



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**UNIVERSITE BLIDA 1**

**Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales**

Département de Construction

**MEMOIRE**

**Pour l'obtention du diplôme**

**MASTER Aéronautique**

**SPECIALITE : PROPULSION AVION – STRUCTURE AVION**

***Etude numérique de l'influence du type  
d'extension sur la transition dans les tuyères  
double galbe***

**Présenté par :**

- ❖ Mlle. KERKOUBA Nesrine
- ❖ Mlle. OUNIS Naima

**Dirigé par :**

- Mr. HAMITOUCHE Toufik
- Mr. KBAB Hakim

Année universitaire 2017/2018

## Résumé

Le nouveau concept de tuyère double galbe DBN est le concept le plus prometteur parmi plusieurs d'autres concepts de tuyères supersonique à compensation d'altitude équipant les moteurs fusée.

L'étude proposée vise justement à comprendre le comportement de l'écoulement dans une tuyère double galbe afin de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'extension sur le point de transition et sur le déroulement de la transition d'un mode de fonctionnement à l'autre.

## Abstract

The double bell nozzle DBN concept is the most promising concept for the altitude-compensating nozzles among several other Advanced Rocket Nozzles concepts.

The purpose of this study is to understand the behavior of the flow in a DBN in order to highlight the influence of the extension geometry on the transition point and on the course of the transition from an operational mode to another.

## ملخص

يعتبر المفهوم الجديد للفوهة المزدوجة الانحناء المرشح الواعد من بين العديد من المفاهيم الأخرى لفوهات الفوق الصوتية ذات التكيف الذاتي في الارتفاع المقترحة لتجهيز محركات الصواريخ.

الغرض من الدراسة المقترحة هو فهم سلوك التدفق في الفوهة المزدوجة الانحناء من أجل تسليط الضوء على تأثير هندسة التمديد على نقطة التحول وعلى طبيعة الانتقال من مرحلة عملية إلى أخرى.

# *REMERCIEMENT*

*Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant,, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.*

*En second lieu, nous tenons à remercier nos promoteurs Mr. KBAB Hakim, et Mr. HAMITOUCHE Toufik, leurs précieux conseils et leur aide durant toute la période du travail.*

*Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail Et de l'enrichir par leurs propositions.*

*Enfin, nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*



# DEDICACE

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leurs amours, leurs tendresses, leurs soutiens et leurs prières tout au long de mes études,

A ma chère sœur *Meriem* pour son encouragement permanent, et son soutien moral,

A mes chers frères, *Abd Elwahab* et *Nour Eddine*, pour leurs appuis et leurs encouragements,

A toute ma famille pour leurs soutiens tout au long de mon parcours universitaire,

Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infailible,

Merci d'être toujours là pour moi.

K. Nesrine



Je dédie ce mémoire à :

· Mes parents :

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mes frères et sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Ma famille pour son appui et son encouragement.

Mes professeurs qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis.

Mes amis, collègues et tous ceux qui me sont chers et que j'ai omis de citer.

Merci d'être toujours là pour moi.

**O. NAIMA**



# TABLE DES MATIERES

Résumé

Remerciement

Dédicaces

Table des matières

Liste des figures

Nomenclature

INTRODUCTION ..... 1

CHAPITRE I : Recherches bibliographique..... 3-12

CHAPITRE II : Généralités sur les tuyères .....13-39

*II.1. Définition de la tuyère supersonique ..... 13*

*II.1.1. Les paramètres caractéristiques d'une tuyère supersonique ..... 14*

*II.1.1.1. Le débit ..... 15*

*II.1.1.2. La poussée ..... 15*

*II.1.1.3. Coefficient de poussée ..... 15*

*II.1.1.4. Coefficient de décharge ..... 16*

*II.1.1.5. Vitesse caractéristique ..... 16*

*II.1.1.6. Vitesse effective ..... 16*

*II.1.1.7. Impulsion spécifique ..... 17*

*II.1.1.8. Impulsion totale ..... 17*

*II.2. Types de tuyères ..... 18*

*II.2.1. Tuyères conventionnelles ..... 18*

*II.2.2. Tuyères innovantes ..... 20*

*II.2.3. Tuyère adaptée en altitude ..... 23*

*II.3. L'approche quasi-monodimensionnelle ..... 24*

*II.3.1. Rappel sur la dynamique des gazs ..... 25*

*II.3.1.1. Le rapport de température ..... 25*

*II.3.1.2. Le rapport de pression ..... 25*

<i>II.3.1.3. Le rapport de masse volumique</i> .....	26
<i>II.3.2. Les relations de rapport de section</i> .....	27
<i>II.3.2.1. Relation vitesse section (relation d'Hugoniot)</i> .....	27
<i>II.3.2.2. Rapport de section</i> .....	28
<i>II.3.3. Fonctionnement théorique des tuyères supersoniques</i> .....	28
<i>II.3.3.1. Ecoulement subsonique</i> .....	29
<i>II.3.3.2. Ecoulement sonique adapté</i> .....	29
<i>II.3.3.3. Ecoulement sonique non adapté</i> .....	30
<i>II.3.3.4. Ecoulement supersonique adapté</i> .....	31
<i>II.3.3.5. Ecoulement supersonique non adapté</i> .....	31
<i>II.3.4. Fonctionnement réel des tuyères supersoniques</i> .....	32
<i>II.3.4.1. Le régime d'adaptation</i> .....	32
<i>II.3.4.2. Le régime de sous-détente</i> .....	33
<i>II.3.4.3. Le régime de sur-détente</i> .....	34
<i>II.4. La conception des profils des tuyères supersoniques</i> .....	36
<i>II.4.1. Les Tuyères Coniques</i> .....	37
<i>II.4.2. Les tuyères optimisées</i> .....	38
<i>II.4.2.1. Les tuyères à contour idéal tronqué TIC</i> .....	38
<i>II.4.2.2. Les tuyères à profil parabolique TOC</i> .....	38
<i>II.5. Conclusion</i> .....	39
<b>CHAPITRE III : Généralités sur les calculs numériques</b> .....	<b>40-62</b>
<i>III.1. Introduction</i> .....	40
<i>III.2. Les équations de la mécanique des fluides</i> .....	40
<input type="checkbox"/> <i>Équation de conservation de la masse</i> .....	40
<input type="checkbox"/> <i>Equation de conservation de quantité de mouvement</i> .....	41
<input type="checkbox"/> <i>Equation de conservation de l'énergie</i> .....	41
<input type="checkbox"/> <i>Tenseur des contraintes</i> .....	41
<i>III.3. Equations du mouvement moyen</i> .....	42
<i>III.3.1. Nécessiter de moyenner</i> .....	42
<i>III.3.2. Les équations de Reynolds</i> .....	43
<input type="checkbox"/> <i>Moyennisation du système</i> .....	43
<i>III.4. Les modèles de turbulence</i> .....	45
<i>III.4.1. Modèles de fermeture au premier ordre</i> .....	46

<i>III.4.1.1. Modèle algébrique (modèle à zéro équation)</i> .....	46
<i>III.4.1.2. Modèle à une équation de transport</i> .....	46
<i>III.4.1.3. Modèles à deux équations de transport</i> .....	47
□ <i>Modèle à deux équations k-ε standard</i> .....	47
□ <i>Le modèle k-ε RNG</i> .....	49
□ <i>Le modèle k-ε Réalisable</i> .....	49
□ <i>Le modèle à deux équations k-ω</i> .....	49
□ <i>Le model K-ω standard</i> .....	50
□ <i>Le model K-ω SST (Shear Stress Model)</i> .....	50
<i>III.4.2. Modèle de fermeture du second ordre</i> .....	52
□ <i>Reynolds Stress Modèle (RSM)</i> .....	52
<i>III.5. Méthodes numériques et discrétisation du domaine</i> .....	54
<i>III.5.1. Méthodes numériques conventionnelles en CFD</i> .....	54
<i>III.5.2. Formulation volumes finis</i> .....	56
<i>III.5.3. Discrétisation des domaines de calcul</i> .....	57
<i>III.5.3.1. Types de maillage</i> .....	57
<i>III.5.3.2. Adaptation du maillage</i> .....	61
<i>III.6. Conclusion</i> .....	62
<b>CHAPITRE IV : Résultats et interprétation</b> .....	<b>63-82</b>
<i>IV.1. Introduction</i> .....	63
<i>IV.2. Présentation de FLUENT</i> .....	63
<i>IV.3. Application sur une tuyère Dual Bell Nozzles</i> .....	65
<i>IV.3.1. Création de la géométrie</i> .....	65
<i>IV.3.2. Maillage de la géométrie</i> .....	66
<i>IV.3.3. Résolution par Fluent</i> .....	67
<i>IV.4. NOTRE CAS D'ETUDE</i> .....	69
<i>IV.4.1. Sensibilité au maillage</i> .....	69
<i>IV.4.2. Présentation de la géométrie</i> .....	70
<i>IV.5. Résolution</i> .....	74
<i>IV.5.1. Etude de la géométrie d'extension à gradient positif PP 1%</i> .....	74
<i>IV.5.1.1. Contours de Mach</i> .....	75
<i>IV.5.1.2. Explication du phénomène de décollement</i> .....	76
<i>IV.5.1.3. Evolution de la pression pariétale</i> .....	76



<i>IV.5.1.4. Point de séparation de l'écoulement dans la DBN_PP 1%</i> .....	77
<i>IV.5.2. Etude de la géométrie d'extension à gradient positif PP 2%</i> .....	78
<i>IV.5.2.1. Contours de Mach</i> .....	79
<i>IV.5.2.2. Evolution de la pression pariétale</i> .....	80
<i>IV.5.2.3. Point de séparation de l'écoulement dans la DBN_PP 2%</i> .....	81
<i>IV.5.3. Etude numérique de l'influence du type d'extension sur la transition</i> .....	81
<i>IV.6. Conclusion</i> .....	82
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>84</b>

**Références**

## LISTE DES FIGURES

<b>CHAPITRE I : Recherches bibliographique .....</b>	<b>3-12</b>
<b>Fig. I.1 : La tuyère supersonique .....</b>	<b>3</b>
<b>Fig. I.2 : Les modes de fonctionnement de la tuyère double galbe .....</b>	<b>11</b>
<b>CHAPITRE II : Généralités sur les tuyères .....</b>	<b>13-39</b>
<b>Fig. II.1 : Tuyère conique de la fusée V2 .....</b>	<b>13</b>
<b>Fig. II.2 : Définition d'une tuyère .....</b>	<b>14</b>
<b>Fig. II.3 : Performances de tuyère en fonction de la pression ambiante .....</b>	<b>18</b>
<b>Fig. II.4 : Tuyère conique .....</b>	<b>19</b>
<b>Fig. II.5 : Tuyère a contour profilé .....</b>	<b>19</b>
<b>Fig. II.6 : Tuyère annulaire .....</b>	<b>20</b>
<b>Fig. II.7 : Tuyère à section variable .....</b>	<b>21</b>
<b>Fig. II.8 : Tuyère à chevrons .....</b>	<b>21</b>
<b>Fig. II.9 : Tuyère orientable .....</b>	<b>22</b>
<b>Fig. II.10 : Tuyère déployable .....</b>	<b>22</b>
<b>Fig. II.11 : Tuyère double galbe .....</b>	<b>23</b>
<b>Fig. II.12 : Tuyère détente –déviation .....</b>	<b>24</b>
<b>Fig. II.13 : La différence entre l'approche quasi-1D et 1D .....</b>	<b>25</b>
<b>Fig. II.14 : Relations vitesse-section .....</b>	<b>27</b>
<b>Fig. II.15 : Canal convergent divergent .....</b>	<b>28</b>
<b>Fig. II.16 : Schéma de la tuyère supersonique .....</b>	<b>29</b>
<b>Fig. II.17 : Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique .Evolution de la pression le long de la tuyère .....</b>	<b>30</b>
<b>Fig. II.18 : Régime de sur-détente en 1D .....</b>	<b>31</b>
<b>Fig. II.19 : Organisation de l'écoulement à l'adaptation .....</b>	<b>33</b>
<b>Fig. II.20 : Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente .....</b>	<b>33</b>
<b>Fig. II.21 : Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente ...</b>	<b>34</b>
<b>Fig. II.22 : Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite .....</b>	<b>35</b>
<b>Fig. II.23 : Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite .....</b>	<b>35</b>
<b>Fig. II.24 : Tuyère conique .....</b>	<b>38</b>
<b>Fig. II.25 : Profils des tuyères TIC et TOC .....</b>	<b>39</b>

**CHAPITRE III : Généralités sur les calculs numériques ..... 40-62**

**Fig. III.1** : Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle ..... 56

**Fig. III.2** : Maillage structuré dans une tuyère double galbe ..... 57

**Fig. III.3** : Étapes de Maillage par La triangulation de Delaunay en 2D ..... 59

**Fig. III.4** : Progression et algorithme du maillage par la méthode frontale ..... 59

**Fig. III.5** : Progression du maillage sur une grille (méthode d'Octree) ..... 60

**Fig. III.6** : Exemple du maillage hybride utilisé pour la simulation d'un écoulement dans une tuyère ..... 60

**Fig. III.7** : Maillage adapté pour la capture de "chocs" ..... 62

**CHAPITRE IV : Résultats et interprétation ..... 63-82**

**Fig. IV.1** : Création de la géométrie /importation des points sur ICEM ANSYS ..... 65

**Fig. IV.2** : Liaison des points définissant la géométrie ..... 66

**Fig. IV.3** : Création des blocs de la tuyère double galbe ..... 66

**Fig. IV.4** : Maillage structuré quadrilatère ..... 67

**Fig. IV.5** : Maillage structuré quadrilatère de la tuyère DBN sur Fluent ..... 68

**Fig. IV.6** : Conditions aux limites de la tuyère DBN ..... 68

**Fig. IV.7** : Répartition de la pression le long de la paroi de la tuyère pour différents maillages à NPR=100 ..... 70

**Fig. IV.8** : Comparaison entre les trois profils DBN étudiés ..... 71

**Fig. IV.9** : Types des conditions aux limites utilisées dans les simulations des différents cas tests ..... 73

**Fig. IV.10** : Contour de nombre de mach pour NPR=80 ..... 75

**Fig. IV.11** : Contour de nombre de mach pour NPR=140 ..... 75

**Fig. IV.12** : Contour de nombre de mach pour NPR=200 ..... 75

**Fig. IV.13** : Différentes évolutions de pression pariétale pour différents NPR calculées par Fluent comparées à celles de la MOC pour PP 1% ..... 77

**Fig. IV.14** : Variation du point de séparation pour une DBN pp1% pour différents NPR ..... 78

**Fig. IV.15** : Contour de nombre de mach pour NPR=80 ..... 79

**Fig. IV.16** : Contour de nombre de mach pour NPR=140 ..... 79

**Fig. IV.17** : Contour de mach pour NPR=200 ..... 79

**Fig. IV.18** : Différentes évolutions de pression pariétale pour différents NPR calculées par Fluent comparées à celles de la MOC pour pp 2% ..... 80

**Fig. IV.19** : Variation du point de séparation pour une DBN pp2% pour différents NPR ..... 81

**Fig. IV.20** : Variation du point de séparation en fonction des NPR ..... 82

### **LISTE DES TABLEAUX**

**Tableau III.1** : Avantages et inconvénients des différents modèles de turbulence ..... 53

**Tableau IV.1** : Récapitulatif de nombre  $y^+$  de maillage A, B et C ..... 69

**Tableau IV.2** : Caractéristiques de la tuyère double galbe (CP, PP 1%, PP 2%) ..... 72

**Tableau IV.3** : Les conditions aux limites pour nos tests ..... 73

## NOMENCLATURE

### 1- Système de coordonnées :

$x$  : cordonnée axiale

$y$  : cordonnée radiale

### 2- Lettres latines :

$A_e$  : Section de sortie

$A^*$  : Section du canal où  $M=1$

$a$  : Vitesse locale du son

$a^*$  : Vitesse du son au col

$C_d$  : Coefficient de décharge

$C_f$  : Coefficient de poussée

$C_p$  : chaleur spécifique à pression constante

$C_v$  : chaleur spécifique à volume constant

$C^*$  : Vitesse caractéristique

$E$  : énergie totale

$e$  : énergie interne

$F$  : Poussée

$\vec{F}$  : Flux

$h$  : enthalpie

$G_k$  : La génération de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de vitesse moyenne

$G_\omega$  : La génération de  $\omega$

$g$  : Accélération de la pesanteur

$I$  : Impulsion totale

$I_{SP}$  : Impulsion spécifique

$K$  : Energie cinétique de turbulence

$k$  : Conductivité thermique

$M$  : Nombre de mach

$\dot{m}$  : Débit massique

$P$  : Pression statique

$Pr$  : Nombre de Prandtl

$P_t$  : Pression totale (d'arrêt)

$P^*$  : Pression statique à la vitesse du son

$Q_V$  : Source volumique

$R$  : Rayon de courbure ou rapport de courbure au rayon au col

$T$  : Température statique

$T_c$  : Température de chambre de combustion

$T_t$  : Température totale

$T^*$  : Température statique à la vitesse du son

$t$  : Temps

$u$  : Composante axiale du vecteur vitesse

$v$  : Composante radiale du vecteur vitesse

$V_e$  : vitesse de sortie d'écoulement

$V_{eff}$  : Vitesse effective des gaz

$y^+$  : Distance adimensionnelle de la première maille à la paroi

### 3- Lettres grecques :

$\alpha$  : Constante ou angle de mach

$\gamma$  : Constante des gaz parfaits

$\Omega$  : Volume de contrôle

$\rho$  : masse volumique du fluide

$K$  : Constante de Von Karman

$\delta_{ij}$  : le tenseur de Kronecker ;

$\tau_{ij}$  : Le tenseur des contraintes visqueuses

$\Gamma$  : Diffusivité

$\lambda$  : Coefficient de viscosité

$\varepsilon$  : Taux de dissipation de la turbulence

$\mu$  : Viscosité dynamique

### 4- Indice :

$a$  : Ambient

$c$  : Col

$e$  : Sortie de tuyère

$i, j$  : une base de repère  $(x, y)$

$t$  (ou  $\theta$ ) : total

$w$  : paroi

## 5- Symbole

$\tilde{x}$  : Valeur moyenne

$\acute{x}$  : Valeur fluctuante

$\Delta$  : Opérateur gradient

$\Delta$  : Opérateur divergence

$x^*$  : Valeur a vitesse du son

$\partial$  : Dérivée partielle

$\eta_{geo}$  : Rendement géométrique

## 6- Abréviation :

**AGARD** : Advisory Group for Aerospace Research and Development

**ATAC** : Aérodynamique des Tuyères et Arrière-corps

**CD** : Converging-Diverging nozzle.

**CFD** : Computational Fluid Dynamics

**CNRS** : Centre National des Recherches Spatiales

**CNES** : Centre national d'études aérospatiales

**CP**: Constant Pressure

**CRISTAL**: Common Research Initiative in Sience and Technology Applied to Lanch Systems

**DBN**: Duall Bell Nozzles

**DLR**: Deutsches Zentrium Fur Luft-und Raumfahrt, German Aerospace Center

**E.D.P** : équations aux dérivées partielles

**ESA** : European Space Agency

**FSCD** : Flow Separation Control Device

**FSS** : Free Shock Separation (décollement libre)

**IAES** : Institut d'Aeronautique des Etudes Spatiales

**JAXA** : Japan Aerospace Exploration Agency

**LEA** Laboratoire d'Études Aérodynamiques de Poitier, France

**LMFN** : Laboratoire de mécanique des fluide CORIA

**MOC** : Method Of Characteristics

**NASA** : National Aeronautics and Space Administration

**NPR** : "Nozzle Pressure Ratio" ou taux de détente  $P_i / P_a$

**ONERA** : Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales

**PERSEUS** : Projet Étudiant de Recherche Spatiale Européen Universitaire et Scientifique

**PP** : "Positif Pressure" Pression à gradient positif

**RNG** ReNormalisation Groupe

**RSM** Reynolds Stress Modèle

**RSS** : Restricted Shock Separation (décollement restreint)

**SNSB** : Swedish National Space Board

**SST**: Shear Stress Tensor

**TIC** : Truncated Ideal Contour

**TOC** : Thrust Optimized Contour

**V2**: Vulcan 2



## INTRODUCTION

Le moteur-fusée est le type de moteur au principe de fonctionnement le plus simple : deux ergols brûlent dans une chambre de combustion, sont accélérés par une tuyère et sont éjectés à grande vitesse. Les capacités d'un moteur-fusée sont principalement caractérisées par sa poussée, c'est-à-dire la force qu'il peut exercer et son impulsion spécifique qui est la mesure de son rendement. Il existe de nombreuses catégories de moteurs fusées : les principales sont les moteurs fusées à ergols solide et les moteurs fusées à ergols liquides.

La tuyère est la partie où les gaz accélèrent et sortent du moteur. Sa forme caractéristique est due au besoin d'adapter la pression du flux de sortie à la pression ambiante, pour de raisons de stabilité de combustion et de poussée. Cependant, en gagnant de l'altitude, le diamètre de sortie devrait s'élargir, ce qui est difficile à faire avec une configuration classique. Pour contrer ce problème, un nouveau type de tuyère est développée : la tuyère à compensation d'altitude double galbe. Le principal objectif d'une tuyère double-galbe est le gain de performances par principe d'auto-adaptation en fonction de l'altitude.

En effet, ce système a pour avantage d'avoir une auto adaptation de l'écoulement pour deux régimes de fonctionnement (à basse et à haute altitude) sans activation mécanique. Le principe est théoriquement assez simple mais les efforts structurels mis en jeu peuvent être importants. Il en découle une étude approfondie de ce concept afin de garantir un fonctionnement optimal de ce système. C'est donc l'objectif de notre étude.

Pour mener à bien notre étude, on a organisé ce mémoire en quatre chapitres, le *premier chapitre* est une revue bibliographique détaillée sur les performances des tuyères de moteurs fusées, la logique de leur développement, les différentes configurations de tuyères conventionnelles, leurs problèmes et leurs régimes de fonctionnement. Enfin les différents concepts de tuyères à compensation d'altitudes seront présentés.

Le *deuxième chapitre* présente une synthèse des connaissances actuelles sur les tuyères supersoniques. Après le fonctionnement théorique et réel avec les différents régimes d'écoulement sont discutés. Puis les différents profils des tuyères conventionnelles sont exposés.

Le *troisième chapitre* est consacré aux équations de la mécanique des fluides à savoir les équations de Navier Stocks compressibles instantanées. Au terme de ce chapitre les

modèles de turbulence et leur fermeture sont présentées. On s'est restreint à la présentation des modèles existants dans le logiciel FLUENT. Ensuite on a décrit les méthodes de discrétisation numériques à savoir la méthode des différences finis qui est une méthode beaucoup plus académique et la méthode des volumes finis qui est plus utilisée dans le domaine de la CFD. Ainsi que les différents types de maillage et leur méthode de génération.

Le *quatrième chapitre* qui représente le dernier chapitre, quant à lui, contient tous les résultats, interprétations et comparaisons des cas d'études développés par le même logiciel de simulation ANSYS.

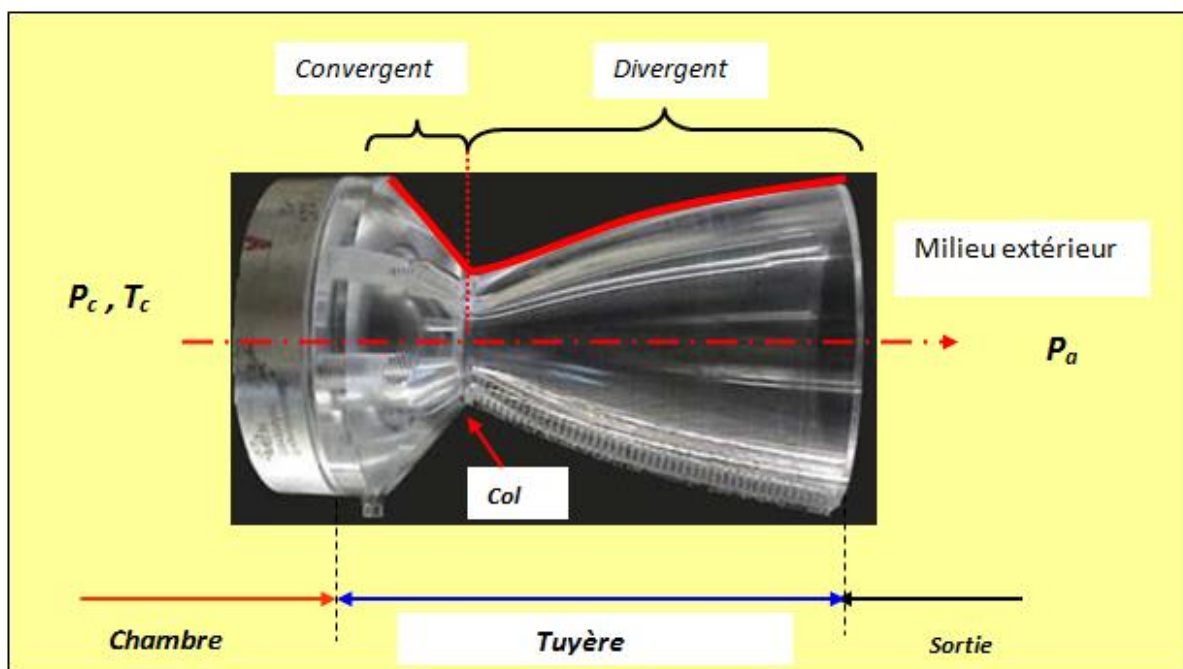
Enfin une conclusion générale qui reprend les objectifs du travail, les principaux résultats obtenus et des perspectives sont proposées pour la poursuite de cette étude.

*CHAPITRE I*

***RECHERCHES***  
***BIBLIOGRAPHIQUE***

Une tuyère supersonique est une conduite de forme convergente-divergente qui a un profil spécifiquement étudié. Elle met en communication une chambre contenant un gaz comprimé avec un milieu extérieur d'évacuation. La chambre et le milieu extérieur sont à des pressions différentes pour permettre le mouvement du gaz. La tuyère supersonique a pour rôle d'accélérer les gaz d'une vitesse faible à l'entrée du convergent à une vitesse sonique au col puis à une vitesse supersonique à la sortie du divergent de la tuyère.

La forme de la tuyère permet de détendre les gaz. L'opération de détente transforme l'énergie potentielle du gaz en énergie cinétique. Tout le long de la tuyère, la vitesse du gaz augmente, cependant que sa pression et sa température diminuent. La tuyère supersonique est appelée tuyère de Laval, elle est représentée dans la *Figure I.1* [1], [2].



**Figure I.1** : La tuyère supersonique [3].

Le rôle assigné à la tuyère peut être défini par les conditions suivantes :

1. Elle doit d'abord assurer le blocage de l'écoulement aux divers régimes du fonctionnement du moteur, avec ou sans postcombustion ; ceci implique une possibilité de la variation de la surface du col en fonction de débit et des conditions de température et de pression des gaz à évacuer.
2. La tuyère doit aussi assurer la détente optimale des gaz de combustion, c'est-à-dire la poussée maximale au régime de croisière, ce problème n'est pas simple car la section de la sortie de la tuyère doit être raccordée au maître couple du moteur ou à la

structure de l'avion par un carénage. Il est évident que la forme de ce carénage, et par conséquent les pressions qu'il subira en vol du fait de l'écoulement extérieure, dépend de la forme et de la dimension de la sortie de la tuyère.

3. Il ne servira à rien d'optimiser la tuyère au banc d'essai, si des dépressions importantes devaient se produire en vol sur le carénage de raccordement. Ainsi l'étude d'optimisation, impose l'étude globale de l'arrière corps.
4. Aux régimes de vol intermédiaires, il faut encore que la tuyère ne provoque pas de pertes de poussée trop élevées du fait de son inadaptation. Dans ces régimes, ce sont les sur-détentes qui sont à craindre et à éviter. Leur analyse impose une étude approfondie des conditions de décollement de l'écoulement.
5. En dehors de flux principal du moteur, il existe en général un ou plusieurs flux secondaires provenant soit de l'air de refroidissement soit d'un piège de la couche limite de la prise d'air. Ces flux qui représentent jusqu'à 5 ou 6 % du débit total doivent être éjectés soit dans les tuyères séparées soit dans la tuyère principale comme le cas du Concorde.
6. A l'atterrissage, la tuyère peut contribuer au freinage de l'avion en organisant un reversement de la poussée soit dans le circuit spécial de la sortie du moteur, ou bien par déviation du jet à la sortie de la tuyère principale.

La demande actuelle des grandes puissances et des vitesses toujours de plus en plus rapide, incite à passer au supersonique. Ce domaine du supersonique est devenu après la seconde guerre mondiale un domaine d'actualité, de concurrence et de compétitivité entre les Etats Unis, l'Union Européenne, le Japon, la Russie et la Chine. Plusieurs organismes de recherches (NASA, DLR, ONERA, LEA-Poitier (PPRIME), LMFN-CORIA, AGARD...), groupe de recherches Européen (CRISTAL, FSCD, ATAC, ... ), agences de programmes (ESA, CNES, SNSB, JAXA, ... ), et industriels (Boeing Rocketdyne, Pratt & Whitney, EADS, Lockheed Martin, Snecma Moteurs, Volvo A C, Astrium, Air Liquide, Dassault, Mitsubishi Heavy Industries, ... ) travaillent sur l'amélioration des performances et la fiabilité des tuyères propulsives supersoniques, des moteurs fusées et des lanceurs spatiaux.

