

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DEHLEB BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département : Aéronautique



Mémoire pour l'obtention  
du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique  
Option : construction aéronautique

**THEME**

# Etude de l'insatbilité Hydrodynamique d'une flamme plane

**PRESENTE PAR :**

M<sup>elle</sup> : BOUZIDI

M<sup>elle</sup> : DAOUDI

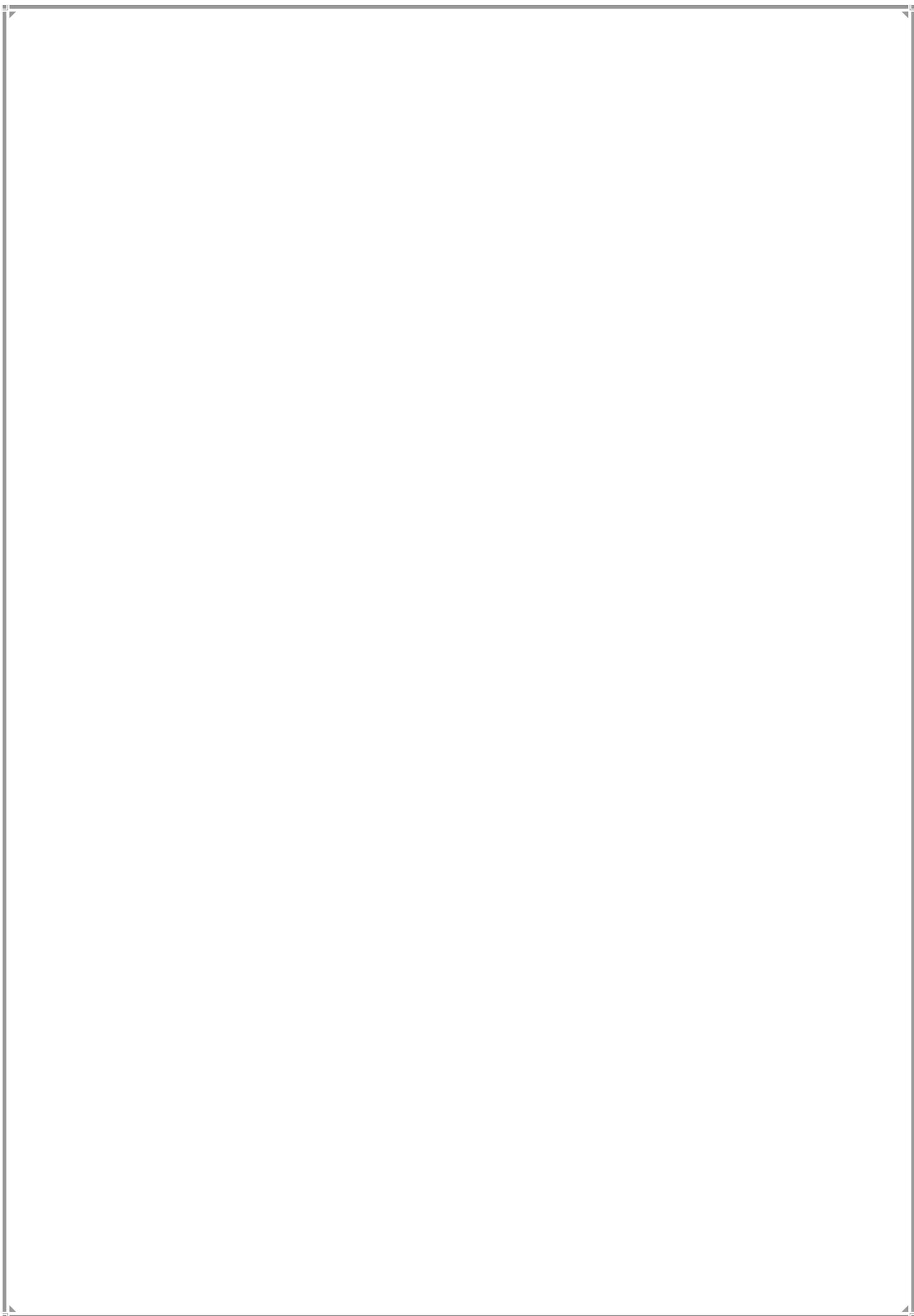
Aouda

Zahra

**ENCADRE PAR :**

M<sup>r</sup>: CHEGRANI. A

ANNEE UNIVERSITAIRE 2006 /2007



## **Résumé**

L'objectif de ce travail est de réaliser un programme permettant d'étudier la variation de la température de fin de combustion, la vitesse et l'épaisseur de la flamme laminaire prémélagée dans le cas d'un écoulement unidimensionnel en fonction des paramètres réduites en utilisant le modèle de Zeldovitch-Frank-Kamenteski et Vankarman ainsi que l'étude de l'instabilité du front de flamme particulièrement l'instabilité hydrodynamique.

Pour cette fin on a présenté une étude globale sur les flammes (thermodynamique, cinétique de la combustion, types de flammes).

## **Abstract**

The object of this work is to carry out a program making it possible to study the variation in the temperature of combustion, the speed and the laminar thickness of flame premixed in the case of a one-dimensional flow according to the wealth of using the model of Zeldovitch-Frank-Kamenteski et Vankarman , as well as the instability of planar front et especially hydrodynamic instability for this end we présente a global study of flames (thermodynamics, kenetic of combustion, the deffirentes types of flames).



## Remerciements

*Au terme de ce travail, nous tenons à remercier en premier lieu, le bon dieu(Allah) qui nous a donné la force, la volonté et le courage pour terminer ce projet de fin d'étude.*

*Nous adressons nos sincères remerciements à notre promoteur Monsieur Chegrani pour sa contribution à tout instant pour l'élaboration de ce travail.*

*C'est avec un grand plaisir que nous remercions tous les membres du Département d'Aéronautique qui nous aident durant notre étude et toutes les personnes qui nous ont assistés soutenus de près ou de loin. Sans oublier nos amis (es) qui restent dans l'ombre que nous n'oublierons guère.*

*Enfin, nous présentons tous nos vifs et sincères remerciements à monsieur le président et les membres du Jury qui ont accepté la charge d'évaluer le présent travail.*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail à:*

*A mes très chers parents qui m'ont toujours aidé et veiller sur moi durant toute ma vie.*

*A mes chers frères et mes chères sœurs.  
Sans oublier ma meilleure amie et binôme Aouda .*

*A tous les membres des familles: DAOUDI, BOUDALI, KHELFI et BOUZIANI.*

*A mes amis (es).*

*Zahra*

## *Dédicaces*

*C'est avec une grande joie que je dédie ce modeste travail à mes Parents que j'aime infiniment, et qui ont soutenue par leur amour et leur tendresse, à tous mes frères et sœurs chaque un de son prénom.*

*A ma binome qui pour son esprit sportif et dynamique*

*A toutes mes fidèles amis que j'aime qui sont présent à tout moment, à tous qui me connaît de près ou de loin sans exception.*

*A : Kasmi Ahmed qui je respecte beaucoup pour ces aides précieuses.*

*Aouda*

# Sommaire

## Introduction Générale

### Chapitre I : Aspects thermodynamique et cinétique chimique de la combustion

I.1. Définitions : combustion et flammes.....	1
I.2. Les principes de la thermodynamique.....	3
I.2.1 Le premier principe.....	4
I.2.2 Le deuxième principe.....	5
I.3. Les réactions chimiques.....	6
I.3.1.Équations chimiques de combustion.....	6
I.3.2. L'enthalpie de formation.....	8
I.3.3. Calcul de la température de combustion.....	8
I.4. Cinétique chimique de la combustion.....	12
I.4.1. Notion de l'équilibre chimique.....	12
I.4.2. Taux de réaction.....	14
I.4.2.1 Influence de concentration.....	14
I.4.2.2 Influence de la température.....	15
I.4.3. La Loi de la cinétique chimique.....	15
I.4.4. Mécanisme des réactions chimiques.....	16
I. 4.4.1 Définition de l'énergie d'activation.....	16
I.4.4.2. Schéma réactionnel.....	16
I.4.4.3. La propagation de la réaction.....	17
I.4.4.4. La rupture d'une chaîne.....	17
I.4.4.5. La ramification d'une chaîne.....	18

### Chapitre II : Phénomène de transport et les équations pour un mélange de gaz réactif

II.1. la diffusion moléculaire de la masse : lois de Fick.....	19
II.2. diffusion moléculaire de quantité de mouvement : La loi de Newton.....	20
II.3. la diffusion moléculaire de chaleur : La loi de Fourier.....	21
II.4. Nombres sans dimensions.....	21
II.5. Propriétés thermochimique d'un mélange de gaz.....	22
II.6. Équations de bilan pour un mélange de gaz réactifs.....	24
II.6.1. Équation de conservation de la masse.....	24
II.6.2. Équation de conservation des espèces.....	25
II.6.3. Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	25

II.6.4. Équation de conservation de l'énergie.....	26
--	----

### **Chapitre III. Flammes de prémélange et de diffusion**

III.1. Flamme de prémélange laminaire.....	28
III.1.1. Equation d'Hugoniot-Rankine.....	30
III.1.2. Vitesse de flamme laminaire.....	35
III.1.3. la théorie de Mallard et Le Chatelier.....	36
III.1.4. Théorie de Zeldovitch, Frank-Kamenetskii et Semenov.....	37
III.1.4.1 Équations de bilan des espèces et d'enthalpie.....	38
III.1.4.2. Epaisseur de flamme laminaire.....	41
III.2. La flamme turbulente prémélangée.....	42
III.2.1 Notion de flamme turbulente prémélangée.....	42
III.2.2. Equations de conservation de la flamme de prémélange turbulente...43	
III.2.3. Vitesse de flamme turbulente.....	44
III.2.4. Les différents régimes de la flamme de prémélange turbulente.....45	
III.2.5. Les flammes minces plissées.....	47
III.2.6. Les flammes plissées.....	48
III.2.7. les flammes plissée épaissies.....	48
III.3. Flamme de diffusion laminaire.....	49
III.3.1. Généralités sur les flammes de diffusion laminaire.....	49
III.3.2. Situations génériques.....	49
III.3.3. Intérêt des flammes de diffusion laminaire.....	50
III.3.4. Analyse qualitative de la structure d'une flamme de diffusion Laminaire.....	51
III.3.5. calcul simplifié de la flamme de diffusion Laminaire.....	
III.3.6. Équations de base.....	
III.3.7. Scalaire passif.....	55
III.3.8. Chimie infiniment rapide.....	57
III.4) Flamme de diffusion turbulente.....	62

### **Chapitre IV. Instabilité hydrodynamique**

IV.1. Généralités.....	65
IV.2. Effets stabilisants.....	73
IV.2.1. Courbure du front à petite échelle.....	73
IV.2.2. Effet de l'accélération.....	77
IV.3. Saturation.....	78

### **Chapitre V. Présentation du model étudié**

V.1. Flamme de prémélange plane.....	80
V.1.1. Les Hypothèses et les équations de conservations.....	80
V.1.2. Les solutions analytiques pour les différentes caractéristiques de Flamme.....	83
V.1.3. L'évolution de taux de réaction réduit.....	87
V.1.4. La variation de la vitesse de la flamme en fonction de la température de	

gaz frais et la pression.....	87
V.1.5. Organigramme du model étudiant pour la flamme prémélangée.....	89
V.2.modélisation de l'instabilité hydrodynamique.....	91
V.2.1. Les hypothèses.....	91
V.2.2. Les équations de conservation.....	92
V.2.3. Les relations de saut.....	93
V.2.4. Relation de dispersion –Instabilité hydrodynamique.....	93
V.2.4.1. Flamme mince.....	93
V.2.4.2. Flamme épaisse.....	93
V.2.5. Organigramme de l'instabilité hydrodynamique.....	95

## **Chapitre VI. Résultats et interprétation**

### **Conclusion Générale**

### **Références bibliographiques**

### **Annexes**

## Liste des figures

Fig. N°	Titre	Page
Fig.I.1	Schématisation d'un système thermodynamique et son environnement	6
Fig.I.2	Schémas de l'évolution d'une réaction de combustion par chaînes ramifiées	18
Fig.III.1	Représentation de bec bunsen	28
Fig.III.2	Evolution de la température dans la flamme	29
Fig.III.3	La droite de Rayleigh	31
Fig.III.4	Hyperbole d'Hygoniot	35
Fig.III.5	Profil d'une flamme prémélangée laminaire	36
Fig.III.6	Diagramme de combustion prémélangée BORGHI	46
Fig. III.7	Flamme mince plissée	47
Fig.III.8	Flamme épaissie	48
Fig.III.9	Flamme plissée épaissie	49
Fig.III.10	la flamme prémélangée et flamme de diffusion	50
Fig.III.11	géométrie d'une flamme de diffusion laminaire obtenue par injection d'un jet	50
Fig. III.12.	combustion d'une goutte de combustible dans une atmosphère oxydante	51
Fig.III.13	structure de la zone de réaction d'une flamme jet	52
Fig.III.14	Géométrie de la flamme de Burke et Schumann	52
Fig.III.15	Fractions massiques de combustible, d'oxydant et de produits de combustion en fonction du scalaire passif pour une chimie infiniment rapide	58
Fig.III.16	profils sur le plan de symétrie	60
Fig.III.17	profils transversaux	61
Fig.III.18	Diagramme pour des flammes de diffusion turbulentes (Borghi)	62
Fig.III.18	Diagramme spectral pour des flammes de diffusion (Cuenot-poinsot)	63
Fig.III.19	Diagramme de combustion pour des flammes de diffusion turbulentes dans le plan ( $Re$ , $Da$ )	64
Fig.IV.1	L'instabilité hydrodynamique	70
Fig.IV.2	Flux diffusifs transverses induits par un plissement de la flamme sur l'échelle de son épaisseur. Le zoom fait apparaître les caractéristiques de la structure de flamme laminaire.	75
Fig.IV.3	Variation du taux de croissance réduit en fonction du nombre d'onde réduit pour diverses valeurs du nombre de Markstein et du nombre de Froude.	76

Fig.IV.4	Formation de cusps lors de la propagation d'une flamme plissée. Les traits pointillés représentent les trajectoires de points d'u front, construites à partir d'un principe d'Huygens.	79
Fig.V.1	Le modeler simplifié	91
Fig.VI.1	Instabilité de Darrieus-Landau inconditionnel pour une flamme mince	96
Fig.VI.2	Instabilité de darrieus Landau pour la flamme épaisse	96
Fig.VI.3	L'instabilité hydrodynamique à différente vitesse	97
Fig.VI.4	Comparaison entre La courbe expérimentale et la courbe théorique de l'instabilité hydrodynamique	98
Fig.VI.5	Le taux de réaction en fonction de la température réduite de methane-air	98
Fig.VI.6	la température réduite en fonction de l'abscisse réduite	99
Fig.VI.7	La variation de la température en fonction de l'abscisse réduite	100
Fig.VI.8	La fraction réduite de fuel en fonction de l'abscisse réduite	100
Fig.VI.9	Le taux de réaction à des différentes valeurs de l'exposant de fuel	101
Fig.VI.10	la variation de taux de réaction en fonction de la température réduite à de différente	102
Fig.VI.11	l'évolution de la vitesse de la flamme en fonction la température des gaz frais à des différentes valeurs de pression	103
Fig.VI.12	Comparaison entre les résultats de PREMIX et les résultats déterminés	104
Fig.VI.13	Le taux de réaction en fonction de la température réduite pour des mélanges n decane-air	104
Fig.VI.14	la variation de la fraction massique de fuel en fonction de l'abscisse x pour le mélange n-dectane-air	105
Fig.VI.15	l'évolution de la température réduite en fonction de l'abscisse réduite	105
Fig.VI.16	l'évolution de la température en fonction de l'abscisse réduite	106
Fig.VI.17	l'évolution de la vitesse de la flamme en fonction la température des gaz frais à des différentes valeurs de pression pour le mélange propane -air	106



## Nomenclature

<b>Symbole</b>	<b>signification</b>
$A^a$	Coefficient pré exponentiel.
$C_p$	Capacité calorifique massique.
$D_{th}$	Diffusivité thermique.
$D_{ij}$	Diffusivité massique de l'espèce j/i
$D_j^H$	Coefficient de diffusion binaire
$E$	Coefficient d'excès d'air
$E_a$	Energie d'activation.
$F$	Fuel
$G_T$	Flux thermique par unité de surface et de temps.
$H$	Enthalpie standard.
$H_A, H_B$	Enthalpie standard de gaz dans l'état A, B respectivement
$H_R$	Enthalpie standard de mélange réactif.
$h$	Enthalpie massique
$H_p$	Enthalpie standard des produits de combustion.
$K$	Constante de vitesse.
$K_p$	Constante d'équilibre d'une réaction chimique.
$K_f$	Coefficient de vitesse d'avancement
$K$	Nombre d'onde
$\dot{m}$	Débit massique.
$\dot{m}_{i\ diffu}$	Flux de diffusion de l'espèce i.
$n$	Nombre de mole
$Ma$	Nombre de mach
$P$	Pression statique.
$Q$	Quantité de chaleur.
$\dot{Q}$	Flux de chaleur.
$R$	Constante des gaz parfaits.
$r_r$	Vitesse de réaction inverse
$r_f$	Vitesse de réaction d'avancement
$S$	Entropie.
$Sl$	Vitesse de la flamme.
$t$	Temps.
$T$	Température.
$T_o$	Température de référence.
$T_1, T_2$	Température des gaz frais et brûlés respectivement.
$U, U_x$	Vitesse.
$V$	Volume de contrôle.
$V_D$	Vitesse de diffusion
$W$	Travail.
$\dot{W}$	Taux de réaction.
$\bar{W}$	Taux de réaction moyen.

$X_k$	Fraction molaire de l'espèce k
$Y_A, Y_B$	Fraction massique de l'espèce A, B respectivement.
$Z_F$	Scalaire passif
$\Delta H_R$	Chaleur de réaction
$\Delta U$	Variation de l'énergie interne.
$\Delta G$	Variation de l'enthalpie libre.
$\Delta H$	Variation de l'enthalpie.
$\Delta S$	Variation de l'entropie.
"	Température adimensionnelle
...	Masse volumique
$\Sigma$	Surface du front de flamme
}	Coefficient d'air théorique
u	Epaisseur de la flamme
€	Viscosité cinématique
‡	Tenseur de force
†	Système
w	richesse

## Introduction

La combustion est un phénomène extrêmement répandu dans la nature et grâce à elle que l'activité humaine a pu se développer et qui fait partie de se développe encore dont plusieurs dispositifs industriels tels que les turbines à gaz .ce dire que l'étude et la compréhension de la combustion est tout à fait importante.

Les difficultés de compréhension de ces flammes viennent de l'interaction entre plusieurs phénomènes physiques et chimiques de façon couplées .à la base de ces phénomène, se trouve un aspect chimique qui met en jeu de nombreux réactions chimiques élémentaires, l'aspect physique englobe les phénomènes des diffusions de masse et de chaleur ainsi que la conduction et le rayonnement.

L'étude de la dynamique des fronts de flammes est très complexe, nécessite en premier lieu d'étudier la flamme prémélangées laminaire qui est le cas le plus simple, pour cela, plusieurs théories sont développées afin de déterminer les caractéristiques de la flamme.

Evidamment, la cinétique chimique mis en jeu lors de la combustion d'un hydrocarbure s'avère complexe puisqu'elle comporte plusieurs dizaines de réactions élémentaires complémentaires. L'étude, aussi bien numérique qu'analytique, du problème de chimie complexe constitue un domaine très important de la combustion. Néanmoins, beaucoup de problèmes physiques peuvent être décrits au moins qualitativement à l'aide de la chimie simple.

L'analyse expérimentale des flammes à fait des progrès important pour la validation des théories et des modèles actuel de la flamme .ainsi que la disposition de l'outil mathématique et numérique fiable et efficaces peut se découplés la possibilité de compréhension finale des objectifs physiques tel que les flammes qui mettent en jeu de nombreux couplages de phénomènes plus élémentaires.

Lorsqu' une flamme plane monodimensionnelle se développe dans un écoulement, elle peut subir différentes instabilités qui conduisent à une modification de sa structure propre.

Pour cela nous réalisons ce travail afin de présenter une théorie générale sur la structure et l'instabilité du front de flamme ; on élabore un programme permettant de calculer les caractéristiques de la flamme laminaire prémélangée et d'étudier l'instabilité hydrodynamique.

Nous avons commencé cette étude par des généralités sur la combustion et une présentation de l'aspect thermodynamique et la cinétique chimique de la flamme.

Le second chapitre traite les équations de conservation gouvernant la combustion d'un milieu réactif ou en donne des notions sur les phénomènes de transport et les nombres sans dimensions.

Le troisième chapitre est consacré à une étude théorique des flammes prémélangées et de diffusion dans un régime laminaire ou turbulent.

Le quatrième chapitre comprend des généralités sur l'instabilité hydrodynamique et les effets stabilisants de la courbure et de l'accélération sur le front de flamme.

Le cinquième chapitre élabore la modélisation de la flamme laminaire prémélangée ainsi que l'instabilité hydrodynamique dans le cas d'une flamme mince ou épaisse.

Enfin dans le dernier chapitre, nous présentons les résultats obtenus par le programme élaboré avec des interprétations ; toute en comparant des résultats expérimentaux pour valider la précision de notre modèle étudié.

## Chapitre I

aspects thermodynamique et  
cinétique chimique  
de la combustion

## Chapitre II

Phénomène de transport et les équations  
pour un mélange de gaz réactif

## Chapitre III

# Flammes de prémélange et de diffusion

## Chapitre IV

# Instabilité hydrodynamique

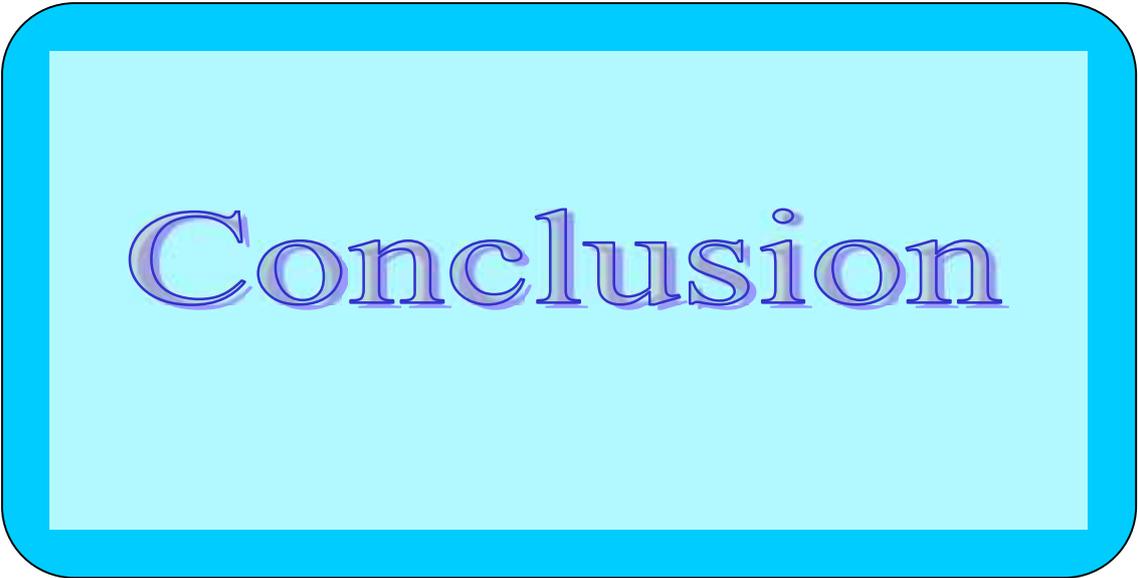
## Chapitre V

# Présentation du model étudié

## Chapitre VI

# Résultats et interprétation

Annexe



Conclusion

# Introduction

## I. ASPECTS THERMODYNAMIQUE ET CINETIQUE CHIMIQUE DE LA COMBUSTION

### I.1. Définitions : combustion et flammes

Dans la plupart des cycles moteurs ; les quantités de chaleur nécessaires au fonctionnement du cycle sont obtenues par combustion d'hydrocarbures, On peut définir la combustion comme étant une réaction chimique évoluant rapidement, accompagnée d'émission lumineuse et d'un important dégagement de chaleur selon le schéma globale suivant :



Les combustibles peuvent se trouver sous forme :

- **Gazeuse** : hydrogène, hydrocarbures gazeux, ammoniac, . . .
- **Liquide** : alcools, cétones, aldéhydes, hydrocarbures
- **Solide** : polystyrène, polyéthylène, soufre, ainsi que certains métaux (sodium, fer, aluminium) et ce d'autant plus qu'ils seront à l'état divisés (poudre, copeaux, ...)

La combustion ne peut se produire qu'aux conditions suivantes :

Le combustible doit, d'une façon générale, se trouver en phase gazeuse.

Le combustible et l'air doivent être dans des proportions convenables.

Le combustible et le comburant doivent être d'autant plus intimement mélangés que l'affinité du corps combustible pour l'oxygène est faible.

La combustion est contrôlée par :

- **La cinétique chimique** : Exemple : inflammation, explosion. Taux de réaction lent comparé aux taux de chaleur et diffusion des espèces.
- **La diffusion, les procédés physiques de mélange** : Exemple : combustion d'une goutte, d'une sphère de carbone, d'une bougie. Taux de réaction est beaucoup plus rapide que le taux de diffusion.

- **La cinétique chimique et les procédés physiques de mélange** : Exemple : flammes dans un moteur essence, bec Bunsen correspondent à un prémélange du combustible et de l'oxydant.

La distribution entre les temps physique et chimique :

**Temps physique** : le rapport du carré de la longueur caractéristique du système et du coefficient de diffusion.

**Temps chimique** : temps nécessaire pour consommer la moitié des réactifs.

### Différents processus d'inflammation

L'inflammation d'un mélange réactif peut être :

- **Inflammation thermique** : chaleur apportée par une source externe de chaleur (étincelle, compression, parois chaudes d'une enceinte...)
- **Inflammation chimique** : sous des conditions isothermes, porteurs de chaîne intermédiaires qui accélèrent la réaction jusqu'à l'inflammation.
- **Inflammation spontanée ou auto inflammation** : augmentation de la température d'un mélange combustible gazeux par compression adiabatique ou isentropique.
- **Inflammation forcée** : source externe de chaleur (fil chaud, étincelle, particule incandescente, flamme pilote...). Une flamme est initiée localement près de la source puis se propage.

### Définition de la flamme

C'est une zone où s'effectue, avec une émission lumineuse visible, la combustion vive à vitesse réactionnelle élevée.

### Types de combustion

On peut citer les types de la combustion selon leurs vitesses de propagation et le type de rencontre du combustible avec le comburant ainsi que le type d'écoulement :

**Déflagration** : la zone de combustion vive se propage de façon autonome et à vitesse subsonique par rapport au système combustible.

**Détonation** : la zone de combustion se propage de façon autonome et à vitesse supersonique.

## Types de flamme

**Flamme de prémélangée** : le mélange de comburant et de combustible est réalisé avant passage de la flamme.

**Flamme de diffusion** : le mélange du comburant et du combustible s'effectue par diffusion dans la zone de combustion elle-même.

## Types d'écoulement

Ñ **Écoulement turbulent** : la trajectoire des particules fluides avec des changements brusques, nombre de Reynolds très grand par conséquent la flamme turbulente se propageant dans un système combustible se trouvant en mouvement turbulent.

Ñ **Écoulement laminaire** : l'écoulement est lisse par conséquent la flamme laminaire se propage dans un système combustible et comburant se trouvant au repos ou en écoulement laminaire.

## Définition de Front de flamme

C'est une surface délimitant la zone de combustion du côté des réactifs, définie à l'aide d'une valeur particulière du gradient d'une variable d'état (température, concentration...).

## I.2. Les principes de la thermodynamique

Rappelons brièvement quelques définitions et quelques propriétés fondamentales des énergies non calorifiques.

### Un système

C'est une portion d'univers découpée de façon convenable. L'extérieur (ou environnement) de ce système sera le reste de l'Univers. Il est noté dans la suite .

### Un système homogène, Un système inhomogène

Si le système est identique en tout point, c'est-à-dire les paramètres le décrivant ont la même valeur partout, le système est dit homogène . Dans le cas contraire, il est inhomogène.

### L'état d'un système

Il est caractérisé par les valeurs que prennent un certain nombre de grandeurs mesurables, dites variables d'état (volume, chimique, etc.).

On peut classer ces variables d'état en deux catégories :

les unes dépendent de l'étendue (extension) du système et s'additionnent lorsqu'on réunit deux systèmes (masse, volume, etc.) ; de telles variables sont appelées extensives.

les autres sont indépendantes de l'étendue du système (pression, température, etc.) et sont appelées variables intensives.

Au cours des transformations que subit le système, tout ou partie des variables d'état se modifie. On appelle des transformations fermées (ou cycliques) les transformations qui amènent toutes les variables à reprendre leurs valeurs initiales.

Une transformation quasi statique est telle que l'on peut définir à tout moment les variables d'état (en particulier les variables intensives, mais en réservant le cas de la température) et qu'une modification très légère de l'une d'elles, convenablement choisie, inverse le sens de la transformation.

Une parcelle d'énergie de forme déterminée (pour le moment non calorifique) en transit à travers la frontière d'un système peut se mettre sous la forme :

$$\delta W = X dx \quad (\text{I.1})$$

$X$  : étant une variable intensive.

$dx$ : la variation algébrique de la variable extensive correspondante.

Un cas particulier très important pour les fluides est l'énergie de compression :

$$\delta W = -PdV \quad (\text{I.2})$$

Le signe moins provient de la convention prise habituellement pour comptabiliser l'énergie (une énergie reçue par un système est comptée positivement, une énergie fournie par un système est comptée négativement).

### I.2.1 Le premier principe [1]

Lorsqu'un système effectue une transformation fermée en échangeant avec l'extérieur le travail et la quantité de chaleur :

$$W + Q = 0 \quad (\text{I.3})$$

Lorsque le système effectue une transformation ouverte, la somme algébrique du travail et de la quantité de chaleur échangés avec l'extérieur est constante et ne dépend que des états initial et final.

On peut donc définir une fonction d'état, appelée énergie interne, qui prend les valeurs bien déterminées, dans l'état initial, dans l'état final telle que :

$$\Delta U = U_B - U_A = Q + W \quad (\text{I.4})$$

Il résulte de la propriété de fonction d'état que la variation de l'énergie interne est une différentielle totale exacte C'est cette propriété mathématique qui permet d'exprimer le premier principe. Par exemple, si le travail échangé est un travail de compression, correspondant à une variation du volume

$$dU = \delta Q - PdV \quad (\text{I.5})$$

Dans une transformation isochore (volume constant) :

$$Q = \Delta U \quad (\text{I.6})$$

Dans une transformation isobare (pression constante) :

$$Q = \Delta U + P (V_B - V_A) \quad (\text{I.7})$$

On voit ainsi s'introduire la fonction d'état enthalpie

$$H = U + PV \quad (\text{I.8})$$

## I.2.2 Le deuxième principe [1]

La température est la tension de l'énergie calorifique, son extensité est appelée entropie. On peut écrire que la quantité de chaleur échangée par un système à une température spécifiée est :

$$\delta Q = TdS \quad (\text{I.9})$$

Si l'on met en relation le système choisi avec un autre système  $\sigma_1$  à une température  $T_1$ , inférieure à la température fixée, en supposant isoler l'ensemble des deux systèmes, la quantité de chaleur reçue par l'union des deux systèmes est donnée par :

$$+TdS + T_1dS_1 = 0 \quad (\text{I.10})$$

$$\text{Si: } T > T_1 \implies dS < dS_1 \quad (\text{I.11})$$

On pose :

$$dS' = dS + dS_1 \quad \text{Avec } dS' > 0 \quad (\text{I.12})$$

Ainsi la variation d'entropie de l'ensemble du système isolé est positive.

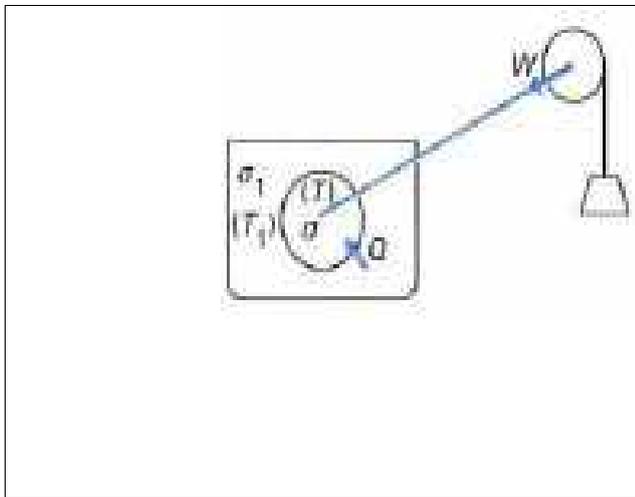
La chaleur qui est une forme d'énergie dont l'extensité peut être créée, ce qui entraîne la possibilité du récepteur monotherme. L'ensemble des deux systèmes étant thermiquement isolé, l'effet thermique se réduit à la quantité de chaleur échangée entre ces deux systèmes. De plus le système choisi échange l'énergie non calorifique. On a alors :

$$\Delta U = Q + W \quad (\text{I.13})$$

Qui représente le premier principe de la thermodynamique

$$\Delta S' = \Delta S_{\sigma} + \Delta S_{\sigma_1} \geq 0 \quad (\text{I.14})$$

Qui exprime cette fois-ci le deuxième principe de la thermodynamique

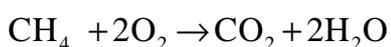


**Fig.I.1 schématisation d'un système thermodynamique et de son environnement**

### I.3. Les réactions chimiques [1]

#### I.3.1.Équations chimiques de combustion

Les réactions de combustion, comme toutes les réactions chimiques se font sans variation de masse de chacun des éléments. Les équations chimiques qui décrivent ces réactions doivent satisfaire cette contrainte. A titre d'exemple, la réaction de combustion du méthane s'écrit:



On distingue dans une telle réaction, les réactifs, qui subissent la réaction, que l'on sépare en combustible, qui est l'agent réducteur, tel que ceux mentionnés à la section précédente, et comburant, qui est le corps contenant l'agent oxydant, le plus fréquemment l'air.

