

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche

Université de Saad Dahleb- BLIDA

Institut d'aéronautique et des études spatiales

Département de Construction Aéronautique



Projet fin d'étude pour l'obtention du diplôme de Master :

Option : Avionique

Thème :

**Etude comparative et amélioration des deux contrôleurs
d'attitude : DIC/ESO et OBC appliqués pour un drone**

Encadré par:

Dr. BENCHEIKH SALIHA

Elaboré par :

- **Mr KHAMES WALID**
- **Mr GHENAI MOURAD**

Année universitaire : 2017/2018

Remerciements

Nous remercions tout d'abord, Allah qui nous a guidés sur la bonne voie et nous a aidés à surmonter les difficultés.

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promotrice **Dr BENCHEIKH SALIHA** pour avoir proposés ce sujet, leurs aide et ses précieux conseils tout au long de notre travail.*

Nous remercions les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'examiner notre travail.

Un hommage reconnaissant est adressé à tous les cadres de l'Institut d'Aéronautique et des études spatial .

Enfin, tous nos remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce modeste travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

A mes chers parents, qui ont consacré toute leur vie pour mon éducation et ma réussite, et à qui je souhaite une longue vie heureuse.

A toute ma famille.

A mon frère et ma sœur.

A mon binôme ZAMO et mes amis OUALID, OUSSAMA, DIDA, WASSIM, DJABER, REDHA MELABI, et surtout YUCEF BHILI.

A mes camarades de la promo 2018.

A tous ceux qui me connaissent de près et de loin

KHAMES WALID

*Avec les sentiments de gratitude les plus sincères je dédie ce
modeste travail.*

*A ma très chère mère pour son amour, ses prières et ses
sacrifices,*

*A mon très cher père qui a veillé, tout au long de ma vie, à
ce que je n'eusse besoin de rien.*

A mes sœurs et mon petit frère Mehdi.

*A toute ma famille, mes amis et tous les enseignants et à
toute personne me portant de l'estime et à toute personne
pour qui je porte de l'estime.*

*A mon binôme Walid avec qui j'ai partagé de longues
heures et journées de travail aussi mes camarades de la
promo 2018 et les amis de la cité.*

GHENAI MOURAD

Abstract: In these work, we are interested to study Two nonlinear controllers. the first control is the optimal backstepping controller for attitude control of an UAV model (X-31) using quaternion. Which offers a none singular overall representation by the use of four element vector (quaternions). The second controller is a Dynamic Inversion and extended state observer. The objective of this controller is to make the roll angle, pitch angle, and yaw angle track the given trajectories(commands) respectively. This design is developed using dynamic inversion and extended state observer (ESO). dynamic inversion is used to linearize and decouple UAV attitude system into three single-input-single-output (SISO) systems, then three proportional-derivative (PD) controllers are designed for these linearized systems. Extended state observers are used to estimate and compensate unmodeled dynamics and external disturbances.

Keywords = attitude control; dynamic inversion; extended state observer; robustness, optimal backstepping, nonlinear H^∞ , Quaternion, UAV X-31.

Résumé : Dans notre travail, on s'intéresse à étudier deux commandes non linéaire. la première commande est la commande optimale par backstepping pour Controller l'attitude d'un drone X-31 utilisant les quaternions. La deuxième commande est la commande par inversion dynamique et observateur de l'état étendue. L'objectif de ce contrôleur est de faire en sorte que l'angle de roulis, l'angle de tangage et l'angle de lacet suivent les trajectoires données respectivement. L'inversion dynamique est utilisée pour linéariser et découpler le système d'attitude des UAV en trois systèmes à une entrée et une sortie unique (SISO). Puis trois contrôleurs proportionnels (PD) sont conçus pour ces systèmes linéarisés, l'observateur de l'état étendue est utilisé pour estimer et compenser les dynamiques non modélisées et les perturbations externes.

Mots clés : control d'Attitude, inversion dynamique ,observateur de l'état étendue ,optimale par backstepping, non linéaire H^∞ , Quaternion, Drone X-31.

ملخص الهدف من هذا العمل هو القيام بدراسة اثنان وحدات تحكم غير خطية وتطبيقهما على ربات طائر. أول عنصر تحكم هو وحدة تحكم الرجوع المرحلي المثلي لمراقبة استجابة الطائرات بدون طيار في مختلف حالات وشروط العمل باستخدام متجه العناصر الأربعة و الذي يقدم تمثيلا شموليا فريدا. وحدة التحكم الثانية هي وحدة تحكم باستخدام الانعكاس الديناميكي ومراقب الحالة الممتد. الهدف من وحدة التحكم هذه هو جعل زاوية اللف و زاوية الميل وزاوية الانحراف تتبع المسارات المحددة (الأوامر) على التوالي. وحدة التحكم باستخدام الانعكاس الديناميكي تستعمل لتخطيط و تقسيم النظام الي ثلاثة أنظمة دخول و خروج وحيد. ثم نصمم ثلاث وحدات تحكم نسبي لتخطيط النظام. يستعمل مراقب الحالة الممتد لتقدير و تعويض الديناميكيات الغير المصممة و التأثيرات الخارجية.