Les écoulements compressibles à grande vitesse dans les tuyères supersoniques des moteurs fusées ont fait l'objet d'une quantité considérable d'études expérimentales et numériques depuis la deuxième moitié du vingtième siècle après la première application opérationnelle du fameux missile Allemand V2 en 1943 suite aux travaux de l'Allemand

Werner Von Braun. Ces travaux de recherche se sont poursuivis et intensifiés jusqu'à aujourd'hui dans des laboratoires de recherche spécifiques dans différents pays tel que:

- ***Au Etats-Unis :***

Avec les travaux de : CHARLES E. TINNEY et AL (2012) de l'université du Texas, JOSEF H. RUF (2010) et TEN-SEE Wang (2009) (NASA Marshall Space Flight Center), DIMITRI PAPAMOSSCHOU et AL (2009) de l'université de Californie, Craig A.HUNTER (1998) (NASA Langler Research Center), CHEN, C. L. et CHAKRAVARTHY (1994) (Rockwell International Science Center), Horn, M., Fisher, S (1994), NAVE L. H. et COFFEY G. H. (1973), SCHMUCKER R. H. (1973), ROY A. LAWRENCE (1967) , CHAPMAN et AL (1958), SUMMERFIELD et AL (1954) et FOSTER et CAWLES (1949)

### ***L'Union Européenne***

- ***En Allemagne :***

Avec les travaux de : GERALD HAGEMANN, RALF STARK, MANUEL FREY, MICHAEL TERHARDT, ANDREAS GROSS, C. WEILAND, NURNBERGER-GENIN, (Laboratoire DLR Lampoldshausen).

- ***En Suède (Sweden) :***

Avec les travaux de : JAN OSTLAND et AL (Volvo Aero Corporation).

- ***Au Pays-Bas (Netherlands) :***

Avec les travaux de : RICHARDS SCHWANE, YANG XIA, HENRY WONG et AL, (EADS/Space Transportation).

- ***En Italie :***

Avec les travaux de : MARCELLO ONOFRI, FRANCESCO NASUTI, EMANUELLE MARTILLI (Université de Rome : La sapienza).

- ***En Espagne :***

Avec les travaux de : JOSE A. MORINIGO (2004), JOSE J. SALVA

- ***En France :***

Avec les travaux de :

- ONERA - Meudon : JEAN DELERY (Professeur émérite), JEANPIERRE VEUILLOT, L. JACQUIN, SEBASTIEN DECK (2002), A BOURGOING (2002), PHILIPPE REIJASSE (2005), ARNAUD GALLI (2005), SEBASTIEN GIRARD (2009), PIERRE-ÉLIE WEISS (2010), BRUNO SAINTE-ROSE (2010), (Département DAFE et DAAP).
- CNES-Evry, Université d'Evry, Université Paris VI, SNECMA-Veron, IUSTI-Marseille.
- Université Poitier : T. ALZIARY DE ROQUEFORT (Professeur émérite), PIERRE COMPTE, J.P. BONNET, STEVE GIRARD (1999), ANH THI NGUYEN (2003), T.H.HIEU (2005), H. DENIAU, GUILLAUME LEHNASCH (2005), AFAQUE SHAMS(2010), VINCENT JAUNET (2010) (Institut PPRIME, ENSMA, LEA Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, UMR CNRS/ENSMA 6609, 43 Route de l'Aérodrome, 86036 Poitiers Cedex, France).
- CORIA-Rouen : DANY VANDROMME ( 1983 Lille), YANN LEBRET (1993), GUY DOUAY (1994), ERHAN SOLAKOGLU (1994), ABDELLAH HADJADJ (1997), E. LEFRANCOIS (1998), S. CARPENTIER (1998), E.KESSY (1998), ABDERRAHMANE NEBBACHE, CYRIL PILINSKI (2002), ANNE-SOPHIE MOURONVAL (2004), SAMUEL DUBOS (2005), YOHANN PERROT (2006) , ARNAB CHAUDHURI (2009), A. CHINNAYYA, D.TAIEB (2010), D.NGOMO (2010) , OUISSEM BEN NASR (2011), BENSAYAH KHALED, (LFMN-Laboratoire de mécanique des fluides numérique, laboratoire rattaché à l'UMR CNRS 6614 CORIA Rouen ).

L'histoire de la fusée débuta des siècles bien plus tôt. En 1232 à la bataille de Kaifeng, les Chinois se servirent des "èches de feu volant" pour repousser les Mongols. Ces fusées, qui semaient la panique parmi les chevaux des adversaires, utilisaient la poudre noire inventée deux siècles avant notre ère. L'emploi de ces engins se limitait auparavant aux feux d'artifices, dès lors ils se répandirent en Europe essentiellement pour des usages militaires. Les avancées technologiques aidant, ces armes s'améliorèrent au fil des siècles.

Pour voir le jour d'un usage pacifiste des fusées et l'espoir de voyages interplanétaires, il fallut attendre la fin du XIXe siècle pour que Konstantin Tsiolkovski apporte la solution en imaginant le moteur-fusée, capable de créer sa propre force motrice aussi bien dans l'atmosphère que dans le vide spatial. En 1898, il recommande l'utilisation d'ergols liquides,

l'hydrogène et l'oxygène, pour la propulsion des fusées. Cette combinaison est actuellement celle mise en œuvre pour le fonctionnement du moteur principal de la fusée Ariane 5. Les plans de fusées font apparaître non seulement les réservoirs d'oxygène et d'hydrogène liquides, séparés par la tuyère, mais également des volets de pilotage dans le jet et une cabine symbolisée par la partie avant.

A partir de cette époque, une course à la conquête spatiale est engagée entre les différentes puissances mondiales, dont les motivations sont essentiellement stratégiques et économiques. En effet, l'utilisation des fusées est aujourd'hui principalement dédiée à la mise en orbite de satellites de communication.

Depuis plusieurs années, la résolution numérique ou analytique des problèmes aérodynamiques, tels que les écoulements des fluides dans les tuyères convergentes-divergentes, est devenu possible grâce aux travaux réalisés par plusieurs chercheurs dans le domaine.

#### **Etudes sur des tuyères de taille "classique" :**

PIERRE LAVAL [4] présente une méthode de résolution des équations d'Euler sous forme conservative d'un écoulement compressible dans une tuyère (2D et axisymétrique). La méthode proposée, de type prédicteur-correcteur explicite, utilise un terme de pseudo viscosité. Les résultats numériques sont obtenus pour une tuyère convergente-divergente ( $45^\circ - 15^\circ$ ), étudiée expérimentalement par CUFFEL et ALL et une autre tuyère avec un angle du convergent égal à  $20^\circ$  en faisant varier le rapport des rayons de courbure et du col  $R_c / R_{th}$  de 0 à 0.8. Ce dernier cas a été étudié expérimentalement, en 1970, par SOLIGNAC à l'ONERA. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montrent une bonne cohérence.

W. J. RAE a présenté un calcul numérique sur un écoulement à faible masse volumique dans une tuyère de type convergente-divergente, en prenant de compte les effets de viscosité. Il a résolu les équations dans des micro-tuyères (SLENDER-CHANNEL) avec des conditions de glissement à la paroi. Un schéma aux différences finies implicite de type CRANK-NICHOLSON est utilisé pour déterminer les profils de pression, de vitesse et d'enthalpie le long de la tuyère. Il a également étudié l'effet de la géométrie, du nombre de Reynolds et des conditions de température pariétale.



Dans une série d'articles [5-6], M. C. CLINE présente des études numériques d'un écoulement de fluide compressible dans des tuyères rectangulaires et axisymétriques. La méthode utilisée pour la progression dans le temps permet de contourner les difficultés rencontrées par les méthodes d'intégration numérique des systèmes hyperboliques et elliptiques qui sont dues à la mixité des domaines des vitesses subsonique et supersonique.

Dans [5], l'auteur a validé son travail sur des écoulements Eulériens bidimensionnels, isentropiques et rotationnels dans trois types de tuyère : la première a une forme conique de type convergent-divergent, la seconde est aussi de forme conique mais avec un convergent uniquement et la dernière de forme convergente-divergente présente un raccordement à l'entrée. La comparaison des résultats montre une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement par CUFFEL et ALL.

En 1958, RAO a développé une méthode de base pour la conception des tuyères supersoniques. Elle permet la conception de tuyères performantes dont le contour est déterminé grâce à des calculs variationnels. Une autre approche directe pour la conception du contour de la tuyère a été proposée par GUDERLEY et HANTCH en 1955. Le problème de calcul de la section de sortie et du contour pouvant fournir une poussée optimale a été proposé en spécifiant uniquement la longueur et la pression ambiante. Un calcul variationnel permettant de résoudre le problème du champ d'écoulement à la sortie, nécessaire à atteindre. La dernière étape consiste à l'application de la méthode des caractéristiques, présentée dans différents ouvrages pour déterminer le contour supersonique de la tuyère [7], [8].

Afin d'atteindre un écoulement uniforme à la sortie par conséquent des poussées maximales, la majorité des travaux utilisent des tuyères convergentes-divergentes en forme de cloche dont la section divergente est simulée par un polynôme de second degré. Cette simulation conduit à des tuyères dont les performances sont comparables à celles de RAO. Dans un premier temps, ils se sont intéressés aux calculs de l'écoulement transsonique se produisant au voisinage du col, celui-ci a été simulé grâce à plusieurs approches (Méthode de SAUER développée en 1942, Méthode de HALL développée en 1949 ou celle de KLEIGEL-LEVINE développée en 1969). Pour le calcul de l'écoulement supersonique se tenant au sein de la tuyère, ils utilisent la méthode des caractéristiques.

La méthode des caractéristiques est la plus ancienne technique utilisée pour résoudre les équations d'Euler dans la configuration d'un jet supersonique. On remarque tout

particulièrement la thèse de I.S. CHANG parue en 1945 et dédiée spécifiquement aux jets supersoniques sous-détendus.

Cette méthode profite du caractère hyperbolique des équations d'Euler dans un écoulement supersonique dans un cas stationnaire bidimensionnel. Elle est présentée et discutée dans de nombreux ouvrages [9], [10].

Dans le livre *Compressible Fluid Dynamics* de P.A. THOMPSON [10], cette méthode est appliquée à un jet sonique sous-détendu par un rapport de pression statique  $NPR = 2$ . Le résultat du calcul utilisant 8 lignes caractéristiques pour décrire l'expansion initiale et 5 lignes caractéristiques pour calculer le reste du champ. Un calcul identique est réalisé avec une routine écrite en FORTRAN 90 utilisant 20 lignes caractéristiques.

Le pôle de recherche « Aérothermodynamique des Tuyères et Arrière Corps –ATAC » (en France) – REIJASSE et AL. (2005) – et le groupement de recherche « Flow Separation Control Device– FSCD » (en Europe) – FREY et AL. (2005) – ont eu et continuent d'avoir un rôle de leader dans les activités de recherche pour les tuyères propulsives. En particulier, compte tenu de la difficulté des problématiques relatives au décollement de jet, le pôle ATAC a concentré ses activités dans ce domaine d'investigation, alors que le groupement FSCD s'est intéressé d'avantage aux concepts de tuyère innovants.

Une quantité considérable de travaux ont été réalisés depuis la deuxième moitié du vingtième siècle – SUMMERFIELD et AL. (1954), CHAPMAN et AL. (1958), ARENS & SPIEGLER (1963), HERBERT & HERD (1966), SCHMUCKER (1974) – afin de mieux comprendre l'influence des caractéristiques constitutives et opérationnelles des tuyères sur le décollement de jet. Des activités intenses se poursuivent en Europe (groupes de recherche FSCD et ATAC) et dans le reste du monde: des travaux de recherche sont en cours aux Etats-Unis, comme indiqué dans SHI (2005), PAPAMOSCHOU & Johnson (2006), SAMLLEY et AL. (2007) et RUF et AL. (2009), ainsi qu'au Japon – SATO (2005) et WATANABE (2004). De nombreuses études ont été menées en Russie – KUDRYAVTSEV (1975), BREZHNEV & CHERNOV (1981), Malik & TAGIROV (1988), DUMNOV et AL. (1995), IVANOV et AL. (2009) – et plusieurs travaux réalisés dans des centres de recherche chinois ont récemment été publiés – CHEN (1988), XIAO et AL. (2005), YANG et AL. (2007), XIAO et AL. (2009).

Néanmoins, ÖSTLUND (2002) a résumé de manière exhaustive les principaux types de décollement de jet qui peuvent se produire dans une tuyère propulsive. Il s'agit de deux

configurations de l'écoulement, à savoir le décollement de jet libre (Free Shock Separation-FSS), et le décollement restreint (Restricted Shock Separation- RSS).

Les scientifiques ne cessent de placer la barre haute dans leurs recherches d'où la naissance des tuyères innovantes et cela dans le but d'améliorer le gain de performances par principe d'auto-adaptation.

Les tuyères déployables, pour lesquelles plusieurs études numériques existent en littérature. Récemment, SATO et AL. (2007) ont mené une campagne d'essais sur une maquette à échelle réduite, afin d'évaluer les charges latérales agissant sur la partie mobile lors du déploiement en vol. Ces charges représentent une contrainte majeure pour le dimensionnement mécanique du moteur (en particulier pour le système de déploiement et pour le divergent même). L'impossibilité de vérifier au sol le dimensionnement du moteur dans des conditions représentatives du vol reste un point bloquant pour l'utilisation de ce type de concept, sans compromettre la fiabilité du lanceur [11].

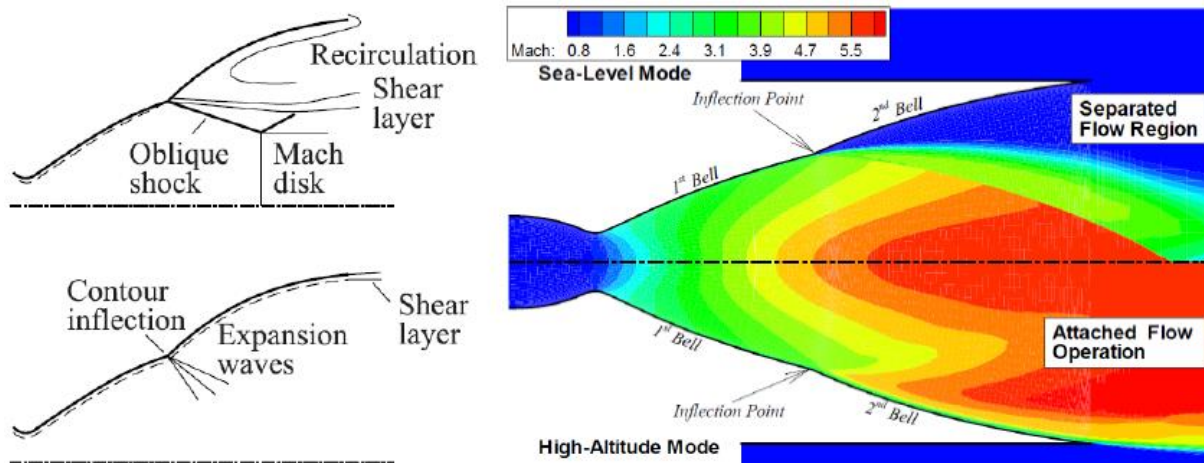
Les tuyères de type aérospike, qui ont fait l'objet de nombreuses études dans les années 1980 – 2000. L'exemple le plus connu est probablement le prototype NASA XRS-2200 testé à feu en Aout 2001 au NASA's Stennis Space Center. Néanmoins, après la suppression du projet X-33, auquel ce moteur était destiné, les travaux ont été arrêtés [11].

Tuyères de type expansion/déflexion: il s'agit de concepts qui ont pour but principal la réduction de l'encombrement global du moteur, en particulier en direction longitudinale. Plusieurs variantes de ce concept ont été proposées. La plus connue est celle où la chambre de combustion (et d'autres composants du moteur) se trouvent noyés au milieu de la tuyère – Goetz et al. (2005).

Le concept de la tuyère double galbe a d'abord été mentionné en 1949 par FOSTER et COWLES [12] comme une alternative aux tuyères classiques dans une étude du décollement du jet.

La tuyère double galbe est une technologie innovante des tuyères Rocket ; le concept repose sur la possibilité de faire fonctionner la tuyère à deux régimes différents. À basse altitude, seul le premier galbe fonctionne en conditions de *full flowing*, le deuxième étant complètement décollé. À plus haute altitude, la tuyère entière fonctionne en conditions de *full flowing*. Au moment de la transition entre les deux régimes de fonctionnement, de fortes

charges latérales peuvent être générées [11]. En effet, le débit dans ce type de buse a la capacité de s'adapter automatiquement pour les deux modes de fonctionnement sans activation mécanique.



**Figure I.2** Les modes de fonctionnement de la tuyère double galbe, (gauche)[13], (droite)[14].

Les premiers tests ont été effectués à Rocket dyne Division par HORN et FISHER [15] en 1994. Depuis début des années 1990, de nombreuses études, principalement numériques, ont été faites par : " GOEL et JENSEN "[16], " HAGEMANN et AL "[17], "IMMICH" [18] et "CAPORICCI (au sein du programme FESTIP)", ils ont tenté de comprendre et de prédire le comportement de ce nouveau concept de tuyère.

Une étude numérique de la faisabilité a été faite par " KARL et HANEMANN " [19] en 2005. Les calculs ont été faits pour vérifier la durée de transition et la stabilité de l'écoulement en mode Double Galbe.

Une étude des paramètres numériques a été exécutée par " MARTELLI et AL" en 2007. La génération de la charge latérale a été étudiée comme une fonction du gradient de pression sur la paroi, la longueur de base, les Reynolds et l'angle de l'inflexion du contour. Les études numériques se poursuivent en 2009 dans le but de voir l'effet d'un film refroidisseur appliqué sur un écoulement pleinement chaud dans les tuyères double galbe.

Le programme "CNES PERSEUS " a testé une tuyère double galbe dans la soufflerie R2Ch de l'ONERA. Les distributions de la pression sur la paroi et la poussée pour les deux régimes d'écoulement ont été caractérisées dans la gamme du rapport de la pression de sortie

(NPR) allant de 51 jusqu'à 597. Un retard de la transition du NPR entre les deux régimes d'écoulement a été observé au cours de l'évolution du NPR. La durée pour le changement entre les deux régimes d'écoulement est moins de 10ms. Un retard approximatif de 20% sur le NPR est appliqué directement à la poussée. La poussée totale de la tuyère double galbe devient plus élevée que la poussée de la tuyère ordinaire pour  $NPR > 1500$ .

Récemment, en 2014, K.Davis et AL [20] du Worcester Polytechnic Institute (États-Unis) ont proposé un processus de conception du profil de tuyère double galbe pour une application sur un lanceur cube-satellite (CubeSat) appelé Nanolaunch 1200. Cette étude vise à réduire le coût de la mise en orbite terrestre basse d'un CubeSat de 3 U. À la fin de leurs tests et simulations, ils recommandent de changer l'emplacement du point d'inflexion du contour tout en optimisant les rapports de pression du point de conception.

Afin d'évaluer l'impact des tuyères double galbe pour l'Ariane 5 ECA sur la masse de la charge utile livrée en orbite de transfert géostationnaire (GTO), D.Schneider et Al [21] ont utilisé deux techniques différentes, une approche analytique basée sur l'équation de la fusée et une simulation détaillée de la trajectoire du véhicule de lancement. Ils ont constaté une augmentation de la charge utile d'environ 450 kg. Cela signifie une augmentation d'environ 4,5%, en supposant un coût d'environ 16 000 euros par kg de charge utile dans GTO. En 2016, avec C.Génin, D.Schneider étudie l'influence de différents modèles de turbulence et de gradients de pression d'alimentation sur le comportement de transition d'écoulement d'une tuyère double galbe avec extension de gradient de pression positive [22].

En Algérie, au Laboratoire des sciences aéronautiques (LSA-IAES), en collaboration avec le Laboratoire de mécanique et énergétique de l'Université d'Evry (LMEE), une étude sur la méthode de conception et l'évaluation des performances des tuyères double galbe a été menée [24- 23]. Kbab et Al. [23] ont effectué la méthode numérique pour développer la tuyère double galbe. La méthode directe des caractéristiques a été utilisée pour dessiner le profil de la tuyère de base et le mur d'extension.

*CHAPITRE II*

***GÉNÉRALITÉS SUR LES  
TUYÈRES***

### II.1. Définition de la tuyère supersonique :

Une tuyère est un appareil où l'énergie cinétique d'un fluide est augmentée au cours d'une évolution adiabatique. Cette augmentation d'énergie cinétique entraîne une chute de pression grâce à une modification appropriée de la section d'écoulement.

Typiquement, une tuyère présente trois parties essentielles :

- Le convergent** : c'est la partie amont de la tuyère, son rétrécissement contribue à l'accélération des gaz ;
- Le col** : c'est la partie du canal qui a la plus petite section et qui permet d'avoir des conditions soniques ( $M=1$ ) et par le choix de ses dimensions, elle fixe le point de fonctionnement du moteur ;
- Le divergent** : c'est la partie aval de la tuyère. Il permet d'accélérer l'écoulement à des vitesses supersoniques selon la relation d'Hugoniot, lorsque le col est amorcé.

Cette configuration est proposée la première fois par Carl De Laval vers la fin du 19<sup>ème</sup> siècle et elle est, ainsi, souvent désignée tuyère "de Laval" ou, tout simplement, tuyère CD (Converging-Diverging nozzle).

Les tuyères servent principalement à assurer la propulsion des différents engins comme les avions, les fusées ou les missiles (ex. la tuyère CD de la fusée V2 équipant un missile balistique développé en 1938 par l'Allemagne nazie, *Figure II.1*).



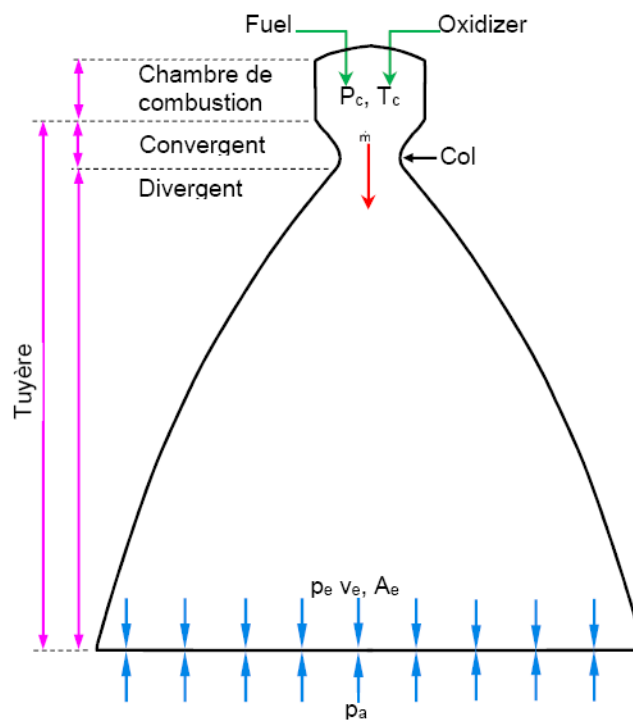
**Figure II.1** Tuyère conique de la fusée V2 [25].

**II.1.1. Les paramètres caractéristiques d'une tuyère supersonique :**

Généralement, un moteur-fusée accélère une quantité de masse sous la forme d'un gaz à haute vitesse. Le moteur éjecte la masse de gaz dans une direction de manière à obtenir une réaction dans la direction opposée (loi d'action-réaction).

Dans un moteur à ergols, un combustible et un comburant sont injectés dans une chambre de combustion où ils sont mélangés et brûlés. En règle générale, la chambre de combustion est une conduite de diamètre constant avec une longueur suffisante pour permettre la combustion complète du mélange avant que la tuyère accélère les produits de combustion, *Figure II.2*. La tuyère est définie à partir du point où le diamètre de la chambre commence à diminuer [25].

En termes simples, la tuyère utilise les conditions génératrices de température ( $T_0=T_c$ ) et de pression ( $P_0=P_c$ ) de la chambre de combustion afin de créer une poussée en accélérant les gaz de combustion à une vitesse supersonique, *Figure II.2*. La vitesse de sortie ( $V_e$ ) qui peut être obtenue est gouvernée par le rapport d'expansion de la tuyère ( $\epsilon$ ), défini comme le rapport entre l'aire de sortie et l'aire au col,  $\epsilon=A_e/A_t$ .



**Figure II.2** Définition d'une tuyère [25].



II.1.1.1. Le débit :

Une tuyère, comme tout orifice, laisse passer un débit qui est proportionnel à l'aire de passage (l'aire au col  $A_t$ ) et à la pression qui règne en amont (la pression de combustion  $P_0$ ). Le coefficient de proportionnalité s'appelle le coefficient de débit et se note  $C_D$ . Ce coefficient ayant pour dimension l'inverse d'une vitesse, on utilise généralement son inverse, appelé vitesse caractéristique  $C^*$ .

Ainsi, les formulations mathématiques sont les suivantes :

$$\dot{m} = C_D P_0 A_t = \frac{P_0 A_t \sigma(\gamma)}{\sqrt{C_p T_0}} \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$$\sigma(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1-\gamma}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{II.2})$$

$\gamma$  : Rapport de chaleurs spécifiques à pression et à volume constant

$C_p$  : Chaleurs spécifique à pression constante.

$$C^* = \frac{P_0 A_t}{\dot{m}} \quad (\text{II.3})$$

Une tuyère est dite amorcée lorsque l'aire au col est aux conditions soniques. Dans ces conditions, le débit  $\dot{m}$  atteint sa valeur maximale pour une valeur de  $P_0$  donnée.

II.1.1.2. La poussée :

La poussée délivrée par une tuyère est fonction non seulement de la vitesse d'éjection des gaz de combustion mais aussi de la différence entre les pressions de sortie et ambiante. En théorie monodimensionnelle d'un écoulement permanent non visqueux, la poussée s'écrit :

$$F = \dot{m} V_e + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{II.4})$$

Où :

$F$  : La poussée (N) ;

$A_e$  : Section de sortie tuyère (m<sup>2</sup>);

$\dot{m}$  : Débit massique (kg/s).

**II.1.1.3. Coefficient de poussée :**

Le coefficient de poussée est un paramètre sans dimension défini comme le rapport de la poussée  $F$  au produit de la pression dans la chambre de combustion ou pression totale  $P_t$  par l'aire de la section au col  $A^*$  :

$$C_F = \frac{F}{P_t A^*} \quad (\text{II.5})$$

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère. Il peut être considéré comme particulièrement caractéristique de la performance du contour de la section divergente supersonique.

**II.1.1.4. Coefficient de décharge :**

A cause principalement des effets de frottement, les performances réelles d'une tuyère sont généralement légèrement différentes de celles déterminées sur la base de l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Le coefficient de décharge noté  $C_d$  est défini comme étant le rapport du débit actuel réel à celui déterminé à partir des relations isentropiques :

$$C_d = \frac{\text{Débit actuel réel}}{\text{Débit isentropique}} \quad (\text{II.6})$$

Le débit réel  $\dot{m}_{\text{réel}}$  est alors corrigé avec ce coefficient  $C_d$  approchant l'unité selon la relation:

$$\dot{m}_{\text{réel}} = C_d \cdot \dot{m} \quad (\text{II.7})$$

**II.1.1.5. Vitesse caractéristique :**

C'est un paramètre qui n'est fonction que de la nature du mélange et de la température de combustion :

$$C^* = \frac{P_t A^*}{\dot{m}} \quad (\text{II.8})$$

Où :  $\dot{m}$  Débit masse (kg/s)

**II.1.1.6. Vitesse effective :**

La vitesse effective notée  $V_{eff}$  est la vitesse de sortie de la tuyère adaptée. Elle est définie par le rapport de la poussée au débit massique :

$$V_{eff} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (\text{II.9})$$

Avec :  $F$  : La poussée (N)

C'est un paramètre qui tient compte de la correction atmosphérique.

**II.1.1.7. Impulsion spécifique :**

L'impulsion spécifique, notée  $I_s$  est définie comme le rapport de la poussée au produit du débit massique par l'accélération de la pesanteur :

$$I_{SP} = \frac{F}{\dot{m}} = V_e + \frac{(P_e - P_a)}{\dot{m}} \quad (\text{II.10})$$

Avec :  $g$  : La gravité ( $\text{m.s}^{-2}$ )

C'est un paramètre généralement utilisé pour les performances des propegols utilisés pour la propulsion.

**II.1.1.8. Impulsion totale :**

L'impulsion totale, notée  $I$ , est définie comme l'intégrale de la poussée durant la totalité du temps de fonctionnement :

$$I = \int_0^t F \cdot dt \quad (\text{II.11})$$

C'est un coefficient caractéristique de la détente des gaz dans la section divergente de la tuyère.

Plusieurs auteurs préfèrent ajouter l'accélération gravitationnelle au dénominateur pour la rendre indépendante de système d'unité, ainsi l'unité d'impulsion spécifique change d'une vitesse (m/s) à un temps (s) [25].

L'équation II.4 ou II.10 donne l'impression que la maximisation de la pression et la vitesse de sortie, maximiserait le rendement de la tuyère pour un débit donné. Si la pression et la vitesse de sortie ont été découplées cela serait vrai. Cependant, la pression et la vitesse de sortie de la tuyère sont très couplées et inversement proportionnelles par l'intermédiaire du

degré d'expansion de la tuyère. Lorsque l'écoulement est supersonique, la vitesse de sortie augmente et la pression de sortie diminue en augmentant  $\varepsilon$  et vice versa lorsque  $\varepsilon$  diminue. On peut montrer que le rendement optimal est obtenu si la pression de sortie est égale à la pression atmosphérique,  $P_e = P_a$ , et la tuyère est dite adaptée. Ceci est illustré sur la *Figure II.3*, qui montre la manière dont l'impulsion spécifique varie en fonction de la pression ambiante (ou l'altitude de vol) pour des conditions de la chambre données égales à celles du moteur Vulcain. [26]

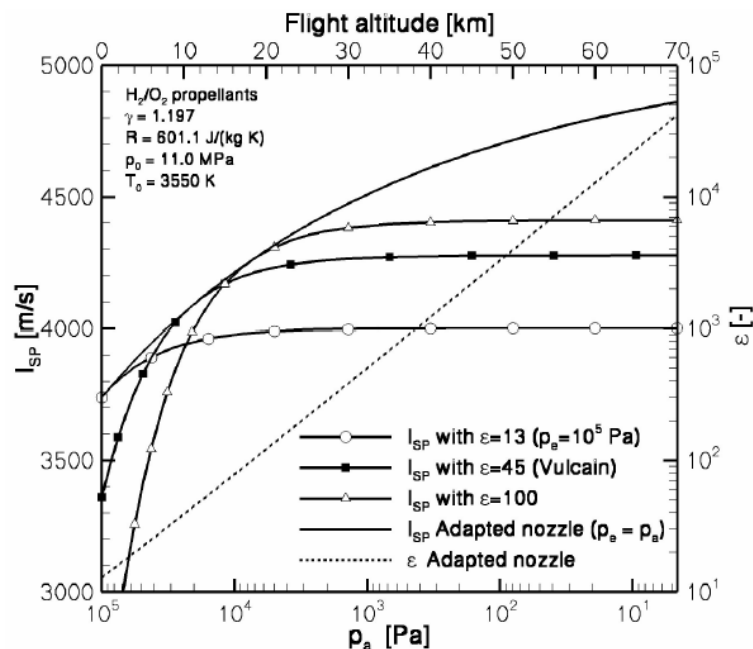


Figure II.3. Performances de tuyère en fonction de la pression ambiante [26].