Les produits de la combustion d'hydrocarbures comprennent du dioxyde de carbone et de l'eau, qui selon les conditions de pression et de température, pourra être sous forme liquide ou vapeur.

Pour un hydrocarbure composé uniquement de carbone et d'hydrogène, la réaction de combustion s'écrit

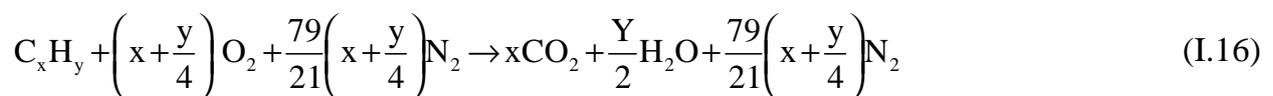


La réaction est dite complète si les gaz brûlés ne comprennent, outre les éléments inertes, que des produits complètement oxydés.

En réalité, plusieurs produits intermédiaires sont formés au cours d'une combustion réelle. Comme on s'intéresse ici uniquement aux états d'équilibre initial et final, on ne les considérera pas. Ils s'avèrent néanmoins importants en pratique, en particulier pour les problèmes de pollution.

Dans la plupart des cas, comme on l'a mentionné précédemment, le comburant utilisé est l'air, plutôt que l'oxygène pur. La composition de l'air est approximativement, en fractions molaires, 21% d'oxygène, 78% d'azote, et 1% d'argon. Ces deux dernières substances sont supposées inertes.

On considère que l'air est composé de 21% d'oxygène et de 79% d'« azote atmosphérique » auquel on attribue une masse molaire fictive pour tenir compte de la présence d'argon. La réaction de combustion d'un hydrocarbure avec l'air devient:

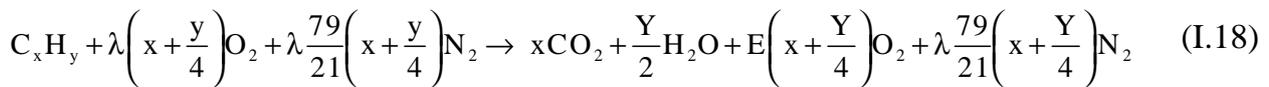


La quantité minimale d'air nécessaire à la combustion complète d'un combustible est appelée air strictement nécessaire ou encore air théorique. Pour réaliser la combustion complète avec l'air théorique, il faudrait un mélange parfait. En pratique, pour assurer la combustion complète, il faut un certain excès d'air. Celui-ci est caractérisé par le coefficient d'air théorique qui est donné par: le rapport de l'air utilisé et de l'air théorique qui est noté  $\lambda$ .

Ou encore par le coefficient d'excès d'air exprimé par:

$$E = \lambda - 1 \quad (I.17)$$

Dans les moteurs volumétriques, on emploie également la richesse, inverse du coefficient d'air théorique. L'équation de combustion complète d'un hydrocarbure avec excès d'air devient:



On utilise également pour caractériser le mélange de réactifs le rapport air- combustible, le plus souvent en termes massiques, et son inverse, le rapport combustible- air encore appelé dosage désigné par le symbole  $\mu$ .

Lorsque l'air fourni est inférieur à l'air théorique, la combustion est incomplète. Si le manque d'air est faible, on observe la formation de monoxyde de carbone. Pour des manques d'air plus importants, il peut subsister des hydrocarbures imbrûlés, ou du carbone sous forme de graphite (noir de fumée).

### I.3.2. L'enthalpie de formation

Lorsqu'on considère des systèmes de composition chimique fixe, comme cela a été le cas jusqu'à présent,

On peut sans inconvénient fixer arbitrairement la valeur de l'énergie interne ou de l'enthalpie en un point de référence arbitraire. Ce n'est plus le cas en présence de réactions chimiques.

Dans ce cas, il faut en effet fixer le point de référence de manière cohérente et systématique. On utilise généralement comme conditions de référence une pression 0,1 MPa et une température de 25 °C

### I.3.3. Calcul de la température de combustion

#### ▪ Carburant et comburant ayant une même température $T_0=298.15$ °K

#### -Convention des thermotechniciens

Combustible + comburant  $\rightarrow$  produits de combustion +  $\Delta H_R$

La chaleur engendrée par la combustion est :

$$\Delta H_R = -Q. \quad (I.20)$$

La réaction à volume constant :

$$(\Delta H_R)_V = -Q_V \quad (I.21)$$

La réaction à pression constante :

$$(\Delta H_R)_p = -Q_p \quad (\text{I.22})$$

Avec :  $\Delta H_R > 0$

### -Convention les thermodynamiciens

Contrairement à la convention des thermo techniciens qui compte positivement la chaleur de combustion, la convention des thermodynamiciens compte négativement la chaleur de combustion.

### Les hypothèses :

La chaleur produite sert uniquement à chauffer les gaz brûlés (combustion adiabatique).

A : mélange carburant - comburant.

B : ensemble des produits de combustion.

D'après le 1<sup>er</sup> principe :

$$W_{AB} + Q_{AB} = \Delta U = U_B - U_A \quad (\text{I.23})$$

Avec :

$$U_A = \sum n_{Ai} \cdot U_{Ai} \quad (\text{I.24})$$

$n_{Ai}$  : Nombre de moles du i<sup>eme</sup> constituant.

$U_{Ai}$  : Énergie interne molaire du i<sup>eme</sup> constituant.

Le même raisonnement pour les produits :

$$U_B = \sum n_{Bi} \cdot U_{Bi} \quad (\text{I.25})$$

### ▪ Combustion à volume constant

-combustion isochore :

$$W_{AB} = -\int P dV = 0 \quad (\text{I.26})$$

-combustion adiabatique :

$$Q_{AB} = 0 \quad (\text{I.27})$$

$Q_{AB}$  : Chaleur échangée avec le milieu extérieur.

$$U_B - U_A = 0 \Rightarrow U_B = U_A \quad (\text{I.28})$$

L'énergie interne n'est fonction que de la température (loi de joule) pour le cas d'un gaz parfait. Soient :

$T_A$  : température avant combustion.

$T_B$  : température de fin de combustion.

$$U_B(T_B) = U_A(T_A) \quad (\text{I.29})$$

$$[\Delta U_B]_{T_0}^{T_B} = [\Delta U_A]_{T_0}^{T_A} + [U_A(T_0) - U_B(T_0)] \quad (\text{I.30})$$

Or d'après le 1<sup>er</sup> principe :

$$U_B(T_0) - U_A(T_0) = (\Delta U_A^B)_{T_0} = (Q_{AB})_{T_0} \quad (\text{I.31})$$

Chaleur reçue de l'extérieur à la température de référence, c'est-à-dire, changée de signe de chaleur dégagée par la combustion à volume constant.

$$(Q_{AB})_{T_0} = -Q_V \quad (\text{I.32})$$

Etat initial connue :

$$[\Delta U_A]_{T_0}^{T_A} = U_A(T_A) - U_A(T_0) \quad (\text{I.33})$$

Connaissant la composition du mélange, on peut calculer la chaleur à volume constant par :

$$[\Delta U_B]_{T_0}^{T_B} = [\Delta U_A]_{T_0}^{T_A} + Q_V \quad (\text{I.34})$$

Et à partir des tables, on détermine la température de combustion.

### ▪ Combustion à pression constante

-1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (système ouvert) :

$$W_{TAB} + Q_{AB} = \Delta H_A^B \quad (\text{I.35})$$

Avec

$$W_T = \int_A^B V dp = 0 \quad \text{Car } p = \text{Cte} \quad (\text{I.36})$$

-Combustion adiabatique (pas d'échange calorifique avec l'extérieur) :

$$Q_{AB} = 0 \Rightarrow U_B = U_A \quad (\text{I.37})$$

Soit :

La température avant combustion est notée  $T_A$

La température en fin de combustion est notée  $T_B$

$$(1.37) \Rightarrow H_A(T_A) = H_B(T_B) \quad (\text{I.38})$$

$$H_B = \underbrace{(\Delta H_f)_B^{298.15}}_{\text{Enthalpie de formation à } 298^\circ\text{K}} + \underbrace{\int_{T_0}^{T_B} Cp dT}_{\text{enthalpie sensible}} = (\Delta H_f)_B^{298.15} + [\Delta H_B]_{T_0}^{T_B} \quad (\text{I.39})$$

$$H_A = (\Delta H_f)_A^{298.15} + \int_{T_0}^{T_A} Cp dT = (\Delta H_f)_A^{298.15} + [\Delta H_A]_{T_0}^{T_A} \quad (\text{I.40})$$

$$H_B - H_A = (\Delta H_f)_B^{298.15} - (\Delta H_f)_A^{298.15} + \int_{T_0}^{T_B} (Cp dT)_B - \int_{T_0}^{T_A} (Cp dT)_A \quad (\text{I.41})$$

$$\Rightarrow \underbrace{[\Delta H_B]_{T_0}^{T_B}}_{\text{enthalpie sensible(B)}} = \underbrace{Q_p}_{\text{Chaleur de réaction à } 298^\circ\text{K}} + \underbrace{[\Delta H_A]_{T_0}^{T_A}}_{\text{enthalpie sensible(A)}} \quad (\text{I.42})$$

Soient :

Enthalpie des produits :  $H_p$

Enthalpie des réactifs :  $H_R$

D'après l'équation (I.42) :

$$[\Delta H_P]_{T_0}^{T_2} = \underbrace{[\Delta H_A]_{T_0}^{T_0}}_{=0} + (Qp)_{298.15} = (Qp)_{298.15} \quad (\text{I.43})$$

La température initiale est  $T_0 = 298.15^\circ\text{K}$

$$Qp = (\Delta H_P)_{T_2} - (\Delta H_P)_{T_0} = \int_{T_0}^{T_2} \sum n_i Cp_{pc} dT = \int_0^{T_2} \sum n_i Cp_{pc} dT - \int_0^{T_0} \sum n_i Cp_{pc} dT \quad (\text{I.44})$$

Avec :

L'enthalpie sensible ou thermique d'échauffement :  $\int_0^{T_0} \sum n_i Cp_{pc} dT$

L'énergie nécessaire pour chauffer les produits de combustion de  $T_0$  à  $T_2$  :

$$Qp = \int_{T_0}^{T_2} \sum n_i Cp_{pc} dT$$

$$\text{(I.44)} \Rightarrow \underbrace{(\Delta H_P)_{T_2}}_{\text{enthalpie sensible des produits de combustion à } T_2=298.15^\circ\text{K}} = \underbrace{(\Delta H_P)_{T_0}}_{\text{enthalpie sensible des produits de combustion à } T_0=298.15^\circ\text{K}} + \underbrace{(Qp)_{298.15}}_{\text{enthalpie de réaction à } 298.15^\circ\text{K}} \quad (\text{I.45})$$

$(\Delta H_P)_{T_0}$  : Étant calculée, on en déduit par interpolation la température  $T_2$  de combustion.

## I.4. Cinétique chimique de la combustion

Un processus chimique de combustion est généralement écrit sous forme d'une réaction globale qui ne traduit que l'évolution globale et qui donne approximativement les produits des réactifs indiqués, donc elle n'est rien qu'une réaction de bilan qui donne l'état initial et final des événements de façon approchée.

Au niveau moléculaire, le processus chimique suppose de nombreuses coupures de liaison des molécules et l'établissement d'autres qui se produisent à plusieurs étapes, chacune étant des réactions élémentaires, leur ensemble constituant le mécanisme cinétique du processus réactionnel.

Par ailleurs, l'état final d'un processus correspond à l'équilibre chimique qui implique que la composition des gaz satisfasse certaines relations en fonction des conditions de température et de pression ; il existe dans le mélange final des espèces (radicaux) en proportions faibles mais ont leur importance.

La connaissance du mécanisme chimique réel de la combustion est inutile pour le calcul de la composition et la température finale d'une réaction chimique mais il est nécessaire pour savoir si la réaction peut avoir lieu dans certaines conditions données et si elle peut conduire à l'équation chimique complète dans un temps fini donné.

La connaissance du mécanisme chimique réel se base sur la connaissance des réactions élémentaires qui sont des formes :

- Réaction mono moléculaire;

Suppose les espèces instables qui se modifient ou se décomposent spontanément

- Réactions bimoléculaires ;

C'est la plus courante en réalité suppose la rencontre de deux espèces

- Réaction tris moléculaires;

Elle est la plus rare, elle se produit lorsque la pression et le nombre de moles par unité de volume sont très élevés.

### I.4.1. Notion de l'équilibre chimique

Pour une réaction de type :



La loi d'action de masse nous permet de définir la vitesse de réaction qui est donnée par :

$$r_f = K_f C_A^a C_B^b \quad (\text{I.47})$$

Où :

$r_f$  : exprime le changement de concentration des espèces A et B avec le temps dont l'unité est en (S cm<sup>3</sup>).

$K_f$  : est le coefficient de vitesse d'avancement.

De même ; la vitesse de réaction inverse est donnée par :

$$r_r = k_r C_C^c C_D^d \quad (\text{I.48})$$

L'équilibre entre la vitesse d'avancement directe et la vitesse de réaction inverse :

$$k_f C_A^a C_B^b = K_r C_C^c C_D^d \quad (\text{I.49})$$

On définit le constant d'équilibre comme ;

$$K_r = \frac{k_f}{k_r} = \frac{C_C^c C_D^d}{C_A^a C_B^b} \quad (\text{I.50})$$

La constante d'équilibre en fonction de pression partielle est exprimée par :

$$K_p = \frac{X_C^c X_D^d}{X_A^a X_B^b} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{c+d-a-b} \quad (\text{I.51})$$

Où  $p_0$  est la pression standard (1013 Pa) ;

D'après la relation des gaz idéal, on trouve :

$$K_c = K_p \left( \frac{1}{RT} \right)^{c+d-a-b} \quad (\text{I.52})$$

Le constant d'équilibre peut être développer pas seulement d'après la loi d'action de masse mais aussi si on prend en considérations de d'équilibre thermodynamique ; en utilisant le premier et le deuxième loi la thermodynamique à pression et à température constante, on trouve que l'énergie libre de Gibbs qui est minimale dans les conditions d'équilibres.

On écrit l'équilibre chimique de la réaction ci-dessus:

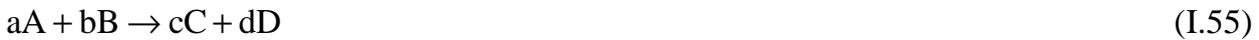
$$\Delta G_T^0 = -RT \ln \left[ \frac{X_C^c X_D^d}{X_A^a X_B^b} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{c+d-a-b} \right] \quad (\text{I.53})$$

Par conséquent, la vitesse de réaction est donnée par :

$$r_f = k_f \prod_{j=1}^M C_j^{v_j} \quad (\text{I.54})$$

### I.4.2. Taux de réaction [12]

Soit la réaction suivante :



On définit le taux de réaction en nombre de moles par unité de masse et unité de temps d'une réaction élémentaire appliquée a un milieu ferme et sans échange de masse avec le milieu extérieur :

$$\dot{W} = -\frac{1}{a} \frac{d[A]}{dt} = -\frac{1}{b} \frac{d[B]}{dt} = +\frac{1}{c} \frac{d[C]}{dt} = +\frac{1}{d} \frac{d[D]}{dt} \quad (\text{I.56})$$

Le signe moins correspond aux concentrations qui diminues (réactifs).

Le signe plus correspond aux concentrations qui augmentent (produits).

La vitesse de réaction s'exprime en nombre de mole ou en Kg par unité de temps et de volume.

#### I.4.2.1 Influence de concentration [12]

Une réaction est influencée par la concentration des réactifs, En effet, les chocs entre particules qui réagissent sont plus fréquents à fortes concentrations cependant la relation liant la concentration a la vitesse de réaction est rarement simple et elle est toujours établie d'une manière expérimentale.

#### Ordre partiel, ordre global d'une réaction

La vitesse de réaction peut dans de nombreux cas être mise sous la forme :

$$\dot{W} = K [fuel]^i [oxydant]^j \quad (\text{I.57})$$

Ou les coefficients i et j peuvent ne rien avoir avec les coefficients stoechiométriques, ces coefficients sont appelés ordre partiel.

K : constante de vitesse.

i : ordre partiel par rapport au fuel.

j : ordre partiel par rapport à l'oxydant.

i et j varient d'une réaction à une autre et sont déterminés expérimentalement. La somme  $i+j$  des ordres partiels est appelée ordre global.

#### I.4.2.2 Influence de la température [12]

La vitesse de réaction ou la constante de vitesse est en général très sensible aux variations de température. L'expression de la constante de vitesse  $K$  exprimée par la loi d'Arrhenius :

$$K = A^a \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right) \quad (\text{I.58})$$

$K$ : constant de vitesse.

$A^a$  : facteur pré exponentiel.

$E_a$  : énergie d'activation.

$R$  : constante des gaz universel.

#### I.4.3. La Loi de la Cinétique chimique

On constate expérimentalement que ces taux de réaction varient avec les concentrations des espèces d'où chacune a une puissance qui correspond à leur coefficient stoechiométrique donc la probabilité de rencontre des espèces qui vont réagir est en effet égal au produit de leur probabilité de présence c'est-à-dire à leur concentrations ; On écrit pour une réaction à deux espèces:

$$W = K[A][B] \quad (\text{I.59})$$

$K$  : Constant de vitesse représente la probabilité que la rencontre soit effectivement, il dépend généralement de la température. Les lois les plus utilisées sont:

- $T^\alpha$  Où  $\alpha$  est positif ou négatif et entier ou vrai.
- $\exp\left[\frac{-E}{RT}\right]$  Où  $E$  est l'énergie d'activation.
- $\prod^\alpha \exp\left[\frac{-E}{RT}\right]$

La loi en  $\exp\left[\frac{-E}{RT}\right]$  se traduit pour la constante de vitesse  $K$  par :

$$K = A \exp\left[\frac{-E}{RT}\right]$$

### I.4.4. Mécanisme des réactions chimiques [3]

#### I. 4.4.1 Définition de l'énergie d'activation

Par définition, la proportionnalité du produit des concentrations est expliquée par la probabilité d'une collision entre molécules qui est aussi proportionnelle à la racine carrée de la température.

Une collision de molécules est un événement au cours duquel des molécules se rapprochent en interagissant, en modifiant leur structure.

L'énergie d'activation est l'énergie potentielle minimale pour assurer une collision efficace, cette énergie peut être fournie par l'énergie d'agitation thermique.

#### I.4.4.2. Schéma réactionnel

La réaction globale se fait par une succession de réactions plus simple, qui appelées Les réactions élémentaires qui ne mettent en jeu simultanément que deux ou tous en plus trois partenaires, ces derniers peuvent être des molécules ou des radicaux libres.

Les réactions élémentaires peuvent être de différents types :

- $A + B \rightarrow C$
- $C + D \rightarrow E$

Ce schéma à des réactions successives l'élément **C** qui est un produit élémentaire

- $A + B \rightarrow C$
- $A + D \rightarrow E$

Ce schéma a des réactions en parallèle

- $A + B \rightarrow C + D$
- $C + A \rightarrow E$

Cette réaction combinait les deux premiers schémas.

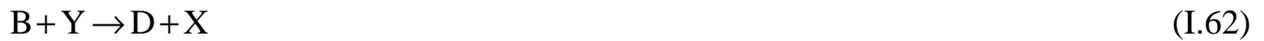
Afin de schématiser les étapes élémentaires de la combustion, on utilise le symbole **A** pour le combustible et le symbole **B** pour le comburant et les radicaux libres seront indiqués par **X**, **Y**....

On désignera, enfin, les produits de combustion par les symboles **C** et **D** .La réaction globale de combustion peut être présentée par :



### I.4.4.3. La propagation de la réaction

En réalité cette réaction se fait par la succession d'au moins deux étapes élémentaires impliquant des radicaux, et qui constituent les étapes de propagation de la réaction



Au terme de ces deux étapes une molécule de combustible a été transformée en produits de combustion ; en même temps le radical initial X se trouve régénéré, de sorte que la succession des étapes élémentaires (I.61) et (I.62) peut en principe continuer indéfiniment, formant ainsi une chaîne réactionnelle dont les deux étapes (I.61) et (I.62) constituent le maillon.

On dit encore que ces deux réactions représentent les étapes de propagation de la réaction en chaîne.

Un seul radical (X ; Y) initialement présent dans le mélange des réactifs suffirait à transformer toutes les molécules de combustibles en produit de combustion.

En réalité, on doit encore prendre en compte la possibilité de disparition des radicaux libres (rupture de la chaîne) et d'autre part de la possibilité de leur formation (ramification de la chaîne).

### I.4.4.4. La rupture d'une chaîne

Elle a lieu lorsque deux radicaux entre en collision ; par la réunion de leurs électrons (célibataires), il y a formation d'une liaison covalente, qui fait disparaître le caractère radicalaire avec production d'une espèce chimique stable. L'énergie libérée au cours de cette association est en générale absorbée par une troisième molécule M dont la présence est requise lorsque les radicaux libres n'ont pas une composition atomique suffisamment complexe :



La détermination de la chaîne peut également se produire lorsque un radical atteint une paroi solide. En effet, la plus part de ces dernières, en particulier les surfaces métallique, possèdent des électrons de valence non appariés ; elles agissent alors comme des pièges à

radicaux ou ces derniers se trouvent captés pendant un temps suffisamment long pour que d'autres radicaux viennent se recombinaer avec eux :



#### I.4.4.5. La ramification d'une chaîne

La perte de radicaux libres par rupture en phase gazeuse ou sur les parois est compensée par des réactions de production de nouveaux radicaux que l'on peut schématiser par :



Chacun des radicaux ainsi créés est à l'origine d'une nouvelle chaîne de propagation par la succession des étapes (I.61) et (I.62) : on dit que la chaîne est ramifiée.

Lorsque la fréquence de cette ramification est suffisamment élevée, elle prend l'aspect d'une véritable avalanche :

Le nombre de chaînes augmente de plus en plus vite et l'accélération consécutive de la vitesse conduit à un emballement du processus global qui est décrit par la figure (fig.I.2).

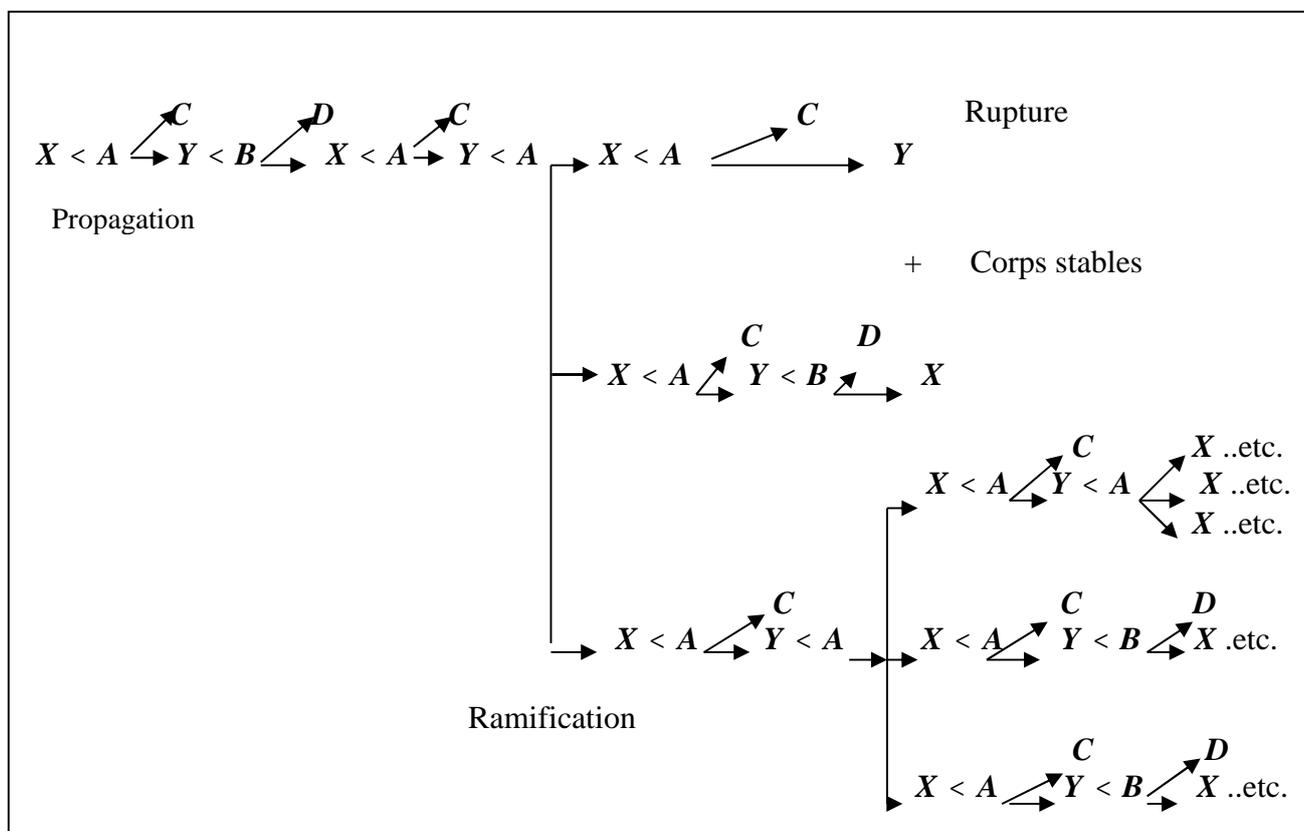


Fig.I.2. Schéma de l'évolution d'une réaction de combustion par chaînes ramifiées.



## II. PHENOMENE DE TRANSPORT ET LES EQUATIONS POUR UN MELANGE DE GAZ REACTIF

Le développement d'une réaction de combustion dans un temps fini conduit nécessairement à des gradients de concentration, de vitesse et de température pour chacune des espèces présentes dans la réaction. Ces espèces produisent à leur tour des échanges des flux de matière, d'énergie ou de quantité de mouvement dont la description par des lois phénoménologiques est bien connue.

La vitesse de diffusion est obtenue par une méthode basée sur l'analyse du mouvement des molécules, cette méthode a été développée par FA William (1965).

Elle est obtenue en considérant l'écoulement des espèces à l'échelle moléculaire et en analysant leurs répercussions sur le mouvement d'ensemble macroscopique.

La vitesse de diffusion peut s'écrire sous la forme :

$$V_D = v_j + w_i + u \quad (\text{II.1})$$

Ou :

$v_j$  : La vitesse de diffusion ordinaire dû au gradient de concentration de l'espèce  $j$ .

$w_i$  : La vitesse de diffusion thermique.

$u$  : est une vitesse de diffusion.

L'expression de la vitesse de diffusion de l'espèce  $j$  provient des travaux de Hirschfelder (1954) :

$$v_j = - \left( \frac{1}{X_j} \right) D_j^H \nabla X_j \quad j=1, N \quad (\text{II.2})$$

Ou :

$X_j$  : représente la fraction molaire de l'espèce  $j$ ,

$D_j^H$  : est le coefficient de diffusion binaire dans le mélange. Il s'exprime en fonction des autres coefficients de diffusion binaire  $D_{jk}$

$$D_j^H = \frac{1 - Y_j}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \frac{X_k}{D_{jk}}}$$

Le vecteur vitesse de diffusion thermique a pour expression :

$$w_j = \frac{D_j^H D_{Tj}}{X_j} \frac{1}{T} \nabla T \quad (\text{II.3})$$

$D_{Tj}$  : Le facteur de diffusion thermique.

La vitesse de diffusion s'écrit :

$$u = \sum_{k=1}^N \frac{D_k^H Y_k}{X_k} \left( \nabla X_k - D_{Tk} \frac{\nabla T}{T} \right)$$

### II.1. la diffusion moléculaire de la masse : lois de Fick [2]

Il précise la diffusion de masse c'est à dire le flux de masse par unité de temps et de surface est égal à :

$$G_{D_j} = -\rho D_{ij} \nabla Y_j \quad (\text{II.4})$$

$$Y_j = m_j / m$$

La Diffusivité massique de l'espèce j par rapport à l'espèce i :  $D_{ij}$

La masse de l'espèce i :  $m_i$

### II.2. diffusion moléculaire de quantité de mouvement : La loi de Newton [2]

Il donne le flux de quantité de mouvement par unité de temps et de surface :

$$G_u = -\mu \nabla u = -\nu \rho \nabla u \quad (\text{II.5})$$

Avec :

La viscosité dynamique :  $\mu$

La viscosité cinématique :  $\nu$

### Remarque

Les lois ci dessus donnant les flux ne sont qu'approchées, car on n'utilise que le premier terme du développement. D'autres gradients peuvent intervenir, par exemple, pour  $G_{D_j}$ , l'effet du gradient de température sur le flux de masse (effet Soret) et, pour  $G_T$ , l'effet du gradient de concentration sur le flux de chaleur (effet Dufour). Nous les négligeons dans notre cas.

Les coefficients définis sont tous de même dimension. Pour évaluer l'importance des phénomènes dominants, on introduit les nombres sans dimensions.

### II.3. la diffusion moléculaire de chaleur : La loi de Fourier [2]

Il définit le flux thermique par unité de temps et de surface

$$G_T = -\lambda \nabla T = -\rho C_p D_T \nabla T \quad (\text{II.6})$$

Avec :

$\lambda$  : Conductivité thermique,

$D_T$  : Diffusivité thermique.

### II.4. Nombres sans dimensions [2]

▪ **le nombre de Prandtl** qui compare le transport de quantité de mouvement au transport thermique ;

$$Pr = \frac{\nu}{D_T} \quad (\text{II.7})$$

▪ **le nombre de Schmidt** qui compare le transport de quantité de mouvement au transport de masse par diffusion ;

$$Sc = \frac{\nu}{D_{ij}} \quad (\text{II.8})$$

▪ **le nombre de Lewis** qui compare le transport de masse par diffusion au transport thermique.

$$Le = \frac{D_T}{D_{ij}} = \frac{Sc}{Pr} \quad (\text{II.9})$$

Les trois nombres adimensionnels sont égaux à l'unité, les profils de vitesse, de concentration et de température sont les mêmes : c'est l'analogie de Reynolds.

Les transports de masse  $m_j$ , de quantité de mouvement  $\mu$ , d'énergie  $e$  peuvent également être la conséquence du mouvement de fluide. C'est le transport convectif dont le flux massique est  $\rho u$  ( $u$  étant la vitesse moyenne). Le flux convectif est alors :

$$I = \rho u \frac{F}{m} \quad (\text{II.10})$$

Où  $F = m_j$ ,  $\mu$  ou  $e$ , soit :

$$I_j = \rho u y_j ; I_u = \rho u u ; I_e = \rho u e \quad (\text{II.11})$$

Avec :

Les flux convectifs respectivement de l'espèce  $j$  et de la quantité de mouvement :  $I_j$  et  $I_u$

Les flux convectifs d'énergie par unité de temps et de surface :  $I_e$

## II.5. Propriétés thermo-chimique d'un mélange de gaz

On appelle l'équation de l'aérothermo-chimie, le système composé des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, des espèces et de l'énergie. Nous faisons ici un rappel sur les définitions et notions nécessaires à la compréhension des équations de l'aérothermo-chimie que nous formulerons par la suite. Ces dernières seront d'abord établies sous leur forme la plus générale. Puis nous observerons les hypothèses les plus courantes permettant d'écrire ces équations sous une forme simplifiée. Les équations sont exprimées pour un fluide hétérogène non isotherme compressible composé de  $K$  espèces chimiques. Si on considère un mélange de masse volumique moyenne  $\rho$  et de masse molaire moyenne  $W$ , constitué d'un nombre  $K$  d'espèces de masse molaire  $W_K$ . On notera  $m_K$  la masse de l'espèce  $K$  présente dans une unité de volume du mélange. On a ainsi :

$$\rho = \sum_{k=1}^K \rho_k \quad (\text{II.12})$$

On peut définir pour chaque espèce du mélange, sa fraction massique  $Y_K$ , qui est une grandeur sans dimension, de la façon suivante :

$$Y_k = \frac{m_k}{m} = \frac{\rho_k}{\rho} \quad \text{telque} \quad \sum_{k=1}^K Y_k = 1 \quad (\text{II.13})$$

La masse molaire d'un mélange est obtenue à partir des fractions molaires des espèces qui le composent par :

$$W = \left( \sum_{k=1}^K \frac{Y_k}{W_k} \right)^{-1} \quad (\text{II.14})$$

La loi des gaz parfaits donne:

$$\rho = \frac{PW}{RT} = \frac{P}{RT \sum_{k=1}^K \frac{Y_k}{W_k}} \quad (\text{II.15})$$

$$R = 8,314 \text{ J.mole}^{-1} . K^{-1}$$

Où  $P$  et  $T$  représentent respectivement la pression et la température du mélange. Pour chaque espèce du mélange, on définit une autre grandeur adimensionnée, la fraction molaire  $X_K$ , telle que :

$$X_k = Y_k \frac{W}{W_k} \quad \text{telque} \quad \sum_{k=1}^K X_k = 1 \quad (\text{II.16})$$

Ainsi que sa concentration molaire  $C_K$  :

$$C_k = X_k \frac{P}{RT} \quad \text{telque} \quad \sum_{k=1}^K C_k = \frac{P}{RT} \quad (\text{II.17})$$

Une autre façon de présenter les proportions des espèces dans un mélange est de les exprimer en pressions partielles:

$$P_k = \frac{\rho_k RT}{W_k} \quad \text{tel que} \quad P = \sum_{k=1}^K p_k \quad (\text{II.18})$$

L'enthalpie du mélange est obtenue à partir des enthalpies de chaque espèce.

