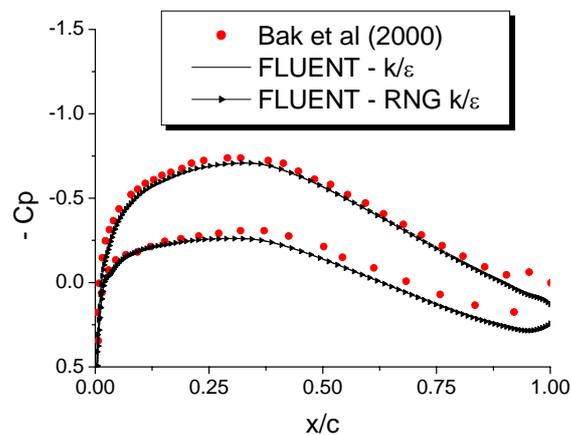


(e) Maillage N°3

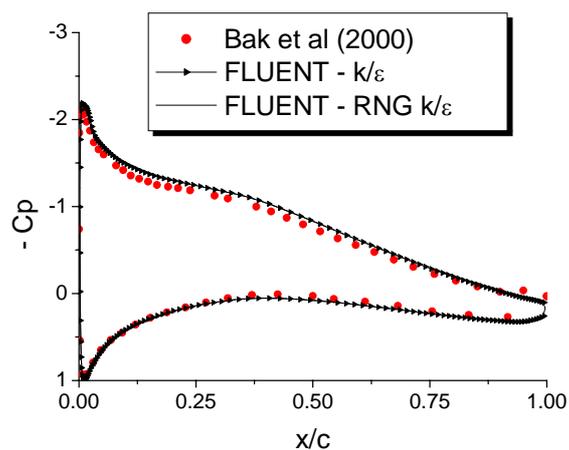
Figure 4.3. Maillages construits autour du profil NACA 63415

4.2.1 Calculs stationnaires

Coefficient de pression. Les distributions du coefficient de pression obtenues avec FLUENT pour un écoulement incompressible et les deux variantes du modèle k/ε sont représentées sur les figures 4.4 et 4.5 comparées aux valeurs expérimentales publiées dans [8] : (i) La différence entre les résultats obtenus avec les deux modèles n'est pas appréciable. (ii) Les valeurs relatives au bord d'attaque sont en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales. (iii) Les distributions de pression obtenues avec les maillages N°1 et N°2 et le modèle RNG k/ε sont pratiquement confondues. (iv) Pour $\alpha = 0^\circ$, les valeurs relatives au bord de fuite s'écartent des valeurs expérimentales.



a) $\alpha = 0^\circ$



b) $\alpha = 5.95^\circ$

Figure 4.4. Distributions de pression obtenues avec les modèles k/ε et RNG k/ε pour un écoulement incompressible

Les distributions de pressions obtenues avec StarCD sont comparées aux valeurs expérimentales et aux valeurs obtenues avec FLUENT sur la figure 4.6. Pour $\alpha = 0^\circ$, les distributions de pression relatives à l'extrados obtenues avec StarCD sont en meilleure adéquation avec les valeurs expérimentales que celles de FLUENT. Avec les deux codes de calcul, les valeurs relatives au bord de fuite s'écartent des valeurs expérimentales. Il s'agit peut-être d'une erreur de lecture de ces dernières, la courbe extraite de la référence [8] n'étant pas très claire pour cette région. Pour $\alpha = 5.95^\circ$, les valeurs relatives au bord d'attaque obtenues avec StarCD sont en moins bonne adéquation avec les valeurs expérimentales que celles de FLUENT. L'accélération du fluide au bord d'attaque sur l'extrados n'est pas détectée par StarCD.

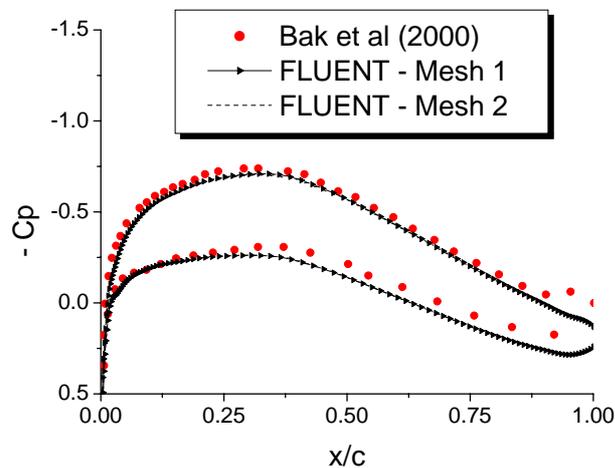
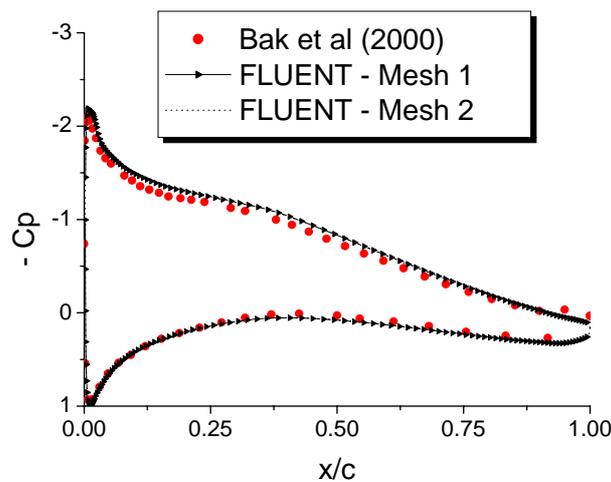
a) $\alpha = 0^\circ$ b) $\alpha = 5.95^\circ$

Figure 4.5. Distribution de pression obtenue avec les maillages N°1 et N°2

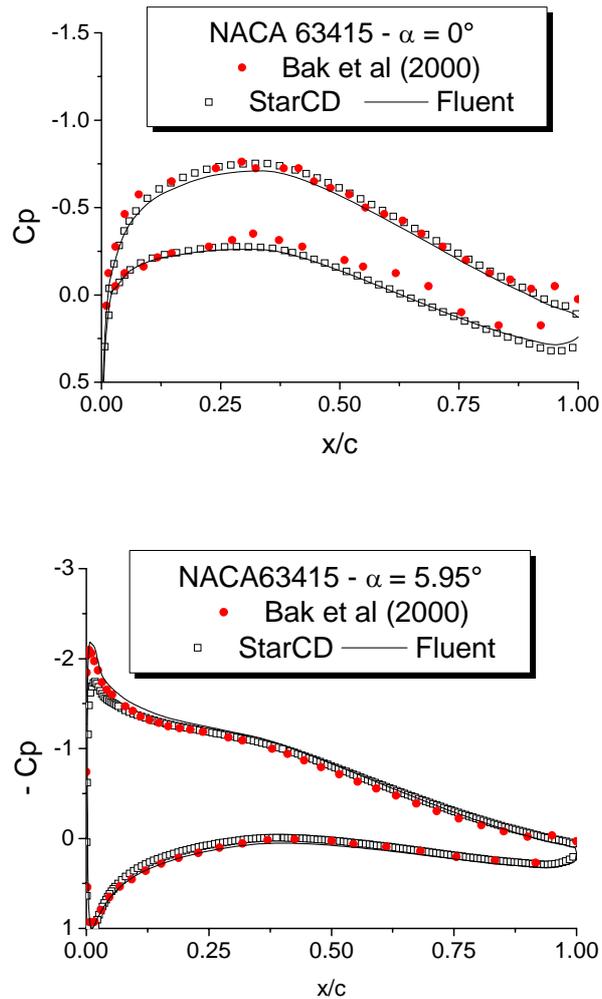


Figure 4.6. Comparaison des distributions du coefficient de pression autour du profil NACA 63415 obtenues avec les codes FLUENT et StarCD

Contours des vitesses. Les contours des vitesses obtenus avec le maillage N°1 et les deux modèles de turbulence sont représentés sur les figures 4.7 et 4.8. Pour $\alpha = 0^\circ$, les résultats obtenus avec les deux modèles de turbulence sont similaires. Une légère différence est à noter pour les vitesses calculées pour $\alpha = 5.95^\circ$.

Coefficients de portance et de traînée. Les coefficients de portance et de traînée calculés avec les différents maillages et modèles de turbulence sont résumés dans les tableaux 4.1 et 4.2 avec les erreurs relatives (exprimées en %) par rapport aux valeurs expérimentales.

Pour $\alpha = 0^\circ$, les valeurs de C_L obtenues pour un écoulement compressible avec le modèle k/ε aux bas nombres de Reynolds (calculs StarCD) sont en moins bonne concordance avec les valeurs expérimentales que celles de FLUENT. Les coefficients C_L calculés avec le modèle RNG k/ε (calculs FLUENT) se comparent le mieux aux valeurs expérimentales, les erreurs relatives étant les plus faibles. Les valeurs de C_D sont relativement élevées avec des erreurs qui varient dans l'ensemble de 30 à 40%.

A l'inverse, pour $\alpha = 5.95^\circ$, les calculs de C_L avec StarCD sont les plus performants notamment pour le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds, avec une erreur relative de 0.44% pour les calculs avec écoulement incompressible et de 2.86% pour les calculs avec écoulement compressible. Cette erreur est inférieure à celle obtenue avec FLUENT qui est de 9.11% dans le meilleur des cas. Mais contrairement aux valeurs de C_L , les coefficients de traînée calculés avec FLUENT restent en meilleure adéquation avec les valeurs expérimentales que ceux de StarCD.

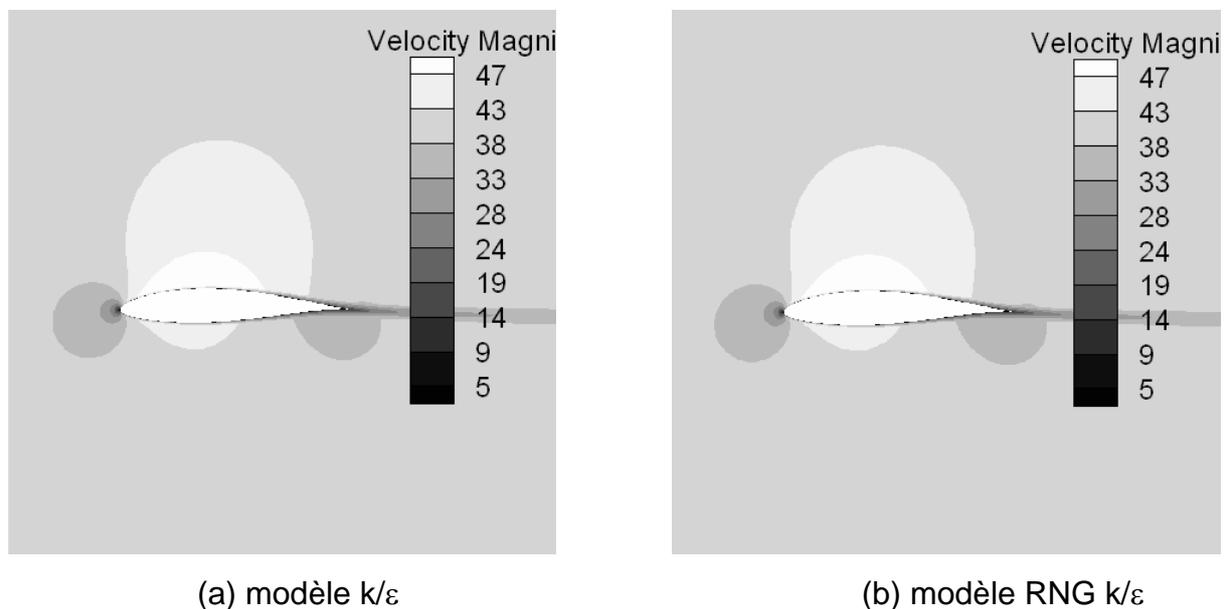


Figure 4.7. Contours des vitesses autour du NACA 63415 - $\alpha = 0^\circ$ - Calculs FLUENT

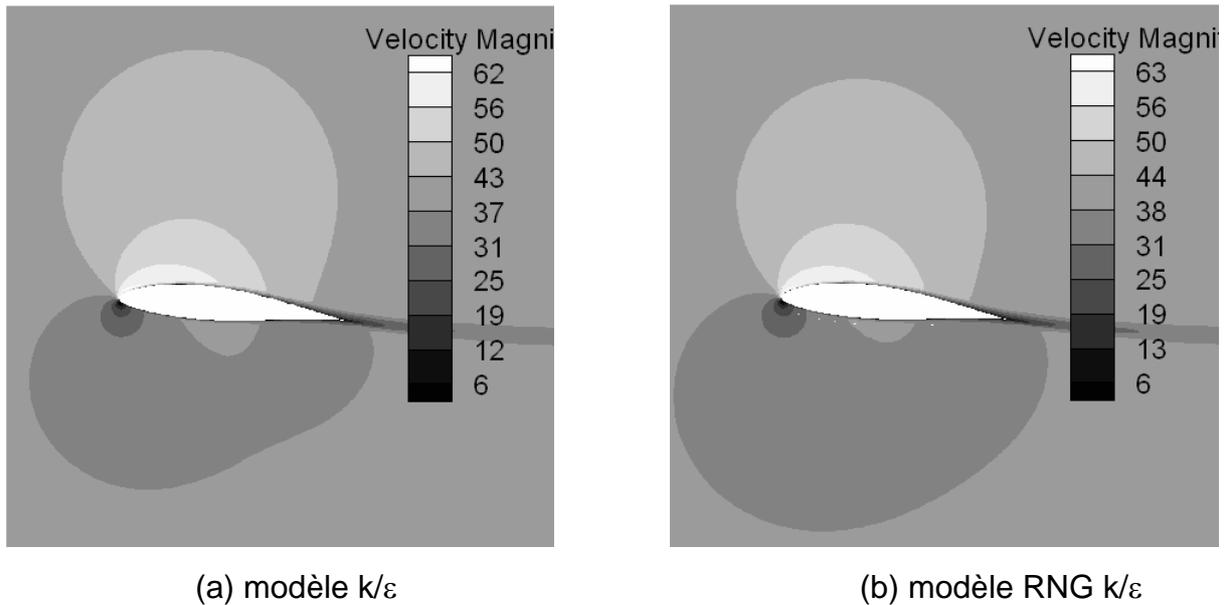


Figure 4.8. Contours des vitesses autour du NACA 63415 - $\alpha = 5.95^\circ$
Calculs FLUENT

Ces résultats montrent que : (1) L'hypothèse d'un écoulement compressible n'est pas justifiée. (2) Les forces calculées avec le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds sont en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales.

Tab. 4.1. Coefficients C_L et C_D relatifs au profil NACA 63415 pour $\alpha = 0^\circ$

Coefficients	C_L	Erreur	C_D	Erreur
<i>Valeurs expérimentales</i>	0.3279		0.0082	
<i>Écoulement incompressible – Maillage N° 1</i>				
Modèle k/ε aux grands nbre de Reynolds	0.3513	7.14	0.0116	41.46
Modèle RNG k/ε	0.3539	7.93	0.0106	29.27
<i>Écoulement incompressible – Maillage N° 2</i>				
Modèle RNG k/ε	0.3499	6.71	0.0109	32.93
<i>Écoulement compressible – Maillage N° 3</i>				
Modèle k/ε aux bas nbre de Reynolds	0.3933	19.95	0.0110	34.15

Tab. 4.2. Coefficients C_L et C_D relatifs au profil NACA 63415 pour $\alpha = 5.95^\circ$

Coefficients	C_L	Erreur	C_D	Erreur
Valeurs expérimentales	0.9366		0.0131	
<i>Écoulement incompressible – Maillage N° 1</i>				
Modèle k/ε aux grands nbre de Reynolds	1.0279	9.75	0.0149	13.74
Modèle RNG k/ε	1.0273	9.68	0.0143	9.16
Modèle RNG k/ε - calculs inst.	1.0330	10.29	0.0137	4.58
<i>Écoulement incompressible – Maillage N° 2</i>				
Modèle RNG k/ε	1.0219	9.11	0.0143	9.16
<i>Écoulement incompressible – Maillage N° 3</i>				
Modèle k/ε aux grands nbre de Reynolds	0.9407	0.44	0.0397	203
<i>Écoulement compressible – Maillage N° 3</i>				
Modèle k/ε aux grands nbre de Reynolds	0.9634	2.86	0.0418	219
Modèle k/ε aux bas nbre de Reynolds	1.0372	10.74	0.0313	139
Modèle à deux couches	1.0841	15.75	0.0179	37

4.2.3 Calculs instationnaires

Les calculs instationnaires sont effectués pour $\alpha = 5.95^\circ$. Il est admis que la solution instationnaire a convergé lorsque les coefficients C_L et C_D deviennent constants ou varient avec une faible amplitude.

Le maillage N°1 est appliqué pour les simulations avec FLUENT, la turbulence étant représentée par le modèle RNG k/ε avec une loi de paroi NE. Un schéma implicite du 2^{ième} ordre est appliqué pour la discrétisation temporelle des équations avec un pas de temps fixe de 10^{-6} s pendant quelques itérations. Ce pas de temps devient par la suite évolutif et diminue progressivement au fur et à mesure que la solution avance dans le temps. Pour vérifier l'influence du nombre d'itérations sur les résultats, différents calculs sont comparés :

- 100 itérations par intervalle de temps, 60 'time step' et un pas de temps variable de 10^{-6} à 10^{-1} s par tranche de 10 'time step',
- 50 itérations par intervalle de temps, 100 'time step' et un pas de temps variable de 10^{-6} à 10^{-2} s par tranche de 20 'time step',
- 20 itérations par intervalle de temps, 250 'time step' et un pas de temps variable de 10^{-6} à 10^{-3} s par tranche de 50 'time step'.

Les calculs avec StarCD ont été exécutés avec un pas de temps fixe $\Delta t = 10^{-5}$ s, la turbulence étant représentée par le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds avec une loi de paroi standard. La discrétisation temporelle est effectuée avec le schéma semi-implicite de Crank Nicholson avec un facteur de 0.8.

Résultats obtenus. Les calculs FLUENT ont montré que le pas de temps maximal pour lequel il n'y a pas divergence de la solution diminue avec le nombre d'itérations par intervalle de temps. Toutefois, la figure 4.9, qui représente l'évolution temporelle des coefficients de portance et de traînée montre qu'avec 100 itérations par intervalle de temps, la solution reste fluctuante. Ceci s'explique par le fait que comme des pas de temps plus grands ont été appliqués pour ce cas, la solution est 'avancée' plus vite dans le temps avant la convergence des calculs. Il n'est donc pas nécessaire d'augmenter le nombre d'itération par intervalle de temps mais des pas de temps très faibles doivent être retenus. Pour les deux autres simulations, les résultats sont comparables. Les solutions ont convergé à partir du temps $t = 0.50$ s. Les valeurs des coefficients C_L et C_D correspondant à l'instant $t = 0.70$ s sont données dans le tableau 4.2. Avec StarCD, les calculs ont été poursuivis jusqu'à l'instant $t = 0.07$ s, la durée d'exécution des calculs (temps CPU) correspondante étant de 138011s (environ 38H20min). La figure 4.10 qui représente l'évolution temporelle des coefficients de portance et de traînée montre que la solution n'a pas convergé et que les calculs devaient être poursuivis.

Les distributions du coefficient de pression obtenues avec FLUENT à l'instant $t = 0.70$ s sont représentées sur la figure 4.11a comparées aux valeurs expérimentales et aux résultats des calculs stationnaires. Les contours de vitesse correspondant au même instant sont montrés sur la figure 4.11b.

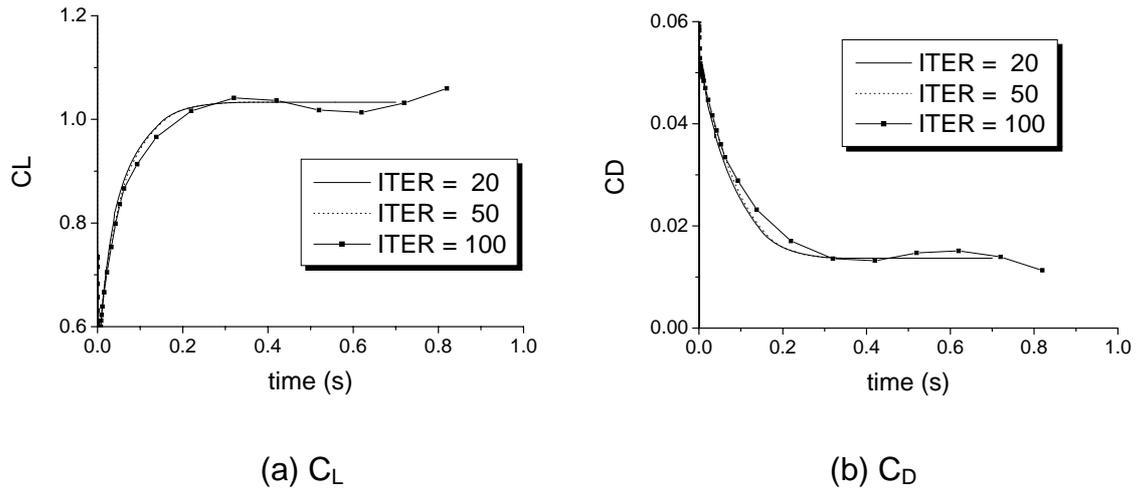


Figure 4.9. Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D calculés avec FLUENT pour le NACA 63415 - $\alpha = 5.95^\circ$

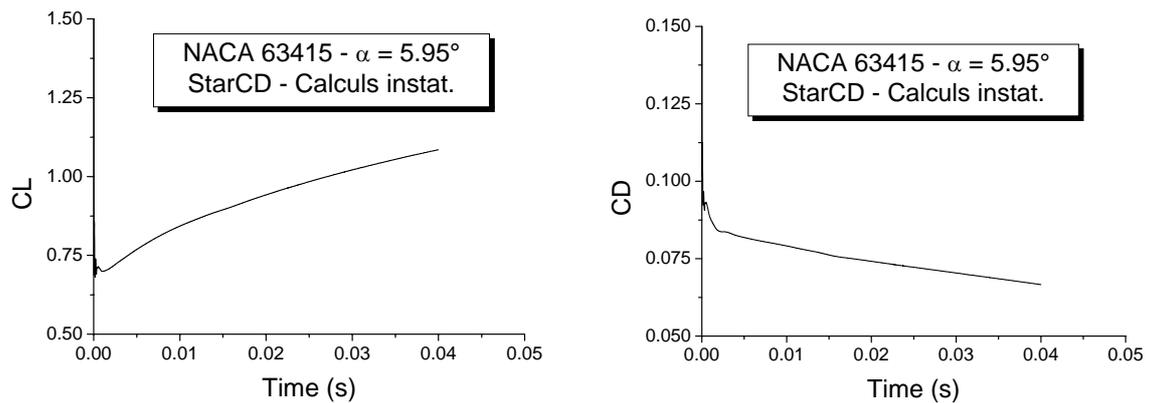
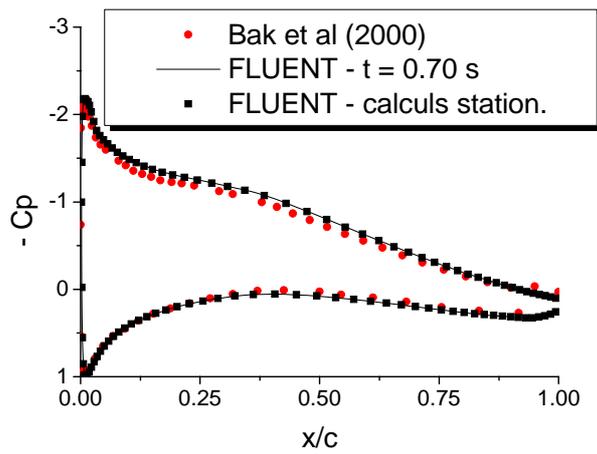
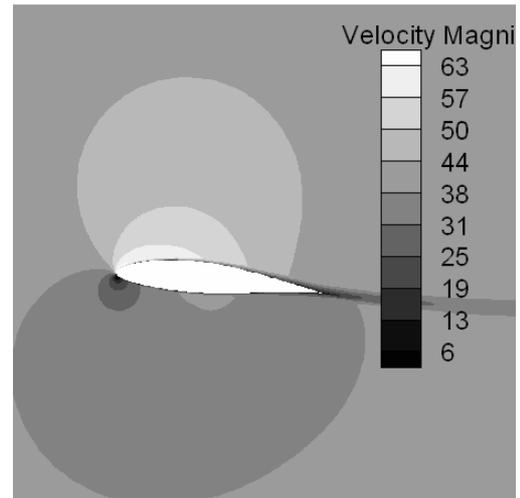


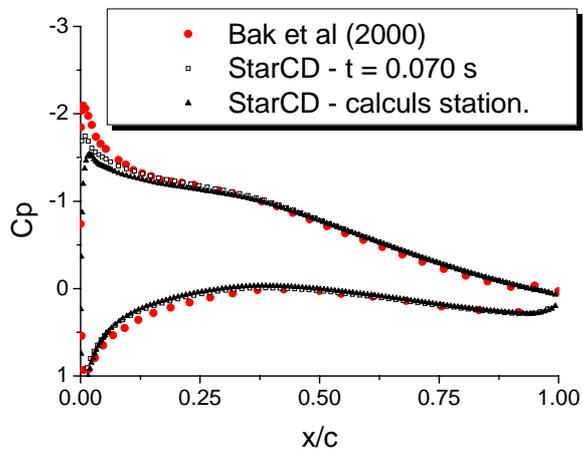
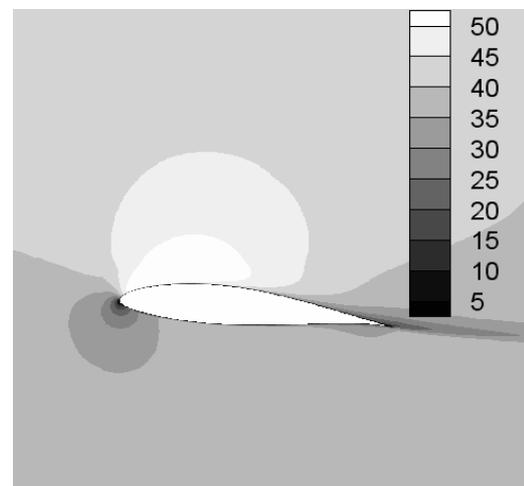
Figure 4.10. Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D calculés avec StarCD pour le NACA 63415 - $\alpha = 5.95^\circ$

Sur la figure 4.12a sont représentées les distributions du coefficient de pression obtenues avec StarCD à l'instant $t = 0.070$ s, comparés aux valeurs expérimentales et aux résultats obtenus en calculs stationnaires. Les contours de la composante U du vecteur vitesse correspondant au même instant sont représentés sur la figure 4.12b. Les vitesses sont plus faibles, comparées à celles obtenues avec FLUENT.

(a) C_p 

(b) Contours des vitesses

Figure 4.11. Distribution du C_p et contours des vitesses autour du NACA 63415.
Calculs FLUENT instationnaires

(a) C_p 

(b) Composante U du vecteur vitesse

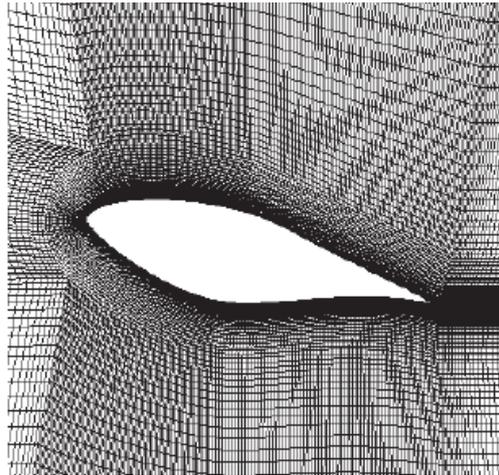
Figure 4.12. Distribution du C_p et contours des vitesses autour du NACA 63415.
Calculs StarCD instationnaires

4.3. Profil NREL S809 - $Re = 2.0 \times 10^6$

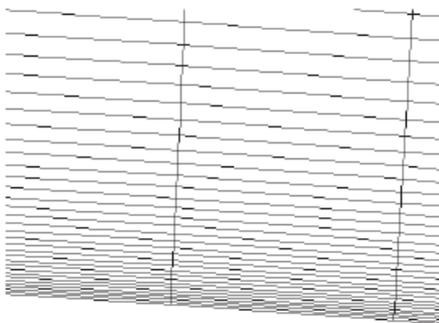
Le profil S809, spécialement conçu par NREL pour les pales d'éoliennes à axe horizontal, est un profil cambré de 21% d'épaisseur (Figure A.6) dont la géométrie, déterminée avec le code Eppler [34], est défini par 62 points [112]. Ce profil a fait l'objet d'expérimentation dans les souffleries de Delft University of Technology (DUT - The Netherlands), pour des nombres de Reynolds de 10^6 , 2×10^6 et 3×10^6 et pour des angles d'attaques variant de -0.01° à 22.15° puis de 22.15° à -17.17° et dans la soufflerie de l'Ohio State University (OSU - USA) pour un nombre de Reynolds de 1.06×10^6 , avec des angles d'attaque variant de -8.1° à 9.2° . Il a fait également l'objet de campagnes de mesures dans la soufflerie de Colorado State University (CSU - USA), pour un nombre de Reynolds $Re = 5 \times 10^5$ et pour des angles d'attaque variant de -2.23° à 89.9° . Ce profil a fait également l'objet de différentes simulations numériques comme cela a été noté dans le chapitre 1. L'une des difficultés rencontrées avec ce profil est due à sa géométrie insuffisamment définie. En effet, les détails de la forme du profil constituent un facteur important pour statuer quand à la fiabilité du modèle de turbulence appliqué. Selon Gatski [41] des résultats différents auraient été obtenus avec un même modèle de turbulence et des géométries définies différemment.