## II.2. Types de tuyères :

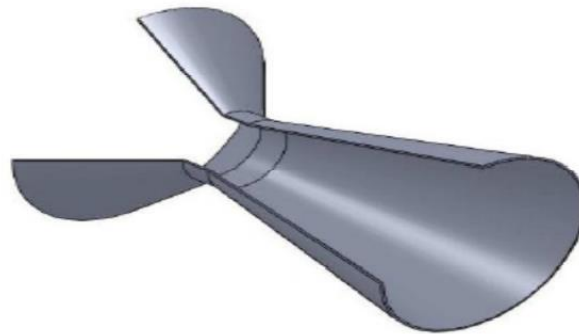
### II.2.1. Tuyères conventionnelles :

#### ➤ Tuyères Coniques :

Historiquement la tuyère conique est le contour le plus usuel pour les moteurs fusés, puisqu'elle est simple et souvent facile à fabriquer.

La vitesse de sortie d'une tuyère conique est essentiellement égale à la valeur correspondant à un rapport de détente unidimensionnel, avec l'exception que la direction de l'écoulement à la sortie n'est pas complètement axiale, d'où une perte de performances due à la divergence de l'écoulement.

Les tuyères coniques sont principalement utilisées pour les lanceurs à poudre avec un petit rapport de détente, ainsi que les petits lanceurs où des méthodes de fabrication simple sont préférées. Néanmoins, les tuyères coniques 150 sont souvent utilisées comme une référence dans la comparaison du point de vue longueurs et performances avec les autres types de tuyères. [27]



**Figure II.4** Tuyère conique

➤ **Tuyère à contour profilé :**

Dans le cas d'une telle géométrie, il est possible de donner une valeur relativement importante à l'angle du divergent situé près du col, permettant ainsi la réalisation d'une importante détente. La seconde partie du divergent à sa forme courbée qui tend à faire suivre l'écoulement en une direction axiale, limitant ainsi les pertes de poussée dues à la divergence rencontrée avec la tuyère conique. [28]



**Figure II.5** Tuyère à contour profilé.

➤ **Tuyère annulaire :**

Dans les deux types de tuyères citées précédemment, les formes de sections au col et à la sortie sont circulaires et normales à l'axe. La tuyère annulaire par ses contours diffère en

présentant des sections au col en forme d'anneau. Les gaz de combustion en aval de ce col se détendent au sein de ces anneaux et le long de la section divergente.

Les tuyères conventionnelles limitent les performances globales du moteur (pendant la montée du lanceur) à cause de leurs géométries fixes. Des pertes de performances significatives sont introduites pendant le fonctionnement de la tuyère en hors adaptation, quand l'écoulement est sur détendu, pendant le fonctionnement en basses altitudes avec une pression ambiante supérieure à la pression sortie tuyère ou sous détendu (haute altitude) avec une pression ambiante inférieure à la pression sortie tuyère. [28]

Lors du fonctionnement hors adaptation, que ça soit en sur-détente ou en sous-détente, l'écoulement de sortie induit des pertes de performances.

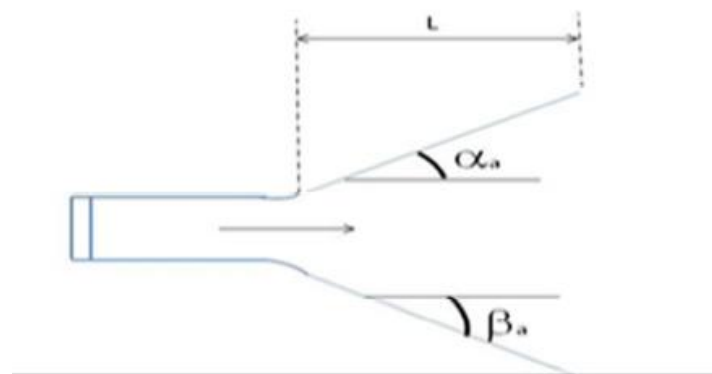


Figure II.6 Tuyère annulaire

### II.2.2. Tuyères innovantes :

#### ➤ Tuyère à section variable :

La sortie de la tuyère est à section variable et constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit « adaptée », afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volets sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture-ouverture) par des vérins repartis à la périphérie du canal de postcombustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.[29]



Figure II.7 Tuyère à section variable

➤ **Tuyère à chevrons (tuyères en dents de scie) :**

C'est une tuyère pour les turboréacteurs de type double flux d'air séparés, comportant :

- ✓ Une paroi interne à l'intérieur de laquelle circule un flux d'air primaire (*FP*) et qui comporte, à l'extrémité externe, des chevrons
- ✓ Une paroi externe entourant au moins partiellement la paroi interne et le long de laquelle s'écoule un flux d'air secondaire (*FS*), la paroi externe étant mobile le long de la paroi interne.

L'invention trouve des applications dans le domaine de l'aéronautique et, en particulier, dans le domaine de la réduction des nuisances sonores extérieures produites par les turboréacteurs d'un aéronef notamment lors de la phase de décollage.



Figure II.8 Tuyère à chevrons.

➤ **Tuyère orientable :**

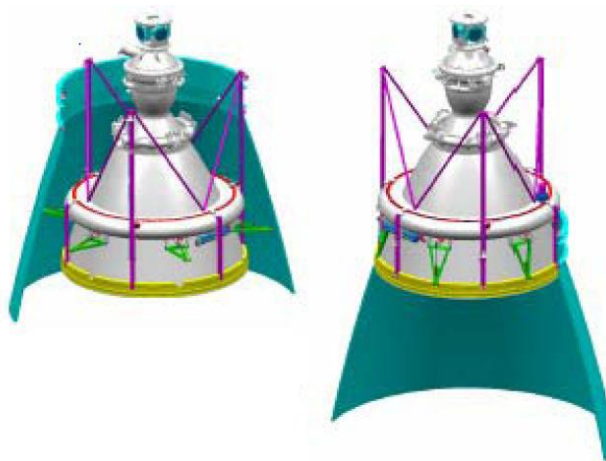
C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussé.



**Figure II.9** Tuyère orientable.

➤ **Tuyère à divergent déployable :**

Cette tuyère présente un axe longitudinal et comprend une première partie définissant un col de tuyère et un premier tronçon de divergent fixe, au moins un deuxième tronçon de divergent déployable de section supérieure à celle du premier tronçon et un mécanisme de déploiement du deuxième tronçon disposé à l'extérieur des premier et deuxième tronçons de divergent. Le déploiement de la partie déployable du divergent s'effectue de façon automatique à partir d'une commande électrique ou hydraulique, voire pneumatique.



**Figure II.10** Tuyère déployable.

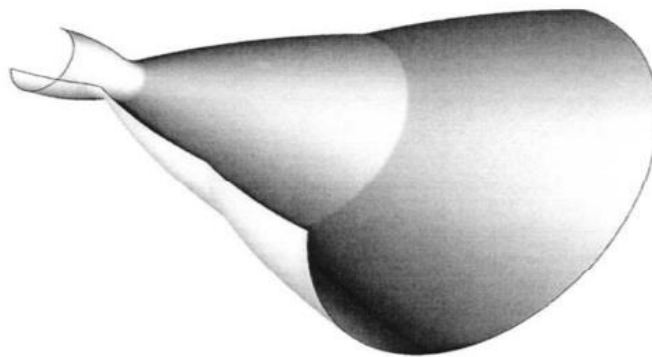


### II.2.3. Tuyère adaptée en altitude :

Des progrès plus significatifs dans les performances d'une tuyère peuvent être réalisés à travers l'adaptation de la pression de sortie tuyère à la pression ambiante pendant la montée du lanceur dans l'atmosphère. Ceci peut être réalisé avec la conception d'une tuyère qui offre une adaptation en altitude continue.

#### ➤ **Tuyère double galbe :**

Les tuyères double galbe (dual bell) permettent une adaptation en l'altitude par une simple inflexion du contour. L'écoulement est forcé à décoller de façon stable et symétrique à l'inflexion, générant ainsi une poussée optimisée à basse altitude. Au cours du vol, lorsque la pression atmosphérique chute sous une certaine valeur, l'écoulement s'attache soudainement dans toute la tuyère, permettant ainsi une détente plus importante pour une poussée plus élevée.[30]



**Figure II.11** Tuyère double galbe.

#### ➤ **Tuyère détente-déviation :**

Dans ce type de tuyères une chambre de combustion compacte se positionne au tour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi, on la qualifie de tuyère à détente-déviation «E.D» [28]

Le concept de la tuyère «E.D» est aussi l'objet de nombreuses études analytiques et expérimentales. Les résultats de ces études ont confirmé que les capacités de compensation en altitude de la tuyère «E.D» sont pauvres à cause des pertes d'aspiration et la sur-détente.

Malgré la faible compensation en altitude, la tuyère «E.D» à un potentiel pour l'application aux étages supérieurs des moteurs fusées. [31]

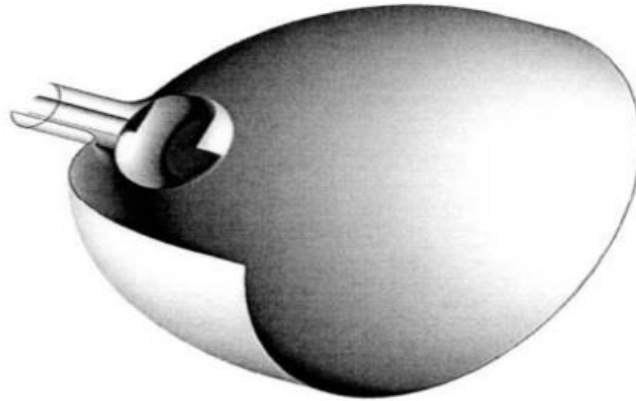


Figure II.12Tuyère détente –déviation.

### II.3. L'approche quasi-monodimensionnelle :

L'approche quasi-monodimensionnel est une approximation de l'écoulement dans un tube de courant à section variable, *Figure II.13b*. En tridimensionnel, la solution exacte doit être trouvée avec des méthodes numériques comme : les différences finies, les volumes finis et la méthode des caractéristiques, toutefois, pour une large variété de problèmes d'ingénierie, i.e. l'étude de l'écoulement dans les souffleries ou les moteurs fusées, les résultats quasi-monodimensionnels sont fréquemment suffisants. Contrairement à l'approche monodimensionnelle qui suppose une section constante, *Figure II.13a*, l'approche quasi-monodimensionnel permet de varier la section du tube de courant, *Figure II.13b*, en supposant que toutes les propriétés de l'écoulement sont uniformes à travers une section donnée. En effet, ces propriétés sont fonction seulement de la position  $x$ , et du temps  $t$  si l'écoulement est instationnaire. [32]

Chaque écoulement où  $A=A(x)$ ,  $p=p(x)$ ,  $\rho=\rho(x)$  et  $v=u=u(x)$  est définie comme un écoulement quasi-monodimensionnel.

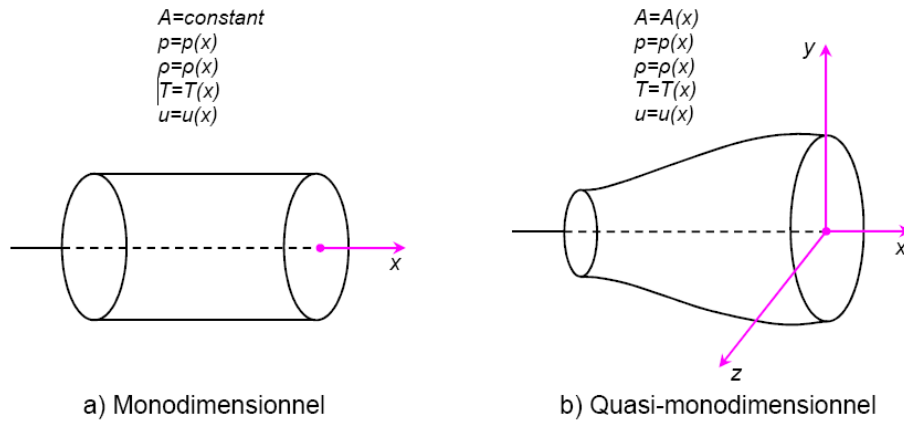


Figure II.13 La différence entre l’approche quasi-1D et 1D.

**II.3.1. Rappel sur la dynamique des gazs :**

Pour calculer analytiquement les différents paramètres de l’écoulement dans n’importe quelle section du canal on fait appel aux relations de la dynamique des gaz avec l’approche quasi-monodimensionnelle.

**II.3.1.1. Le rapport de température :**

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \tag{II.12}$$

Avec :

$T_0$ : Température d’arrêt

$T$ : Température statique

$M$  : nombre de mach

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$C_P$ : Capacité calorifique a pression constante

$C_V$  : Capacité calorifique a volume constant

**II.3.1.2. Le rapport de pression :**

$$\frac{P_0}{P} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{II.13}$$

Avec :

$P_0$ : Pression totale.

$P$  : pression statique.

### II.3.1.3. Le rapport de masse volumique :

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.14})$$

Avec :

$\rho_0$ : Masse volumique de référence

$\rho$ : Masse volumique

Notes :

- ✓ Les grandeurs totales ( $\rho_0, P_0, T_0$ ) représentent les paramètres de l'écoulement quand il est ramené à l'arrêt d'une manière isentropique.
- ✓ On note les paramètres à la vitesse du son par un Astéris  $M^*=1, U^*=a^*, A_t=A^*$  et les relations ci-dessus deviennent alors:

#### ❖ *Le rapport de température :*

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \quad (\text{II.15})$$

Où :

$T^*$ : La température statique à la vitesse du son

#### ❖ *Le rapport de pression :*

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{II.16})$$

Où :

$P^*$ : La pression statique à la vitesse du son

#### ❖ *Le rapport de masse volumique :*

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.17})$$

Où :

$\rho^*$ : La masse volumique à la vitesse du son

### II.3.2. Les relations de rapport de section :

#### II.3.2.1. Relation vitesse section (relation d'Hugoniot)

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dU}{U} \quad (\text{II.18})$$

Cette équation nous montre des résultats très importants :

- Si,  $0 \leq M \leq 0.3$  ça correspond à un écoulement incompressible.
- Si  $0 \leq M < 0.3$  (écoulement subsonique) : une augmentation de la vitesse ( $dU > 0$ ) est associée à une diminution de la section ( $dA < 0$ ) et vice-versa (voir *Figure II.14.a*)
- Si  $M > 1$  (écoulement supersonique): une augmentation de la vitesse s'accompagne d'une augmentation de section et vice-versa (*Figure II.14. b*).
- Si  $M=1$  (écoulement sonique) : l'équation (II.13) donne  $\frac{dA}{A} = 0$ , qui mathématiquement correspond à la section minimale ou maximale. La section minimale est la seule qui a une signification physique.

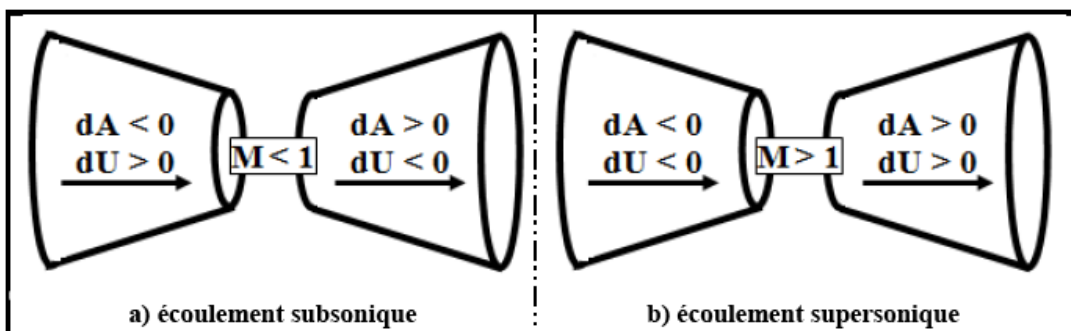


Figure II.14 Relations vitesse-section.

Les résultats ci-dessus montrent clairement que pour qu'un gaz se détend d'une manière isentropique à partir d'une vitesse subsonique à une vitesse supersonique, il doit s'écouler à travers un canal convergent-divergent comme le montre la *Figure II.15*. En outre,

la section minimale qui sépare les sections convergentes et divergentes doit avoir un écoulement sonique, cette section est appelée col.

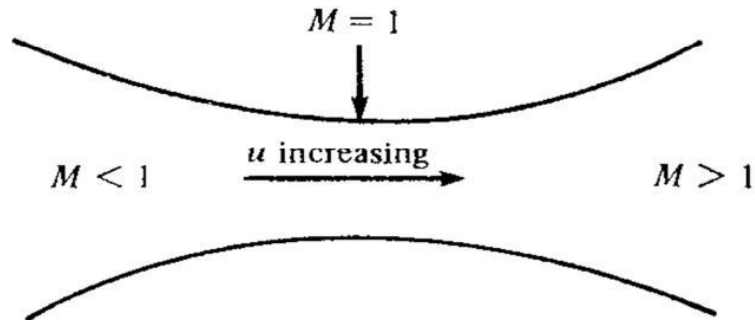


Figure II.15 Canal convergent divergent.

### II.3.2.2. Rapport de section :

La relation II.14 est appelée relation section-nombre de Mach, elle présente un résultat remarquable. En effet, elle montre que  $M = f(A/A^*)$ , c'est-à-dire que le nombre de Mach dans n'importe quelle position de la tuyère est fonction du rapport de la section locale sur celle du col.

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.19})$$

Tel que :

$A$  : Section du canal

$A^*$  : Section du canal où  $M=1$

### II.3.3. Fonctionnement théorique des tuyères supersoniques :

L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique. Considérons le système représenté par la *Figure II.16*, constitué d'une tuyère De-Laval. La tuyère est en communication avec un réservoir contenant un gaz à une pression génératrice  $P_c$  supposée fixe. Le divergent débouche dans une enceinte quasi infinie dont la pression statique  $P_a$  est variable.

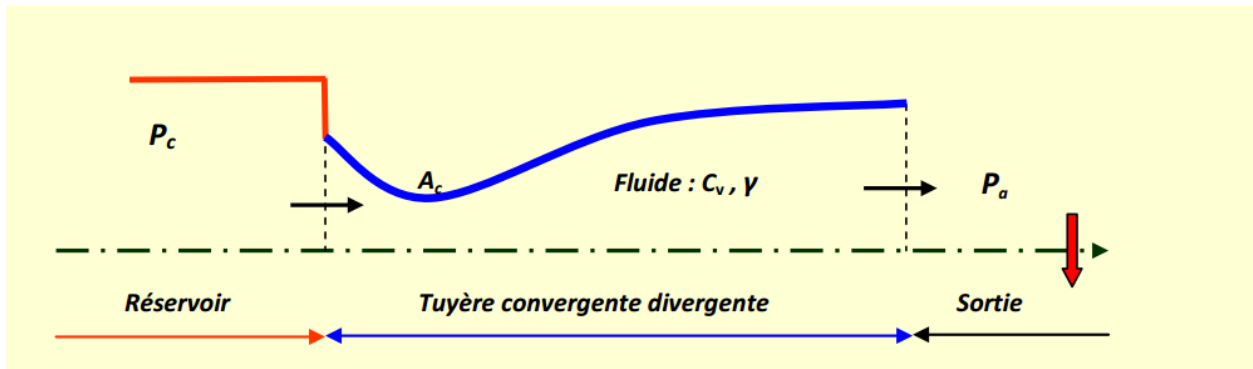


Figure II.16 Schéma de la tuyère supersonique.

Si la pression du milieu extérieur est égale à la pression de la chambre, le fluide est entièrement au repos (Figure. II.17, courbe (a)). Si la pression du milieu ambiant  $P_a$  diminue progressivement au-dessous de la pression  $P_c$  supposée constante, un débit d'écoulement prend naissance et cinq régimes particuliers d'écoulements sont distingués.[33][34][35]

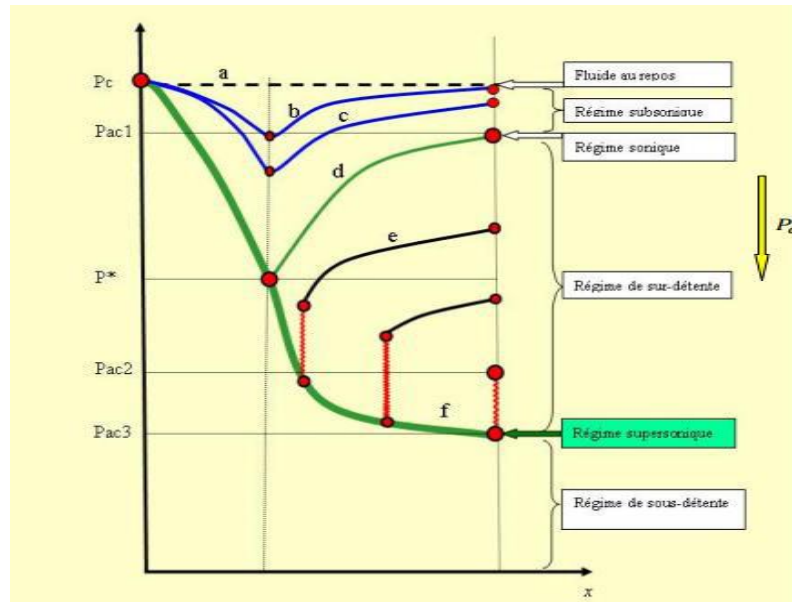
### II.3.3.1. Ecoulement subsonique :

Au début de l'écoulement le débit augmente avec la diminution de la pression ambiante. L'écoulement est subsonique dans toute la tuyère (Figure. II.17, courbes (b) et (c)). Dans le convergent la vitesse augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur minimale atteinte au col. Dans le divergent la vitesse diminue et la pression augmente jusqu'à la pression du milieu extérieur. La pression est donc minimale dans la section du col où la vitesse passe par une valeur maximale.

### II.3.3.2. Ecoulement sonique adapté :

Si  $P_a$  continue à diminuer jusqu'à une valeur caractéristique notée  $P_{ac1}$ , l'écoulement au col devient sonique et le débit atteint une valeur limite maximale (Figure II.17, courbe(d)).

L'écoulement est dit sonique adapté. Partout encore, sauf au col, l'écoulement est subsonique. Au col de la tuyère, la pression atteint la valeur critique  $P^*$  et la vitesse atteint la vitesse du son. Le col est amorcé.



**Figure II.17** Les régimes d'écoulement dans une tuyère supersonique. Evolution de la pression le long de la tuyère.

### II.3.3.3. Ecoulement sonique non adapté :

Si  $P_a$  diminue au-dessous de  $P_{ac1}$ , le col reste toujours sonique. Dans le divergent apparaît un phénomène irréversible appelé onde de choc, l'écoulement est dit sonique non adapté ou régime de sur-détente. L'évolution de l'écoulement du gaz est représentée par la courbe (e) de la *Figure II.17*.

Dans le convergent l'écoulement ne subit aucune modification mais dans le divergent une onde de choc stationnaire et normale à l'axe de la tuyère divise l'écoulement en deux parties (*Figure. II.18*). Dans la première partie du divergent l'écoulement est supersonique, la vitesse continue à augmenter et la pression diminue. A travers l'onde de choc, la pression augmente brusquement, et la vitesse diminue brusquement. L'onde de choc se place de telle façon à ce que la re-compression qui s'effectue ramène la pression de la sortie à la pression ambiante  $P_a$ . Dans la deuxième partie du divergent (après l'onde de choc) la pression remonte et la vitesse diminue progressivement, l'écoulement est à nouveau subsonique.



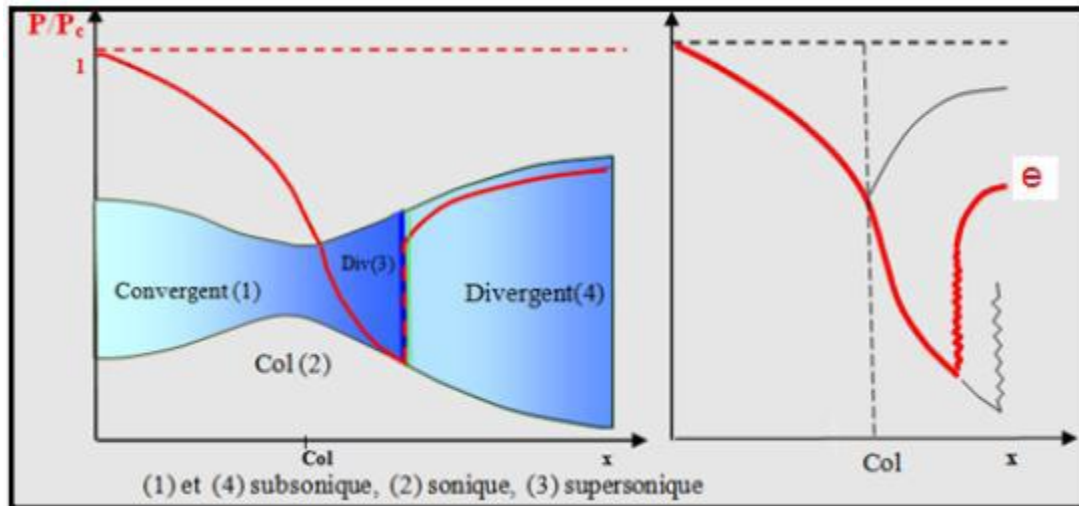


Figure II.18 Régime de sur-détente en 1D.

L'onde de choc se déplace vers la sortie lorsque  $P_a$  diminue. Soit  $P_{ac2}$  la pression ambiante pour laquelle l'onde de choc se place à la sortie de la tuyère. En diminuant encore la pression  $P_a$  au-dessous de  $P_{ac2}$ , l'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la diminution de  $P_a$  ne modifie plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère. L'adaptation de la pression entre celle de sortie de la tuyère et la pression du milieu ambiant doit se faire à l'extérieure du divergent par l'intermédiaire d'ondes de choc obliques.

#### II.3.3.4. Ecoulement supersonique adapté :

Si  $P_a$  continue à diminuer il arrive un moment où l'écoulement sera entièrement supersonique dans toute la tuyère. Le phénomène d'onde de choc disparaît et il n'y est plus de re-compression externe, alors la tuyère est parfaitement adaptée. L'évolution du gaz est représentée par la courbe (f) de la *Figure II.17*. Notons par  $P_{ac3}$  la pression ambiante pour laquelle ce phénomène se produit.  $P_{ac3}$  est appelé *pression d'adaptation*.

#### II.3.3.5. Ecoulement supersonique non adapté :

Lorsque la pression  $P_a$  devient inférieure à  $P_{ac3}$  l'écoulement est dit supersonique non adapté. L'écoulement dans la tuyère de Laval ne subit aucune modification, l'adaptation entre la tuyère et la pression ambiante doit se faire à l'extérieure de la tuyère par l'intermédiaire d'une série d'ondes de détente obliques.

**Remarques et résultats :**

- ✓ L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non-visqueux permet de décrire les différents régimes de fonctionnement d'une tuyère supersonique.
- ✓ Une tuyère supersonique ne fonctionne donc correctement que pour la seule valeur du rapport de pression  $P_{ac3}/P_c$ , où  $P_{ac3}$  est appelée *pression d'adaptation*.
- ✓ La limitation de l'intervalle de chaque régime d'écoulement nécessite la détermination des valeurs caractéristiques de la pression du milieu ambiant pour une pression chambre  $P_c$  fixe. Ces valeurs sont  $P_{ac1}, P_{ac2}, P_{ac3}$ .
- ✓ L'approche monodimensionnelle permet l'étude de l'effet de variation de section, de l'onde de choc normale, des ondes de choc obliques et des ondes de détentes.
- ✓ L'approche monodimensionnelle permet d'obtenir une première estimation des paramètres de fonctionnement des tuyères supersoniques.

**II.3.4. Fonctionnement réel des tuyères supersoniques :**

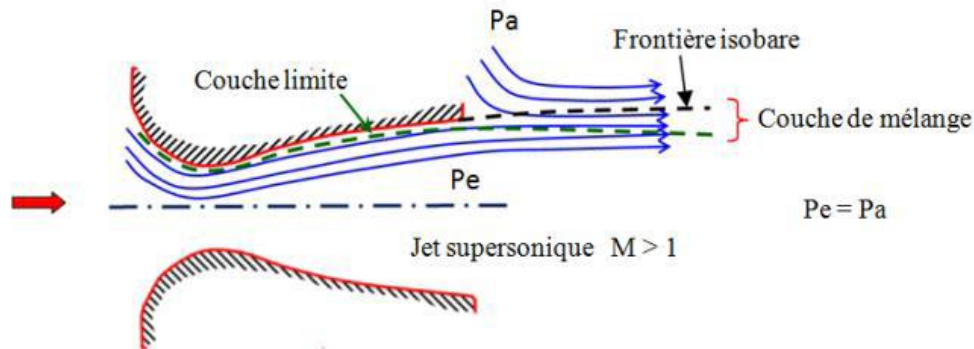
L'approche monodimensionnelle des écoulements des gaz calorifiquement parfait et non visqueux suppose l'absence totale des effets visqueux. Dans les écoulements réels, la tuyère comporte une couche limite qui est très sensible aux variations de pression, ce qui rend les phénomènes physiques dans la tuyère plus complexes. Lorsque le col de la tuyère est sonique, l'écoulement dans la tuyère dépend uniquement de la pression à la sortie de la tuyère notée  $P_e$  et de la pression du milieu ambiant  $P_a$ . En fonction de la différence entre ces deux pressions, trois cas sont rencontrés :

- Si  $P_e = P_a$ , la tuyère est dite adaptée.
- Si  $P_e > P_a$ , la tuyère est dite sous-détendue.
- Si  $P_e < P_a$ , la tuyère est dite sur-détendue.