On appelle  $h_K(T)$ , l'enthalpie massique d'une espèce  $K$  à une température  $T$  (supérieure à sa température de formation  $T_0$ ), représentative de son énergie interne à l'équilibre thermodynamique :

$$h_k = \underbrace{\Delta h_{f,k}^0(T_0)}_{\text{enthalpie de formation}} + \underbrace{\int_{T_0}^T c_{p,k} dT'}_{\text{enthalpie sensible}} \quad (\text{II.19})$$

Où  $c_{p,k}$  représente la chaleur massique de cette espèce à pression constante tabulée.

La chaleur massique du mélange peut être obtenue par la loi de mélange :

$$C_P = \sum_{k=1}^K Y_k c_{p,k} \quad (\text{II.20})$$

De même, l'enthalpie massique du mélange s'obtient par :

$$h = \sum_{k=1}^K Y_k h_k \quad (\text{II.21})$$

## II.6. Équations de bilan pour un mélange de gaz réactifs

Les propriétés thermodynamiques et la cinétique chimique, que nous avons exposés, permettent de modéliser l'aspect énergétique d'un milieu réactif en posant les équations de conservation des espèces et de l'énergie. L'aspect dynamique de l'écoulement est discuté à travers l'influence des forces extérieures qui varient en fonction des espèces chimiques composant le mélange. La modélisation de la combustion est décrit par les équations de l'aérothermochimie présentées ci-dessous sous leur forme générale (elles peuvent être simplifiées en fonction du type de problème traité).

### II.6.1. Équation de conservation de la masse

Elle constitue l'équation de continuité dans un milieu multi réactifs qui est donnée par:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{II.22})$$

$\rho$  : Désigne la masse volumique du mélange.

$v$  : Exprime la vitesse de l'écoulement du mélange.

### II.6.2. Équation de conservation des espèces

La loi de Fick représente les vitesses de diffusion entre les différentes espèces, l'équation de conservation des espèces est écrite sous la forme suivante :

$$\rho \frac{\partial Y_k}{\partial t} + \rho(v \cdot \nabla) Y_k = -\nabla \cdot (\rho Y_k v_{d,k}) + \dot{\omega}_k \quad (\text{II.23})$$

Où :

$v_{d,k}$  : est la vitesse de diffusion de l'espèce  $k$  dans le mélange.

La loi de Fick est:

$$V_k Y_k = -D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x} \quad (\text{II.24})$$

### II.6.3. Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de bilan de quantité de mouvement du mélange s'écrit :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \cdot \nabla) \cdot v = -\nabla \cdot \sigma_{ij} + \sum_{k=1}^K \rho Y_k F_k \quad (\text{II.25})$$

Où :

$F_k$  : Est le vecteur des forces extérieures

$\dagger_{ij}$  : Le tenseur des contraintes visqueuses tel que :

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} - P\delta_{ij} = \mu \left( \nabla v + (\nabla v)^T \right) - \left( \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot v \right) \mathbf{I} - P\mathbf{I} \quad (\text{II.26})$$

Où :

$\mathbf{I}$  est la matrice identité et  $P$  est la pression totale.

Si l'on suppose qu'il n'y a pas de force extérieure (en négligeant aussi l'effet de la gravité), l'équation (II.27) devient :

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho(V \cdot \nabla) V = -\nabla \cdot \sigma_{ij} \quad (\text{II.27})$$

### II.6.4. Équation de conservation de l'énergie

L'équation de bilan d'énergie totale de mélange est donnée par :

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)h = \left( \frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)P + \tau_{ij} \div \nabla \mathbf{v} \right) + \sum_{k=1}^K \rho Y_k v_{d,K} F_K - \nabla \cdot \mathbf{q} + \dot{\omega}_T$$

Avec :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T + \sum_{k=1}^K \rho h_k Y_k v_{d,K} + RT \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \frac{X_k D_l^T}{W_k D_{kl}} (v_{d,K} - v_{d,l}) + q_r \quad (\text{II.28})$$

$D_1^T$  et  $D_{kl}$  : sont respectivement les coefficients de diffusion thermique des espèces  $k$  et  $l$ .

$v_{d,K}$  : C'est la vitesse de diffusion.

$q_r$  : C'est le flux de rayonnement

On peut aussi négliger l'influence des forces extérieures ; en utilisant :

$$dh = C_p dT \quad (\text{II.29})$$

Et en négligeant le troisième terme dans l'équation (II.28) (représentant l'effet Dufour), l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p (\mathbf{v} \cdot \nabla)T = \left[ \frac{\partial P}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)P + \tau_{ij} \div \nabla \mathbf{v} \right] + \dot{\omega}'_T - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (\text{II.30})$$

Le terme source de production chimique totale (prenant en compte les enthalpies sensibles des espèces composant le mélange) s'exprime par :

$$\dot{\omega}'_T = - \sum_{l=1}^K h_l \dot{\omega}_l \quad (\text{II.31})$$

Le terme puits représentant les pertes par conduction, diffusion des espèces et par rayonnement est obtenu par :

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = -\nabla(\lambda \nabla T) + \nabla \left( \sum_{k=1}^K \rho h_k Y_k v_{d,K} \right) + S_r \quad (\text{II.32})$$

Le terme source radiatif ou bilan volumique s'écrit :

$$S_r = \nabla \cdot q_r \quad (\text{II.33})$$

Si l'on suppose que le fluide considéré se comporte comme un gaz parfait, l'équation d'état des gaz parfaits est vérifiée et qui est formulé par:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{W} \quad (\text{II.34})$$

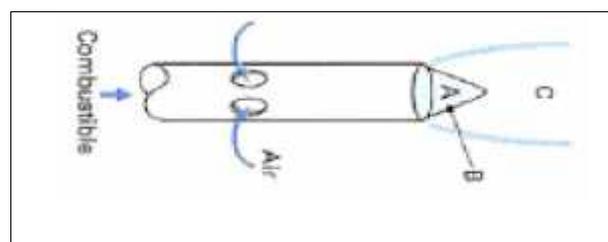
### III. FLAMMES DE PREMELANGE ET DE DIFFUSION

#### III.1. Flamme de prémélange laminaire [2]

Parmi les types de flammes le plus fréquemment rencontrés, l'un des plus communs est sans doute la flamme prémélangée. C'est, en particulier, celle qui existe dans le brûleur d'une cuisinière à gaz et, plus simplement, dans un bec Bunsen.

Pour une combustion d'hydrocarbure gazeux, la flamme (figure III.1) se présente sous la forme d'une zone sombre A précédant une zone lumineuse de forme conique B où se produisent la réaction chimique et le dégagement de chaleur.

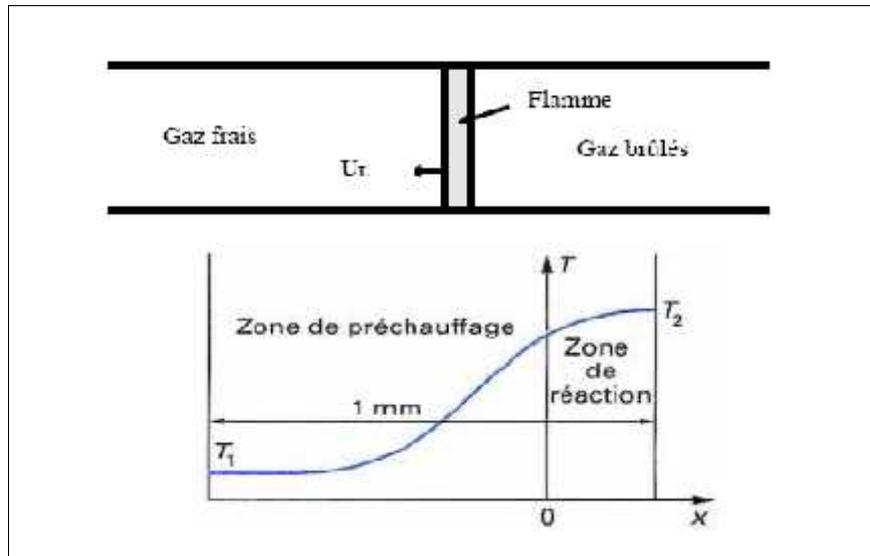
La zone lumineuse a, à pression atmosphérique, une épaisseur inférieure au millimètre. C'est la zone où la température est la plus élevée. Elle est suivie de la zone C constituée d'un panache de gaz brûlés qui se mélangent progressivement avec l'air ambiant. Dans le cas d'un mélange pauvre, le cône lumineux est d'un bleu violet profond qui révèle la présence de radicaux excités. Le panache de gaz brûlés est, en général, rougeâtre et ce rayonnement, également très intense dans l'infrarouge, est dû principalement à la présence du gaz carbonique et de la vapeur d'eau.



**Fig.III.1. Représentation de bec de bunsen**

Dans la flamme prémélangée comme son nom indique le combustible et le comburant est mélangé à l'avance ; la propagation de la flamme est le résultat de deux phénomènes qui se produisent en deux zones principales (fig III. 2).

- une zone de préchauffage ;
- une zone de réaction proprement dite.



**Figure (III. 2): Evolution de la température dans la flamme**

Dans la zone de préchauffage, les phénomènes essentiels sont des transferts de chaleur et de matière. En revanche, les réactions chimiques sont inexistantes.

Arrivant à une température spécifique ; les gaz réagissent en dégageant de la chaleur. C'est la zone de réaction qui se déroule sur une certaine épaisseur. Cet échauffement se fait sur une épaisseur qu'on appelle épaisseur de la flamme et qui peut être assimilée à la distance parcourue par la chaleur libérée pendant le temps de réaction. Ainsi en faisant intervenir le coefficient de diffusion thermique, l'épaisseur de la flamme s'exprime sous la forme suivante :

$$\delta_L \propto (d\tau_c)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.1})$$

On s'est aperçu de façon expérimentale que la flamme prémélangée a souvent des épaisseurs très petites devant les échelles de la mécanique et qu'elle se propage dans les gaz frais. L'étude est faite en la considérant comme des ondes de combustion.

D'une manière globale, une onde de combustion dans un écoulement est décrite comme une discontinuité séparant un milieu amont de conditions uniformes correspondant au mélange frais, d'un milieu aval aux conditions uniformes correspondant aux gaz brûlés en équilibre chimique.

Les flammes sont considérées comme laminaires c'est-à-dire les échanges par diffusion turbulente sont inexistantes. Le mélange oxydant -combustible est homogène à l'échelle macroscopique. Le front de flamme par rapport aux gaz frais a une vitesse spécifique caractéristique, qui est une donnée importante car elle est liée à la vitesse de consommation des réactifs et à la quantité de chaleur dégagée.

### III.1.1. Equation d'Hugoniot-Rankine

Nous allons écrire les équations de conservation, dans une hypothèse de gaz parfait ; le régime est permanent, et les forces extérieures et celle de frottement sont négligeables ; de part et d'autre de l'onde de combustion, l'indice **1** désignant les gaz frais l'indice **2** les gaz brûlés.

Le rapport des chaleurs spécifiques est considéré constant

- Équation de continuité

$$\dot{m} = \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (\text{III.2})$$

- Équation de la quantité de mouvement normale à la flamme

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 \quad (\text{III.3})$$

- Equation de Conservation de l'énergie

$$u_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1} = u_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2} \quad (\text{III.4})$$

Avec 
$$h = u + \frac{P}{\rho}$$

$$h = C_p T + h_0$$

On obtient

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (\text{III.5})$$

Où  $h_0$  est l'enthalpie massique de formation dans l'état standard.

**Équation d'état**

$$P = \rho RT$$

Avec

$C_p$  : Capacité thermique massique à pression constante,

$h$  : Enthalpie massique,

$\dot{m}$  : Débit masse par unité de surface,

$P$  : Pression,

$R$  : Constante molaire des gaz,

$T$  : Température thermodynamique,

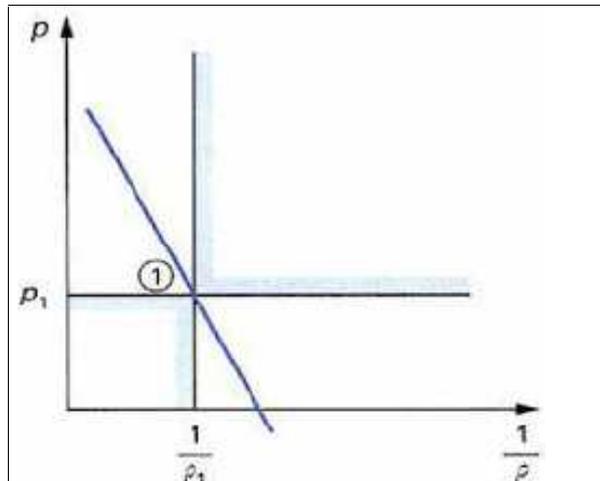
$u$  : Vitesse de l'onde de combustion,

$\rho$  : Masse volumique des gaz.

La combinaison des relations (III.2) et (III.3) donne :

$$P_1 + \dot{m}^2 \frac{1}{\rho_1} = P_2 + \dot{m}^2 \frac{1}{\rho_2} \quad (\text{III.6})$$

Les points représentatifs des gaz frais et des gaz brûlés sur un diagramme de Clapeyron sont donc sur une droite de pente négative, appelée droite de Rayleigh (figIII.3).



**Fig.III.3. La droite de Rayleigh**

La pente de cette droite détermine la vitesse de l'onde de combustion par rapport à l'état initial, puisque d'après (III.2) :

$$u_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} \quad (\text{III.7})$$

Les équations (III.2) et (III.3) permettent également d'écrire :

$$u_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} u_1$$

Alors :

$$u_1^2 = \frac{\left(\frac{1}{\rho_1^2}\right)(P_2 - P_1)}{\left[\left(\frac{1}{\rho_1}\right) - \left(\frac{1}{\rho_2}\right)\right]}$$

Soit, en introduisant la vitesse du son :

$$C_1^2 = \gamma R T_1 = \gamma P_1 \left(\frac{1}{\rho_1}\right) \quad (\text{III.8})$$

Et le nombre de Mach :

$$M_{a1} = \frac{u_1}{C_1}$$

Et de même :

$$\gamma M_{a2}^2 = \frac{\left(1 - \frac{P_1}{P_2}\right)}{\left[\left(\frac{1}{\rho_1}\right) - \left(\frac{1}{\rho_2}\right)\right]} - 1 \quad (\text{III.9})$$

C'est une relations liant les nombres de Mach de l'onde de combustion par rapport aux gaz frais et aux gaz brûlés aux valeurs des paramètres des deux états initial et final.

Cherchons un lieu pour le point de l'état final dans le diagramme de Rayleigh. Pour cela, utilisons l'équation de l'énergie (III.5) :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

Comme d'après l'équation (III.2) et (III.3) ; on obtient l'équation d'Hugoniot :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(P_2 - P_1) \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (\text{III.10})$$

Pour un état initial donné,  $[p, (1/\rho_1)]$ , et un état final correspondant à :

$$h_2 - h_1 = C_p(T_2 - T_1) - \Delta h_0 \quad (\text{III.11})$$

Cette équation s'exprime en fonction de l'enthalpie de réaction et des caractéristiques ( $p, 1/\rho_1$ ) des produits ;

Avec :

$$C_p = R \left[ \frac{\gamma}{(\gamma-1)} \right]$$

En adaptant l'hypothèse du rapport des chaleurs spécifiques soit constant ce qui est vérifiée dans le cas où le comburant est l'air.

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{R} \left( \frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} \right) \quad (\text{III.12})$$

On obtient la relation :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1} \right) - \frac{1}{2}(P_2 - P_1) \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = \Delta h^0 \quad (\text{III.13})$$

Le lieu des solutions est donc, dans le plan de Clapeyron, une courbe dont l'équation, en transformant l'équation (III.13), s'écrit :

$$P_2 = \frac{\alpha' + \beta' \left( \frac{1}{\rho_2} \right)}{\gamma' + \delta' \left( \frac{1}{\rho_2} \right)}$$

Avec :

$$\alpha' = \Delta h^0 + \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \frac{P_1}{\rho_1}, \quad \beta' = -\frac{P_1}{2}$$

$$\gamma' = -\frac{1}{2\rho_1} \quad ; \quad \delta' = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$$

La courbe d'Hugoniot des produits est donc une hyperbole (figure III.4). Pour  $h_0 = 0$ , la courbe passe par le point ①.

La courbe, reportée dans le plan de Clapeyron, peut être décomposée en trois régions auxquelles correspondent les différentes solutions possibles (intersections de la droite de Rayleigh avec l'hyperbole d'Hugoniot des produits).

**Dans la région I,**

$$P_2 \gg P_1 \Rightarrow (1/\rho_2) < (1/\rho_1)$$

Mais le rapport  $\left( \frac{1/\rho_2}{1/\rho_1} \right)$  est très proche de 1. D'où :

$$\gamma Ma_1^2 \gg 1 \Rightarrow Ma_1 > 1$$

Dans cette région, l'onde de combustion est supersonique. C'est Une détonation, c'est-à-dire une onde de choc se déplaçant à vitesse supersonique par rapport aux gaz frais, entretenue par le dégagement d'énergie dû à la combustion.

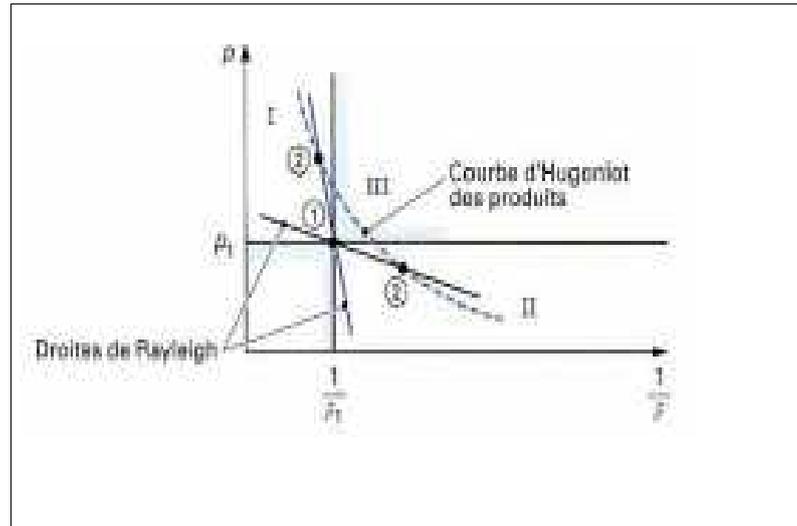
**Dans la région II,**

$P_2 \approx P_1$  Mais très proche et  $\frac{1}{\rho_2} \approx \frac{1}{\rho_1}$ . Dans l'équation (III.9), le numérateur est donc négatif

et grand devant l'unité. On a donc :

$$\gamma Ma_1^2 \ll 1 \Rightarrow Ma_1 \ll 1$$

Dans cette région, l'onde de combustion est subsonique, de nombre de Mach faible. C'est une déflagration, c'est-à-dire une onde subsonique entretenue par la combustion. C'est ce qui se passe dans le bec Bunsen ; l'écoulement y étant laminaire, la vitesse de propagation de la déflagration s'appelle la vitesse de flamme laminaire (ou encore, vitesse fondamentale de flamme).



**Fig.III.4. Hyperbole d'Hugoniot**

**Dans la région III**, il n'y a pas de solution possible. On voit d'ailleurs que, d'après l'équation (III.9), cette région correspond à :

$$P_2 > P_1 \Rightarrow \left( \frac{1}{\rho_2} \right) > \left( \frac{1}{\rho_1} \right)$$

Et conduit à un nombre de Mach complexe

$$Ma_1^2 < 0$$

### III.1.2. Vitesse de flamme laminaire [2]

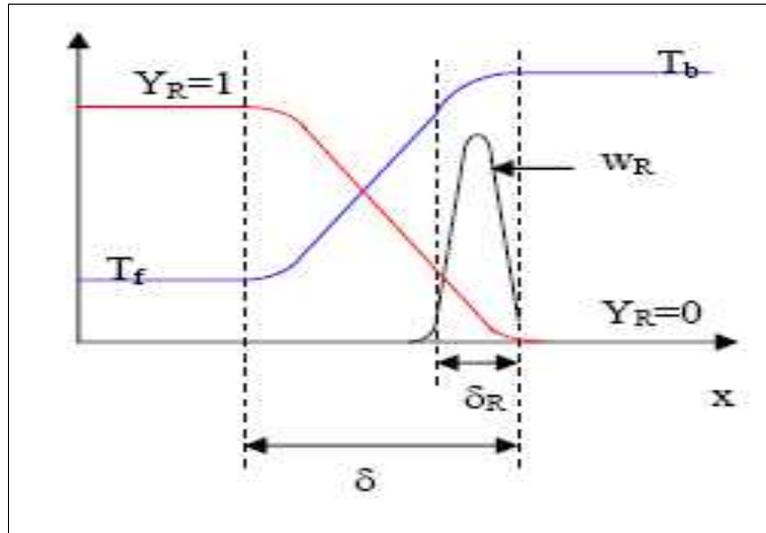
En écoulement laminaire lorsque les réactifs sont prémélangés, le front de flamme peut être représenté par une surface séparant le milieu frais des gaz brûlés [BORGHI, 1995]. Celle-ci se propage dans un écoulement laminaire, qui peut être immobile ou en mouvement. Elle est caractérisée par une vitesse définie par:

$$S_L = S_D$$

$S_L$  : représente alors la vitesse de déplacement d'une flamme plane laminaire monodimensionnelle se propageant dans un espace ouvert contenant un mélange initialement au repos.

$S_D$  : représente la vitesse des gaz frais devant la flamme, dans le référentiel de la flamme.

Durant ce dernier siècle, beaucoup de physiciens et de chimistes ont développé des méthodes et théories pour déterminer la vitesse de flamme.



**Fig.III.5. Profil d'une flamme prémélangée laminaire**

Avec :

$\delta_L$  : épaisseur de la flamme

$\delta_r$  : épaisseur de la zone de réaction

$Y_R$  : fraction massique de combustible

$T_f$  : température des gaz frais

$T_b$  : température des gaz brûlés

$W_R$  : taux de production chimique

### III.1.3. la théorie de Mallard et Le Chatelier

La première théorie développée pour calculer cette vitesse de déplacement fut celle de Mallard et Le Chatelier en 1883. Ils proposent de diviser la flamme en deux zones. La première correspond à la zone de préchauffage, dans laquelle les gaz frais vont être chauffés par conduction. Quant à la deuxième, il s'agit de la réaction chimique. Les deux physiciens démontrent alors, en considérant comme équivalents le taux de chaleur transféré par conduction dans la flamme et la quantité de chaleur évacuée par les gaz brûlés, que la vitesse peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S_{L0}^2 = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{T_f - T_i}{T_i - T_0} \bar{W} \quad (\text{III.14})$$

Où :

$T_i$  : Représente la température d'auto-inflammation.

$\bar{W}$  : Est le taux de réaction moyen.

Mallard et Le Chatelier n'ont pas spécifié la température initiale à laquelle le taux de réaction doit être déterminé. Cependant, leur analyse suggère que la vitesse de flamme est proportionnelle à la racine carrée du produit de la diffusivité thermique et du taux de réaction. Ce résultat est l'une des plus importantes relations dans la théorie des flammes laminaires et peut être considéré comme représentatif de la flamme laminaire, dont l'épaisseur est très faible. Le taux de réaction détermine le gradient de température par son effet sur l'épaisseur de la zone de réaction. La diffusion (ici de chaleur) a pour conséquence la propagation de la flamme. Enfin :

$$S_L \propto \left( \frac{\lambda}{\rho C_p} \bar{W} \right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad S_L \propto (D_T \bar{W})^{1/2} \quad (\text{III.15})$$

#### III.1.4. Théorie de Zeldovitch, Franck-Kamenetskii et Semenov (1938)

C'est une extension de la théorie de Mallard et Le Chatelier. Les équations de base comportent les diffusions de chaleur et de matière, cette dernière étant considérée en tant que vecteur d'énergie, mais non facteur d'activation des réactions chimiques. La température d'inflammation qui est inconnue intervient encore, mais comme simple condition aux limites des deux parties du problème en considérant comme hypothèses que conductivité thermique, la capacité thermique massique, les termes de diffusion des espèces sont constants quelles que soient la température et la composition du mélange.

On suppose de plus que :

$$Le = 1 \quad \Rightarrow \quad D_T = \frac{\lambda}{\rho C_p} = D_{ij}$$

On suppose également que le nombre total de moles du mélange ne change pas avec la combustion.

Enfin, on considère, suivant le modèle de la réaction simple, une réaction d'ordre global  $n$ , d'enthalpie massique :

$$\Delta h^0 = h_1^0 - h_2^0$$

Qui peut être considérée comme s'effectuant à pression constante et les termes expriment la vitesse sont négligeables devant les termes de l'enthalpie.

### III.1.4.1 Équations de bilan des espèces et d'enthalpie

La composition est caractérisée par la fraction massique du combustible:

$$\underbrace{U \frac{\partial Y_F}{\partial x}}_{\text{convection}} - \underbrace{D_{ij} \frac{\partial^2 Y_F}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} = \underbrace{\frac{\bar{W}}{\rho}}_{\text{Reaction Chimique}} (Y_0, Y_F, T, x) \quad (\text{III.16})$$

L'équation qui traduit la conservation d'énergie :

$$\underbrace{U \frac{\partial T}{\partial x}}_{\text{convection}} - \underbrace{D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} = \underbrace{\left( \frac{\Delta h^0}{C_p} \right) \left( \frac{\bar{W}}{\rho} \right)}_{\text{Reaction chimique}} (Y_0, Y_F, T, x) \quad (\text{III.17})$$

En supposant que le nombre de Luis est égal à l'unité, la relation qui lie la température a la fraction massique du combustible s'écrit :

$$T - T_1 = \frac{\Delta h}{C_p} (Y_{F1} - Y_F) \quad (\text{III.18})$$

Les conditions initiales et aux limites sont :

$$t=0 \quad Y_F = Y_{F1} \quad , T = T_1$$

Et en fin de combustion,

$$Y_F = 0 \quad T = T_1 + \frac{\Delta h}{C_p} Y_{F1} = T_2$$

En prenant l'équation de l'énergie, avec :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t},$$

La solution du problème s'obtient par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = + \frac{\Delta h^0}{C_p} \frac{\dot{W}}{\rho} \quad (\text{III.19})$$

On prend les conditions aux limites des deux zones :

**En zone I**, pas de réaction chimique, donc le terme du taux de réaction est négligeable.

L'équation (III.19) devient :

$$\begin{cases} \dot{W} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Soit encore avec :

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} \quad ; \quad \rho u = \dot{m}$$

On trouve :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\dot{m} C_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.21})$$

Avec comme conditions aux limites :

$$\begin{aligned} x = -\infty, \quad T = T_1, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x = 0, \quad T = T_i \end{aligned}$$

Et après intégration, on trouve :

$$\frac{T - T_1}{T_i - T_1} = \exp\left(\frac{\dot{m} C_p}{\lambda} x\right) \quad (\text{III.22})$$

**En zone II**, la réaction chimique étant de type Arrhenius, le terme du taux de réaction ne devient important que lorsque la température est suffisamment élevée, c'est-à-dire que la température d'inflammation est proche de la température finale. En effet, le gradient de température est faible et le terme de convection peut être négligé, l'équation (III.18) devient alors :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\Delta h^0 \dot{W} \quad (\text{III.23})$$

On intégrant l'équation (III.23) en prend les conditions aux limites suivants

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T = T_i \\ x = \delta_r \quad T = T_2 \end{aligned}$$

On obtient :

$$\frac{\dot{m} C_p}{\lambda} (T_i - T_1) = \left( \frac{2 \Delta h^0}{\lambda} \int_{T_i}^{T_2} \dot{W} dT \right)^{1/2} \quad (\text{III.24})$$

Comme  $\dot{m} = \rho_1 S_L$  :

$$S_L = \frac{\lambda}{\rho_1 C_P (T_i - T_1)} \left( \frac{2\Delta h^0}{\lambda} \int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.25})$$

La réaction chimique suivant une loi d'Arrhenius, la plus grande partie de la réaction vive a lieu au voisinage de la température finale par conséquent :

$$\int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT \approx \int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT$$

Ce qui permet d'obtenir la vitesse de propagation de la flamme suivante :

$$S_L = \left( \frac{\text{Cte } \lambda \Delta h^0 \bar{\dot{W}}}{\rho_1^2 C_P^2 (T_2 - T_1)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.26})$$

Cette formule s'appelle la formule de Zeldovitch, dans laquelle le taux massique de réaction moyen est :

$$\bar{\dot{W}} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \dot{W} dT \quad (\text{III.27})$$

La constante étant fonction de :

- de la valeur réelle du nombre de Lewis;
- de la variation du préfacteur du taux de réaction qui dépend de la température.

Avec :

$$D_T = \frac{\lambda}{\rho C_P}, \quad (\text{III.28})$$

On retrouve le résultat de Mallard et Le Châtelier :

$$S_L \propto \left( D_T \bar{\dot{W}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.29})$$

La différence essentielle avec la théorie de Mallard et de Châtelier est que, le taux de réaction étant fonction de la température de flamme, il en est de même pour la vitesse de flamme [2].

Beaucoup de paramètres peuvent influencer cette vitesse à savoir la température, la pression et la richesse du mélange.

### III.1.4.2. Epaisseur de flamme laminaire

L'épaisseur de flamme laminaire est une grandeur caractéristique des flammes en régime laminaire. Et bien que sa perception physique soit assez simple, on recense plusieurs définitions de l'épaisseur du front de flamme. A ce propos, la plus ancienne et la plus employée est celle de Zeldovich :

$$\delta_{L0} = \frac{\lambda}{C_p \rho S_L} \quad (\text{III.30})$$

L'épaisseur de la zone de réaction  $\delta_r$  s'écrit alors :

$$\delta_r = \frac{\delta_L}{E_a} \quad (\text{III.31})$$

Où  $E_a$  est l'énergie d'activation réduite de la réaction : sa valeur dépend de la nature des réactions élémentaires et du combustible mis en jeu. Dans le cas des grandes énergies d'activation, l'épaisseur de réaction est négligeable devant celui de la flamme. C'est pourquoi l'épaisseur de diffusion est souvent assimilée à l'épaisseur de flamme.

Expérimentalement, l'épaisseur de flamme est généralement basée sur l'expression de Spalding, établie à partir du gradient maximal de la température.

$$\delta_r = \frac{T_z - T_0}{\left(\frac{dT}{dZ}\right)_{\max}} \quad (\text{III.32})$$

$T_0$  : Est la température des gaz frais,

$dT/dZ$  : Est le gradient de température le long de la normale au front de flamme.

Cette définition permet de mesurer l'épaisseur de la zone de préchauffage. En effet, il s'agit d'un point important dans l'analyse théorique de la structure de flamme.

Il existe d'autre théorie pour le calcul de la vitesse et de l'épaisseur de la flamme tel que la théorie diffusionnelle qui suppose que, pour certaines réactions en flammes laminaires, la vitesse de flamme est liée au taux de diffusion de radicaux actifs dans les gaz frais, ainsi d'autre approches récentes qui commence avec l'analyse de Zeldovitch et Franck-Kamenetskii (1938) [2]. Ce modèle ne fut amélioré qu'à partir des années soixante grâce à l'utilisation systématique des méthodes de développements asymptotiques, dont ce modèle fut un précurseur.

L'essentiel des résultats obtenus par ces méthodes est présenté dans les ouvrages de Williams (1985).

La méthode des développements asymptotiques raccordés permet d'exprimer mathématiquement, dans le cas des grandes énergies d'activation, l'existence de deux zones, l'une de convection diffusion, l'autre de réaction diffusion, et de déterminer la vitesse fondamentale de flamme en raccordant les limites des solutions obtenues pour chacune des deux zones.

## **III.2. La flamme turbulente prémélangée [7]**

### **III.2.1 Notion de flamme turbulente prémélangée**

Bien que les rappels de la première partie sur la flamme laminaire soient nécessaires, nous savons aussi que les phénomènes de combustion rencontrés quotidiennement, que se soit dans le domaine industriel ou domestique, se trouvent dans un milieu essentiellement turbulent.

La turbulence va effectivement jouer un rôle important sur la combustion. En effet, la surface de la flamme va croître du fait de son plissement suivant l'écoulement. Les échanges seront augmentés par la diffusivité turbulente, cette dernière jouant ainsi un rôle majeur. Ces deux caractéristiques auront pour conséquence un accroissement de la propagation du front de flamme.

La modélisation et la compréhension de la turbulence sont par nature complexes, nécessitant de simplifier le problème. Ainsi, on cherche à déterminer de façon générale les phénomènes physiques prépondérants d'une manière statistique afin d'obtenir des grandeurs moyennes, des fluctuations et des échelles caractéristiques spatiales et temporelles. Mais la structure des flammes turbulente est beaucoup plus complexe que celle des flammes laminaires, Cela se traduit en particulier par le fait que les flammes turbulentes sont beaucoup plus difficiles à calculer.

L'hypothèse de la masse volumique est constante n'est pas valable pour ces flammes et les équations générales des différents bilans doivent être modifiées, il est possible de rétablir en tenant compte de la variation de la masse volumique et de ses fluctuations et cela donne des équations plus complexes, avec des termes supplémentaires. Il est plus commode d'utiliser les moyennes de Favre, qui simplifient les équations en groupant des termes.

### III.2.2. Equations de conservation de la flamme de prémélange turbulente

Les équations pour les bilans de quantités de mouvement ; d'énergie, et des espèces sont les suivantes :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\bar{\rho} \tilde{V}_\alpha) = 0 \quad (\text{III.33})$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{V}_\beta + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\bar{\rho} \tilde{V}_\alpha \tilde{V}_\beta) = \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\bar{\tau}_{\alpha\beta} - \overline{\rho V'_\alpha V'_\beta}) + F_\beta \quad (\text{III.34})$$

- Equation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{e} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\bar{\rho} \tilde{V}_\alpha \tilde{h}_t) = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (-\overline{J_{e,\alpha}} - \overline{\rho V'_\alpha h'_t}) + \overline{F_\beta V_\beta} \quad (\text{III.35})$$

- Equation des fractions massiques :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{Y}_i + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\bar{\rho} \tilde{V}_\alpha \tilde{Y}_i) = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (-\overline{J_{i,\alpha}} - \overline{\rho V'_\alpha Y'_i}) + \bar{\rho} \tilde{W}_i \quad (\text{III.36})$$

En fait, cette nouvelle façon de procéder est aussi physique que le cas précédent :

$\bar{\rho} \tilde{V}_\alpha = \overline{\rho V_\alpha}$  : Présente la moyenne de quantité de mouvement par unité volume, alors que  $\bar{V}_\alpha$  représentait la moyenne des quantité de mouvement par unité de masse.