كلمات مفتاحية : التحكم عن طريق الرجوع المرحلي, المركبات الجوية بدون طيار , الأنظمة اللاخطية, مراقب الحالة الممتد الرجوع المرحلي المثلي, متجه العناصر الأربعة

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Liste des paramètres

Acronymes

Introduction générale

I Généralités sur les drones

I.1 Introduction	1
I.2 Technologies des drones	1
I.2.1 Histoire de l'apparition et de l'évolution des drones	2
I.2.2 Classification des drones	4
I.2.2.1 Classification selon la taille	5
I.2.2.2 Classification selon le fonctionnement aérodynamique	6
I.2.3 L'utilisation des drones	8
I.2.3.1 Utilisation de drones militaires	8
I.2.3.2 Utilisation de drones civils	9
I.3 Le Quadrirotor et l'avion X-31	9
I.3.1 Le Quadrirotor	10
I.3.2 L'avion X-31	10
I.4 Capteurs embarqués sur les drones	13
I.4.1 Gyroscope	13
I.4.2 Accéléromètre	14
I.4.3 Capteur du champ magnétique (boussole numérique)	14
I.4.4 Capteur de pression d'air	15
I.4.5 Système de positionnement global (GPS)	15
I.4.6 Capteur à ultrasons	15
I.4.7 Unité de mesure inertielle (IMU)	16
I.4.8 Caméras	16
I.4.9 Télémètre laser (Lidar)	16
I.5 Équations de mouvement d'un drone	17
I.5.1 Trièdres de référence	17

Tables des matières

I.5.1.1 Repère inertiel (i)	17
I.5.1.2 Repère terrestre (e).....	17
I.5.1.3 Repère avion (b).....	18
I.5.1.4 Repère aérodynamique.....	18
I.5.2 Représentation de l'attitude	19
I.5.2.1 Représentation de l'attitude par les angles d'Euler	19
I.5.2.2 Représentation de l'attitude par la matrice de rotation.....	21
I.5.2.3 Représentation de l'attitude par le quaternion.....	19
I.5.3 Équations dynamiques des drones	23
I.5.3.1 Mouvements du Quadrirotor.....	23
I.5.3.1.1 Forces appliquées sur le Quadrirotor.....	23
I.5.3.1.2 Moments appliqués sur le Quadrirotor.....	24
I.5.3.1.3 Modèle dynamique du Quadrirotor selon Newton-Euler.....	26
I.5.3.2 Mouvement de X-31.....	29
I.5.3.2.1 Forces appliquées sue le X-31.....	29
I.5.3.2.2 Moments appliqués sur le X-31.....	30
I.5.3.2.3 Attitude de X-31.....	31
I.6 Conclusion	32
II Synthèse des techniques de contrôle	
II.1 Introduction.....	34
II.2 Théorie du contrôle.....	34
II.2.1 La théorie du contrôle classique	34
II.3 Techniques de contrôle linéaires	35
II.3.1 La technique PID	35
II.3.2 Techniques Optimales	36
II.3.2.1 La technique LQR.....	36
II.3.2.2 La technique LQG	37
II.3.2.3 La technique H_∞	38
II.4 Techniques de contrôle non-linéaires	40
II.4.1 Commande par linéarisation	40
II.4.1.1 Linéarisation locale.....	40
II.4.1.2 Linéarisation exacte	40
II.4.1.3 Linéarisation entrée/état.....	40
II.4.1.4 Linéarisation entrée/sortie	41

Tables des matières

II.4.2 Technique Backstepping.....	41
II.4.3 La commande Optimale	42
II.4.4 Technique H^∞ non-linéaire.....	42
II.4.4.1 Résoudre l'équation de Hamilton-Jacobi	44
II.4.5 Technique d'inversion dynamique	45
II.4.6 Technique mode glissant	47
II.4.7 Commandes adaptatives	47
II.4.7.1 Principe de la commande adaptative	47
II.4.7.2 Différentes techniques de commande adaptative	48
II.4.7.3 Système de commande adaptative	48
II.4.7.4 Commande adaptative directe et indirecte.....	49
II.4.7.5 La différence entre MRAC et STC.....	49
II.4 Conclusion	49
III Description des contrôleurs OBC et DIC/ESO	
III.1 Introduction	51
III.2 Description du contrôleur OBC.....	51
III.2.1 Commande d'attitude optimale	54
III.2.2 Conception du contrôleur OBC.....	56
III.2.3 Résultats de simulation du contrôleur OBC	59
III.3 Description du contrôleur DIC/ESO	63
III.3.1 Observateur de l'état étendue OBS	64
III.3.2 Conception du commande DIC/ESO	65
III.3.2 Résultats de simulation du contrôleur DIC/ESO.....	67
III.4 Étude comparative des deux contrôleurs OBC et DIC/ESO	70
III.5 Conclusion.....	71
Conclusion générale et perspectives	73

Bibliographie

Annexes

Annexe A

Liste des figures

CHAPITRE I :

Figure I-1 Les ballons "bombes"	2
Figure I-2 une torpille aérienne, standard E-1	2
Figure I-3 RP-1 de Denny, RP-4 de Denny	3
Figure I-4 Avion espion U-2,RB-47 de reconnaissance	3
Figure I-5 AQM-35, Ryan Firebee, Ryan 14	3
Figure I-6 Buraq HALE UAV prototype et Drone de livraison (Amazon)	4
Figure I-7 Épandage par hélicoptère radiocommandé en chine et diagnostic de construction par drone	4
Figure I-8 RQ-4B Global,RQ-170 Sentinel	5
Figure I-9 MQ-9 Reaper, MQ-1C Gray Eagle	5
Figure I-10 Hermes 450, RQ-7 Shadow.....	6
Figure I-11 Bayraktar, Hovereye	6
Figure I-12 Carolo P50, eBee, Techpod.....	7
Figure I-13 Le micro Delfly, Le Robobee.....	7
Figure I-14 Drones à voilure tournante	8
Figure I-15 Drone pendant la surveillance et le renseignement.....	8
Figure I-16 Drone lancé d'un porteur mobile	9
Figure I-17 Drone militaire employer comme moyen d'identification avancée	9
Figure I-18 Le Quadrirotor.....	10
Figure I-19 L'avion X-31 et quelques drones de modèle réduit de X-31	11
Figure I-20 Construction d'un Drone de modèle réduit de X-31par Kang, Hsin-Yi National Chung Kung Département d'aéronautique et d'astronautique 13 juin 2016.....	12
Figure I-21 Gyroscope	14
Figure I-22 Accéléromètre.....	14
Figure I-23 Capteur de champ magnétique	14
Figure I-24 Capteur de pression d'air	15
Figure I-25 Système GPS	15
Figure I-26 Capteur à ultrasons	15
Figure I-27 Exemple d'unité inertielle.....	16
Figure I-28 Caméra	16
Figure I-29 Télémètre laser	16
Figure I-30 La relation entre les Trièdre de référence	17
Figure I-31 repère avion (body frame).....	18
Figure I-32 Repère aérodynamique.....	19