**II.3.4.1. Le régime d'adaptation :**

Dans le cas du régime adapté, la détente du gaz est complètement accomplie dans la tuyère. Le gaz se détend depuis la chambre jusqu'à la sortie de la tuyère. En sortant de la tuyère aucune adaptation de pression n'est nécessaire vu que la pression du milieu ambiant  $P_a$  est égale à la pression de sortie  $P_e$ . L'écoulement du gaz sort de la tuyère sous forme d'un jet supersonique quasi-uniforme. Une frontière isobare sépare le jet supersonique du fluide

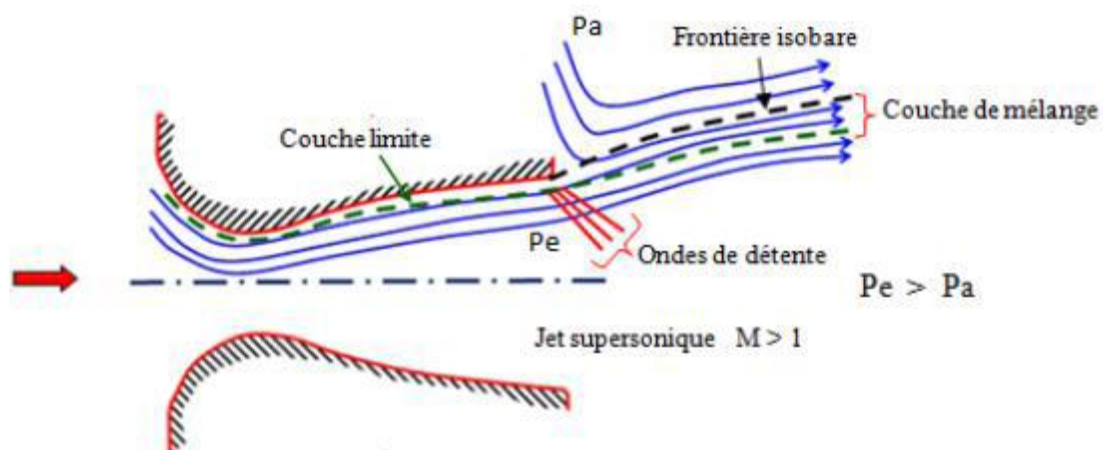
ambient. En sortant de la tuyère, la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage. Cette interaction forme une couche de mélange (*Figure II.19*).



**Figure II.19** Organisation de l'écoulement à l'adaptation.

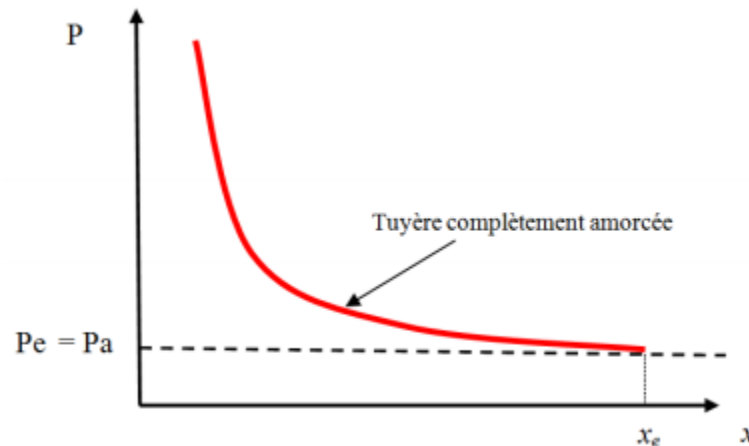
#### II.3.4.2. Le régime de sous-détente :

Ce régime supersonique hors adaptation est appelé régime de sous-détente. Il se concrétise lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est inférieure à la pression d'adaptation. La détente est incomplète dans la tuyère. En sortant de la tuyère, le gaz continue sa détente de la pression de sortie  $P_e$  à la pression inférieure ambiante  $P_a$ . La suite de la détente du gaz est réalisée à la sortie de la tuyère par un faisceau d'ondes de détente. Vu que la pression de sortie est supérieure à la pression ambiante, un élargissement du jet supersonique est observé à la sortie de la tuyère. La frontière isobare qui sépare le jet supersonique du fluide du milieu ambiant prend une forme divergente (*Figure. II.20*).



**Figure II.20** Organisation de l'écoulement en régime de sous-détente.

La *Figure II.21* représente le profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente. L'écoulement suit une distribution de pression strictement décroissante depuis la pression chambre jusqu'à la pression de sortie.



**Figure II.21** Profil de pression pariétale le long de la tuyère à l'adaptation et en sous-détente.

#### II.3.4.3. Le régime de sur-détente :

Le deuxième régime supersonique hors adaptation est le régime désigné par le régime de sur détente. Ce régime se produit lorsque la pression du milieu ambiant  $P_a$  est supérieure à la pression d'adaptation de la tuyère. La détente des gaz dans la tuyère s'effectue jusqu'à une pression statique  $P_1$  qui est inférieure à la pression ambiante  $P_a$ . La couche limite du jet dans cette situation subit une contre-pression et un choc d'intensité  $P_2/P_1$  se forme dans l'écoulement. La pression  $P_2$  est la pression après le choc, elle est presque égale à la pression ambiante. Suivant l'intensité du choc, deux cas sont rencontrés : le régime de sur-détente avec décollement naissant et le régime de sur-détente avec décollement étendu.

#### ❖ *Sur-détente avec décollement naissant :*

Pour des gradients de pression adverse modérés, la couche limite subsonique détecte ou ressent la contre pression en un point  $O$  appelé origine de l'interaction juste un peu en avant de la sortie de la tuyère. La couche limite décolle de la tuyère à la lèvre et un choc oblique se forme à la sortie de la tuyère. Dans ce régime il n'y a pas de point de décollement. Ce régime de sur-détente est qualifié de sur-détente avec décollement naissant (*Figure II.22*).

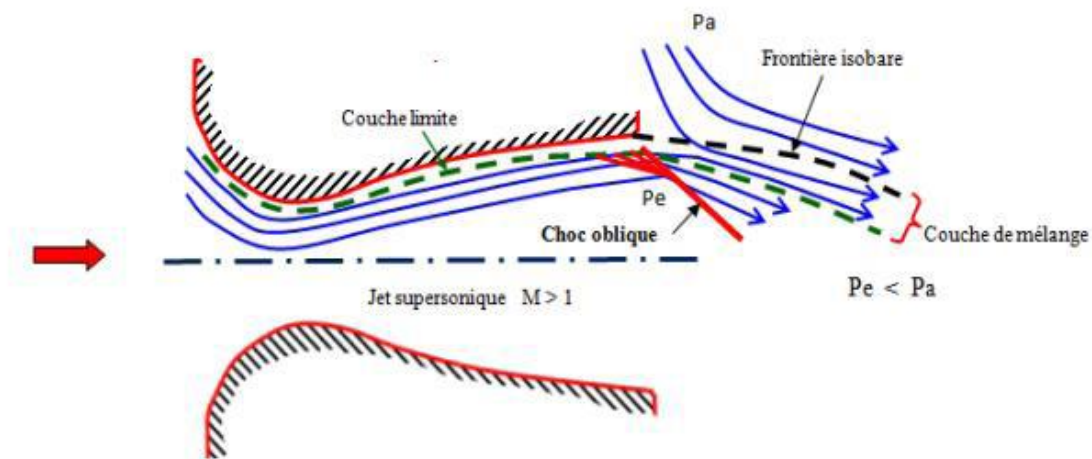


Figure II.22 Tuyère en sur-détente avec décollement naissant de la couche limite.

❖ *Sur-détente avec décollement étendu :*

La couche limite n'est pas en mesure de supporter n'importe quelle valeur de contrepression. Au-delà d'une certaine valeur critique, la couche limite décolle à l'intérieur de la tuyère. Ce décollement entraîne une profonde modification de l'écoulement, comme le montre le montage réalisé dans la Figure II.23, [36], [37].

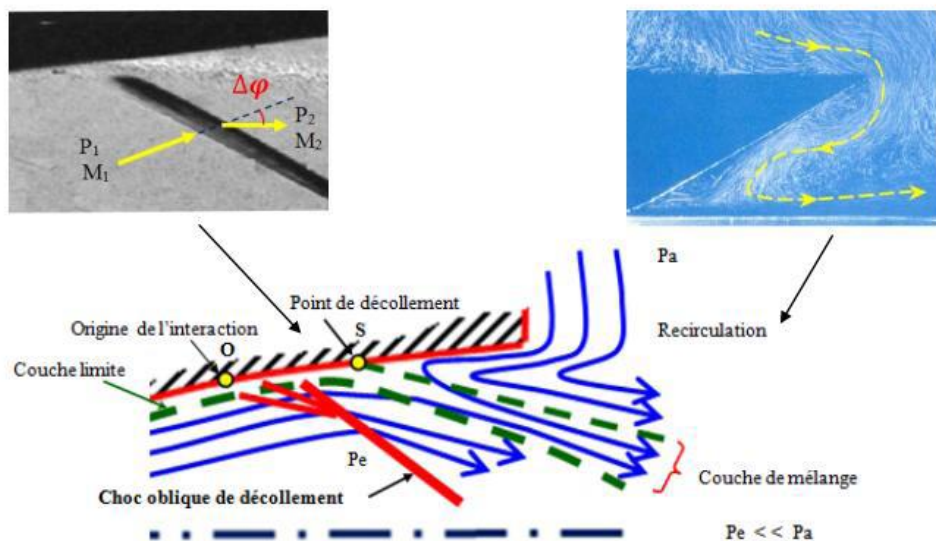


Figure II.23 Tuyère en sur-détente avec décollement étendu de la couche limite.

Le décollement ainsi créé va se produire dans un point S situé à l'intérieur de la tuyère. Au niveau de ce point de décollement, il se produit une compression rapide de l'écoulement interne de la tuyère depuis la pression  $P_1$  (pression non perturbée immédiatement avant le décollement) jusqu'à la pression  $P_2$  (pression en aval du point de décollement). Cette rapide

contre pression provoque la formation d'un choc oblique à travers duquel l'écoulement est ralenti et dévié d'un angle  $\Delta$  et son nombre de Mach passe de  $M_1$  à  $M_2$ . De S part une couche de mélange, zone visqueuse assurant une transition continue des propriétés de l'écoulement décollé entre le jet à grande vitesse situé près de l'axe de symétrie et la région proche de la paroi, où le fluide est presque stagnant. Le fluide du milieu externe est aspiré à l'intérieur de la tuyère sous l'effet d'entraînement puis évacué dans la couche de mélange.

Ce régime est très dangereux pour la tuyère. La topologie de l'écoulement dans ce régime est fortement influencée par le profil de la tuyère ainsi que le rapport de pression  $P_c/P_a$ .

#### **II.4. La conception des profils des tuyères supersoniques :**

Pour la conception des tuyères ce qu'il a lieux de savoir :

- On a toujours recours à l'approche numérique qui nous permet la résolution de différents problèmes. Le principe d'une approche numérique est essentiellement basé sur la transformation des équations différentielles qui ne représente qu'une application des lois mathématique décrivant un comportement physique. Pour une équation différentielle donnée ; différentes méthodes de discrétisations sont possible et les trois approches les plus utilisées sont : différence finie, éléments fini et volumes finie.
- Méthode des caractéristiques : permet la résolution d'un système d'équations différentielles aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles aux dérivées totales ordinaires plus facile à résoudre. Elle fait aussi intervenir la théorie des ondes de Prandtl-Meyer, autant pour une compression que pour une détente.
- La théorie des écoulements de Prandtl-Meyer en supersonique est utile dans les cas où il y'a une détente dans l'écoulement, ou bien une compression isentropique. Une détente est considérée comme isentropique en soi. Par contre, la compression s'effectue par onde de choc, phénomène entropique. Il existe pourtant une façon d'obtenir une compression pratiquement isentropique. Selon la théorie des chocs, plus la déviation de l'écoulement est faible, moins le choc oblique entraînera de pertes. À la limite, une succession de faibles déviations générerait une série d'ondes de chocs obliques dont les pertes seraient pratiquement nulles. Les angles de ces chocs ainsi que les propriétés des écoulements se calculeront alors avec la théorie de Prandtl-Meyer.

- La théorie de Prandtl-Meyer sert plus souvent au calcul des ondes de détente. Contrairement à un choc oblique qui est une discontinuité, la détente est étalée sur une région en forme d'éventail délimité par les lignes de Mach  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dont les propriétés dépendent respectivement du nombre de Mach avant et après la détente.
- Méthode de RAO : c'est une méthode de conception de tuyères supersoniques qui a été très populaire (développée par RAO en 1958) [7]. Elle permet la conception de tuyères performantes dont le contour est déterminé grâce à des calculs variationnels. Aucune contrainte n'est imposée sur la forme de la configuration sauf qu'elle doit être une ligne de courant.
- Le tronçage : le profil de la tuyère tronquée est obtenu en "coupant" la tuyère adaptée à un rapport de section inférieur au rapport initial. Ceci est réalisé grâce au choix d'une valeur pour le rapport de section qu'on notera  $R'_{SS} = \frac{S'_S}{S_S}$  tel que  $R'_S < R_S$ . Une autre approche valable consisterait à choisir la longueur adéquate pour la section divergente et déterminer ensuite le rapport de section.
- Deux types de tuyères sont largement utilisés, les tuyères à profil conique et les tuyères à profil optimisé.

#### II.4.1. Les Tuyères Coniques :

Supposant un écoulement conique à la sortie, le rendement géométrique devient :

$$\eta_{géo} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (\text{II.20})$$

Où

$\alpha$ : Demi-angle du cône (Figure II.24)

La longueur de la tuyère conique peut être exprimé par :

$$L_{\alpha, \text{cone}} = \frac{r_t(\sqrt{\varepsilon} - 1) + r_{td}(\sec(\alpha) - 1)}{\tan \alpha} \quad (\text{II.21})$$

Avec :

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$r_t$  : Rayon du col ;

$r_{td}$  : Rayon de courbure du col ;

$\varepsilon$  : Rapport de détente.

Typiquement le demi-angle du cône  $\alpha$  se situe entre  $[12^\circ - 18^\circ]$ . Usuellement on prend  $15^\circ$  pour limiter les pertes engendrées par une grande divergence.



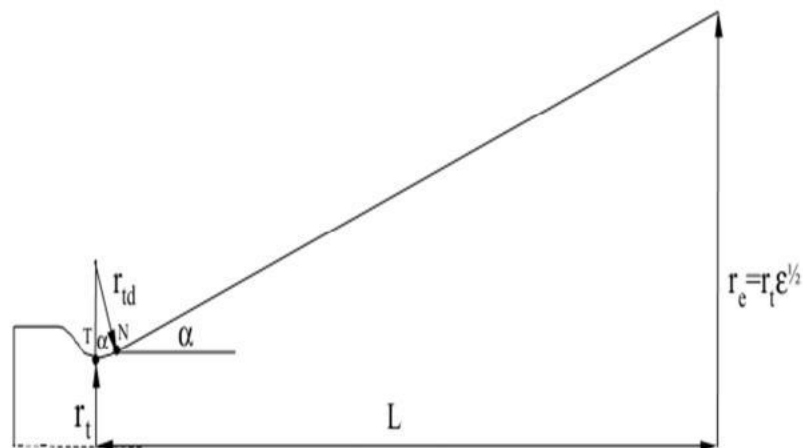


Figure II.24Tuyère conique.

#### II.4.2. Les tuyères optimisées :

La conception de grandes tuyères se confronte à la contrainte de poids et à la longueur du divergent, ce qui pousse à l'utilisation des profils optimisés. Deux grandes familles de tuyères à profil optimisé sont utilisées actuellement : les tuyères idéales tronquées et les tuyères à profil parabolique.

##### II.4.2.1. Les tuyères à contour idéal tronqué TIC :

Le profil d'une tuyère à contour idéal tronqué est obtenu à partir de celui d'une tuyère idéale de référence qui a été calculé pour engendrer dans le plan de sortie un écoulement parallèle à l'axe. Pour des raisons d'optimisation, le divergent de la tuyère est tronqué dans la dernière partie au prix de perte de poussée relativement limitée. Ce type de tuyères est désigné alors de tuyères idéales tronquées ou tuyères TIC (Truncated Ideal Contoured nozzle). Les tuyères idéales tronquées équipent certains moteurs de lanceurs comme le moteur européen Viking du lanceur Ariane 4, le moteur japonais LE-7 du lanceur H-2 et le moteur russe RD-120 du lanceur Zenith.

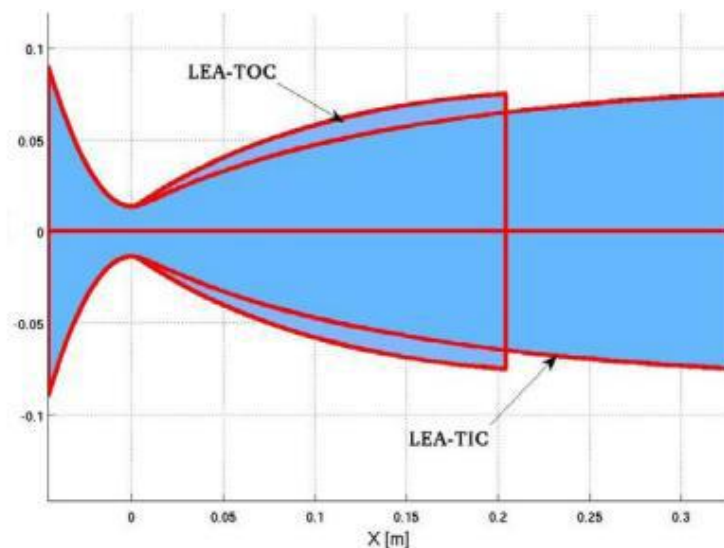
##### II.4.2.2. Les tuyères à profil parabolique TOC :

Une méthode permettant d'optimiser la performance d'une tuyère pour une longueur donnée est proposée par Rao [7]. Ce type de tuyère est dit tuyère **TOC** de l'acronyme de la dénomination anglaise Thrust-Optimized Contour nozzle. La longueur typique d'une tuyère Rao est de 75% à 85 % de la longueur d'une tuyère conique de 15 degrés ayant le même rapport de section. Rao a aussi montré que le profil de la tuyère obtenu par cette méthode



pouvait être approché par une parabole, sans perte significative de performance [32]. Ce type de profil est utilisé pour les tuyères des moteurs fusées modernes tels que le moteur Vulcain d'Ariane 5 ou le moteur SSME de la navette spatiale américaine.

La Figure II.25 présente les profils de deux tuyères *TIC* et *TOC* du laboratoire LEA de Poitiers en France [38],[39]. Les deux tuyères ont le même rapport de section  $S_{\text{sortie}} / S_{\text{col}}$  et ont les mêmes performances pour un écoulement parfait. Mais, la tuyère *TOC* est plus optimisée que la tuyère *TIC*. Donc une longueur plus faible, ce qui implique un poids plus faible. Ce gain d'optimisation est pénalisé par un écoulement réel plus perturbé dans la tuyère *TOC* que la tuyère *TIC*.



**Figure II.25** Profils des tuyères TIC et TOC.

### **II.5. Conclusion :**

Dans ce chapitre on a exposé les différents types de tuyères en partant des tuyères conventionnelles jusqu'aux Tuyère adaptée en altitude.

Ensuite on a exposé la théorie quasi monodimensionnelle qui est très utile pour les écoulement deux dimension où les résultats donnés par cette théorie sont fréquemment suffisants pour une large variétés des problèmes d'ingénierie ,comme l'étude de l'écoulement dans une soufflerie ou les moteurs fusée.

Enfin, on a exposé quelques méthodes de conception des profils tuyères, qui permettent de mieux optimisé les performances des tuyères.

*CHAPITRE III*

**GÉNÉRALITÉS SUR LES  
CALCULS NUMÉRIQUES**

**III.1. Introduction :**

La simulation numérique de la dynamique des fluides plus souvent désignée par l'appellation anglaise *Computational Fluid Dynamics "CFD"*, consiste à étudier les mouvements d'un fluide, ou leurs effets, par la résolution numérique des équations régissant le fluide en fonction des hypothèses choisies. Ces hypothèses sont en général le résultat d'un compromis en termes de besoins de représentation physique par rapport aux ressources de calcul ou de modélisation disponible. Les équations résolues peuvent être les équations d'Euler, les équations de Navier-Stokes,...etc.

La CFD a grandi d'une curiosité mathématique pour devenir un outil essentiel dans pratiquement toutes les branches de la dynamique des fluides, de la propulsion aérospatiale aux prédictions météorologiques en passant par le dessin des coques de bateaux. Dans le domaine de la recherche, cette approche est l'objet d'un effort important, car elle permet l'accès à toutes les informations instantanées (vitesse, pression, masse volumique,...) pour chaque point du domaine de calcul, pour un coût global généralement moins élevé par rapport aux expériences correspondantes.

Les écoulements de fluides, que ce soient des écoulements internes ou écoulements externes, en régime laminaire ou turbulent sont décrits par un système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement.

**III.2. Les équations de la mécanique des fluides :**

Les écoulements de fluides dans les tuyères convergente-divergentes sont gouvernées par **des équations de Navier-Stokes instantanées**. Ces équations expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale pour un fluide réel dans un volume de contrôle pris arbitrairement du domaine de l'écoulement.

❖ *Équation de conservation de la masse :*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Où  $\rho$  : est la masse volumique du fluide ;

$u_j$ : la composante "j" du vecteur vitesse.

❖ *Equation de conservation de quantité de mouvement :*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(-p \delta_{ij} + \tau_{ij}) \quad (\text{III.2})$$

Où  $P$  : est la pression statique ;

$\delta_{ij}$  : le tenseur de Kronecker ;

$\tau_{ij}$  : le tenseur des contraintes visqueuses.

❖ *Equation de conservation de l'énergie :*

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j}[\mathbf{u}_j(\rho E + p)] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mathbf{u}_i \tau_{ij}) \quad (\text{III.3})$$

Où  $q_j$  est le flux de chaleur dans la direction  $j$ ,  $E$  est l'énergie totale par unité de masse, qui s'exprime par la relation suivante:

$$E = e + \frac{1}{2} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k \quad (\text{III.4})$$

Il faut ajouter aussi l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P = \rho \cdot r \cdot T \quad ; \quad C_p - C_v = r \quad ; \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (\text{III.5})$$

$\gamma$  étant la constante du gaz parfait.

❖ *Tenseur des contraintes :*

Pour un fluide supposé newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \delta_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (\text{III.6})$$

Dans laquelle  $\mu$  et  $\lambda$  sont reliés par l'hypothèse de Stokes :  $3\lambda + 2\mu = 0$

Le flux de chaleur par unité de surface  $q_j$  en fonction de la température s'écrit comme suit :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (\text{III.7})$$

$k$  : est la conductivité thermique qui s'exprime en fonction de la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl  $Pr$  :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \gamma \frac{\mu C_v}{k} \quad (III.8)$$

En supposant que le fluide est calorifiquement parfait (l'énergie interne  $e = C_v \cdot T$  et l'enthalpie  $h = C_p \cdot T$ , le flux de chaleur peut s'écrire :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (III.9)$$

En ce qui concerne la viscosité dynamique, celle-ci est donnée, pour la gamme de température étudiée, par la loi de Sutherland (utilisée par FLUENT) suivante :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0} \left( \frac{1+T/T_0}{1+S/T} \right)} \quad (III.10)$$

Où :

$\mu_0 = 1.78938 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  est la viscosité du fluide à la température de référence  $T_0 = 288 \text{ K}$

$S$  : est une constante fixée pour l'air à  $110 \text{ K}$ .

### III.3. Equations du mouvement moyen :

#### III.3.1. Nécessiter de moyennner :

Le caractère turbulent de l'écoulement est représenté par le comportement fluctuant et désordonné des grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Ces fluctuations apparaissent lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement est grand. Les échelles de temps et d'espace de tels écoulements sont petites, et la résolution directe à partir des équations de Navier stokes est difficile compte tenu de l'importance des maillages à mettre en œuvre.

Si les équations de Navier-Stokes décrivent toujours le mouvement du fluide, leur résolution directe nécessite un temps de calcul et une place mémoire importantes. Par exemple, dans le cas d'un écoulement confiné en conduite et un nombre de Reynolds de  $10^4$ , le nombre de points nécessaire est de  $10^9$ . Il devient nécessaire de limiter le nombre d'informations à traiter, par exemple en ne calculant que le champ moyen. Les variables d'état sont alors considérées comme des fonctions aléatoires du temps et de l'espace, et

décomposées en une partie moyenne calculée et une partie fluctuante modélisée. Cette approche est appelée décomposition de Reynolds.

En reportant cette décomposition dans les équations de bilan précédentes, on obtient les équations représentatives du comportement d'un fluide en écoulement turbulent. La non-linéarité des équations de Navier-Stokes entraîne alors l'apparition de nouveaux termes, appelés corrélations, qu'il faut modéliser [40].

### III.3.2. Les équations de Reynolds :

Nous allons voir maintenant de quelle manière est pris en compte le principe de moyenne précédemment décrit, dans les équations de Navier-Stokes. Nous expliquons succinctement comment nous obtenons les nouvelles équations à partir des équations instantanées, ce qui mettra en évidence le problème de la fermeture.

#### ❖ *Moyennisation du système :*

Le but est de trouver une forme du système moyen le plus proche possible de la forme originale des équations. Pour trouver les équations de Navier-Stokes moyennées, nous utiliserons les moyennes de Reynolds et de Favre.

#### a) La moyenne de Reynolds :

Si " $f$ " est une fonction quelconque, nous noterons  $\bar{f}$  la moyenne statistique (ou de Reynolds) de  $f$ . Par exemple, pour la masse volumique et le vecteur vitesse, nous noterons  $\bar{\rho}$  et  $\bar{\mathbf{u}}$  respectivement les moyennes de Reynolds de  $\rho$  et  $\mathbf{u}$ . La partie fluctuante de ces variables sera notée  $\rho'$  et  $\mathbf{u}'$ . Ainsi, il vient :

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \text{ ou } \bar{\rho}' = 0 \quad (\text{III.11})$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \text{ ou } \bar{\mathbf{u}}' = 0 \quad (\text{III.12})$$

Avec  $\rho$  masse volumique,  $\mathbf{u}$  composante de vitesse

En n'utilisant que la moyenne de Reynolds, certains termes deviennent trop difficiles à utiliser dans le cas compressible. En effet, la même composition appliquée au produit  $\rho \cdot \mathbf{u}$  donne :

$$\rho \mathbf{u} = \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}} + \bar{\rho} \hat{\mathbf{u}} + \hat{\rho} \bar{\mathbf{u}} + \hat{\rho} \hat{\mathbf{u}} \quad (\text{III.13})$$

Et donc :

$$\overline{\rho \mathbf{u}} = \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}} + \overline{\hat{\rho} \hat{\mathbf{u}}} \quad (\text{III.14})$$

En appliquant la moyenne de Reynolds à l'équation de conservation de la masse, il vient :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot (\overline{\hat{\rho} \hat{\mathbf{u}}}) = 0 \quad (\text{III.15})$$

Cette procédure introduit dans l'équation de continuité un nouveau terme à modéliser  $\overline{\hat{\rho} \hat{\mathbf{u}}}$ . La fermeture du plus simple système d'équations moyennes est donc conditionnée au moins par la connaissance de cette corrélation. C'est pour éviter cette difficulté qu'il faut utiliser la moyenne de Favre pour la modélisation mathématique des écoulements compressibles turbulents [40].

#### b) La moyenne de Favre :

Si  $\mathbf{X}$  est une quantité, nous noterons  $\bar{\mathbf{X}}$  la moyenne de Favre de  $\mathbf{X}$  et  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}$  les fluctuations de  $\mathbf{X}$  pour la moyenne de Favre. De plus,  $\tilde{\mathbf{X}}$  s'obtient à partir de la moyenne de Reynolds :

$$\tilde{\mathbf{X}} = \frac{\rho \mathbf{X}}{\bar{\rho}} \quad (\text{III.16})$$

L'opérateur de Favre est linéaire:

$$\overline{\tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{g}}} = \tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{g}}, \quad \overline{\tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{g}}} = \overline{\tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{g}}} = \tilde{\mathbf{f}} \tilde{\mathbf{g}} \quad (\text{III.17})$$

Toutefois, il ne commute pas avec la dérivation.

Dans la suite, nous utiliserons la moyenne de Reynolds pour la densité  $\rho$  et le champ de pression  $\mathbf{p}$ , et la moyenne de Favre pour les autres variables [40].

Finalement les équations du mouvement moyen sont :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \bar{U}_j = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \bar{U}_j + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_i \bar{U}_j + \bar{\rho} u_i'' \overline{u_j''} + \bar{p} \delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\sigma}_{ij} \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{E}_t + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tilde{U}_j (\bar{\rho} \tilde{E}_t + \bar{P}) + \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h}'' + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_1 \tilde{u}_k \tilde{U}_k + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_k \tilde{u}_k \right] = \bar{\sigma}_{1j} \bar{U}_1 - \bar{q}_j \quad (\text{III.20})$$

On voit clairement que la moyenne de Favre permet de cacher (occulter) les corrélations en faisant intervenir les fluctuations de masse volumique. Cette particularité permet d'ailleurs au formalisme de Favre de garder la forme conservatives des équations instantanées.