L'énergie totale moyenne  $\bar{e}_t$  comprend l'énergie interne moyenne, l'énergie cinétique moyenne et aussi l'énergie cinétique de la turbulence :

$$\tilde{e}_t = \tilde{e} + \frac{1}{2} \overline{V_\alpha V_\alpha} \quad (\text{III.37})$$

Dans les équations précédentes du bilan, il apparaît de nouveaux flux de diffusion turbulente [2]:

- $-\overline{V'_\alpha Y'_i}$  pour la masse  $i$  ;
- $-\overline{V'_\alpha h'_t}$  pour l'enthalpie total ;
- $-\overline{V'_\alpha V'_\beta}$  pour la quantité de mouvement ; les équations de bilan sont encore semblables à celle de départ.

Puisque la masse volumique n'est pas constante, il ne faut pas oublier les équations d'état, qui lient la masse volumique, la pression, la température et l'énergie totale et qu'il faut transformer pour obtenir des relations entre les valeurs moyennes, d'une part,

$$\bar{P} = \overline{\rho R_m T} \quad (\text{III.38})$$

En toute rigueur

$$R_m = \sum_1^n R_i Y_i \quad (\text{III.39})$$

Il n'est pas constant et l'équation d'état doit faire apparaître la corrélation des fluctuations des espèces et de température. Cependant, dans le cas des flammes où l'air entre comme comburant, on peut supposer  $R_m$  constante puisqu'il y a souvent 75% d'azote. Alors :

$$\bar{P} = \bar{\rho} R_m \tilde{T} \quad (\text{III.40})$$

D'autre part, l'équation d'état thermique est:

$$\tilde{e} = \frac{1}{\bar{\rho}} \sum_1^n \overline{\rho Y_{ie}} \quad (\text{III.41})$$

### III.2.3. Vitesse de flamme turbulente

Dans les différents modèles de combustion existants, il est important de bien différencier les vitesses de flammes utilisées.

On distingue principalement une quantité cinématique et une quantité caractérisant le taux de réaction de la flamme.

Dans les modèles de combustion où le front de flamme est considéré comme une surface infiniment fine, la vitesse fondamentale est une quantité cinématique dénommée « vitesse de déplacement », normale au front de flamme et qui permet la description des processus chimiques. Cette vitesse est définie précisément au niveau de la zone de préchauffage [TROUVE, 1994] et c'est par son intermédiaire qu'est effectué le couplage entre le taux de réaction locale des flammes avec l'écoulement et la déformation de la flamme. Elle présente l'avantage de pouvoir être déterminée localement de façon expérimentale [RENOU, 1998] et numérique [POINSOT, 1996].

En autres, la vitesse caractéristique est une mesure du taux de réaction par unité de surface du front de flamme. Cette vitesse, communément appelée vitesse de consommation (ou combustion). Elle représente alors la consommation massique des gaz frais et caractérise une intensité de combustion.

$$S_o = \frac{\omega_L}{\rho_\mu Y_{R,u}} \quad (\text{III.42})$$

$\omega_L$  : est le taux de consommation par unité de surface. Il permet de déterminer le taux de réaction moyen, terme qui intervient dans les équations d'aérothermochimie.

On note également la définition d'une vitesse de propagation moyenne de flamme turbulente qui intègre le déplacement de flamme dû à la diffusion des espèces et à l'expansion de la flamme créée par le gradient de température. Elle représente le flux massique moyen normal à une unité de surface. On constate en général que cette vitesse dépend fortement des fluctuations de vitesses de l'écoulement turbulent et de la vitesse de flamme laminaire [ABDEL-GAYED, 1984,1989] :

$$\frac{\langle S_T \rangle}{S_L} = 1 + \alpha \left( \frac{u'}{S_L} \right)^n \quad (\text{III.43})$$

Où

:est une valeur dépendante du combustible utilisé, de l'échelle intégrale de turbulence et du nombre de Reynolds et n est un facteur d'expansion.

et n : sont des constantes de l'ordre de l'unité.

Cette relation reste approximative car la vitesse de flamme est une grandeur assez mal définie [GOULDIN, 1996] et reste dépendante de la configuration expérimentale étudiée.

#### III.2.4. Les différents régimes de la flamme de prémélange turbulente

Afin de comprendre les phénomènes physiques prépondérants dans une configuration donnée et les différentes interactions, la combustion turbulente a pu être classifiée depuis les années 1980, sous forme de diagrammes [BRAY,1980 ;BORGHI ,1980 ;WILLIAMS ,1985]. Ces derniers offrent un moyen « pratique » mais qualitatif, de classer les écoulements réactifs suivant différents régimes de combustion.

Trois nombres adimensionnels permettent d'identifier les régimes de combustion.

- **Le nombre de Reynolds turbulent** : il compare l'intensité de l'agitation turbulente à celle des forces visqueuses.

$$Re_T = \frac{u' L_T}{\nu} \tag{III.44}$$

- **Le nombre de Damköhler** : il compare l'échelle de temps intégral de la température avec celui de la chimie.

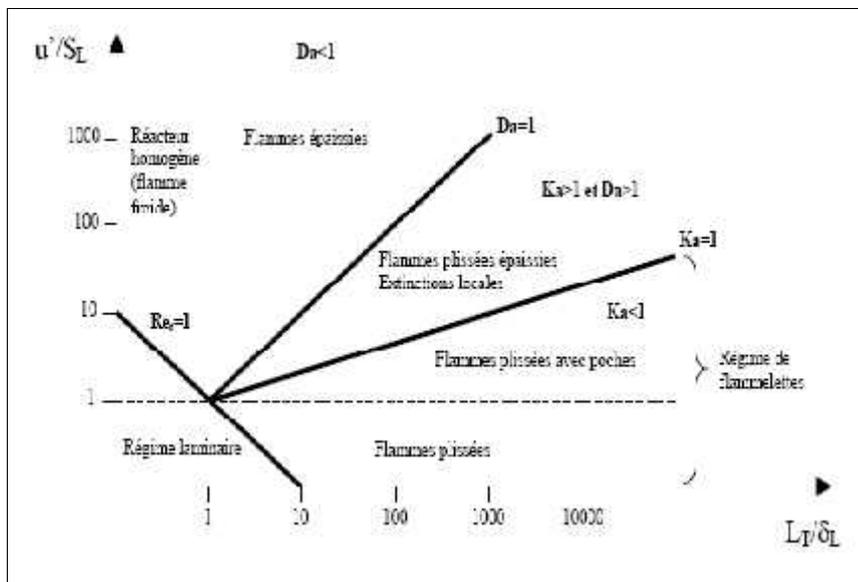
$$Da = \frac{\tau_T}{\tau_c} = \left( \frac{L_T}{u'} \right) \left( \frac{S_L}{\delta_L} \right) \tag{III.45}$$

- **Le nombre de Karlovitz** : il compare l'échelle de temps chimique avec celui de Kolmogorov.

$$Ka = \left( \frac{\tau_c}{\tau_k} \right) = \left( \frac{u'}{S_L} \right)^{3/2} \left( \frac{\delta_L}{l_T} \right)^{1/2} \tag{III.46}$$

Ces trois nombres sont reliés par l'équation suivante :  $Re_T = Da^2 Ka^2$

Le diagramme le plus souvent rencontré est celui de Borghi **figure (III.6)**



**Fig.III.6. Diagramme de combustion prémélangée BORGHI**

Ce diagramme d'approche classique permet de mettre en évidence trois grands types de flammes : les flammes plissées, les flammes plissées épaissies et les flammes épaissies. Dans ce diagramme de combustion, on retrouve le critère de KLIMOV-WILLIAMS ( $Ka=1$ ), correspondant à une épaisseur de flamme  $\delta_L$  égale à l'échelle de Kolmogorov.

### III.2.5. Les flammes minces plissées

Ce régime dit « de flammelette » est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka < 1$ ,  $Da < 1$ . Les plus petites échelles de la turbulence ne peuvent pas entrer dans la structure de flamme laminaire. Ces flammes sont un ensemble de flammelettes de type laminaire plissées par la turbulence dont les échelles de longueur sont plus grandes que l'épaisseur de flamme laminaire. Ce type de flamme est restreint au domaine où  $\eta > \delta_L$  (figure V.6).

Pour ces flammes, on peut observer deux sous régimes qui sont :

- d'une part le régime de flamme plissée quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est inférieur à l'unité, où la vitesse de rotation des plus grosses structures ne peut pas plisser le front de flamme suffisamment pour provoquer une interaction entre les flammes, donnant en fait une interaction avec la turbulence relativement faible et une prédominance de la propagation laminaire de la flamme.
- d'autre part le régime des flammes plissées avec des poches, quand le rapport de vitesse de fluctuation à celle de la flamme laminaire est supérieur à l'unité où les plus gros tourbillons sont suffisamment énergétiques pour plisser la flamme et provoquer une interaction entre les fronts de flamme voisins.

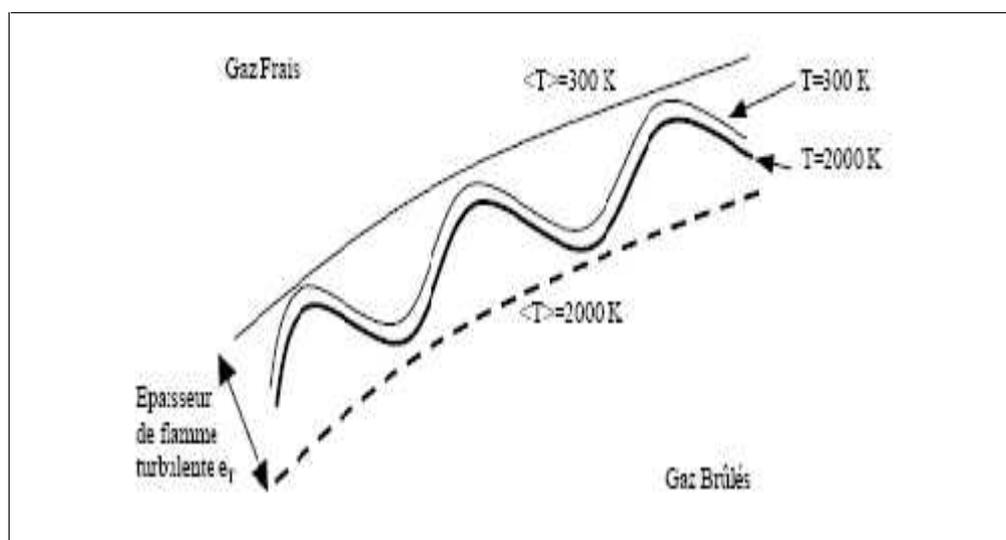


Fig.III.7. Flamme mince plissée

### III.2.6. Les flammes plissées

Ce régime est donné pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da > 1$ . Dans ces conditions, les structures turbulentes sont capables de pénétrer dans la zone de préchauffage et de l'épaisseur, mais ne peuvent pas affecter la zone de réaction, qui reste mince et relativement proche de l'épaisseur de zone de réaction d'une flamme laminaire.

Les petites échelles épaississent la zone de préchauffage tandis que les grandes échelles plissent le front de flamme (figure III.8).

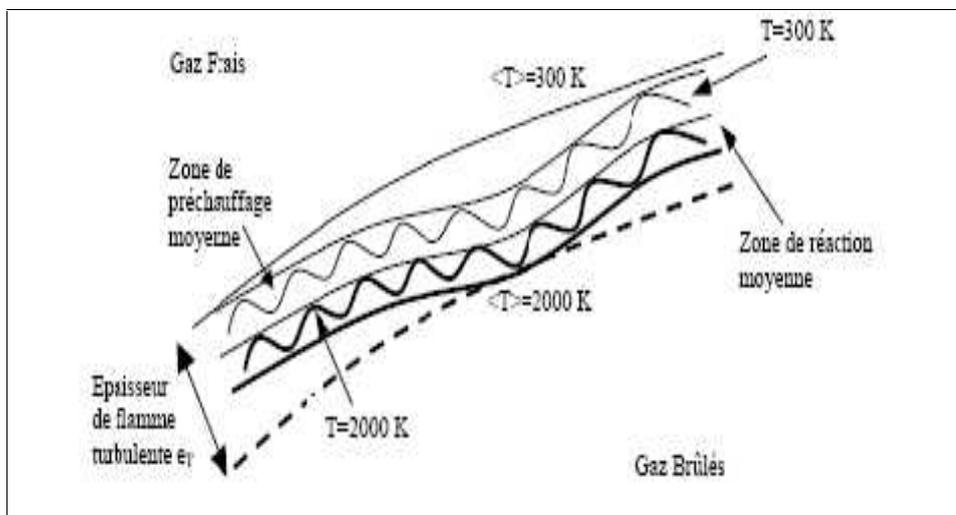
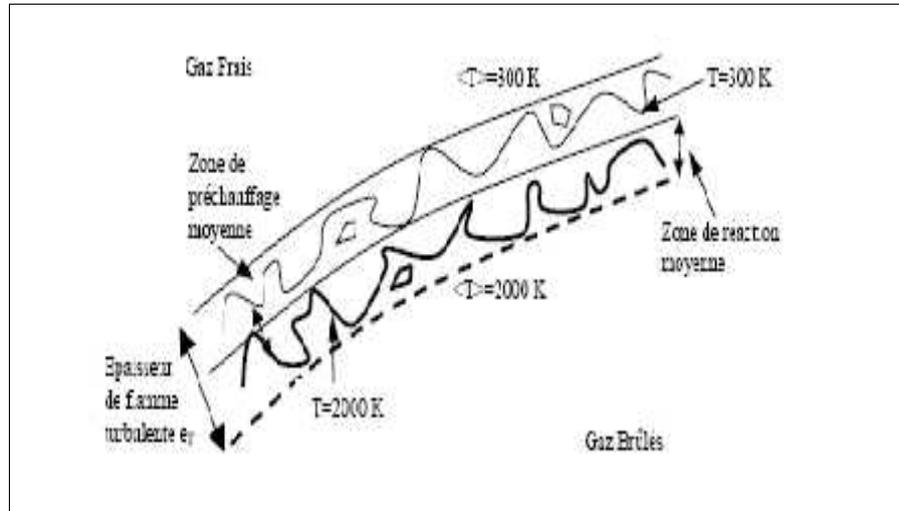


Figure (III.8) Flamme épaissie

### III.2.7. les flammes plissée épaissies

Ce dernier régime est défini pour  $Re_T > 1$ ,  $ka > 1$ ,  $Da < 1$ , où les zones de préchauffage et de réaction sont perturbées par la turbulence, ne permettant pas d'identifier des structures laminaires.

Ici, la flamme est non courbée et très épaisse (très supérieure à l'épaisseur de la flamme laminaire). Les perturbations turbulentes provoquent de nombreuses interactions, donnant des variations de l'épaisseur de la zone de préchauffage à l'intérieur de l'épaisseur moyenne, sur tout le front de flamme (Figure III.9)



**Fig.III.9. Flamme plissée épaisse**

### III.3. Flamme de diffusion laminaire

#### III.3.1. Généralités sur les flammes de diffusion laminaire

Dans de nombreux systèmes pratiques, combustible et comburant sont injectés séparément dans la zone de réaction, sans prémélange initial. La combustion est alors contrôlée non seulement par la réaction chimique mais aussi par le transport diffusif des réactifs l'un vers l'autre, d'où le nom de flamme de diffusion.

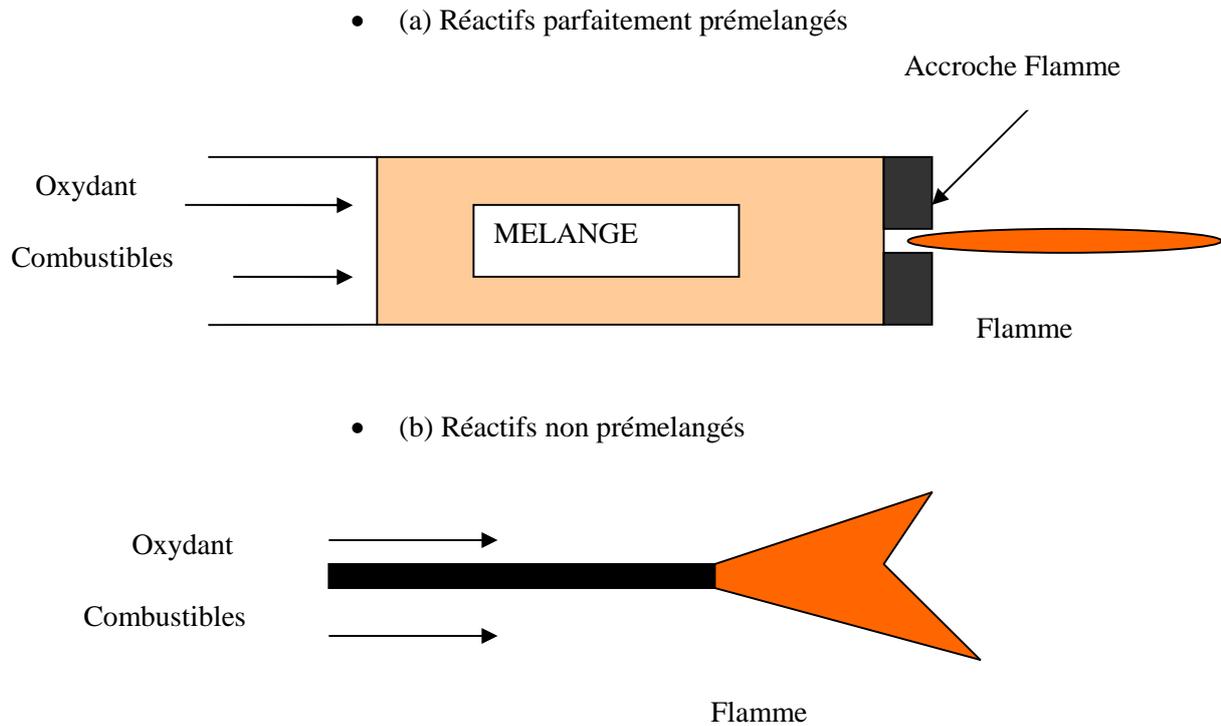
Si les flammes de diffusion laminaire semblent n'intervenir que dans quelques applications (bougie, flamme de briquet,...), nous allons montrer que la compréhension de la structure de ces flammes est fondamentale pour la description et la modélisation de nombreuses situations industrielles [2].

#### III.3.2. Situations génériques

Deux situations génériques idéales ont été identifiées, selon la procédure utilisée pour introduire les réactifs dans la zone de flamme :

- flammes prémélangée: les réactifs sont mélangés avant la zone de réaction ;
- flammes non prémélangée ou flammes de diffusion où les réactifs sont introduits séparément dans la zone de réaction, de part et d'autre de la flamme. Ils sont alors essentiellement localement entraînés dans la zone de réaction par diffusion moléculaire.

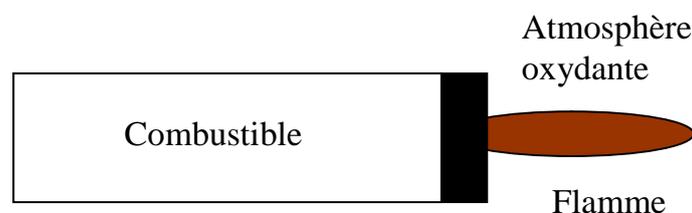
Ces deux situations sont schématisées sur la figure ci-dessous.



**FigIII.10. la flamme prémélangée et flamme de diffusion**

### III.3.3. Intérêt des flammes de diffusion laminaire

Le prototype de ces flammes, schématisé sur la figure (III.11), est obtenu par injection d'un combustible gazeux dans une atmosphère oxydante au repos. C'est, par exemple, la géométrie d'une flamme de bec Bunsen quand la virole est fermée (pas de prémélange d'air à la base du brûleur), d'une flamme de briquet ou encore d'une veilleuse de chauffe-eau. Si cette configuration est moins performante, en terme de dégagement d'énergie, puisque la réaction est principalement limitée, pour les combustibles les plus courants, par le transport des réactifs l'un vers l'autre, la flamme de diffusion offre, comme nous l'avons déjà vu, deux avantages indéniables: la simplicité et la sécurité [2].



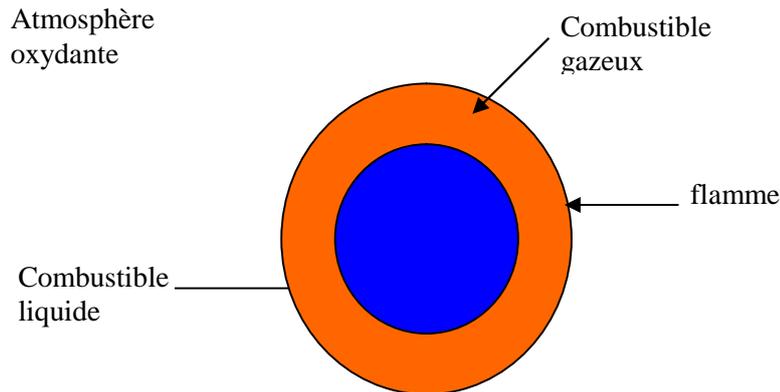
**Fig.III.11. géométrie d'une flamme de diffusion laminaire obtenue par injection d'un jet de combustible dans une atmosphère oxydante au repos**

Outre les quelques situations génériques simples, les flammes de diffusion laminaires sont également invoquées pour décrire les combustions liquide-gaz ou solide-gaz.

### Exemple

Combustible liquide dans une atmosphère oxydante (figure III.12).

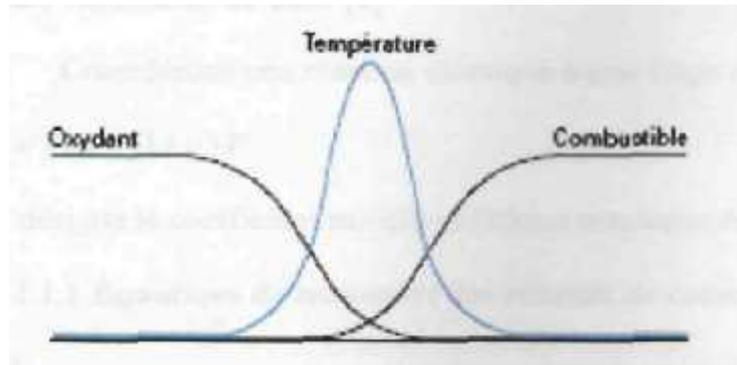
Dans la plupart des applications pratiques, on considère que le liquide est vaporisé avant la zone de flamme qui sépare alors vapeur de combustible et oxydant.



**Fig. III.12. Combustion d'une goutte de combustible dans une atmosphère oxydante**

### III.3.4. Analyse qualitative de la structure d'une flamme de diffusion laminaire

Avant d'entreprendre une analyse plus précise et quantitative, de la structure d'une flamme de diffusion, analysons qualitativement la flamme-jet schématisée sur la figure (III.11). Une coupe transversale de la flamme permet de constater que les réactifs combustible et comburant froids, sont bien séparés par la zone de réaction. Les profils de fraction massique de combustible, d'oxydant et de température ont l'allure représentée schématiquement sur la figure (III.13). Les réactifs sont essentiellement entraînés l'un vers l'autre par diffusion moléculaire, justifiant ainsi l'appellation de flamme de diffusion. Ce transfert de masse limite d'ailleurs le plus souvent la vitesse de réaction, ce qui explique que les flammes de diffusion sont généralement moins performantes que les flammes prémélangées.



**Fig.III.13. Structure de la zone de réaction d'une flamme jet**

### III.3.5. Calcul simplifié d'une flamme de diffusion laminaire

Il est possible de déterminer complètement la structure de la flamme de diffusion. Cette analyse, initialement due à Burke et Schumann (1928), permet également d'introduire les notions habituellement utilisées pour décrire ce type de flamme.

Il s'agit de l'étude d'un jet plan bidimensionnel de combustible, concourant avec un jet infini d'oxydant (figure III.14). Les deux jets sont supposés avoir le même débit unitaire initial.

$$\rho_F U_F = \rho_0 U_0$$

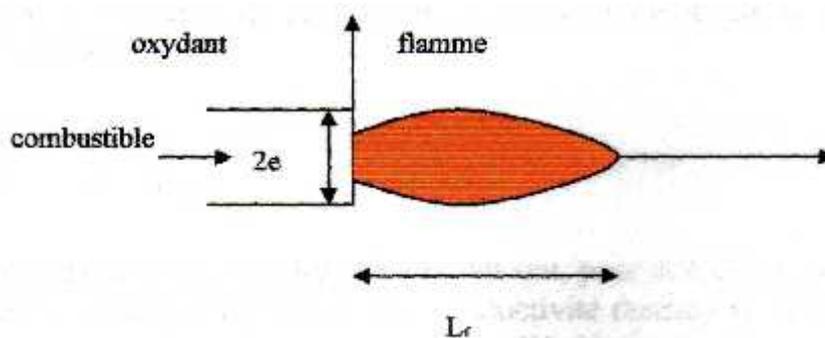
$\rho_F$  : Masse volumique de combustible

$\rho_0$  : Masse volumique de l'oxydant

$U_F$  : Vitesse de combustible

$U_0$  : Vitesse de l'oxydant

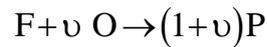
Cette configuration idéale n'est pas réaliste puisqu'elle suppose implicitement un débit infini d'oxydant.



**Fig.III.14. Géométrie de la flamme de Burke et Schumann**

### III.3.6. Équations de base [2]

Considérons une réaction chimique à une étape entre combustible et oxydant :



$\nu$  : désigne le coefficient stoechiométrique massique de la réaction

#### ▪ Équations de transport des réactifs de combustion

$$\frac{\partial \rho Y_F}{\partial t} + \nabla(\rho U Y_F) = \nabla(\rho D \nabla Y_F) + \dot{\omega}_F \quad (\text{III.47})$$

$$\frac{\partial \rho Y_0}{\partial t} + \nabla(\rho U Y_0) = \nabla(\rho D \nabla Y_0) + \dot{\omega}_0 \quad (\text{III.48})$$

Avec :

D : coefficient de diffusion

t : temps

U : vecteur de vitesse

$\rho$  : Masse volumique

$\dot{\omega}_F$  et  $\dot{\omega}_0$  : Vitesse de réaction respectivement du combustible et du comburant.

Les flux de diffusion moléculaires sont supposés suivre la loi de Fick avec la diffusivité massique

#### Équations de transport des produits de combustion

$$\frac{\partial \rho Y_P}{\partial t} + \nabla(\rho U Y_P) = \nabla(\rho D \nabla Y_P) + \dot{\omega}_P \quad (\text{III.49})$$

Avec :

$\dot{\omega}_P$  : Vitesse de production de produits P

La stoechiométrie de la réaction et la conservation de la masse totale imposent les deux relations.

$$\begin{cases} \dot{\omega}_0 = \nu \dot{\omega}_F \\ \dot{\omega}_P = -(1 + \nu) \dot{\omega}_F \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

En supposant que tous les constituants ont, pour simplifier, la même capacité massique à pression constante et la même conductivité thermique, le milieu est adiabatique et le rayonnement de la flamme est négligé, l'équation de l'énergie est :

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \nabla(\rho U C_p T) = \nabla(\lambda \nabla T) - \Delta H^0 \dot{\omega}_F \quad (\text{III.51})$$

$\Delta H^0$  : Chaleur de réaction massique.

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U) = 0 \quad (\text{III.52})$$

Et l'équation de quantité de mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial \rho U_j}{\partial t} + \nabla(\rho U U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \nabla \cdot \tau \quad (j=1,3) \quad (\text{III.53})$$

$U_j$  : Composante de la direction  $x_j$  du vecteur vitesse.

$p$  : pression.

$\tau$  : Tenseur des forces visqueuses.

Pour simplifier le système d'équations précédent, Burke et Schumann introduisent les hypothèses suivantes :

- l'écoulement est stationnaire
- toutes les vitesses sont supposées parallèles à l'axe des jets ( $U_2 = U_3 = 0$ ).
- tous les flux de diffusion dans la direction de l'écoulement sont négligés devant les flux convectifs
- les fluides sont supposés newtoniens.

Les équations précédentes se simplifient pour devenir :

$$\frac{\partial \rho U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.54})$$

$$\frac{\partial \rho U Y_F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \rho D \frac{\partial Y_F}{\partial Y} \right) + \dot{\omega}_F \quad (\text{III.55})$$

$$\frac{\partial \rho U Y_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \rho D \frac{\partial Y_0}{\partial Y} \right) + \dot{\omega}_0 \quad (\text{III.56})$$

$$\frac{\partial \rho U Y_P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \rho D \frac{\partial Y_P}{\partial Y} \right) + \dot{\omega}_P \quad (\text{III.57})$$

$$\frac{\partial \rho U C_p T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial Y} \right) - \Delta H^0 \dot{\omega}_F \quad (\text{III.58})$$

$$\frac{\partial \rho U^2}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \quad (\text{III.59})$$

Avec :

$\mu$  : Viscosité dynamique du fluide.

Nous supposons les nombres de Schmidt des espèces égaux à l'unité, c'est-à-dire que les viscosités dynamique et moléculaire sont identiques.

L'équation (III.54) conduit compte tenu de l'hypothèse que les jets ont le même débit unitaire initial, à la solution immédiate.

$$\rho U = \rho_F U_F = \rho_0 U_0 = \text{Cte} \quad (\text{III.60})$$

L'équation de quantité de mouvement devient alors inutile car la pression est sensiblement constante dans un tel écoulement. Il nous reste donc maintenant à déterminer les fractions massiques du combustible, de l'oxydant, des produits de combustion et l'évolution de la température pour cela, une nouvelle variable est introduite.

### III.3.7. Scalaire passif [2]

Soit la variable définie par :

$$Z_F = Y_F - \frac{Y_0}{v} \quad (\text{III.61})$$

La combinaison linéaire des équations de transport des fractions massiques permet d'établir facilement une équation de transport :

$$\frac{\partial \rho Z_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U Z_F) = \nabla \cdot (\rho D \nabla Z_F) + \left( \dot{\omega}_F - \frac{\dot{\omega}_0}{v} \right) \quad (\text{III.62})$$

Par définition de la réaction chimique et du coefficient stoechiométrique massique  $s$ , le terme source de cette équation est nul (équation III.50).

La grandeur  $Z_F$  suit donc une équation de convection -diffusion sans terme source. C'est pourquoi  $Z_F$  est alors appelé scalaire passif (c'est un scalaire qui n'est pas modifié par la réaction chimique). Il est aussi connu sous le nom de variable de Schwab-Zeldovitch.

#### Remarque :

- dans l'écoulement de combustible :  $Z_F = Y_F$

$Y_F$  : désigne la fraction massique de combustible dans cet écoulement. Cette fraction massique peut être différente de l'unité si le combustible est dilué.

- dans l'écoulement d'oxydant :  $Z_F = -Y_0 / \nu$ .

$Y_0$  : désigne la fraction massique d'oxydant dans cet écoulement

Cette fraction massique est inférieure à l'unité quand l'oxydant est dilué ainsi la fraction massique d'oxygène dans un écoulement d'air (dilué dans l'azote)

- si la réaction chimique est supposée infiniment rapide, c'est-à-dire si le combustible et l'oxydant ne peuvent coexister sans être immédiatement transformés en produits, la zone de réaction vérifie :

$$Y_F = Y_0 = 0 \Rightarrow Z_F = 0$$

Par conséquent, la zone de réaction correspond à la valeur  $Z_F = 0$ .

Nous avons défini un scalaire passif qui vérifie l'équation de convection-diffusion.

$$\frac{\partial \rho Z_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} Z_F) = \nabla \cdot (\rho \mathbf{D} \nabla Z_F) \quad (\text{III.63})$$

Où la combustion n'intervient pas directement et dont la valeur  $Z_F = 0$  correspond à la zone de réaction. La description d'une flamme de diffusion laminaire revient finalement à décrire un problème de mélange.

Ce scalaire passif n'est pas unique et il est possible d'en définir d'autres par combinaison linéaire des équations de conservation des espèces et de la température.

Ainsi :

$$Z_F = Y_F + Y_P / (1 + \nu)$$

C'est un scalaire passif qui relie les fractions massiques du combustible et de produits de réaction.

De même,

$$Y_0 / \nu + Y_P / (1 + \nu)$$

Qui est aussi un scalaire passif reliant les fractions massiques de l'oxydant et de produits de réaction.

Sous l'hypothèse d'un nombre de Lewis unitaire:

$$\rho \mathbf{D} = \lambda / \rho C_p, \quad Z_T = Y_F + C_p T / \Delta H^0$$

est un scalaire passif qui relie la fraction massique de combustible à la température spécifiée.

### III.3.8. Chimie infiniment rapide [2]

L'hypothèse de chimie infiniment rapide, c'est-à-dire où combustible et oxydant ne peuvent coexister, permet de simplifier considérablement notre problème. Nous avons déjà remarqué que la flamme correspond à la valeur *scalaire passif nul*, mais il est aussi possible de déterminer complètement la structure du front de flamme.

- Du cote de combustible ( $Z_F \geq 0$ )  $Y_0 = 0$

$$\text{On a : } Y_F = Z_F \quad (\text{III.64})$$

- Du cote de l'oxydant  $Z_F \leq 0$  et  $Y_0 = -\nu Z_F$

$$\text{On a : } Y_0 = -\nu Z_F$$

Les fractions massiques du combustible et l'oxydant sont donc directement proportionnelles au scalaire passif.