CHAPITRE II :

Figure II-1 Fonction de transfert en boucle fermée	35
Figure II-2 Régulateur PID	36
Figure II-3 Schéma de commande LQR	37
Figure II-4 Schéma de commande LQG	38
Figure II-5 Schéma de l'observateur d'état.....	38
Figure II-6 Problème standard de H_{∞}	40

Liste des figures

Figure II-7 Digramme block d'un contrôleur SMC.....	47
Figure II-8 Principe des systèmes de commande adaptative.....	48

CHAPITRE III :

Figure III-1 cas 1 : l'erreur de quaternion pour $qd(t) = [1, 0, 0, 0]T$	60
Figure III-2 cas 2 : l'erreur de quaternion pour $qd(t) = [-1, 0, 0, 0]T$	61
Figure III-3 cas1 : L'erreur sur la vitesse angulaire.....	61
Figure III-4 cas2 : L'erreur sur la vitesse angulaire.....	62
Figure III-5 Perturbation de sortie maximale rejetée par la commande OBC.....	62
Figure III-6 la loi de commande u	63
Figure III-7 Schéma bloc de commande d'attitude basé sur l'inversion dynamique et l'ESO.....	64
Figure III-8 Angle de roulis pour $\varphi_c = 0$	68
Figure III-9 Angle de tangage pour le cas où ψ_c est une onde carrée avec amplitude 10deg et fréquence 0,1Hz.....	68
Figure III-10 Angle de lacet pour $\psi_c = 0$	68
Figure III-11 Angle de roulis pour $\varphi_c = 10$	69
Figure III-12 Exemple de cas de présence des dynamiques non modélisés par plus de 10 % de perturbation dans chaque moment d'inertie d'UAV.	69
Figure III-13 Perturbation de sortie maximale rejetée par la commande DIC avec ESO.....	70
Figure III-14 Comparaison entre les trois commandes OBC, DIC sans et avec l'observateur ESO....	70
Figure III-15 Comparaison entre l'inversion dynamique sans et avec l'observateur de l'état étendue pour le temps de montée et le pourcentage de dépassement.....	71

Liste des tableaux

CHAPITRE I :

Tableau (I.1) Les données physiques et leur symbole utilisés dans le modèle et les équations. Les données proviennent de la thèse de Snell	12
tableau (I.2) Les données physiques de modèle réduit de X-31	12

CHAPITRE III :

Tableau (III.1) Comparaison des résultats de simulation.....	71
---	----

Nomenclature

General Notation Conventions

E	Repère terrestre.
B	Repère du corps.
$[\]^E$	Vecteur exprimé dans le repère terrestre.
$[\]^B$	Vecteur exprimé dans le corps.
$[\]_G^F$	Matrice rotationnelle qui projette un vecteur en repère G sur repère F.
R_E^B	Matrice rotationnelle qui projette un vecteur dans le repère de la Terre au corps.
$\vec{\quad}$	Vecteur dans l'espace \mathbb{R}^3 .
$\hat{\quad}$	Vecteur unitaire utilisé pour représenter la base du système de coordonnées.
$\hat{i} \hat{j} \hat{k}$	Axes du repère terrestre.
$\hat{b}_x \hat{b}_y \hat{b}_z$	Axes du repère avion.
\cdot	Dérivée temporelle de la variable.
ψ, θ, ϕ	Les angles d'Euler du lacet, du tangage et du roulis de l'attitude de l'aéronef.

Convention de notation pour Quaternion

\otimes	Multiplication du quaternion.
q_0	Le premier élément du quaternion
$q_1 q_2 q_3$	L'élément x, y, z dans le quaternion
$*$	Adjoint d'un quaternion.

Conventions de notation pour la dynamique et l'aérodynamique

\vec{F}	Force
\vec{M}	Moment
M	Masse
I	Moment d'inertie.
\bar{I}	Moment d'inertie dyadique.
g	Accélération gravitationnelle, fixée à $9,81 \text{ m / s}^2$.
$\vec{\omega}$	Vecteur de vitesse de rotation du corps

Nomenclature

p, q, r	les éléments de $\vec{\omega}$ selon les axes \hat{b}_x, \hat{b}_y , and \hat{b}_z
ρ	Densité de l'air, réglée à 1.225 kg / m ³ au niveau de la mer.
V_∞	Vitesse de fluide libre.
S	Surface de l'aile de référence.
b	Envergure de l'aile
\bar{c}	Corde aérodynamique moyenne, M.A.C.
α	Angle d'attaque.
β	Angle de dérapage
μ	Inclinaison latérale de l'avion par rapport à l'horizon.
V	Vitesse de déplacement.
χ	Cap sur le plan horizontal.
γ	Angle de montée.
L, D, Y	Portance, trainée et force latérale.
T	Poussée.
C	Coefficient aérodynamique.
q	Pression dynamique du fluide.
c, a, r	Se référer au canard, à l'aileron et au gouverne de direction.
δ	Contrôle de la déviation.
δ_y, δ_z	Déviations de la tuyère TVC dans les directions \hat{b}_y et \hat{b}_z .
\bar{u}	Contrôle d'entrée
\bar{x}	États du système.
x, y, z	Coordonnées cartésiennes de C.G de quadrirotor.
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Vitesses de translation.
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Accélérations de translation.
u, v, w	Vitesses de translation.
φ, θ, ψ	Angles d'Euler.
p, q, r	Vitesses angulaires.