La définition de l'énergie totale étant au passage modifiée selon :

$$\tilde{E}_t = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{U}_k \tilde{U}_k + \frac{1}{2} \tilde{u}_k \tilde{u}_k \quad (\text{III.21})$$

Où " E " est l'énergie totale.

Où par définition  $K = \frac{1}{2} \tilde{u}_k \tilde{u}_k$  représente l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse. Nous avons du même coup pour l'équation d'état la formulation moyennée suivante :

$$\bar{P} = \bar{\rho} \tilde{T} = \bar{\rho} (\gamma - 1) \tilde{e} \quad (\text{III.22})$$

À ce stade, même en négligeant la corrélation d'ordre trois  $\tilde{u}_j \tilde{u}_k \tilde{u}_k$  dans l'équation d'énergie, des hypothèses restent nécessaire afin de modéliser les corrélations  $-\bar{\rho} \tilde{u}_k \tilde{u}_k$  et  $-\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h}''$  qui sont apparues dans l'équation de la quantité de mouvement et de l'énergie respectivement. Les premières constituent les contraintes de Reynolds (flux turbulent de la quantité de mouvement) et les secondes étant assimilées à des flux turbulent de chaleur [3].

#### **III.4. Les modèles de turbulence :**

On distingue, généralement, deux grandes classes de modèles :

- Les modèles du premier ordre ;
- Les modèles du second ordre ou RSM.

Le modèle de turbulence universel n'existe pas à l'heure actuelle, de nombreux modèles ont été proposés et un problème du choix se pose. Les méthodes de fermeture opèrent sur les équations statistiques aux divers moments de fluctuations de vitesses. Ainsi, nous distinguons divers types de modèles.



**III.4.1. Modèles de fermeture au premier ordre :**

En moyenne, les approches au premier ordre se fondent sur l'introduction d'une loi constitutive linéaire reliant les contraintes turbulentes aux grandeurs physiques moyennes, afin d'estimer les corrélations doubles des fluctuations de vitesse apparaissant dans les équations de Navier-Stokes. La relation linéaire proposée par Boussinesq [41], par analogie avec la loi de Newton pour les contraintes d'agitation moléculaire, est donnée par :

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = \mu_t \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad (\text{III.23})$$

Il existe plusieurs sous-catégories de modèles de fermeture au premier ordre en fonction du nombre des équations de transport résolues pour calculer le coefficient de viscosité turbulente.

**III.4.1.1. Modèle algébrique (modèle à zéro équation) :**

Les modèles à zéro équation sont les modèles dont les corrélations de turbulence sont reliées aux quantités du champ moyen d'écoulement par des relations algébriques. Les hypothèses sous-jacentes dans les modèles à zéro équation sont :

- Le taux de production locale de la turbulence et le taux de dissipation de la turbulence sont approximativement égaux.
- Ils n'incluent pas la convection de la turbulence.

Évidemment ceci est en contradiction avec la physique de la plupart des champs d'écoulement. Néanmoins, ces modèles sont mathématiquement simples et leur intégration dans les codes de calculs peut être accomplie avec une certaine facilité [42].

**III.4.1.2. Modèle à une équation de transport :**

Contrairement aux modèles à zéro équation qui utilisent des relations algébriques pour la viscosité turbulente, les modèles à une équation utilisent une équation différentielle partielle pour l'échelle de vitesse alors que l'échelle de longueur est spécifiée algébriquement.

L'échelle de vitesse est typiquement écrite en termes de l'énergie cinétique turbulente :

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (\text{III.24})$$

La viscosité turbulente est représentée dans le modèle original de Prandtl par l'équation suivante, où “ $l$ ” est l'échelle de longueur de turbulence :

$$\mu_t = \rho \cdot l \cdot K^{1/2} \quad (\text{III.25})$$

Le modèle de fermeture à une équation le plus utilisé est le modèle de **Spalart-Allmaras**, il est composé d'une unique équation de transport portant sur la viscosité turbulente. Cette équation a été construite, de façon empirique par **P.R. Spalart** et **S.R. Allmaras** en 1992 [43]. C'est un modèle robuste dont la convergence vers l'état stationnaire est rapide et qui ne demande qu'un degré de raffinement de maillage près des parois. Enfin, l'imposition des conditions aux limites ne pose pas de difficulté particulière.

#### III.4.1.3. Modèles à deux équations de transport :

Les modèles de fermeture à deux équations de transport conduisent à la simulation de deux variables physiques “turbulentes” complémentaires permettant ainsi une évaluation de deux échelles caractéristiques de la turbulence à modéliser. D'une manière générale, la première variable turbulente considérée est l'énergie cinétique turbulente  $k$ . Cela se justifie par le fait qu'une contraction de l'équation de transport des contraintes turbulentes conduit à une équation de transport pour  $k$ . Concernant la seconde variable turbulente, le choix de la pseudo-dissipation conduit aux modèles  $k-\varepsilon$  alors que le choix de l'échelle caractéristique de fréquences (temporelles) conduit aux modèles  $k-\omega$ . D'autres approches sont rapportées dans la littérature, notamment les modèles  $k-\omega^2$ ,  $k-l$  où “ $l$ ” est l'échelle de longueur de la turbulence à modéliser [44].

##### • **Modèle à deux équations $k-\varepsilon$ standard :**

Il est possible de développer des équations de transport similaire pour toutes les autres quantités turbulentes, en utilisant le taux de dissipation de la viscosité  $\varepsilon$  [45]. L'équation exacte de  $\varepsilon$  contient plusieurs inconnus et termes non-mesurables. Le modèle  **$k-\varepsilon$  standard** se forme par deux équations ; une pour  $k$  et une autre pour  $\varepsilon$ .

On utilise  $k$  et  $\varepsilon$  pour définir l'échelle de vitesse et l'échelle de la longueur “ $l$ ”, ainsi on écrit :

$$u = K^{1/2} \quad \text{et} \quad l = \frac{K^{3/2}}{\varepsilon} \quad (\text{III.26})$$

La viscosité turbulente est définie par :

$$\mu_t = C_\rho \mathbf{u}l = \rho C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (\text{III.27})$$

Où :

$C_\mu$  : Constante sans dimension.

Le modèle standard utilise les équations de transport suivantes [45] :

- Pour l'énergie cinétique turbulente :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{\text{div}(\rho k \mathbf{U})}_{(II)} = \underbrace{\text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad} k \right]}_{(III)} + \underbrace{2 \mu_t \mathbf{E}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij}}_{(IV)} - \underbrace{\rho \varepsilon}_{(V)} \quad (\text{III.28})$$

Pour la dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{\text{div}(\rho \varepsilon \mathbf{U})}_{(II)} = \underbrace{\text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad} \varepsilon \right]}_{(III)} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{K} \underbrace{2 \mu_t \mathbf{E}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij}}_{(IV)} - \underbrace{C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{K}}_{(V)} \quad (\text{III.29})$$

Où :

- (I) : Taux de changement de  $k$  ou  $\varepsilon$  ;
- (II) : Transport de  $k$  ou  $\varepsilon$  par convection ;
- (III) : Transport de  $k$  ou  $\varepsilon$  par diffusion ;
- (IV) : Taux de production de  $k$  ou  $\varepsilon$  ;
- (V) : Taux de destruction de  $k$  ou  $\varepsilon$ .

Sachant que :

- $\mathbf{E}_{ij}$  : Taux de déformation moyen ;
- $k$  : Énergie cinétique turbulente ;
- $\varepsilon$  : Dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

Les équations contiennent cinq constantes ajustables :  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$ .

Le modèle  $k$ - $\varepsilon$  standard emploie des constantes à un grand intervalle d'écoulements tourbillonnaires :

$$C_\mu=0.09, \sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.3, C_{1\varepsilon}=1.44, C_{2\varepsilon}=1.92.$$

Où :

$\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  : nombres de Prandtl qui relie la diffusivité de  $k$  et  $\varepsilon$  à la viscosité turbulente  $\mu_t$ .

- **Le modèle  $k$ - $\varepsilon$  RNG :**

Le modèle  **$k$ - $\varepsilon$  RNG** dérive à partir des équations de Navier-Stokes instantanées en utilisant la technique mathématique appelée **RNG** (ReNormalisation Groupe) [46]. La dérivée analytique donne un modèle avec des constantes différentes de celle de  $k$ - $\varepsilon$  standard avec des termes et des fonctions additionnels dans les équations de transport  $k$  et  $\varepsilon$ .

Les constantes deviennent :

$$C_{\mu}=0.084, \sigma_k=0.72, \sigma_{\varepsilon}=0.72, C_{1\varepsilon}=1.42, C_{2\varepsilon}=1.68.$$

L'exactitude du modèle **RNG** est supérieure que le modèle  $k$ - $\varepsilon$  standard, spécialement pour les écoulements tourbillonnants et dans le cas d'un écoulement à bas Reynolds [46].

- **Le modèle  $k$ - $\varepsilon$  Réalisable :**

Il a été développé récemment. Il diffère du modèle standard par une nouvelle définition de la viscosité turbulente et une nouvelle équation de transport pour le taux de dissipation d'énergie. Il donne donc plus au moins la même exactitude que le modèle **RNG** et, probablement, plus dans le cas des écoulements décollés. D'un autre côté, il génère une viscosité turbulente non physique dans les situations où le domaine de calcul contient deux zones, une à écoulement tournant et une autre à écoulement stationnaire [45].

- **Le modèle à deux équations  $k$ - $\omega$  :**

Ce modèle à deux équations inclue une équation pour l'énergie cinétique turbulente  $k$ , comme développée précédemment et une seconde équation pour le taux de dissipation spécifique (ou la fréquence turbulente)  $\omega$  [47]. Le concept du paramètre  $\omega$  est introduit par Kolmogorov, sous l'appellation de la "dissipation par unité d'énergie cinétique turbulente" [48].

La combinaison de ces processus physiques donne :

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma \mu_t \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (\text{III.30})$$

Où :

$\beta$  et  $\sigma$  : Sont des coefficients à déterminer ;

$\omega$ : la dissipation par unité d'énergie cinétique turbulente.

- Le model  $K-\omega$  *standard* :

Le modèle  $k-\omega$  *standard* est un modèle empirique basé sur les équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux de dissipation spécifique  $\omega$ , qui sont obtenus à partir des équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho K) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho K U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_K \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] + G_K - Y_K + S_K \quad (\text{III.31})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad \text{III.32})$$

Où :

$G_k$ : La génération de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de vitesse moyenne ;

$G_\omega$ : La génération de  $\omega$  ;

$\Gamma_k$  et  $\Gamma_\omega$  : La diffusivité effective de  $k$  et  $\omega$  respectivement ;

$Y_k$  et  $Y_\omega$  : La dissipation de  $k$  et  $\omega$  dû à la turbulence ;

$S_k$  et  $S_\omega$  : Termes de source.

Pour un écoulement avec couche limite, le modèle  $k-\omega$  est préférable au modèle  $k-\varepsilon$  pour son traitement de la région visqueuse proche de la paroi et aussi pour sa prise en compte des effets de gradient de pression adverse [49].

- Le model  $K-\omega$  *SST (Shear Stress Model)* :

Le modèle  $k-\omega$  de Menter [50-51] consiste en une combinaison du modèle  $k-\omega$  de Wilcox [47] et  $k-\varepsilon$  de Launder-Sharma [52] en utilisant une fonction d'ajustage ( $F_1$ ) dans l'équation  $\omega$ . Cette fonction contribue à privilégier le modèle de Wilcox, étant donné sa robustesse dans la région interne des couches limites, dans les zones des écoulements soumis à de fort gradient de pression adverse et dans les zones de décollement. D'autre part, la fonction de Menter permet de basculer progressivement vers le modèle  $k-\varepsilon$  de manière à profiter de sa supériorité dans la zone de sillage [53].

L'appellation **SST** vient de la définition de la viscosité turbulente modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes principales.

Le modèle résultant est donné par :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho K}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho U_j K}) = P_K - \beta^* \rho \omega K + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \quad (\text{III.33})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}U_j\omega) = a \frac{\omega}{k} P_K - \beta \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\bar{\rho} \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{III.34})$$

Avec la production de la turbulence est donnée par :

$$P_K = T_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{III.35})$$

Et

$$T_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (\text{III.36})$$

La viscosité turbulente est définie par :

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (\text{III.37})$$

Avec :

$$\text{La norme de la vorticité } \Omega = \left\| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right\|$$

$$\text{Et } F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (\text{III.38})$$

$$\text{Avec : } \arg_2 = \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{\omega y^2} \right] \quad (\text{III.39})$$

Où

$v$  est la viscosité cinématique moléculaire ;

$a_1=0.31$ .

Les constantes apparaissant dans les équations sont exprimées dans la forme compacte générale suivante :

$$\phi = \phi_1 F_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (\text{III.40})$$

Où :

$\phi_1$ : représente les constants associés avec  $k-\omega$  (quand  $F_1=1$ )

$\phi_2$ : représente les constants associés avec  $k-\varepsilon$  (quand  $F_1=0$ )

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (\text{III.41})$$

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left[ \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500v}{\omega y^2} \right], \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (\text{III.42})$$

Où  $y$  est la distance à la surface la plus proche, et  $CD_{k\omega}$  est la portion positive du terme de la diffusion transversal :

$$CD_{k\omega} = \max \left[ 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right] \quad (\text{III.43})$$

Les constantes de  $\phi_1$ :

$$a_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} K^2}{\sqrt{\beta^*}} \approx \frac{5}{9}$$

$$\sigma_{k1}=0.85, \sigma_{\omega 1}=0.5, \beta_1=0.075, \beta^*=0.09, \kappa=0.41,$$

Les constantes de  $\phi_2$  :

$$a_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} K^2}{\sqrt{\beta^*}} \approx \frac{5}{9}$$

$$\sigma_{k2}=1, \sigma_{\omega 2}=\frac{1}{\sigma_\epsilon}, \beta_2=0.0828, \beta^*=0.09, \kappa=0.41,$$

Et  $k$  : est la constante de Von Karman.

#### III.4.2. Modèle de fermeture du second ordre :

La modélisation au second ordre consiste à introduire de nouvelles équations relatives aux six composantes du tenseur des contraintes turbulentes, dans un premier temps, ces équations sont décrites. Il apparait que ces nouvelles équations constituent encore un système ouvert et que des hypothèses de modélisations supplémentaires sont nécessaires.

##### • Reynolds Stress Modèle (RSM) :

Les modèles **RSM**, ou de tensions de Reynolds, permettent de calculer les contraintes de Reynolds grâce à de nouvelles équations de transport. Celles-ci découlent de la combinaison entre d'une part, les équations de quantité de mouvement instantanées et d'autre part, les équations moyennées multipliées par  $u'_i$  et  $u'_j$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u'_i u'_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u'_k u'_i u'_j}) &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + \overline{p' (\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (u'_i u'_j)} \right] - \rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right) &+ \overline{p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \\ - 2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + S \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

En face des termes d'évolution temporelle et de convection présents dans le premier membre apparaissent des termes plus complexes, que l'on peut interpréter de la sorte :

$$\text{Terme local} + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + F_{ij} - \varepsilon_{ij} + \text{source} \quad (\text{III.45})$$

$C_{ij}$  : Terme convectif ;

$D_{T,ij}$  : Diffusion turbulente liée au mouvement turbulent et aux fluctuations de pression ;

$D_{L,ij}$  : Diffusion moléculaire ;

$P_{ij}$  : Production des contraintes de Reynolds grâce au couplage avec le champ de vitesses moyennes ;

$F_{ij}$  : Redistribution de l'énergie cinétique turbulente dans les directions normales.

$\varepsilon_{ij}$  : Terme de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence sous l'effet du frottement lié à la validité moléculaire.

Les termes  $D_{T,ij}$ ,  $F_{ij}$  et  $\varepsilon_{ij}$  doivent être modélisés pour fermer le système d'équation. Ce type de fermeture, dit du second ordre, offre sans conteste, par la prise en compte de l'individualité et de l'histoire de chaque tension de Reynolds, une description précise de la turbulence, et par conséquent délicate à mettre en œuvre dans le cas d'écoulement complexe [54]. Le tableau suivant montre les avantages et les inconvénients de ce type de modèles.

Modèles	Avantages	Inconvénients
Spalart-Almaras	Économique (1 équation) bon pour les écoulements moyennement complexe.	N'est pas largement tester
STD k-ε	Robuste, économique et relativement précis.	Résultats médiocre pour des écoulements complexes (fort gradient de pression rotation et swirl).
RNG k-ε	Bon pour les écoulements moyennement complexes (impact et jet, séparation des écoulements).	Limité par l'hypothèse de viscosité turbulente isotrope.
Realisable k-ε	Offre le même avantage que le RNG recommander pour les écoulements dans les turbomachines.	Limité par l'hypothèse de viscosité turbulente isotrope.
SST et standard k- $\omega$	Modèle le plus recommandé pour les problèmes liés aux turbomachines, meilleur que le réalisable k-ε.	Nécessite une plus grande résolution du maillage aux frontières (pas de loi aux murs).
Reynolds Stress Model(RSM)	Le modèle le plus complet physiquement (transport et l'anisotropie de la turbulence sont tenus en compte).	Requiert plus de temps CPU. Les équations de quantité de mouvement et turbulence sont étroitement liées.

**Tableau III.1:** Avantages et inconvénients des différents modèles de turbulence.



**III.5. Méthodes numériques et discrétisation du domaine :**

Cette partie est consacrée à la description du modèle numérique adopté pour la résolution des équations différentielles partielles qui régissent un écoulement visqueux. Nous décrirons dans un premier temps les méthodes des volumes finis, différences finies et éléments finis.

**III.5.1. Méthodes numériques conventionnelles en CFD :**

Plusieurs méthodes sont utilisées en **CFD** pour résoudre les équations de la mécanique des fluides. La discrétisation des équations aux dérivées partielles peut être réalisée suivant trois techniques : la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis, [55].

**III.5.1.1. Méthode des différences finies :**

La méthode des différences finies a été initialement formulée par Euler en 1978, [56]. Elle représente une des méthodes numériques les plus utilisées pour la recherche de solutions approchées pour les systèmes d'équations de dérivées partielles. Elle est très simple à mettre en œuvre et elle permet une reconstruction avec des ordres de précision très élevés [56].

La mise en place de la méthode des différences finies est formulée de la manière suivante :

- Poser les équations sous leur forme différentielle ;
- Construire un maillage couvrant le domaine de calcul ;
- Discrétiser les équations différentielles et les approximer sur les sur le maillage.

Ainsi, nous avons les développements de Taylor de la variable  $U(x)$ :

$$U_{i-1} = U_i - \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_i \Delta X + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}\right)_i \frac{\Delta X^2}{2} + \dots$$

$$U_{i+1} = U_i + \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_i \Delta X + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}\right)_i \frac{\Delta X^2}{2} + \dots$$
(III.46)

En soustrayant les deux équations précédentes, nous obtenons une formulation approximée au premier ordre :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta X} + o(\Delta X) \quad (\text{III.47})$$

En les additionnant, nous obtenons une approximation du second ordre :

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}\right)_i = \frac{U_{i+1} - U_i + U_{i-1}}{\Delta X^2} + o(\Delta X^2) \quad (\text{III.48})$$

La méthode des différences finies a l'avantage de formuler avec simplicité des schémas d'ordres élevés. Cependant, sa faiblesse réside dans le fait qu'elle n'est applicable qu'à des maillages structurés [57].

### III.5.1.2. Méthode des éléments finis :

Cette méthode consiste dans un premier temps à découper la frontière du domaine en segments de droite. Puis en écrivant une formulation du problème à l'aide uniquement d'intégrales de bord. Elle permet de calculer les variables inconnues en certains points de la frontière appelés nœuds Zienkiewicz et Taylor, [56]. Les nœuds sont en général les milieux ou les extrémités des segments de droite discrétisant la frontière [58].

### III.5.1.3. Méthode des volumes finis :

Dans la méthode des volumes finis, le domaine est divisé en un nombre de volumes de contrôle qui recouvrent le domaine de calcul. Sur chaque volume de contrôle ou cellule, les lois de conservation sont appliquées pour déterminer les différentes variables associées au problème sur des points (ou nœuds) qui ne correspondent pas forcément aux points du maillage ou de la grille. Dans cette méthode les choix des volumes de contrôle et des nœuds sont très nombreux (cellcentered, cell-vertex, node-vertex). Le maillage associé au calcul peut être structuré ou non comme dans le cas des méthodes d'éléments finis, ce qui donne une grande souplesse à la méthode. Un des principaux avantages de la méthode est que la discrétisation spatiale est faite directement sur le domaine physique. Ainsi il n'y a aucune transformation entre les différents systèmes de coordonnées.

La formulation de type volumes finis étant basée sur une discrétisation des lois de conservation, ces dernières se trouvent alors naturellement satisfaites sur les volumes de contrôle par le schéma numérique. Cette propriété est très importante lorsque l'on doit traiter des chocs (ou d'autres types de discontinuités) puisqu'elle permet de garantir que les relations de Rankine-Hugoniot seront satisfaites [55].

Cette méthode est utilisée dans les principaux codes commerciaux existants :

Phonics, Fluent, Flow-3D, Star-CD, [54].

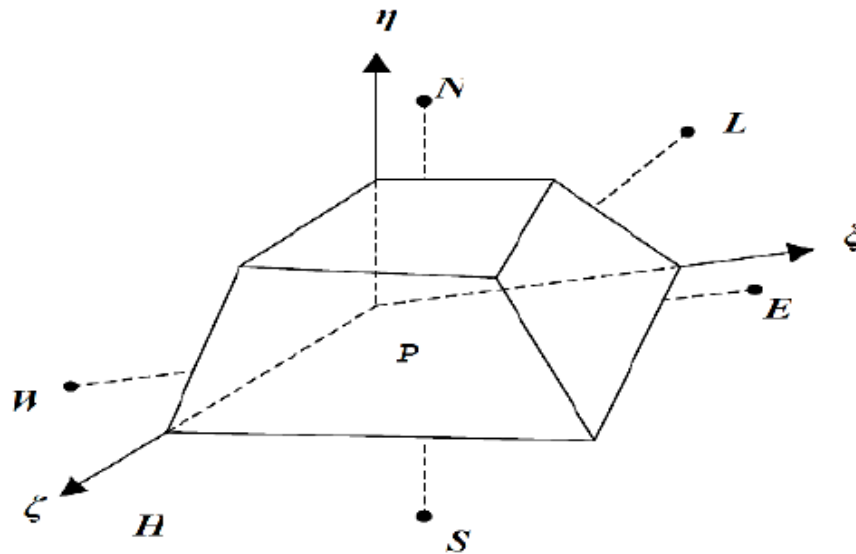


Figure III.1 : Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle, [59]

### III.5.2. Formulation volumes finis :

La loi de conservation sous la forme intégrale

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \oint_S \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathbf{s}} = \int_{\Omega} \mathbf{Q}_V d\Omega \quad (\text{III.48})$$

Où :

$\Omega$  : Volume considéré ;

$\mathbf{Q}_V$  : Source volumique ;

$\vec{\mathbf{F}}$  : Flux ;

$\mathbf{U}$  : Variable conservative (quantité scalaire par unité de volume).

L'équation (III.48) est appliquée sur chaque volume de contrôle  $\Omega_j$  associé au point  $j$ . L'équation sous la forme intégrale d'inconnu  $\mathbf{U}_j$  attaché au point de maillage  $j$  pour le sommet ou au centre de la maille s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_j} \mathbf{U} d\Omega + \oint_{S_j} \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathbf{s}} = \int_{\Omega_j} \mathbf{Q}_V d\Omega \quad (\text{III.49})$$

L'équation (III.49) est remplacée par sa forme discrète, où l'intégral volumique est exprimée comme valeur moyenne à travers la maille et l'intégral surfacique est remplacé par la somme à travers toutes les faces limites du volume de contrôle  $\Omega_j$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U}_J \Omega_J) + \sum_{\text{faces}} \vec{\mathbf{F}} \Delta \vec{\mathbf{S}} = \mathbf{Q}_{V_J} \Omega_J \quad (\text{III.50})$$

En absence des termes de sources, la formulation en volumes finis montre que la variation de la valeur moyenne  $\mathbf{U}$  à travers l'intervalle de temps  $\Delta t$  est égale à la somme des flux échangés entre les deux mailles adjacentes.

Pour un écoulement permanent, la solution numérique est obtenue comme résultat de la différence de tous les flux entrants et quittant le volume de contrôle.

$$\sum_{\text{faces}} \vec{\mathbf{F}} \Delta \vec{\mathbf{S}} = 0 \quad (\text{III.51})$$

### III.5.3. Discrétisation des domaines de calcul :

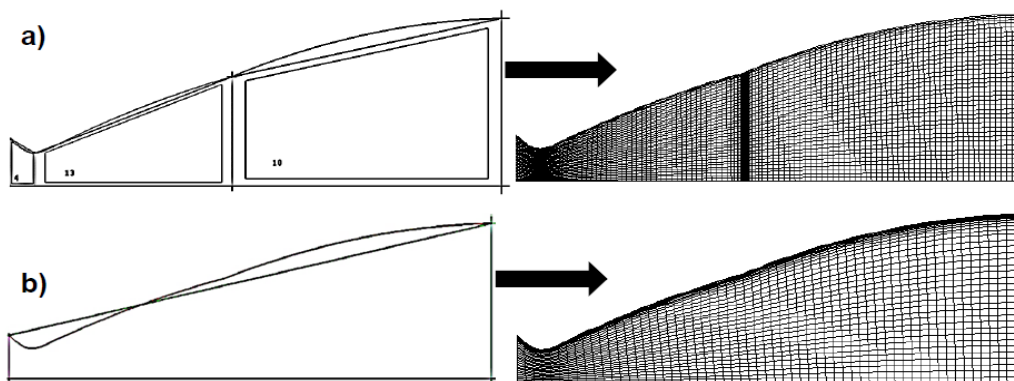
L'opération de maillage consiste à discrétiser les domaines de calcul. La génération du maillage est un élément important de la **CFD**, parce que la qualité du maillage peut avoir un impact significatif sur la convergence du solveur d'écoulement et sur la justesse des solutions qui sont obtenues sur le maillage.

#### III.5.3.1. Types de maillage :

Sur une géométrie bidimensionnelle, on constate trois types de maillages :

- **Maillage structuré multi-blocs :**

Les maillages multi-bloc structurés sont générés par la décomposition du domaine manuellement en blocs avec des formes simples, puis chaque bloc est maillé d'une manière structurée. L'utilisateur peut définir le nombre de nœuds et la distribution le long de chaque bord des blocs. La *Figure III.2* montre une vue en **2D** d'un maillage multi-bloc structuré hexaèdres dans une tuyère double galbe. Le système de blocs à gauche et le maillage à droite.



**Figure III.2:** Maillage structuré dans une tuyère double galbe, a) multi-blocs, b) monobloc.[25]

Malgré les difficultés rencontrées pour générer le maillage structuré, il a beaucoup d'avantages incontestables, en particulier pour les écoulements visqueux. Pour résoudre le flux dans la couche limite, il est relativement facile de générer un maillage quadri-angles avec des éléments allongés dans la direction parallèle à la paroi. Il est également facile de placer les bords perpendiculaires à la paroi. Ceci permet de minimiser l'erreur lors de l'évaluation du gradient de vitesse proche de la paroi. Enfin, une fois le bloc a été créé, il devient relativement facile de changer la densité du maillage en distribuant les points de grille en fonction des besoins du solveur, *Figure III.2a*.

- **Maillage non-structuré :**

Les maillages triangulaires sont les types les plus communs de maillage non structuré.

Les mailles de forme triangulaires peuvent être connectées par de nombreuses manières, il est facile de remplir n'importe quel domaine de forme arbitraire. Parce que la connectivité est si flexible, des différentes techniques peuvent être utilisées pour générer ces types de maillages. Les techniques les plus couramment utilisées sont :

- Delaunay ;
- Avance de front ;
- Les méthodes d'Octree.

Elles sont brièvement résumées ci-dessous afin de donner une idée des différents défis de maillage triangulaire.

Étant donné un nuage de points, les méthodes Delaunay sont utilisées pour communiquer les points de telle sorte que chaque point est entouré par une région qui est plus proche de ce point que de tout autre. Faces ou des arêtes d'un élément sont construites à la frontière entre les régions non chevauchées autour de chaque point. Les principaux avantages de la méthode de Delaunay se présentent dans son efficacité est le fait qu'un maillage valide qui peut toujours être obtenu. Toutefois, c'est difficile de préserver la définition des limites correctes, et cette méthode ne résout pas le problème de façon à générer le nuage initial de points à partir lequel le maillage est construit. La *Figure III.3* montre les étapes de maillage par la méthode de Delaunay.

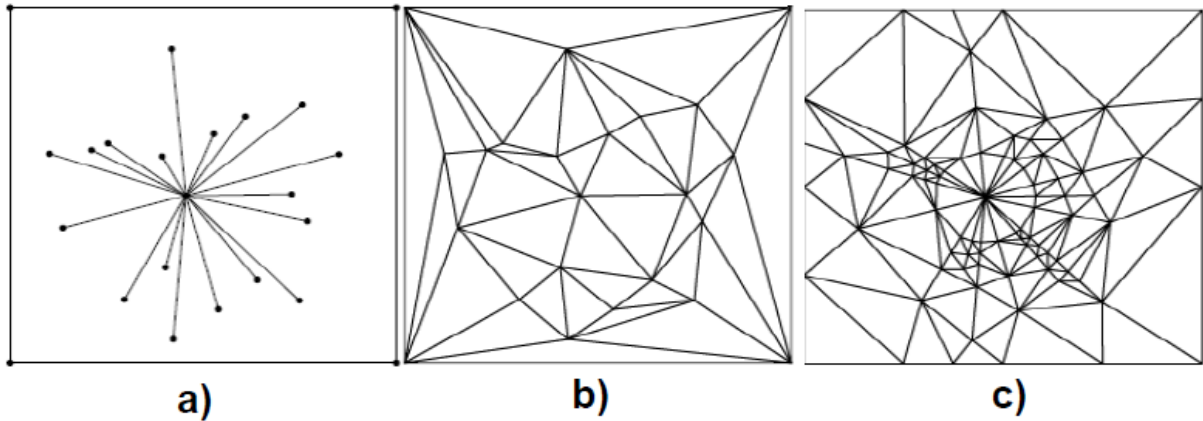


Figure III.3: Étapes de Maillage par La triangulation de Delaunay en 2D, [60].