Puisque  $Y_F + Y_P/(1+\nu)$  et  $Y_0/\nu + Y_P/(1+\nu)$  sont des scalaires passifs ils sont des fonctions linéaires de  $Z_F$ . La fraction massique des produits est donc une fonction linéaire du scalaire passif, par morceaux sur les intervalles  $[-Y_0^\infty/\nu, 0]$  et  $[0, Y_F^\infty]$

On aura les équations suivantes :

$$Z_P = Y_F + \frac{Y_P}{(1+\nu)} = \alpha Z_F + \beta \quad (\text{III.65})$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$Z_P = Y_F^\infty \quad \text{Pour } Z_F = Y_F^\infty$$

$$Z_P = 0 \quad \text{Pour } Z_F = -\frac{Y_0^\infty}{\nu}$$

$\alpha$  et  $\beta$  : sont des constantes

Il vient immédiatement :

$$\alpha = \frac{\phi}{\phi+1} \quad \text{et } \beta = \frac{Y_F^\infty}{\phi+1} \quad (\text{III.66})$$

$$\phi = \frac{Y_F^\infty}{Y_0^\infty} : \text{ est le rapport d'équivalence de la réaction chimique.}$$

- cote combustible ( $Z_F > 0$ ) on a :

$$Y_P = \frac{1+\nu}{\phi+1} (Y_F^\infty - Z_F) \quad (\text{III.67})$$

- Cote oxydant ( $Z_F < 0$ ), on a :

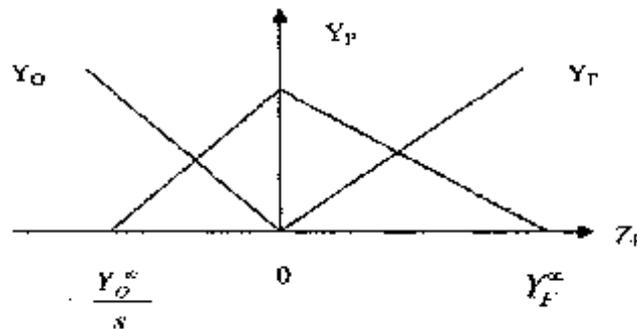
$$Y_P = \frac{1+\nu}{\phi+1} [\phi Z_F + Y_F^\infty] = \frac{1+\nu}{\nu} \frac{\phi}{\phi+1} [\nu Z_F + Y_0^\infty] \quad (\text{III.68})$$

La fraction massique maximale de produits, qui est obtenue sur la surface de *flamme* est:

$$Y_P^{\max} = \frac{1+\nu}{\phi+1} Y_F^\infty = \frac{1+\nu}{\nu} \frac{\phi}{\phi+1} Y_0^\infty \quad (\text{III.69})$$

Le scalaire passif est :

$$Z_P = Y_F + \frac{C_P}{\Delta H^0} = \frac{1}{\phi+1} \left[ 1 + \frac{C_P}{Y_F^\infty \Delta H^0} (T_F - T_0) \right] (\phi Z_F + Y_F^\infty) + \frac{C_P T_0}{\Delta H^0} \quad (\text{III.70})$$



**Fig.III.15. Fractions massiques de combustible, d'oxydant et de produits de combustion en fonction du scalaire passif pour une chimie infiniment rapide**

On introduit les températures respectives de combustible et l'oxydant, a priori différentes, des écoulements initiaux de combustible et d'oxydant, ce qui donne l'expression de la température en fonction du scalaire passif :

▪ **coté combustible**

$$Z_F \geq 0$$

$$T = \frac{1}{\phi+1} \frac{\Delta H^0}{C_p} \left[ Y_F^\infty - \left( 1 - \phi \frac{C_p (T_F - T_0)}{Y_F^\infty \Delta H^0} \right) Z_F \right] + T_0 + \frac{T_F - T_0}{\phi+1} \quad (\text{III.71})$$

▪ **coté oxydant**

$$Z_F \leq 0$$

$$T = \frac{1}{\phi+1} \frac{\Delta H^0}{C_p} \left[ 1 + \frac{C_p (T_F - T_0)}{Y_F^\infty \Delta H} \right] (\phi Z_F + Y_F^\infty) + T_0 \quad (\text{III.72})$$

La température maximale atteinte sur la flamme quand le scalaire passif est nul ce qui résulte :

$$T = \frac{1}{\phi+1} \frac{\Delta H^0}{C_p} Y_0^\infty + T_0 + \frac{T_F - T_0}{\phi+1} \quad (\text{III.73})$$

La description de la structure d'une flamme de diffusion laminaire se réduit donc, dans le cadre d'une chimie infiniment rapide, à la description du scalaire passif. La connaissance de scalaire passif permet alors la connaissance directe des fractions massiques de combustible, l'oxydant et les produits de combustion ainsi que la température. Le calcul ne nécessite donc que la résolution de l'équation (III. 63).

▪ **Dernière étape : résolution de l'équation de  $Z_F$  [2]**

Avec les hypothèses précédentes. Le problème de Burke et Schumann se réduit à la résolution de l'équation du scalaire passif :

$$\rho U \frac{\partial Z_F}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y} \left( \rho D \frac{\partial Z_F}{\partial Y} \right) \quad (\text{III.74})$$

Les conditions aux limites :

- $X = 0$  -  $Z_F = Y_F^\infty$  pour  $Y \leq e_0$  (jet de combustible)  
-  $Z_F = -Y_O^\infty / \nu$  pour  $Y > e_0$  (jet d'oxydant)
- $Y = 0 \rightarrow \partial Z_F / \partial Y = 0$  (condition de symétrie)
- $Y = +\infty \rightarrow Z_F = -Y_O^\infty / \nu$  (jet d'oxydant)

On suppose que :

$$\rho D = \text{Cte}.$$

L'équation de scalaire passif devient :

$$\frac{\partial Z_F}{\partial X} = \alpha \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial Z_F}{\partial Y} \right) \quad (\text{III.75})$$

Avec :

$$\alpha = \frac{\rho D}{\rho U} = \frac{D_F}{U_F} = \frac{D_0}{U_0} \quad (\text{III.76})$$

$D_F$ : coefficient de diffusion de l'écoulement de combustible

$D_0$  : coefficient de diffusion de l'écoulement de l'oxydant

En régime permanent la solution de l'équation de la chaleur (III.75) est :

$$\frac{Z_F + Y_0^\infty / \nu}{Y_F^\infty + Y_0^\infty / \nu} = \frac{1}{\sqrt{\pi \alpha x}} \int_{-e_0}^{+e_0} \exp\left(-\frac{(Y - Y')^2}{4\alpha x}\right) dY' \quad (\text{III.77})$$

Pour des valeurs de l'abscisse  $x$  grandes comparées à la demi taille  $e_0$  du jet de combustible, peut être approchée par :

$$\frac{Z_F + Y_0^\infty / \nu}{Y_F^\infty + Y_0^\infty / \nu} \approx \frac{e_0}{\sqrt{\pi \alpha x}} \exp\left(-\frac{Y^2}{4\alpha x}\right) \quad (\text{III.78})$$

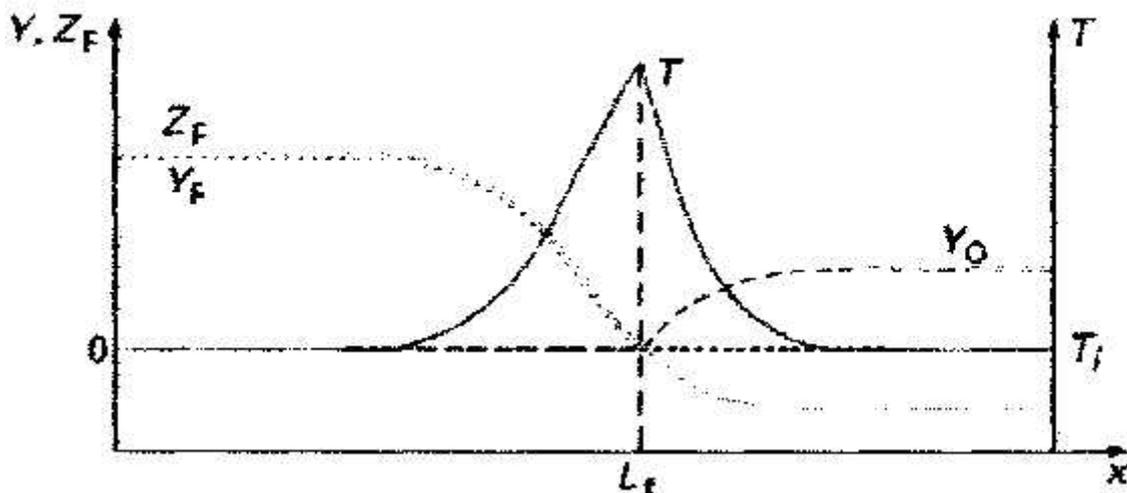
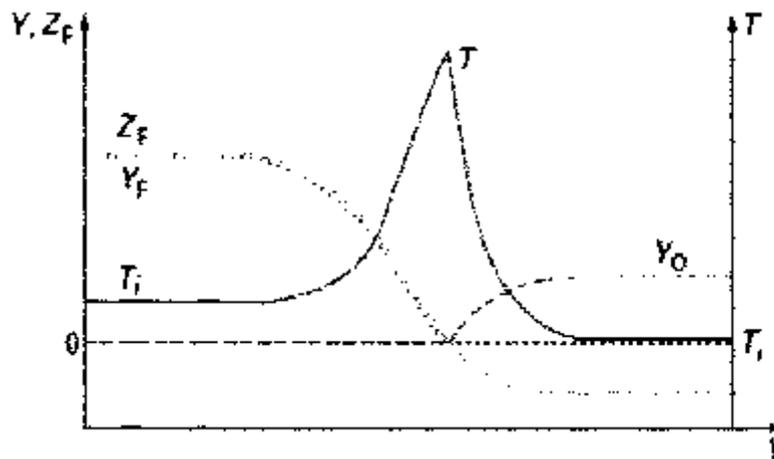


Fig. III.16. Profils sur le plan de symétrie  $Y=0$

Fig.III.17. Profils transversaux  $x= Cte$ 

La longueur de la flamme est définie comme étant le point d'intersection de la valeur  $Z_F = 0$  avec l'axe des abscisses.

$$L_f = \frac{e_0^2 U_F (\phi + 1)^2}{\pi D_F} \quad (\text{III.79})$$

On suppose que les nombres de Schmidt sont égaux à l'unité, coefficient de diffusion et de la viscosité cinématique sont identiques.

En introduisant le nombre de Reynolds,

$$Re = 2e_0 U_F^0 / D_F$$

Et :

$$L_f = \frac{e_0 Re}{2\pi} (\phi + 1)^2 \quad (\text{III.80})$$

La longueur de la flamme varie linéairement avec la vitesse du combustible et avec le carré de la demi taille du jet et est inversement proportionnelle au coefficient de diffusion. Elle est aussi proportionnelle au nombre de Reynolds du jet de combustible, du moins tant que l'écoulement reste laminaire, c'est-à-dire que le nombre de Reynolds reste inférieur à un nombre de Reynolds critique. L'expérience montre que, lorsque l'écoulement devient turbulent, la longueur de flamme ne dépend plus du nombre de Reynolds.

### III.4) Flamme de diffusion turbulente [7]

Pour les flammes de diffusion, il est plus difficile de faire un diagramme avec les différents régimes de combustion. En effet, la vitesse fondamentale de flamme n'existe plus et l'épaisseur de la flamme est contrôlée par l'aérodynamique. Néanmoins, on peut toujours utiliser les échelles de temps de la turbulence et de la chimie pour essayer de dégager des régimes de combustion particuliers.

Borghgi envisage plusieurs cas.

- Tout d'abord une chimie très rapide devant la turbulence  $\tau_c < \tau_y$  :

Cela correspond aux grands nombres de Damköhler, la flamme garde alors une structure de type laminaire, on est dans un régime de *flammelettes plissées*.

- Ensuite, le cas d'une chimie lente par rapport aux échelles de la turbulence  $\tau_c > \tau_y$  :

Des extinctions locales peuvent se produire sous l'effet d'étirements, c'est le régime des *flammelettes avec extinctions locales*.

Au-delà d'un certain niveau de turbulence ( $Re > Re$  critique), les interactions à petites échelles sont nombreuses et modifient la structure interne de la flammelette, on ne peut plus parler de flammelettes.

Dans le cas d'une chimie rapide, on est à *l'équilibre chimique*. Dans le cas d'une chimie lente, l'oxydant et le combustible ont le temps de se mélanger grâce à la forte diffusion turbulente avant de réagir; la flamme est de type *pseudo-laminaire*.

Tout comme pour le diagramme de Borghi sur les flammes de prémélangée, certains effets ne sont pas pris en compte notamment les effets de courbure et d'instationnarité.

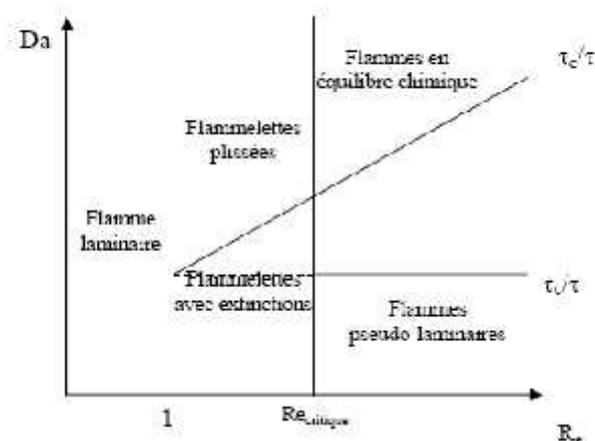


Fig.III.18. Diagramme pour des flammes de diffusion turbulentes (Borghgi)

Cuenot et Poinsoot établissent un diagramme plus détaillé à partir de calculs de DNS sur l'interaction entre une flamme de diffusion et une paire de tourbillons. Les grandeurs utilisées sont la vitesse du tourbillon :  $u'$

L'échelle caractéristique de la vitesse du tourbillon :  $r$

L'épaisseur initiale de la flamme :  $\delta_i$ .

Ils introduisent un nombre de Damköhler défini par :

$$Da_c = \frac{1/(\rho \nabla^2 Z_f)}{r_c} \quad (\text{III.81})$$

Le scalaire passif à la stoechiométrie :  $Z_f$ .

Deux courbes limites correspondant à des nombres de Damköhler particuliers sont présentées.

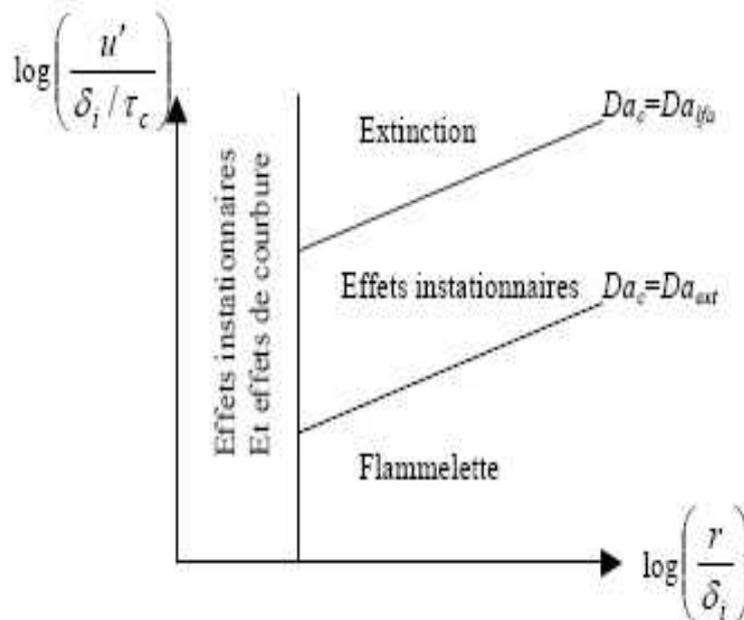
- La première courbe  $Da_c = Da_{ext}$  :

*Elle* marque la limite au-delà de laquelle des extinctions locales se produisent.

- La seconde pour  $Da_c = Da_{ifa}$  :

*Elle* est la limite caractérisant l'apparition de phénomènes instationnaires.

Les résultats obtenus permettent d'établir le diagramme suivant :



**Fig.III.18. Diagramme spectral pour les flammes de diffusion (Cuenot, Poinsoot)**

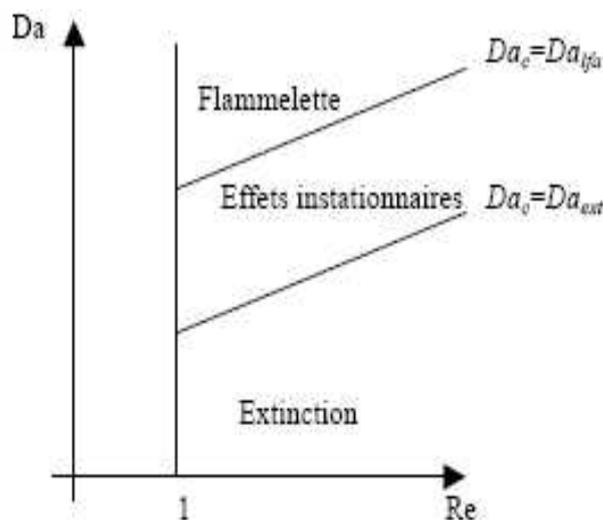
Plusieurs régimes de combustion apparaissent :

- une zone avec des effets de courbure du front de flamme et des effets d'instationnarité importants,
- pour  $Da_c \leq Da_{ext}$  une combustion avec des extinctions locales,
- une zone intermédiaire où  $Da_{ext} \leq Da_c \leq Da_{lfa}$  marquée par les effets instationnaires mais sans extinctions locales,
- pour  $Da_c > Da_{lfa}$ , la flamme a une structure de flammelette laminaire.

En remarquant que l'épaisseur d'une flamme de diffusion est contrôlée par l'aérodynamique et notamment les petites échelles de la turbulence, Veynante et Vervisch obtiennent une relation entre  $Da_c$  et le nombre de Damköhler défini classiquement

$$Da = \frac{\dagger}{\dagger_c} = \frac{\dagger}{\dagger_y} \frac{\dagger_y}{\dagger_c} = \sqrt{\text{Re}} \frac{\dagger_y}{\dagger_c} \propto \sqrt{\text{Re}} Da_c \quad (\text{III.82})$$

D'où le diagramme suivant :



**Figure III.19 : Diagramme de combustion des flammes de diffusion turbulentes dans le plan ( $Re$ ,  $Da$ )**

## IV. Instabilité hydrodynamique [8]

### IV.1. Généralités

En générale, le front de flamme est instable au perturbation et va former spontanément des structures cellulaire .En 1983 la première analyse de la structure d'une flamme de premelange plane se propage librement, tirant partie de la dépendance exponentielle en température du taux de réaction chimique, est menée par Y.B.Zeldovich et Frank – kamenetskii. La même année, le français G. Darrieus met en doute l'existence de ce régime de propagation en montrant qu'une flamme plane, vue comme une discontinuité hydrodynamique, est inconditionnellement instable. Quelques années plus tard, en Russie, L.D.Landau dans une étude similaire, mais indépendante, parvient au même conclusion que Darrieus. Cette première étude hydrodynamique est rappelée dans cette section, ainsi que l'influence des flux diffusifs et de l'accélération de la gravité .On évoquera brièvement la saturation de l'instabilité.

Dans le problème considère par Darrieus et Landau, la flamme est assimilée à une surface de discontinuité, séparant les gaz frais et brûlés. Ce front se propage avec une vitesse normale égale à la vitesse de flamme laminaire .cette vitesse étant nettement subsonique (faible nombre de mach), l'écoulement est supposée incompressible.

Dans le référentiel ou la flamme plane est au repos, la vitesse des gaz est égale à la vitesse de la flamme laminaire .les gaz brûlés s'écoule vers l'aval à une vitesse plus élevée,

$U_b = EU_L$  Où  $E = \frac{\rho^0}{\rho^b}$  est le facteur d'expansion des gaz. Cette situation constitue la

solution stationnaire du problème.

On néglige les phénomènes acoustiques (en supposant la température et la masse volumique constantes en dehors de la flamme) les équations instationnaires que satisfont les variables  $u^-, P^-, v^-$  et  $u^+, P^+, v^+$  des deux cotes de la flamme, sont les équations habituelles de la mécanique des fluides à masse volumique constante.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Dans les équations ci-dessus, on a supposé que le fluide est non visqueux des deux cotés de la flamme. Nous intéressent à la possibilité pour de petites perturbations de vitesse et de pression de se trouver amplifier dans le temps. Pour cela on pose :

$$\begin{cases} u(x, y, t) = u_0 + u'(x, y, t) \\ v(x, y, t) = v_0 + v'(x, y, t) \\ P(x, y, t) = P_0 + P'(x, y, t) \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Ce qui nous permettons de déduire les équations linéairement pour les fluctuations des variables :

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u'}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u'}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Ces équations peuvent être écrites avec l'indice (+) et (-). D'où l'analyse de la stabilité linéaires consiste à étudier l'évolution temporelle d'une perturbation infinitésimale, déplace le front plan en  $x = r(y, t)$

Les conditions aux limites en amont et en aval de la flamme sont les suivantes :

$$\begin{cases} u'^- = u'^+ = \frac{\partial r}{\partial t} \\ P'^- = P'^+ \\ u_0^- \frac{\partial r}{\partial y} + v'^- = u_0^+ \frac{\partial r}{\partial y} + v'^+ \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Ces conditions sont purement géométrique : la première et la dernière expriment simplement le fait que la vitesse de fluide à la surface de la flamme est celle du déplacement de la flamme elle même.

La seconde indique que la perturbation de pression (due à l'hydrodynamique et non à l'acoustique) n'est pas modifiée par la présence de la flamme.

Les conditions à l'infini sont telles que les perturbations s'annulent.

Cette étude est développée dans le cadre de l'analyse de Fourier en considérant des modes normaux de la forme :

$$\begin{cases} r = r_0 \exp(\dagger t - i.k.y) \\ P' = \text{Re}(A(x) \exp(\dagger t + iky)) \\ u' = \text{Re}(U(x) \exp(\dagger t + iky)) \\ v' = \text{Re}(V(x) \exp(\dagger t + iky)) \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Où  $y$  est le vecteur position, et où  $r_0, k, \dagger$  sont respectivement l'amplitude initiale, le vecteur d'onde et le taux de croissance temporel de la perturbation.

Le système d'équation (IV.2) devient :

$$\begin{cases} u' + ikv = 0 \\ \dagger u + u_0 u' = \frac{I}{\dots_0} A' \\ \dagger v + u_0 v' = \frac{ik}{\dots_0} A \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

Les conditions aux limites à l'infini sont telles que les amplitudes des perturbations  $u, A, v$  soient nulles.

A partir de l'équation (IV.6), on peut écrire les conditions suivantes sur le front de flamme :

$$\begin{cases} \dagger r_0 = u^-(0) = u^+(0) \\ A^-(0) = A^+(0) \\ u_0 + \frac{ik}{\dagger} u^-(0) + v^-(0) = u_0 + \frac{ik}{\dagger} u^+(0) + v^+(0) \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

On cherche une solution non triviale des équations (IV.6) et (IV.7), avec  $u, A, v$  nuls à l'infini. De fait cela n'est possible que si une certaine relation  $\dagger(k)$  existe alors la constante  $r_0$  soit arbitraire. En effet, les trois équations donnent :

$$A'' - k^2 = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Qui s'intègre en donnant :

$$A^+ = a \exp(-kx) \quad , \quad A^- = b \exp(+kx)$$

Compte tenu des conditions à l'infini,  $a$  et  $b$  étant des constantes encore arbitraires.

La résolution de la seconde équation de (IV.6) après intégration donne:

$$\begin{cases} u^- = - \left( \frac{ak}{\rho_0^+ (\dagger + u_0^- k)} \right) \exp(kx) \\ u^+ = C \exp\left(-\frac{\dagger x}{u_0^+}\right) + \left( \frac{bk}{\rho_0^+ (\dagger + u_0^+ k)} \right) \exp(-kx) \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

La solution de la troisième équation du (IV.6) s'écrit :

$$\begin{cases} v^- = - \left( \frac{iak}{\rho_0^+ (\dagger + ku_0^-)} \right) \\ v^+ = d \exp\left(-\frac{\dagger x}{u_0^+}\right) - \left( \frac{ibk \exp(-kx)}{\rho_0^+ (\dagger - u_0^+)} \right) - \exp(-kx) \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

En tenant compte des conditions à l'infini. L'équation de continuité permet d'exprimer la constante  $d$  en fonction de  $c$  on obtient :

$$- \left( \frac{c \dagger}{u_0^+} \right) + ikd = 0$$

Les conditions sur la flamme permettant d'obtenir  $a = b$  car :

$$\begin{cases} \left\{ \frac{ak}{\rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} = c + \frac{ak}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} \right. \\ \left. \frac{-ka}{\rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} + u_0^+ \frac{k^2 a}{\sigma \rho_0^- (\sigma + u_0^- k)} = \frac{c \sigma}{ku_0^+} - \frac{ka}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} + \frac{u_0^+ k}{\sigma} \left( c + \frac{ak}{\rho_0^+ (\sigma - u_0^+ k)} \right) \right\} \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

On obtient donc deux équations linéaires homogènes pour calculer les constantes précédentes.

IL n'y a pas de solution que si le déterminant de ce système est nul, ce qui donne une relation entre  $k$  et  $\dagger$ . le coefficient  $r_0$  qui a été éliminé dans (IV.11) mais qui est contenu dans (IV.7) est directement relié à la constante  $a$ .

Le calcul du déterminant de (IV.7) donne la relation entre  $k$  et  $\dagger$ , appelée relation de dispersion qui est donnée par :

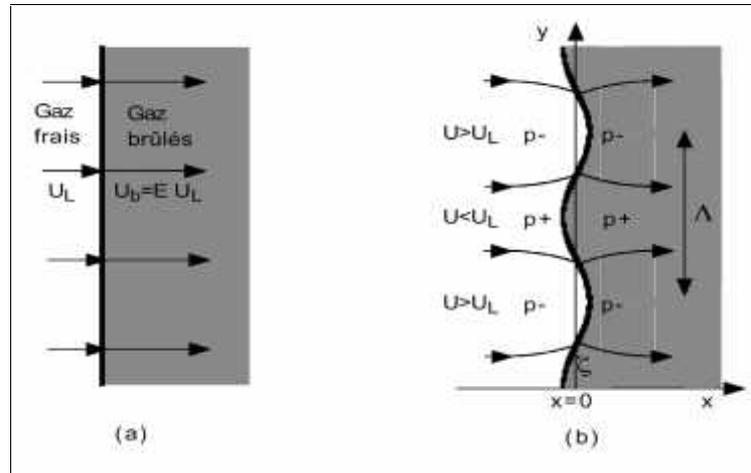
$$\dagger^2(u_0^- + u_0^+) + 2\dagger u_0^- u_0^+ + k^2 u_0^- u_0^+ (u_0^- + u_0^+) = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Il s'agit de calculer l'expression de la relation de dispersion si le nombre d'onde est exprimé par :

$$k = (k.k)^{1/2} = \frac{2f}{\}}{}$$

La perturbation s'amplifie au cours du temps (la partie réelle de la relation de dispersion est supérieur a zéro), si au contraire se résorbe lorsque elle est inférieur a zéro.

Cela revient à déterminer la relation de dispersion inconnue principale du problème. L'étude mathématique consiste à intégrer les équations d'Euler linéarisés au premier ordre ; dans les gaz frais et brûlés, en respectant les conditions aux limites à l'infini ainsi que les conditions de saut à la traversée du front dans l'approximation quasi-isobare. Anticipons sur le résultat de cette analyse en examinant la figure (IV.1), qui schématise la flamme plissée dans une géométrie bidimensionnelle. Le saut de vitesse normale à la traverse de front implique une déviation des lignes de courant vers la normale locale du front de flamme, du coté des gaz brûlés. Il en résulte une convergence (divergence) de l'écoulement de gaz brûlés, en aval des parties convexes (concaves) par rapport aux gaz frais. Cette modification de l'écoulement s'étend uniquement sur une distance de l'ordre de longueur d'onde; plus loin, l'écoulement est uniforme et stationnaire. De ce fait, les lignes de courant se courbent en générant des gradients de pression dans la direction parallèle au front. Le fluide étant incompressible, cette modification de l'écoulement en aval du front se répercute instantanément en amont. L'écoulement de gaz frais est alors ralenti en face des parties convexes et accélérées en face des parties concaves. Le champ de vitesse induit par le plissement rend le front plan instable par rapport à toute perturbation de sa position d'équilibre. Cette analyse implique un taux de croissance positif, quelle que soit la longueur d'onde de la perturbation.



**Fig.IV.1. l'instabilité hydrodynamique**

a) Le front de flamme plan alimentée par un écoulement uniforme constitue la solution stationnaire.

b) Une perturbation harmonique infinitésimale de la forme stationnaire induit une modification du champ de vitesse en aval et en amont du front, qui tend à amplifier le plissement. La forme de la relation de dispersion peut être obtenue par une analyse dimensionnelle. Dans ce problème, seules deux quantités sont dimensionnées: la vitesse de flamme, reliée à la vitesse des gaz brûlés par le coefficient de dilatation,  $E$ , et le vecteur d'onde. Le taux de croissance étant un scalaire ayant la dimension d'une fréquence, sa dépendance fonctionnel rapport à ces quantités doit prendre la forme :

$$\dagger = kU_L \left( \frac{E}{E+1} \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right) \quad (\text{IV.13})$$

On voit que quelque soit le nombre d'onde  $k$  d'une perturbation spatiale, elle va s'amplifier et la flamme est donc instable puisque la masse volumique des gaz brûlé est inférieur a celle des gaz frais.

Si l'épaisseur de front de flamme est prit en considération, alors l'effet de plissement va induire alors des flux de chaleur et de masse qui modifie la température locale et donne des variations de la vitesse local de la flamme.

L'instabilité diffusive unidimensionnelle des flammes laminaires prémélangées (propagation oscillatoire), a été prédite pour les mélanges qui ont un grand nombre de Lewis couplé avec une grande énergie d'activation.

Cependant, une valeur donnée théoriquement de ces paramètres est au delà de la gamme de la flamme réelle et ce type de l'instabilité n'a été jamais observée expérimentalement.

Les effets combinés de la diffusion et l'instabilité hydrodynamique ont été étudiés depuis quelques vingtaines d'années plus tard par plusieurs chercheurs.

L'approximation faite par une grande énergie d'activation et la théorie asymptotique de multi-échelles sont utilisées pour résoudre le problème à trois échelles physiques différentes, qui sont :

- L'échelle interne de la zone de réaction chimique (échelle  $\frac{\tau}{S}$  ) ;
- Echelle de la zone de diffusion (échelle  $\tau$  )
- L'échelle extérieure de la zone hydrodynamique (l'échelle  $k^{-1}$ ),

Si le nombre de Zeldovich est égale à dix qui est l'énergie d'activation réduite :

$$S = \frac{E}{kT_b} \frac{T_b - T_u}{T_b} \quad (\text{IV.14})$$

L'effet de la gravité sur les deux fluides de densités différentes, les gaz brûlé et les gaz frais, était encore inclus dans l'analyse. L'effet de gravité peut aider la flamme à se stabiliser quand le gaz brûlé (léger) est au dessus des gaz frais (lourd). La description complète de la stabilité de la flamme laminaire a été étudiée par Clavin et Garcia en 1983. Ces chercheurs ont résolu la dynamique des petites amplitudes de plissement de la flamme prémélangée, ils ont pris en compte l'effet de dépendance de température et de coefficient de diffusion. Ils ont déterminé que la relation de dispersion de taux de croissance,  $\tau$  de petite amplitude de plissement avec le nombre d'ondes qui est exprimé par :

$$(\tau \tau_i)^2 A(k) + \tau \tau_i B(k) + C(k) = 0 \quad (\text{IV.15})$$

Le taux de croissance de l'instabilité est donnée par la partie réel de  $\tau$ , les coefficients sont fonction du nombre d'onde dans l'équation (IV.15) et qui sont formulés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} A(k) = \frac{E+1}{E} + \frac{E-1}{E} k\delta \left( Ma - J \frac{E}{E-1} \right), \\ B(k) = 2k\delta + 2E(k\delta)^2 (Ma - J), \\ C(k) = \frac{E-1}{E} \frac{k\delta}{Fr} - (E-1)(k\delta)^2 \left[ 1 + \frac{1}{E} \frac{1}{Fr} \left( Ma - J \frac{E}{E-1} \right) \right] + \\ \quad (E-1)(k\delta)^3 \left[ h_b + \frac{3E-1}{E-1} Ma - \frac{E}{E-1} 2J + (2Pr-1)H \right]. \end{array} \right. \quad (IV.16)$$

L'épaisseur de la zone thermo diffusive :

$$u = \frac{D_{th}}{U_L} \quad (IV.17)$$

Le temps de transition de la flamme :

$$\dagger_t = \frac{u}{U_L} \quad (IV.18)$$

Le nombre de Froude :

$$Fr = \frac{U_L^2}{(gu)} \quad (IV.19)$$

L'accélération de gravité quand la flamme se propage vers le bas est positive et donne par le symbole  $g$ .

Le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\epsilon}{D_{th}}. \quad (IV.20)$$

Les quantités  $J$  et  $H$  calculées pour la diffusivité en fonction de la température sont données par les intégrales suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \int_0^1 (h_b - h(\theta)) \, d\theta, \\ J = (E-1) \int \frac{h(\theta)}{1+(E-1)\theta} \, d\theta, \end{array} \right. \quad (IV.21)$$

Où

La température réduite est :

$$" = \frac{(T - T_u)}{(T_b - T_u)},$$

La thermo diffusivité :  $h(")$ .

La valeur de la thermo diffusivité dans les gaz brûlés:  $h_b$

Les relations ci-dessus sont obtenues dans les limites linéarisés de grande longueur d'onde des perturbations à basse fréquence ( $ku \ll 1$ ,  $\dagger\dagger, \ll 1$ ), avec petite amplitude de plissement.