Nomenclature

R	Matrice de rotation.
R^b	Repère fixe lié à la terre
R^m	Repère mobile.
r	Vecteur de position.
v	Vitesse linéaire liée au quadrirotor.
Ω	Vitesse de rotation liée au même corps.
Ω_r	Vitesse relative de rotor.
I_x	Moment d'inertie suivant l'axe x.
I_y	Moment d'inertie suivant l'axe y.
I_z	Moment d'inertie suivant l'axe z .
m	Masse totale du quadrirotor.
X	Vecteur d'état.
χ_d	Etat désiré.
y	Variable de sortie.
U	Vecteur de commandes d'entrée.
l	Distance entre le C.G du quadrirotor et l'axe de rotation des hélices.
g	Accélération de la pesanteur.
ω_i	Vitesse angulaire du rotor i.
ω_{ih}	Vitesse angulaire qui assure le vol quasi-stationnaire pour le rotor i.
P	Poids du quadrirotor.
F_t	Force de trainée.
F_p	Force de portance
F_i	Force de portance produite par l'hélice i.
J	Matrice d'inertie diagonale du quadrirotor.
J_r	Matrice d'inertie de rotor.
b	Coefficient de portance.
d	Coefficient de trainée.

Nomenclature

M_x	Moment de poussée autour de l'axe x.
M_y	Moment de poussée autour de l'axe y.
M_z	Moment de trainée autour de l'axe z.
M_a	Moment résultant des frottements aérodynamiques.
M_{gh}	Moment gyroscopique des hélices.
M_{gm}	Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.
$K_{rx}K_{ry}K_{rz}$	Coefficients des frottements aérodynamiques.
$K_{tx}K_{ty}K_{tz}$	Coefficients de trainée de translation.
K_{mot}	Constante de couple mécanique.
L_{mot}	Inductance de moteur.
R_{mot}	Résistance de moteur.
i_a	Courant induit.
K_e	Constante électrique du moteur.
T_{mot}	Moment de torsion produit par le moteur.
T_{load}	Moment de torsion de charge généré par le système d'hélice.
Q	Un quaternion représentant une rotation
Ω	La vitesse angulaire du corps dans le repère avion
d	Les perturbations externes.
u	La loi de commande finale.
Q_d	Le quaternion désiré
Q_e	L'erreur sur le quaternion
Ω_{aux}	L'erreur sur la vitesse angulaire
$I_{3 \times 3}$	Matrice unitaire 3x3
q_{ev}, q_{e0}	Partie vectorielle et scalaire d'erreur sur le quaternion
j	Fonctionnelle de performance (coût)
λ	Vecteur de coût
v_i	La loi de commande virtuel du backstepping

Nomenclature

ξ_1	La nouvelle variable de commande du backstepping
z_1	L'erreur de poursuite sur le quaternion
z_2	L'erreur de poursuite sur la vitesse angulaire
P_i	Solution de matrice de Riccati
H	La fonction Hamiltonienne
Ω_d	La vitesse angulaire désirée
e	L'erreur d'observateur étendue ESO
$z_{i\phi}, z_{i\theta}, z_{i\psi}$	Estimation des angles de Roulis, tangage et de lacet
α, δ, β_i	les paramètres d'observateur
k_{pi}	Gain proportionnel
$\varphi_c, \theta_c, \psi_c$	les valeurs de commande de Roulis, tangage et lacet
k_{di}	Gain dérivative
$\Delta_i(x, \hat{u})$	Les parties non modélisées et les perturbations externes.
l, m, n	Les moments de Roulis, de tangage et de lacet

Acronymes

OBC	Optimal Backstepping Controller
DI	Dynamic Inversion
ESO	Extended State Observer
UAV	Unmanned Aerial Vehicles
MAV	Micro Air Vehicle
MALE	Medium Altitude High Endurance
HALE	High Altitude High Endurance
VTOL	Vertical Take-off and Landing
DDL	Degré de liberté
C.G	Centre de gravité
DC	Direct current
PID	Proportional Integrator Derivative
LQR	Linear quadratic regulator
SMC	Sliding Mode Controller
SISO	single input single output
MIMO	multi input multi output

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Des nombreux véhicules aériens pleinement autonomes, nommés aussi drones, existent aujourd'hui grâce aux avancées technologiques. Ces drones ont été employés avec succès pour répondre à une grande variété d'applications dans différents domaines de la surveillance, de la robotique aérienne, des opérations de recherche et de sauvetage, de la reconnaissance tactique, des recherches scientifiques, de la cartographie et d'autres. Les drones peuvent être classés selon leurs tailles et aussi selon leurs fonctionnements aérodynamiques. Pour ce dernier point, nous parlons alors des drones à voilures fixes qui ressemblent aux avions, assurant un avancement avec une grande vitesse, et des drones à voilures tournantes ou VTOLs (Vertical Take-Off and Landing) qui peuvent assurer des vols stationnaires et des vols d'avancement à faibles vitesses.

La commande des drones est très complexe et a fait l'objet de nombreux documents de recherche. La recherche sur les robots mobiles avec un degré élevé d'autonomie devient possible en raison du développement de la réduction des coûts sur l'ordinateur et des systèmes électroniques et mécaniques [1]. La détermination et le contrôle de l'attitude de l'aéronef couvrent toute l'ensemble des techniques pour déterminer l'orientation d'un aéronef et ensuite le contrôler de sorte que l'aéronef pointe dans un sens souhaité.

Différentes stratégies de contrôle ont été largement développées ces dernières décennies pour contrôler les drones à voilures fixes et les drones à voilures tournantes. Nous citons par exemple les travaux développés dans [2], [3], [4] et [5]. Les auteurs dans [2] ont développé une commande robuste Loop-shaping basée sur la valeur singulière. Les méthodes de conception basées sur LQR et LQG ont été étudiées dans [2] et [3]. Une conception et une simulation d'une commande d'attitude de tangage pour un petit véhicule aérien sans pilote ont été faites dans [4]. De même, la commande robuste par mode glissant et la commande H_∞ par retour d'état ont été réalisées dans [5], [10] et [5] pour contrôler les VTOLs de type Quadrotor. Dans [6], les auteurs ont développé un contrôleur basé sur la technique du backstepping en raison des nombreuses applications en ingénierie et des différents avantages procurés par cette méthode de commande. L'avantage principal est d'éviter l'annulation des non-linéarités utiles [6]. De plus, la méthode du backstepping, basée sur la théorie de Lyapunov pour la conception de la commande, s'est avérée particulièrement bien adaptée aux problèmes de la commande des systèmes lagrangiens [7]. Elle a prouvé son efficacité pour les robots volants. Nous citons quelques références utilisant cette technique : la commande de l'angle d'attaque et dérapage dans [8], la commande de roulis à partir de la vitesse d'air et de la position dans [9]. Néanmoins, le coût de la commande par backstepping reste très élevé.