Le maillage par la méthode (avance de front) commence par une triangulation initiale sur la surface limite et ensuite des tétraèdres sont construits sur les faces exposées, *Figure.III.4*. Comme chaque couche d'éléments est générée, un nouveau "front" sur les faces triangulaires est créé, sur lequel la couche suivante des éléments est construite. Un des inconvénients de cette méthode est qu'il est difficile de définir la taille de l'élément et l'étirement dans le module de génération. Un grand avantage par rapport aux deux autres méthodes est que la définition des limites et la qualité sont facilement conservées.

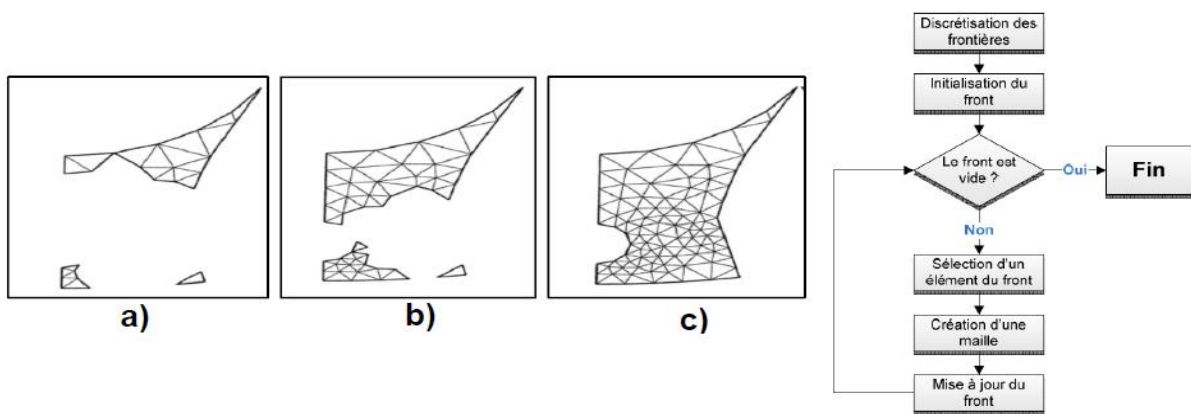
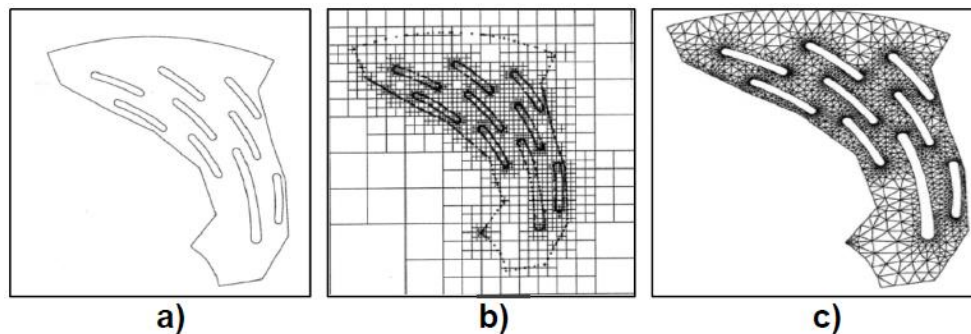


Figure III.4: Progression et algorithme du maillage par la méthode frontale, [61].

Les méthodes d'Octree débutent par la formation d'un premier quadri-angles immense qui englobe l'ensemble du domaine, puis en divisant récursivement l'hexaèdre jusqu'à ce que la taille de subdivisés octants sont égales à celles demandées par l'utilisateur, *Figure III.5*. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle est plus rapide que les deux autres approches et plus facile à réaliser.

Cependant, il tend à produire des mailles de mauvaise qualité aux frontières, où un maillage de bonne qualité est le plus important. Il peut également produire des maillages isotropes.

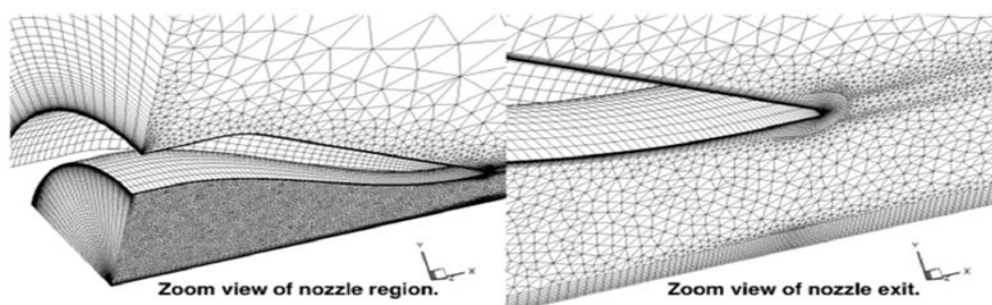


**Figure III.5:** Progression du maillage sur une grille (méthode d'Octree), [61].

L'avantage majeur de maillages non structurés est que leur génération peut facilement être automatisée avec une intervention limitée de l'utilisateur. Un des problèmes avec les méthodes décrites ci-dessus, c'est qu'elles ne sont pas toutes capables de générer des maillages anisotropes, et ceux qui ne peuvent atteindre un degré limité d'anisotropie. L'absence d'anisotropie peut gravement nuire à l'efficacité d'un maillage pour les simulations des écoulements visqueux. Cela réduit également l'efficacité du maillage pour la simulation CFD.

- **Le maillage hybride tétraèdre-Prisme :**

C'est un maillage généré par un mélange d'éléments de différents types : triangulaires ou quadrilatéraux (quadri-angles) en **2D**, tétraédriques, prismatiques, ou pyramidaux en **3D**. Il Combine les avantages du maillage structuré et ceux du maillage non structuré en réduisant les erreurs dues à la diffusion numérique. La *Figure III.6* montre un maillage hybride dans une tuyère.



**Figure III.6:** Exemple du maillage hybride utilisé pour la simulation d'un écoulement dans une tuyère[62].



Ce type de maillage demeure encore difficile à générer notamment dans les endroits de liaison entre le maillage structuré et le maillage non structuré.

- **Résumé sur le choix d'une grille de maillage :**

Le choix entre ces différents types d'éléments de maillage dépend essentiellement de l'application à laquelle ils sont destinés. Toutefois, ce choix dépend des paramètres suivants :

**- Le temps de calcul**

La plupart des applications de la **CFD** dans les turbomachines concernent des géométries très complexes. La création d'une grille de maillage structurée en multi blocs (éléments hexaédriques quadrilatéraux) pour la majorité des problèmes, peut exiger un temps de calcul extrêmement élevé, voire rendre cette tâche impossible.

La réduction du temps de calcul constitue la principale motivation pour l'utilisation des maillages non structurés employant des éléments triangulaires et tétraédriques.

**- Le coût des calculs**

Pour une même géométrie complexe et pour un maillage équivalent, le domaine de calcul peut exiger moins d'éléments non structurés (triangulaires ou tétraédriques) que d'éléments structurés (quadrilatéral ou hexaédrique). Cela s'explique par le fait que les éléments triangulaires et tétraédriques se combinent mieux par leurs formes géométriques, dans le maillage des géométries complexes.

Dans le cas des géométries simples, c'est plutôt les éléments structurés qui sont les moins coûteux.

### **III.5.3.2. Adaptation du maillage**

Un maillage adaptatif est un maillage qui présente des tailles d'éléments en accord avec le comportement local de la physique considérée. Cela se traduit donc par :

- Un resserrement des mailles en volumes fins ou différences fines,
- Une diminution de la taille des éléments en éléments fins, dans les zones nécessitant une analyse plus fine du phénomène étudié.

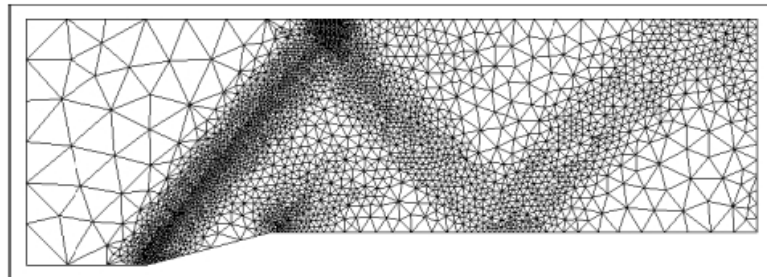
Par exemple, un maillage pourra être adapté :

- Autour des concentrations de contraintes en mécanique des structures,



- Au niveau d'une onde de choc ou d'un ressaut hydraulique respectivement en aérodynamique et hydraulique.

L'exemple de la *Figure III.7* montre un maillage adapté pour la localisation précise des chocs. Le maillage permet aisément de repérer la position des chocs. Il est obtenu suite à un premier calcul effectué sur un maillage non adapté.



**Figure III.7:** Maillage adapté pour la capture de “chocs” (écoulement supersonique). [63]

### **III.6. Conclusion :**

Les équations de la mécanique des fluides qui gouvernent les écoulements de fluide dans les tuyères convergente-divergentes ont été présentées dans ce chapitre. Différents modèles de turbulence sont présentés, en partant du plus simple comme le modèle à zéro équation, jusqu’aux plus complexes comme des modèles du second ordre (RSM). Suivant la complexité de l’écoulement, le choix du modèle de turbulence est, toujours, une étape importante lors de l’emploi des codes CFD. Néanmoins, le modèle Spalart-Allmaras qu’est un modèle à une seule équation de transport, robuste et dont la convergence vers l’état stationnaire est rapide et il ne demande qu’un degré de raffinement de maillage près des parois.

Le choix du modèle de turbulence se fait selon la nature du problème, la qualité, le temps et le coût de calcul.

Nous avons vu aussi la discrétisation du domaine de calcul et la génération de maillage qui un élément important de la CFD parce que la qualité du maillage peut avoir un impact significatif sur la convergence du solveur d’écoulement et sur la justesse des solutions qui sont obtenus sur le maillage.

*CHAPITRE IV*

***RÉSULTATS ET  
INTERPRÉTATION***

**IV.1. Introduction :**

Depuis quelques années, l'accroissement de la puissance des ordinateurs et le développement des méthodes numériques ont permis de conduire des calculs tridimensionnels de l'écoulement dans plusieurs configurations, tout en tenant compte l'effet de la viscosité et de la turbulence. Ce progrès a fait de la modélisation numérique de l'écoulement ou de la *CFD* (Computational Fluid Dynamic) un outil de plus en plus important pour le développement et l'optimisation du dimensionnement de différents procédés industriels. Parmi le large éventail des codes de calcul de l'écoulement connus on peut citer : *Ansys, CFX, Fluent, Numeca, Star-CD, Openfoam, ...etc.*

Le Modèle de calcul *ANSYS 15.0* est un outil de conception assistée par ordinateur (*CAO*) qui permet la conception et la génération des géométries en *3D/2D* et appliquer des simulations. Il permet de construire des surfaces et des volumes à partir d'une série de points définissant la géométrie de base. Une fois la géométrie construite, elle peut être exportée en différents formats vers le générateur de maillage et les solveurs pour faire les analyses ou les simulations. *ANSYS 15.0* est un logiciel de génie mécanique qui collabore avec différents types de logiciels utilisés dans différents domaines comme : Vibrations, mécanique des fluides, aérodynamique, transfert de chaleur...etc. Pour notre étude, deux systèmes de composants d'*ANSYS 15.0* sont utilisés pour effectuer le calcul aérodynamique ; *ICEMCFD* et un système d'analyse *FLUENT*.

**IV.2. Présentation de FLUENT :**

*FLUENT* est un logiciel de calcul d'écoulement (pour modéliser les écoulements de fluides et les transferts de chaleur). Il est écrit en langage C et utilise pleinement la puissance qu'offre ce langage. En outre, et pour une exécution plus efficace, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en plusieurs processus simultanément, sur le même poste de travail ou sur plusieurs postes. Ce code de calcul utilise la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation. Les équations intégrales qui régissent l'écoulement telles que l'équation de conservation de la masse, l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie sont résolues à l'aide de cette méthode. Pour cela *FLUENT* est programmé pour passer par les étapes suivantes :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant un maillage.
- Intégration des équations différentielles sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables telles que la vitesse, la pression...etc.
- Linéarisation des équations discrétisées et résolution du système d'équations linéaires algébriques résultant.

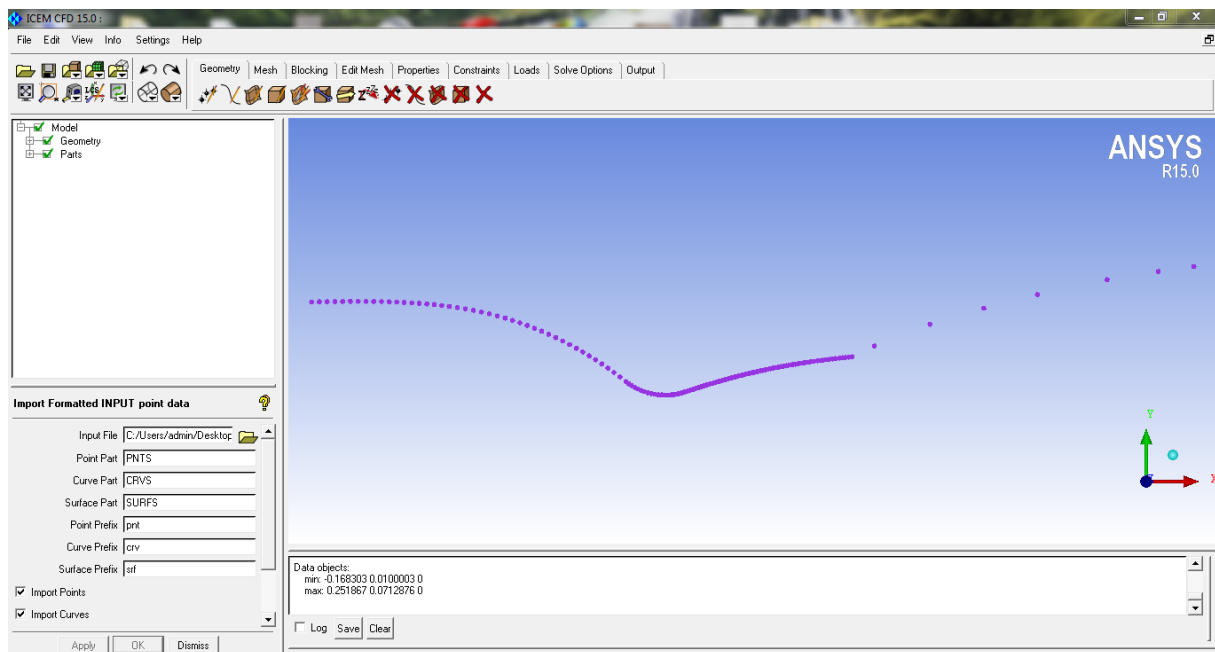
Comme tout logiciel de *CFD*, Fluent est composé de trois éléments :

- 1. Préprocesseur / Mailleur :** Ce module permet de préparer la configuration géométrique du problème étudié et de générer le maillage de manière assez conviviale bien qu'assez simple. Dans le cas de notre travail on a fait recours à l'ICEM CFD, l'un des avantages de ce logiciel, est sa simplicité ainsi que sa robustesse envers la réalisation des géométries les plus complexes. Pour le maillage, ICEM CFD utilise des structures mono ou multi-blocs en fonction de la géométrie, il permet de générer deux types de maillages, entre autre le maillage tetrahedral et le maillage hexahedral. Pour chaque configuration (géométrie – maillage) un fichier de données (\*.msh) doit être exporté vers FLUENT.
- 2. Le solveur :** Permet de définir numériquement les conditions opératoires (Pression, température ambiante, gravité) dans lesquelles sont effectuées les simulations et de définir les conditions aux limites (il offre même la possibilité de revenir sur les types de conditions aux limites déjà définies et créées). Il effectue la résolution numérique des équations du mouvement (équations de continuité, de la quantité de mouvement et de la chaleur).
- 3. Le poste processeur :** Permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine mais surtout d'afficher les résultats obtenus, car *FLUENT* offre la possibilité de visualiser à partir du menu DISPLAY les champs de vitesse, de pression, de température, calculés sur un segment de droite, une section du domaine ou sur la totalité du domaine d'étude. Il est aussi possible de tracer des courbes et profils de certaines variables sur des droites définies au préalable sur *FLUENT*, et d'exporter les résultats numériques dans différents formats de fichiers exploitables.

### IV.3. Application sur une tuyère Dual Bell Nozzles :

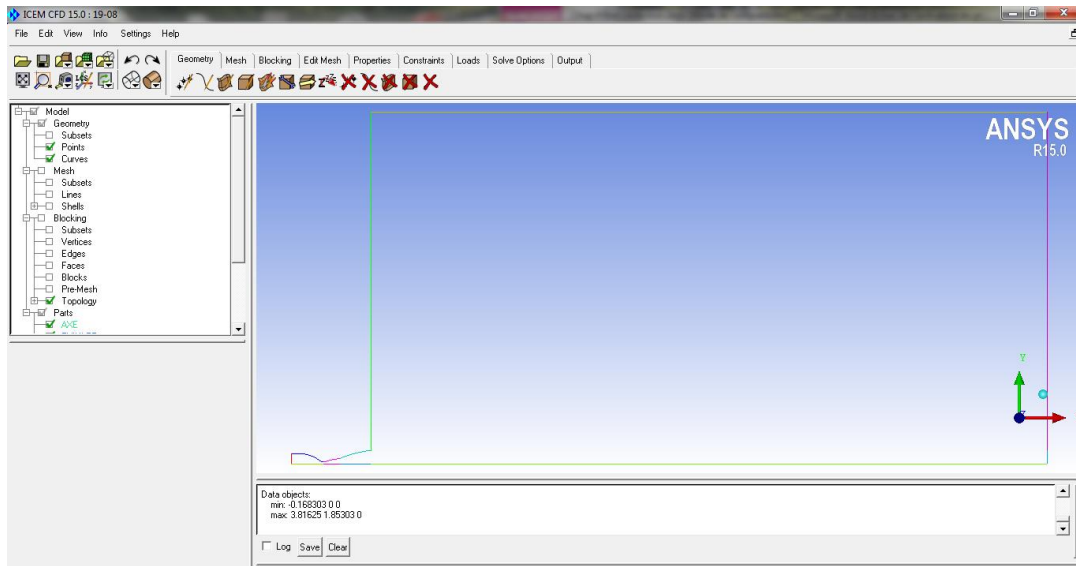
#### IV.3.1. Création de la géométrie :

On procède à la création de la géométrie en insérant les coordonnées du profil de la tuyère dans l'interface de **PICM-CFD** à l'aide de la commande **create point** → **geometry** ou **Import Geometry** → **Formatted point data**, on ouvre le fichier géométrie fournit par la référence[30].



*Figure IV.1* : Création de la géométrie /importation des points sur ICEM ANSYS.

Ensuite on crée notre géométrie par des lignes à l'aide des points insérés par la fonction **Geometry → Create/Modify Curve → From Points → Parts (Wall, Inlet, outlet, axe)**

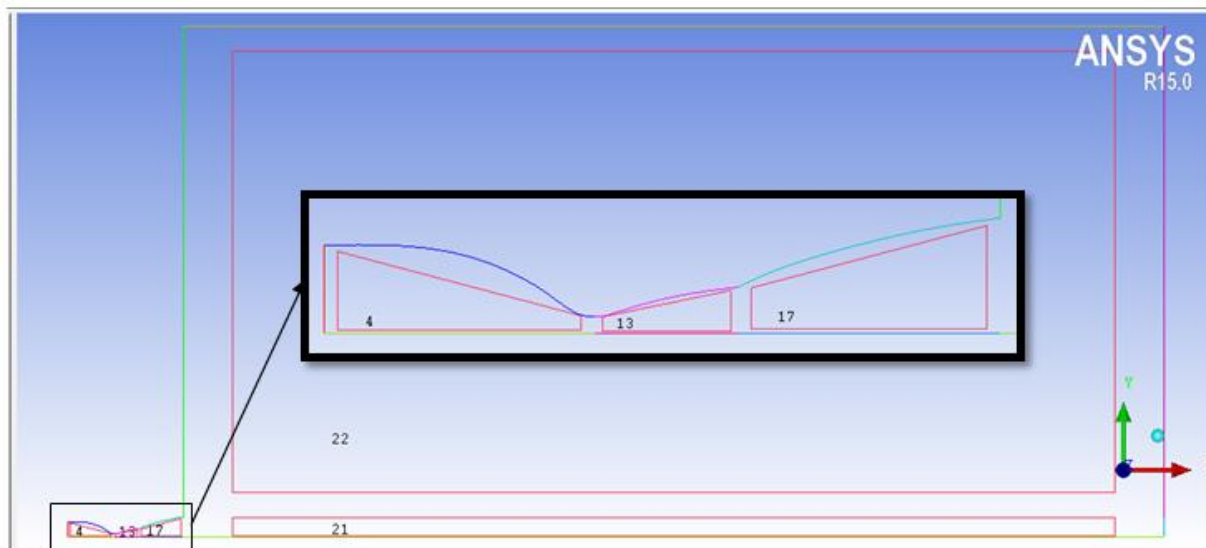


**Figure IV.2:** Liaison des points définissant la géométrie.

### IV.3.2. Maillage de la géométrie :

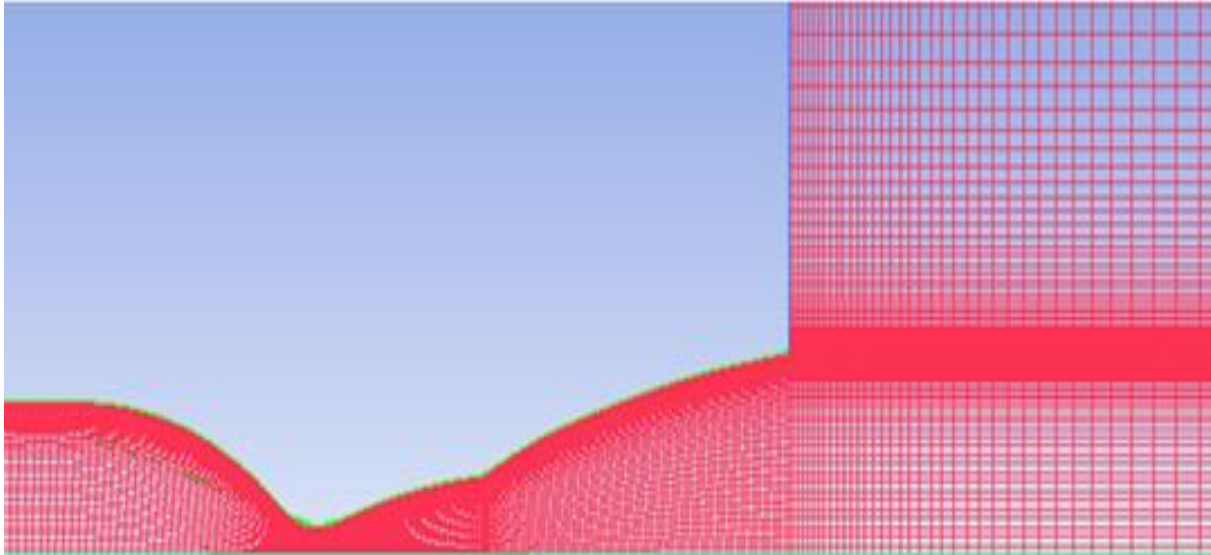
Pour que le mailleur ICM-CFD puisse mailler notre géométrie, on doit créer des blocs : **Blocking → Create Block → Type: 2D Planar**

Dans notre cas on devise la géométrie avec le milieu extérieur en 5 blocs ; on va faire associer les blocs avec les frontières de la géométrie : **Blocking → Move Vertex → Move Vertex.**



**Figure IV.3 :** Création des blocs de la tuyère double galbe.

Afin de terminer la création de la géométrie, on passe au maillage à l'aide de la fonction **Blocking**→**Pre-MeshParams**→On définit le nombre des nœuds : **Edge Params**. On obtient le maillage par la fonction **Pre-Mesh**.



**Figure IV.4** : Maillage structuré quadrilatère.

Lorsque le maillage est terminé, il ne reste qu'à exporter ce dernier sous un format lisible par le solveur, Fluent en l'occurrence. Ceci se fait par la commande **File/Export/ Mesh** qui permet d'écrire un fichier de maillage avec l'extension "**.msh**".

### **IV.3.3. Résolution par Fluent :**

L'étape de la résolution est effectuée avec le solveur **Fluent**. Ce dernier fournit, en générale, de bons résultats en simulation des écoulements internes. On exécute notre maillage à l'aide de la fonction **Read mesh**.

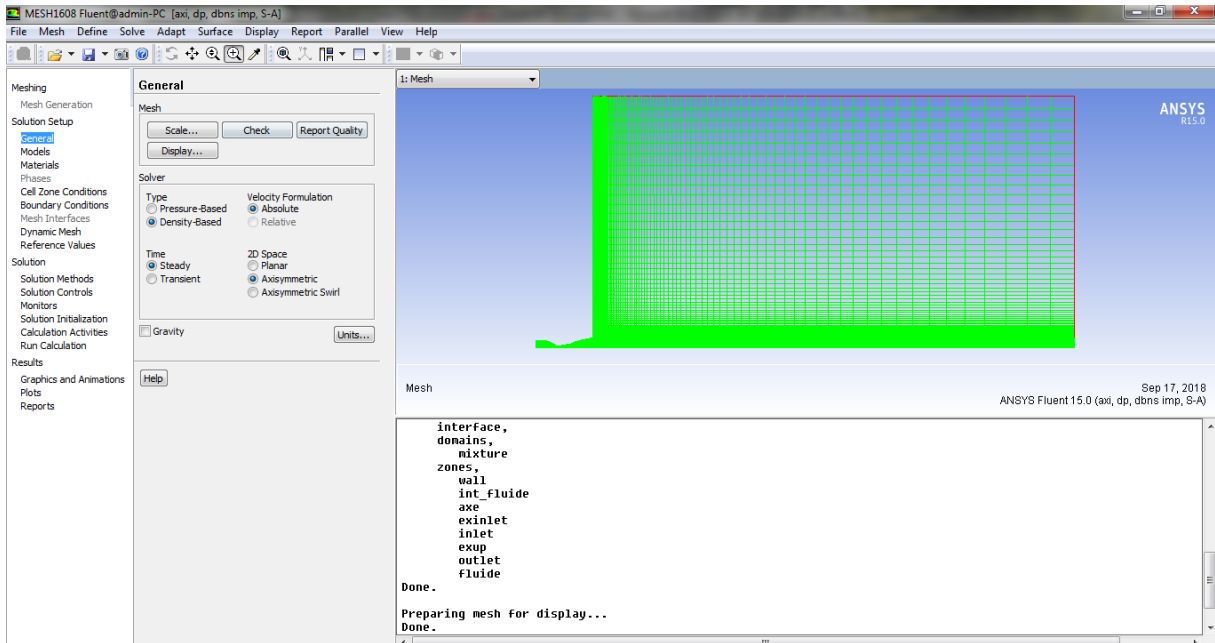


Figure IV.5 : Maillage structuré quadrilatère de la tuyère DBN sur Fluent.

Après avoir vérifié la qualité de notre maillage, vient le choix du modèle de calcul, le type de matériau utilisé et l'étape de définition des conditions aux limites à l'aide de la fonction *Boundry Conditions*.

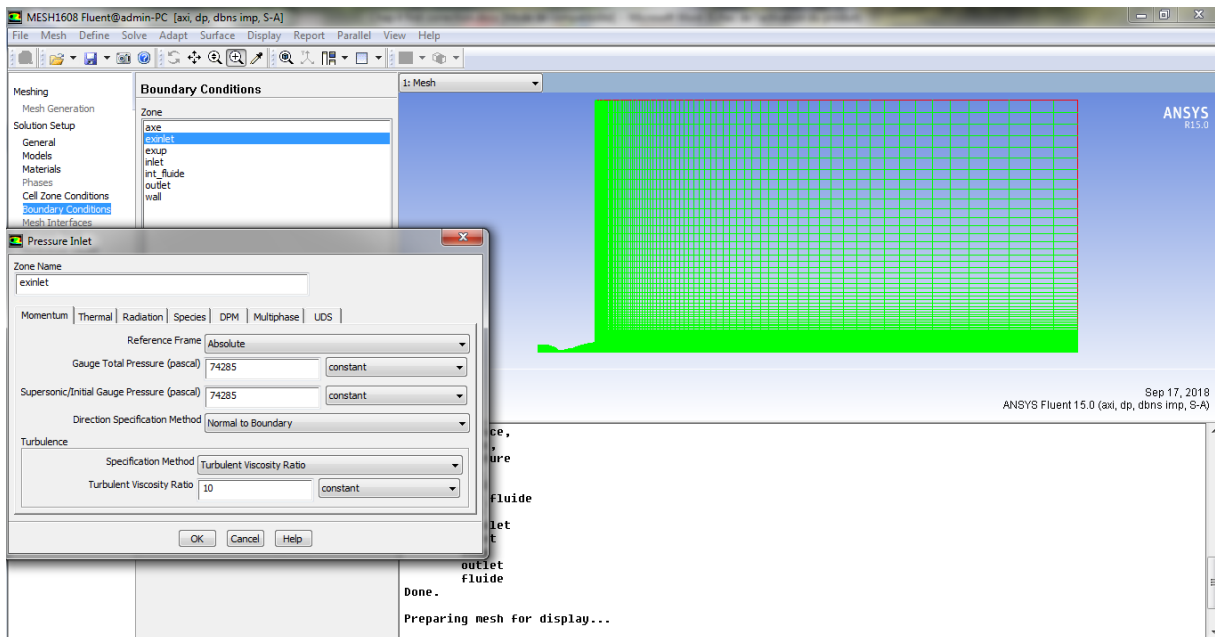


Figure IV.6 : conditions aux limites de la tuyère DBN.