Dans ce qui suit, les équations moyennées de Navier-Stokes sont résolues avec l'algorithme PISO et le schéma d'interpolation QUICK. Pour représenter la turbulence, 2 modèles sont comparés, le modèle RNG k/ε avec une loi de paroi Non Equilibrium et le modèle SST k/ω . Ces simulations sont effectuées en 2D pour un écoulement turbulent incompressible avec différentes valeurs de l'angle d'attaque, $\alpha = -0.01^\circ$ à 22.15° et un nombre de Reynolds de 2×10^6 . Les valeurs expérimentales obtenues par Somers [112] dans la soufflerie de DUT (The Netherlands) pour ce même nombre de Reynolds sont considérées pour la validation des calculs. Les dimensions du modèle utilisé pour les expérimentations sont retenues soit : une aile de 1.248 m d'envergure avec une corde de 0.60 m, l'axe de rotation du profil étant placé à 25% du bord d'attaque. Le taux de turbulence dans la soufflerie varie de 0.02%, avec une vitesse de 10 m/s, à 0.04%, pour une vitesse de 60 m/s.

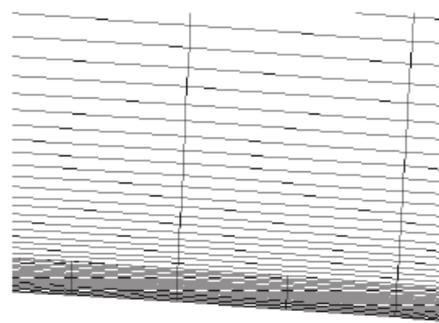
Maillage. Pour les calculs effectués avec $\alpha = -0.01^\circ$ et $\alpha = 5.13^\circ$, les maillages appliqués sont constitués de 50850 cellules et 46250 cellules, respectivement avec 230 mailles autour du profil dans les deux cas. La distance y/C entre la paroi et le centre de la première rangée de cellules autour du profil est inférieure à 2×10^{-4} . Les valeurs de y^+ résultantes varient de 15 à 35 environ.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.13. Maillages construits autour du profil S809

Pour tous les cas étudiés avec des angles d'attaque supérieurs à 5.13° , le maillage est constitué de 64300 cellules avec 340 mailles autour du profil (Figure 4.13). La hauteur au centre y/C de la première cellule autour du profil est inférieure à 3×10^{-5} . Les valeurs de y^+ correspondantes varient de 2 à 10. L'indépendance du

maillage sur les résultats est vérifiée en comparant les résultats obtenus avec un maillage plus fin : le nombre de mailles autour du profil a été multiplié par deux et la hauteur des premières cellules autour du profil a été réduite de moitié (Figure 4.13c). Les valeurs de y^+ résultantes sont de l'ordre de 2.

Conditions aux limites. Les caractéristiques de l'écoulement imposées à l'entrée sont : $U_\infty = 50$ m/s (ce qui correspond à $Re = 2 \times 10^6$, la corde du profil étant égal à 0.60 m), $Tu = 0.04$ % et $\mu_t/\mu = 10$. Pour le modèle RNG k/ε , l'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence (ε) sont calculés comme précédemment avec les relations (4.9) et (4.10). D'où les valeurs imposées à l'entrée : $k_\infty = 6 \times 10^{-4}$ m²/s² et $\varepsilon_\infty = 2.03 \times 10^{-4}$ m²/s³. Pour le modèle SST k/ω , la valeur imposée à l'entrée est : $\omega_\infty = 4$ s⁻¹ obtenue avec la relation :

$$\omega_\infty = \rho \cdot \frac{k_\infty}{\mu} \cdot \left(\frac{\mu_t}{\mu} \right)^{-1} \quad (4.11)$$

Pour vérifier l'influence de la turbulence de l'écoulement externe, des simulations ont été également effectuées pour certains cas avec d'autres valeurs pour le taux de turbulence : $Tu = 0.01\%$ et 1% . Les valeurs de k , ε et ω correspondantes sont :

- $k_\infty = 3.75 \times 10^{-5}$, $\varepsilon_\infty = 7.92 \times 10^{-7}$, $\omega_\infty = 0.25$,
- $k_\infty = 0.375$, $\varepsilon_\infty = 79$, $\omega_\infty = 2500$, respectivement.

4.3.1 Calculs stationnaires

Les caractéristiques de l'écoulement externe sont appliquées comme conditions initiales pour tous les calculs effectués en régime permanent. Comme précédemment, il est admis que la convergence des calculs est atteinte lorsque les valeurs des coefficients caractéristiques ne sont plus fluctuantes. Pour les faibles valeurs de l'angle d'attaque ($\alpha = -0.01^\circ$ et 5.13°), les fluctuations des coefficients de portance et de traînée sont amorties après environ 1000 itérations. Pour les valeurs de l'angle d'incidence $5.13^\circ < \alpha < 18.24^\circ$, les deux coefficients sont restés en légère évolution avec le nombre d'itérations. Avec le modèle SST k/ω de Menter et pour les valeurs de l'angle d'attaque $\alpha = 18.24^\circ$ et 20.15° , les valeurs des coefficients C_L et

C_D sont restées très fluctuantes. Avec le modèle RNG k/ε , les solutions se sont stabilisées à partir de 6000 itérations environ (Figure 4.14). Tous les calculs stationnaires sont interrompus après 10^4 itérations environ.

Indépendance du maillage. Pour vérifier l'indépendance du maillage, des simulations sont effectuées pour $\alpha = 14.24^\circ$, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω de Menter formulé pour les grands nombres de Reynolds avec un maillage tel que celui de la figure 4.13b et avec un maillage plus fin (Figure 4.13c), le modèle SST k/ω étant alors formulé pour les bas nombres de Reynolds. Comme cela est montré dans le tableau 4.3, les coefficients de portance et de traînée ne sont pas améliorés lorsque le maillage est plus fin.

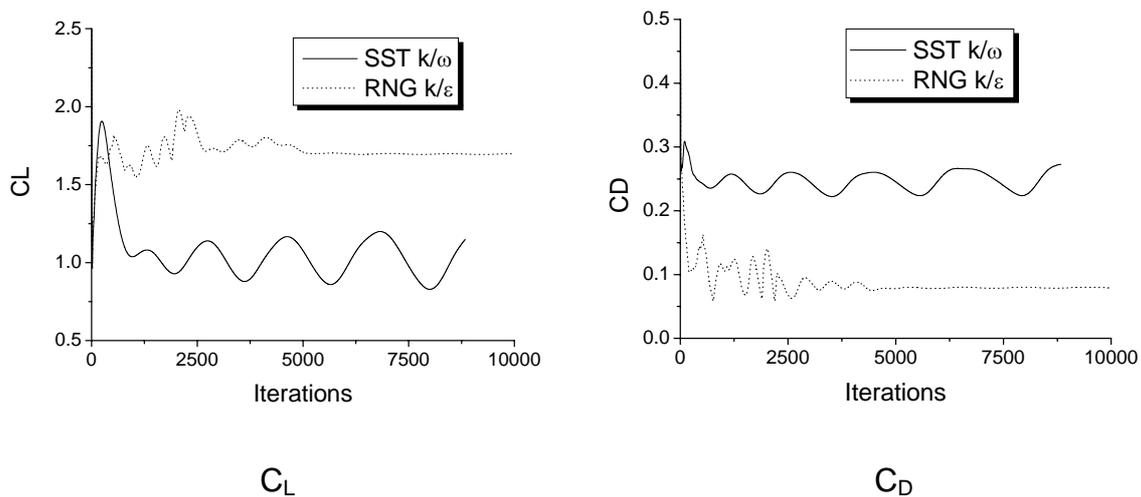


Figure 4.14. Evolution des coefficients C_L et C_D avec le nombre d'itérations.

Profil S809 – $\alpha = 20.15^\circ$

Coefficient de pression. Les distributions du coefficient de pression obtenues en calculs stationnaires avec les angles d'attaque $\alpha = 0^\circ, 5.13^\circ, 9.22^\circ$ et 14.24° sont représentées sur la figure 4.15. Avec $\alpha = 0^\circ$ et 5.13° , les résultats obtenus avec les 2 modèles de turbulence sont similaires. Comme dans [143], les bulbes de décollement localisés à 40% environ du bord d'attaque ne sont pas détectés. Pour $\alpha = 5.13^\circ$, les résultats obtenus avec le modèle RNG k/ε sont en meilleure adéquation avec les valeurs expérimentales comparées au modèle SST k/ω de Menter. Avec $\alpha =$

9.22°, le modèle SST k/ω de Menter est légèrement plus performant que le modèle RNG k/ε . A partir de $\alpha = 14.24^\circ$, les résultats obtenus avec ce dernier modèle commencent à se détériorer. Pour cette valeur de l'angle d'attaque, les résultats obtenus avec le modèle SST k/ω sont dans l'ensemble en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales, à l'exception des pressions sur environ 50% de l'extrados (à partir du bord de fuite). Pour $\alpha = 20.15^\circ$ (Fig. 4.16), les résultats obtenus avec les deux modèles de turbulence sont très différents des valeurs expérimentales. Avec le modèle SST k/ω de Menter, la solution est très fluctuante. Avec le modèle RNG k/ε , la solution est stable mais les pressions sont mal estimées. Des résultats similaires ont été obtenus avec $\alpha = 18.24^\circ$. Ces résultats s'expliquent par le caractère instationnaire de l'écoulement aux grandes incidences que le modèle RNG k/ε ne détecte pas.

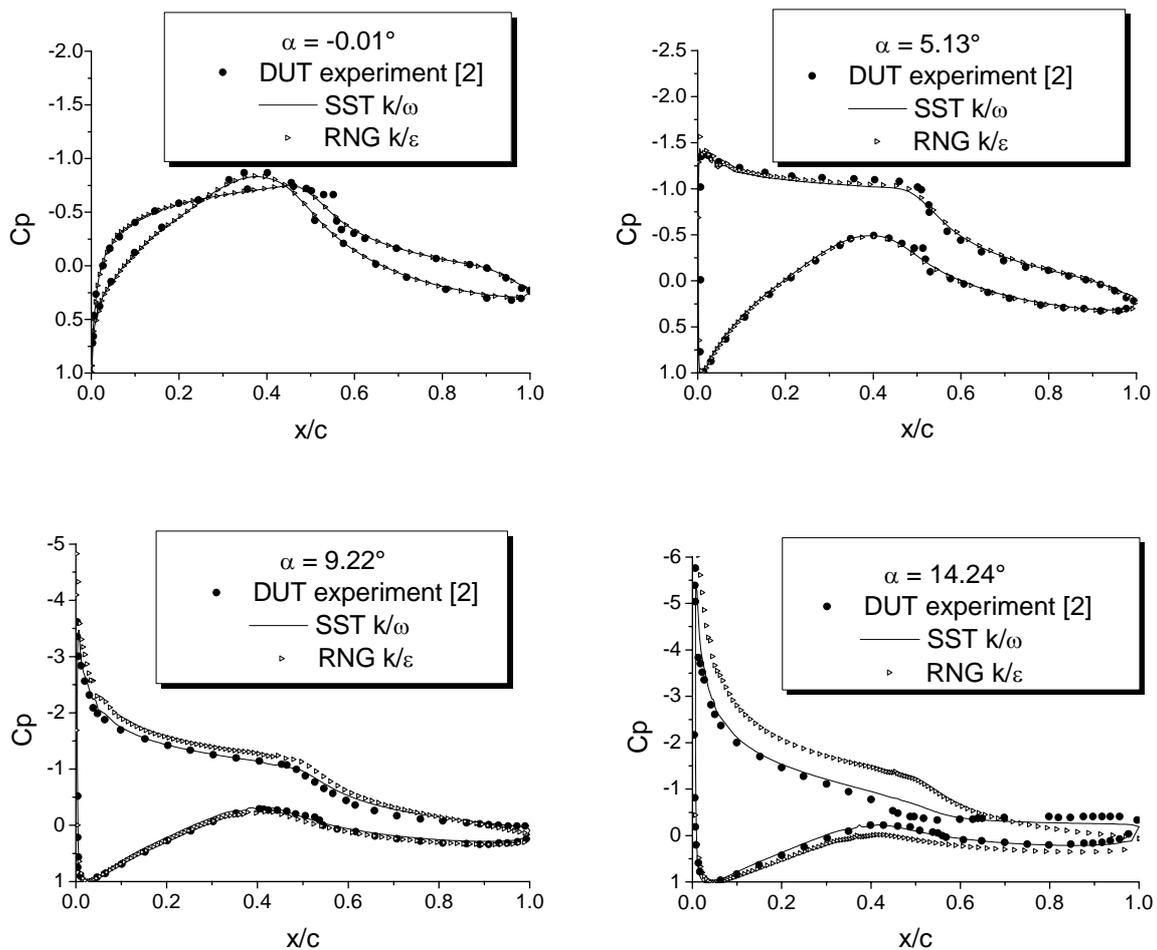


Figure 4.15. Distribution du C_p autour du profil S809 sous différentes incidences

Tab. 4.3. Influence du maillage sur les coefficients C_L et C_D calculés pour $\alpha = 14.24^\circ$

Maillage	y_0	N^*	C_L	C_D
<i>Valeurs expérimentales</i>			1.1104	0.0900
Maillage N° 1	3.0×10^{-5}	361	1.0961	0.0980
Maillage N° 2	1.5×10^{-5}	722	1.0831	0.0962

* nombre de points autour du profil

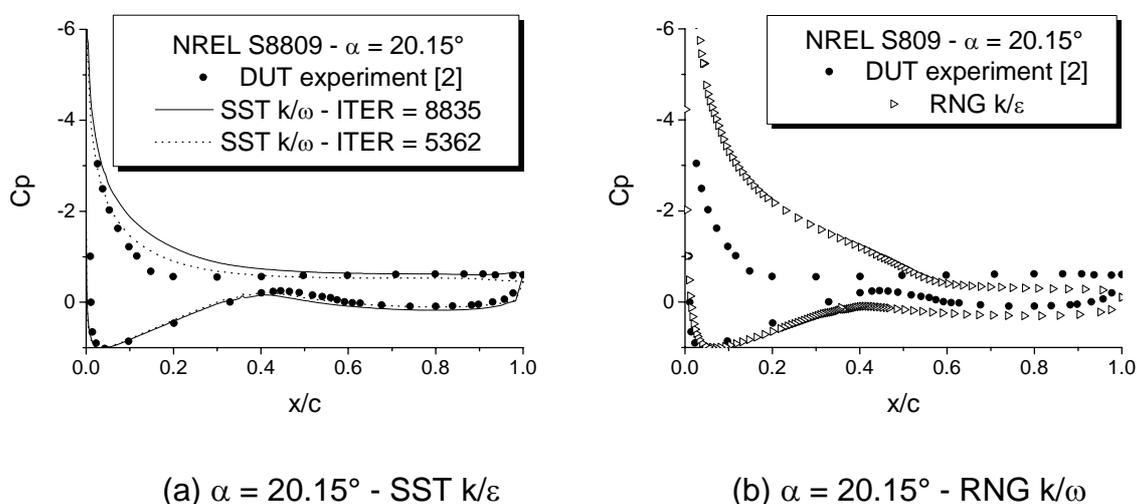


Figure 4.16. Distribution du C_p sur le profil S809 avec $\alpha = 20.15^\circ$

Pour tous les cas étudiés, les deux modèles de turbulence appliqués ont détecté l'accélération du fluide sur l'extrados, au voisinage du bord d'attaque. Mais à partir de $\alpha = 9.22^\circ$, les pics de pression sont surestimés (contrairement aux résultats obtenus avec PHOENICS). Ceci serait dû aux effets de compressibilité particulièrement importants au niveau du bord d'attaque que l'on ne prend pas en considération dans ces simulations.

Coefficients caractéristiques. Les coefficients de portance et de traînée sont représentés sur la figure 4.17 pour différentes valeurs de l'angle d'attaque, comparés aux valeurs reportées dans [143]. Les coefficients de portance calculés avec les deux modèles sont en bonne adéquation avec les données expérimentales pour la

partie linéaire de la courbe. Avec le modèle RNG k/ε , les valeurs de C_L commencent à s'écarter des données de référence à partir de $\alpha = 9.22^\circ$ et les divergences avec les valeurs expérimentales sont de plus en plus grandes pour $\alpha \geq 12^\circ$. Toutefois, il semble que ce modèle arrive à détecter un premier décrochage lorsque $\alpha = 10.21^\circ$, la valeur de C_L correspondant à $\alpha = 11.21^\circ$ ayant diminuée. Cependant, les valeurs de C_L calculées avec le modèle SST k/ω de Menter sont plus proches des valeurs expérimentales comparées aux résultats obtenus avec le modèle RNG k/ε . Avec le modèle SST k/ω , les caractéristiques correspondant aux grandes incidences sont bien déterminées et les valeurs obtenues pour $\alpha = 14.24^\circ$ à 16.24° sont en bonne adéquation avec les valeurs expérimentales (Figure 4.17a). Pour $\alpha = 18.24^\circ$ et 20.15° , les solutions obtenues pour les deux coefficients restent très fluctuantes, aussi elles ne sont pas considérées. Les valeurs obtenues avec les deux modèles pour le coefficient de traînée sont différentes. Les coefficients de traînée calculés avec le modèle SST k/ω de Menter sont plus élevés. Pour $\alpha = 9.22^\circ$, le résultat obtenu avec le modèle RNG k/ε se compare favorablement avec la valeur expérimentale. Pour $\alpha \geq 12.24^\circ$, les résultats obtenus avec le modèle SST k/ω de Menter sont en meilleure adéquation avec les données mesurées, comparées aux résultats obtenus avec le modèle RNG k/ε . Avec ce dernier modèle, les coefficients de traînée sont sous-estimés (Figure 4.17b).

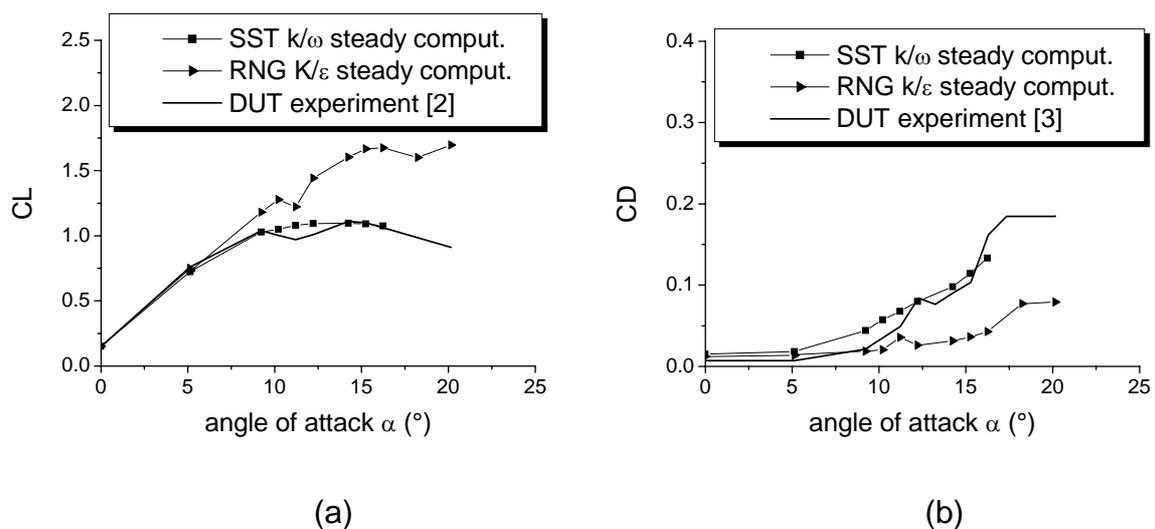


Figure 4.17. Coefficients caractéristiques obtenus en calculs stationnaires

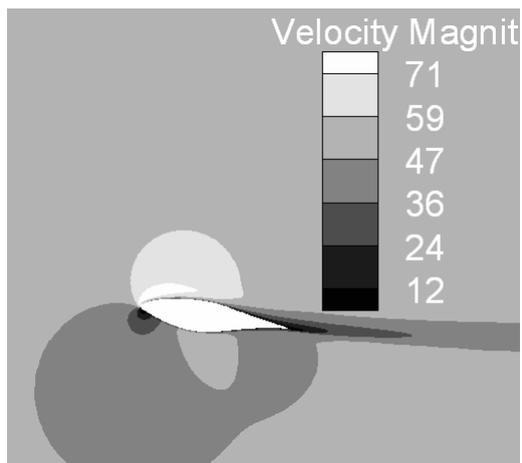
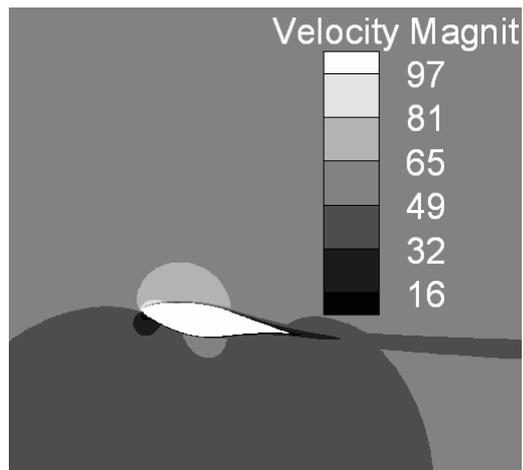
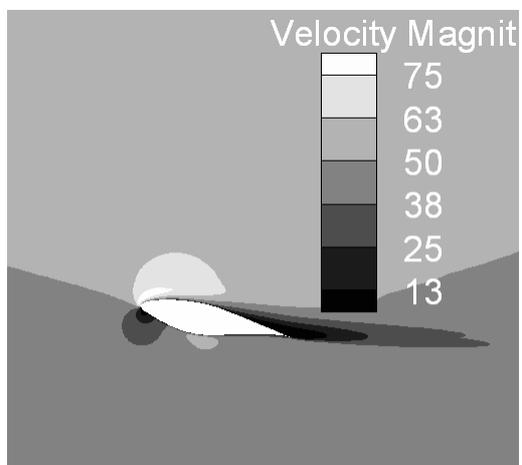
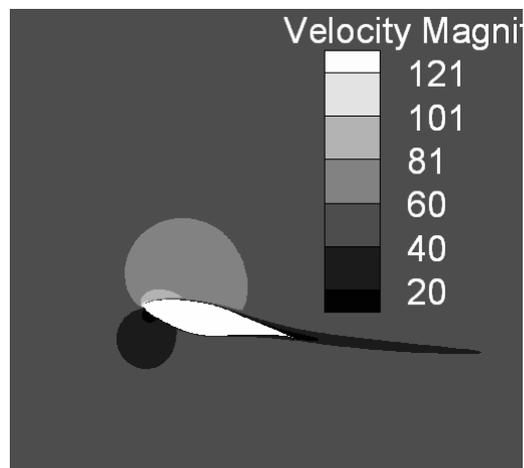
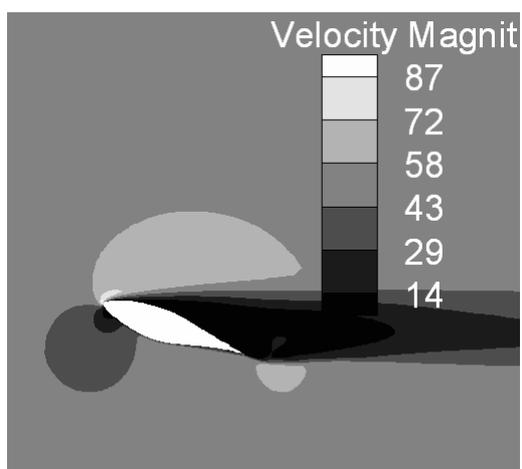
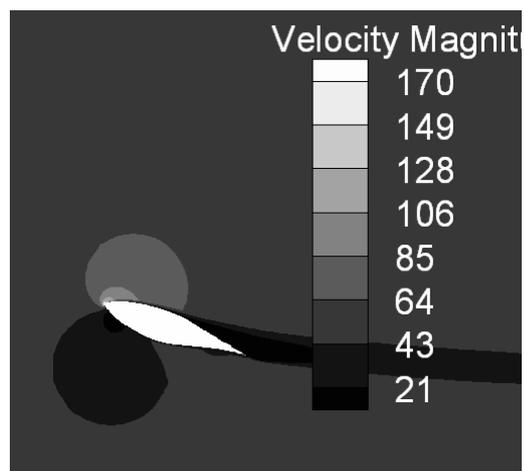
 $\alpha = 9.22^\circ$ - SST k/ω  $\alpha = 9.22^\circ$ - RNG k/ϵ  $\alpha = 12.24^\circ$ - SST k/ω  $\alpha = 12.24^\circ$ - RNG k/ϵ  $\alpha = 20.15^\circ$ - SST k/ω  $\alpha = 20.15^\circ$ - RNG k/ϵ

Figure 418. Contours des vitesses autour du profil S809 - calculs stationnaires

Contour des vitesses. Les contours de vitesses sont représentés sur la figure 4.18 pour les angles d'attaque $\alpha = 9.22^\circ$, 12.24° et 20.15° . Avec les deux modèles de turbulence, l'écoulement reste attaché à la surface du profil pour $\alpha = 9.22^\circ$. Un décollement est observé pour $\alpha = 12.24^\circ$ à environ 72% du bord d'attaque pour le modèle SST k/ω de Menter et à 95 % pour le modèle RNG k/ε . Lorsque l'angle d'incidence augmente, le point de décollement se déplace vers le bord d'attaque. Pour $\alpha = 20.15^\circ$, avec le modèle SST k/ω de Menter, l'écoulement est pratiquement totalement décollé sur l'extrados. Avec le modèle RNG k/ε , le décollement se produirait à environ 54 % du bord d'attaque. Pour tous les cas étudiés, les vitesses calculées avec ce dernier modèle sont plus importantes. Ces résultats reflètent les divergences entre les deux modèles obtenues pour les coefficients caractéristiques.

Tableau 4.4. Influence de la turbulence externe sur les coefficients C_L et C_D
(profil NREL S809 - $\alpha = 11.21^\circ$)

Taux de turbulence (en %)	C_L		C_D	
	RNG k/ε	SST k/ω	RNG k/ε	SST k/ω
0.01		1.0589		0.0813
0.04	1.2213	1.0794	0.0358	0.0677
1.00	1.2369	1.2177	0.0343	0.0358

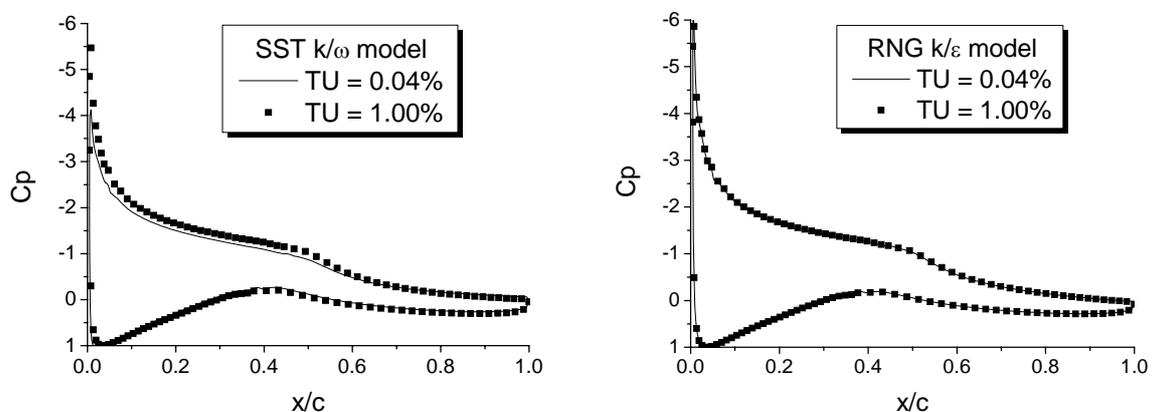


Figure 4.19. Influence de la turbulence externe sur les distributions du C_p

Influence de la turbulence externe. Pour vérifier l'influence de la turbulence externe, des calculs sont exécutés pour $\alpha = -0.01^\circ$ avec $Tu = 0.01\%$ et 0.04% et pour $\alpha = 11.21^\circ$ avec $Tu = 0.01\%$, 0.04% et 1% . Avec $\alpha = -0.01^\circ$, les résultats obtenus avec les deux modèles de turbulence et les différentes valeurs de Tu sont similaires. Les distributions de pression autour du profil obtenues avec les différentes valeurs du taux de turbulence externe pour $\alpha = 11.21^\circ$ sont comparées sur la figure 4.19. Avec le modèle SST k/ω de Menter, les coefficients de pression augmentent avec le taux de turbulence. Avec le modèle RNG k/ε , les résultats sont similaires; Cependant, avec les deux modèles, (i) les valeurs de C_L sont plus élevées lorsque le taux de turbulence est plus important et (ii) les valeurs de C_D sont moins importantes. Toutefois, les différences entre les résultats sont moins importantes avec le modèle RNG k/ε (Tableau 4.4). Ces résultats montrent que les deux modèles de turbulence sont sensibles aux valeurs attribuées au taux de turbulence de l'écoulement externe aux grandes valeurs de l'angle d'attaque. Ceci serait dû à l'influence de la turbulence de l'écoulement externe sur le phénomène de décrochage comme le montraient Swalwell et al [128] lors d'expérimentations effectuées sur un profil NACA 0021.

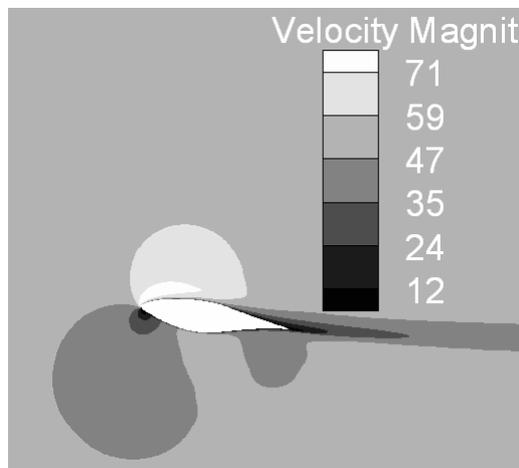
4.3.3 Calculs instationnaires.