La sensibilité de la vitesse locale de brûlement aux plissement et l'étirement est contenu dans le nombre de Markestien. Quand le nombre de Markestien est positif, qui le cas le plus général, l'effet de courbure est de diminuer la vitesse dans la région convexe vers les gaz frais, implique que la flamme est thermo-diffusivement stable. Clavin et Garcia ont donnés l'expression de nombre de Markestien pour un cas simplifier d'une seule étape de réaction chimique contrôlée par la loi d'Arrhenius :

$$Ma = \frac{E}{E-1} J + \frac{S}{2} \int_0^1 \frac{h(n) \ln(n^{-1})}{1+(E-1)n} d_n \quad (IV.22)$$

$S$  est l'énergie d'activation réduite, ou le nombre de Zel'dovich.

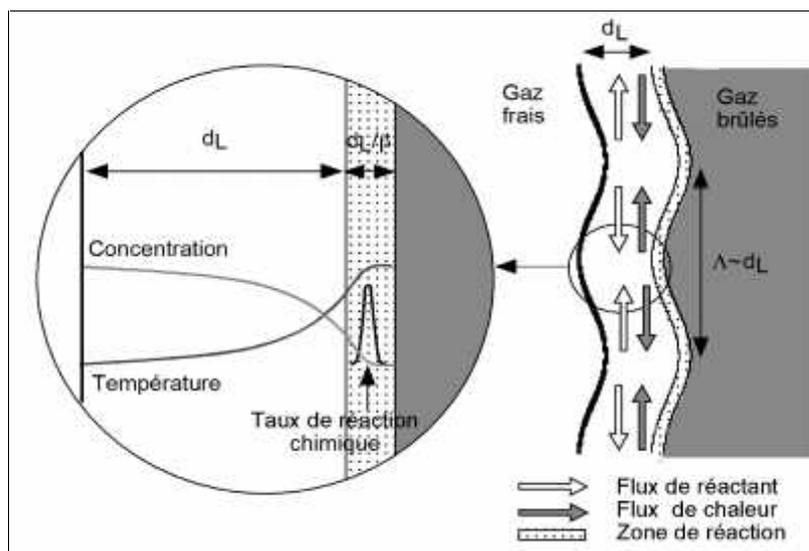
Le premier terme de l'équation (IV.22) indique le transport convectif transversal de la chaleur et d'espèces à l'intérieure de l'épaisseur diffusive de la flamme plissée. Le second terme traduit le transport diffusif de masse et de chaleur.

## IV.2. Effets stabilisants

L'analyse de Darrieus et Landau néglige non seulement la structure interne de la flamme, mais également l'accélération de la gravité. Or, ces deux effets peuvent jouer un rôle stabilisant sur l'instabilité hydrodynamique. On présentera uniquement l'aspect physique des phénomènes. Le détail des calculs est donné dans le livre de Zeldovich et al.

### IV.2.1. Courbure du front à petite échelle

Considérons une flamme alimentée par une réaction chimique dont l'énergie d'activation est élevée; on la caractérise par le nombre de Zeldovich supérieur à l'unité. Dans ce cas, la structure interne de la flamme se présente comme un lieu des gradients de température et de concentration d'espèces. Du fait de la grande énergie d'activation, le taux de réaction chimique est partout négligeable. Plissons maintenant ce front comme dans la figure (IV.2)



**Fig.IV.2 Flux diffusifs transverses induits par un plissement de la flamme sur l'échelle de son épaisseur. Le zoom fait apparaître les caractéristiques de la structure de flamme laminaire.**

Lorsque la longueur d'onde des plissements est de l'ordre de l'épaisseur de flamme, la courbure du front crée des gradients de température et de concentration dans la direction transverse. L'influence de ces flux transverses sur la stabilité du front peut être analysée à partir de la figure (IV.2.) Dans les parties du front convexes par rapport aux gaz frais, le flux de chaleur transverse évacue une partie de l'énergie dégagée par la réaction chimique pour la concentrer dans les parties concaves. De ce fait, la température de combustion diminue dans les parties convexes et augmente dans les parties concaves. Ces variations locales de la température de combustion se répercutent sur la vitesse de flamme, extrêmement sensible à la température pour un nombre de zeldovitch supérieur à un, la flamme accélère dans les parties concaves et ralentit dans les parties convexes, résorbant ainsi la perturbation initiale du front. Le flux de chaleur est donc stabilisant. Le profil de concentration des réactants variant dans le sens opposé à celui de la température On voit que le flux diffusif de réactant produit l'effet opposé. Par conséquent, la stabilité du front de flamme aux petites longueurs d'ondes résulte d'une compétition entre ces deux flux diffusifs. Globalement, le rôle stabilisant ou déstabilisant de la diffusion dépend de la valeur du nombre de Lewis, rapport des diffusivités thermiques et moléculaires.

Si ce nombre est supérieur à un, le flux de chaleur stabilise la flamme aux petites longueurs d'ondes. Si il est inférieur à un, le flux diffusif de réactant renforce l'instabilité hydrodynamique. En réalité, la dilatation des gaz entraîne également des flux convectifs transverses qui se superposent aux flux diffusifs. On verra que la somme des deux flux produit généralement un effet stabilisant.

Pour introduire ces effets de courbure à petite échelle dans l'analyse de stabilité du front plan, Markstein (1951) propose d'exprimer la vitesse normale du front sous la forme:

$$U_n = U_L \left( 1 - \text{Ma} \frac{d_L}{R} \right) \quad (\text{IV.23})$$

$R$  : est la courbure du front et  $\text{Ma}$  le nombre de Markstein'.

Ce nombre est une constante phénoménologique d'ordre unité. Physiquement, cette relation traduit l'impossibilité de plisser la flamme à l'échelle de son épaisseur sans modifier sa structure interne. La vitesse de flamme dépend de la géométrie du front et non plus seulement de la nature du mélange réactif.

Markstein reprendra l'analyse de stabilité avec cette nouvelle expression de la vitesse normale. Le problème hydrodynamique est identique à celui considéré par Darrieus et Landau, mais avec des conditions aux limites différentes sur le front (saut de pression notamment). La résolution des équations conduit à la relation de dispersion suivante

$$\sigma = U_L K \left\{ \frac{E}{E+1} \left[ \left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \text{Ma} \cdot d_L \cdot K (\text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 2E) \right)^{1/2} - \text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 1 \right] \right\} \quad (\text{IV.24})$$

Par rapport au modèle de Darrieus et Landau, le taux de croissance est essentiellement modifié par un terme quadratique

$$U_L \cdot \text{Ma} \cdot K \cdot d_L = \text{Ma} \cdot K^2 \cdot D_{th} \quad (\text{IV.25})$$

Ce résultat était prévisible en raison des dimensions du coefficient de diffusion  $([L]^2/[T])$ .

La variation du taux de croissance avec le nombre d'onde, prévue par cette théorie, est représentée sur la figure (IV.3), pour différentes valeurs du nombre de Markstein. Sur cette figure le taux de croissance et le vecteur d'onde sont respectivement non dimensionnés par le temps de transit et l'épaisseur de flamme. Pour nombre de Markstein nul, on retrouve la relation linéaire du modèle de Darrieus et Landau.

Lorsque nombre de Markstein positif, les petites longueurs d'ondes sont stabilisées. La limite de stabilité, définie par le taux de croissance nul, correspond au nombre d'onde neutre:

$$K_n^0 = \frac{1}{2} \frac{E-1}{E} \frac{1}{Ma \cdot d_L} \quad (\text{IV.26})$$

▪ pour  $K > K_n^0$ , le taux de croissance est négatif et les longueurs d'ondes correspondantes sont stables.

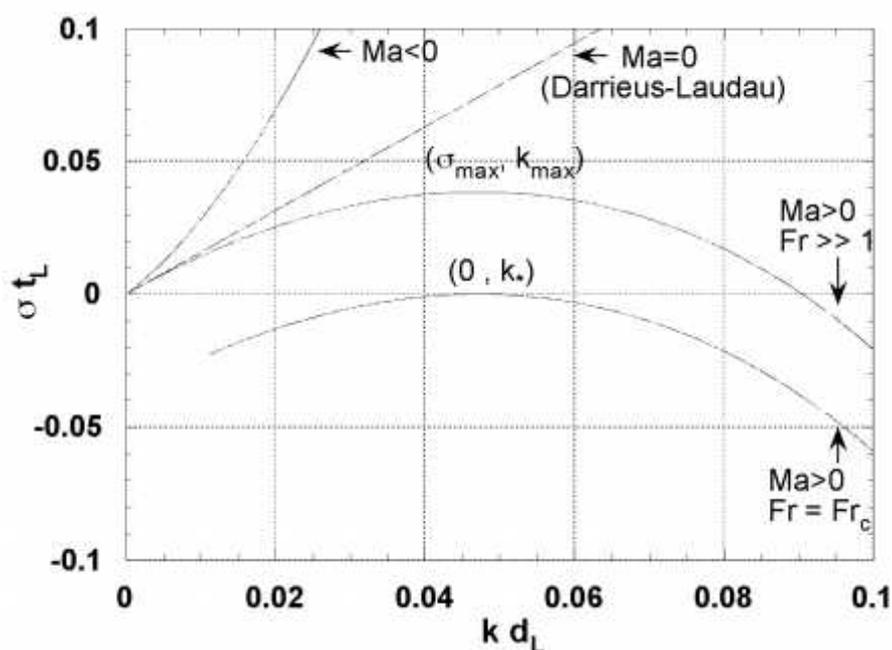
▪ pour  $K < K_n^0$ , il subsiste une bande de nombres d'ondes instables.

Parmi ceux-ci, le mode le plus dangereux,  $K_{\max}$ , a le taux de croissance le plus élevé.

Notons qu'en raison de la forme quadratique de la relation de dispersion,

$$K_{\max} = \frac{K_n^0}{2} \quad (\text{IV.27})$$

Finalement, pour nombre de Markstein négatif la théorie prévoit un renforcement de l'instabilité hydrodynamique.



**Fig.IV.3** Variation du taux de croissance réduit en fonction du nombre d'onde réduit pour diverses valeurs du nombre de Markstein et du nombre de Froude.

Dans cette analyse, le nombre de Markstein est un paramètre libre qui reste indéterminé. Markstein supposait que ce nombre pouvait être obtenu par des expériences spécifiques ou par une analyse détaillée de la structure de flamme.

### IV.2.2. Effet de l'accélération

Lorsque la flamme se propage verticalement, l'accélération de la gravité peut modifier le taux de croissance de l'instabilité. L'effet est différent selon la direction de propagation de la flamme. En propagation ascendante, les gaz frais sont situés au dessus des gaz brûlés qui sont plus légers. On s'attend à un renforcement de l'instabilité de Darrieus-Landau. Inversement, lorsque la flamme se propage vers le bas, la force de gravité doit inhiber le développement de l'instabilité.

La gravité est introduite dans le modèle de Markstein en modifiant le saut de pression à travers le front. Il en résulte une nouvelle expression de  $Q$  qui s'écrit,

$$\sigma = U_L K \left\{ \frac{E}{E+1} \left[ \left( \frac{E^2 + E - 1}{E} + \text{Ma} \cdot d_L \cdot K (\text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 2E) - \frac{E^2 - 1}{E^2} \frac{g}{K \cdot U_L^2} \right)^{1/2} - \text{Ma} \cdot d_L \cdot K - 1 \right] \right\} \quad (\text{IV.28})$$

Le signe de l'accélération de la gravité est positif lorsque la gravité est dirigée vers les gaz frais et négatif dans le cas contraire. Les nouvelles limites de stabilité sont délimitées par les deux nombres d'ondes,

$$\frac{K_n}{K_n^0} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{8\text{Ma}}{E-1} \text{Fr}^{-1}} \right) \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{Fr} = \frac{U_L^2}{g \cdot d_L} \quad \text{:il définit le nombre de Froude.}$$

La gravité influe donc sur l'instabilité lorsque la vitesse de flamme est suffisamment faible.

Si la flamme se propage vers le bas (nombre de Froude positif), la bande de nombre d'ondes instables, comprise entre les deux valeurs de vecteur d'onde, définies par la relation (IV.27), se rétrécit à mesure que  $\text{Fr}^{-1}$  augmente.

$$\text{Fr}_c = \frac{8\text{Ma}}{(E-1)}, \text{ définit le seuil de stabilité pour lequel le taux de croissance est nul en}$$

$$k_* = \frac{k_n^0}{2}$$

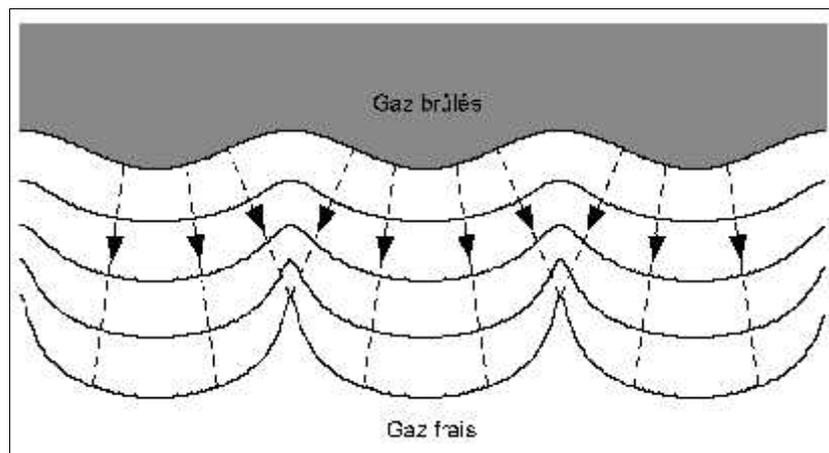
Pour le nombre de Froude supérieur à sa valeur critique, le taux de croissance est négatif à toutes les longueurs d'ondes et la flamme est inconditionnellement stable. Dans ces conditions, il est possible d'observer des flammes planes et stationnaires. Seule l'accélération de la gravité a été évoquée.

Cependant, la flamme peut être influencée par toute autre forme d'accélération, comme par exemple celle due à une onde acoustique. Dans ce cas, en s'inspirant des premiers travaux de Markstein, Searby et Rochwerger ont mis en évidence un couplage paramétrique entre le dégagement de chaleur de la flamme et la pression acoustique. Ce couplage peut être suffisamment fort pour stabiliser une flamme dans un domaine primitivement instable.

### IV.3. Saturation

Lorsque la flamme est instable, l'amplitude des structures cellulaires qui apparaissent sur le front croît exponentiellement au cours du temps. Cette loi de croissance exponentielle n'est valable que dans le domaine linéaire. Lorsque l'amplitude des cellules devient de l'ordre de la longueur d'onde, l'analyse de stabilité précédente n'est plus valable. Les effets non linéaires doivent être examinés.

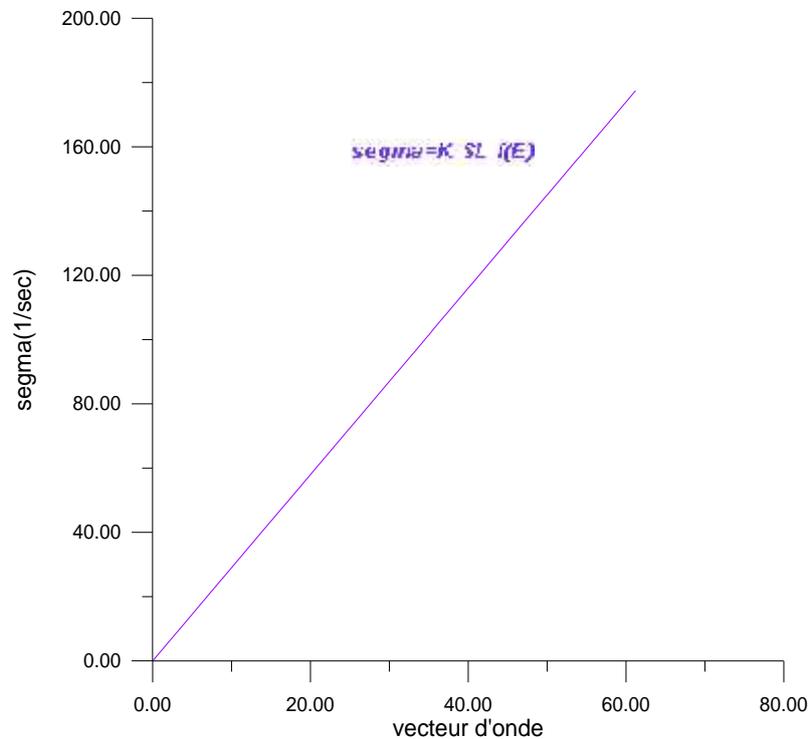
Pour comprendre comment se manifestent ces effets, considérons une portion de flamme plissée qui se propage dans un mélange au repos (voir figure IV.4). Chaque élément de flamme avançant suivant sa propre normale, il est possible de construire l'évolution temporelle du front par une application directe du principe de Huygens emprunté à l'optique géométrique. On s'aperçoit ainsi que les parties convexes du front s'élargissent, tandis que les parties concaves se rétrécissent. Ces dernières finissent par former des points anguleux analogues à des acoustiques optiques. Au niveau de ces ondes, les fronts de flamme de deux cellules adjacentes se rejoignent; la vitesse normale de propagation devient alors supérieure à la vitesse de flamme. Cet effet, purement géométrique, implique une diminution de l'amplitude des perturbations, qui s'oppose à la croissance exponentielle de l'instabilité.



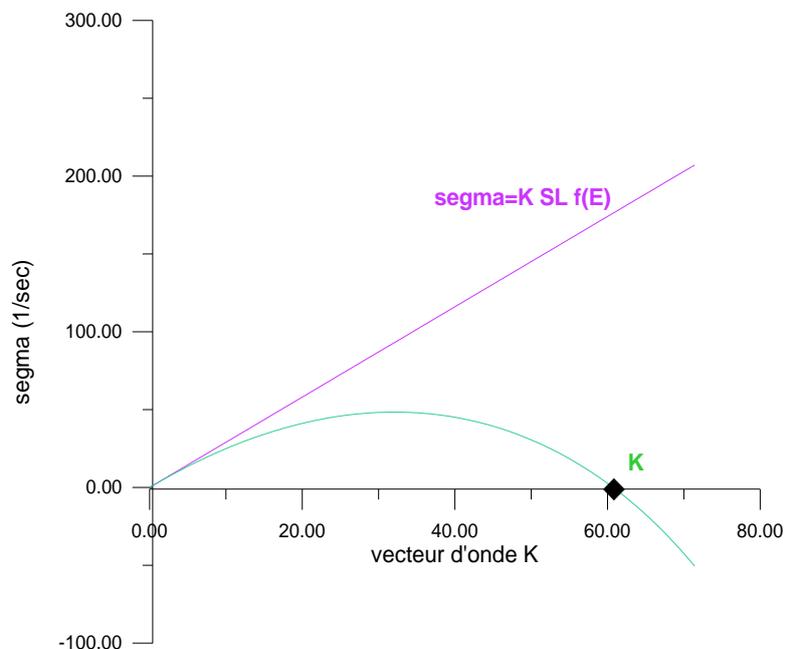
**Fig. IV.4** Formation de cusps lors de la propagation d'une flamme plissée. Les traits pointillés représentent les trajectoires de points d'u front, construites à partir d'un principe d'Huygens.

## VI. Résultats et interprétation

A l'air des résultats obtenus par le programme pour le méthane à la température et la pression initiales et avec une richesse de 0.8 ; on obtient les graphes suivants :



**Fig.VI.1. Instabilité de darrius- Landau inconditionnel pour une flamme mince**

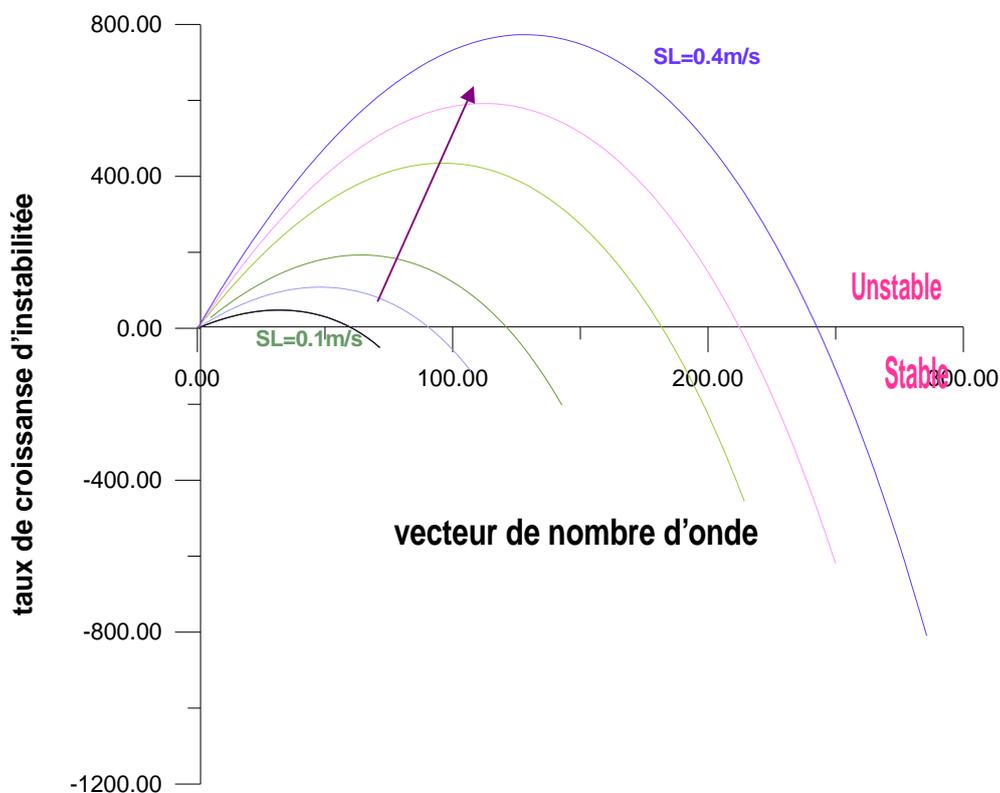


**Fig.VI.2. Instabilité de darrius Landau pour la flamme épaisse**

La figure (VI.1) qui présente l'instabilité de Darrieus et Landau pour une flamme mince d'épaisseur faible, on remarque que quelque soit le nombre d'onde d'une perturbation, elle va s'amplifier le taux de croissance donc la flamme est inconditionnellement instable.

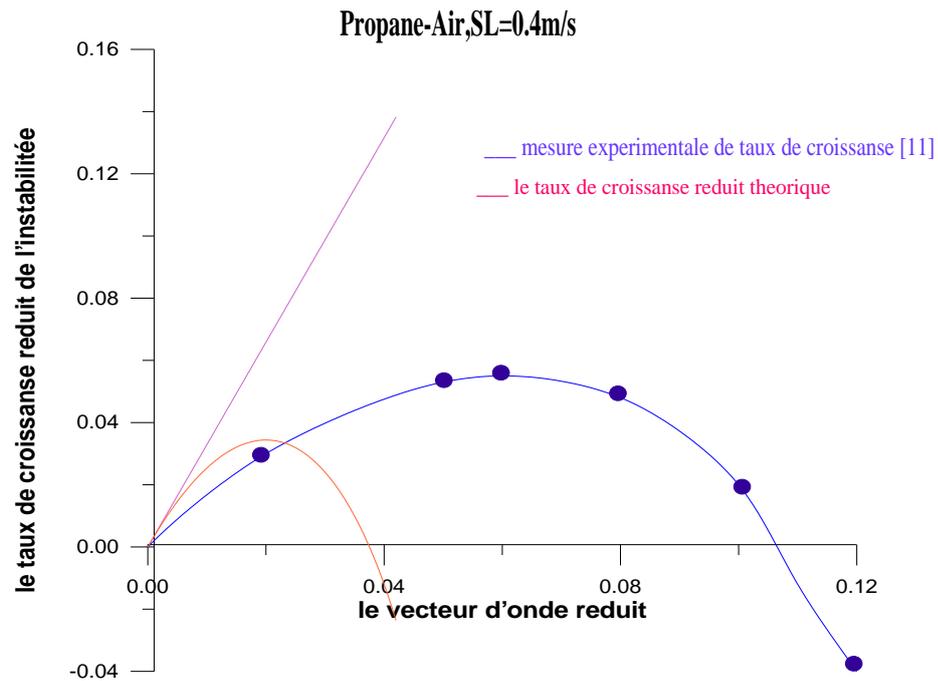
Concernant la deuxième figure qui présente l'instabilité hydrodynamique d'une flamme pour une épaisseur donnée, On constate que pour des petites valeurs de vecteur d'onde, le taux de croissance augmente linéairement avec le nombre d'onde comme le cas qui a été décrit précédemment ; ainsi que à grandes valeurs de vecteur d'onde, le taux de croissance diminue due au gradient de température et de concentration créés dans la direction transverse a l'intérieur de l'épaisseur de la flamme.

Le flux diffusif induit modifié localement l'équilibre réaction- diffusion à la surface de la zone de réaction et par suite influencé sur la stabilité du front.



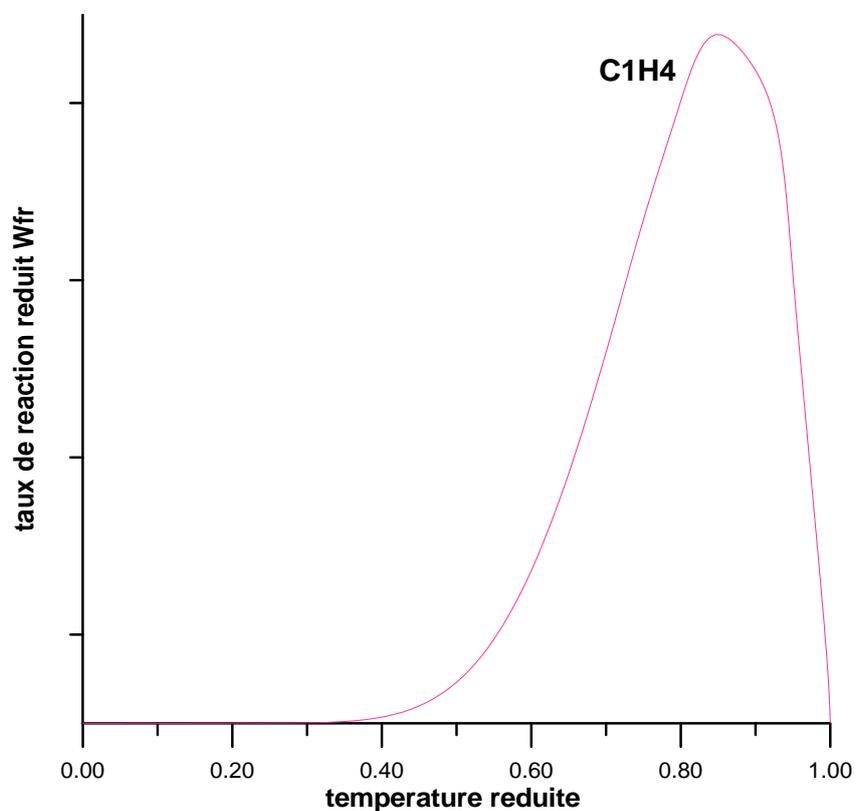
**Fig.VI.3. L'instabilité hydrodynamique à différente vitesse**

D'après cette figure, on constate que le taux de croissance de l'instabilité augmente avec la croissance de vitesse.



**Fig. VI.4. Comparaison entre La courbe expérimentale et la courbe théorique de l'instabilité hydrodynamique**

On constate qu'il y a une différence remarquable entre la courbe expérimentale et la courbe théorique à cause de l'effet de la gravité et les effets de diffusion.



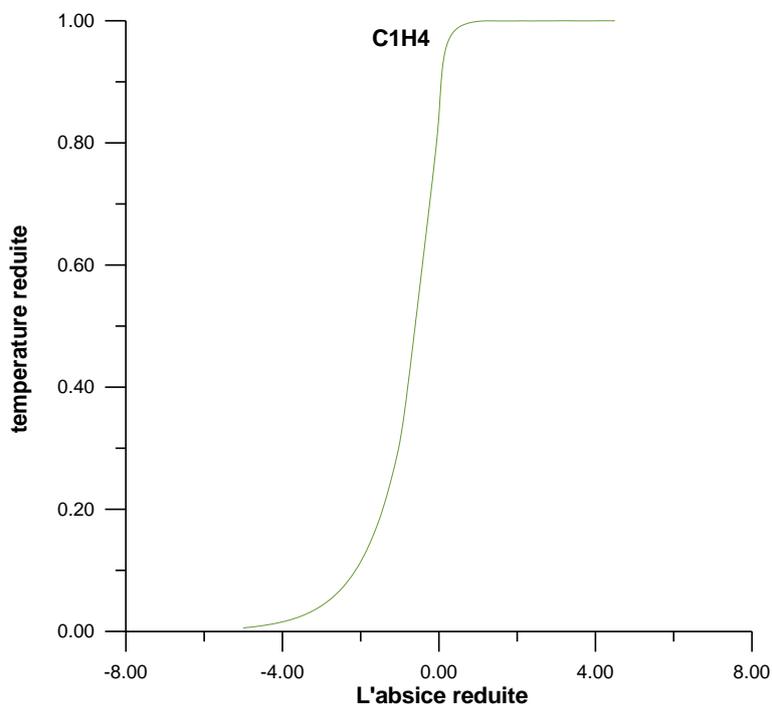
**Fig.VI.5. Le taux de réaction en fonction de la température réduite de methane-air**

Cette figure présente la variation de taux de réaction en fonction de la température réduite nous constatons que le taux de réaction est négligeable avant l'abscisse de  $\theta_c$ .

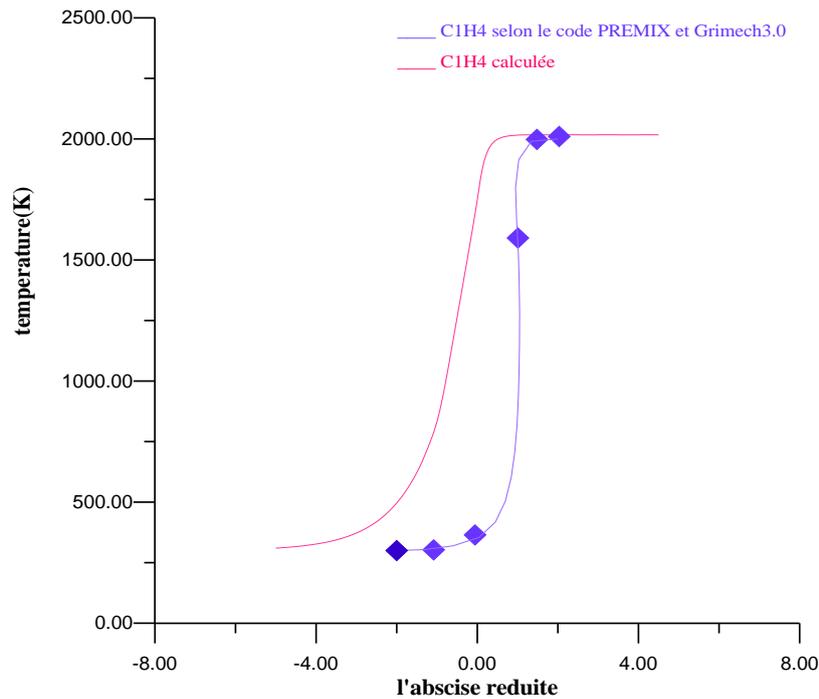
Elle est donnée par :

$$u_c = 1 - \frac{1}{S}$$

Elle correspond à l'abscisse zéro il est maximal au niveau du front de flamme puis décroît suite à la diminution de la fraction massique de fuel jusqu'à zéro.

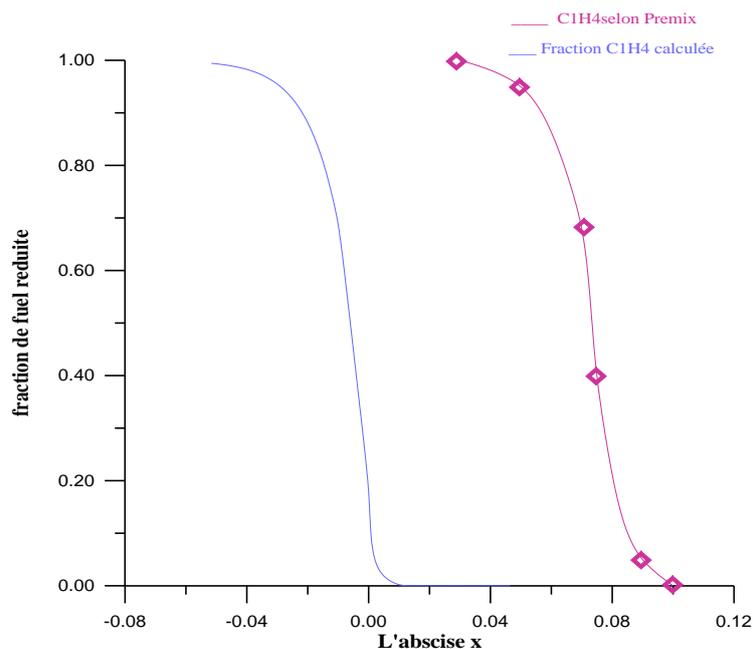


**Fig.VI.6. la température réduite en fonction de l'abscisse réduite**



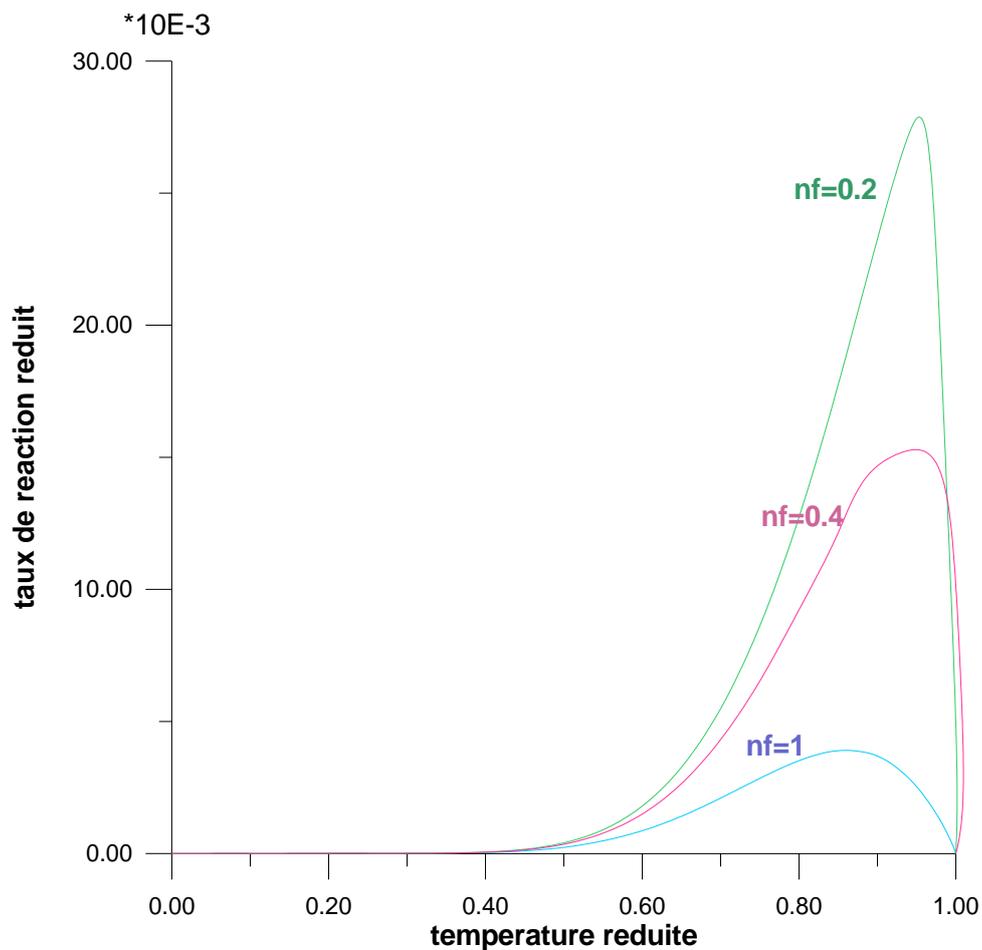
**Fig.VI.7. La variation de la température en fonction de l'abscisse réduite**

Cette figure présente l'évolution de profil de température en fonction de l'abscisse  $x$ . On constate que l'évolution de température dans la zone de préchauffage ou la réaction n'a pas encore commencée ; la température augmente légèrement de façon exponentielle en raison de l'effet convectif et conductible par la suite dans la zone de réaction la température augmente rapidement de façon linéaire à cause de la chaleur libérée par la réaction et le flux convectif est négligé.