Ensuite après le choix de la méthode de calcul et le nombre d'itérations on lance le calcul à l'aide de la fonction **Run Calculation**.

**Critère de convergence :**

Pour s'assurer de la convergence, nous imposons des critères de convergence très sévères (i.e.  $10^{-17}$ ). Néanmoins, nous arrêtons le calcul lorsqu'on estime que la convergence est atteinte (six ordres de grandeur sont, généralement, suffisants, i.e.  $10^{-6}$ ). Les critères que nous avons utilisés sont :

- Tous les résidus (équation de continuité, quantité de mouvement et énergie) sont inférieurs à  $10^{-6}$ .
- Les résidus ont atteints des valeurs constantes qui n'évoluent plus avec l'augmentation du nombre d'itérations.
- La dernière qui est la plus efficace est le suivi du coefficient de frottement pariétal et sa constance.

Une fois que les résultats de la simulation convergent, on procède à la visualisation des variables de l'écoulement sous forme d'un champ (contours) à l'aide de la fonction **Grafics and Animations** ou sous forme de graphes à l'aide de la fonction **Plots**.

**IV.4. NOTRE CAS D'ETUDE :**

**IV.4.1. Sensibilité au maillage :**

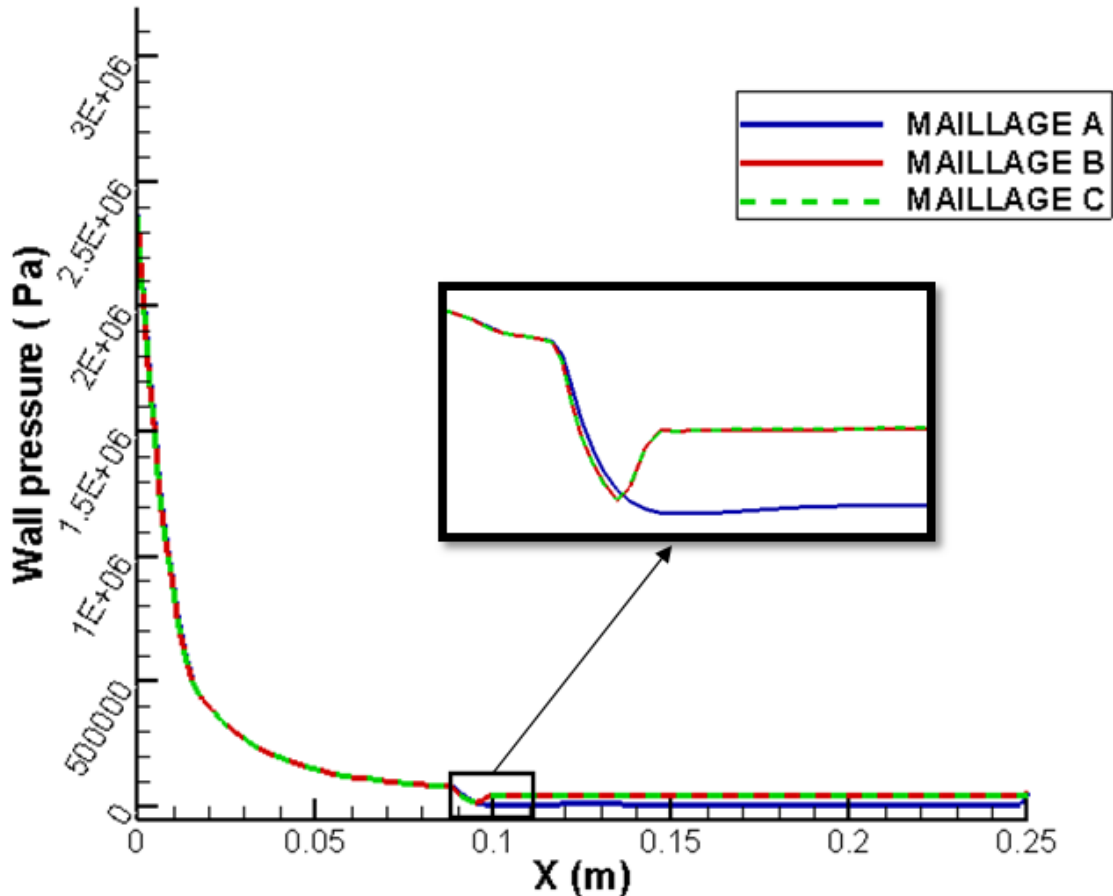
Afin d'étudier la sensibilité des solutions, trois maillages structurés multi bloc avec différentes densités de mailles ont été testés : les **Maillages A, B, C** sont composés de 19575 cellules quadrilatères et de 19960 nœuds mais raffinés différemment au niveau de la paroi et des zones de fort gradient de pression.

Pour assurer une résolution suffisante de la couche limite visqueuse, une petite comparaison du nombre adimensionnelle  $y^+$  est appliquée et récapitulée dans le **tableau IV.1**

Nom du Maillage	Maillage A	Maillage B	Maillage C
Ordre de $Y^+$	150-1300	25-1000	20-100

**Tableau IV.1 :** Récapitulatif de nombre  $y^+$  de maillage A, B et C

La *Figure IV. 7* présente la répartition des pressions le long de la paroi supérieure de la tuyère. Les calculs numériques sont réalisés à  $NPR=100$  en utilisant le modèle *Spalart-Allmaras* comme modèle de turbulence.



**Figure IV.7 :** Répartition de la pression le long de la paroi de la tuyère pour différents maillages à  $NPR=100$ .

L'analyse des résultats montre que la meilleure solution est obtenue avec le maillage *C* en raison des fluctuations observées le long de la courbe obtenue avec le maillage *B* et la non convergence du graphe obtenue par le maillage *A*, c'est pour cela qu'on va adopter le maillage *C* pour nos simulations. Notre choix est un compromis entre un maillage qui se rapproche de la solution réelle et le temps de calcul.

#### **IV.4.2. Présentation de la géométrie :**

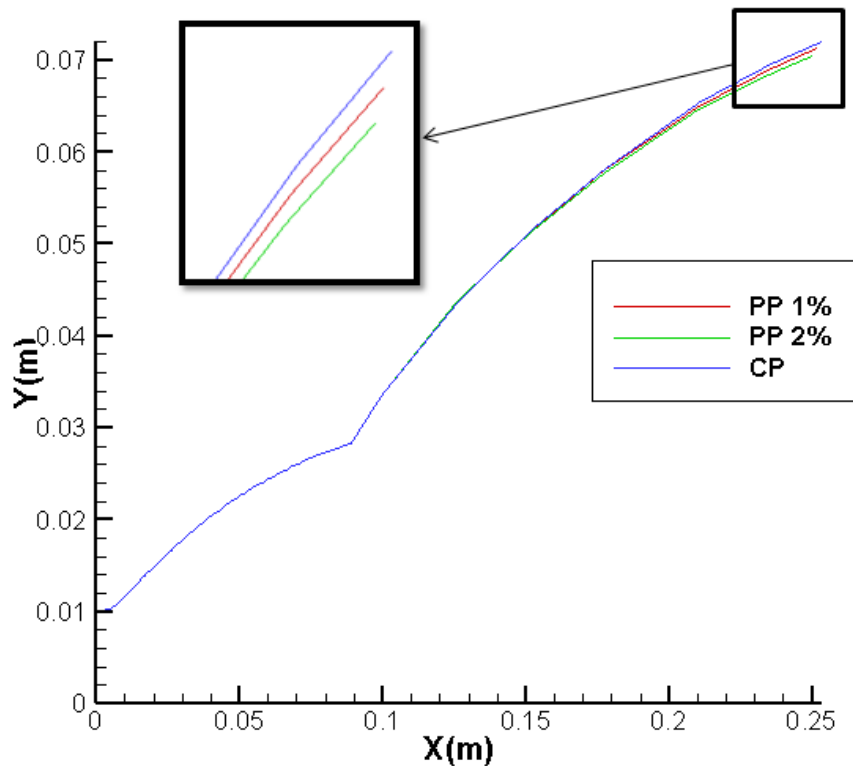
Au cours de notre étude numérique, les calculs seront effectués sur un gaz parfait. Le profil de référence choisi est celui d'une tuyère double galbe réelle appartenant au programme **CNES-PERSEUS** et conçue par l'office national d'études et de recherches aérospatiales

(ONERA, France) [64]. Une amélioration de cette tuyère est proposée par la référence [65] afin d'optimiser le mode de transition en appliquant une extension de type gradient positif. Deux géométries avec deux gradients différents sont proposées à savoir **PP 1%** (gradient positif de 1%) et **PP 2%** (gradient positif de 2%).

Les résultats de la simulation sont également comparés à ceux fournis par la méthode des caractéristiques [66-65].

Les écoulements étudiés sont des écoulements bidimensionnels axisymétriques. Seule la moitié du domaine fluide est alors considérée et la condition de symétrie est assurée en imposant une vitesse (donc la quantité de mouvement) transversale nulle le long du plan de symétrie et ça dans le but de minimiser le nombre des mailles et par conséquent minimiser le temps de calcul et les erreurs machines.

Les trois profiles (extension CP, extension PP 1% et PP 2%) sont représentés sur la *Figure IV.8*



**Figure IV.8** : Comparaison entre les trois profiles DBN étudiés.

Les caractéristiques des trois géométries sont récapitulées dans le *tableau IV.2* ci-dessous :

Quantités	Symboles	Valeurs		
		CP	PP 1%	PP 2%
Rayon au col	$R_{th}$	0.01 m		
Nombre de mach de conception	M	5.34		
Longueur du premier galbe	$L_b/R_{th}$	8.91		
Rayon de sortie du premier galbe	$Y_b/R_{th}$	2.83		
Longueur du deuxième galbe	$L_{ext}/R_{th}$	16.43	16.27	16.12
Longueur du divergent	$L_{tot}/R_{th}$	25.34	25.18	25.03
Rayon sortie tuyère	$R_{ext}/R_{th}$	7.21	7.13	7.05
Pression chambre	$P_0$	$52 \times 10^5$ Pa		
Température génératrice	$T_0$	330 K		

**Tableau IV.2 :** Caractéristiques de la tuyère double galbe (CP, PP 1%, PP 2%).

❖ Conditions aux limites :

Pour toutes les frontières du volume de contrôle qui sont des interfaces entre les régions dans lesquelles l'écoulement est simulé et celles en dehors du domaine de calcul, les propriétés du fluide et de l'écoulement doivent être spécifiées. Souvent la spécification du type paroi, à savoir : paroi adiabatique, paroi de non-glissement,...etc.est suffisante, dans d'autre cas, des informations complémentaires sont exigées (température de la paroi, ...etc.), [67].

Les écoulements étudiés dans ce travail s'effectuent dans des domaines confinés limités par la paroi de la tuyère. Nous avons, donc, à préciser pour chaque cas d'écoulement, quatre types de conditions aux limites à savoir :

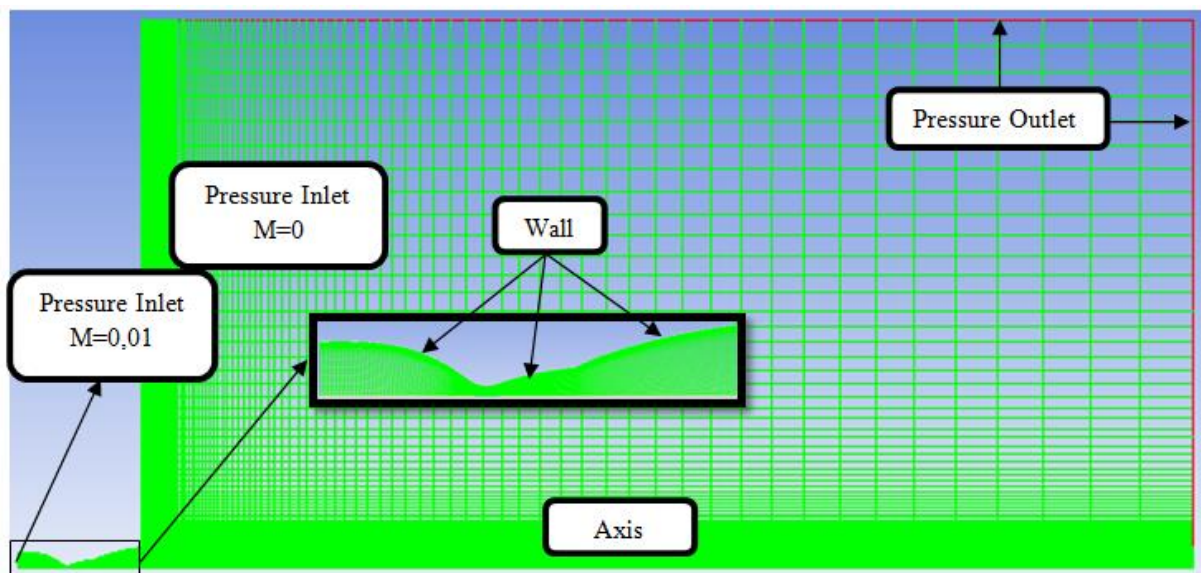
- Conditions d'écoulement à l'entrée du domaine;
- Conditions d'écoulement à la sortie du domaine;
- Conditions de symétrie;
- Conditions aux parois solides.

Le nombre de conditions à l'entrée ou à la sortie dépend de la nature locale de l'écoulement, i.e. supersonique ou subsonique.

Le *tableau IV.3* explicite les conditions aux limites imposées dans le modèle de calcul visqueux de la tuyère double galbe pour ces deux géométries d'extension.

<b>Model</b>	2D, axisymétrique
<b>Solveur</b>	Couplé, implicite
<b>Fluide</b>	air, loi des gaz parfaits
<b>Conditions aux limites à l'entrée</b>	Pression d'entrée $\left\{ \begin{array}{l} p_0 = 52 \times 10^5 \text{ pa} \\ p_s = 5199636.016 \text{ pa} \\ T_0 = 330 \text{ K} \end{array} \right.$
<b>Conditions aux limites à la sortie</b>	Pression de sortie $\left\{ p_s = \frac{p_0}{\text{NPR}} \right.$
<b>Parois</b>	Wall (paroi adiabatique)

**Tableau IV. 3:** Les conditions aux limites pour nos tests.



**Figure IV.9 :** Types des conditions aux limites utilisées dans les simulations des différents cas tests.

### **IV.5. Résolution :**

L'étape de la résolution est effectuée avec le solveur Fluent. Ce dernier fourni, en générale, de bons résultats lors de la simulation des écoulements internes, [68].

L'un des intérêts de ce logiciel de simulation, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides. Dans notre cas, nous nous limitons à l'étude de la modélisation des phénomènes stationnaires.

Le modèle de turbulence utilisé dans notre étude est celui de *Spalart-Allmaras* car c'est un modèle robuste et dont la convergence à l'état stationnaire est rapide.

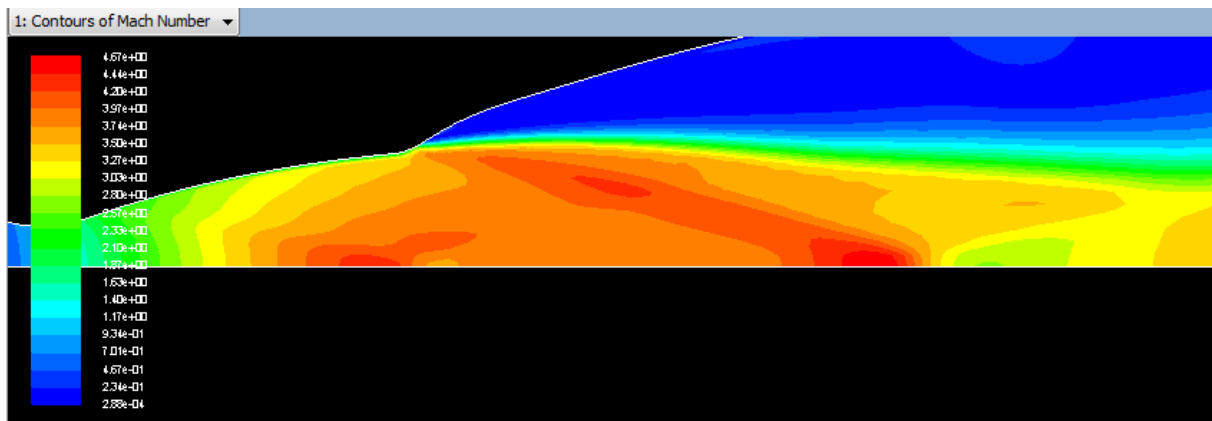
Un ensemble de calculs a été initié pour étudier l'influence de la variation des rapports de pression (NPR) sur le mode de fonctionnement de la tuyère double galbe, en se concentrant sur le comportement du fluide à proximité de la paroi. Le NPR varie linéairement de 70 à 200 dans les deux géométries d'extension étudiées à savoir le PP 1% et le PP 2%. Afin de reproduire avec précision la physique du problème étudié, la pression d'alimentation totale est maintenue constante, tandis que la pression ambiante varie.

Ces simulations nous ont permis de mettre en évidence tous les modes de fonctionnement de la tuyère *DBN* pour les deux géométries en passant du mode basse altitude (niveau de la mer) au mode de transition puis le mode haute altitude.

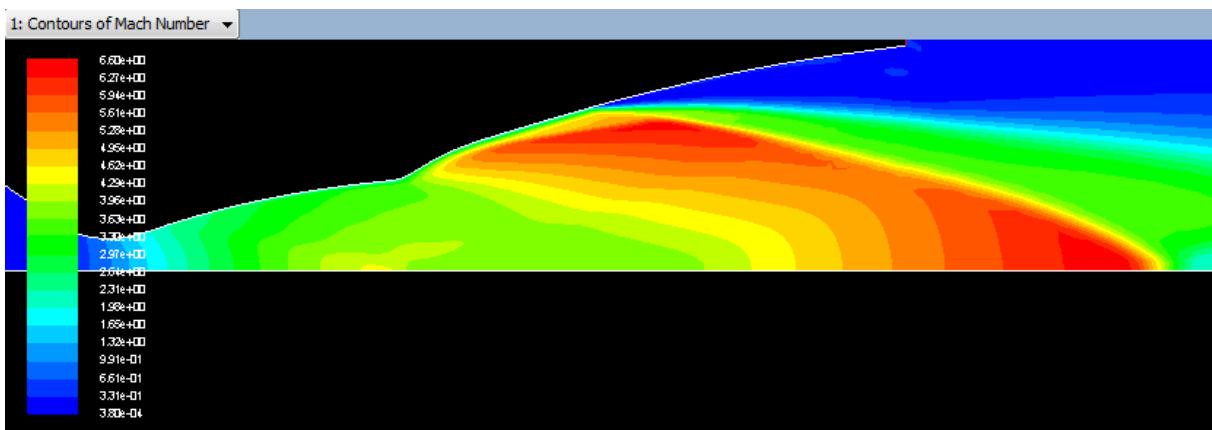
#### **IV.5.1. Etude de la géométrie d'extension à gradient positif PP 1% :**

Pour chaque NPR le contour de nombre de Mach et le point de séparation de l'écoulement de la paroi de la DBN ont été déterminés ainsi que la variation de la pression au niveau de la paroi.

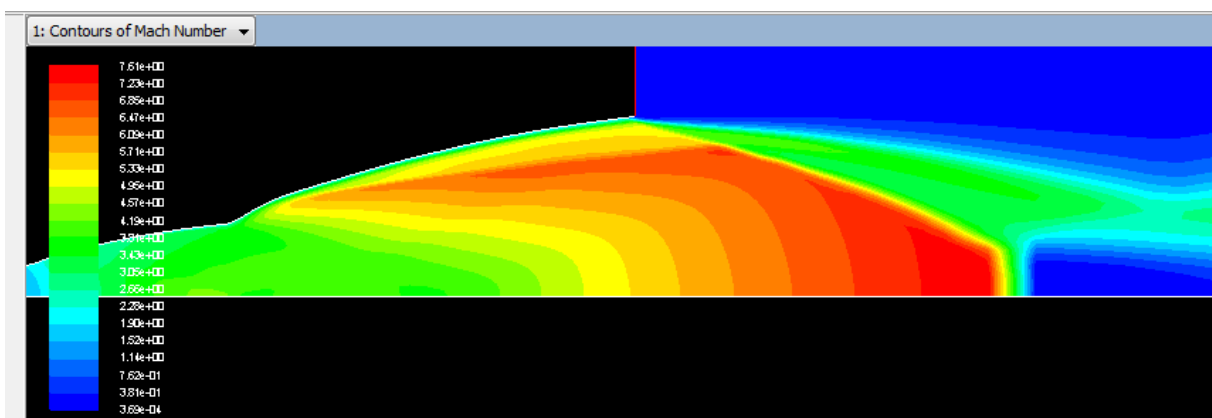
**IV.5.1.1. Contours de Mach :**



**Figure IV.10 :** contour de nombre de mach pour NPR=80.



**Figure IV.11 :** contour de nombre de mach pour NPR=140.



**Figure IV.12 :** contour de nombre de mach pour NPR=200.

En analysant les figures précédentes on remarque que :

En régime basse altitude (SeaLevel Mode) comme le montre la *Figure IV.10*, il y a que le premier galbe qu'est en fonctionnement "full flowing". L'écoulement se sépare immédiatement au point d'inflexion et forme un jet libre à l'intérieur du deuxième galbe.

Dans la phase de transition (voir *Figure IV.11*), l'écoulement se détache de la paroi du deuxième galbe. Contrairement au cas du mode basse altitude où le point de décollement est figé sur le point d'inflexion, le point de décollement en mode transitoire est repoussé vers l'aval sur la paroi de l'extension avec la variation des NPR.

En régime haute altitudes (voir *Figure IV.12*), l'écoulement épouse la paroi du deuxième galbe en entier (absence de décollement sur toute la longueur de l'extension). Ceci témoigne de la bonne implémentation de notre modèle de calcul sous Fluent.

#### **IV.5.1.2. Explication du phénomène de décollement :**

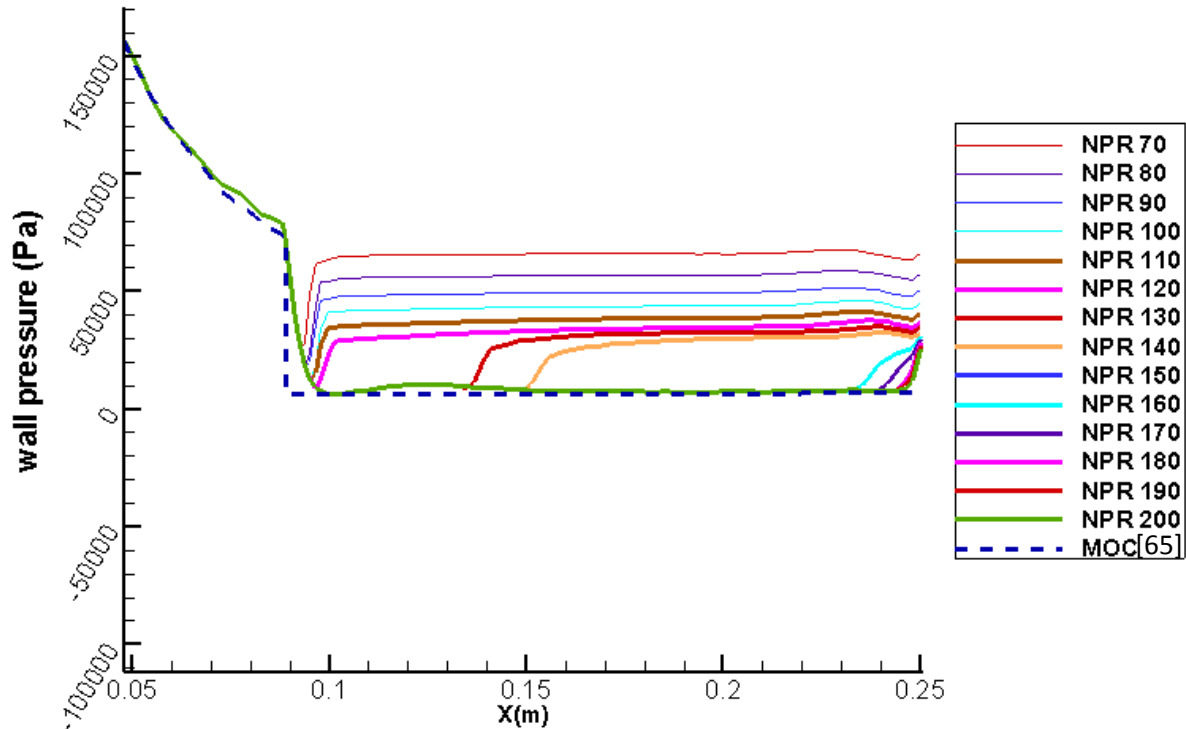
Lorsque la pression aval est très élevée (régime de fort sur détente) le fluide en dehors de la couche limite possède une quantité de mouvement suffisante pour surpasser le gradient de pression adverse qui essaye de pousser le fluide vers l'arrière. Le fluide dans la couche limite possède une quantité de mouvement faible (domaine de flux d'impulsion plus faible) qui est dû au frottement entre le fluide et la paroi solide et par conséquent le fluide ne pourra plus contrer le gradient de pression adverse et sera vite ramené à l'arrêt et éventuellement renversé sa direction. Si ce renversement arrive, une onde de choc se forme et la couche limite se décolle de la paroi solide.

#### **IV.5.1.3. Evolution de la pression pariétale :**

La *Figure IV.13* montre les différentes évolutions de pression pariétale, dans le divergent pour les NPR allant de 70 jusqu'à 200, calculées par le modèle de turbulence *Spalart-Allmaras* implémenté dans Fluent.

Nos résultats sont comparés aux résultats numériques obtenus par la Méthode des caractéristiques MOC [66].





**Figures IV.13 :** Différentes évolutions de pression pariétale pour différents NPR calculées par Fluent comparées à celles de la MOC [66] pour PP 1%.

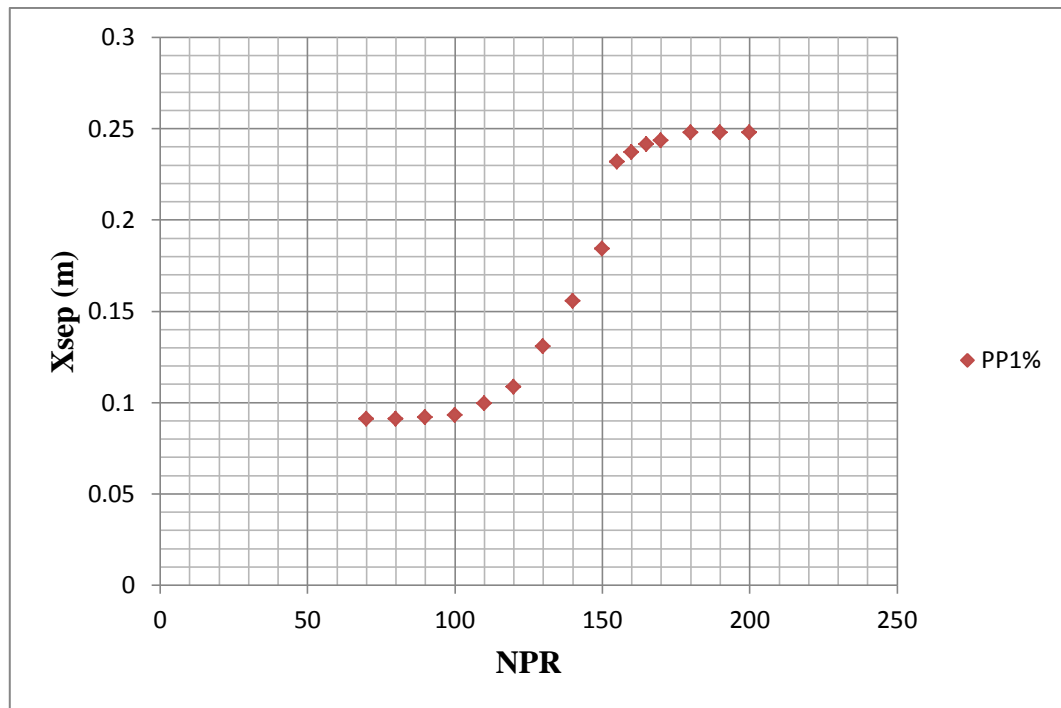
Toutes les courbes montrent une expansion isentropique dans le premier galbe. À l'approche du point d'inflexion (jonction entre le premier et le deuxième galbe), une chute de pression est notée. Cette baisse est plus marquée dans le cas du calcul de la MOC [66-65]. Ceci peut s'expliquer par l'expansion centrée de Prandtl-Meyer provoquée par l'inflexion du profil de la tuyère.

Dans le galbe d'extension, toutes les courbes deviennent constantes jusqu'à la sortie de la tuyère.

Nous constatons une très bonne cohérence entre nos résultats et ceux de la MOC [65-66].

#### **IV.5.1.4. Point de séparation de l'écoulement dans la DBN\_PP 1% :**

La *Figure IV.14* montre la position de séparation de l'écoulement de la paroi le long de la tuyère double galbe pour différentes valeurs de NPR.



**Figure IV.14 :** Variation du point de séparation pour une DBN pp1% pour différents NPR.

Selon les résultats de la *Figure IV.14*, la tuyère fonctionne en mode basse altitude (Sea Level Mode) pour  $\text{NPR} \leq 130$ .