De nombreuses publications pratiques liées aux commandes optimales pour des véhicules aériens sans pilotes (drone) ont vu le jour. Une méthode utilisée dans le développement d'un Quadrotor expérimental a exploré les limites de la commande LQG linéaire utilisée. Cette étude

a suggéré la conception de commande SDRE non linéaire. Dans [10], le SDRE permet de commander l'attitude et la vitesse d'un drone de surveillance à proximité de la zone de recherche et de sauvetage. Dans [11], une commande en temps réel de vol de petits hélicoptères autonomes dans le cas des trajectoires agressives est développée. La synthèse d'une commande optimale lorsque le modèle du système est considéré dans sa globalité s'avère difficile à obtenir à cause de la difficulté de la résolution de l'équation HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) qui est une équation aux dérivées partielles du premier ordre et le fait que le système est non linéaire et d'ordre très élevé. La technique du backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problème. Pour les avions de combat à réaction, la possibilité de faire des manœuvres à taux élevé, également connues sous le nom de la super-maniabilité, est une propriété de vol essentiel. Pour atteindre cette dynamique extrême, la capacité de faire des manœuvres à angle d'incidence AOA (Angle Of Attack) élevé est une qualité importante. Depuis la non-linéarité de l'aérodynamique lors d'un vol à haut niveau d'AOA, la clé pour réaliser une telle opération est une commande qui peut gérer un tel système avec un couplage aérodynamique et inertiel non linéaire. Parmi les HARV (High Angle-of-attack Research Vehicle) les plus connus, citons le F-18 et l'avion que nous utilisons dans ce mémoire le X-31 (canard drone)[13].

Le X-31 est un projet commun entre les États-Unis et l'Allemagne développé conjointement par les firmes Rockwell et MBB afin d'étudier le gain en manœuvrabilité offert par une poussée vectorielle associée à des commandes de vol électriques permettant de garder le contrôle de l'appareil à très forte incidence. Le problème pour tout avion de combat qui veut atteindre l'agilité et le vol supersonique est la nature instable pendant une opération subsonique où certaines des opérations les plus extrêmes s'effectuent. Pour contrôler un aéronef instable dans des conditions d'AOA élevées, souvent accompagnées de manœuvres à taux élevé, une commande non linéaire doit être déployé pour éliminer le couplage dynamique et obtenir une agilité maximale sans perte de contrôle. Il y a des théories de contrôle capables de gérer la situation, comme la méthode du backstepping [8] ou la méthode d'inversion de la dynamique non linéaire NDI (Nonlinear Dynamic Inversion) [13][14].

Parfois, les techniques de contrôle non-linéaires classiques deviennent incapables d'assurer une bonne stabilité du système. Cela est due à la forte non-linéarité des systèmes et de forts couplages entre les dynamiques ainsi que des fortes perturbations aérodynamiques ou externes. Récemment, des solutions ont été proposées pour éviter les instabilités causées par les problèmes cités ci-dessus. Ces solutions reposent sur l'intégration d'au moins deux méthodes de contrôle non-linéaires classiques dans le but de profiter des avantages de l'une de l'autre. Par exemple, les auteurs dans [35] ont développé une stabilisation robuste d'un Quadrotor en présence de défaillances de capteurs et en tenant compte des défauts d'actionneurs. Une commande backstepping floue et robuste à mode glissant a été également, proposée dans [51] pour un drone sous-actionné sous des perturbations externes et à paramètres incertains. Plusieurs travaux associant la commande optimale et le backstepping ont vu le jour. Dans [15], une commande optimale pour les systèmes de la navigation dans des environnements

encombrés est proposée. Les auteurs dans [16] proposent une commande optimale H_∞ non linéaire par backstepping pour le Quadrirotor afin de stabiliser les mouvements de rotations. Dans [17], une commande optimale de l'attitude basée sur la technique du backstepping est développée. Toutes ces publications ont traité le problème du nombre élevé d'équations différentielles en exigeant la connaissance complète de la dynamique ou en réglant uniquement le problème de l'attitude.

Dans ce mémoire, nous allons présenter deux contrôleurs non-linéaires intégrés. Le premier contrôleur est le contrôleur OBC (Optimal Backstepping Controller) développé dans [18]. Il est conçu en se basant sur la technique optimal H_∞ non-linéaire et la technique Backstepping. Cette stratégie est appliquée sur un Quadrotor dont l'attitude est représentée par le vecteur quaternion pour éviter les problèmes de singularités dans les formulations mathématiques des angles d'Euler. Le deuxième contrôleur est le contrôleur robuste DIC/ESO (Dynamic Inversion Controller/Extended State Observer) développé dans [19] dont les techniques d'inversion de la dynamique et PD (Proportionnel dérivé) sont intégrées. Un observateur d'état étendu ESO est conçu pour estimer les termes non modélisés ou toutes autres perturbations affectant le système. Ce contrôleur est employé sur le drone X-31. La raison pour le choix du drone X-31, en plus de ces avantages de super-maniabilité et sa capacité de faire des manœuvres à angle d'incidence (AOA) élevé où les drones conventionnels perdent le contrôle, est que le champ de recherche rencontre toujours des défis en ce qui concerne le contrôle et la stabilité, parce que l'aérodynamique de la configuration du drone à aile fixe et canard est complexe et nécessite une analyse approfondie [12]. Une étude comparative entre ces deux contrôleurs en terme de performance est réalisée.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le chapitre 1 est une introduction générale au monde des drones en général et des drones Quadrotor et X-31 en particulier. Les équations de mouvement rotationnel du Quadrotor et de X-31 sont décrites.