Les calculs instationnaires sont effectués avec un pas de temps variable. Il est connu que la condition CFL est nécessaire mais non suffisante pour assurer la stabilité des calculs. Aussi, pour éviter tous problèmes d'instabilités, un critère proposé par Hirsch [54] est appliqué :

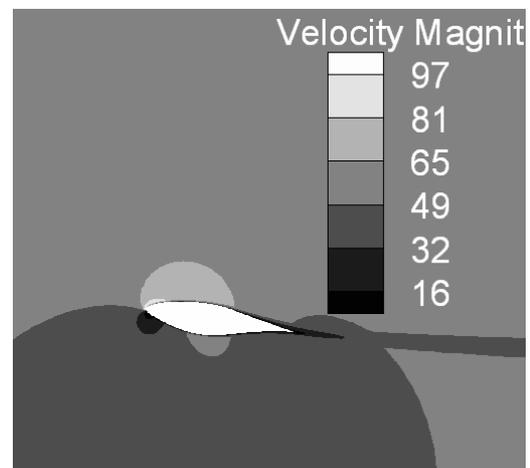
$$\Delta t \leq \min\left(\frac{2\mu}{U_\infty^2}, \frac{\Delta x^2}{2\mu}\right) \quad (4.12)$$

Δx étant la plus petite dimension des mailles. Le pas de temps est alors fixé à $\Delta t = 10^{-8}$ s, ce qui correspond à un pas de temps adimensionnel $t^* = U_\infty \times \Delta t / c = 8.33 \times 10^{-7}$. Après quelques itérations, le pas de temps est augmenté progressivement puis fixé à $\Delta t = 10^{-6}$ s (soit $t^* = 8.33 \times 10^{-5}$). Les résultats obtenus en calculs stationnaires sont appliqués comme conditions initiales. Les simulations sont poursuivies jusqu'à ce qu'une solution quasi permanente soit obtenue (i.e. lorsque l'amplitude des fluctuations des coefficients C_L et C_D devient faible).

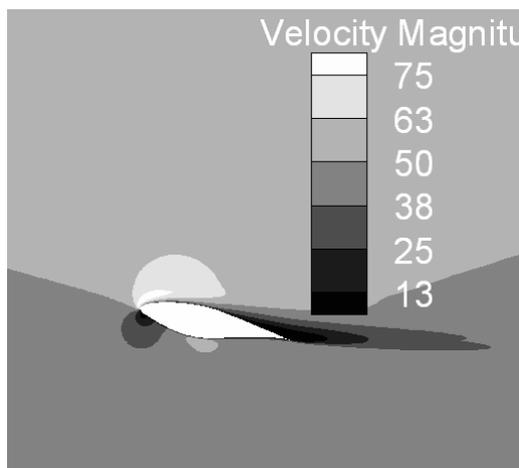
Contours des vitesses. Les contours des vitesses obtenues avec les deux modèles de turbulence sont représentés sur la figure 4.20 pour $\alpha = 9.22^\circ$ et 12.24° . Ces figures sont similaires à celles obtenues en calculs stationnaires. Les deux solutions ont rapidement convergé. Comme les calculs effectués en stationnaire ont montré que le modèle SST k/ω est plus sensible à l'écoulement instationnaire et vu que le temps CPU est très important, les calculs instationnaires ne sont poursuivis qu'avec le modèle de Menter pour les grandes valeurs de l'angle d'attaque. Les contours de vitesse sont représentés sur la figure 4.21 pour $\alpha = 15.24^\circ$ et 20.15° à deux instants t_1 et t_2 . Il est à noter que la solution s'est stabilisée et que les calculs ont convergé avant le temps $t = 10^{-3}$ s.



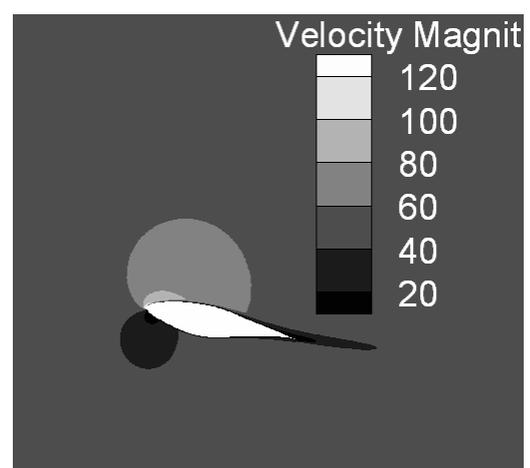
$\alpha = 9.22^\circ$ - SST k/ω - $t = 2.35 \times 10^{-5}$ s



$\alpha = 9.22^\circ$ - RNG k/ϵ - $t = 3.23 \times 10^{-3}$ s

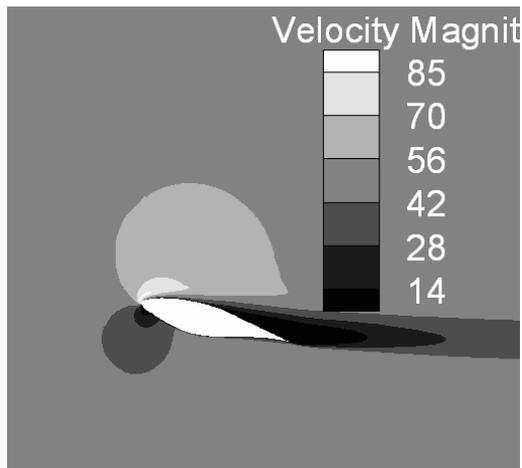


$\alpha = 12.24^\circ$ - SST k/ω - $t = 2 \times 10^{-5}$ s

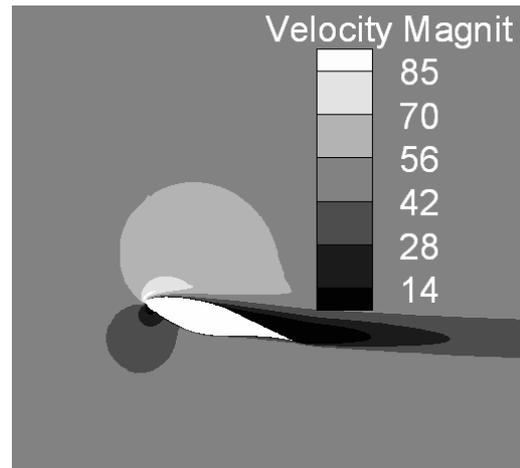


$\alpha = 12.24^\circ$ - RNG k/ϵ - $t = 9.31 \times 10^{-3}$ s

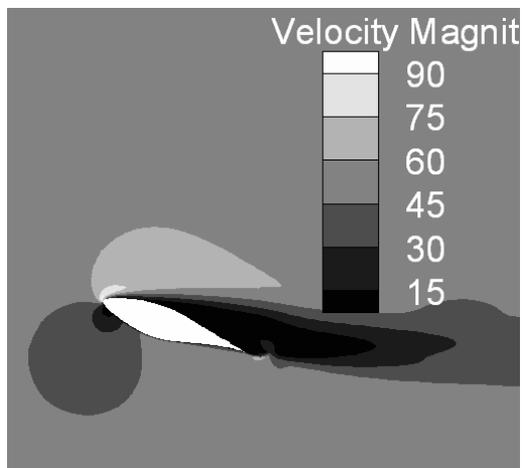
Figure 4.20. Contours des vitesses autour du profil S809 - calculs instationnaires (1)



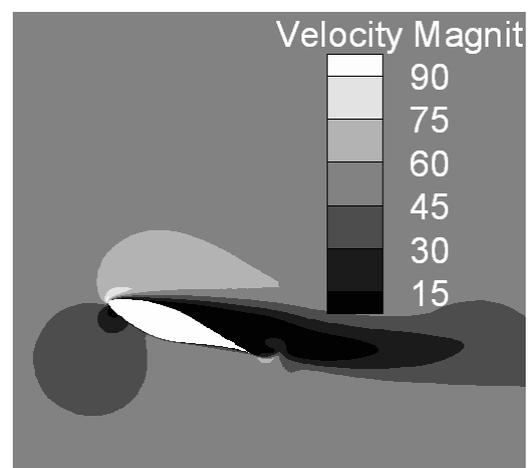
$$\alpha = 15.24^\circ - t_1 = 1.056 \times 10^{-3} \text{ s}$$



$$\alpha = 15.24^\circ - t_2 = 1.920 \times 10^{-3} \text{ s}$$



$$\alpha = 20.15^\circ - t_1 = 0.984 \times 10^{-3} \text{ s}$$



$$\alpha = 20.15^\circ - t_2 = 2.234 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Figur 4.21. Contours des vitesses autour du profil S809 - calculs instationnaires (2)

Coefficients de portance et de traînée. Les coefficients de portance et de traînée obtenus en calculs instationnaires sont représentés sur la figure 4.22. Ces résultats sont analogues à ceux obtenus en calculs stationnaires. Des conclusions similaires sont à déduire excepté que les valeurs qui correspondent à $\alpha = 20.15^\circ$ sont élevées, comparées aux valeurs mesurées. Cependant les fluctuations de C_L et C_D obtenues en calculs stationnaires pour cette valeur de l'angle d'attaque et pour $\alpha = 18.24^\circ$ sont atténuées (Figure 4.23).

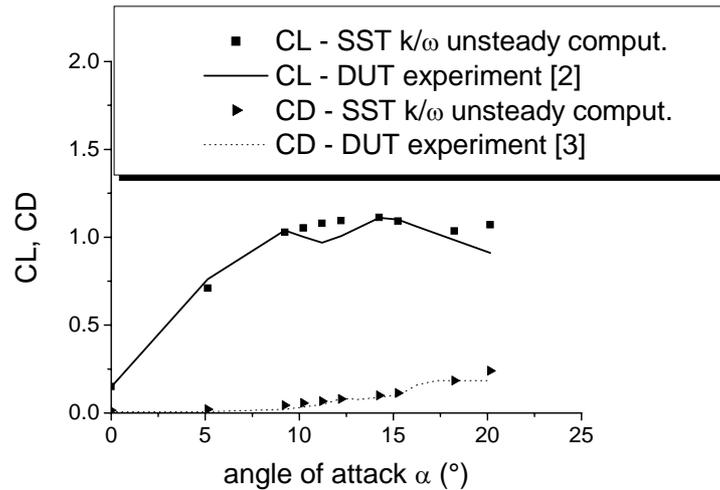


Figure 4.22. Coefficients caractéristiques - Calculs instationnaires

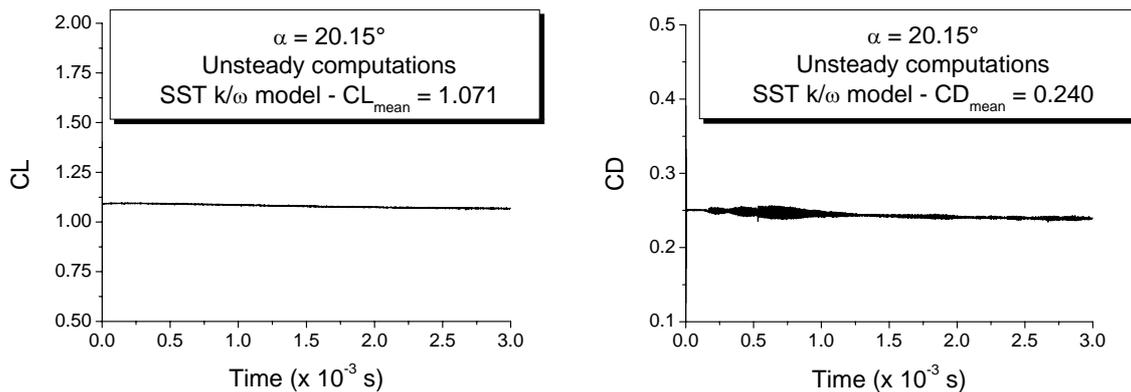


Figure 4.23. Evolution temporelle des coefficients C_L et C_D – Profil S809 - $\alpha = 20.15^\circ$

4.4. Profil NREL S809 - $\alpha = 90^\circ$

Le cas d'une pale d'éolienne au repos face au vent est également considéré. La vitesse de l'air agissante est alors normale à la corde du profil ($\alpha = 90^\circ$). Les simulations sont effectuées en 2D et en 3D pour un écoulement incompressible. Les résultats de ces derniers calculs sont comparés aux mesures effectuées en 2D dans

la soufflerie de Colorado State University (CSU - USA)⁴ pour un angle d'attaque $\alpha = 89.9^\circ$ avec un nombre de Reynolds de 5×10^5 . Pour cette valeur de l'angle d'incidence, les résultats obtenus avec les deux codes de calculs sont différents.

4.4.1 Calculs 2D

Les calculs 2D sont exécutés en stationnaire et en instationnaire. Les simulations à l'aide de StarCD sont effectuées avec le schéma MARS pour un écoulement turbulent avec le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds puis pour un écoulement laminaire. Le schéma d'interpolation QUICK est appliqué avec FLUENT, la turbulence étant représentée par le modèle RNG k/ε avec une loi de paroi Non Equilibrium et par le modèle SST k/ω de Menter en calculs stationnaires. Les calculs instationnaires sont exécutés avec le modèle RNG k/ε à l'aide de FLUENT seulement.

Maillage. Les calculs 2D sont effectués avec le maillage construit pour $\alpha = -0.01^\circ$. Les conditions aux limites sont modifiées de sorte que la corde du profil soit normale à la direction de l'écoulement incident. Un maillage est construit à l'aide de chaque code. Les valeurs de y^+ sont de l'ordre de 100 pour le maillage construit avec StarCD. Pour le 2^{ième} maillage, construit avec FLUENT, les valeurs de y^+ résultantes varient de 1.5 à 20.

Conditions aux limites. Les caractéristiques de l'écoulement appliquées à l'entrée pour les calculs 2D sont :

- Avec le 1^{er} maillage (StarCD) : $U_\infty = 10$ m/s, ce qui correspond à un nombre de Reynolds de 4×10^5 , la corde du profil étant égale à 0.60 m ; Pour les simulations de l'écoulement turbulent, les valeurs de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation de turbulence imposées sont $k_\infty = 0.015$ et $\varepsilon_\infty = 0.002$.
- Avec le 2^{ième} maillage (FLUENT) : $U_\infty = 12.5$ m/s, ce qui correspond à un nombre de Reynolds de 5×10^5 , la corde du profil étant égale à 0.60 m, $Tu = 1\%$ et $\mu_t/\mu = 5$. Les valeurs de l'énergie cinétique de turbulence et du taux de

⁴ www.ecn.nl/extranet/winndatabase/

dissipation d'énergie cinétique de turbulence correspondantes sont alors : $k_\infty = 0.0234$ et $\varepsilon_\infty = 0.619$.

4.4.1a. Calculs stationnaires.

Les distributions du coefficient de pression et contours de pression obtenus avec StarCD et le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds après 1114 itérations sont représentés sur la figure 4.24. Ces résultats se comparent difficilement aux valeurs expérimentales notamment pour les valeurs relatives au bord d'attaque et au bord de fuite où les courbes semblent inversées. D'autres configurations du maillage ont été appliquées pour ce cas avec StarCD sans que les résultats ne soient améliorés. Par contre, les résultats obtenus en calcul laminaire sont beaucoup plus appropriés, comme le montre la figure 4.25. Les divergences obtenues pour l'écoulement turbulent sont attribuées au schéma MARS appliqué aux équations relatives aux variables k et ε .

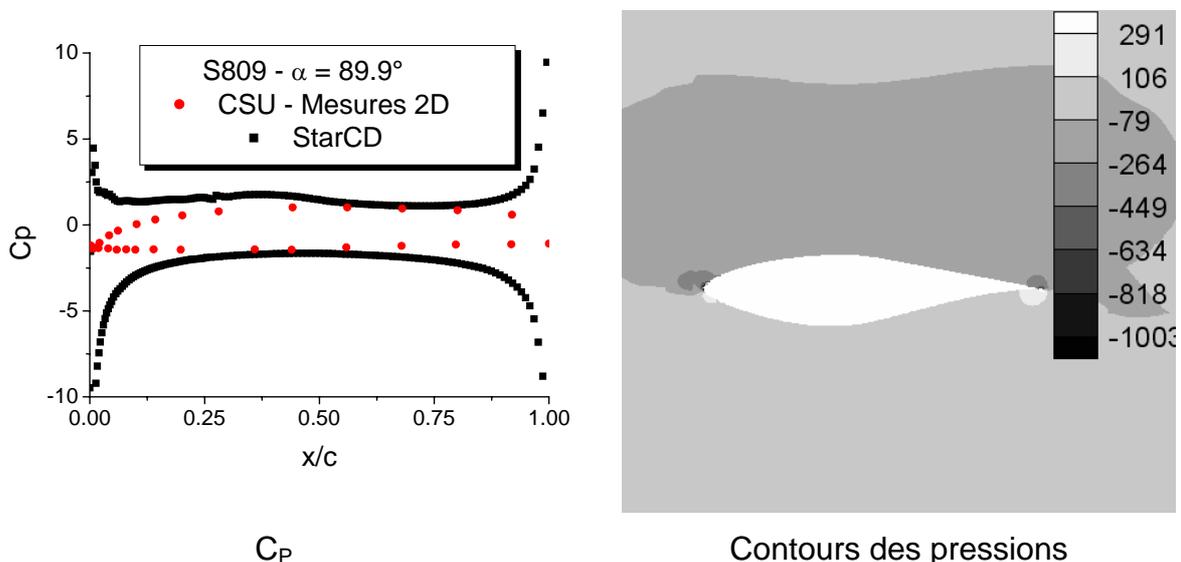


Figure 4.24. Distributions du C_p et contours des pressions autour du S809 - $\alpha = 89.9^\circ$
Calculs StarCD turbulents

Avec FLUENT, les calculs 2D stationnaires sont poursuivis jusqu'à plus de 2000 itérations. La somme des résidus reste fluctuante et en moyenne relativement élevée (Figure 4.26). Les contours des pressions et vitesses, représentés sur la

figure 4.27, montrent que des tourbillons très importants se développent au dessus de l'extrados. Par ailleurs, les distributions du coefficient de pression obtenues avec le modèle SST k/ω de Menter ont moins bonne allure que celles obtenues avec le modèle RNG k/ε , comparées aux valeurs expérimentales sur la figure 4.28.

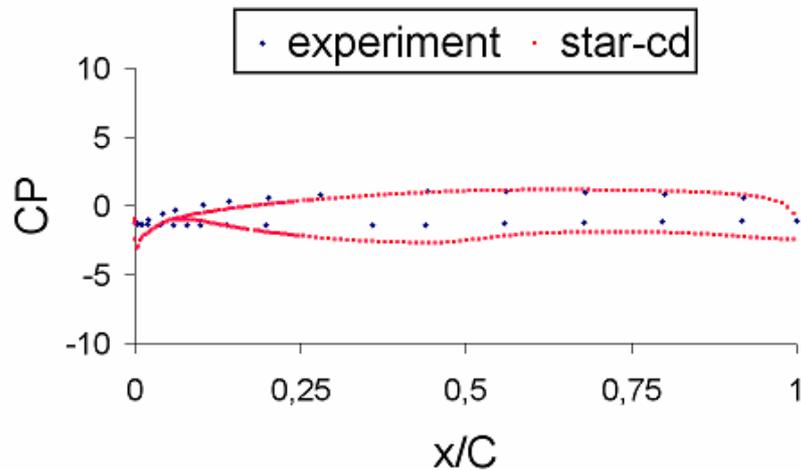


Figure 4.25. Distribution du C_p autour du S809 - $\alpha = 89.9^\circ$ - Calculs StarCD laminares

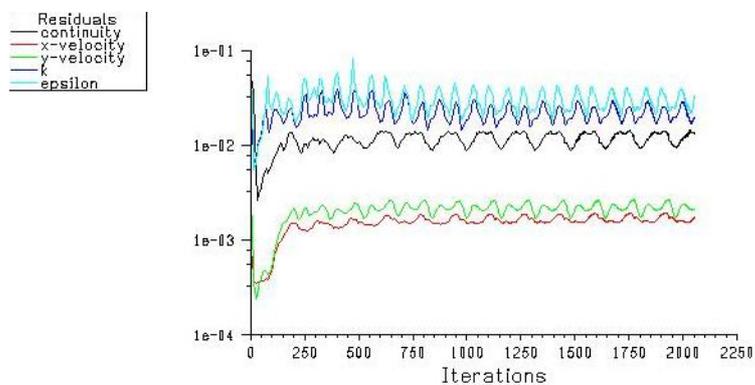


Figure 4.26. Evolution de la somme des résidus avec le nombre d'itérations. Calculs FLUENT 2D

4.4.1b. Calculs instationnaires

Les calculs instationnaires sont effectués avec un pas de temps fixe $\Delta t = 10^{-6}$ s et sont interrompus après 300 time step, ce qui correspond au temps $t = 3 \times 10^{-4}$ s.

Les distributions de pression obtenues à cet instant sont similaires aux résultats obtenus en calculs stationnaires (Fig. 4.29). Les évolutions temporelles des coefficients de portance et de traînée sont représentées sur la figure 4.30. La solution n'a pas convergé.

Sorensen et Michelsen [120] ont montré que pour déterminer l'écoulement autour de profils d'ailes placés sous de grandes valeurs de l'angle d'attaque, les simulations devaient être effectuées en 3D. Ce qui est entrepris dans ce qui suit.

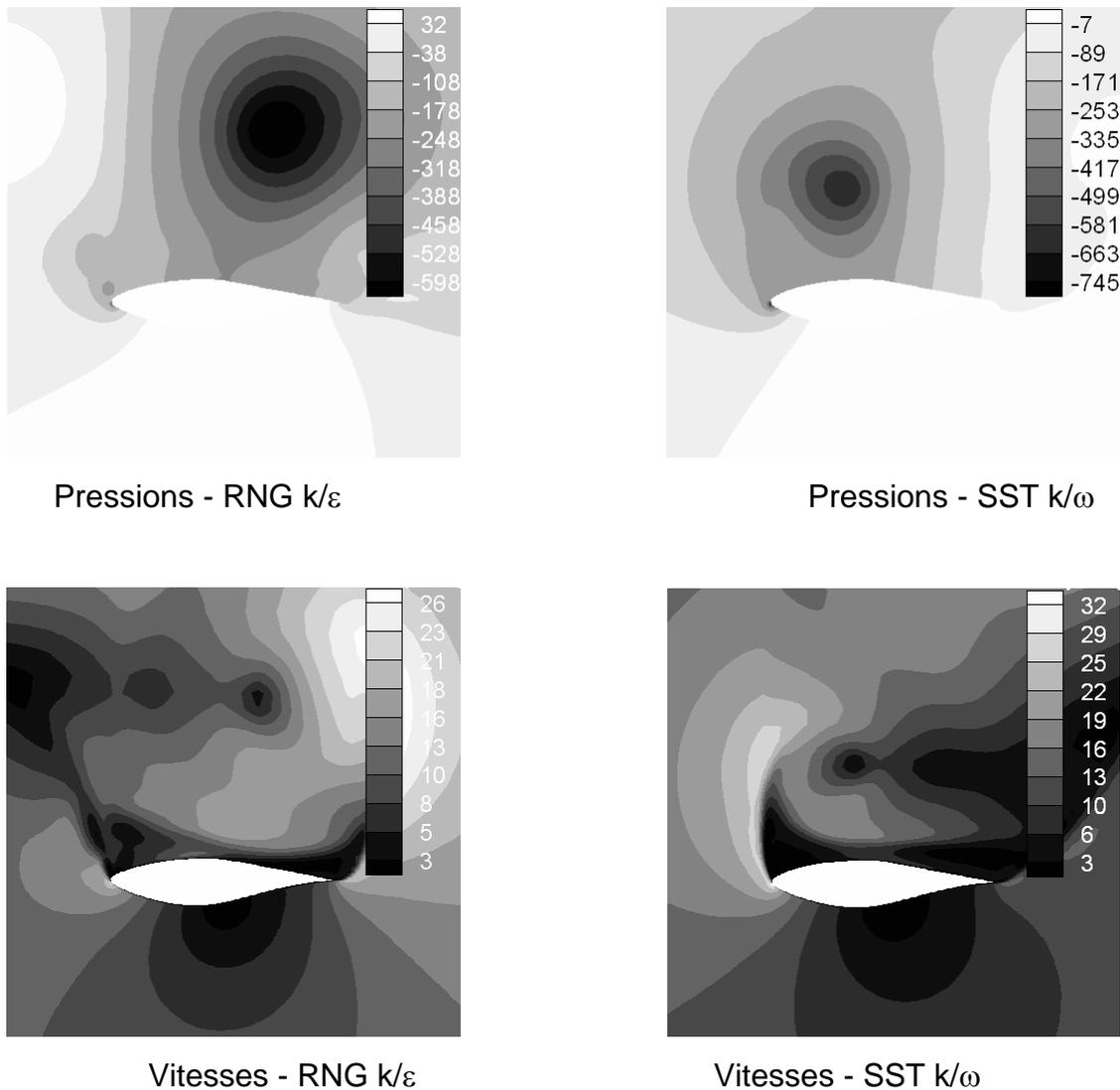


Figure 4.27. Contours des pressions et vitesses autour du S809 - $\alpha = 89.9^\circ$.
Calculs FLUENT 2D

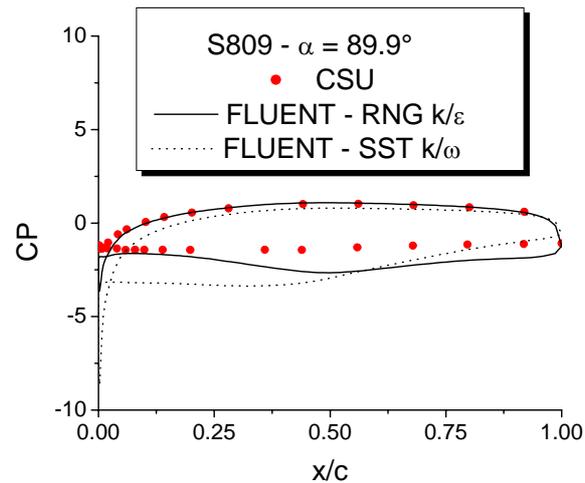


Figure 4.28. Distribution du C_P sur le S809 - $\alpha = 89.9^\circ$.
Calculs FLUENT stationnaires

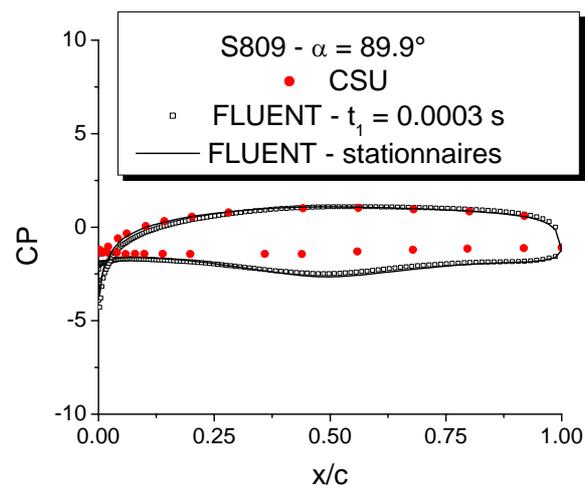


Figure 4.29. Distribution du C_P sur le S809 - $\alpha = 89.9^\circ$.
Calculs FLUENT instationnaires

4.4.2 Calculs 3D

Les calculs 3D sont effectués en stationnaire avec FLUENT, la turbulence étant représentée par le modèle SST k/ω formulé pour les bas nombres de Reynolds.

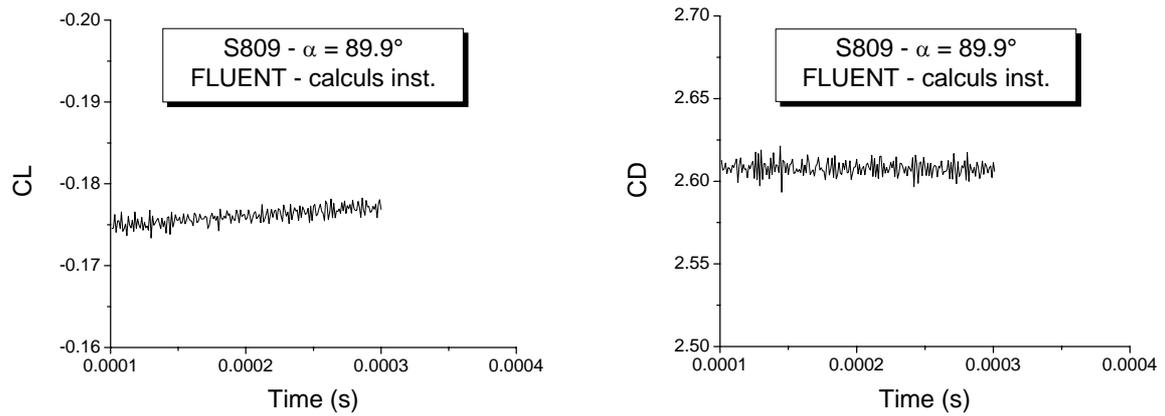


Figure 4.30. Evolution temporelle des coefficients caractéristiques - $\alpha = 89.9^\circ$.
Calculs FLUENT 2D

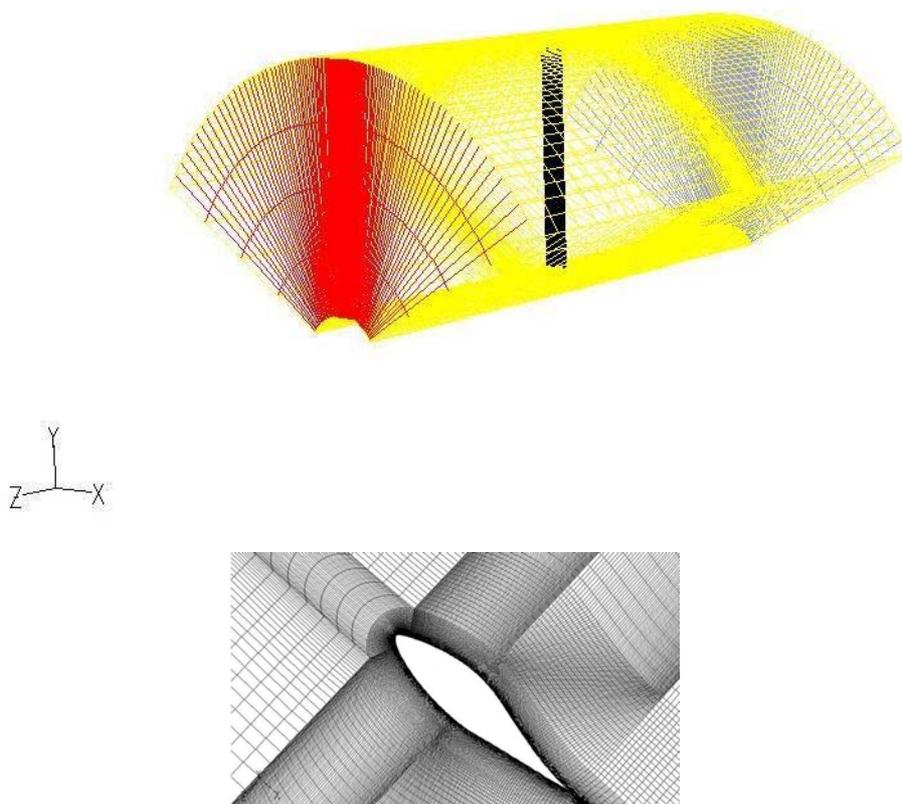


Figure 4.31. Maillage 3D construit avec Gambit

Maillage. Une aile de 4.306 m de longueur, avec un profil de 0.457 m de corde et angle de calage nul est considérée. Le domaine d'étude est constitué d'un tiers de cylindre creux dont l'épaisseur est égale à une longueur de pale et le rayon interne est égal à 0.723 m. L'aile est placée au centre du cylindre et les distances à l'amont et à l'aval de l'aile sont supérieures à 10 fois la corde. Cette configuration est similaire à celle de l'aérogénérateur de 20kW de puissance, expérimenté par NREL. Le maillage, du type structuré, est constitué de 225600 cellules, avec 360 points autour du profil et 4 rangées de cellules suivant la longueur de l'aile (Fig. 4.31). La distance au centre de la 1^{ière} rangée de cellules autour du profil est de l'ordre de 10^{-5} . Les valeurs de y^+ résultantes sont inférieures à 2.