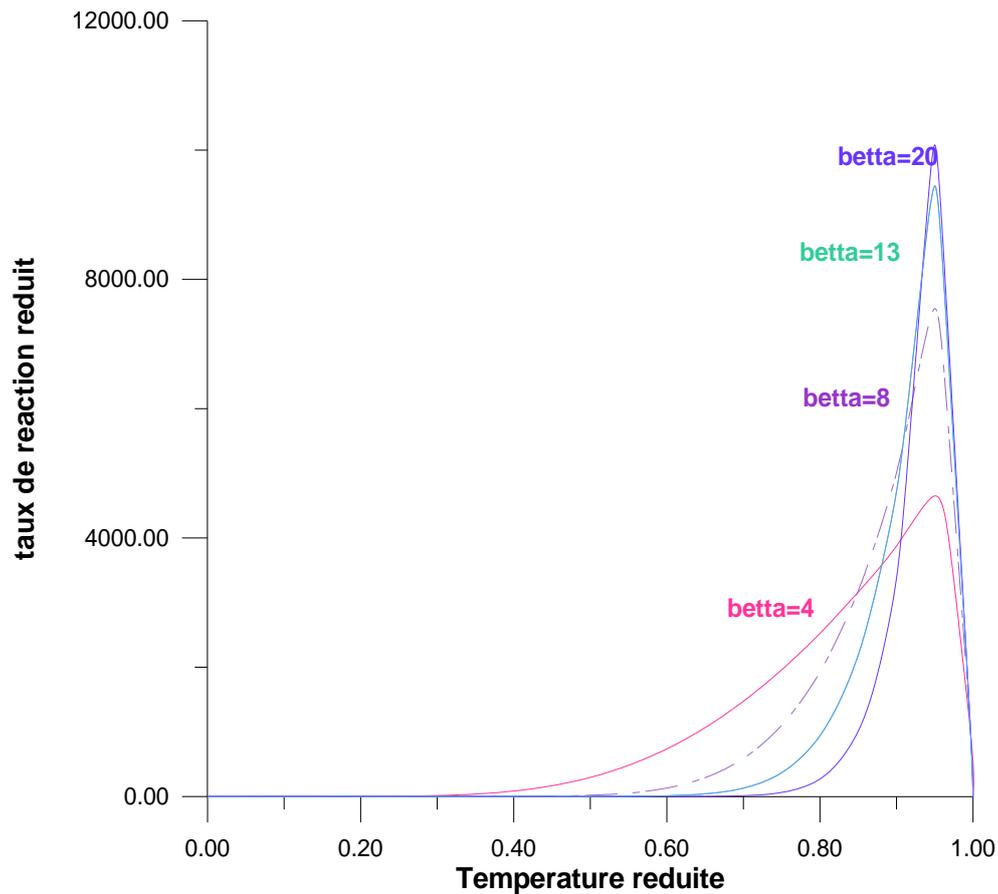
**Fig.VI.8. La fraction réduite de fuel en fonction de l'abscisse réduite**

Cette figure présente la variation de fraction massique de fuel en fonction de l'abscisse  $x$  pour le cas du méthane-air, nous constatant que cette fraction massique diminue légèrement dans la zone de préchauffage parce que la réaction n'est pas amorcée, puis elle diminue rapidement dans la zone de réaction où le taux de réaction est important.



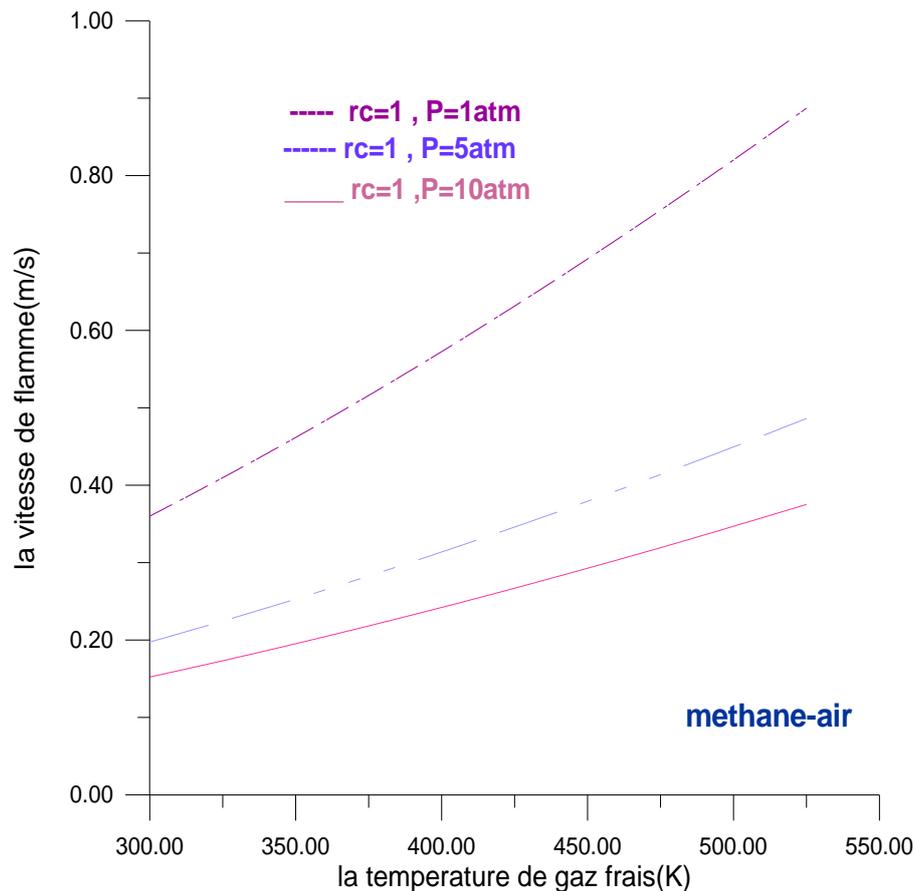
**Fig.VI.9. Le taux de réaction à des différentes valeurs de l'exposant de fuel**

D'après cette figure, on remarque que la zone où le taux de réaction diffère de zéro se rétrécit quand on augmente la valeur de l'exposant présent dans les formules chimiques de  $n_f=0.2$  jusqu'à  $n_f=1$ .



**Fig.VI.10. la variation de taux de réaction en fonction de la température réduite à de différente**

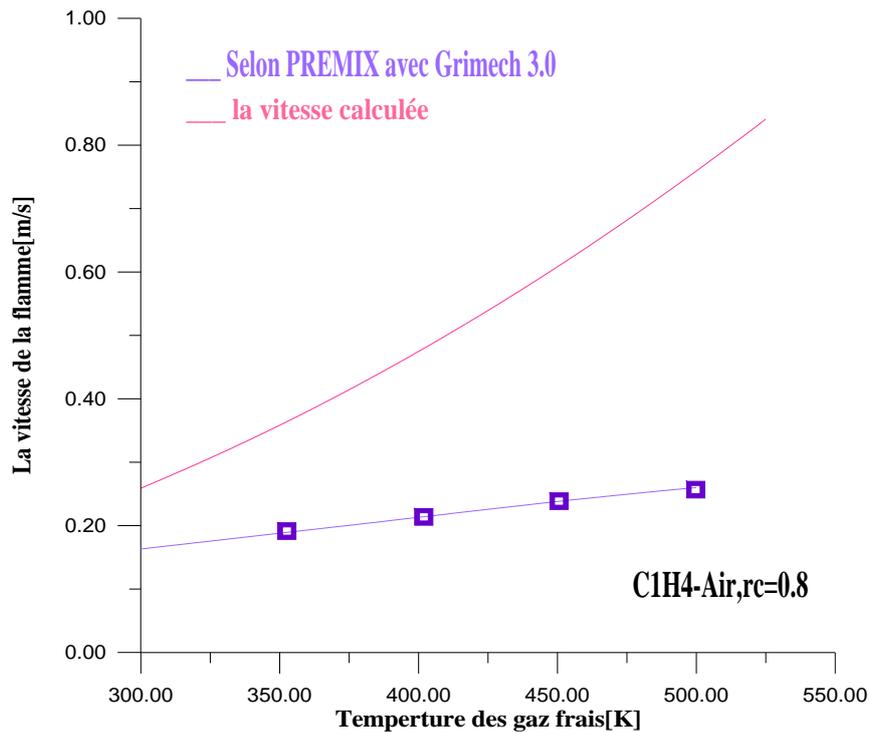
La figure (VI.10) présente le taux de réaction réduit pour différents valeurs de nombre de zeldovitch qui correspond à l'énergie d'activation ; dans chaque cas, le constant  $s_1$  a été ajusté pour garder la même valeur pour le taux de réaction totale implique la même vitesse de flamme. En remarque que si on augmentant  $s$  on obtient une large marge de température ou  $\tilde{S}_p$  est zéro ainsi une zone très mince ou  $\tilde{S}_F$  évalué rapidement au voisinage de  $\eta = 1$ .



**Fig.VI.11. l'évolution de la vitesse de la flamme en fonction la température des gaz frais à des différentes valeurs de pression**

On s'aperçoit d'après la figure (VI.11) on présente la variation de la vitesse de la flamme en fonction de la pression et la température des gaz frais .en constate que pour une température constante, la vitesse varie inversement proportionnelle a la pression car la diffusivité thermique varie a la pression également inversement proportionnelle.

A une pression constante, la vitesse varie proportionnellement avec  $T_1^0$  parce que le terme exponentiel de la formule de la vitesse est contrôlé pour  $T_2^0$  des gaz brûlés qui lié directement avec  $T_1^0$

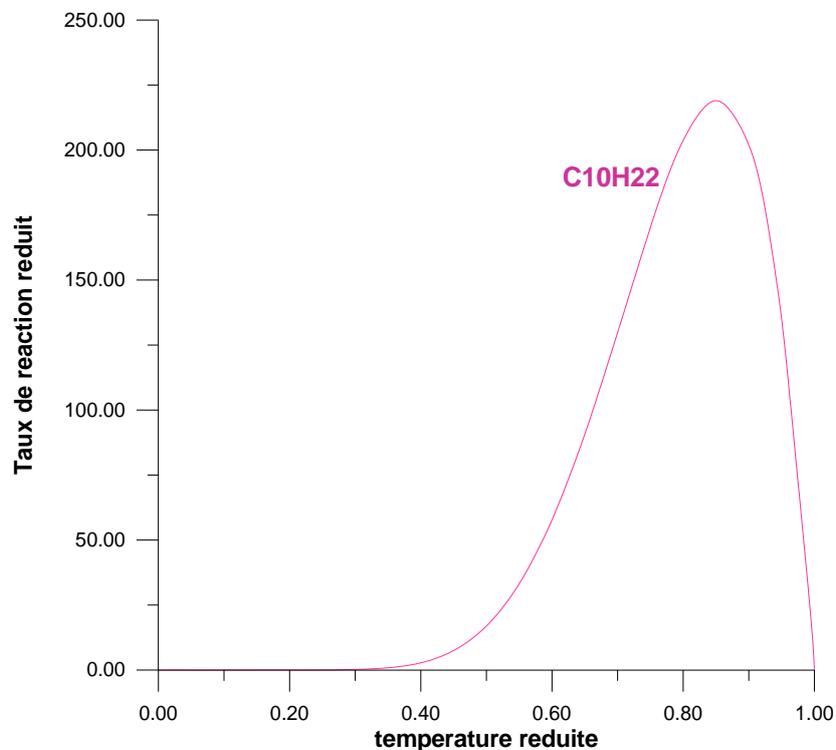


**Fig.VI.12. Comparaison entre les résultats de PREMIX et les résultats déterminés**

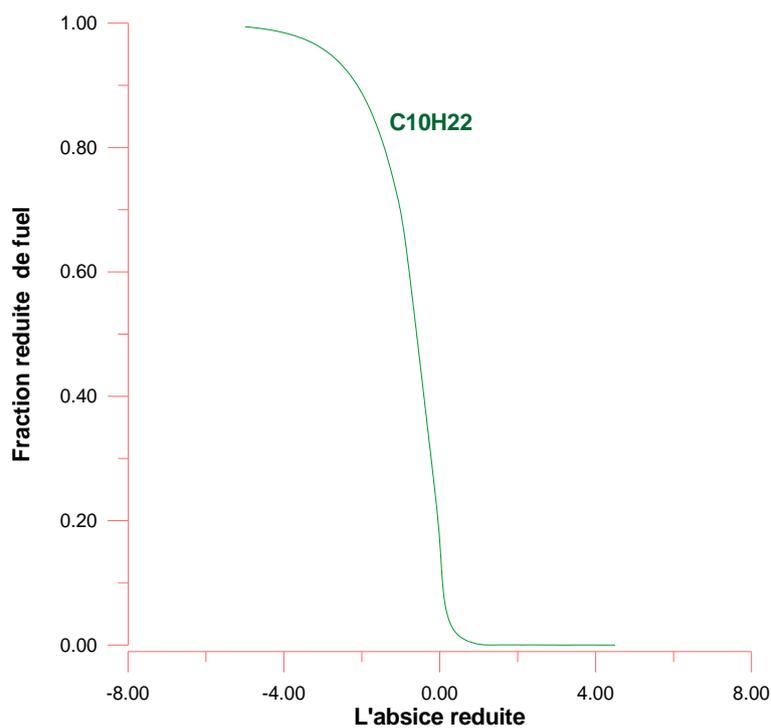
On constate qu'ils ont la même tendance mais avec écart non négligeable

### D'autres exemples

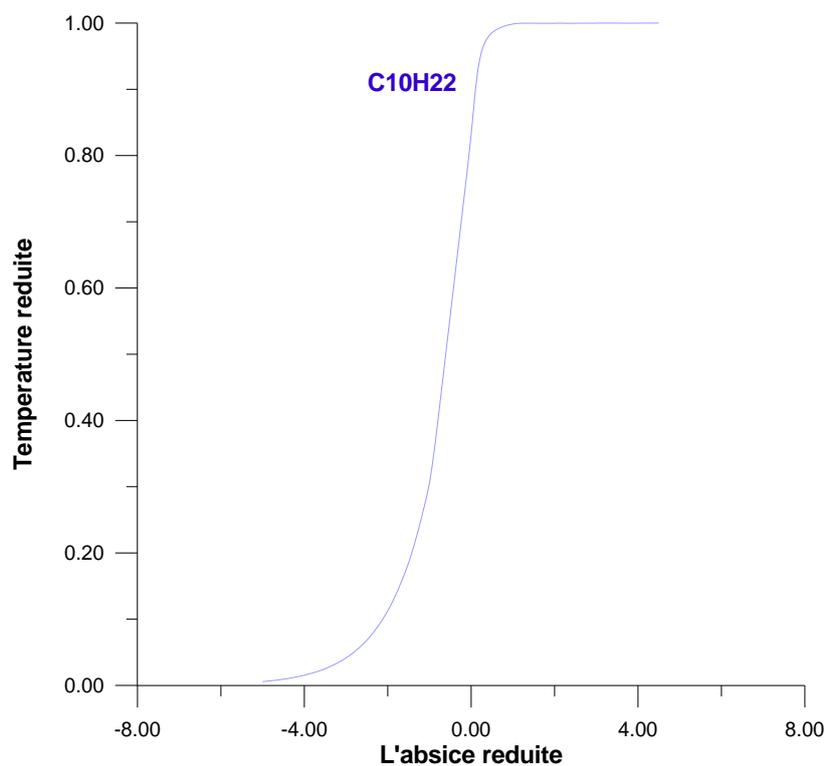
On obtient des résultats similaires pour le cas de n-decane-air



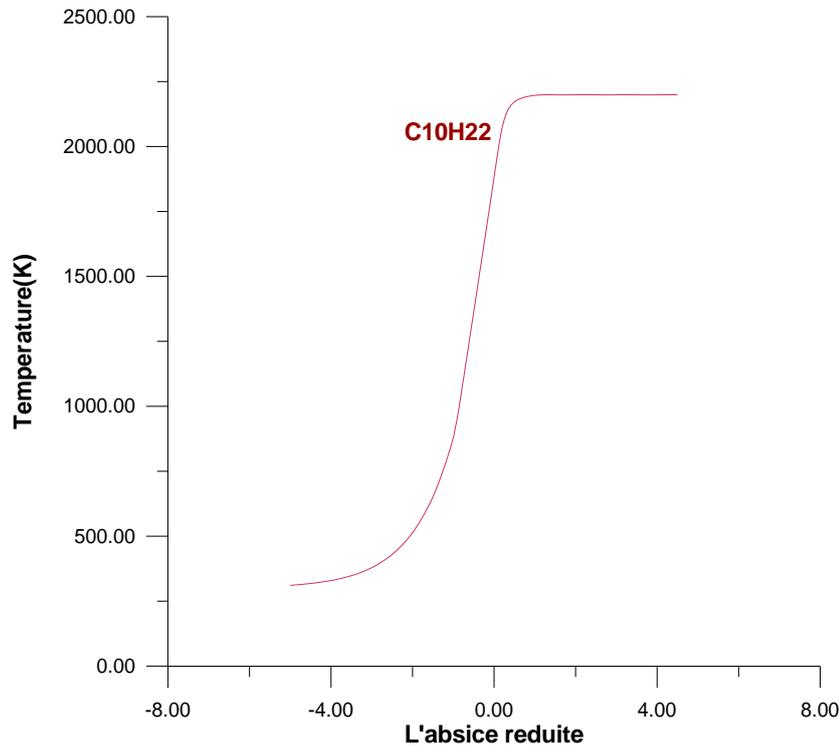
**Fig.VI.13. Le taux de réaction en fonction de la température réduite pour des mélanges n decane-air**



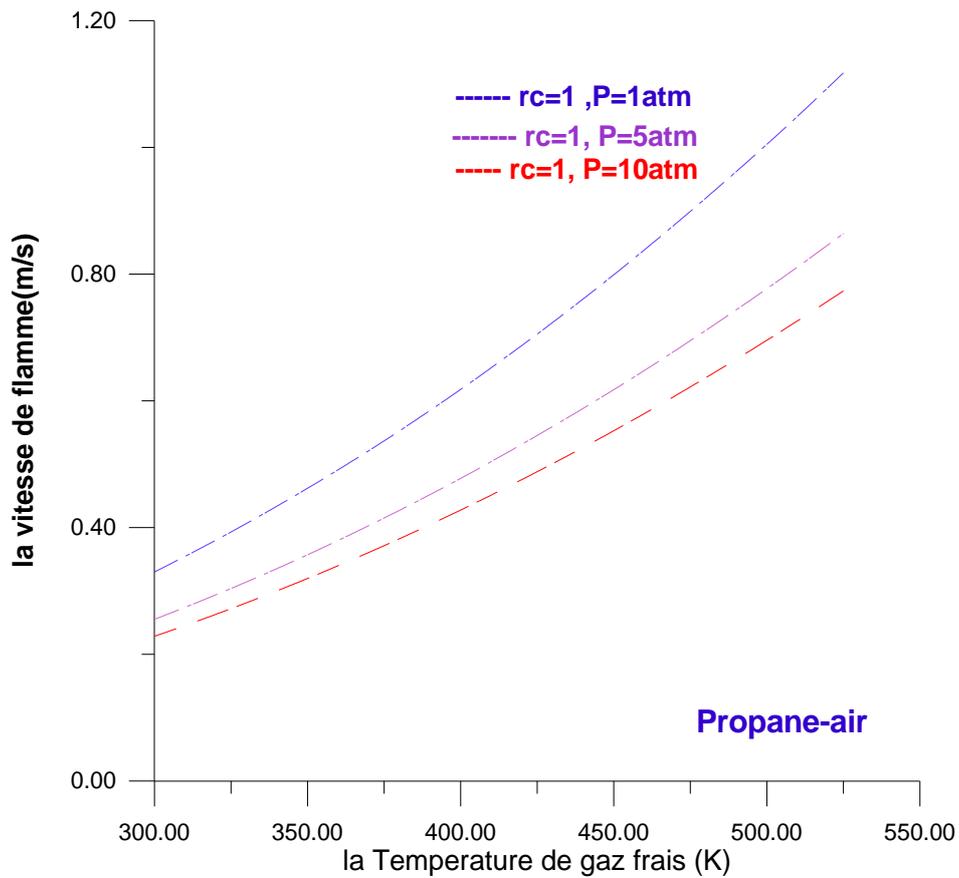
**Fig.VI.14.** la variation de la fraction massique de fuel en fonction de l'abscisse  $x$  pour le mélange n-decane-air



**Fig.VI.15.** l'évolution de la température réduite en fonction de l'abscisse réduite



**Fig.VI.16.** l'évolution de la température en fonction de l'abscisse réduite



**Fig.VI.17.** l'évolution de la vitesse de la flamme en fonction la température des gaz frais à des différentes valeurs de pression pour le mélange propane -air

## V. Présentation du model étudié [10]

### V.1. Flamme de prémélange plane

Le but d'après ce chapitre est de présenter quelques résultats analytiques et numériques de combustion pour les flammes laminaires d'où il est nécessaire en premier lieu de comprendre la flamme dans le cas le plus simplifié (flamme plane, monodimensionnel, chimie simplifiée) pour aller à la modélisation de flamme à chimie complexe et les flammes turbulentes.

#### V.1.1. Les Hypothèses et les équations de conservations

On cite les simplifications qui sont utilisées pour développer les solutions analytiques :

- Les espèces ont la même masse moléculaire et la capacité thermique est constante.
- Ils ont le même coefficient de diffusion moléculaire donc le même nombre de Lewis.
- La diffusion de masse et de chaleur sont égales par conséquent le nombre de Lewis égale à l'unité.
- L'écoulement unidimensionnel, stationnaire, section constante.
- La viscosité et les radiations sont négligées.
- Les procédés chimiques seulement à travers une seule réaction irréversible.
- La combustion est isobare.

Les équations de conservations sont simplifiées comme suit :

#### ▪ Conservation de masse

$$\frac{\partial \dots}{\partial t} + \frac{\partial \dots U}{\partial x} = 0 \quad (\text{V.1})$$

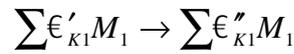
#### ▪ Conservation d'espèce

$$\frac{\partial \dots Y_K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\dots (U + V_K) Y_K) = \dot{S}_K + \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots D \frac{\partial Y_K}{\partial x} \right) \quad (\text{V.2})$$

▪ **Conservation d'énergie**

$$\dots Cp \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \check{S}_T + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \dots \frac{\partial T}{\partial x} \left( \sum_{K=1}^N Cp_K Y_K V_K \right) \quad (\text{V.3})$$

Si on considère la réaction irréversible suivante :



La réaction est irréversible, le taux de réaction inverse est égal à zéro et le taux de réaction direct suit la loi d'Arrhenius :

$$Kf_1 = A_1 T^{s_1} \exp \left( -\frac{T_a}{T} \right) \quad (\text{V.4})$$

Le terme de diffusion de chaleur dans l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\check{S}_T = - \sum_{K=1}^N \Delta h^0_{f,K} \check{S}_K$$

Ainsi que la chaleur moléculaire de réaction est définie par:

$$Q^m = - \sum \Delta h^0_{f,K} W_K \frac{\epsilon_{K1}}{|\epsilon_{F1}|} = + \sum \Delta h^{0m}_{f,K} \frac{\epsilon_{K1}}{\epsilon_{F1}} \quad (\text{V.5})$$

Car :

$$\epsilon_{F1} = \epsilon''_{F1} - \epsilon'_{F1} \quad \text{est négative}$$

$\dot{Q}^m$  : Mesure la chaleur diffusée par la combustion complète d'un mole de combustible, généralement, on travail par unité de masse :

$$Q' = -\frac{Q^m}{W_F} = - \sum \left( \Delta h^0_{f,K} \frac{W_K \epsilon_{K1}}{W_F \epsilon_{F1}} \right)$$

Le terme source de chaleur et le terme source de carburant sont lies par :

$$\check{S}_T = -Q \check{S}_F$$

Le taux de réaction est supposé d'être limité par la fraction de masse de carburant et non par la fraction massique d'oxydant. Cet supposition correspond à l'étude d'une flamme mince dont laquelle la fraction massique d'oxygène est approximativement constant ; seulement l'espèce de carburant a donc doit calculer le taux de réaction de combustible qui est gouverné par ;

$$\epsilon'_{F1} = 1 \quad ; \epsilon''_{F1} = 0 \quad ; \epsilon_{F1} = -1$$

$$\epsilon'_{O1} - \epsilon''_{O2} = \epsilon_{O1} = 0$$

On obtient l'expression de taux de réaction :

$$\check{S}_F = A_1 T^{s_1} \epsilon_{F_1 \dots Y_F} \exp\left(\frac{-T_a}{T}\right) = B_1 T^{s_1} \dots Y_F \exp\left(\frac{-T_a}{T}\right) \quad (\text{V.6})$$

$$B_1 = A_1 \epsilon_{F_1}$$

ses suppositions ne reflètent pas exactement la réalité à cause des caractéristiques de la flamme : diffusion de chaleur non liniaire , messe volumique variable avec la température.

La fraction massique de combustible dans les gaz frais est imposée :

$$Y_F = Y_{F_1}$$

Le système d'équations qui gouverne le problème :

$$\begin{cases} \rho u = \text{constant} = \rho_1 u_1 = \rho_1 S_L \\ \rho_1 S_L \frac{\partial Y_F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial Y_F}{\partial x} \right) + \dot{\omega}_F \\ \rho_1 S_L C_p \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - Q \dot{\omega}_F \end{cases} \quad (\text{V.7})$$

Ou :

$\check{S}_F$  : est négative.

#### ▪ l'équivalence de température et de fraction massique de fuel

Le système des équations precedante (V.7) peut être simplifié en introduisant les variables réduites suivantes :

$$\begin{cases} Y = \frac{Y_F}{Y_{F_1}} \\ \theta = \frac{T - T_1}{T_p - T_1} \end{cases} \quad (\text{V.8})$$

Ou la fraction massique réduite de carburant varie de l'unité dans les gaz frais jusqu'à zéro dans les gaz brûlés tandis que la température réduite varie de manière inverse..

Les équations de la fraction massique et la température réduite sont obtenus a partir du système (V.7) en utilisant l'équation (V.9) ci-dessous qui signifie que la chaleur libérée par la combustion de carburant sert à augmenter la température .

$$C_p(T_2 - T_1) = Q Y_{F_1} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{Q Y_{F_1}}{C_p} \quad (\text{V.9})$$

Par conséquent, on trouve :

$$\dots_1 S_L \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots D \frac{\partial Y}{\partial x} \right) + \frac{\check{S}_F}{Y_{F1}} \quad (\text{V.10})$$

$$\dots_1 S_L \frac{\partial \nu}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots \frac{\partial \nu}{\partial x} \right) - \frac{\check{S}_F}{Y_{F1}} \quad (\text{V.11})$$

On additionnant ces deux équations précédentes et en supposant que le nombre de Lewis est d'ordre l'unité, On obtient :

$$\dots S_L \frac{\partial}{\partial x} (\nu + Y) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \dots D \frac{\partial}{\partial x} (Y + \nu) \right] \quad (\text{V.12})$$

L'équation (V.12) est une équation sans terme source et à scalaire conservé, la seule solution est :

$$\nu + Y = 1 \quad (\text{V.13})$$

Cette propriété spécifique pour les flammes prémélangées peut aussi être obtenue en tenant compte que l'enthalpie totale des mélanges est constant .

La température et la fraction massique de fuel ne sont pas indépendantes ; quand la fraction massique de fuel diminue (l'enthalpie chimique diminue) la température augmente.

du point de vue numérique, la détermination d'une variable suffit pour calculer l'autre à partir de l'équation (V.13).

L'équation de température devient :

$$\dots_1 S_L \frac{\partial \nu}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots \frac{\partial \nu}{\partial x} \right) - B_1 (T_1 + \nu (T_2 - T_1))^{s_1} \dots (1 - \nu) \exp \left[ \frac{-Ta}{T_1 + \nu (T_2 - T_1)} \right] \quad (\text{V.14})$$

### V.1.2. Les solutions analytiques pour les différentes caractéristiques de flamme

Sous les simplifications précédentes, des expressions différentes peuvent être explicitement exprimées pour la vitesse de flamme et ses caractéristiques. Dans notre model on présente l'analyse de Zeldovitch-Frank-Kamenteski et Vankarman qui est la base de la majorité des méthodes asymptotiques.

#### • L'analyse asymptotique de Zeldovitch-Frank-Kamenteski et Vankarman pour la vitesse de la flamme

L'équation (V.14) peut être simplifiée par l'échelle de variable spatiale  $x$  ;

$$\xi = \int_0^x \dots_1 S_L C_p dx$$

Une propagation stationnaire de la flamme laminaire, l'équation (V.14) devient :

$$\frac{\partial \eta}{\partial \kappa} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial \kappa^2} - \Lambda \check{S} \quad (\text{V.15})$$

Où :

S : Est le taux de réaction réduit défini par [Williams, 1985, theory]

$$\check{S} = (1 - \eta) \exp \left[ - \frac{s(1 - \eta)}{1 - r(1 - \eta)} \right] \quad (\text{V.16})$$

Où :

$$r = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

$$s = r \frac{T_a}{T_2}$$

Ces deux paramètres mesurent la chaleur libérée par la flamme et la température d'activation respectivement.

Et

$\Lambda$  : est une quantité adimensionnelle.

$$\Lambda = \frac{\dots \} |B_1| T^{s_1}}{\dots^2 S_L^2 C_p} \exp \left( \frac{-s}{r} \right) \quad (\text{V.17})$$

La structure des flammes prémélangées stationnaires dépend d'un seul paramètre  $\Lambda$  pour des valeurs de  $r$  et  $s$  données, ce paramètre contient des informations sur la diffusion de chaleur ou des espèces et sur la constante du taux de réaction  $B_1$ .

Ces deux mécanismes contrôlent la vitesse de la flamme ; si en augmentant la diffusivité de chaleur ou en augmentant la constante de taux de réaction permet d'augmenter la vitesse de la flamme dans la même proportionnalité.

La simplification de l'expression (V.17) s'écrit :

$$\Lambda = \frac{D_{th} \dots \} |B_1| T^s}{S_L^2} \exp \left( - \frac{s}{r} \right) \quad \text{avec} \quad D_{th} = \frac{\dots \}}{\dots C_p}$$

La technique de l'analyse asymptotique développée par Zeldovitch-Frank-Kamentzki et Vankarman donne un résultat simple pour le paramètre adimensionnel :

$$\Lambda = 0.5s^2$$

$$0.5s^2 = \frac{\dots \} B_1 T^{s_1}}{\dots S_L C_p} \exp \left( - \frac{s}{r} \right) \quad (\text{V.18})$$

On obtient :

$$S_L = \frac{1}{S} \left( 2 |B_1| T^{S1} Dth \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-S}{2r}\right) \quad (V.19)$$

Ou l'épaisseur de la flamme est définie par Zeldovitch

$$u = \frac{Dth}{S_L}$$

### • L'analyse asymptotique pour la variation de taux de réaction

Le taux de réaction réduit dans sa forme la plus générale est exprimée par [Williams, 1985, theory] ; comme suit :

$$\frac{\check{S}_F}{Y_{F1}} = B_1 T^{S1} \exp\left(-\frac{S}{r}\right) \dots (1 - \dots) \exp\left[\frac{-S(1 - \dots)}{1 - r(1 - \dots)}\right] \quad (V.20)$$

Ou :

$$\exp\left(-\frac{Ta}{T}\right) = \exp\left(-\frac{S}{r}\right) \exp\left[\frac{-S(1 - \dots)}{1 - r(1 - \dots)}\right] \quad (V.21)$$

La masse volumique est aussi variable en fonction de la température à pression constante :

$$\dots = \dots \frac{1}{1 + r \dots (1 - \dots)}$$

Donc ; le taux de réaction est en fonction d'un seul variable.