Le chapitre 2 présente une synthèse sur les contrôleurs existés dans la littérature. Nous citons quelques contrôleurs tels que les contrôleur Backstepping, H_∞ , PD et d'inversion dynamique.

Dans **le chapitre 3**, nous détaillons la conception des deux contrôleurs OBC et DIC/ESO. Les lois de contrôle conçues sont alors décrites en détail et des simulations sont analysées et discutées.

Enfin, une conclusion générale résume le travail avec quelques perspectives proposées.

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS SUR LES DRONES

I.1 Introduction

Les drones sont des engins volants qui sont capables de transporter des caméras, des capteurs, des équipements de communication ou d'autres dispositifs. Ils sont utilisés pour réaliser des missions de reconnaissance, de recherche d'informations ou des opérations de combat.

Dans ce chapitre nous allons voir leur historique et leur classification, exposer les différents types de drones, parler de leurs domaines d'application et leurs utilisations dans le domaine civil et militaire.

I.2 Technologies des drones

Le terme anglais « drone » désigne d'abord et surtout un avion-cible. Un aérodyne automatisé et le système associé de mise en œuvre sont aussi appelés « UAV » (pour « Unmanned Aerial Vehicle », soit « véhicule aérien sans humain à bord ») et de plus en plus souvent « UAS » (pour « Unmanned Aircraft System », soit « système d'aéronef(s) sans humain(s) à bord »)[20].

Un UAV ou « Drone » est un aéronef inhabité qui utilise les forces aérodynamiques pour produire un vol. Il peut être piloté à distance, autonome ou semi autonome. Il est susceptible d'emporter différentes charges utiles, le rendant capable d'effectuer des tâches spécifiques pendant une durée de vol qui peut varier en fonction de ses capacités[21].

Son utilisation a d'abord été connue dans les applications militaires comme la surveillance et la reconnaissance et comme plateforme de désignation de cible ou comme arme. Puis, plusieurs applications civiles sont devenues concurrentes, notamment dans l'observation des phénomènes naturels (Avalanches, volcans...), la pulvérisation des pesticides sur les surfaces agricoles, la surveillance de l'environnement (exemple : mesures de la pollution et sécurité incendie) et des réseaux routiers, la maintenance des infrastructures, la recherche et sauvetage, ainsi que des applications industrielles (exemple : inspections de canalisation des usines) ...etc.

Les deux principaux avantages d'un UAV par rapport à un aéronef standard sont :

- La miniaturisation possible.
- L'évolution dans un environnement « terne, sale et dangereux » inadapté aux pilotes humains.

Ces avantages ont été reconnus très tôt dans le domaine militaire mais sont également valables dans le domaine civil. La miniaturisation permet de réduire les coûts de fabrication et de

fonctionnement, ainsi qu'une mise en œuvre plus simple qui ne nécessite ni installations au sol ni expert en pilotage.

I.2.1 Histoire de l'apparition et de l'évolution des drones

Les lourdes pertes humaines et matériels subies durant la première et la seconde guerre mondiale par les deux antagonistes furent l'origine de l'idée d'engins volant sans pilote, mais l'histoire des drones débuta bien avant [22].

Le 22 août 1849 fût Le premier usage enregistré d'un véhicule aérien non-piloté quand les Autrichiens attaquèrent l'Italie « ville de Venise » avec des ballons non pilotés chargés des explosifs (Figure I.1).



Figure I.1: Les ballons "bombes"

En 1883, Douglas Archibald attachait un anémomètre à un cerf-volant et réussit à mesurer la vitesse du vent à des altitudes de 400m. Quelques années plus tard, Arthur Batut équipa un cerf-volant d'un appareil photo et réussit à prendre une photo ce qui a donné naissance des premiers engins volant pour la surveillance et la détection.

Le premier avion sans pilote, destiné à l'utilisation en tant que « missiles de croisière », ont été construits pendant la première guerre mondiale. Le 12 septembre 1916, un avion automatique de Hewitt-Sperry, autrement connu comme « bombe de vol », fit son premier vol démontrant le concept d'un avion non piloté. En 1916, au Royaume-Uni, fut conçu l'Aerial Target, un projet d'avion-cible. En 1917, aux États-Unis, le projet « Hewitt-Sperry automatic-air-plane » des ingénieurs Elmer Ambrose Sperry, Lawrence Sperry et Peter Cooper Hewitt s'est développé. En France le 2 juillet 1917, le pilote Max Boucher fait voler un avion Voisin sans l'intervention de l'homme sur 1 km.



Figure I.2: Torpille aérienne, standard E-1

Après la première guerre mondiale, le premier drone français stricto sensu a été conçu, réalisé et expérimenté dès 1923. Dans les années 1934-1938, des prototypes d'avions-cibles autonomes furent construits au Royaume-Uni et aux États-Unis où le Radio avion OQ-2 fut construit à plusieurs exemplaires. En 1935, il démontra un bourdon de cible de prototype RP-1 (Figure I.3) à l'armée des USA.



Figure I.3:Drones RP-1 et RP-4 de Denny

Le grand essor des drones date de l'époque des guerres froide, de Corée, de Viêtnam et du Golf. A cette époque, les drones ont été développés de façon confidentielle et employés par les USA pour espionner ces pays entre les années 60 et 90. Le 1 mai 1960, un avion espion U-2 (Figure I.4) de l'armée américaine fut abattu par l'armée soviétique lors de sa mission de photographie dans l'espace aérien de l'URSS. Le 1^{er} juillet de la même année, le RB-47 (Figure I.4) fut aussi abattu par les soviétiques en survolant les frontières de l'union soviétique.