Conditions aux limites. Pour les calculs 3D, les valeurs suivantes sont retenues : $U_\infty = 12.5$ m/s, ce qui correspond à un nombre de Reynolds de 3.8×10^5 , $Tu = 4$ % et $\mu_t / \mu = 10$. Les valeurs de l'énergie cinétique de turbulence k_∞ et du taux de dissipation spécifique de turbulence ε_∞ imposées à l'entrée sont alors : $k_\infty = 0.375$ et $\varepsilon_\infty = 2567$.

Résultats obtenus. Les calculs sont poursuivis jusqu'à plus de 15000 itérations. Les distributions du coefficient de pression obtenues à 30%, 47%, 63% et 80% de l'envergure sont représentées sur la figure 4.32, comparées aux valeurs expérimentales mesurées en 2D dans la soufflerie de CSU. Les résultats sont globalement améliorés comparés à ceux obtenus précédemment en 2D. Cependant, un plus grand nombre de mailles suivant l'envergure de la pale permettrait de mieux reproduire les effets 3D. En effet, des simulations similaires effectuées par Sorensen et al [119] et Sorensen et Michelsen [120] avaient nécessité un nombre important de mailles et leurs calculs étaient exécutés en parallèle avec des machines puissantes à multi-processeurs.

4.5. Commentaires et conclusion

L'écoulement autour de profils d'ailes utilisés dans la construction de rotors éoliens a été déterminé avec l'exploitation de codes de calculs basés sur la

résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Une méthode RANS est retenue, la turbulence étant représentée par des modèles à deux équations de transport. Comme l'accélération du fluide sur l'extrados peut conduire à des vitesses relativement élevées, l'écoulement peut être localement compressible. Aussi, quelques calculs sont exécutés pour un écoulement compressible. Les résultats obtenus pour le profil NACA 63415 à faible incidence ont montré que **cette hypothèse (écoulement compressible) n'était pas justifiée**. Ces simulations sont alors poursuivies en incompressible.

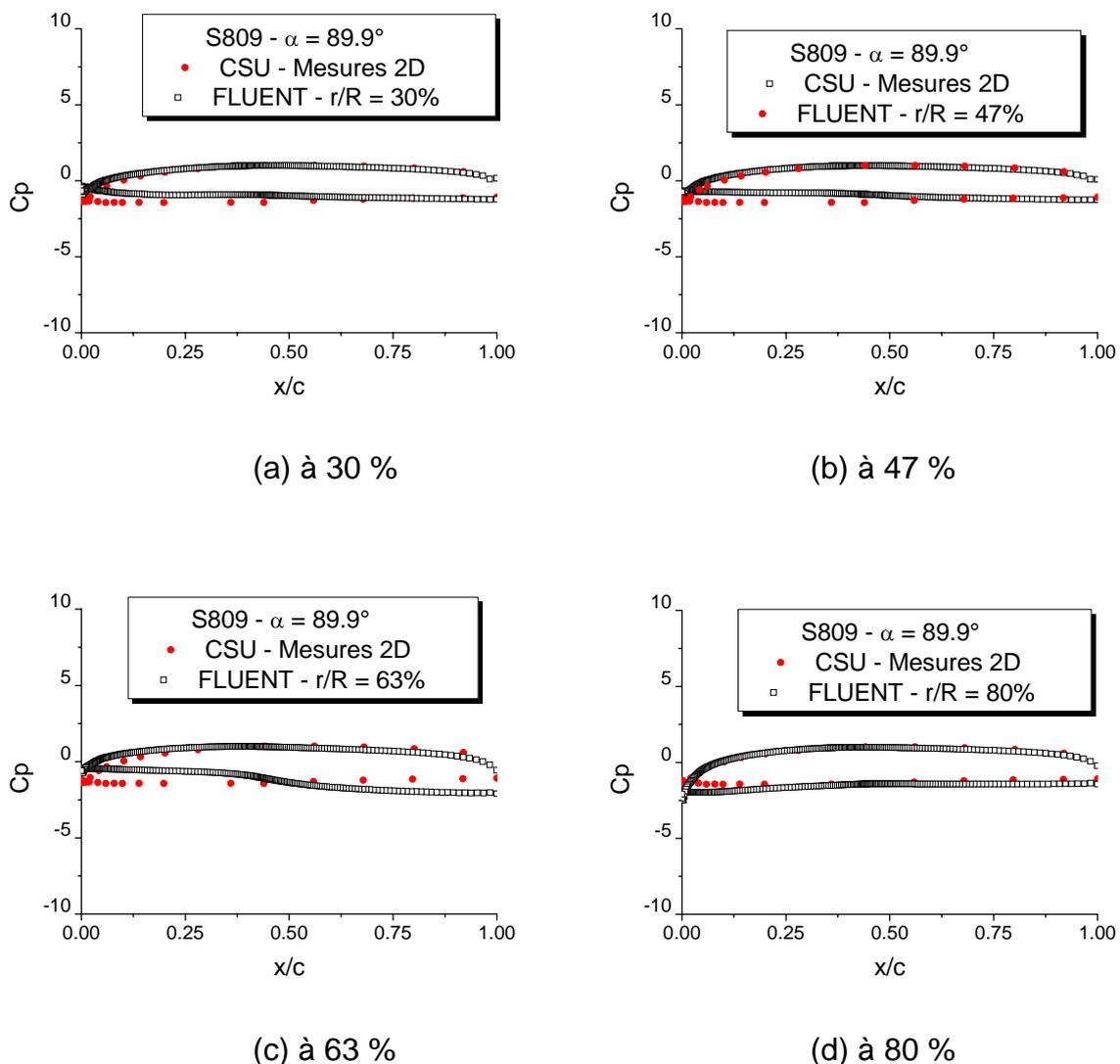


Figure 4.32. Distribution du C_p sur le S809 - $\alpha = 89.9^\circ$ - Calculs 3D stationnaires

Pour représenter la turbulence, différents modèles ont été comparés. Comme cela a été montré dans [11], les solutions obtenues avec le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds appliqué avec une loi de paroi standard sont en bonne adéquation avec les données de référence, pour les cas considérés.

Pour le profil S809, les coefficients de portance et de traînée sont calculés pour différentes valeurs de l'angle d'attaque avec les modèles SST k/ω et RNG k/ε . **Ce dernier modèle, qui n'a pas été utilisé de manière significative pour l'étude de l'écoulement autour de profils d'ailes**, serait en mesure de représenter correctement les écoulements tourbillonnaires et de déterminer l'écoulement dans la zone de recirculation. Il s'est avéré que **le modèle de Menter est plus sensible aux écoulements instationnaires comparé au modèle RNG k/ε** . Les contours de vitesse obtenus ont montré que des tourbillons de plus en plus importants se développent sur l'extrados lorsque l'angle d'incidence augmente et que **le modèle RNG k/ε prévoit un décollement plus tardif comparé au modèle SST k/ω** . **Ce qui s'est traduit par des valeurs de C_L plus importantes et de C_D plus faibles avec le modèle RNG k/ε** . Les coefficients C_L et C_D calculés avec le modèle SST k/ω sont, dans l'ensemble, en bonne adéquation avec les données expérimentales. Ces résultats confirment les performances du modèle SST k/ω de Menter pour représenter l'écoulement autour de profils d'ailes. Hanjalic [48] explique les défaillances du modèle RNG k/ε par le fait que le terme additionnel dans l'équation pour ε produit le même effet si l'écoulement est accéléré ou déccélé. Ces simulations devraient être approfondies avec les modèles à deux couches où le modèle RNG k/ε serait combiné à un modèle à une équation de transport.

Avec le modèle SST k/ω de Menter, le premier décrochage correspondant à $\alpha = 10.24^\circ$ n'est pas détecté. Ceci pourrait être dû aux valeurs inadéquates attribuées à la turbulence de l'écoulement externe. En effet, d'après les expérimentations effectuées par Swalwell et al [128], l'augmentation du taux de turbulence externe a pour effet de retarder le phénomène de décrochage. Ces simulations ont montré que **lorsque l'angle d'attaque est important, les résultats obtenus sont différents si le taux de turbulence est modifié, alors qu'il est généralement admis que les modèles de turbulence comparés sont insensibles aux valeurs attribuées à la**

turbulence de l'écoulement externe. Les deux modèles de turbulence appliqués ont un même comportement : C_L augmente et C_D diminue lorsque le taux de turbulence augmente.

Le cas d'une aile face au vent (sous une incidence normale à l'écoulement) est finalement abordé avec des simulations en 2D et en 3D. Les distributions du coefficient de pression obtenues en 2D avec StarCD pour un écoulement turbulent n'ont pas l'allure des courbes habituellement rencontrées. Les résultats du calcul pour un écoulement laminaire étant plus ressemblant, les divergences obtenues en turbulent sont attribuées au schéma MARS appliqué dans les équations pour k et ϵ . Pour les calculs avec FLUENT, le nombre de mailles retenu en 3D suivant l'envergure est peu important mais les valeurs obtenues sont globalement en meilleure concordance avec les données expérimentales comparées aux résultats 2D. Comme cela a été montré dans [119] et [120], les effets 3D sont particulièrement importants pour cette configuration d'une aile face au vent.

CHAPITRE 5

ÉCOULEMENT AUTOUR D'UNE ÉOLIENNE EN ROTATION

Par la suite, une méthode RANS a été appliquée pour simuler l'écoulement autour d'une éolienne en rotation. L'éolienne considérée est à axe vertical type Darrieus avec des pales droites dont les dimensions caractéristiques sont :

- Diamètre du rotor : $D = 2.00$ m
- Hauteur des pales : $H = 2.65$ m
- Corde du profil : $C = 0.107$ m
- Hauteur du mât : $H_{\text{mat}} = 5.00$ m
- Hauteur de l'alternateur : $h_0 = 0.25$ m
- Diamètre de l'arbre : $\Phi_{\text{arbre}} = 0.14$ m
- Diamètre du mât : $\Phi_{\text{mat}} = 0.20$ m

Les pales, au nombre de 3, ont une section profilée type NACA 0018. Chaque pale est reliée à l'arbre central par deux barres horizontales de section profilée du même type.

5.1. Méthodologie adoptée

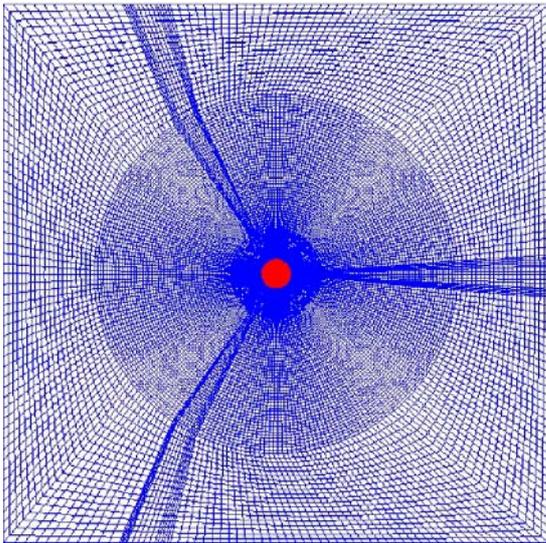
Ces simulations sont effectuées en régime stationnaire et instationnaire pour un rotor immobile puis en rotation. Les calculs sont exécutés à l'aide de StarCD.

5.1.1 Éolienne immobile

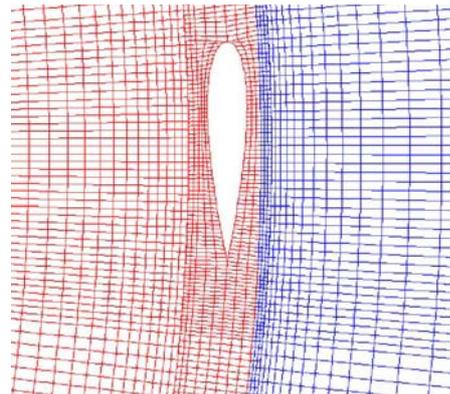
L'éolienne étant immobile, le maillage est fixe. Les équations résolues sont donc données par les relations (4.1) et (4.2) avec les équations de turbulence représentée ici par le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds appliqué avec

une loi de paroi standard. Les calculs sont exécutés en instationnaire avec l'algorithme PISO de Issa [59]. Le schéma UPWIND est appliqué pour la discrétisation spatiale des équations. La discrétisation temporelle est effectuée avec le schéma semi implicite de Crank Nicholson avec un facteur de 0.8.

Domaine d'étude et maillage. Des simulations préliminaires ont montré que les dimensions du domaine d'étude doivent être importantes. Le rotor est donc placé au centre d'un domaine dont les dimensions s'étendent sur une distance égale à 9 fois le diamètre du rotor, de part et d'autre du centre du domaine ($x_{\min}, x_{\max} = \pm 18$ m, $y_{\min}, y_{\max} = \pm 18$ m). Pour respecter la géométrie du profil NACA 0018, il est nécessaire d'avoir un nombre conséquent de mailles autour des pales. Si l'on considère un domaine d'étude qui entoure complètement l'éolienne avec un maillage assez fin autour des pales, le maillage résultant est constitué de plus de 8×10^6 cellules, ce qui serait à la limite des capacités de la machine utilisée pour les calculs. L'écoulement autour de l'éolienne immobile est donc simulé en 3D avec un domaine d'étude qui entoure le rotor seulement et avec un domaine d'étude 2D qui entoure une partie de l'envergure des pales.



(a) Vue globale



(b) Maillage autour des pales

Figure 5.1. Maillage appliqué autour de l'éolienne - Vue de dessus

Maillage 2D. La hauteur du domaine d'étude 2D est fixée arbitrairement à 0.33m (soit 1/8 de la hauteur des pales). Un maillage 2D structuré type O-H, généré par blocs, est construit avec 2040 mailles suivant la périphérie du rotor dont 120 mailles autour des pales. Le maillage, moins dense dans les zones loin des pales, est finalement constitué de 101560 cellules (Fig. 5.1). La hauteur de la première rangée de cellules autour des pales est telle que $y/c = 0.006$ à 0.023 , c étant la corde du profil. Les valeurs de y^+ obtenues en calculs instationnaires autour de l'éolienne immobile varient de 16 à 270 environ.

Maillage 3D. Le maillage 3D appliqué est similaire à celui du modèle 2D. Il est obtenu à partir de ce dernier par extrusion suivant la hauteur jusqu'à $z = 2.64\text{m}$, pour couvrir toute la hauteur des pales. Le nombre total de mailles résultant est de 812480 avec 8 rangées de cellules suivant l'axe vertical (z).

5.1.2 Eolienne en rotation

Deux techniques sont utilisées pour simuler la rotation, la méthode MRF (Multiple Reference Frame) en calcul stationnaire et la méthode ASI (Arbitrary Sliding Interface) en calcul instationnaire.

Méthode MRF. Avec la *technique MRF*, aucun déplacement du maillage n'est effectué, la rotation est fictive; elle est représentée par un terme source ajouté dans les équations de quantité de mouvement pour représenter les effets centrifuges et de Coriolis. En pratique, le domaine d'étude est subdivisé en 2 parties : une partie fixe où les cellules sont stationnaires et une partie 'mobile'. Le terme source supplémentaire est ajouté dans les équations relatives aux cellules fluides de la partie 'mobile'. Les calculs peuvent être stationnaires ou instationnaires. Cette technique reste une méthode approximative. Elle permet de donner un aperçu des résultats attendus.

Les équations résolues sont donc toujours données par les relations (4.1) et (4.2) avec, pour les cellules en rotation fictive, le terme source qui est ajouté dans l'équation (4.2) pour tenir compte de la rotation et par les équations de turbulence qui est représentée ici par le modèle SST k/ω de Menter. Les calculs sont exécutés en stationnaire. Les équations couplées pression-vitesse sont résolues à l'aide de

l'algorithme SIMPISO et le schéma MARS est appliqué pour la discrétisation des termes convectifs.

Technique ASI. Dans la *méthode ASI*, le déplacement du maillage est effectif. Cette méthode est basée sur la technique des interfaces glissantes. Comme pour la technique MRF, le domaine d'étude est subdivisé en 2 parties : une partie 'stator' où les cellules sont stationnaires et une partie 'rotor' où les cellules sont cette fois ci réellement mobiles. Avec la technique ASI, les noeuds au niveau des interfaces entre les 2 blocs sont reconnectés pendant la rotation de manière arbitraire. Les calculs sont instationnaires. Les équations moyennées de Navier Stokes sont formulées en ALE où le maillage est traité comme un repère mobile qui se déplace avec une vitesse arbitraire u_{cj} [2] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot (u_i - u_{ci})) = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \cdot u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_i \cdot (u_j - u_{cj}) - \tau_{ij}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + S_i \quad (5.2)$$

u_{cj} représentant la vitesse du maillage, les autres termes gardent la même signification que précédemment. Ces équations sont complétées par les équations de turbulence représentée ici par le modèle SST k/ω de Menter. En formulation ALE, les termes $\partial(\rho \cdot u_j \cdot k)/\partial x_j$ et $\partial(\rho \cdot u_j \cdot \varepsilon)/\partial x_j$ dans les équations relatives à k et à ω ont remplacés par :

$$\frac{\partial (\rho \cdot (u_j - u_{cj}) \cdot k)}{\partial x_j} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial (\rho \cdot (u_j - u_{cj}) \cdot \varepsilon)}{\partial x_j} \quad (5.4)$$

Lorsque les calculs sont effectués avec un maillage mobile, une équation représentant la loi de conservation géométrique (GCL) est également résolue [3] :

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} dV - \iint_{A(t)} \bar{u}_c \cdot \bar{n} dA = 0 \quad (5.5)$$

où dV et dA représentent respectivement un volume et une section élémentaires, \bar{n} est le vecteur normal à la section dA . Cette loi résulte de l'utilisation d'un maillage mobile et d'une formulation ALE et relie les variations de volume des cellules aux vitesses de déplacements des surfaces qui les définissent.

Les calculs avec la technique ASI étant instationnaires, les équations sont résolues avec l'algorithme PISO. Le schéma MARS est appliqué pour la discrétisation spatiale des équations. La discrétisation temporelle est effectuée avec le schéma semi implicite de Crank Nicholson avec un facteur de 0.8.

Domaine d'étude et maillage. Les durées d'exécution des calculs ASI étant très importantes, l'écoulement autour de l'éolienne en rotation est simulé en 2D uniquement. Le domaine d'étude et le maillage appliqué pour les calculs 2D de l'écoulement autour d'un rotor immobile sont repris pour ces simulations.

Conditions aux limites. Les conditions aux limites appliquées sont, avec la codification de StarCD : Sur la frontière Ouest, INLET (ou définition des composantes du vecteur vitesse, de l'énergie cinétique de turbulence et du taux de dissipation), sur la frontière Est, OUTLET (le gradient de toutes les variables suivant la direction de l'écoulement est nul, le débit massique étant défini par la condition de continuité), sur les frontières Sud et Nord (et sur les frontières supérieure et inférieure pour les calculs 3D), SYMPANE (la vitesse normale et le gradient normal de toutes les autres variables sont nuls) et sur les pales et l'arbre central, WALL no slip ou condition de paroi sans glissement. Les caractéristiques de l'écoulement imposées à l'entrée sont :

- $U_\infty = 10$ m/s. Le nombre de Reynolds correspondant, calculé par rapport au diamètre du rotor est de 1.33×10^6 , mais par rapport à la corde des pales, il est de 6.67×10^4
- $k_\infty = 1.5$, ce qui correspond, avec la relation (4.9), à un taux de turbulence $Tu = 10\%$
- $\varepsilon_\infty = 1386$, valeur obtenue avec la relation (4.10) et $\mu_t/\mu = 10$.

5.2. Résultats obtenus pour l'éolienne immobile

Les calculs sont effectués en instationnaire le pas de temps appliqué étant égal à 10^{-3} s. Les composantes de la force et du couple aérodynamique exercés par le fluide sur les pales sont calculées à partir de la solution des équations de Navier

Stokes à l'aide d'une subroutine '*posdat.f*'. Le couple moyen exercé sur chacune des pales est calculé avec la moyenne des valeurs comprises entre la 100^{ième} et la dernière itération. Le couple total est obtenu en additionnant les contributions de chaque pale. StarCD étant un code dimensionnel, les forces calculées sont proportionnelles à la surface des pales. Aussi, pour comparer les calculs 2D et 3D, les résultats obtenus pour le couple sont divisées par la hauteur z du domaine d'étude. Les valeurs ainsi calculées sont adimensionnelles et comparables entre elles.

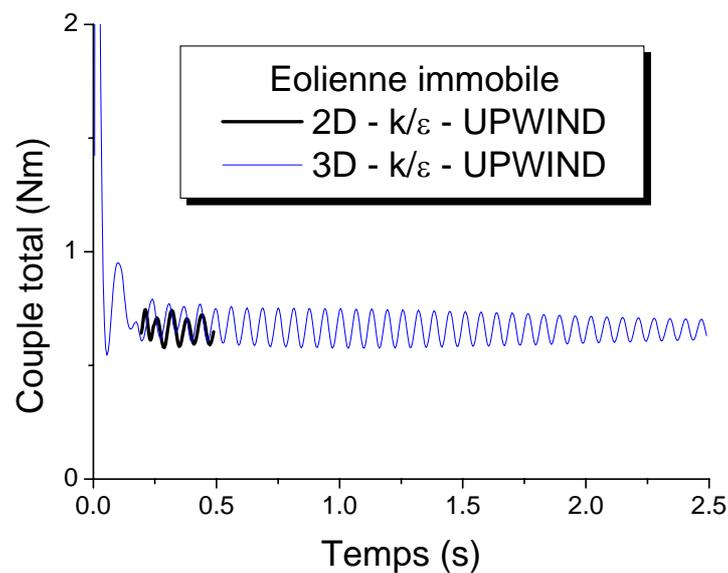
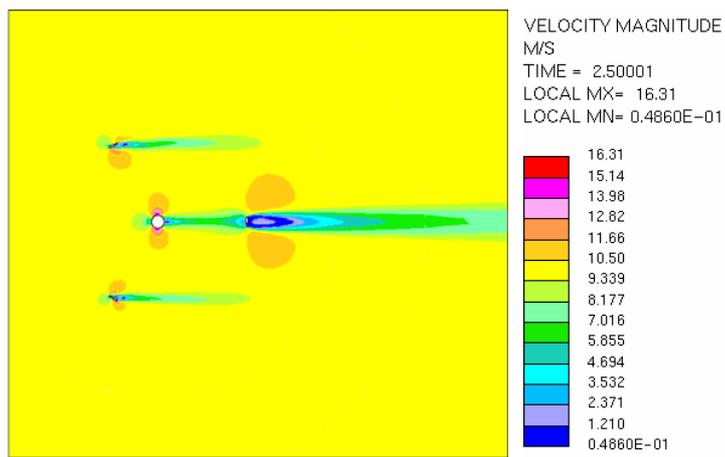
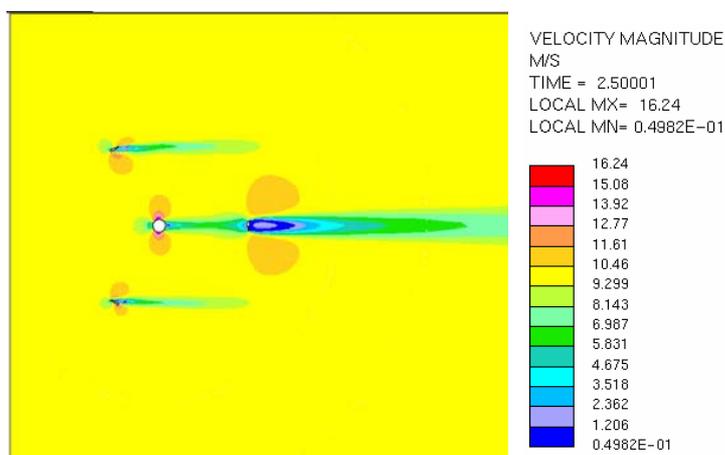


Figure 5.2. Evolution temporelle du couple total calculé en 2D et 3D

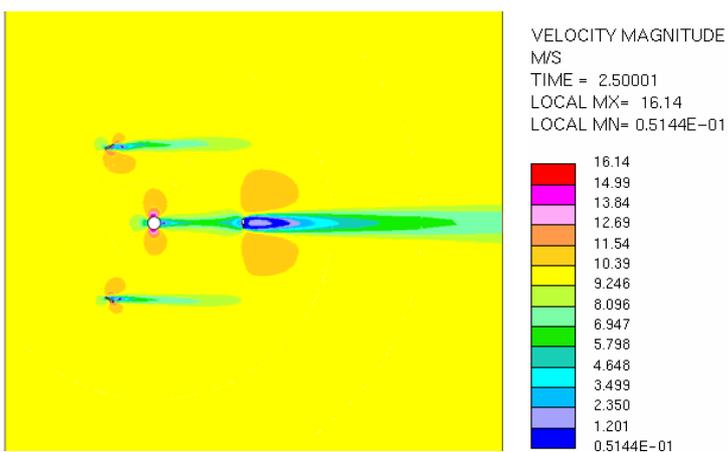
Les calculs 3D sont poursuivis jusqu'à l'instant $t = 2.5$ s, le temps CPU correspondant étant de 338939s (94H environ). Les simulations 2D sont interrompues après 0.5 s (temps physique). Les résultats obtenus pour le couple total avec les maillages 2D et 3D sont similaires (Fig. 5.2). Les solutions sont stables et les oscillations ont tendance à s'amortir. Les contours de vitesses obtenus en calculs 3D sont représentés sur la figure 5.3, pour différentes positions suivant la hauteur, dans le plan xy . Ces figures sont pratiquement similaires. Les effets 3D ne sont pas visibles pour cette configuration de l'éolienne immobile, les pales étant droites et parallèles à l'axe de rotation. Les simulations de l'écoulement autour de l'éolienne en rotation peuvent donc être effectuées en 2D.



Z = 49.5cm (ou 19% de la hauteur)



Z = 115.5cm (ou 44% de la hauteur)



Z = 247.5cm (ou 94% de la hauteur)

Figure 5.3. Contours des vitesses obtenus dans le plan xy en calculs 3D

5.3. Résultats obtenus avec la technique MRF

N'ayant aucune information sur la caractéristique de fonctionnement de l'éolienne, des simulations ont été effectuées pour différentes valeurs de la vitesse de rotation qui a été supposée constante. Tous les calculs sont effectués avec un nombre maximal de 2000 itérations. Le temps CPU moyen est de l'ordre de 41500s (soit un peu moins de 12H). Le couple moteur est calculé comme précédemment en additionnant les contributions de chaque pale.

5.3.1 Contours des vitesses

La figure 5.4 montre les contours de vitesses obtenus pour $\Omega = 180$ tr/min au voisinage du rotor dans le plan (xy) qui représente une vue de dessus de l'éolienne. Les vitesses les plus importantes sont localisées autour de la pale N° 2. L'écoulement semble être en rotation autour de l'arbre. Des perturbations de l'écoulement sont visibles à l'aval du rotor mais une vue générale permettrait de montrer que l'écoulement est établi à la sortie et que le fluide n'est plus perturbé loin du rotor. Les frontières sont donc bien définies.