L'analyse asymptotique de Zeldovitch-Frank-Kamenteski et Vankarman est basée sur l'expression d'Arrhenius qui suppose qu'il n'y a aucune réaction en avant d'une température critique et une intense réaction entre cette température critique et l'unité.

Cette température critique correspond au maximum de taux de réaction [Williams, 1985, theory] ; elle est définie par,

$$\dots_c = 1 - \frac{1}{S}$$

Pour

$$\dots_c = 1 - \frac{1}{S} \Rightarrow \check{S}_{F \max} = \dots Y_F \cdot B_1 \cdot \frac{1 - r}{S} \exp\left[\frac{-S}{r} - 1\right]$$

On suppose la température critique se trouve à l'origine des références

$$x = \dots = 0$$

$$\dots = \frac{\dots Cp \cdot S_L}{\dots} \cdot x = \frac{S_L}{Dth} \cdot x = \frac{x}{u}$$

La solution de l'équation de la température est déterminée par intégration de moins l'infinie jusqu'au zéro.

On considère les conditions aux limites suivantes ;

$$\begin{cases} \theta(x=-\infty)=0 \\ \theta(x=0)=\theta_c \end{cases}$$

avec  $\dot{\omega}_F=0$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \Rightarrow \theta = C_1 e^{-\xi} + C_2 e^{+\xi}$$

Les conditions à limite :

$$\begin{cases} \theta(-\infty)=C_1=0 \\ \theta(0)=C_2=1-\frac{1}{\beta} \end{cases}$$

La solution dans l'intervalle  $]-\infty,0]$  est :

$$\theta = \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \exp\left(\frac{x}{\delta}\right) \quad (\text{V.22})$$

Dans l'intervalle  $x = [0,+\infty[$  on trouve :

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \Lambda(1-\theta) \exp\left[\frac{-s(1-\theta)}{1-r(1-\theta)}\right] \quad (\text{V.23})$$

La solution est cherchée sous la forme :

$$1-\theta = b e^{\Gamma x}$$

et

$$\exp\left[-\frac{s(1-\theta)}{1-r(1-\theta)}\right] \approx 1$$

Par conséquent :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - \Lambda(1-\theta) \quad (\text{V.24})$$

Avec :

$$\begin{cases} \theta(0)=1-\frac{1}{\beta}=1-b e^{\Gamma \cdot 0} \\ \theta(+\infty)=1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{\beta} \quad (\text{V.25})$$

les deux profils de température sont continus à l'abscisse zéro ainsi que leurs dérivations :

$$\frac{-1}{s} \Gamma \ell^{\Gamma,0} = \left(1 - \frac{1}{s}\right) \frac{1}{u} \cdot \exp\left(\frac{0}{u}\right) \Rightarrow -\frac{1}{s} \Gamma = \left(1 - \frac{1}{s}\right) \frac{1}{u}$$

$$\Gamma = \frac{1-s}{u}$$
(V.26)

Finalement, la solution générale s'écrit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \left(1 - \frac{1}{s}\right) \exp\left(\frac{x}{u}\right) \quad x \in ]-\infty, 0] \\ \eta = 1 - \frac{1}{s} \cdot \exp\left((1-s) \cdot \frac{x}{u}\right) \quad x \in [0, +\infty[ \end{array} \right.$$

### V.1.3. L'évolution de taux de réaction réduit

D'après les expérience qui sont décrit par [Williams, 1985, theory], la théorie asymptotique de la flamme prémélangée avec la chimie simplifiée donne des bonnes résultats dans le régime pauvre par contre pour les flammes riches.

Pour résoudre ce problème ils ont utilisés des petites valeurs de l'exposant de la fraction de fuel en place de le mettre égale à l'unité, en utilisant la formule suivante pour voir l'évolution de taux de réaction avec ce dernier :

$$\frac{\check{S}_F}{Y_{F1}} = B_1 \cdot T^{s1} \dots \exp\left(\frac{-s}{r}\right) (1-\eta)^{n_F} \cdot \exp\left[-\frac{s(1-\eta)}{1-r(1-\eta)}\right]$$
(V.27)

### V.1.4. La variation de la vitesse de la flamme en fonction de la température de gaz frais et la pression

La vitesse de la flamme est fortement influencée par la température des gaz frais et la pression avant la combustion, elle varie comme une simple fonction polynomiale empirique donnée sous la forme suivante :

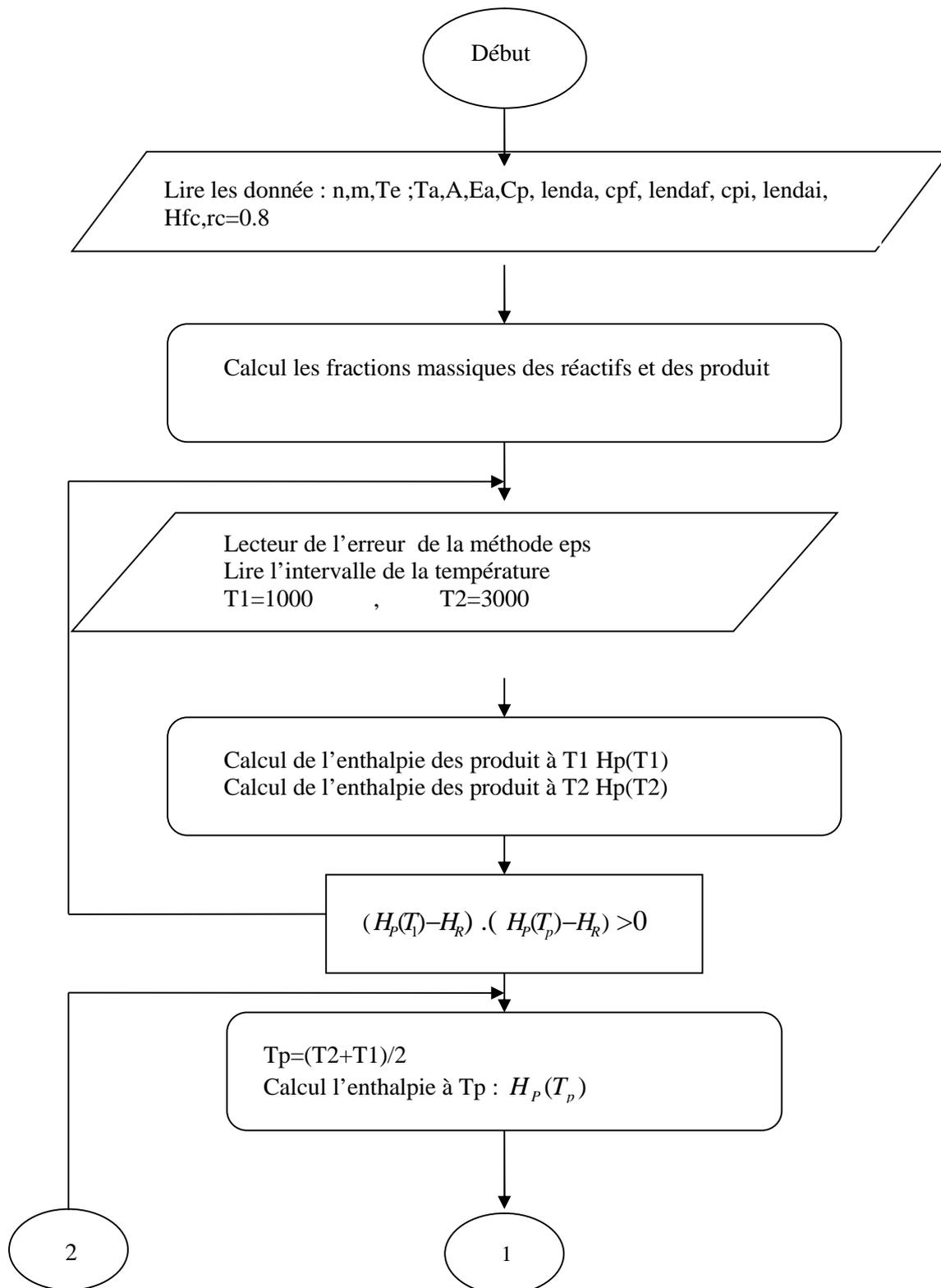
$$S_L(P, T_1) = S_L(P^0, T_1^0) \left(\frac{P}{P^0}\right)^{r_p} \left(\frac{T_1}{T_1^0}\right)^{r_T}$$
(V.28)

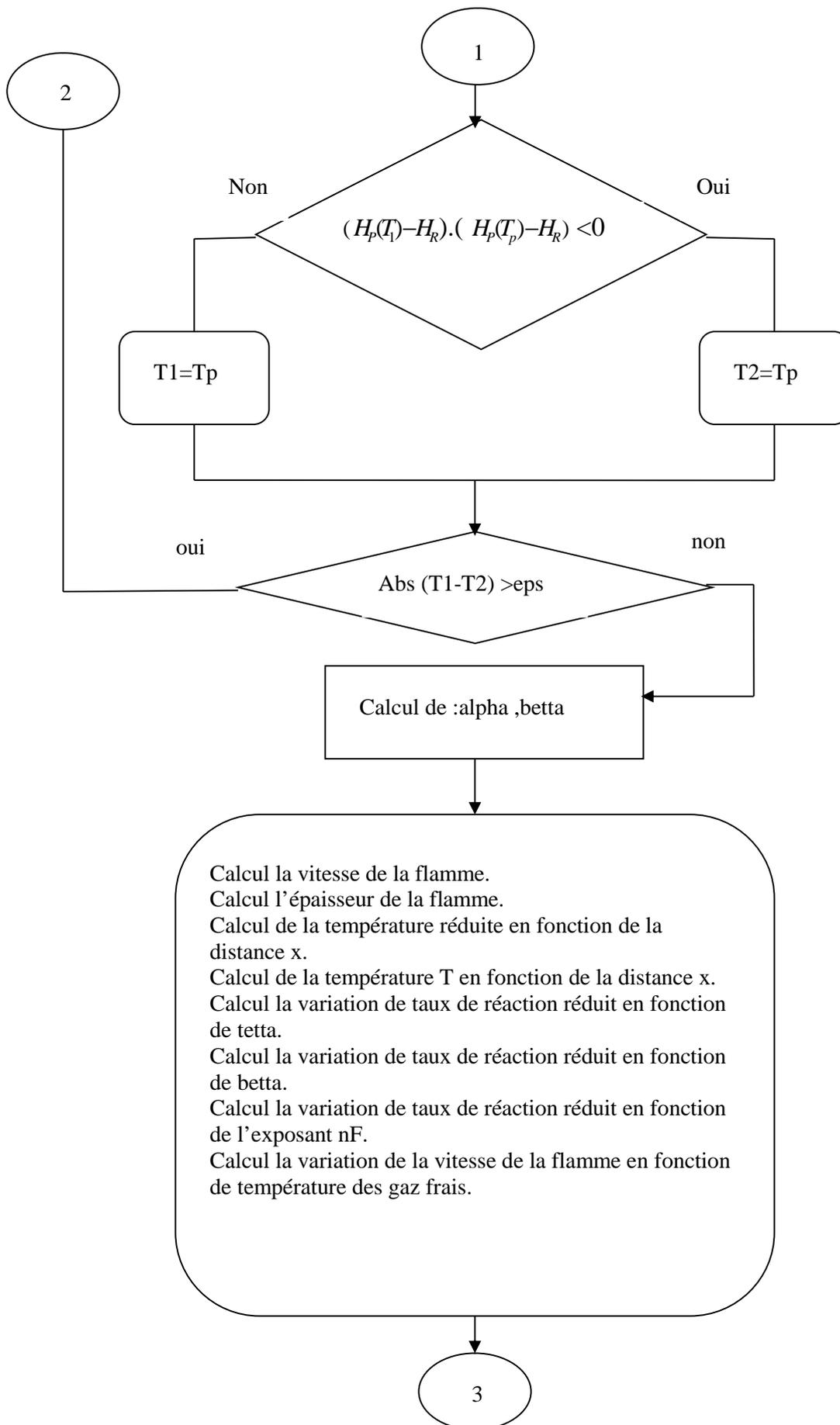
Le tableau ci-dessous donne des valeurs expérimentales de la vitesse de la flamme dans les conditions de références.

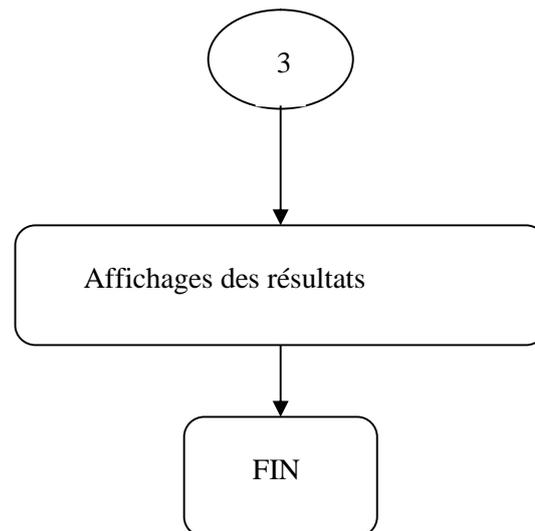
Fuel	$S_L(P^0, T_1^0)$ (m/s)	$r_T$	$r_p$
Méthane ( $w = 0.8$ )	0.259	2.105	-0.504
Méthane ( $w = 1$ )	0.360	1.612	-0.374
Propane ( $w = 0.8$ à $1.5$ )	$0.34 - 1.38(w - 1.08)^2$	$2.18 - 0.8(w - 1)$	$-0.16 - 0.22(w - 1)$

**Fig.V.1. exemple expérimental pour les Méthane -air et propane- air**

### V.1.5. Organigramme du model étudiant pour la flamme prémélangée







## V.2.modélisation de l'instabilité hydrodynamique

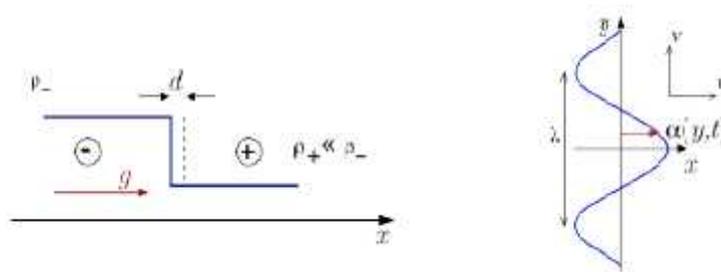


Fig.V.1. Le modeler simplifié

### V.2.1. Les hypothèses

- Flamme infiniment mince.
- Flamme faiblement plissée
- Faible nombre de mach.
- Analyse bidimensionnelle, flamme moyenne stationnaire a l'abscisse zéro : la vitesse des gaz frais est égale a la vitesse du front de flamme.

- Pas d'écoulement transversal moyen.
- Ecoulement incompressible.
- Surface de flamme plissée exprimée par :

$$\alpha(y,t) = \hat{\alpha}_k \exp(\sigma t + i.K.y)$$

- la viscosité est négligeable.

- Pas de gravité.

### V.2.2. Les équations de conservation

- **Equation de conservation de masse**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- **Equation de quantité de mouvement**

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right) u = - \frac{\partial}{\partial x} P \\ \bar{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right) v = - \frac{\partial}{\partial y} P \end{array} \right. \quad (V.28)$$

On adopte :

$$a = \bar{a} + a'$$

a : est un champ quelconque(P,u ,v..)

On injectant dans le système d'équation (V.28) on trouve :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \\ \left( \bar{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial t} + \bar{m} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) u' = - \frac{\partial}{\partial x} P' \\ \left( \bar{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial t} + \bar{m} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) v' = - \frac{\partial}{\partial y} P' \end{array} \right\} \Rightarrow \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) P' = 0 \quad (V.29)$$

On cherche des solutions pour les flammes plissées dans l'espace de Fourier, développer les variables en série de Fourier :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha(y,t) = \sum \hat{\alpha}_k \exp(iky + \sigma t) \\ a'(x,y,t) = \sum \hat{a}_k \hat{\alpha}_k \exp(iky + \sigma t) \end{array} \right. \quad (V.30)$$

On utilisant aussi les solutions de raccord des solutions sur l'interface, ces conditions sont également appelées « relation de saut »

### V.2.3. Les relations de saut

- **1<sup>er</sup> relation de saut**

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{m} = \bar{\rho}_+ (u_{p+}^0 + u_{r+}^0 - \sigma) & \text{en aval} \\ \hat{m} = \bar{\rho}_+ (u_-^0 - \sigma) & \text{en amont} \end{array} \right. \quad (V.31)$$

▪ **2ème relation de saut**

$$\frac{\bar{m}}{k} \left( \frac{\sigma}{\bar{u}_+^0} - k \right) u_{p+}^0 + \frac{\bar{m}}{k} \left( \frac{\sigma}{\bar{u}_-} - k \right) u_-^0 = 2\bar{m}\hat{m} \left( \frac{1}{\bar{\rho}_+} - \frac{1}{\bar{\rho}_-} \right) \quad (\text{V.32})$$

▪ **3ème relation de saut**

$$k.u_{p+}^0 + \frac{\sigma}{\bar{u}_+^0}.u_{r+}^0 + k\bar{u}_-^0 = \bar{m} \left( \frac{1}{\bar{\rho}_+} - \frac{1}{\bar{\rho}_-} \right) k^2 \quad (\text{V.33})$$

Avec :

$u_{p+}^0$  : Partie particulière de la perturbation d'écoulement aval.

$u_{r+}^0$  : partie homogène de la perturbation

On remarque que ces trois relations de saut constituent un système à trois inconnus, le système maintenant est résolu par l'élimination de ces trois inconnus pour trouvé la relation entre le taux de croissance de l'instabilité et le vecteur d'onde.

Cette relation est la relation de dispersion.

## V.2.4. Relation de dispersion –Instabilité hydrodynamique

### V.2.4.1. Flamme mince

$$\sigma^2 (\bar{\rho}_- + \bar{\rho}_+) + 2.\sigma\bar{m}k + \bar{m}(\bar{u}_+ - \bar{u}_-)k^2 = 0 \quad (\text{V.34})$$

On note :

Taux d'expansion des gaz est :  $E = \frac{\bar{\rho}_-}{\bar{\rho}_+} = \frac{\bar{u}_+}{\bar{u}_-}$

$$\sigma^2 \left( 1 + \frac{1}{E} \right) + 2.\sigma\bar{u}_-k + \bar{u}_-^2 (E-1)k^2 = 0 \quad (\text{V.35})$$

C'est une équation de deuxième degré, sa solution est :

$$\sigma = k.\bar{u}_- \left( \frac{E}{E+1} \right) \left( \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E}} - 1 \right) \quad (\text{V.36})$$

### V.2.4.2. Flamme épaisse

$$\sigma^2 (\bar{\rho}_- + \bar{\rho}_+) + 2.\sigma(\bar{m}k + \hat{m}) + \bar{m}(\bar{u}_+ - \bar{u}_-)k^2 - 2\bar{u}_+\hat{m}k = 0 \quad (\text{V.37})$$

Par analyse dimensionnel

$$u_L = u_L^0 - d_L \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2}$$

En fourrier :

$$\hat{m} = \bar{m} d_L k^2$$

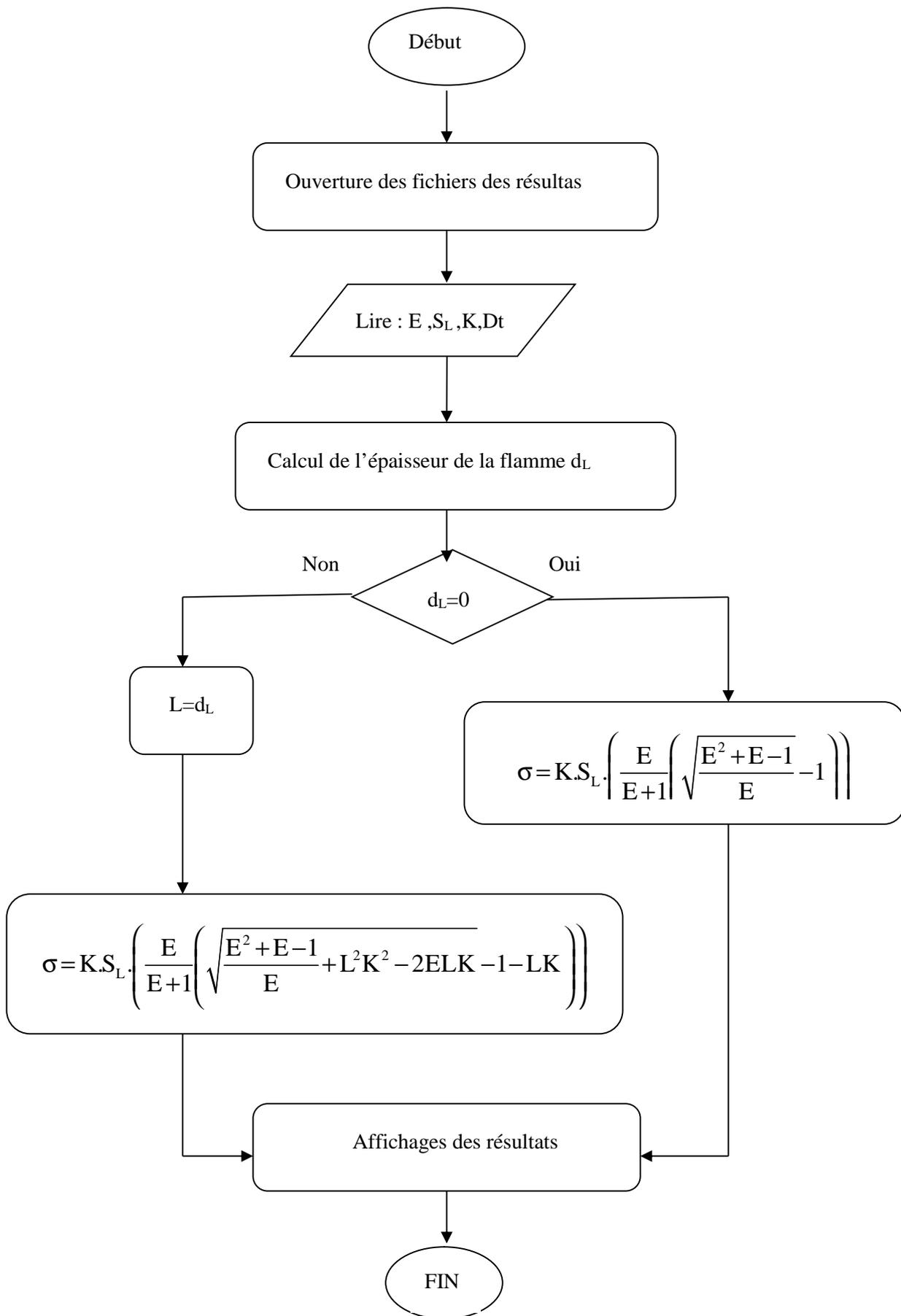
La relation de dispersion devient :

$$\sigma^2 \left( 1 + \frac{1}{E} \right) + 2 \cdot \sigma \bar{u}_- (k + d_L k^2) - \bar{u}_-^2 ((E-1) - 2E d_L k) k^2 = 0 \quad (\text{V.38})$$

Le taux de croissance est :

$$\sigma = k \cdot \bar{u}_- \cdot \left( \frac{E}{E+1} \right) \left( \sqrt{\frac{E^2 + E - 1}{E} + d_L^2 k^2 - 2E d_L k - 1 - d_L k} \right) \quad (\text{V.39})$$

## V.2.5. Organigramme de l'instabilité hydrodynamique



# Conclusion

Le plissement du front de flamme peut être partiellement expliquée par l'instabilité hydrodynamique de Darrieus et Landau qui est causées par le saut de la masse volumique à travers le front de flamme

Notre étude est consacrée au model de Zeldovitch-frank kamenteski et vankarman pour la flamme laminaire prémélangée donne des bons résultats qu'on peut utilisé comme une base d'étude préliminaire de la flamme turbulente.

Cette application nous a permet de calculer la vitesse et l'épaisseur de la flamme et les profiles de température, taux de réaction et de fraction massique en fonction de l'abscisse et l'influence de la variation de la vitesse de la flamme en fonction du température des gaz frais.

Par ailleurs une étude de la variation de taux de réaction en fonction de nombre de zeldovitch ainsi que l'exposant du fraction massique de carburant à été menée

D'autre part, nous avons montré que la flamme est inconditionnellement instable et elle peut restabilisée à grand nombre de vecteur d'onde au effet de courbure ou de l'accélération.

Les résultats obtenus pour différents combustibles ont été conformes aux résultats expérimentaux avec une certain marge d'erreur en raison que le modelé analytique qui est mis en compte présente des hypothèses simplificatrices

Enfin, nous espérons que ce modeste travail servira comme base et sera bénéfique pour les autres étudiants qui sont intéressée par ce domaine de recherche.

# Référence Bibliographie

- [1] HENNI MANSOUR ZOUBIR  
COURE DE THERMODYNAMIQUE- ENERGETIQUE  
Université de Blida 2003.
- [2] TECHNIQUE DE L'IGENIEURE B-8315 - BE8320 – A1620 – A1610
- [3] G. DE SOETE ET A. FEUGIER  
Aspect physique et chimique de la combustion  
Institut français du pétrole recherche et témoignages  
Edition tchnip 1976.
- [4] ROLAND BORGHI ET MICHEL CHAMPION  
Modélisation et théorie des flammes  
Edition tchnip paris 2000.
- [5] JOSEPH, DAVID  
Thèse doctorat, modélisation des transferts radiatifs en combustion par  
méthode  
aux ordonnées discrètes sur des maillage non structure tridimensionnel.  
Soutenu le 15.04.2004.
- [6] OLVER DEGRADIN  
Thèse doctorat, effets des hétérogénéités de richesse sur la structure locale  
des  
Flammes turbulentes. Soutenu le 6.11.2006.
- [7] CHRISTOPHE THAUVOYE  
Thèse doctorat, simulation numérique d'écoulements turbulents réactifs par  
une  
Méthode hybride à fonction densité de probabilité transportée.  
Soutenu le 20.05.2005.
- [8] Experimental studies of instabilities of laminar premixed flames.  
[Geoff.Searby@irphe.univ.fr](mailto:Geoff.Searby@irphe.univ.fr)
- [9] CLAUD SENSIAU  
Rapport de stage, calcul thermo acoustique dans les chambres de  
combustion.  
Septembre 2005.

- [10] T.POINSOT  
Laminar premixed flame: a summary of important results.  
IMF TOULOUSE.10.12.2005.
- [11] propagation et instabilités de front de flamme.  
[Geoff.Searby@irphe.univ.fr](mailto:Geoff.Searby@irphe.univ.fr)
- [12] R. BORGHI, M.DESTRIAU ET GERAD DE SOETE  
La combustion et les flammes  
Edition tchnip paris 1995.
- [13] BOUKACEM-TAHITI  
Mémoire pour l'obtention de diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique  
Etude de la flamme laminaire prémélangée, juillet 2006

## Les coefficients de Gordon et Mac Brid

Pour calculer l'enthalpie standard des produits de combustion, on utilise les formules et ces coefficients présentés dans le tableau ci-dessous [5] :

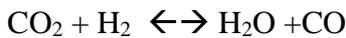
$$\bar{c}_p/R_u = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4 \quad (\text{cal/ mol} \cdot \text{K})$$

$$\bar{h}^0/R_uT = a_1 + \frac{a_2}{2}T + \frac{a_3}{3}T^2 + \frac{a_4}{4}T^3 + \frac{a_5}{5}T^4 + \frac{a_6}{T} \quad (\text{cal/ mol})$$

Espèces	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
CO <sub>2</sub>	0.04453623E+02 0.04896696E+06	0.03140168E-01	-0.12784105E-05	0.02393996E-08	-0.16690333E-13	-
H <sub>2</sub> O	0.02672145E+02 0.02989921E+06	0.03056293E-01	-0.08730260E-05	0.12009964E-09	-0.06391618E-13	-
N <sub>2</sub>	0.02926640E+02 0.09227977E+04	0.14879768E-02	-0.05684760E-05	0.10097038E-09	-0.06753351E-13	-
O <sub>2</sub>	0.03697578E+02 0.12339301E+04	0.06135197E-02	-0.12588420E-06	0.01775281E-09	-0.11364354E-14	-
CO	0.03025078E+02 0.14268350E+05	0.14426885E-02	-0.05630827E-05	0.10185813E-09	-0.06910951E-13	-
H <sub>2</sub>	0.02991423E+02 0.08350340E+04	0.07000644E-02	-0.05633828E-06	-0.09231578E-10	0.15827519E-14	-

**Tableau 1:** les coefficients de Gordon et Mac Brid (1000 < T < 5000 (°K)).

### Équation de dissociation :



Pour calculer la constante d'équilibre, on utilise la formule suivante [5] :

$$\ln(K_p) = 2.743 - 1.761/\nu - 1.611/\nu^2 + 0.2803/\nu^3 \quad \text{et} \quad \nu = \frac{T}{1000}$$

Avec 400 < T < 3200 (°K).

Combustible	Formule	Enthalpie de formation (Kj/Kmol)	Tada (°K)	cp(kj/kg.K)	γ (w/m.K)
Methane	CH <sub>4</sub>	-74873	2226	2.225	3.42E-2
Propane	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	-103847	2267	4.6448	2.5E-2
n-decane	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	-242284	2277	1.68506	1.2087E-2
Benzène	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	82927	2342	-	-

Tableau 2 : Propriétés thermodynamiques des combustibles et température adiabatique de la flamme (mélange stoechiométrique) des combustibles dans des conditions normales (0.1Mpa et 298.15 K) [8].

## Les coefficients de Gordon et Mac Brid

Pour calculer l'enthalpie standard des produits de combustion, on utilise les formules et ces coefficients présentés dans le tableau ci-dessous [5] :

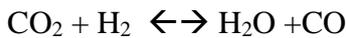
$$\bar{c}_p/R_u = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5T^4 \quad (\text{cal/ mol} \cdot \text{K})$$

$$\bar{h}^0/R_uT = a_1 + \frac{a_2}{2}T + \frac{a_3}{3}T^2 + \frac{a_4}{4}T^3 + \frac{a_5}{5}T^4 + \frac{a_6}{T} \quad (\text{cal/ mol})$$

Espèces	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
CO <sub>2</sub>	0.04453623E+02 0.04896696E+06	0.03140168E-01	-0.12784105E-05	0.02393996E-08	-0.16690333E-13	-
H <sub>2</sub> O	0.02672145E+02 0.02989921E+06	0.03056293E-01	-0.08730260E-05	0.12009964E-09	-0.06391618E-13	-
N <sub>2</sub>	0.02926640E+02 0.09227977E+04	0.14879768E-02	-0.05684760E-05	0.10097038E-09	-0.06753351E-13	-
O <sub>2</sub>	0.03697578E+02 0.12339301E+04	0.06135197E-02	-0.12588420E-06	0.01775281E-09	-0.11364354E-14	-
CO	0.03025078E+02 0.14268350E+05	0.14426885E-02	-0.05630827E-05	0.10185813E-09	-0.06910951E-13	-
H <sub>2</sub>	0.02991423E+02 0.08350340E+04	0.07000644E-02	-0.05633828E-06	-0.09231578E-10	0.15827519E-14	-

**Tableau 1:** les coefficients de Gordon et Mac Brid (1000 < T < 5000 (°K)).

### Équation de dissociation :



Pour calculer la constante d'équilibre, on utilise la formule suivante [5] :

$$\ln(K_p) = 2.743 - 1.761/\nu - 1.611/\nu^2 + 0.2803/\nu^3 \quad \text{et} \quad \nu = \frac{T}{1000}$$

Avec 400 < T < 3200 (°K).

Combustible	Formule	Enthalpie de formation (Kj/Kmol)	Tada (°K)	cp(kj/kg.K)	} (w/m.K)
Methane	CH <sub>4</sub>	-74873	2226	2.225	3.42E-2
Propane	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	-103847	2267	4.6448	2.5E-2
n-decane	C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	-242284	2277	1.68506	1.2087E-2
Benzène	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	82927	2342	-	-

Tableau 2 : Propriétés thermodynamiques des combustibles et température adiabatique de la flamme (mélange stoechiométrique) des combustibles dans des conditions normales (0.1Mpa et 298.15 K) [8].

Fuel	Facteur pré exponentiel $A^a$ (mole/cm <sup>3</sup> ) <sup>1-i-j</sup> *S <sup>-1</sup>	Temperature d'activation Ea/R (°K)	i	j
CH <sub>4</sub>	8.3E+05	15098	-0.3	1.3
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	8.6E+11	15098	0.1	1.65
C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	3.8E+11	15098	0.25	1.5
C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	7.2E+12	20131	0.25	1.5
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	1.1E+12	15098	0.1	1.65

Tableau 3: paramètre de taux de réaction pour une réaction élémentaire [8].

Gaz	Masse molaire	Cp (kj/kg.K)	$\lambda$ (W/m.K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Air	29	1.186	8.09E-2	1.16
O <sub>2</sub>	32	1.125	8.71E-2	0.2960
CO	28	1.222	2.22E-2	1.25
CO <sub>2</sub>	44	1.259	2.093E-2	1.9768
H <sub>2</sub> O	18	2.6042	2.419E-2	0.577

Tableau 4 : propriétés thermiques des éléments de réaction chimique à une température moyenne 1300 (K) [9].

### Les résultats expérimentaux de la vitesse de propagation de la flamme [2]

richesse \ combustible	0.8	0.9	1	1.1	1.2
Méthane (CH <sub>4</sub> )	30	38.3	43.4	44.7	39.8
Propane (C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> )		42.3	45.6	46.2	42.3
Benzène (C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> )	39.4	45.6	47.6	44.8	40.2

Tableau 5 : vitesse (cm/s) de déflagration laminaire pour divers combustible en mélange avec l'air et pour différentes valeurs de la richesse.