Figure I.4:Avions espion U-2 et de reconnaissance RB-47

Pendant la guerre du Vietnam en 1962, la société « Ryan Aeronautical » modifia ses drones de cibles BQM-34 en drones de reconnaissance AQM-34 et AQM-35. Durant cette période, les américains développaient d'autres drones à longue portée de reconnaissance et plus spécialisés dans le domaine tels que le Ryan « model 147 » et Lockheed « D-21 »



Figure I.5: AQM-35, Ryan Firebee et Ryan 147

A partir des années 2000 et grâce aux progrès technologiques par exemple dans l'électronique, l'avionique, la communication, la mécanique, le contrôle automatique, le système de navigation par satellite (GPS) et d'autres, le drone a fait son entrée dans le monde civil pour des applications professionnelles qui demandent des vitesses de déplacement lentes telles que la cinématographie du sport, le diagnostic de la construction (par exemple, en analyse structurale thermique) ou dans la livraison[20]. En juin 2014, les États-Unis autorisent le premier vol d'un drone à usage commercial, avec l'envoi d'un appareil en Alaska. Le marché du drone est actuellement en pleine expansion, son chiffre d'affaires étant passé de 62 millions d'euros en 2012 à une estimation de 288 millions d'euros en 2015. En 2016, les autorités néerlandaises annoncent avoir dressé des aigles et les avoir postés aux alentours de sites sensibles (installations militaires, centrales nucléaires) pour que ces derniers attrapent des drones volant au-dessus du périmètre interdit, et les ramènent au sol.



Figure I.6: Prototypage Buraq HALE UAV et drone de livraison



Figure I.7: Épandage par hélicoptère radiocommandé en chine et diagnostic de construction par drone

I.2.2 classification des drones

Les drones aériens peuvent être classés selon plusieurs critères[22] : la taille, le fonctionnement aérodynamique, la capacité d'emport des armements pour les drones militaires....etc.

I.2.2.1 Classification des drones selon la taille

Les drones sont de différentes tailles allant de plus grands drones aux micro-drones. Ils sont classés comme suit.

- **Les drones HALE :**

Les drones HALE (Haute Altitude Longue Endurance de l'anglais High Altitude, Long Endurance) font partie de la classe de grande taille et le plus souvent à voilure fixe. Ayant une autonomie de plusieurs jours pour certains. Ils sont chargés de missions de surveillance et de reconnaissance à haute altitude (jusqu'à 20km). Ces drones ont une masse supérieure à 10 tonnes avec une envergure de 20 à 40m.



Figure I.8: Exemples des drones HALE, RQ-4B Global et RQ-170 Sentinel

- **Les drones MALE :**

Les drones MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance de l'anglais Medium Altitude, Long Endurance) sont utilisés pour des vols de plus longue durée à une altitude opérationnelle moyenne de 10 à 15 km et ayant une autonomie d'une trentaine d'heures. Ils sont déployés pour des missions de reconnaissance aériennes. Leur masse est généralement inférieure à 10 tonnes et sont capables de voler jusqu'à 12000m dans un rayon d'action inférieure à 1000 km avec une vitesse qui varie entre 220 et 360 km/h.



Figure I.9: Exemples des drones MALE, MQ-9 Reaper et MQ-1C Gray Eagle

- **Les drones TUAV :**

Les drones TUAV (de l'anglais Tactical Unmanned Aerial Vehicles) est une classe de drones caractérisée par une taille un peu grande avec une envergure d'environ 10m avec une masse qui peut atteindre jusqu'à 1 tonne, ayant une autonomie d'une dizaine d'heures et évoluant à moins de 5 000 mètres d'altitude. Ils sont destinés à surveiller le théâtre des opérations à petite

échelle et à servir le cas échéant de relais de communication. Les capacités d'endurance requises pour ce genre de missions, de 1 à 8h [28], privilégient les configurations à voilure fixe. Ils peuvent atteindre une vitesse de 700km/h dans un rayon d'action entre 30 et 500km pour un plafond de 500m.



Figure I.10:Exemples des drones TUAV, Hermes 450 et RQ-7 Shadow

- **Les Mini UAV :**

Les mini drone sont de petite taille avec une envergure d'environ 50cm et une masse de 2 à 5 kg. Ils peuvent effectuer leurs missions avec une endurance un peu faible (30mn) dans un rayon d'action qui peut atteindre jusqu'à 10km. Ils sont destinés essentiellement pour la collecte des renseignements dans les combats rapprochés. Leur capacité de décollage et d'atterrissage verticaux rend leur application considérable dans des environnements encombrés.



Figure I.11: Exemples des mini-drones, Bayraktar et Hovereye

I.2.2.2 Classification des drones selon le fonctionnement aérodynamique

Le fonctionnement aérodynamique des drones fournit aussi une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être classés principalement en trois familles : Drones à voilure fixe, drones à ailes battantes (ornithoptères) et drones à voilure tournante.

- **Drones à voilure fixe :**

Ces configurations sont constituées d'une paire d'ailes assurant la sustentation, un fuselage, une dérive et un empennage. La propulsion est assurée par une ou plusieurs hélices. Ces mini-drones sont capables d'atteindre une vitesse de 65 kilomètres par heure à un plafond de plus de 100 mètres.



Figure I.12:Exemples des drones à voilure fixe, Carolo P50, eBee et Techpod

L'inconvénient principal de ces configurations est qu'elles n'autorisent pas le vol stationnaire, des vols à basse vitesse et à basse altitude et aussi le besoin de piste de décollage ou d'atterrissage.

- **Drones à ailes battantes ou ornithoptères :**

Pour ces drones, la sustentation et le pilotage sont assurés grâce à des ailes battantes. Ils sont dotés d'une capacité de vol avec des trajectoires similaires à celles des insectes ou du colibri et de vol stationnaire à basses vitesses comme les voilures tournantes. Ces configurations permettent des manœuvres agiles tout en étant plus discrètes que les voilures tournantes ce qui représente un autre avantage certain pour les missions de reconnaissance ou de surveillance.