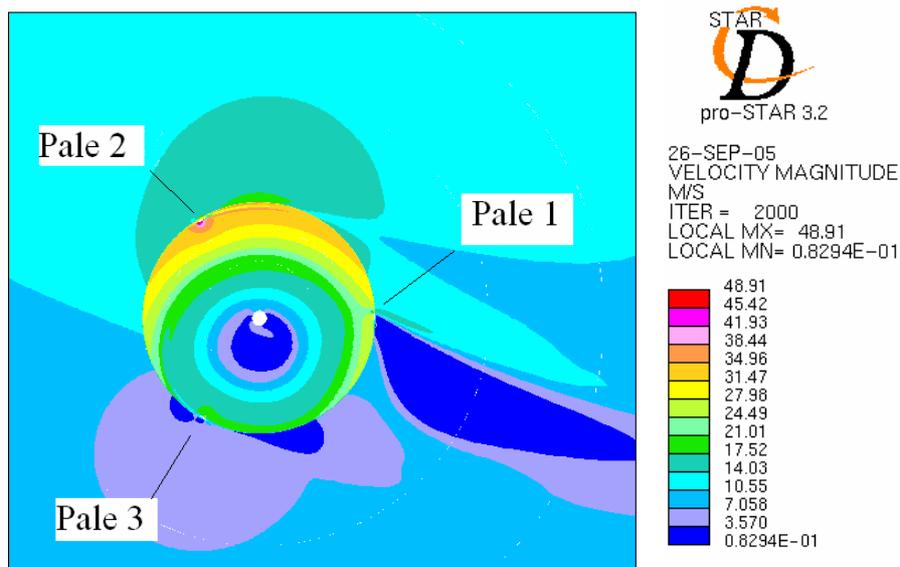


Figure 5.4. Contours des vitesses obtenus en MRF avec $\Omega = 180$ tr/min

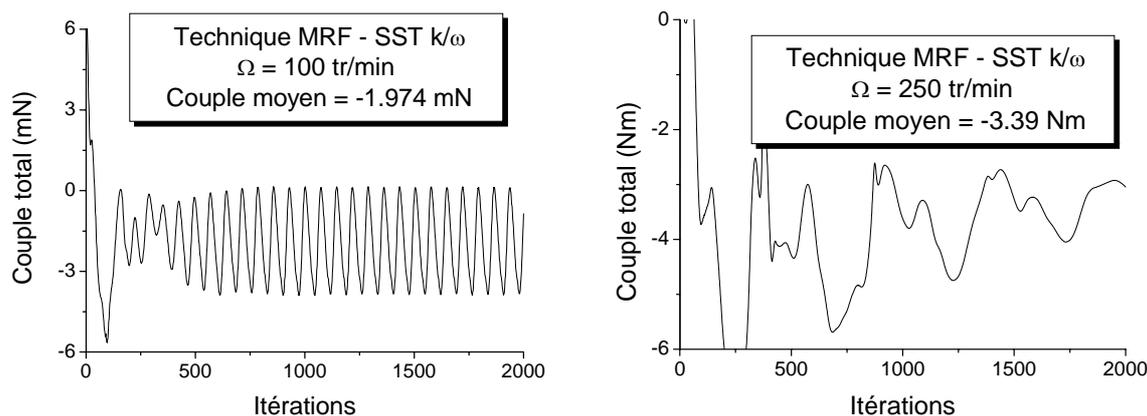


Figure 5.5. Rotation simulée par la technique MRF avec $\Omega = 100$ et 250 tr/min : Evolution du couple total avec le nombre d'itérations.

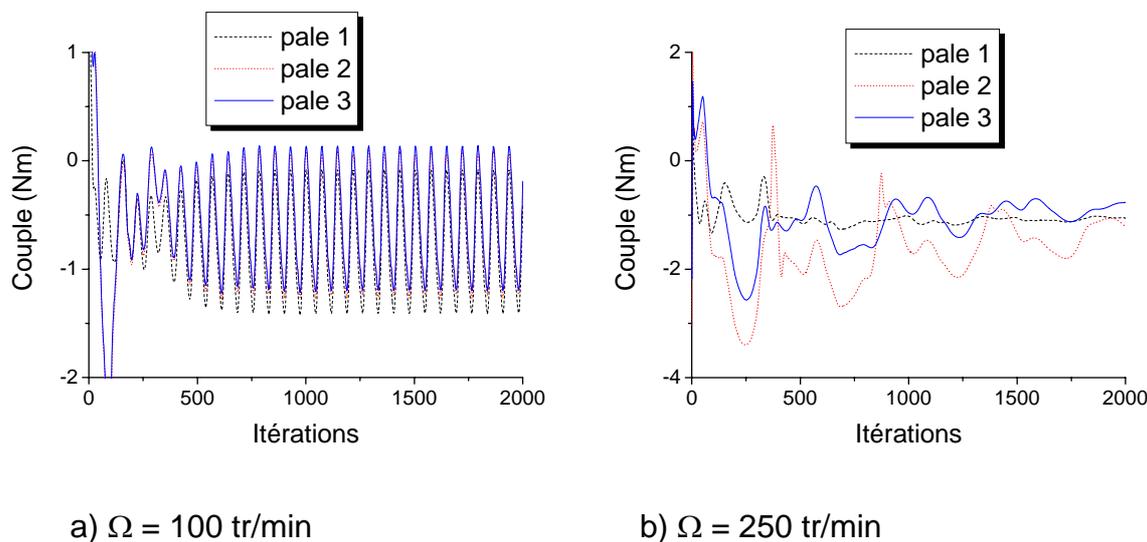


Figure 5.6. Rotation simulée par la technique MRF avec $\Omega = 100$ et 250 tr/min : Evolution du couple exercé sur les pales avec le nombre d'itérations.

5.3.2 Couple aérodynamique

Sur la figure 5.5 sont représentées les évolutions du couple total calculé en fonction du nombre d'itérations obtenues pour les vitesses $\Omega = 100$ et 250 tr/min. Pour $\Omega = 100$ tr/min, les valeurs du couple oscillent de manière régulière sans que l'amplitude soit amortie. Pour $\Omega = 250$ tr/min, les oscillations sont moins régulières par contre,

les variations d'amplitude ont l'air de s'amortir. Cette tendance s'accroît avec l'augmentation de la vitesse de rotation. Les courbes relatives au couple exercé par le fluide sur chaque pale montrent bien que l'évolution est similaire à celle du couple total. Pour $\Omega = 100$ tr/min, les valeurs obtenues pour chacune des pales ne diffèrent pas de manière très appréciable (Figure 5.6a). Par contre, pour des valeurs plus élevées de la vitesse de rotation, les 3 courbes sont assez distinctes l'une de l'autre (Figure 5.6b).

5.4. Résultats obtenus avec la technique ASI

Les simulations de l'écoulement autour de l'éolienne en rotation avec maillage mobile sont effectuées comme précédemment pour différentes valeurs de la vitesse de rotation supposée constante. Le temps d'exécution étant relativement important, les calculs sont interrompus au bout de 6000 itérations environ, lorsque le maillage a accompli un déplacement de l'ordre de 360° . Les calculs sont effectués avec un pas de temps constant dont la valeur (en seconde) est définie en fonction de la vitesse de rotation et du maillage appliqué comme suit :

$$\delta t = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{NC} \cdot \frac{60}{\Omega} \quad (5.6)$$

où NC est le nombre de cellules suivant la périphérie du rotor et Ω est la vitesse de rotation (en tr/min). La position des pales à l'instant $t = 0$ est schématisée sur la figure 5.7.

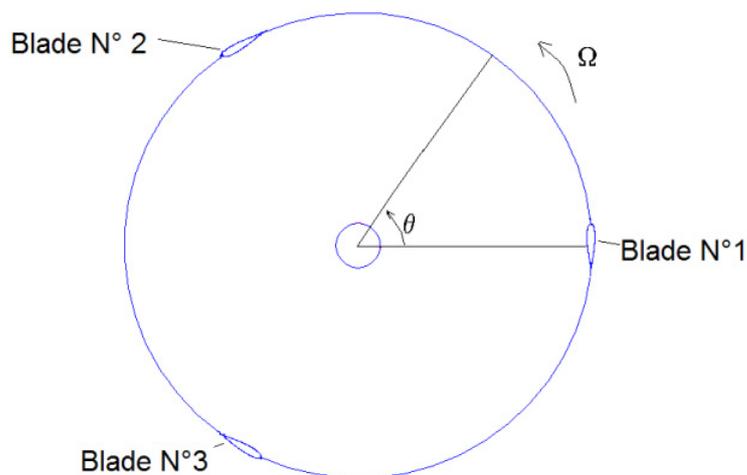


Figure 5.7. Schéma des positions des pales à l'instant $t = 0$

5.4.1 Contours des vitesses

Sur les figures 5.8 et 5.9 sont représentés les contours de vitesses obtenus au voisinage des pales dans le plan (xy) pour $\Omega = 100$ et 250 tr/min aux instants $t = 0.303$ s et 0.141 s respectivement. Le déplacement du maillage correspondant est de 182° et 211° . Pour $\Omega = 100$ tr/min, l'écoulement tourbillonnaire autour des pales observé par Fujisawa et al [40] est retrouvé. Avec $U_\infty = 10$ m/s, la vitesse spécifique définie par la relation :

$$\lambda = \frac{R \cdot \Omega}{U_\infty} \quad (5.7)$$

est alors égale à $\lambda = 1$. Les tourbillons sont moins importants lorsque $\Omega = 250$ tr/min, la vitesse spécifique correspondante étant égale à $\lambda = 2.6$ (Fig. 5.9). L'écoulement tourbillonnaire est donc particulièrement accentué aux faibles vitesses spécifiques comme cela a été reporté dans [100].

5.4.2 Couple aérodynamique

Les résultats obtenus pour le couple en ASI sont représentés en fonction du déplacement θ effectué par le maillage. Pour les simulations exécutées avec une vitesse de rotation constante $\Omega = 100$ tr/min, le pas de temps appliqué est de 9.8×10^{-5} s. Les calculs ont été interrompus au bout de 5853 itérations ce qui correspond à l'instant $t = 0.57$ s. Le maillage a effectué une rotation de 343° . Le temps CPU est de 370892 s, soit 103H environ. Sur les figures 5.10a et 5.10b sont montrés les résultats obtenus pour le couple total et le couple exercé sur chacune des pales respectivement. A partir des courbes qui représentent la contribution de chaque pale, il semblerait que le couple total soit essentiellement dû à la pale No 2.

Pour $\Omega = 250$ tr/min, les simulations ont été poursuivies jusqu'à ce que le rotor ait effectué un déplacement de 360° environ. Le nombre total d'itérations atteint est de 6064, ce qui correspond à l'instant $t = 0.237$ s, le pas de temps appliqué pour ce cas étant de 3.92×10^{-5} s. Le temps CPU est de 376507 s (104 H environ). Les courbes obtenues pour le couple total et le couple exercé sur chacune des pales sont représentées sur les figures 5.11a et 5.11b respectivement. Le couple total est toujours essentiellement dû à la pale No 2.

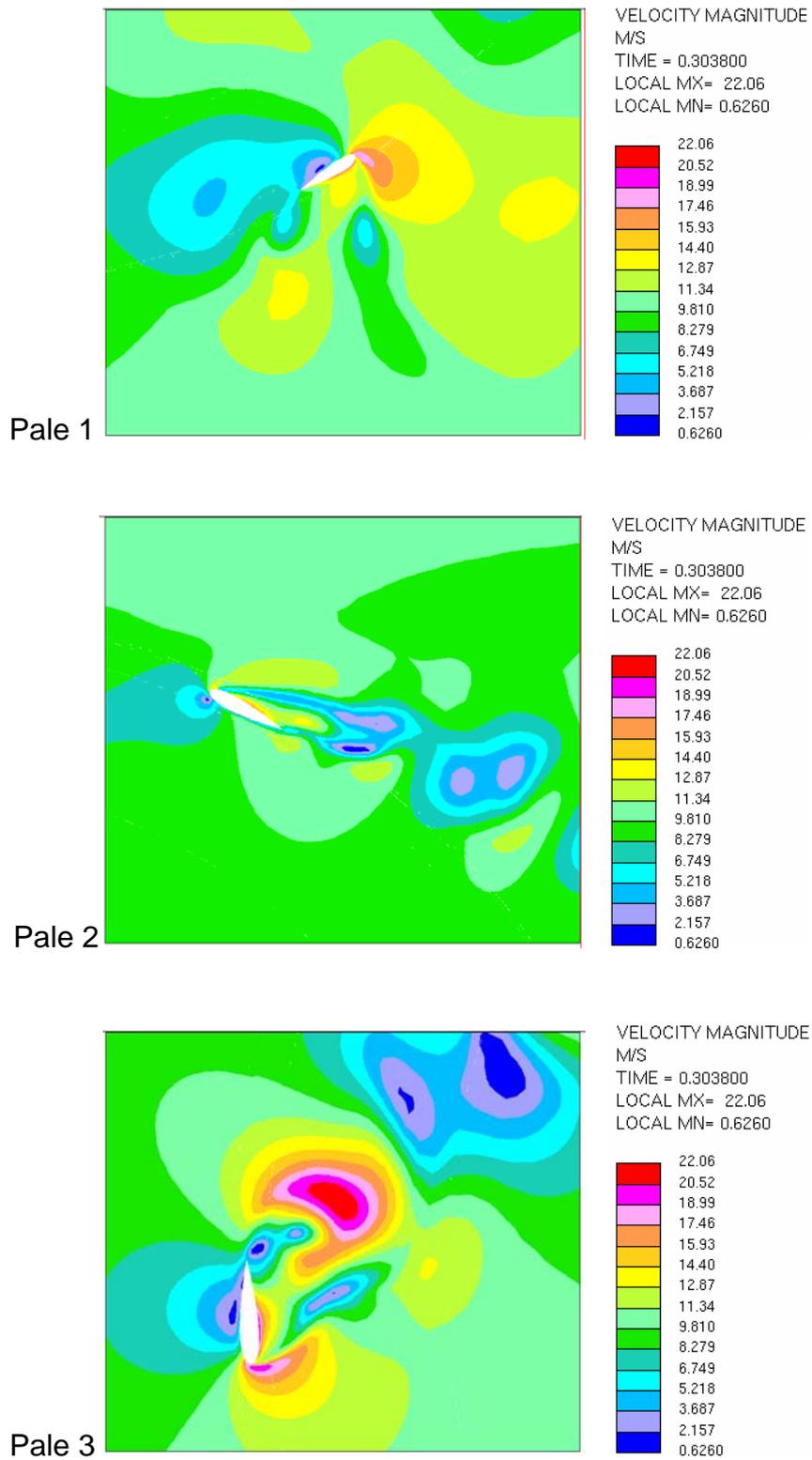


Figure 5.8. Contours des vitesses correspondant à l'instant $t = 0.303$ s.
Calculs ASI avec $\Omega = 100$ tr/min

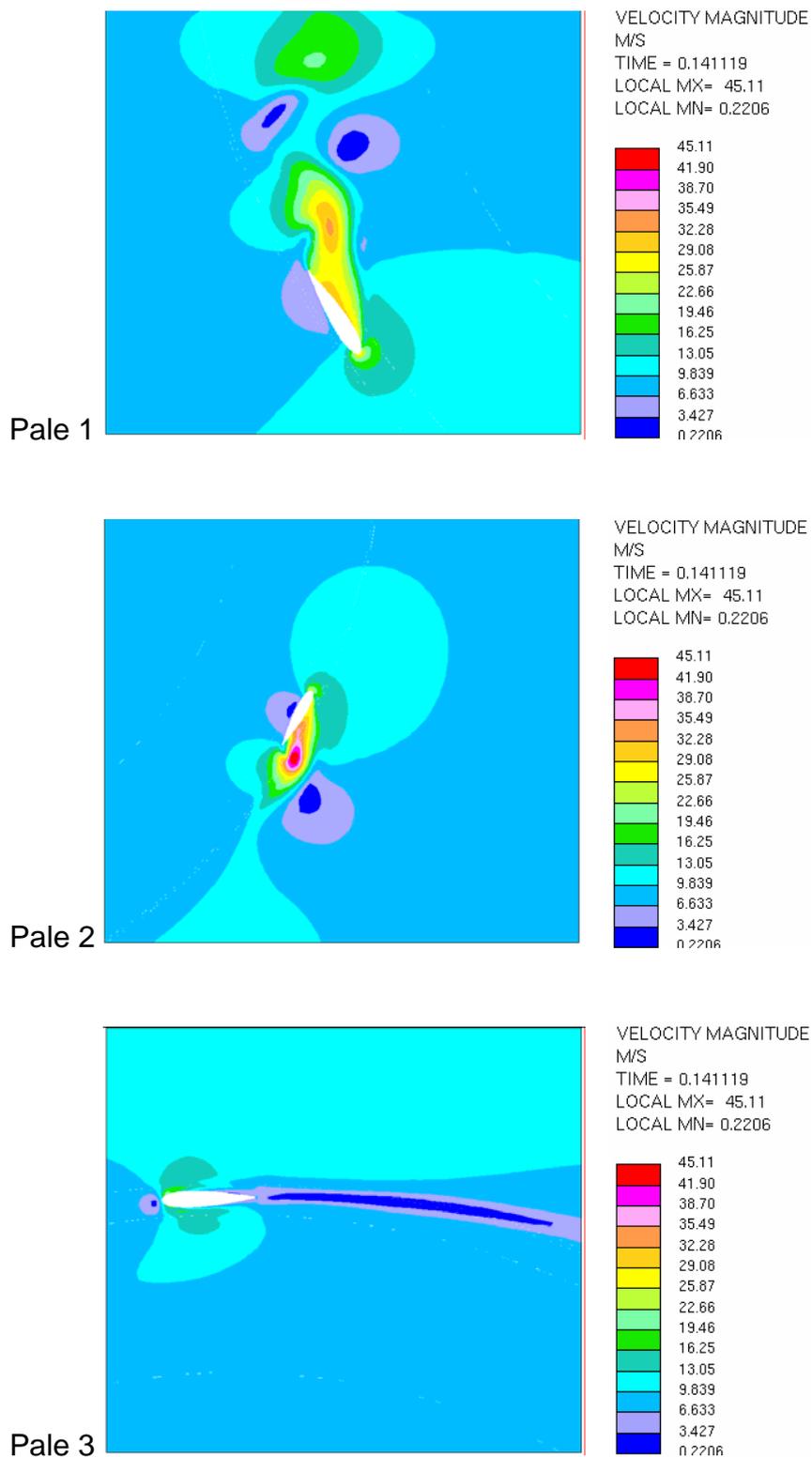
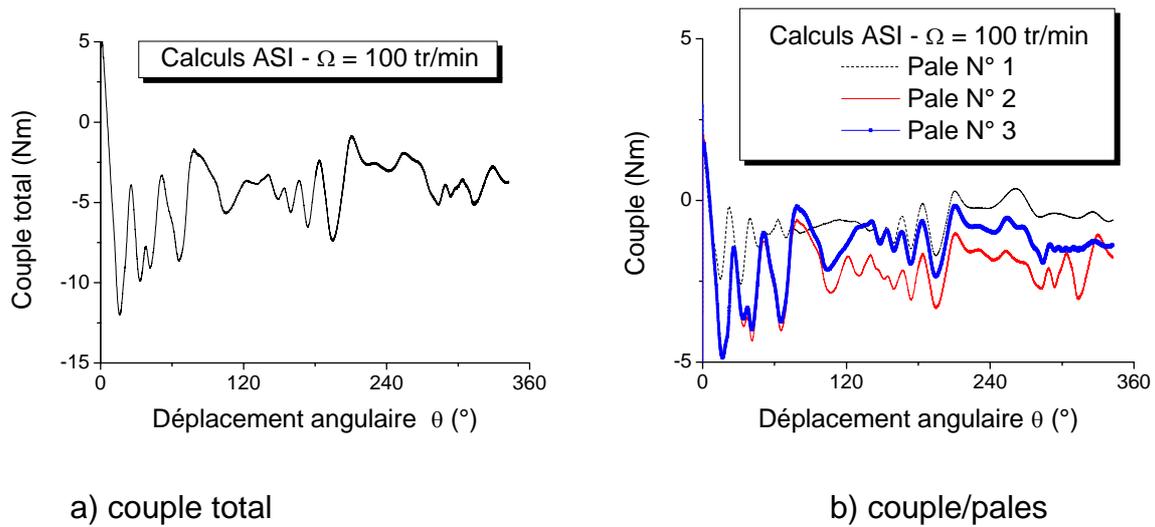


Figure 5.9. Contours des vitesses correspondant à l'instant $t = 0.141$ s.
Calculs ASI avec $\Omega = 250$ tr/min



5.10. Couple exercé sur l'éolienne – Calculs ASI avec $\Omega = 100$ tr/min.

Ces résultats montrent que les solutions ne sont pas totalement établies. Les calculs devraient être poursuivies jusqu'à la fin du 3^{ème} tour pour atteindre une solution périodique. Les résultats ainsi obtenus représentent en fait les caractéristiques transitoires de l'éolienne mais permettent d'avoir une idée des performances attendues. Les simulations sont effectuées pour d'autres valeurs de la vitesse de rotation. Les résultats obtenus présentent la même allure. Ils ne sont donc pas donnés en détail.

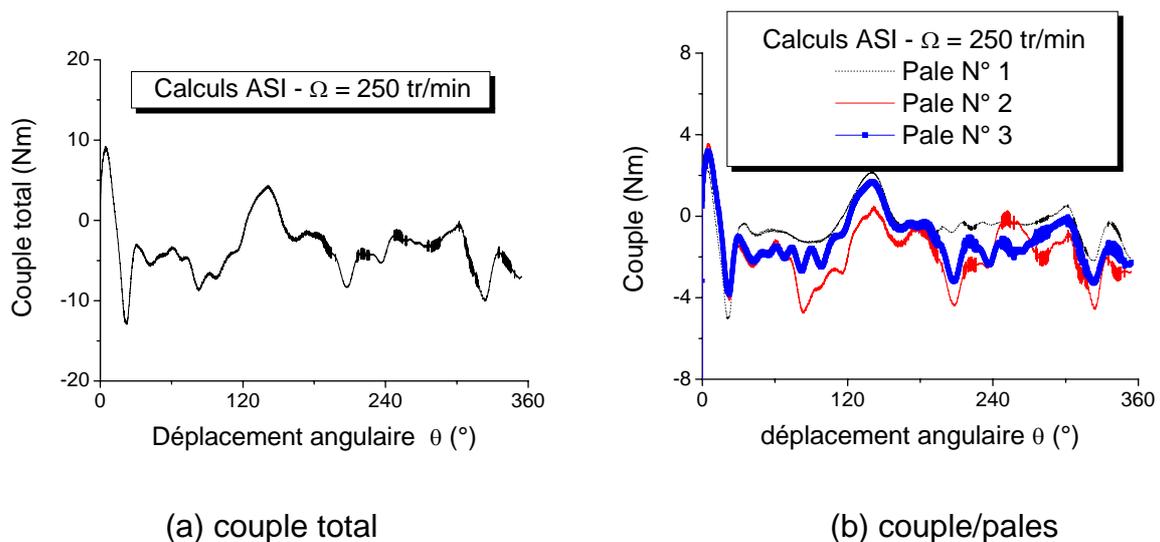


Figure 5.11. Couple exercé sur l'éolienne – Calculs ASI pour $\Omega = 250$ tr/min.

Comparaison des résultats MRF et ASI. Les résultats obtenus avec les deux techniques appliquées pour simuler la rotation sont comparés sur la figure 5.12 en terme de couple total moyen dont les valeurs sont obtenues en calculant :

- la moyenne des valeurs calculées sur les 500 dernières itérations pour la technique MRF
- la moyenne des valeurs comprises entre $\theta = 20^\circ$ et $\theta = 360^\circ$ pour la technique ASI.

La courbe de variation du couple total moyen avec la vitesse de rotation obtenue avec le calcul MRF ne présente pas l'allure classique des caractéristiques de fonctionnement des éoliennes. Habituellement, le couple fourni par les éoliennes augmente avec la vitesse de rotation jusqu'à une valeur maximale puis diminue jusqu'à s'annuler, comme on peut le voir avec les résultats des calculs ASI. Avec les calculs MRF, les valeurs du couple diminuent légèrement puis augmentent avec la vitesse de rotation. Cette technique ne semble donc pas appropriée pour cette étude. Les calculs ASI sont beaucoup plus lourds mais plus fiables.

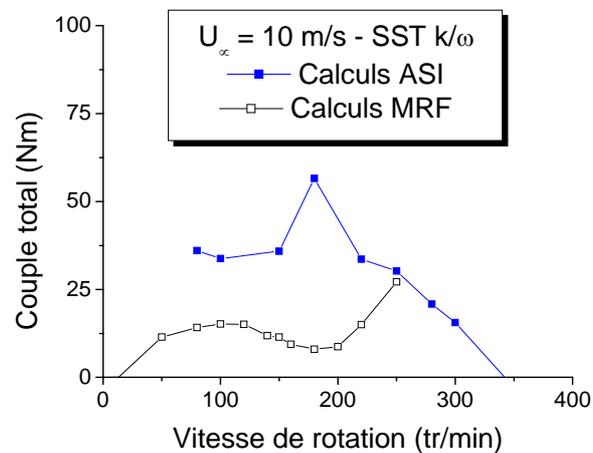


Figure 5.12. Comparaison des résultats obtenus avec les techniques ASI et MRF

5.4.3. Performances aérodynamiques

Les résultats obtenus pour le couple sont exploités pour le calcul de la puissance moyenne P que pourrait fournir l'éolienne pour différentes vitesses de rotation avec :

$$P = C \cdot \Omega \quad (5.8)$$

où C est le couple total moyen calculé, Ω étant la vitesse de rotation. Comme cela a été déjà noté plus haut, StarCD est un code dimensionnel. La troisième dimension est prise en considération dans le calcul des forces même si les simulations sont effectuées en 2D. Aussi, pour évaluer la puissance totale de l'éolienne, les valeurs du couple 2D sont multipliées par un facteur 8 qui représente le rapport entre la hauteur des pales appliquée dans le domaine d'étude 2D et la hauteur du rotor.

La courbe caractéristique $P(\Omega)$ obtenue est représentée sur la figure 5.13. Le point correspondant à $\Omega = 220$ tr/min semble ne pas respecter la forme en cloche des courbes caractéristiques des éoliennes. Pour cette valeur de la vitesse de rotation, les calculs ont été interrompus plus tôt, le maillage avait effectué un déplacement de l'ordre de 240° seulement.

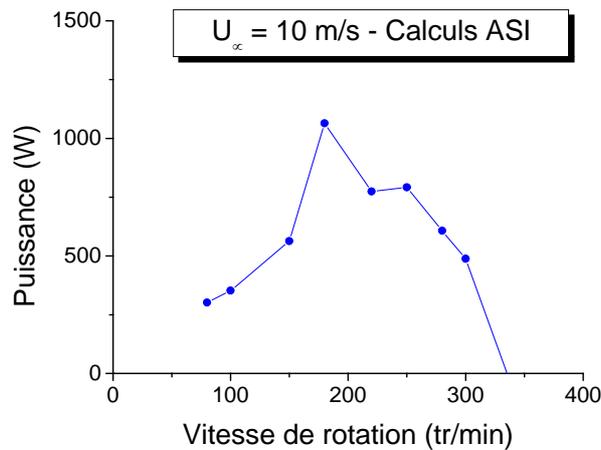


Figure 5.13. Courbe caractéristique $P(\Omega)$ de l'éolienne

La courbe caractéristique $C_P(\lambda)$ qui représente la variation du coefficient de puissance C_P avec la vitesse spécifique λ est également déduite de ces résultats. Le C_P est défini par la relation :

$$C_P = \frac{P}{0.5 \cdot \rho \cdot A \cdot U_\infty^3} \quad (5.9)$$

où ρ est la densité de l'air, U_∞ est la vitesse du vent et A est la section frontale de l'éolienne ou projection de la surface balayée par les pales (dans notre cas, $A = H \times D$). Pour comparaison, la courbe caractéristique $C_P(\lambda)$ de l'éolienne est calculée par la méthode des tubes de courant (Multiple Streamtubes Theory) telle que développée par Strickland [127]. Cette théorie, dont une description est donnée dans l'annexe E, est basée sur la théorie de l'aile portante. Comme cela a été déjà noté, la théorie de l'aile portante, qui est toujours très utilisée, permet une bonne estimation des performances globales des éoliennes mais reste sensible aux valeurs des coefficients caractéristiques du profil. Aussi, les données relatives au profil NACA 0018 (utilisé dans la construction de cette éolienne) de Sheldahl et Klimas [107] sont comparées à des valeurs calculées avec le code XFOIL et à des données expérimentales (mesures effectuées dans la soufflerie NACA VDT - Test 3D (1937) et cataloguées par Miley [85]). Avec le code XFOIL, les calculs divergent pour des valeurs de l'angle d'attaque supérieures à 90° . Comme on peut le voir sur la figure 5.14, les valeurs expérimentales sont comprises entre les deux séries de données, XFOIL et EPPLER.

Les caractéristiques $C_P(\lambda)$ obtenues avec la méthode des tubes de courant et les deux séries de valeurs de C_L et C_D (EPPLER et XFOIL) sont représentées sur la figure 5.15 comparées aux valeurs calculées avec StarCD. Cette dernière figure montre que la théorie des tubes de courant est sensible aux valeurs des coefficients C_L et C_D considérées. La courbe caractéristique $C_P(\lambda)$ calculée avec StarCD a même allure que celles obtenues avec la théorie des tubes de courant. Mais les vitesses spécifiques et les valeurs de C_P sont plus faibles. Par ailleurs, les valeurs de C_L et C_D utilisées pour la méthode des tubes de courant sont des valeurs 2D statiques, qui ne tiennent pas compte du décrochage dynamique qui se produit aux grandes valeurs de α . Homicz [55] proposait de modifier ces valeurs 2D pour tenir compte de ce phénomène avec l'application d'une méthode empirique développée pour les rotors d'hélicoptères. Cette technique serait valable pour les faibles valeurs de la vitesse spécifique λ , mais il était noté dans [55] que cette approche devait être approfondie. De plus, la théorie des tubes de courant est basée sur de nombreuses hypothèses simplificatrices. Les résultats obtenus avec les calculs CFD seraient donc les plus appropriés.