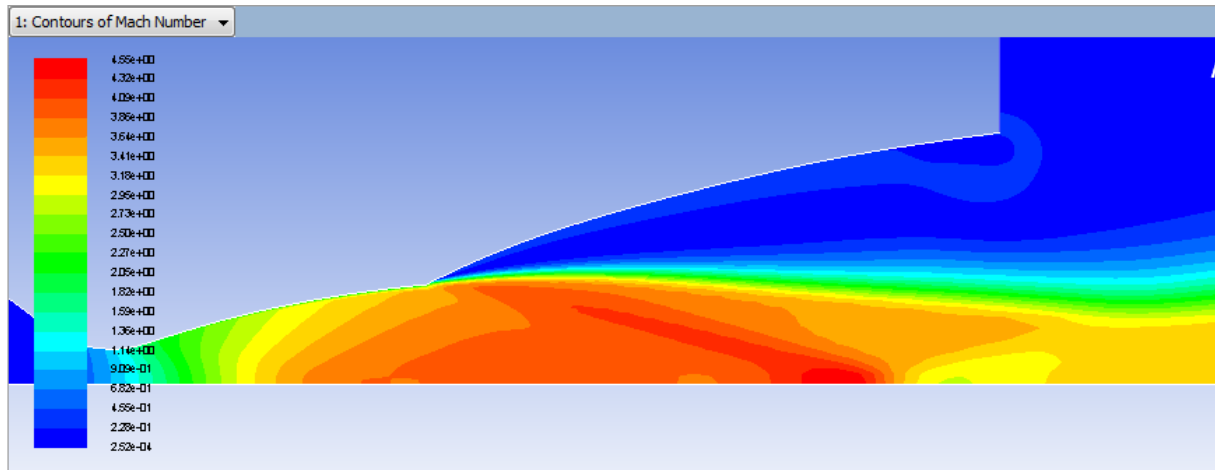
Pour les NPR comprises entre 130 et 155, nous remarquons que le point de séparation rampe le long de la paroi de galbe d'extension. Par conséquent, la tuyère fonctionne pendant cette période en mode de transition.

La transition effective vers le mode haute altitude est seulement atteinte à partir de  $\text{NPR} = 155$ , la non-adaptation de la tuyère pour cette NPR provoque le détachement du flux. Il convient de noter que ce profil est conçu pour être adapté pour  $\text{NPR} = 800$ . Pour les valeurs NPR supérieures à 165, l'écoulement a tendance à se fixer à la lèvre de la tuyère.

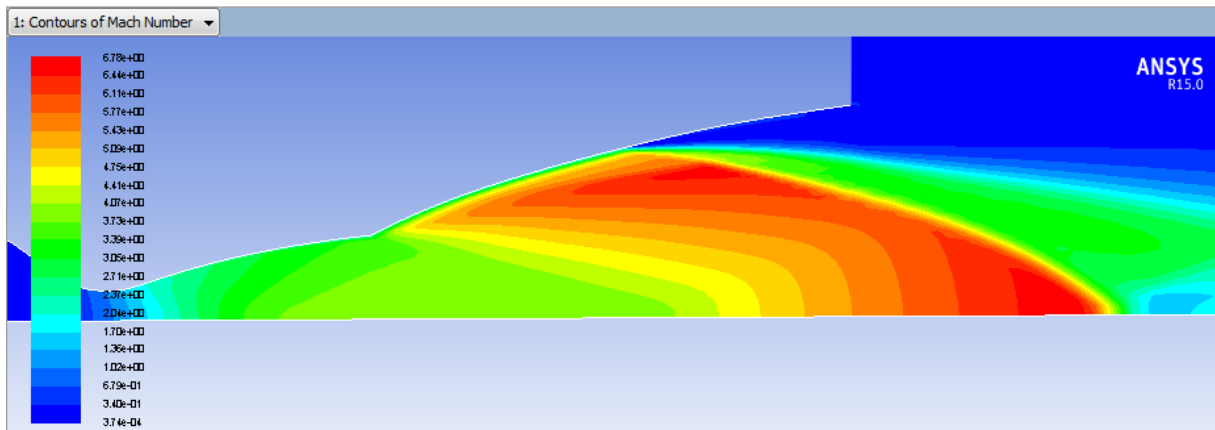
#### **IV.5.2. Etude de la géométrie d'extension à gradient positif PP 2% :**

Comme précédemment, le contour de nombre de Mach, le point de séparation de l'écoulement de la paroi de la DBN et la pression pariétale ont été déterminés pour la géométrie PP 2%.

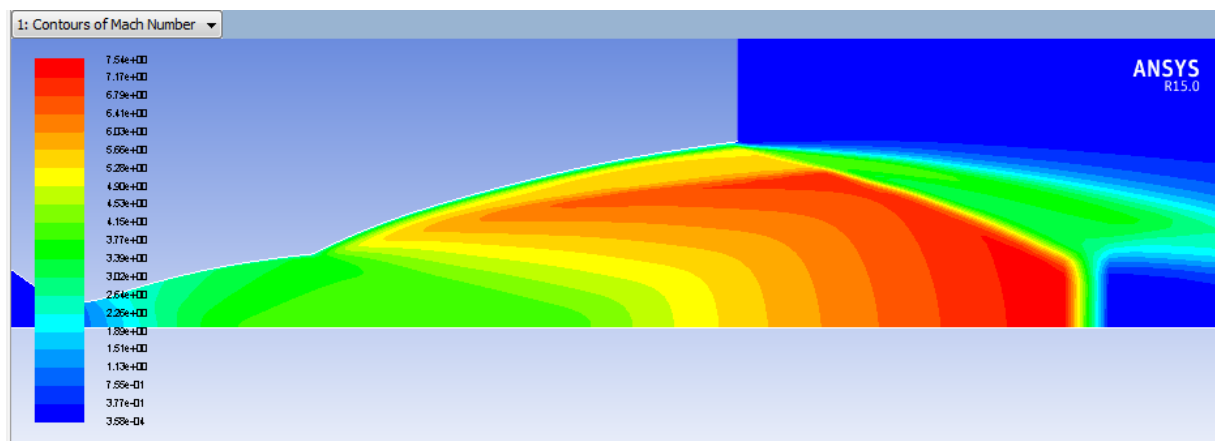
**IV.5.2.1. Contours de Mach :**



**Figure IV.15 :** contour de nombre de mach pour NPR=80.



**Figure IV.16 :** contour de nombre de mach pour NPR=140.



**Figure IV.17:** contour de mach pour NPR=200.

En analysant les figures précédentes pour NPR=80 la tuyère fonctionne en mode basse altitude, le point de décollement coïncide avec le point d'inflexion de la géométrie.

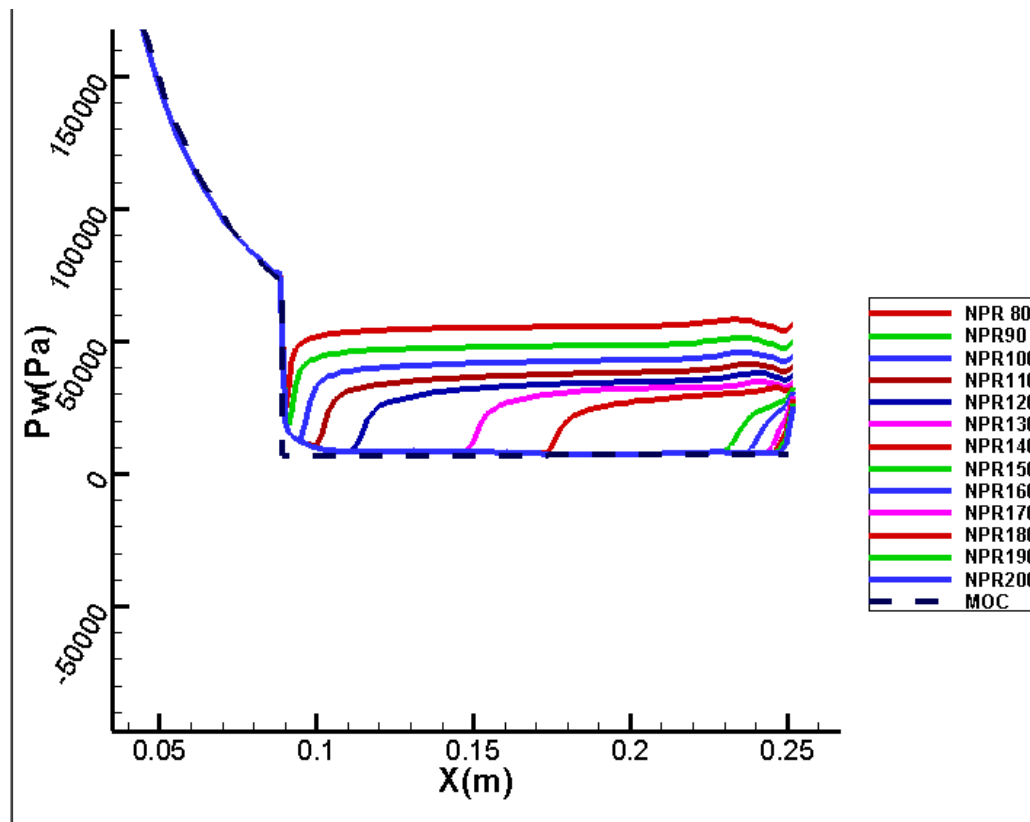
L'écoulement passe en régime de transition et il se détache de la paroi du deuxième galbe comme montre la *Figure IV.16*.

L'écoulement épouse la paroi du deuxième galbe en entier lors de l'atteinte du mode haute altitude (voir *Figure IV.17*).

#### IV.5.2.2. Evolution de la pression pariétale :

La *Figure IV.18* montre les différentes évolutions de pression pariétale, dans le divergent pour les mêmes NPR utilisé précédemment c.à.d. [70 – 200], calculées par le modèle de turbulence *Spalart-Allmaras* implémenté dans Fluent.

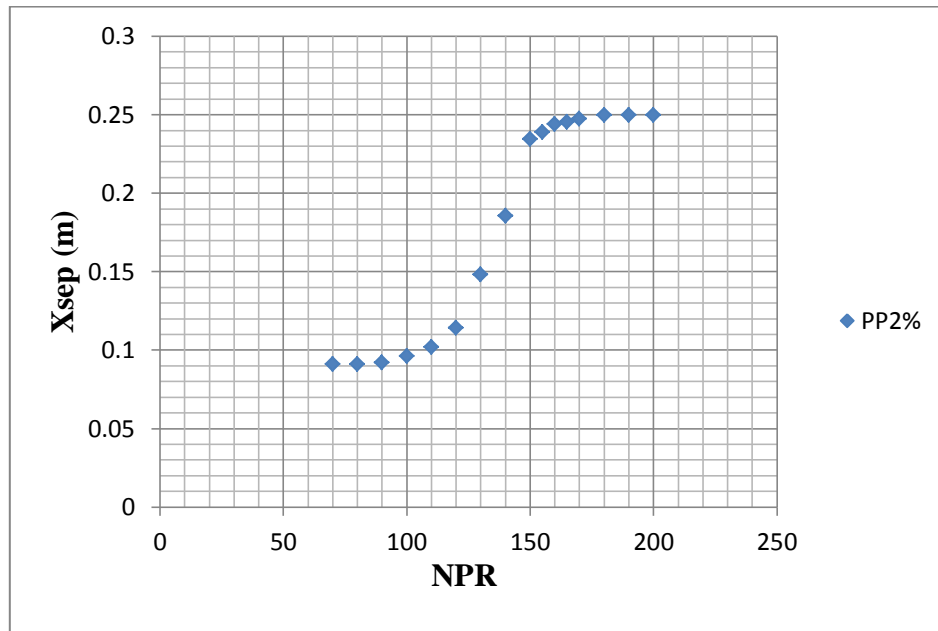
La comparaison de nos résultats aux résultats numériques obtenus par la Méthode des caractéristiques MOC [65-66] est très satisfaisante vu la bonne concordance des courbes.



**Figures IV.18 :** Différentes évolutions de pression pariétale pour différents NPR calculées par Fluent comparées à celles de la MOC [66] pour pp 2%.

### IV.5.2.3. Point de séparation de l'écoulement dans la DBN\_PP 2% :

La *Figure IV.19* montre la position de séparation de l'écoulement de la paroi le long de la tuyère double galbe pour différentes valeurs de NPR.



**Figure IV.19 :** Variation du point de séparation pour une DBN pp2% pour différents NPR.

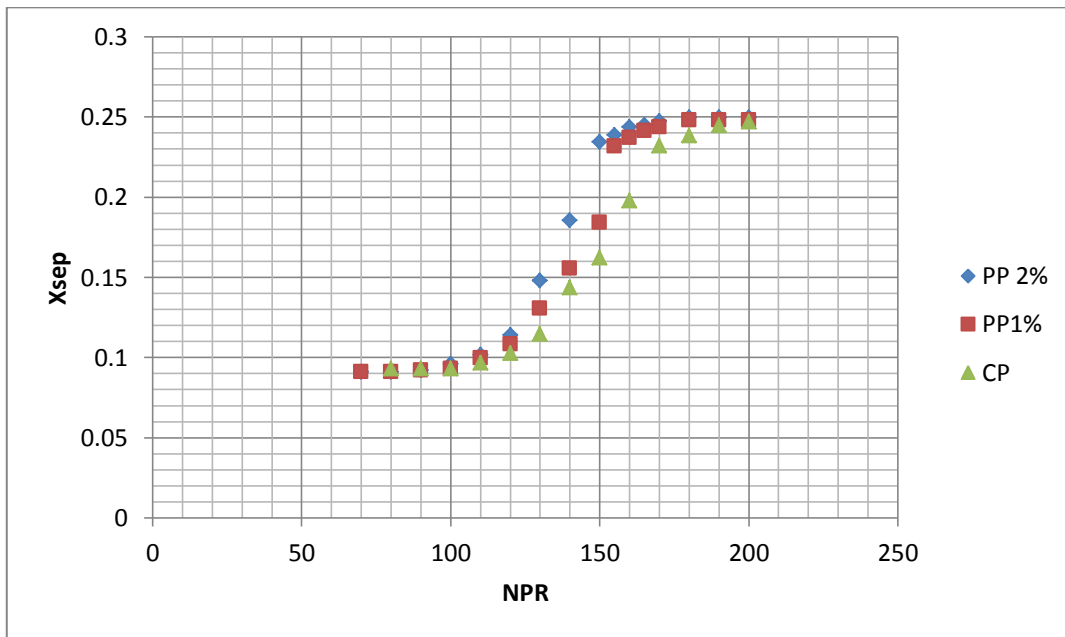
Selon les résultats de la *Figure IV.19*, la tuyère fonctionne en mode basse altitude (Sea Level Mode) pour  $\text{NPR} \leq 130$ .

Pour les NPR comprises entre 130 et 150, nous remarquons que le point de séparation rampe le long de la paroi de galbe d'extension. Par conséquent, la tuyère fonctionne pendant cette période en mode de transition et la transition effective vers le mode haute altitude est seulement atteinte à partir de  $\text{NPR} = 150$ .

### IV.5.3. Etude numérique de l'influence du type d'extension sur la transition :

Pour les conditions susmentionnées, et en utilisant le modèle de turbulence *Spalart-Allmaras*, une simulation numérique de l'écoulement à l'intérieur de la tuyère double galbe PP1% et PP2% a été réalisée pour les fréquences de  $\text{NPR} = 70$  à 200. Nos résultats sont comparés à ceux de la géométrie de base (celle d'une extension à pression constante qu'on mentionnera par CP) fournis par la référence [65].

La variation du point de séparation de l'écoulement de la paroi solide en fonction des NPR pour les trois extensions est indiquée sur la *Figure IV.20*.



**Figure IV.20:** Variation du point de séparation en fonction des NPR.

Comme la *Figure IV.20* le montre, la DBN avec extension de paroi à gradient de pression positif PP 2% fonctionne en mode basse altitude pour  $NPR \leq 130$ , et la transition effective vers le mode haute altitude est atteinte pour  $NPR = 150$  comparée au DBN avec extension de pression de paroi positive PP1% ou celle avec extension de pression constante CP où la transition est atteinte pour  $NPR = 155$  et  $NPR = 160$  respectivement.

#### **IV.6. Conclusion :**

La présente étude est consacrée à la simulation numérique de l'écoulement à l'intérieur des tuyères double galbe afin de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'extension sur le point de transition, Les calculs sont appliquée sur un cas d'étude représenté par une tuyère réelle conçue par l'office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA, France).

Les résultats de ce calcul visqueux mené par le modèle de turbulence *Spalart-Allmaras* ont été comparés à ceux de l'ONERA et de la référence [65-66].

Cette simulation montre que la durée de transition peut être réduite en appliquant une extension à gradient de pression positif de 1% et réduite d'avantage avec une extension à 2% de gradient sur la paroi du deuxième galbe de la tuyère.

## Conclusion générale

---

Le travail présenté dans ce mémoire est une étude numérique (CFD) qui vise à comprendre le comportement de l'écoulement dans une tuyère double galbe à compensation d'altitude afin de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'extension sur le point de transition et sur le déroulement de la transition d'un mode de fonctionnement à l'autre.

L'étude proposée s'est intéressée à la description du comportement d'un fluide visqueux dans une tuyère supersonique double galbe **DBN**, l'application a été faite sur un type de tuyère appartenant à L'ONERA (office national d'études et de recherches aérospatiales) sur deux géométries d'extension à gradient de pression favorable à la paroi ( PP1% et PP2%) dont on connaît les paramètres aérodynamiques et géométriques.

Les simulations présentées dans ce mémoire ont été réalisées avec le code commercial ANSYS-Fluent basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes d'un écoulement compressible turbulent et visqueux, en utilisant le modèle Spalart-Allmaras comme modèle de turbulence, la simulation en montée a été faite en prenant plusieurs NPR.

Les résultats obtenus par le calcul sur les deux géométries à gradient de pression positif (PP1% et PP2%) ont été comparés avec les données de la tuyère à pression constante [65] et ceux de la méthode des caractéristiques [66]. Ces derniers ont montré que le régime transitoire commence à NPR=130 pour la tuyère CNES PERSEUS, PP1% et PP2% et atteint le régime haute altitude à NPR= 160, NPR=155, NPR=150 pour les tuyères CNES PERSEUS, PP1% et PP2% respectivement.

Ces résultats permettent de conclure que la phase de transition peut être réduite en modifiant la géométrie d'extension du deuxième galbe de la tuyère supersonique.



## Conclusion générale

---

Nous proposons sur les futurs travaux les points suivant :

- Envisager l'utilisation de d'autres modèles de turbulence pour le calcul visqueux en l'occurrence le modèle  $k-\omega$ ,  $k-\epsilon$  et  $k-\omega SST$ .
- Penser au calcul transitoire de notre étude afin de quantifier la durée de la phase de transition.
- Une étude comparative des performances des tuyères double galbe utilisées en terme de poussée et d'impulsion spécifique.
- Une étude de l'interaction fluide-structure (aéroélasticité) dans le but de déterminer les charges latérales aux quelles la tuyère double est soumise.

## REFERENCES

- [1] Jean Détery, *Traité d'aérodynamique compressible, Volume 2, écoulements monodimensionnels stationnaires et surfaces de discontinuité*, Lavoisier 2008.
- [2] Andre Lallemand, « Ecoulement monodimensionnel des fluides Compressibles, Techniques de l'ingénieur Génie énergétique » – B 8 165
- [3] Yohann Perrot, « étude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible », Thèse de doctorat, INSA de Rouen 2006.
- [4] PIERRE LAVAL. "Time dependent calculation method for transonic nozzle flows". *Lecture Notes in Physics, Flow field calculations, Session IV*, pp. 187 -192, 1971.
- [5] M. C. CLINE. "Computation of steady nozzle flow by a time dependent method". *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 419-429, 1974.
- [6] M. C. Cline. VNAP2: "A computer program for computation of two-dimensional, time-dependent compressible turbulent flow". *Rapport LOS ALAMOS National Laboratory*, 1981.
- [7] RAO, G. V. R., "Exhaust nozzle contour for optimum thrust". *Jet Propulsion*, Vol. 28, No. 6, June 1958.
- [8] RAO, G.V.R., "Approximation of optimum thrust nozzle contours". *ARS Journal* J30 (6), Page 561, June 1960.
- [9] SHAPIRO, A. "The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow". New York: Ronald Press, 1953.
- [10] THOMPSON, P. "Compressible Fluid Dynamics". MCGRAW-HILL, 1972.
- [11] L. BOCCALETTO. "Maîtrise du décollement de tuyère. Analyse du comportement d'une tuyère de type TOC et définition d'un nouveau concept: le BOCCAJET". thèse de doctorat à Aix-Marseille Université, soutenue le 19 janvier 2011.
- [12] FOSTER AND COWLES. "Experimental Study of Gas Flow Separation in Over expanded Exhaust Nozzles for Rocket Motors". *JPL Progress report 4-103*, 1949.

[13] Génin, C., et al., “Experimental and numerical study of dual-bell nozzle flow,” Progress in Flight Physics Vol. 5, pp. 363-376, 2013.

[14] Martelli, E., et al., “Numerical parametric analysis of dual-bell nozzle flows,” AIAA Journal, Vol. 45, No. 3, pp. 640-650, 2007.

[15] HORN, M. AND FISHER, S. "Dual-Bell Altitude Compensating Nozzles". Rocket dyne Division NASA-CR-194719, 1994.

[16] GOEL, P. AND JENSEN, R. "Numerical Analysis of the Performance of Altitude Compensating Dual Bell Nozzle Flows". Rocketdyne Division, 1995.

[17] HAGEMANN, G., FREY, M. AND MANSKI, D. "A Critical Assessment of Dual-Bell Nozzles", AIAA-97-3299, 33rd AIAA Joint Propulsion Conference, Seattle, WA, 6-9 July 1997.

[18] IMMICH, H. AND CAPORICCI, M. "FESTIP Technology Developments in Liquid Propulsion for Reusable Launch Vehicles", AIAA 96-3113, 32nd Joint Propulsion Conference, Lake Buena Vista, FL, 1-3 July 1996.

[19] KARL, S. AND HANNEMANN, K. "Numerical Investigation of Transient Flow Phenomena in Dual-Bell Nozzles", 6th International Symposium on Launcher Technologies, Munich, Germany, 2005.

[20] Davis, K. and all, “Experimental and Computational Investigation of a Dual-Bell Nozzle”, 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2014.

[21] Schneider, D., Génin, C., Stark, R. and Fromm, C, M., “Ariane 5 Performance Optimization Using Dual Bell Nozzle Extension”, Fourth Space Propulsion Conference, 3AF,. May 2014.

[22] Schneider, D. and Génin, C., “Numerical Investigation of Flow Transition Behavior in Cold Flow Dual-Bell Rocket Nozzles”, Journal of Propulsion and Power, DOI: 10.2514/1.B36010. May 2016.

[23] Kbab, H. and all, “Design and performance evaluation of a dual bell nozzle”, Acta Astronautica 130 (2017)

- [24] Djebbar O. et Hamitouche, T., "Développement d'une méthode de conception de profils de tuyères double galbes," M.Sc. thesis, Université Saad Dahleb de Blida, IAB, 2014.
- [25] Lagab Lynda « Simulation Numérique Des Écoulements Supersoniques Dans Les Tuyères Double Galbe » Mémoire De Magister En Aéronautique- Blida 2015
- [26] Östlund, J., "Supersonic flow separation with application to rocket engine nozzles," PhD thesis, TRITA-MEK-2004, RIT, Stockholm, Sweden.
- [27] J.OSTLUND "Flow processes in rocket nozzles with focus on flow separation and said loads", technical reports from royal institute of technology, Stockholm, Sweden, 2002.
- [28] K.BOUALEM "Simulation numérique sur les tuyères supersonique tronquées ", mémoire d'ingénieur, département d'aéronautique, université Saad dahlabe, Blida, 2009.
- [29] [Accrodavion.be/Accrodavions/lapropulsion7](http://Accrodavion.be/Accrodavions/lapropulsion7)
- [30] G.HAGEMANN "Advanced rocket nozzles", journal of propulsion and power, DLR, German aerospace research center, Germany, 2004.
- [31] M.HABIBALLAH "Liquide rocket trust Chambers», office national d'étude et de la recherché aérospaciales, chatillon, France, 2004.
- [32] Anderson, J.D., "Modern compressible flow with historical perspective," McGraw-Hill Book Co.-Singapore, Jr-2nd ed, 1990.
- [33] S. CANDEL, "Mécanique des Fluides", Dunod 1995.
- [34] INGEL RYHMING, " Dynamiques des Fluides", Presses Polytechniques Romandes 1985.
- [35] R. COMOLET, "Mécanique expérimentale des fluides, Tome 1", Masson, 1990
- [36] REIJASSE, P, "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé", PhD Thesis, Université de Paris VI, 2005.
- [37] JEAN DELERY, "Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps", Département Aérothermodynamique, E.N.S.A.E, 1989.

- [38] NGUYEN, A. T., GIRARD, S., Alziary de Roquefort, T. " Etude de l'écoulement dans une tuyère à contour parabolique en régime sur détendu". Rapport LEA sous commande ONERA N°6983/DA/CDES, juillet 2001.
- [39] GIRARD, S., DENIAU, H., NGUYEN, A. T., Alziary de Roquefort, T. "Etude de l'écoulement dans une tuyère propulsive à contour parabolique en régime sur détendu ". Note LEA, 2000.
- [40] S.GALERA, " Modélisation thermique de la turbulence de proche paroi en régime hypersonique", thèse de doctorat à l'université de Montpellier II, 2011.
- [41] Boussinesq, J., "Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grandes section," Tome I-II, Gautier-Villars, Paris ,1897.
- [42] Alsall, M.J., "CACTUS, A characteristics solution to the neutron transport equations in complicated geometries," AEEW-R-1291, U.K. Atomic Energy Authority, 1980.
- [43]Allmaras, S.R., and Spalart, P.R., "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, AIAA 92-0439, 1992.
- [44] Pilinski, C., "Étude numérique du décollement dans les tuyères supersoniques," PhD thesis, INSA de Rouen, France, 2002.
- [45] Shih, T.H., et al., "A new k- $\epsilon$  eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows - model development and validation," Computers Fluids, Vol. 24, No. 3, pp. 227-238, 1995.
- [46] Yakhot, V., et al., "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique," Physics of Fluids A, Vol. 4, No. 7, pp1510-1520, 1992.
- [47] Wilcox, D.C., "Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models," AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, pp. 1299-1310, 1988.
- [48] Bailly C., Comte-Bellot, G., "Turbulence," CNRS Edition, Paris, 2003.
- [49] Guerriero, V., "Experimental and numerical study of Coanda ejectors for pneumatic solid transport," PhD thesis, INSA Toulouse, 2008.

[50] Menter, F.R., “Improved two-Equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows,” NASA TM 103975, 1992.

[51] Menter, F.R., “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications,” AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605, 1994

[52] Launder, B.E., and Sharma, B.I. “Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc,” Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, pp. 131–138, 1974

[53] Mahfoudi, E.A., “Contribution à l’étude des profils de tuyères en écoulements supersoniques visqueux par la méthode des volumes finis,” PhD thesis, Université Constantine 1, 2014.

[54] Versteeg, H. and Malasekera, W., “An introduction to computational fluid dynamics □ the finite volume method,” 2nd Pearson Education ed., U.K., 2007

[55] Chung, T.J., “Computational fluid dynamics,” 2nd ed., Cambridge University Press, 2010.

[56] Hirsch, C., “Numerical computation of internal & external Flows, V1:

Fundamentals of computational fluid dynamics,” 2nd ed., Elsevier, U.K., 2007

[57] Bergerat, L., “Développement d’une méthode numérique compressible pour la simulation de la cavitation en géométrie complexe,” PhD thesis, ENSAM, Paris, 2012.

[58] Wervaecke, C., “Simulation d’écoulements turbulents compressibles par une méthode d’éléments finis stabilisée,” PhD thesis, Université de Bordeaux I, France, 2010

[59] Bekka, N., “Simulation numérique d’un écoulement turbulent autour d’une paroi courbée: comparaison des modèles de turbulence,” PhD thesis, Université Mentouri Constantine, 2009.

[60] Kipouros, T. et al., “Multi-objective optimization of turbomachinery blades using Tabu search,” in Evolutionary Multi-Criterion Optimization, 3rd international conference, Guanajuato, Mexico, Springer, pp. 897-910, 2005.

- [61] Dhatt, G. and Touzot, G., “Une présentation de la méthode des éléments finis,” Collection Université de Compiègne, 1981
- [62] Dippold, V.F., “Acoustic Reference Nozzle with Mach 0.97, Unheated Jet Flow,” NPARC Alliance Validation Archive, NASA Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2012.
- [63] Arnoult. E., et al., “Module M4 Mecagora; Utilisation industrielle de la modélisation,” Espace numérique d’apprentissage de la méthode des éléments finis, UTC, 2005.
- [64] REIJASSE, P. and all, "Wall Pressure and Thrust of a Dual Bell Nozzle in a Cold Gas Facility", Progress in Propulsion Physics, Vol. 2, pp. 655-674, 2011.
- [65] Hamitouche, T. and all, “Design and Performances of the Dual-Bell Nozzle”, DOI:10.1109/AERO.2016.7500518, 2016 IEEE Aerospace Conference, 05 - 12 March 2016, Big Sky, MT, USA
- [66] Hamitouche.T. and all, “Développement d’une méthode de conception de profils de tuyères doubles galbes (dual bell-nozzles)”, 2nd International Conference on Aeronautics Sciences. ICAS-02. November 2015, Oran, Alegria.
- [67] Tannehill, J.C. et al., “Computational Fluid Mechanics and heat transfer,” 2<sup>nd</sup> ed., Taylor & Francis Group, 1997
- [68] Ansys Fluent 12.0 Theory Guide, Ansys Inc. 2009