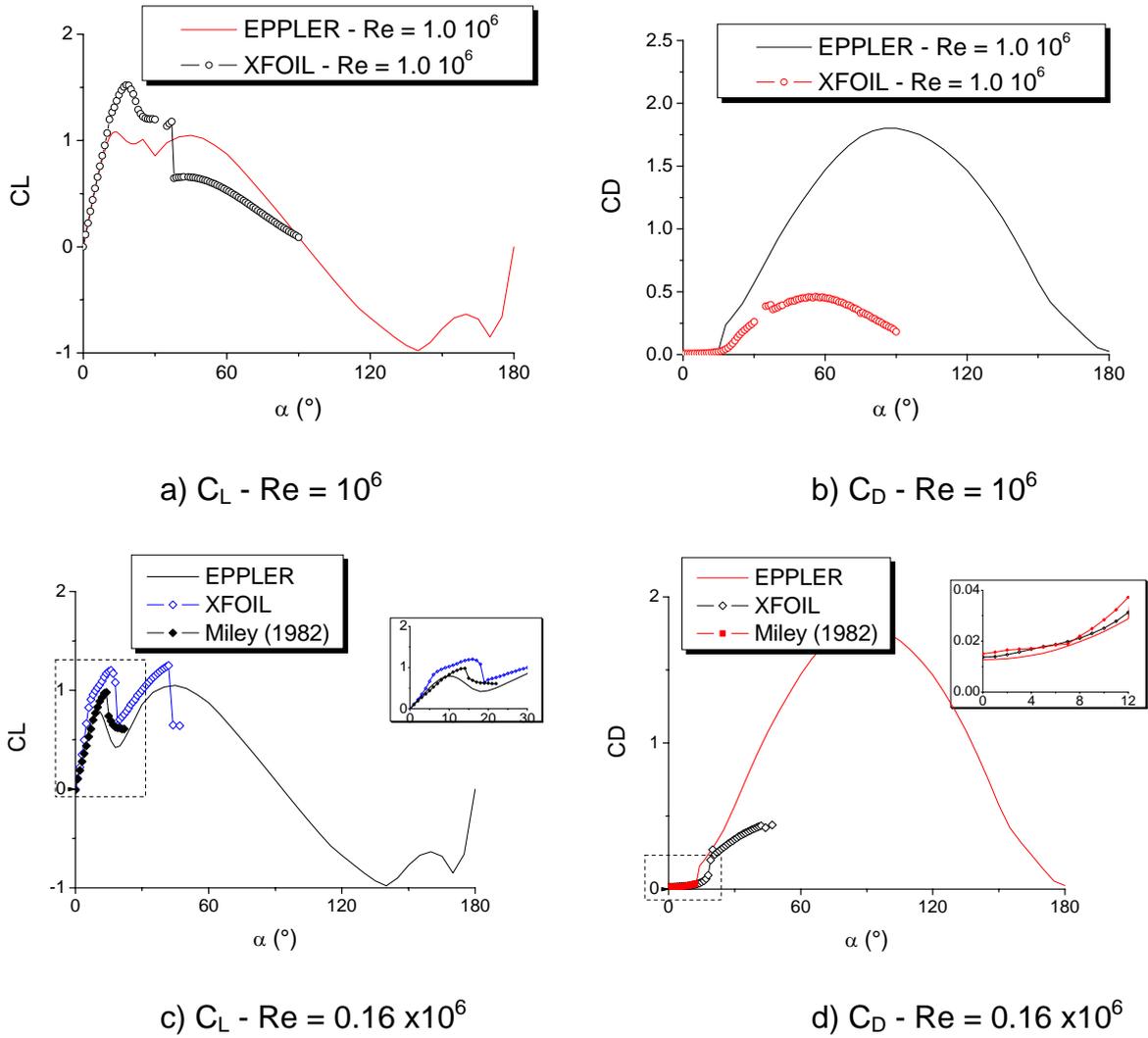


Figure 5.14. Coefficients C_L et C_D caractéristiques du profil NACA 0018

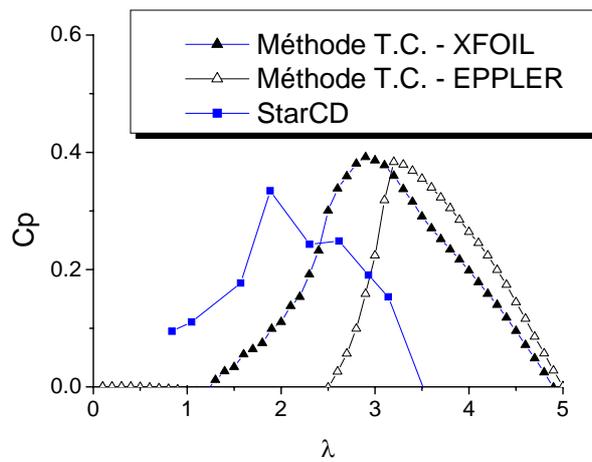


Figure 5.15. Comparaison du C_p obtenu avec StarCD et avec la théorie des tubes de courant et différentes valeurs de C_L et C_D

5.5. Conclusion

L'écoulement réel autour d'une éolienne à axe vertical en rotation a été simulé avec la résolution des équations moyennées incompressibles de Navier Stokes dans un domaine d'étude qui entoure le rotor, i.e. les pales et l'arbre.

Des calculs préliminaires de l'écoulement autour d'un rotor immobile effectués en 2D et en 3D ont montré que les simulations pouvaient être effectuées en 2D. Deux techniques ont été appliquées pour simuler la rotation : la technique MRF en calculs stationnaires et la technique ASI en calculs instationnaires avec maillage mobile. Les calculs instationnaires sont relativement long (environ 100H pour une seule rotation de l'éolienne) mais les résultats sont plus fiables. Les résultats obtenus avec la technique ASI sont alors exploités pour évaluer les performances globales de l'éolienne. La caractéristique $C_P(\lambda)$ ainsi obtenue est comparée à des courbes calculées à l'aide de la théorie des tubes de courant. Les différents résultats ont même allure mais les performances et vitesses de fonctionnement estimées avec la théorie des tubes de courant sont plus importantes. Ceci serait dû au phénomène de décrochage dynamique que les données caractéristiques du profil NACA 0018 utilisées dans la méthode des tubes de courant ne prennent pas en considération.

CONCLUSION GENERALE

Différentes techniques ont été utilisées pour simuler l'écoulement autour de profils d'ailes employés dans la construction des rotors éoliens. Les méthodes globales, adoptées dans un premier temps, consistent à combiner la théorie de l'écoulement potentiel avec les effets de la couche limite. L'écoulement potentiel est déterminé à l'aide de la théorie des transformations conformes et de la méthode des singularités. Les résultats obtenus pour les profils placés sous de faibles incidences sont en bonne concordance avec les valeurs publiées. Les effets de la couche limite sont calculés à l'aide de méthodes intégrales. Trois critères semi empiriques ont été comparés pour localiser la transition laminaire/turbulente. Il a été difficile de conclure quant au meilleur critère, leur fiabilité étant variable avec le cas étudié. Cette approche étant limitée aux profils minces placés dans des écoulements sous faible incidence, l'écoulement autour des profils est ensuite simulé à l'aide de techniques CFD.

Dans le cadre d'une étude préliminaire par les méthodes CFD, les calculs ont été exécutés avec PHOENICS, un code de résolution des équations moyennées de Navier-Stokes, la turbulence étant décrite par le modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds. Les résultats obtenus pour les profils symétriques sous de grandes incidences sont en bonne concordance avec les valeurs expérimentales. Par contre, pour les profils cambrés, les pressions au voisinage du bord d'attaque sur l'extrados sont sous-estimées par rapport aux données de référence. Le développement d'un programme de résolution des équations régissant le problème étudié en coordonnées curvilignes a été ensuite entrepris. Au préalable, différentes techniques de génération de maillage fondées sur la résolution numérique d'un système d'équations elliptiques ont été implémentées dans un programme qui a été développé. Parmi les méthodes appliquées, le maillage qui présente la plus faible distorsion a été obtenu avec la méthode de Ryskin et Leal [99]. Le code

SIMPLER2D, basé sur la méthode des volumes finis, a été modifié en partie pour la résolution de l'équation de transport en coordonnées curvilignes. L'influence du maillage sur les résultats est montrée pour un problème de conduction thermique. Les résultats les plus concordants avec les valeurs publiées (benchmark solution) ont été obtenus avec un maillage généré par la méthode développée dans [99].

Cette étude est poursuivie avec des simulations de l'écoulement réel autour de corps profilés, basées sur la résolution des équations moyennées de Navier Stokes. Les calculs sont exécutés pour un écoulement turbulent incompressible en régime permanent puis non permanent et pour un écoulement compressible, à l'aide des codes FLUENT et StarCD. Pour représenter la turbulence, différents modèles à deux équations de transport ont été comparés parmi lesquels le modèle RNG k/ε appliqué avec une loi de paroi NE et le modèle SST k/ω de Menter. Ce dernier modèle s'est avéré plus sensible au caractère instationnaire de l'écoulement observé aux grandes incidences comparé au modèle RNG k/ε . Par ailleurs, il est généralement admis que ces deux modèles de turbulence sont insensibles aux valeurs attribuées à la turbulence de l'écoulement externe. Cependant, ces simulations ont montré qu'aux grandes incidences, les résultats obtenus varient avec le taux de turbulence. Le cas d'une aile face au vent a été ensuite abordé. Les résultats obtenus en 2D avec StarCD et le schéma MARS se comparaient difficilement aux valeurs expérimentales. Les résultats d'un calcul exécuté par la suite pour un écoulement laminaire étant plus appropriés, il est noté que le schéma MARS ne devrait pas être utilisé pour la discrétisation spatiale des équations de turbulence. Les calculs ont été alors repris en 2D et 3D avec FLUENT et le schéma QUICK. Les effets 3D étant particulièrement importants avec cette configuration, les résultats sont globalement améliorés lorsque les calculs sont exécutés en 3D.

Par la suite, le cas d'une éolienne en rotation a été considéré. Un calcul préliminaire 2D/3D instationnaire de l'écoulement autour de l'éolienne immobile effectué avec le schéma UPWIND, a montré que les effets 3D pouvaient être négligés pour la configuration retenue. Deux techniques ont été appliquées pour simuler la rotation : la méthode MRF en calcul stationnaire et la méthode ASI en calcul instationnaire. La technique MRF est rapide mais les résultats obtenus pour le

couple ne respectent pas l'allure des caractéristiques types des éoliennes. Par contre, les solutions des simulations avec maillage mobile sont en bon accord avec les résultats attendus. Ils ont donc été exploités pour estimer les performances aérodynamiques de l'éolienne étudiée avec la détermination de la caractéristique $C_P(\lambda)$, qui représente la variation du coefficient de puissance C_P de l'éolienne avec la vitesse spécifique λ . La courbe calculée est comparée à des résultats obtenus avec la méthode des tubes de courant (basée sur la théorie de l'élément de pale). Les différents graphes ont même allure mais les vitesses de fonctionnement de l'éolienne, estimées avec la méthode des tubes de courant, sont plus importantes que celles prédites par les calculs CFD. Ceci serait dû au phénomène de décrochage dynamique que les données caractéristiques du profil NACA 0018 utilisées dans la méthode des tubes de courant ne prennent pas en considération. De plus, contrairement à l'approche basée sur la résolution des équations moyennées de Navier-Stokes, la méthode des tubes de courant est basée sur de nombreuses hypothèses simplificatrices. Les résultats obtenus avec les calculs CFD (technique ASI) seraient donc les plus appropriés.

En perspectives, il est envisagé de poursuivre ces travaux pour approfondir certains aspects liés à l'aérodynamique instationnaire tels que le décrochage dynamique. Ce phénomène se produisant aux grandes incidences, les effets 3D seraient importants comme c'est le cas avec une aile en incidence normale à l'écoulement.

La technique ASI ayant été appliquée ici pour la première fois pour l'étude de l'écoulement réel autour d'une éolienne à axe vertical en rotation, cette approche devrait être approfondie et étendue à d'autres configurations.

Par ailleurs les résultats obtenus avec le schéma d'interpolation MARS pour le cas d'une aile face au vent ont montré que ce schéma devrait être utilisé avec quelques précautions. Une analyse mathématique approfondie permettrait d'expliquer son comportement notamment lorsqu'il est appliqué pour les équations de turbulence et que l'écoulement est très instationnaire.

D'autre part, les problèmes d'interaction fluide structure étant de plus en plus importants, il est envisagé de traiter ce phénomène avec le couplage d'un code CFD avec un programme de résolution des équations dynamiques décrivant le mouvement de l'éolienne. La réponse de la structure sous l'action des forces aérodynamiques exercées par le vent sur les pales sera alors déterminée en temps réel.

REFERENCES

1. Abbot I.H. & Von Doenhoff A.E. (1959), *Theory of Wing Sections*, Dover publications, inc. New York
2. Abouri, D., *Un algorithme d'Interaction Fluide--Solide rigide: application à la volumétrie*, These de Dotorat, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, Université de Poitiers (France), 2003
3. Abouri, D., Parry, A. and Hamdouni, A., *Fluid - Rigid body dynamic interaction in complex industrial flow*. Chapter Advances in fluid Mechanics: Fluid Structure interaction II, Wit Press, 2003, 295-305
4. Ahn, K.H., *Performance of Renormalization Group algebraic turbulence model on boundary layer transition simulation*, Rapport technique NASA CR-194466, 1994
5. Anderson, A. *Fundamentals aerodynamics*, Mc Graw Hill Book Company, 1984
6. Angot, A., *Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électrotechnique et des télécomunications*, Masson, 6^{ième} édition, 1982
7. Badcock, K.J., Richards, B.E. and Woodgate, M.A., Element of computational fluid dynamics on block structured grids using implicit solvers, *Progress in Aerospace Sciences*, 2000, vol. 36, 351-392
8. Bak C., Fuglsang P., Johansen J. & Antoniou I. (2000), *Wind Tunnel Tests of the NACA63415 and a Modified NACA63415 Airfoil*, RISØ-R-1193(EN), December 2000.
9. Baker, T.J., Mesh generation: Art or science?, *Progress in Aerospace Sciences*, 2005, vol. 41, 29-63
10. Bass, J., *Cours de mathématiques*, Tome I, Fascicule 1, Masson, 5^{ième} édition, 1977
11. Benjanirat, S., Sankar, L.N. and Xu, G., *Evaluation of turbulence models for the prediction of wind turbine aerodynamics*, AIAA report N°2003-0517, 2003

12. Bermudez L., Velasquez A. & Matesanz A. (2000), Numerical Simulation of Unsteady Aerodynamics Effects in Horizontal-Axis Wind Turbines, *Solar Energy*, vol.68, N°1, pp. 9-21, 2000
13. Bertagnolio, F., Sorensen, N., Johansen, J. and Fuglsang, P., *Wind turbine airfoil catalogue*, rapport RISOE-R-1280(EN), 2001
14. Bousquet, J. *Méthode des singularités*, Cepadues-Editions, 1990
15. Brodeur, R.R. and Van Dam, C.P., Transition prediction for a two-dimensional Reynolds-Averaged Navier-Stokes method applied to wind turbine airfoils, *Wind Energy*, 2001, vol. 4, 61-75
16. Butterfield, C.P. and Scott, G. and Musial, W., Comparison of Wind Tunnel Airfoil Performance Data with Wind Turbine Blade Data, *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, 1992 vol. 114, 119-124
17. Carlin P.W., Laxson A.S. & Muljadi E.W. (2001), *The History and State of the Art of Variable-Speed Wind Turbine Technology*, NREL/TP-500-28607, Feb 2001 (USA)
18. Catalano, P. and Amato, M., An evaluation of RANS turbulence modelling for aerodynamic applications, *Aerospace Science and Technology*, 2003, vol. 7, 493-509
19. Celic, Z. and Hirschel, E.H., Comparison of eddy-viscosity turbulence models in flows with adverse pressure gradient, *AIAA journal*, 2006, vol. 44, 2156-2169
20. Chaviaropoulos P.K. & Hansen M.O.L. (2000), Investigating Three-Dimensional and Rotational Effects on Wind Turbine Blades by Means of a Quasi-3D Navier-Stokes Solver, *ASME J Fluids Engineering*, vol. 122, pp.330 – 336, June 2000
21. Chaviaropoulos, P.K., Nikolaou, L.G., Aggelis, K.A., Sorensen, N.N., Johansen, J., Hansen, M.O.L., Gaunaa, M., Hambrus, T., Frhr, H., Von Geyr, H.F., Hirsch, C., Shun, K., Voutsinas, S.G., Tzabiras, G., Perivolaris, Y. and Dyrmoose, S.Z., Viscous and Aeroelastic Effects On Wind Turbine Blades. The VISCEL Project. Part I : 3D Navier-Stokes rotor simulations, *Wind Energy*, 2003, vol. 6, 365-385
22. Clausen F.D. & Wood D.H., *Recent advances in small wind turbine technology*, Wind Engineering, volume 24, N°3, pp. 189-201, 2000.
23. Cousteix, J., *Couche limite laminaire*, Cepadues-Edition, 1988

24. Cousteix, J., *Turbulence et couche limite*, Cepadues-Edition, 1989
25. Dahlström, S. and Davidson, L., *Large eddy simulation applied to a high-Reynolds flow Around an Airfoil close to stall*, rapport AIAA N°2003-0776, 2003
26. Demirdzic, I., Lilek, Z. and Peric, M., Fluid flow and Heat transfer test problems for non-orthogonal grids: Benchmarks solutions, *Inter. J. Numeric. Methods in Fluids*, 1992, vol.15, 329-354
27. Drela, M., *XFOIL 6.94 User Guide*, MIT, 2001
28. Du, Z. and Selig, M.S., The effect of rotation on the boundary layer of a wind turbine blade, *Renewable Energy*, 2000, vol.20, 167-181
29. Duque, E.P.N., Burklund, M.D. and Johnson, W., *Navier-Stokes and comprehensive analysis performance predictions of the NREL Phase VI experiment*, rapport AIAA N° 2003-0355, 2003
30. Duque, E.P.N., Johnson, W., Van Dam, C.P., Cortes, C. and Yee, K., *Numerical predictions of wind turbine power and aerodynamic loads for the NREL Phase II combined experiment rotor*, rapport AIAA-2000-0038, AIAA, 2000
31. Eça, L., 2D Orthogonal grid generation with boundary point distribution control, *J. of computational physics*, 1996, vol. 125, 440-453
32. Ekaterinaris J.A. and Platzer, M.F., Computational prediction of airfoil dynamic stall, *Prog. Aerospace Science*, 1997, vol. 33, 759-846
33. Ekaterinaris J.A., Sorensen N.N. & Rasmussen F. (1998), Numerical Investigation of Airfoil Dynamic Stall in Simultaneous Harmonic Oscillatory and Translatory Motion, *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, February 1998, vol.120, pp. 75-83
34. Eppler, R. and Somers, D.M., *A computer Program for the design and analysis of low-speed airfoils*, rapport NASA TM-80210, NASA, 1980
35. Erlich, L.W., An ad hoc SOR method, *J. of computational physics*, 1981, vol. 44, 31-45
36. Falcão de Campos, J.A.C., Ferreira de Sousa, P.J.A. and Bosschers, J., A verification study on low-order three-dimensional potential-based panel codes, *Computers and Fluids*, 2006, vol. 35, 61--73

37. Fletcher, C.A.J., *Computational techniques for fluids dynamics. 1: Fundamental and General Techniques. 2: Specific Techniques for Different Flow Categories*, Springer-Verlag, second edition, 1991
38. Fortunato, B., Dadone, V. and Trifoni, V., *A theoretical model for the prediction of vertical axis wind turbine performance*, rapport AIAA N° 93 – 0136, 1993
39. Fuglsang P., Antoniou I., Sorensen N.N. & Madsen H.A. (1998), *Validation of a Wind Tunnel Testing Facility for Blade Surface Pressure Measurements*, Riso-R-981 (EN)
40. Fujisawa, N. and Shibuya, S., Observations of Dynamic Stall on Darrieus Wind Turbine Blade, *J. Wind Eng. et Indus. Aerodyn.*, 2001, vol. 89, 201--214
41. Gatski T.B. (1996), *Prediction of Airfoil Characteristics With Higher Order Turbulence Models*, NASA 96 – TM – 110246.
42. Goncalves E. & Houdeville R. (2001), *Reassessment of the wall functions approach for RANS computations*, *Aerospa. Sc. Technology* 5 (2001), pp. 1 – 14.
43. Guerri, O., Bouhadeh, K. and Harhad, A., Turbulent flow simulation of the NREL S809 airfoil, *Wind Engineering*, 2006, vol. 30, 287-301
44. Guerri, O., Harhad, A. and Bouhadeh, K., Développement d'un code de calcul permettant l'optimisation des systèmes de chauffage de planchers ou sols à l'aide de tubes enterrés, *Revue des Energies Renouvelables*, 2002, N° spécial 10^{ième} JITH, 85-90
45. Guiguère P. & Selig M.S. (1997), Desirable Airfoil Characteristics for Large Variable-Speed Horizontal Axis Wind Turbines, *ASME, Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 119, August 1997, pp. 253-260.
46. Guiguère P. & Selig M.S. (1998), New Airfoils for Small Horizontal Axis Wind Turbines, *ASME, Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 120, pp. 108-114.
47. Guilmineau, E., Piquet, J. and Queutey, P., 2D Turbulent viscous flow simulation past airfoil at fixed incidence, *Computers and Fluids*, 1997, vol. 26, 135-162
48. Hanjalic, K., *Closure Models for incompressible turbulent flows* (lecture series: Introduction to turbulence modelling), Rapport technique, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2004 [url={www.vki.ac.be/educat/lect-ser/2004/turbulence2004/hanjalic.pdf}](http://www.vki.ac.be/educat/lect-ser/2004/turbulence2004/hanjalic.pdf)

49. Hansen, M.O.L., Michelsen, J.A. and Sorensen, N.N., Computed 3D effects on a rotating wind turbine blade, *1996 European Union Wind Energy Conference*, 1996, 761-763
50. Harhad, A., Guerri, O., Ameer, K. and Labraga, L., Evaluation des distributions de pression autour des profils d'aubes : Etude comparative, *Revue des Energies Renouvelables*, 1999, vol. 2, 1-15
51. Hassid, S. and Poreh, M., A turbulent Energy Dissipation model for flows with drag reduction, *Trans. ASME, J. Fluids Engineering*, vol. 100, 1978, 107-112
52. Hess, J.L., Review of Integral-Equation Techniques for Solving Potential-Flow Problems with Emphasis on the Surface Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1975, vol. 5, 145 -196
53. Hess, J.L. and Smith, A.M.O., Calculation of potential flow about arbitrary bodies, *Prog. Aeronaut. Sci.*, 1967, 1-138
54. Hirsch, C., Numerical computation of internal and external flows. Vol. 1 Fundamentals of numerical discretization, Wiley interscience series in numerical methods in engineering, 1994
55. Homicz, G.F., Numerical Simulation of VAWT Stochastic Aerodynamic Loads Produced by Atmospheric Turbulence: VAWT - SAL Code, rapport technique SAND91-1124, SANDIA, 1990
56. Hu, D., Hua, O. and Du, Z., A study on stall-delay for horizontal axis wind turbine, *Renewable Energy*, 2006, vol. 31, 821-836
57. Huyer, S.A., Simms, D. and Robinson, M.C., Unsteady aerodynamics associated with horizontal-axis wind turbine, *AIAA Journal*, 1996, vol. 34, 1410—1419
58. Iida, A., Mizuno, A. and Fukudome, K., Numerical simulation of aerodynamic noise radiated from vertical axis wind turbines, 2004
59. Issa, R.I., Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator - splitting, *J. Comp. Physics*, 1986, vol. 62, 40-65
60. Ives, D.C., A modern look at conformal mapping, including doubly connected regions, *A.I.A.A. Journal*, 1974, vol. 14
61. Johansen J. (1999), *Unsteady Airfoil Flows with Application to Aeroelastic Stability*, Riso-R-1116 (EN), October 1999.

62. Johansen, J., Sorensen, N.N., Michelsen, J.A. and Shreck, S., Detached-Eddy Simulation of flow around the NREL phase VI blade, *Wind energy*, 2002, vol. 5, 185-197
63. Johnson, F.T., *A general panel method for the analysis and design of arbitrary configurations in incompressible flows*, rapport technique NASA-CP-3079, NASA, 1980
64. Kachanov Y.S., Physical mechanisms of laminar--boundary--layer transition, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1994, vol. 26, 411-482
65. Karki, K.C. and Patankar, S.V., Pressure based calculation procedure for viscous flows at all speeds in arbitrary configurations, *AIAA Journal*, 1989, vol. 27, 1167--1174
66. Kotapati-Apparao, R.B., Squires, K.D. and Forsythe, J.R., *Prediction of the flow around an airfoil at maximum lift*, AIAA paper N° 2004—0259, 2004
67. Kral, L.D., Recent experience with different turbulence models applied to the calculation of flow over aircraft components, *Progress in Aerospace Sciences*, 1998, vol. 34, 481-541
68. Kwak, D., Kiris, C. and Kim, C.S., Computational challenges of viscous incompressible flows, *Computers and Fluids*, 2005, vol. 34, 283-299
69. Ladson, C.L. , Brooks, C.W.Jr., Hill, A.S. and Sproles, D.W., *Computer Program To Obtain Ordinates for NACA Airfoils*, rapport technique NASA TM 4741, NASA, 1996
70. Latimer, B.R. and Pollard, A., Comparison of pressure--velocity coupling solution algorithms, *Numerical Heat Transfer*, 1985, vol. 8, 635-652
71. Le Gourrières D. (1982), *Energie Eolienne – Théorie, conception et calcul pratique des installations*, Eyrolles, 2^{ième} édition.
72. Le Pape, A. and Lecanu, J., 3D Navier-Stokes Computations of a Stall-regulated Wind Turbine, *Wind Energy*, 2004, vol. 7, 309-324
73. Leishman, J.G., *Challenges in modelling the unsteady aerodynamics of wind turbines*, rapport AIAA, N° 2002—0037, 2002
74. Leschziner, M.A., Computation of aerodynamic flows with turbulence--transport models based on second--moment closure, *Computers and fluids*, 1995, vol.24, 377--392
75. Lindenburg, C. and Snel, H., *Aeroelastic stability analysis tools for large wind turbine rotor blades*, rapport ECN, 2003 (<http://www.ecn.nl>)

76. Majumbar, S., Rodi, W. and Zhu, J., Three-Dimensional finite-volume method for incompressible flows with complex boundaries, *Trans. ASME, J. Fluids Engineering*, 1992, vol.114, 496-503
77. Markatos, N.C. and Pericleous, K.A., Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1984, vol. 27, 755--772
78. Maruszewski, J.P. and Amano, R.S., Grid generation and its application to separated flows, *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1992, vol. 21, 183-197
79. Mary, I. and Sagaut, P., *Large eddy simulation of flow around a high lift airfoil*, rapport technique TP 2001-158, ONERA, 2001
80. Melaaen, M.C., Calculation of fluid flows with staggered and nonstaggered curvilinear nonorthogonal grids – The theory, *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1992, vol. 21, 1-19
81. Melaaen, M.C., Calculation of fluid flows with staggered and nonstaggered curvilinear nonorthogonal grids - A comparison, *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1992, vol. 21, 21-39
82. Mellen, C.P., Frölich, J. and Rodi W., Lessons from LESFOIL project on Large-Eddy Simulation of flow around an airfoil, *AIAA Journal*, 2003, vol. 41, 573—581
83. Menter, F.R., Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, 1994, vol. 32, 1598-1605
84. Mertens, S., Van Kuik, G. and Van Bussel, G., Performance of an H - Darrieus in the skewed flow on a roof, *ASME J. of Solar Energy Eng.*, 2003, vol. 125, 433--440
85. Miley, S.J., *A catalog of low Reynolds number airfoil data for wind turbines applications*, rapport technique RFP-3387-UC60, Dpt of Aerospace Eng., Texas A et M Univ., 1982
86. Nair, M.T. and Sengupta, T.K., Orthogonal grid generation for Navier--Stokes computations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 1998, vol. 28, 215-224
87. Noonan, K.W., *Aerodynamics characteristics of two rotorcraft airfoils designed for application to the inboard region of a main rotor blade*, rapport technique NASA-TP-3009, AVSCOM TR-90-B-005, NASA, 1990,
88. Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Pub. Corp., McGraw-Hill Book Cie, 1980

89. Ponta, F.L. and Jacovkis, P.M., A vortex model for Darrieus turbine using finite element techniques, *Renewable Energy*, 2001, vol. 24, 1-18
90. Rajagopalan, R.G. and Fanucci, J.B., Finite difference model for vertical axis wind turbine, *AIAA J. of Propulsion*, 1985, vol. 1, 432
91. Rasmussen, F., Hansen, M.H., Thomsen, K., Larsen, T.J., Bertagnolio, F., Johansen, J., Madsen, H.A., Bak, C. and Hansen, A.M., Present Status of Aeroelasticity of Wind Turbines, *Wind Energy*, 2003, vol. 6, 213-228
92. Rhie, C.M. and Chow, W.L., Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA journal*, 1983, vol. 21, 1525-1532
93. Riziotis, V.A., Voutsinas, S.G., Politis, E.S. and Chaviaropoulos, P.K., Aeroelastic Stability of Wind Turbines : the Problem, the Methods and the Issues, *Wind Energy*, 2004, vol. 7, 373-392
94. Robinson, D.F. and Hassan, H.A., Further Development of the k-z Enstrophy Turbulence Closure Model, *AIAA Journal*, 1998, vol. 36, 1825--1833
95. Robinson M.C., Hand M.M., Simms D.A. & Schreck S.J. (1999), *Horizontal Axis Wind Turbine Aerodynamics: Three-Dimensional, Unsteady and separated Flow Influences*, 3rd ASME/JSME joint Fluids Energy Conference, july 1999, NREL/CP-500-26337.
96. Rodi, W., Experience with Two-Layer models combining the k/ε model with a one-equation model near the wall, AIAA paper N° AIAA-91-0216, 1991
97. Rodi, W., Majumbar, S. and Schönong, B., Finite volume methods for two-dimensional incompressible flows with complex boundaries, *Comp. Meth. in Applied Mech. And Eng.*, 1989, vol. 75, 369-392
98. Ryming, L., *Dynamique des fluides*, Presses polytechnique et universitaires romandes, 1991
99. Ryskin, G. and Leal, L.G., Orthogonal mapping, *J. of computational physics*, 1983, vol. 50, 71-100
100. Sahin, A.D., Progress and Recent Trends in Wind Energy, *Progress in Energy and Combustion Sciences*, 2004, vol. 30, 501-543
101. Schepers, J.G., Brand, A.J., Bruining, A., Graham, J.M.R., Hand, M., Infield, D.G., Madsen, H.A., Maeda, T., Paynter, J.H., Van Rooij, R., Simms, D.A. and Stefanatos, N., *Final report of the IEA Annex XVII: Enhanced field rotor aerodynamics database*, rapport technique ECN--C--02--016 ECN, 2001

102. Schlichting, H., *Boundary-layer theory*, Mc Graw-Hill Ed., seventh edition, 1979
103. Schmitz, S. and Chattot, J.J., A parallelized coupled Navier-Stokes/Vortex-panel solver, *Trans. ASME, J Solar Energy Engineering*, 2005, vol. 127, 475-487
104. Socolan, Y.M., Quelques aspects de l'écoulement potentiel autour d'un corps en rotation, *Comptes Rendus de Mécanique*, 2003, vol. 333, 487-492
105. Sezer-Uzol, N. and Long, L.N., *3D Time accurate CFD simulations of wind turbine rotor flow fields*, AIAA paper N° 2006-394, 2006
106. Shan, H., Jiang, L. and Liu, C., Direct numerical simulation of flow separation around a NACA 0012 airfoil, *Computers and Fluids*, 2005, vol. 34, 1096-1114
107. Sheldahl, R.E. and Klimas, *Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil section through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*, rapport SANDIA, N° SAND80-2114, 1981
108. Shelton, A., Abras, J., Hathaway, B., Sanchez-Rocha, M., Smith, M.J. and Menon, S., *An investigation of the numerical prediction of static and dynamic stall*, American Helicopter Society 61st forum -- Grapevine, TX, 2005, (www.ccl.gatech.edu/papers/files/AHS-Stall-Final.pdf)
109. Shyy, W. and Vu, T.C., On the adoption of velocity variable and grid system for fluid flow in curvilinear coordinates, *J. of Computational Physics*, 1991, vol. 92, 82-105
110. Simms D., Schreck S., Hand M. & Fingersh L.J. (2001), *NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA – Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements*, NREL/TP – 500 – 29494.
111. Somers, D.M., *Design and experimental results for the S805 airfoil*, rapport technique, N° NREL/SR-440-6917, NREL, 1997
112. Somers, D.M., *Design and experimental results for the S809 airfoil*, rapport NREL, N° NREL/SR-440-6918, NREL, 1997
113. Somers, D.M., *The S822 and S823 airfoils*, rapport technique NREL/SR-440-6918, NREL 2005
114. Somers, D.M. and Maughmer, M.D., *Theoretical aerodynamic analyses of six airfoils for use on small wind turbines*, rapport NREL, N° NREL/SR-500-33295, 2003

115. Somers, D.M. and Tangler, J.L., *Wind-tunnel tests of two airfoils for wind turbines operating at high Reynolds numbers*, rapport technique NREL/CP-00-7891, NREL, 2000
116. Sorensen, J.N. and Hansen, M.O.L., Performance predictions by a mixed 3D/Axisymmetric Navier-Stokes algorithm, 9th IAE Symposium on aerodynamics of wind turbines, 1995, 89-97
117. Sorensen, J.N., Michelsen, J.A., Hansen, M.O.L., Nygreen, P.J. and Sorensen, D.N., Incompressible Navier-Stokes models for aerodynamic flows, Flows at large Reynolds number. *Advances in Fluid Mechanics*, 1997
118. Sorensen, J.N. and Nygreen, P.J., Unsteady vorticity-streamfunction algorithm for external flows, *Computers and Fluids*, 2001, vol. 30, 69-87
119. Sorensen, N.N., Johansen, J. and Conway, S., *CFD Computation of Wind Turbine Blade Loads During Standstill Operation KNOW-BLADE TASK 3.1* Rapport RISO N° RISO-R-1465 (EN), 2004
120. Sorensen, N.N. and Michelsen, J.A., Drag prediction for blades at high angle of attack using CFD, *ASME J. Solar Energy Engineering*, 2004, vol. 126, 1011-1016
121. Sorensen, N.N., Michelsen, J.A. and Schreck, S., Navier-Stokes Predictions of the NREL Phase VI rotor in the NASA Ames 80 ft × 120 ft wind tunnel, *Wind Energy*, 2002, vol. 5, 151-169
122. Sorensen, R.L. and Alter, S.J., *The 3D GRAPE AL User's Manual*, rapport technique NASA--RP—1377, NASA, 1995
123. Spalart, P.R., Strategies for turbulence modelling and simulations, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 2000, vol. 21, 252-263
124. Speziale, C.G., *A review of Reynolds stress models for turbulent shear flows*, rapport technique NASA CR 95-15, NASA, 1995
125. Steger, J.L. and Sorenson, R.L., Automatic mesh point clustering near a boundary in grid generation with elliptic partial differential equation, *J. of computational physics*, 1979, vol. 33, 405-410
126. Steinthorsson, E., Shih, T.I.P. and Roelke, R.J., Enhancing control of Grid Distribution in Algebraic Grid Generation, *Int. J. Num. Meth. In Fluids*, 1992, vol. 15, 297-311
127. Strickland, J.H., *The Darrieus Turbine : A Performance Prediction Model using Multiple Stream Tubes*, rapport SANDIA, N° SAND75 – 0431, 1975

128. Swalwell, K.E., Sheridan, J. and Melbourne W.H., The effect of turbulence intensity on stall of the NACA 0021 aerofoil, In B.B. Dally editor, *Proceedings of the 14th Australian fluid mechanics conference, Adelaide University, Adelaide, Australia, 2001,*
129. Tamamidis, P. and Assanis, D.N., Generation of Orthogonal Grids with Control of Spacing, *J. of computational physics*, 1991, vol. 94, 437-453
130. Tangler, J.L., *The evolution of rotor and blade design*, rapport technique NREL/CP-500-28410, NREL, 2000
131. Tangler, J.L., *The Nebulous Art of Using Wind-Tunnel Airfoil Data for predicting rotor performance* : Preprint, rapport technique NREL/CP-500-31243, NREL, 2002
132. Thames, F.C., Thompson, J.F., Mastin, C.W. and Walker, R.L., Numerical solution for viscous and potential flow about arbitrary two-dimensional bodies using body-fitted coordinate systems, *J. Computational Physics*, 1977, vol. 24, 245-273
133. Theodorsen, T., *Theory of wing sections of arbitrary shape*, rapport NACA, N° 411, 1933
134. Thomas, P.D. and Middlecoff, J.F., Direct control of the grid point distribution in meshes generated by elliptic equations, *AIAA journal*, vol. 18, 1980, 652-656
135. Thompson, J.F., Thames, F.C. and Mastin, C.W., TOMCAT - A code for Numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate systems on fields containing any number of arbitrary two-dimensional bodies, *J. of Computational Physics*, 1977, vol. 24, 274-302
136. Thompson, J.F., Zahir, U. and Warsi, Z.U.A., Boundary-fitted coordinate systems for numerical solution of partial differential equations - A review, *Journal of Computational Physics*, 1982, vol. 47, 1--108
137. Tongchitpakdee, C., Benjanirat, S. and Sankar L.N., Numerical simulation of the aerodynamics of horizontal axis wind turbine under yawed flow conditions, *Trans. ASME, J. Solar Energy Engineering*, 2005, vol. 127, 464-474
138. Tulapurkara, E.G., Turbulence models for the computation of flow past airplanes, *Progress in Aerospace Sciences*, 1997, vol. 33, 71-165

139. Utyuzhnikov, S.V., Some new approaches to building and implementation of wall-function for modelling of near-wall turbulent flows, *Computers and Fluids*, 2005, vol. 34, 771--784
140. Van Dam, C.P., Recent experience with different methods of drag prediction, *Progress in Aerospace Sciences*, 1999, vol. 35, 751--798
141. Van Doormaal, J.P. and Raithby, G.D., Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numerical Heat Transfer*, 1984, vol. 7, 147-163
142. Van Leer, B., Towards the ultimate conservative difference-scheme. V. A second-order sequel to Godunov's method, *J of Computational Physics*, 1979, vol. 32, 101--136
143. Wolfe, W.P. and Ochs, S.S., CFD calculations of S809 aerodynamic characteristics, rapport AIAA, N° AIAA-97-0973, 1997
144. Wolfshtein, M., The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 12, 1969, 301-318
145. Wood, D.H., A three-dimensional analysis of stall-delay on a horizontal-axis wind turbine, *J. Wind Eng. and Indust. Aerodynamics*, 1991, vol. 37, 1-14
146. Xu, G. and Sankar, L.N., Development of engineering aerodynamics models using a viscous flow methodology on the NREL Phase VI rotor, *Wind Energy*, 2002, vol. 5, 171-183
147. Yakhot, V. and Orszag, S.A., Renormalization Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory, *J. Sci. Comput.*, 1986, vol. 1, 3-51
148. Yang, S.L., Chang, Y.L. and Arici, O., Incompressible Navier-Stokes Computation of the NREL Airfoils using a symmetric total variational diminishing scheme, *Trans. ASME, J. Solar Energy Engineering*, 1994, vol. 116, 174-182
149. Yang, S.L., Chang, Y.L. and Arici, O., Navier-Stokes Computation of the NREL Airfoils using a k/ω turbulent model at high angles of attack, *Trans. ASME, J. Solar Energy Engineering*, 1995, vol. 117, 304--310
150. Zhang, S., Yuan, X. and Ye, D., Analysis of turbulent separated flows for the NREL airfoil using anisotropic two-equation models at higher angles of attack, *Wind Engineering*, 2001, vol. 25, 41-53

151. Zijlema, M., *Computational Modelling of Turbulent Flow in General Domain*, Department of Technical Mathematics and Informatics, Technische Universiteit Delft, Delft, NL, 1996
152. Zingg, D.W., Grid studies for thin-layer Navier-Stokes computations of airfoil flowfields, *AIAA Journal*, 1993, vol. 30, 2561--2564

ANNEXES

ANNEXE A

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABBREVIATIONS

A.1. Symboles

a	constante utilisée dans la transformation de Joukowski
a_n, a_m, b_m	coefficients de la transformation de Theodorsen
A_{ref}	section de référence
c	corde du profil
C	couple aérodynamique
C_D	coefficient de traînée
C_f	coefficient de frottement
C_L	coefficient de portance
C_μ	constante du modèle de turbulence k/ε
C_P	coefficient de pression
C_P	coefficient de puissance de l'éolienne
D	force de traînée
f	fonction de contrainte (génération de maillage)
\bar{F}	force aérodynamique
g_{11}, g_{12}, g_{22}	coefficients du tenseur métrique de transformation
H	paramètre de forme (calcul de la couche limite)
J	Jacobien de la transformation
k	deuxième paramètre de forme (calcul de la couche limite)
k	énergie cinétique de turbulence
l	envergure de l'aile
L	force de portance
M	nombre de Mach
\bar{n}	vecteur unitaire normal à la surface du profil

NX, NY	nombre de points suivant les directions x et y respectivement
p	pression
P	puissance aérodynamique
P, Q	fonctions de contrôle du maillage
Re	nombre de Reynolds
Re_x	nombre de Reynolds local
Re_θ	nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de quantité de mouvement
S ou S_i	terme source
s_j	segment élémentaire (méthode des singularités)
S_{ij}	tenseur des vitesses de déformation
t	Temps
\vec{t}	vecteur unitaire tangent à la surface du profil
Tu	taux de turbulence de l'écoulement externe
u_i	composante de la vitesse du fluide suivant la direction x_i (équations de Navier--Stokes)
u_{ci}	vitesse de déplacement du maillage
u, v	composantes du vecteur vitesse
U_∞	vitesse de l'écoulement externe
U_e	vitesse sur le profil calculée avec la théorie de l'écoulement potentiel
\vec{U}, \vec{V}	composantes contravariantes du vecteur vitesse
V	vitesse du fluide sur le profil
\vec{V}	vecteur vitesse
V_n et V_t	composantes normales et tangentielles du vecteur vitesse (méthode des singularités)
x_i	coordonnées cartésiennes ($x_i = x, y, z$ - équations de Navier--Stokes)
x, y	coordonnées cartésiennes
x_k, y_k	coordonnées d'un point du profil (méthode des singularités)
x_{cj}, y_{cj}	coordonnées du point milieu du segment s_j (méthode des singularités)
y^+	hauteur adimensionnelle de la première rangée de cellules autour de la paroi ($= u_\tau \cdot y/\nu$)
z	coordonnée complexe du cercle exact (méth. des transformations conformes)
z'	coordonnée complexe du pseudo cercle (méth. des transf. conformes)

A.2. Symboles grecs

α	angle d'attaque
β_k	forme de pente du profil (méthode des singularités)
δ^*	épaisseur de déplacement de la couche limite
ε	taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente
φ	variable scalaire (méthode des volumes finis)
ϕ	potentiel vitesse (théorie de l'écoulement potentiel)
Γ	circulation (théorie de l'écoulement potentiel)
Γ	coefficient de diffusion (méthode des volumes finis)
γ_{sj}	densité de singularité linéaire (méthode des singularités)
λ	vitesse spécifique de l'éolienne
μ	coefficient de viscosité dynamique laminaire
μ_t	coefficient de viscosité dynamique turbulente
ν	coefficient de viscosité cinématique
ω	taux de dissipation spécifique d'énergie cinétique turbulente
Ω	vitesse de rotation de l'éolienne
ρ	densité du fluide
θ	épaisseur de quantité de mouvement (calcul de la couche limite)
θ_{ij}	angle des mailles (génération de maillage)
τ	contrainte de cisaillement à la paroi
τ_{ij}	tenseur de contraintes
ξ, η	coordonnées curvilignes
ζ	coordonnée complexe du profil (méthode des transf. conformes)

A.3. Index des abbreviations

2D, 3D	bidimensionnel, tri-dimensionnel
3DGRAPE/AL	Three-Dimensional GRids about Anythings by Poisson's Equation (NASA Ames Research Center et Langley Reasearch Center - USA)
ABE	Average relative error of the Beltrami Equations

ADO	Average Deviation from Orthogonality
ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian
ASI	Arbitrary Sliding Interfaces (Technique des Interfaces glissantes)
CAMRAD II	Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics and Dynamics, commercialisé par Analytical Methods Inc. (USA)
CEI	Commission Electrotechnique Internationale
CFD	Computational Fluid Dynamics (résolution des équations de Navier-Stokes)
CFX	Code de calcul CFD, commercialisé par ANSYS
CSU	Colorado State University (USA)
DES	Detached Eddy Simulation (méthode hybride RANS-LES)
DNS	Direct Numerical Simulation
DTU	Technical University of Denmark
DUT	Delft University of Technology (The Netherlands)
EDGE	Code de calcul CFD (Swedish Defence Research Agency : www.foi.se/FOI/Templates/)
EllipSys2D/ EllipSys3D	Code de calcul CFD 2D/3D développé par RISO et DUT
EO	Executable Only
EPPLER	Code de conception et d'analyse des profils d'ailes basé sur les méthodes globales développé par R. Eppler, Airfoils Inc. (www.airfoils.com/eppler.htm)
FLUENT	Code de calcul CFD, commercialisé par Fluent Inc.
IEA	International Energy Agency
LES	Large Eddy Simulation (Simulation des grandes échelles de turbulence)
MARS	Monotonic Advection and Reconstruction Scheme
MBE	Maximum relative error of the Beltrami Equations
MDO	Maximum Deviation angle from Orthogonality
MRF	Multiple Reference Frame (technique de simulation fictive de la rotation)
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics (remplacé par NASA en 1958)

NASA	National Aeronautics and Space Administration (USA)
NLF	Natural Laminar Flow (airfoil)
NREL	National Renewable Energy Laboratory (USA)
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales (France)
OVERFLOW	Code de calcul CFD (NASA Johnson Space Center et Ames Research Center - USA)
PHOENICS	Code de calcul CFD, commercialisé par CHAM (UK)
PISO	Pressure Implicit with Splitting of Operators
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation of Convective Kinematics
RAE	Royal Aeronautical Establishment (UK)
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes Equations (équations moyennées de Navier-Stokes)
RISO	Laboratoire National de recherche danois. A intégré DTU en janvier 2007
SIMPLE	Semi-Implicit-Method for Pressure-Linked Equations
SIMPLEC	SIMPLE Consistent
SIMPLER	SIMPLE Revised
SIMPLER2D	Code de résolution des équations 2D de Navier-Stokes
SIMPLEST	SIMPLE Shortened
SOR	Successive Over Relaxation
StarCD	Code de calcul CFD, commercialisé par CD Adapco Group
TOMCAT	Programme de génération de maillage développé par Thompson et al en 1977
XFOIL	Code de conception et d'analyse des profils subsoniques basé sur les méthodes globales développé par M.Drela (MIT-USA)

ANNEXE B
SCHEMAS DES PROFILS RETENUS

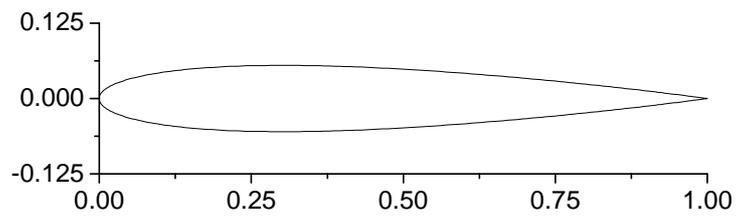


Figure B.1. Profil NACA0012

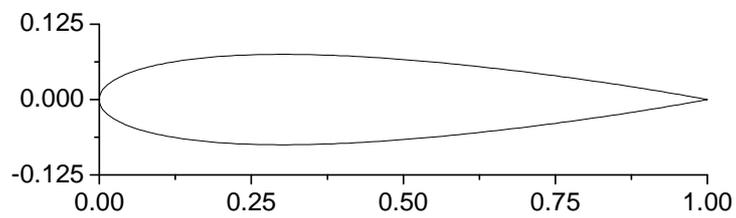


Figure B.2. Profil NACA0015

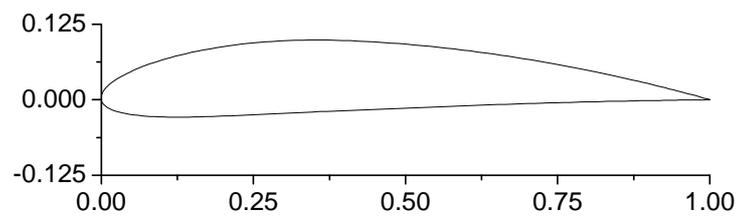


Figure B.3. Profil NACA4412

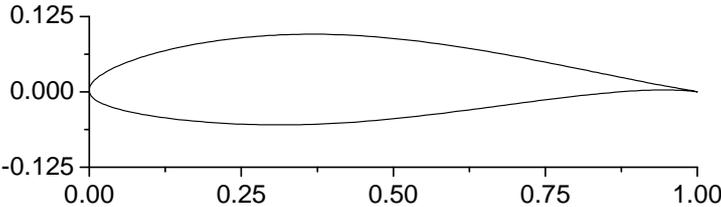


Figure B.4. Profil NACA 63415

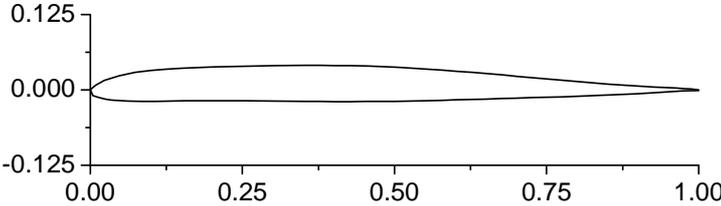


Figure B.5. Profil RC(4)10

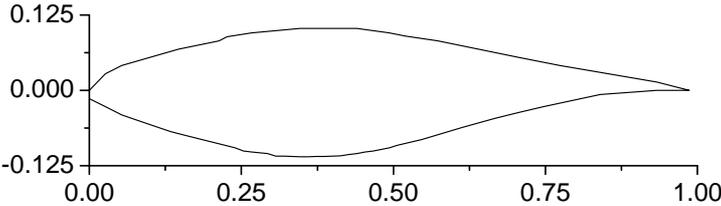


Figure B.6. Profil NREL S809

ANNEXE C
EXPRESSION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES
EN COORDONNEES CURVILIGNES

Les vecteurs de base, utilisés pour décrire un système de coordonnées curvilignes ainsi que les composantes du vecteur vitesse, sont présentés avant de donner l'expression des équations de Navier-Stokes en coordonnées généralisées. La convention de sommation d'Einstein est adoptée :

$$V = v_i \cdot e_i$$

qui sous-entend que le terme de droite est additionné pour toutes les valeurs de i allant de 1 à n .

Les vecteurs de base

Dans un système de coordonnées curvilignes non orthogonales, il existe deux types de vecteurs de bases distincts : un premier type où les vecteurs de base sont tangents aux lignes de coordonnées [81, 151] :

$$\vec{e}_{(i)} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \xi^i} = \frac{\partial x^k}{\partial \xi^i} \cdot \vec{j}_k$$

et un deuxième type où les vecteurs de base sont normaux aux surfaces de coordonnées :

$$\vec{e}^{(i)} = \frac{\partial \xi^i}{\partial \vec{x}} = \frac{\partial \xi^i}{\partial x^k} \cdot \vec{j}_k$$

En général, $\vec{e}_{(i)}$ et $\vec{e}^{(i)}$ ne sont pas des vecteurs unitaires. Les vecteurs de base unitaires s'écrivent :

$$\bar{e}_i = \frac{\vec{e}_{(i)}}{|\vec{e}_{(i)}|} \quad \text{et} \quad \bar{e}^i = \frac{\vec{e}^{(i)}}{|\vec{e}^{(i)}|}$$

et sont appelés vecteurs unitaires covariants et contravariants respectivement.

Composantes du vecteur vitesse en coordonnées curvilignes

De même, le vecteur vitesse peut être décrit avec des composantes cartésiennes (u_i), covariantes \tilde{U}_i ou contravariantes \tilde{U}^i :

$$\vec{U} = u_i \cdot \vec{i}^i = \tilde{U}_i \cdot \vec{e}^{(i)} = \tilde{U}^i \cdot \vec{e}_{(i)} \quad (\text{C.1})$$

ou avec les projections suivants les lignes de coordonnées

$$U_i = \vec{U} \cdot \vec{e}_i$$

ou suivant les normales aux surfaces de coordonnées :

$$U^i = \vec{U} \cdot \vec{e}^{(i)}$$

Expression générale des équations de Navier-Stokes en coordonnées curvilignes

Différentes expressions sont obtenues pour les équations de Navier-Stokes en coordonnées curvilignes selon que l'on retienne les composantes cartésiennes, covariantes ou contravariantes ou encore si l'on opte pour les projections du vecteur vitesse suivant les axes de coordonnées ou suivant les normales aux surfaces de coordonnées. Lorsqu'elles sont formulées en fonction des composantes contravariantes du vecteur vitesse, les équations stationnaires et incompressibles de Navier-Stokes se mettent sous la forme générale suivante, en reprenant les développements présentés dans [151] :

1. Equation de continuité :

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\partial \sqrt{g} \cdot U^i}{\partial \xi^i} = 0 \quad (\text{C.2})$$

2. Equations de quantité de mouvement

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\partial \sqrt{g} \cdot T^{ij}}{\partial \xi^i} + \Gamma_{jk}^i \cdot T^{jk} = \rho \cdot F^i \quad (\text{C.3})$$

3. Equation de transport :

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\partial \sqrt{g} \cdot Q^i}{\partial \xi^i} = S \quad (\text{C.4})$$

avec :

$$T^{ij} = \rho \cdot \tilde{U}^i \cdot \tilde{U}^j + g^{ij} \cdot p - \tau^{ij} \quad (C.5)$$

$$\tau^{ij} = (\mu + \mu_t) \cdot [g^{ik} \cdot \tilde{U}_{,k}^j + g^{jk} \cdot \tilde{U}_{,k}^i] \quad (C.6)$$

$$Q^i = \rho \cdot \tilde{U}^i \cdot \Phi - \Gamma \cdot g^{ij} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi^j} \quad (C.7)$$

où :

- \tilde{U}^i représentent les composantes contravariantes du vecteur vitesse,
- $\tilde{U}_{,j}^i$ est la dérivée covariante du vecteur vitesse,
- Γ est le coefficient de diffusion,
- S est un terme source,
- F^i sont les forces externes,
- Φ représente dans ce cas l'énergie cinétique de turbulence k ou le taux de dissipation de cette énergie ε (ou ω dans le modèle $k-\omega$),
- μ et μ_t sont les viscosités dynamiques laminaire et turbulente respectivement,
- g et g^{ij} sont, respectivement, le tenseur métrique ($g = J^2$) et ses composantes contravariantes,
- Γ_{jk}^i représente le symbole de Christoffel de 2^{ème} espèce

Symbole de Christoffel

La définition générale du symbole de Christoffel de 2^{ème} espèce en fonction des composantes du tenseur métrique est :

$$\Gamma_{jk}^i = \sum_m \Gamma_{jkm} \cdot g^{im} = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{jm}}{\partial \xi^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial \xi^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial \xi^m} \right) \quad (C.8)$$

ou en 2D:

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{1}{2} g^{11} \left(\frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^1} \right) + \frac{1}{2} g^{12} \left(2 \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial \xi^1} - \frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^2} \right) \quad (C.9a)$$

$$\Gamma_{12}^1 = \frac{1}{2} g^{11} \left(\frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{2} g^{12} \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^1} \right) \quad (C.9b)$$

$$\Gamma_{22}^1 = \frac{1}{2} g^{12} \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{2} g^{11} \left(2 \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^1} \right) \quad (C.9c)$$

$$\Gamma_{11}^2 = \frac{1}{2} g^{21} \left(\frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^1} \right) + \frac{1}{2} g^{22} \left(2 \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial \xi^1} - \frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^2} \right) \quad (\text{C.9d})$$

$$\Gamma_{12}^2 = \frac{1}{2} g^{21} \left(\frac{\partial g_{11}}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{2} g^{22} \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^1} \right) \quad (\text{C.9e})$$

$$\Gamma_{22}^2 = \frac{1}{2} g^{22} \left(\frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{2} g^{12} \left(2 \cdot \frac{\partial g_{12}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial g_{22}}{\partial \xi^1} \right) \quad (\text{C.9f})$$

Dérivé covariante des composantes du vecteur vitesse

Par définition, l'expression générale de la dérivée covariante est :

$$\tilde{U}^i_{,j} = \frac{\partial \tilde{U}^i}{\partial \xi^j} + \Gamma^i_{jk} \cdot \tilde{U}^k \quad (\text{C.10})$$

soit en 2D :

$$U_{,\xi} = \frac{\partial U}{\partial \xi} + \Gamma_{11}^1 \cdot U + \Gamma_{12}^1 \cdot V \quad (\text{C.11a})$$

$$U_{,\eta} = \frac{\partial U}{\partial \eta} + \Gamma_{21}^1 \cdot U + \Gamma_{22}^1 \cdot V \quad (\text{C.11b})$$

$$V_{,\xi} = \frac{\partial V}{\partial \xi} + \Gamma_{11}^2 \cdot U + \Gamma_{12}^2 \cdot V \quad (\text{C.11c})$$

$$V_{,\eta} = \frac{\partial V}{\partial \eta} + \Gamma_{21}^2 \cdot U + \Gamma_{22}^2 \cdot V \quad (\text{C.11d})$$

ANNEXE D

MODELES DE TURBULENCE

Tous les modèles de turbulence appliqués sont des modèles linéaires à deux équations de transport, basés sur l'approximation de Boussinesq.

D.1. Modèle k/ε aux grands nombres de Reynolds

D.1.1. Modèle implémenté dans StarCD.

Les équations de transport du modèle k/ε standard non linéaire, formulé pour les grands nombres de Reynolds appliquées dans StarCD sont :

pour l'énergie cinétique turbulente k :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \cdot k \cdot u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \mu_t \cdot P - \rho \cdot \varepsilon - \frac{2}{3} \cdot \left(\mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho \cdot k \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (\text{D.1})$$

où

$$P = S_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Le terme P représente la production de turbulence due aux contraintes normales et de cisaillement. Le terme $(-\rho \cdot \varepsilon)$ représente la dissipation visqueuse et le dernier terme l'amplification ou l'atténuation de la turbulence due à la compressibilité. Les termes représentant l'influence des forces de pesanteur sur la turbulence ne sont pas repris ici (ainsi que pour tous les autres modèles décrits dans cette annexe) étant donné que dans ces simulations il n'est pas tenu compte des effets de la gravité (les nombres de Reynolds appliqués sont importants et les variations de température négligeables).

pour le taux de dissipation de cette énergie ε :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \cdot \varepsilon \cdot u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \rho \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = C_{\varepsilon 1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left(\mu_t \cdot P - \frac{2}{3} \cdot \left(\mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho \cdot k \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 4} \cdot \rho \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (D.2)$$

Dans ces équations, μ_t est défini par la relation :

$$\mu_t = f_\mu \cdot \frac{C_\mu \cdot \rho \cdot k^2}{\varepsilon} \quad (D.3)$$

avec $f_\mu = 1$. C_μ , σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ et $C_{\varepsilon 4}$ sont des coefficients empiriques :

$$C_\mu = 0.09 ; \sigma_k = 1.0 ; \sigma_\varepsilon = 1.22 ; C_{\varepsilon 1} = 1.44 ; C_{\varepsilon 2} = 1.92 \text{ et } C_{\varepsilon 4} = -0.34$$

σ_k et σ_ε sont les nombres de Prandtl turbulents pour k et ε respectivement. Ce modèle est appliqué avec une loi de paroi logarithmique standard :

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & , \text{ si } y^+ \leq y_m^+ \\ \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(E \cdot y^+) & , \text{ si } y^+ \geq y_m^+ \end{cases} \quad (D.4)$$

$$\text{avec : } y_m^+ = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(E \cdot y_m^+) \quad (D.5)$$

$$u^+ = (u - u_w) / u_\tau$$

u : composante tangentielle de la vitesse du fluide

u_w : composante tangentielle de la vitesse du fluide à la paroi

$$u_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2}$$

τ_w : contraintes de cisaillement à la paroi

$$y^+ = \rho \cdot u_\tau y / \mu = \rho \cdot C_\mu^{0.25} \cdot k^{0.5} \cdot y / \mu$$

κ : constante de Von Karman

E : coefficient empirique.

Lorsque les parois sont lisses, $E=9.0$ et $\kappa = 0.419$.

D.1.2. Modèle implémenté dans FLUENT.

Les termes :

$$\mu_t \cdot P - \frac{2}{3} \cdot \left(\mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \cdot k \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

de l'équation pour k sont représentés par le terme :

$$G_k = -\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (D.6)$$

Pour rester en consistance avec l'hypothèse de Boussinesq, le calcul de G_k est effectué avec la relation :

$$G_k = \mu_t \cdot S^2 \quad (D.7)$$

S étant le module du tenseur des vitesses de déformation défini par :

$$S = \sqrt{2 \cdot S_{ij} \cdot S_{ij}} \quad (D.8)$$

avec

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\}$$

Dans l'équation pour ε , le membre de droite ne comprend pas le terme en $C_{\varepsilon 4}$ (soit :

$C_{\varepsilon 4} \cdot \rho \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$). Les valeurs des constantes appliquées ici sont :

$$C_\mu = 0.09 ; \sigma_k = 1.0 ; \sigma_\varepsilon = 1.3 ; C_{\varepsilon 1} = 1.44 ; C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

(i.e. les valeurs attribuées à σ_ε dans les deux codes sont différentes, les autres constantes sont identiques).

Au voisinage de la paroi, la loi logarithmique standard appliquée est ici exprimée en fonction des variables u^* et y^* avec :

$$u^* = y^* \quad \text{si} \quad y^+ \leq 11.25 \quad (D.9a)$$

$$u^* = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(E \cdot y^*) \quad \text{si} \quad y^+ > 11.25 \quad (D.9b)$$

où :

$$u^* \equiv \frac{u \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}}{\tau_w / \rho} \left(= u^+ \cdot \frac{C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}}{u_\tau} \right)$$

$$y^* \equiv \frac{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2} \cdot y}{\mu} \left(= y^+ \cdot \frac{C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}}{u_\tau} \right)$$

Les constantes E et κ ont ici pour valeurs, $E = 9.81$ et $\kappa = 0.42$. L'équation pour k est résolue avec le terme G_k exprimé par la relation :

$$G_k \approx \tau_w \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_w \cdot \frac{\tau_w}{\kappa \cdot \rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2} \cdot y}$$

Pour les cellules adjacentes à la paroi, les valeurs de ε sont calculées avec la relation :

$$\varepsilon_w = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa \cdot y}$$

(l'équation pour ε n'est pas résolue).

D.2. Modèle k/ε à bas nombres de Reynolds

Ce modèle est appliqué avec StarCD seulement. L'équation pour l'énergie cinétique turbulente k a la même expression que précédemment (relation (D.1)). L'équation relative aux taux de dissipation de la turbulence (ε) comprend un terme supplémentaire P' :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \cdot \varepsilon \cdot u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = & C_{\varepsilon 1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left(\mu_t \cdot (P + P') - \frac{2}{3} \cdot \left(\mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho \cdot k \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \\ & - C_{\varepsilon 2} \cdot \left(1 - 0.3 \cdot e^{-R_t^2} \right) \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 4} \cdot \rho \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (D.10)$$

avec :

$$P' = 1.33 \cdot \left(1 - 0.3 \cdot e^{-R_t^2} \right) \cdot \left(2 \cdot s_{ij} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2 \cdot \frac{\mu}{\mu_t} \cdot \frac{k}{y^2} \right) \cdot e^{-0.00375 Re_y^2} \quad (D.11)$$

μ_t est toujours défini par la relation (D.3) mais avec :

$$f_\mu = \left(1 - e^{-0.0198 \cdot Re_y} \right) \cdot \left(1 + \frac{5.29}{Re_y} \right)$$

R_t est le nombre de Reynolds turbulent :

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \cdot \varepsilon}$$

et

$$\text{Re}_y = \frac{y \cdot \sqrt{k}}{\nu}$$

Les coefficients empiriques C_μ , σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ et $C_{\varepsilon 4}$ gardent les mêmes valeurs. L'équation (D.10) pour ε n'est pas résolue pour les cellules adjacentes à la paroi. Les valeurs de ε correspondantes sont calculées avec la relation :

$$\varepsilon_w = \frac{2 \cdot \nu \cdot k}{y^2} \quad (\text{D.12})$$

D.3. Modèle RNG k/ε

Ce modèle a été développé par Yakhot et Orszag [147] à partir des équations instantanées de Navier Stokes avec l'utilisation d'une technique mathématique appelée méthode de Renormalization Group. Il en résulte un modèle similaire dans la forme au modèle standard k/ε mais avec des constantes différentes et des termes et fonctions supplémentaires dans l'équation pour ε qui représentent l'effet de la distorsion de l'écoulement moyen sur ε .

D.3.1. Modèle implémenté dans StarCD.

L'équation (D.1) pour k est inchangée. L'équation pour ε devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \varepsilon) + \frac{\partial (\rho \cdot \varepsilon \cdot u_j)}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left(P - \frac{2}{3} \cdot \left(\mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho \cdot k \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \\ & - C_{\varepsilon 2} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 4} \cdot \rho \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{C_\mu \cdot \eta^3 \cdot (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \cdot \eta^3} \cdot \frac{\rho \cdot \varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

avec $\eta = (2 \cdot s_{ij} \cdot s_{ij})^{1/2} \cdot k/\varepsilon$, $\beta = 0.012$ et $\eta_0 = 4.38$. Les valeurs des coefficients empiriques deviennent :

$$C_\mu = 0.0845 ; \sigma_k = .719 ; \sigma_\varepsilon = 0.719 ; C_{\varepsilon 1} = 1.42 ; C_{\varepsilon 2} = 1.68 \text{ et } C_{\varepsilon 4} = -0.387$$

μ_t est donnée par la relation (D.3) avec $f_\mu = 1$.

Ce modèle est appliqué avec une loi de paroi Non-Equilibrium (NE) :

$$u^+ = (\tilde{u} - u_w)/u_\tau$$

avec :

$$\tilde{u} = u - \frac{1}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \left[\frac{y_v}{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot \kappa \cdot k^{1/2}} \ln\left(\frac{y}{y_v}\right) + \frac{y - y_v}{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot \kappa \cdot k^{1/2}} + \frac{y_v^2}{\mu} \right] \quad (D.14)$$

où :

$$y_v = \frac{y_m^+ \cdot \mu}{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}} \quad (D.15)$$

et dp/dx est le gradient de pression. Pour les cellules adjacentes à la paroi, le terme qui exprime la production de l'énergie de turbulence dans l'équation pour k devient :

$$P_k = \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{\rho \cdot \kappa \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}} \cdot \left\{ \tau_w^2 \cdot \ln\left(\frac{y}{y_v}\right) + \tau_w \cdot \frac{dp}{dx} \cdot (2y - y_v) + \left(\frac{dp}{dx}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot y_v^2 \cdot \ln\left(\frac{y}{y_v}\right) + \frac{1}{2} \cdot y_v \cdot (y - y_v) + \frac{1}{8} \cdot (y^2 - y_v^2) \right] \right\} \quad (D.16)$$

L'équation pour ε au voisinage de la paroi est traitée de la même manière que pour la loi de paroi standard.

D.3.2. Modèle implémenté dans FLUENT.

Les équations du modèle RNG k/ε implémentés dans FLUENT sont les suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot k \cdot u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \cdot \mu_{\text{eff}} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \rho \cdot \varepsilon \quad (D.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot \varepsilon \cdot u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \cdot \mu_{\text{eff}} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot G_k - C_{\varepsilon 2} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (D.18)$$

avec :

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \cdot \eta^3 \cdot (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \cdot \eta^3} \cdot \frac{\rho \cdot \varepsilon^2}{k}$$

et comme dans StarCD : $\eta = (2 \cdot s_{ij} \cdot s_{ij})^{1/2} \cdot k/\varepsilon$, $\beta = 0.012$ et $\eta_0 = 4.38$. G_k est déterminée avec la relation (D.7). α_k et α_ε représentent les inverses des nombres de Prandtl effectifs et μ_{eff} représente le coefficient de viscosité dynamique effective.

Lorsque le modèle est formulé pour les grands nombres de Reynolds, le coefficient de viscosité turbulente est déterminé comme précédemment avec la relation (D.3) avec $f_\mu = 1$. Les constantes appliquées dans FLUENT sont :

$$C_\mu = 0.0845 ; \sigma_k = 1.393 ; \sigma_\varepsilon = 1.393 ; C_{\varepsilon 1} = 1.42 \text{ et } C_{\varepsilon 2} = 1.68$$

Une différence entre les équations implémentées pour ce modèle dans les deux codes se situerait donc dans le traitement du coefficient de viscosité. Ce modèle est appliqué avec une loi de paroi Non Equilibrium qui est traitée ici comme un modèle à deux couches :

(i) la loi de paroi logarithmique est exprimée en fonction d'une vitesse moyenne \tilde{u} qui tient compte du gradient de pression :

$$\frac{\tilde{u} \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln \left(E \cdot \frac{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2} \cdot y}{\mu} \right) \quad (D.19)$$

$$\tilde{u} = u - \frac{1}{2} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \left[\frac{y_v}{\rho \cdot \kappa \cdot k^{1/2}} \ln \left(\frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho \cdot \kappa \cdot k^{1/2}} + \frac{y_v^2}{\mu} \right] \quad (D.20)$$

où y_v représente l'épaisseur de la sous-couche visqueuse :

$$y_v = \frac{y_v^* \cdot \mu}{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}} \quad (D.21)$$

et $y_v^* = 11.225$.

(ii) Le calcul des variables turbulentes k et ε pour les cellules adjacentes à la paroi est effectué avec les grandeurs moyennes $\overline{G_k}$ et $\overline{\varepsilon}$:

$$\overline{G_k} = \frac{1}{\kappa \cdot y_n} \cdot \frac{\tau_w^2}{\rho \cdot C_\mu^{1/4} \cdot k^{1/2}} \cdot \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \quad (D.22)$$

et

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{y_n} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \nu}{y_v} + \frac{k^{1/2}}{\kappa \cdot C_\mu^{-3/4}} \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \right\} \cdot k \quad (D.23)$$

où y_n est la hauteur de la première rangée de cellules autour du profil et y_v est calculé avec la relation (D.21). $\overline{G_k}$ et $\overline{\varepsilon}$ représentent les valeurs moyennes de G_k et ε dans la première rangée de cellules autour du profil. Le calcul de k et ε tiendrait ainsi compte des épaisseurs de la sous-couche visqueuse et de la région

logarithmique qui varie d'une cellule à une autre lorsque l'écoulement n'est pas en équilibre.

D.4. Modèle à 2 couches RNG k/ε et Van Driest

Ce modèle est implémenté dans StarCD seulement. Il consiste à appliquer un modèle basé sur la longueur de mélange au voisinage du profil et le modèle RNG k/ε dans la région du domaine de calcul loin du profil. Au voisinage de la paroi, le coefficient de viscosité turbulente est calculé avec la relation :

$$\mu_t = \rho \cdot I_m^2 \cdot \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}^{1/2} \quad (\text{D.24})$$

la longueur de mélange étant exprimée par la relation de Van Driest :

$$I_m = \kappa \cdot y \cdot (1 - e^{-D}) \quad (\text{D.25})$$

avec :

$$D = y^+ / 26$$

$$y^+ = u_\tau \cdot y / \nu$$

$$u_\tau = (\tau_w / \rho)^{0.5}$$

$$\tau_w = (\mu + \mu_t) \cdot \frac{du}{dy}$$

et y , distance normale à la paroi. Le modèle de Van Driest est appliqué de la paroi jusqu'à une certaine distance normale à la paroi correspondant à $y^+ \approx 60 - 100$. Le passage au calcul de la turbulence avec le modèle RNG k/ε s'effectue lorsque les coefficients de viscosité turbulente calculés avec les deux modèles (relations (D.3a) et (D.24) sont égaux, à un facteur d'erreur près.

D.5. Modèle SST k/ω de Menter

Les équations et constantes implémentées dans les deux codes pour ce modèle sont telles que développées dans [83] :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \cdot k \cdot u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] = \mu_t \cdot P - \rho \cdot \beta^* \cdot k \cdot \omega \quad (D.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho \cdot \omega \cdot u_j - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \right] = \alpha \cdot \frac{\omega}{k} \mu_t \cdot P - \rho \cdot \beta \cdot \omega^2 + \rho \cdot S_\omega \quad (D.27)$$

Les coefficients sont exprimés par la relation générale :

$$C_\varphi = F_1 \cdot C_{\varphi 1} + (1 - F_1) \cdot C_{\varphi 2} \quad (D.28)$$

où :

$$F_1 = \tanh(A_1^4) \quad (D.29)$$

$$A_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09 \cdot \omega \cdot y}, \frac{500 \cdot \nu}{y^2 \cdot \omega} \right), \frac{4 \cdot \rho \cdot k}{\sigma_{\omega 2} \cdot CD_{k\omega} \cdot y^2} \right]$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \sigma_{\omega 2}} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right)$$

$C_{\varphi 1}$ et $C_{\varphi 2}$ sont donnés par deux séries de valeurs :

$$\sigma_{k1} = 1.176, \quad \sigma_{\omega 1} = 2.0, \quad \beta_1 = 0.075 \quad \text{et} \quad \beta_1^* = 0.09$$

avec :

$$\alpha_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1^*} - \frac{1}{\sigma_{\omega 1}} \cdot \frac{\kappa^2}{\beta_1^*}$$

et

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 1.168, \quad \beta_2 = 0.0828 \quad \text{et} \quad \beta_2^* = 0.09$$

avec :

$$\alpha_2 = \frac{\beta_2}{\beta_2^*} - \frac{1}{\sigma_{\omega 2}} \cdot \frac{\kappa^2}{\beta_2^*}$$

De plus :

$$S_\omega = 2 \cdot (1 - F_1) \cdot \frac{1}{\omega_{\omega 2}} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (D.30)$$

Le coefficient de viscosité turbulente pour ce modèle est :

$$\mu_t = \rho \cdot \frac{a_1 \cdot k}{\max(a_1 \cdot \omega, \Omega^* \cdot F_2)} \quad (D.31)$$

où $a_1 = 0.31$,

$$F_2 = \tanh(A_2^2)$$

$$A_2 = \max\left(2 \cdot \frac{\sqrt{k}}{0.09 \cdot \omega \cdot y}, \frac{500 \cdot \nu}{y^2 \cdot \omega}\right)$$

$$\Omega^* = \sqrt{2 \cdot \Omega_{ij} \cdot \Omega_{ij}}$$

et

$$\Omega_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

Comme pour le modèle k/ε standard, une différence entre les deux codes se trouve dans l'évaluation du terme $\mu_t \cdot P$ qui est déterminée dans FLUENT avec la relation (D.7). Le traitement des conditions aux limites est également différent. Lorsque le modèle est formulé pour les bas nombres de Reynolds,

(i) dans StarCD, la valeur de ω est fixée pour la première rangée de cellules autour de la paroi avec :

$$\omega_C = \frac{60 \cdot \nu}{\beta_1 \cdot y_C^2}$$

(ii) dans FLUENT, le modèle est traité comme un modèle à deux couches : pour les cellules de la région turbulente (logarithmique) correspondant à

$$\text{Re}_y \equiv \frac{\rho \cdot y \cdot \sqrt{k}}{\mu} > \text{Re}_y^* = 200$$

l'équation résolue pour k est l'équation (D.26) et ω est calculé avec

$$\omega_w = \frac{\rho \cdot (u^*)^2}{\mu} \cdot \omega^+ \quad (\text{D.32})$$

et

$$\omega^+ = \frac{1}{\sqrt{\beta_\infty^*}} \cdot \frac{du^+}{dy^+} \quad (\text{D.33})$$

Pour les cellules de la sous couche visqueuse correspondant à $\text{Re}_y < \text{Re}_y^* = 200$, l'équation (D.26) est résolue pour k avec

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot l_\mu \cdot \sqrt{k}$$

$$l_\mu = y \cdot C_l \cdot \left(1 - e^{-\text{Re}_y/A_\mu}\right)$$

et $A_\mu = 70$ et $C_l = \kappa \cdot C_\mu^{-3/4}$. La relation (D.32) est appliquée pour le calcul de ω avec :

$$\omega^+ = \min\left(\omega_w^+, \frac{6}{\beta_\infty^* (\gamma^+)^2}\right) \quad (\text{D.34})$$

où :

$$\omega_w^+ = \left(\frac{50}{k_s^+}\right)^2 \quad \text{si} \quad k_s^+ < 25$$

$$\omega_w^+ = \left(\frac{100}{k_s^+}\right)^2 \quad \text{si} \quad k_s^+ \geq 25$$

et

$$k_s^+ = \max\left(1.0, \frac{\rho \cdot k \cdot u^*}{\mu}\right)$$

ANNEXE E

METHODE DES TUBES DE COURANT

La méthode des tubes de courant est principalement fondée sur la théorie de l'aile portante et sur le théorème des moments. Le volume de contrôle de l'éolienne étant subdivisé en tubes de courant élémentaires, d'axe parallèle à la direction de la vitesse du vent à l'infini (Figure E.1), les hypothèses suivantes sont effectuées :

- Chaque tube de courant est considéré séparément et il est supposé qu'il n'y a pas d'interférences entre les tubes adjacents.
- La vitesse du vent est constante à l'intérieur de chaque tube de courant et sa direction reste parallèle à celle de la vitesse à l'infini.
- Le nombre de pales est infini de sorte que la surface de contrôle soit balayée de manière continue mais en même temps, la solidité $\sigma = N \cdot c/R$ (avec N , nombre de pales, c corde du profil et R rayon de l'éolienne) reste un nombre fini.

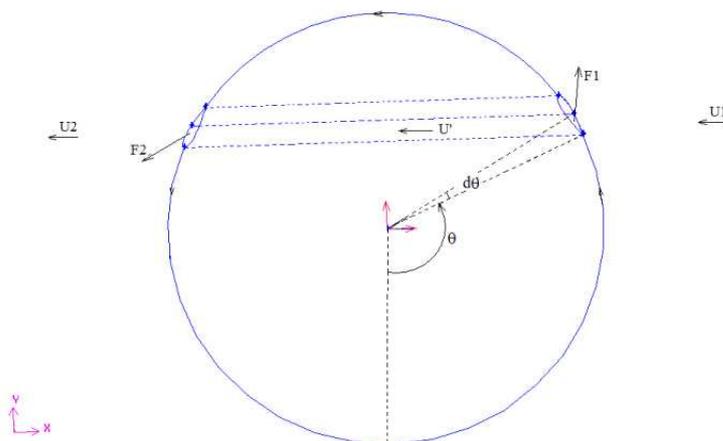


Figure E.1. Schématisation d'un tube de courant

De cette dernière hypothèse il est déduit que la 'largeur' d'un tube de courant élémentaire est $N \cdot c \cdot d\theta/2\pi$, $d\theta$ étant égal à π/n_t avec n_t nombre de tubes de courant.

E.1 Vitesse du vent locale

Les éoliennes ont pour principe de fonctionnement d'extraire une partie de l'énergie cinétique du vent pour la transformer en énergie mécanique de rotation. La vitesse du vent est donc diminuée à son passage à travers l'éolienne et l'on distingue une vitesse du vent à l'infini amont U_1 et une vitesse du vent à l'infini aval U_2 . L'application de l'équation de Bernoulli et du théorème des moments à un tube de courant élémentaire montre que la vitesse agissante sur les pales est égale à la moyenne arithmétique de ces deux vitesses :

$$U' = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (\text{E.1})$$

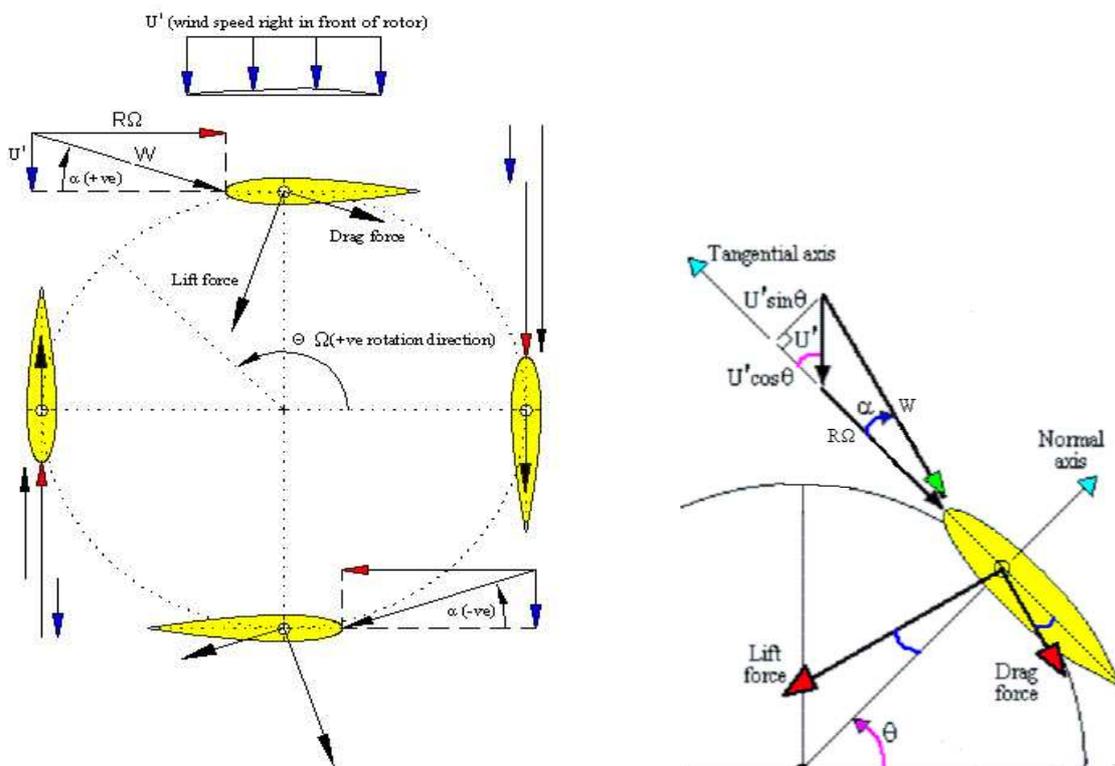


Figure E.2. Forces et vitesses agissantes sur les pales
(www.windturbine-analysis.com)

Cette vitesse est appelée vitesse du vent locale ou vitesse induite. Lorsque l'éolienne est en rotation, tout se passe comme si l'air arrivait sur les pales avec la vitesse relative W , W étant la résultante de la vitesse induite U' et de la vitesse périphérique $R \cdot \Omega$ (voir triangle des vitesses schématisé par la figure E.2).

E.2 Forces aérodynamiques agissantes

La force aérodynamique qui s'exerce sur les pales est décomposée pour les besoins de l'étude suivant les composantes normale (dF_N) et tangentielle (dF_T) à la corde. Si l'on considère un élément de pale de corde c et de longueur dy placé sous une vitesse de vent W avec un angle d'incidence α , ces forces sont définies par la théorie de l'élément de pale avec les relations :

$$dF_T = 0.5 \cdot \rho \cdot C_T \cdot c \cdot W^2 \cdot dy \quad (\text{E.2a})$$

$$dF_N = 0.5 \cdot \rho \cdot C_N \cdot c \cdot W^2 \cdot dy \quad (\text{E.2b})$$

où ρ est la densité de l'air et C_N et C_T sont les coefficients caractéristiques du profil de pale. Ces derniers sont reliés aux coefficients de portance et de traînée par les expressions :

$$C_T = C_L \cdot \sin \alpha - C_D \cdot \cos \alpha \quad (\text{E.3a})$$

$$C_N = C_L \cdot \cos \alpha + C_D \cdot \sin \alpha \quad (\text{E.3b})$$

Appliquées à un tube de courant élémentaire de largeur $Nc \cdot d\theta/2\pi$ et de hauteur dy , les expressions des composantes des forces aérodynamiques dF_N et dF_T deviennent :

$$dF_T = 0.5 \cdot \rho \cdot C_T \cdot \frac{Nc \cdot d\theta}{2\pi} \cdot W^2 \cdot dy \quad (\text{E.4a})$$

$$dF_N = 0.5 \cdot \rho \cdot C_N \cdot \frac{Nc \cdot d\theta}{2\pi} \cdot W^2 \cdot dy \quad (\text{E.4b})$$

E.3. Expression du couple aérodynamique moteur

Le couple aérodynamique élémentaire est du à la composante tangentielle de la force aérodynamique; il est donné par la relation :

$$dQ = (dF_{T1} + dF_{T2}) \cdot R \quad (\text{E.5})$$

les indices (1) et (2) référant les positions amont et aval respectivement. Avec les relations (E.4), l'expression du couple devient :

$$d^2Q = 0.5 \cdot \rho \cdot (C_{T1} + C_{T2}) \cdot \frac{Nc}{2\pi} \cdot R \cdot W^2 \cdot d\theta \cdot dy \quad (E.6)$$

Les inconnues dans cette équation sont W , C_{T1} et C_{T2} . Les coefficients C_L et C_D sont fonctions de l'angle d'incidence local défini par la relation :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{U' \cdot \sin \theta}{U' \cdot \cos \theta + R \cdot \Omega}\right) \quad (E.7)$$

et du nombre de Reynolds local défini par :

$$Re_{local} = \frac{W \cdot c}{\nu} \quad (E.8)$$

avec :

$$W^2 = (U' \cdot \cos \theta + R \cdot \Omega)^2 + (U' \cdot \sin \theta)^2 \quad (E.9)$$

La détermination des forces agissantes et du couple aérodynamique moteur revient donc à calculer, pour chaque tube de courant élémentaire, la vitesse relative W (donc la vitesse induite U') et l'angle d'incidence local. Pour ce faire, le théorème des moments est appliqué à un tube de courant élémentaire ce qui donne l'expression de la force :

$$dF = \rho \cdot dS \cdot U' \cdot (U_1 - U_2) \quad (E.10)$$

où $dS = R \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot dy$ est la section droite du tube de courant. Avec la relation (E.1), l'expression (E.10) devient :

$$d^2F = 2 \cdot \rho \cdot R \cdot \sin \theta \cdot U' \cdot (U_1 - U') \cdot d\theta \cdot dy \quad (E.11)$$

D'autre part, la projection des forces dF_T et dF_N suivant la direction de la vitesse du vent donne :

$$dF = (dF_{N1} + dF_{N2}) \cdot \sin \theta - (dF_{T1} + dF_{T2}) \cdot \cos \theta \quad (E.12)$$

Cette relation, exprimée en fonction des coefficients caractéristiques, s'écrit :

$$d^2F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{Nc}{2\pi} \cdot W^2 \cdot [(C_{N1} + C_{N2}) \cdot \sin \theta - (C_{T1} + C_{T2}) \cdot \cos \theta] \cdot d\theta \cdot dy \quad (E.13)$$

L'identification de cette dernière expression avec la relation (E.11) résulte en une équation pour la vitesse du vent locale U' qui se résout par itération :

$$\frac{U'}{U_1} = \frac{\Gamma}{2\Gamma + \chi_1 + \chi_2} \quad (\text{E.14})$$

avec :

$$\Gamma = 2 \cdot \sin \theta \quad (\text{E.15a})$$

$$\chi_1 = \frac{Nc}{2\pi R} \cdot \frac{W^2}{U'^2} \cdot (C_{N1} \cdot \sin \theta - C_{T1} \cdot \cos \theta) \quad (\text{E.15b})$$

$$\chi_2 = \frac{Nc}{2\pi R} \cdot \frac{W^2}{U'^2} \cdot (C_{N2} \cdot \sin \theta - C_{T2} \cdot \cos \theta) \quad (\text{E.15c})$$

L'équation pour la vitesse du vent locale U' est résolue par itération pour chaque tube de courant (défini par la position θ). On calcule alors les valeurs de la vitesse relative et de l'angle d'incidence local et on en déduit les valeurs des coefficients caractéristiques, de la force aérodynamique et du couple élémentaire. Le couple moteur de l'éolienne est ensuite déterminé avec l'intégration de cette dernière équation suivant θ (de 0 à π) et suivant la longueur de pale (de 0 à H). On détermine ensuite la puissance fournie par l'éolienne avec :

$$P = Q \cdot \Omega \quad (\text{E.16})$$

et le coefficient de puissance est finalement déduit avec :

$$C_p = \frac{P}{0.5 \cdot \rho \cdot A \cdot U_1^2} \quad (\text{E.17})$$

A étant la section frontale de l'éolienne.

En résumé, les calculs sont effectués pour différentes valeurs de la vitesse spécifique λ selon les étapes suivantes :

1. On se fixe une valeur de la vitesse du vent U_1
2. On se fixe une valeur de la vitesse de rotation Ω et on calcule la valeur de λ correspondante.
3. L'équation (E.14) est résolue pour différentes valeurs de θ
4. On en déduit les valeurs locales de l'angle d'incidence, du nombre de Reynolds et de la vitesse relative avec les relations (E.7) à (E.9)
5. Connaissant α et Re , on détermine les valeurs de C_L et C_D à partir des données caractéristiques du profil de pale utilisé

6. On en déduit la valeur du couple élémentaire puis du couple total
7. On en déduit la valeur de la puissance totale et du coefficient de puissance C_p
8. Les calculs sont repris à partir du point 3 pour une autre valeur de la vitesse de rotation
9. La procédure est répétée à partir du point 2 pour d'autres valeurs de la vitesse du vent.

Commentaires. *Il est généralement admis que la théorie de l'élément de pale est sensible aux valeurs des coefficients caractéristiques de portance et de traînée considérées. Mais les résultats obtenus sont en bonne adéquation avec les mesures lorsqu'il n'y a pas décollement de l'écoulement. En cas de décrochage dynamique, les forces agissantes sur les pales sont mal estimées. Aussi, des modèles empiriques sont appliqués pour tenir compte de ce phénomène particulièrement intense aux faibles vitesses spécifiques.*