Figure I.13:Exemples des drones à ailes battantes, Le micro Delfly et Le Robobee

- **Drones à voilure tournante :**

Les engins à voilure tournante sont des appareils volants ayant la capacité de décoller, voler et atterrir verticalement (ADAV, en anglais Vertical Take-off and Landing aircraft ou VTOL) et donc n'ont pas besoin de piste de décollage ou d'atterrissage. Ils utilisent des voilures tournantes ou rotors multiples pour voler en état stationnaire au-dessus d'une zone précise ou encore des vols à basse vitesse et à basse altitude. Ils peuvent réaliser une très grande variété de missions.





Figure I.14:Drones à voilure tournante

I.2.3 Utilisation des drones

Les drones sont utilisés généralement pour les missions de surveillances et dans la récolte d'information dans les champs de batailles. En plus de ses applications militaires, les drones sont aussi utilisés dans des applications civiles telles que l'agriculture ou la surveillance de zone[23].

I.2.3.1 Utilisation de drones militaires

Trois grandes catégories de missions militaires sont confiées aux drones :

- ✓ La surveillance et le renseignement
Ils répondent à la très grande capacité d'observation aérienne et d'écoute ainsi aux exigences modernes de continuité du renseignement par la permanence spatiale et temporelle.



Figure I.15:Drone pendant la surveillance et le renseignement

- ✓ Le support au combat
Ils remplacent les satellites de communication géostationnaires et gênent l'ennemi tout en assurant la protection électromagnétique des frappes aériennes par aéronefs ou missiles



Figure I.16: Drone lancé d'un porteur mobile

- ✓ Le combat proprement dit
Ils sont employés comme moyen d'identification avancée sous contrôle d'un avion de combat piloté.



Figure I.17: Drone militaire employé comme moyen d'identification avancée

I.2.3.2 Utilisation de drones civils

Comme dans le domaine militaire, les exemples d'applications potentielles peuvent se diviser en plusieurs grandes catégories :

- a. La surveillance et l'observation :
 - ✓ Etudes scientifiques
 - ✓ Etude de l'atmosphère, des sols et des océans
 - ✓ Surveillance d'urgence
 - ✓ Incendies des forêts, avalanches
 - ✓ Recherche et sauvetage
- b. Des missions exploitant le vecteur aérien :
 - ✓ Transport de fret
 - ✓ Cartographie
 - ✓ Utilisation par l'industrie cinématographique
- c. Des missions spécifiques :
 - ✓ Relais de communications
 - ✓ Missions dangereuses (détection de gaz toxiques, radiations)
 - ✓ Recherche et sauvetage (mer, montagnes, désert...)

I.3 Le Quadrirotor et l'avion X-31

Dans notre projet, on s'intéresse en particulier aux Quadrirotors et aux drones basés sur le model d'avion de combat X-31.

I.3.1 Le Quadrirotor

Le quadrirotor est un appareil moins compliqué appartenant aux mini-drones. Il comporte quatre rotors pour sa sustentation et sa propulsion (Figure I.18) : deux tournent dans un sens (rotatifs) et deux tournent dans l'autre sens (contre rotatifs) pour compenser le couple de lacet. Le mouvement vertical de l'appareil s'effectue en augmentant (montée) ou diminuant (descente) le régime des quatre rotors. Le mouvement en lacet s'effectue en augmentant la vitesse du couple rotatifs et diminuant celle du couple contre rotatifs (virage à gauche). Tandis que les mouvements en roulis et en tangage s'obtiennent tout en augmentant la vitesse d'un rotor et diminuant la vitesse de l'autre du même couple. La portance et le couple du quadrirotor sont alors contrôlés via la vitesse du rotor [6].



Figure I.18: Le Quadrirotor

I.3.2 L'avion X-31

L'avion X-31 est un avion à réaction expérimental germano-américain développé conjointement par les firmes Rockwell et MBB afin d'étudier le gain en manœuvrabilité offert par une poussée vectorielle associée à des commandes de vol électriques permettant de garder le contrôle de l'appareil à très forte incidence. Il s'agit actuellement du programme d'essai le plus complet en matière de recherche sur la poussée vectorielle. Le X-31 est aussi le premier appareil de la série des avions-X à avoir été piloté par un pilote d'essai non américain[24].

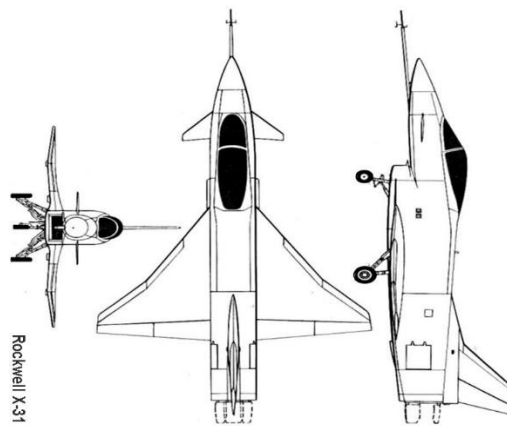


Figure I.19: L'avion X-31 et quelques drones de modèle réduit de X-31

Le développement des missiles air-air força les états-majors de NATO à considérer de nouveau la manœuvrabilité d'un appareil comme une caractéristique indispensable pour lui permettre de se mesurer à ses adversaires lors de combats à courte distance. En 1987, la DARPA et le BWB décident donc de concevoir conjointement un démonstrateur technologique hautement manœuvrable capable d'évoluer sous fort facteur de charge, à faible vitesse et à forte incidence. C'est une étape importante pour implémenter et vérifier le développement de l'algorithme de contrôle dans un véhicule réel. Malheureusement, il est impossible d'avoir un véritable avion X-31 à tester. Quelques universités utilisent une sorte de modèle réduit de X-31[25] (voir Figure I.20). Les tableaux I.1 et I.2 ci-dessous regroupent tous les paramètres physiques de X-31 et son modèle réduit.

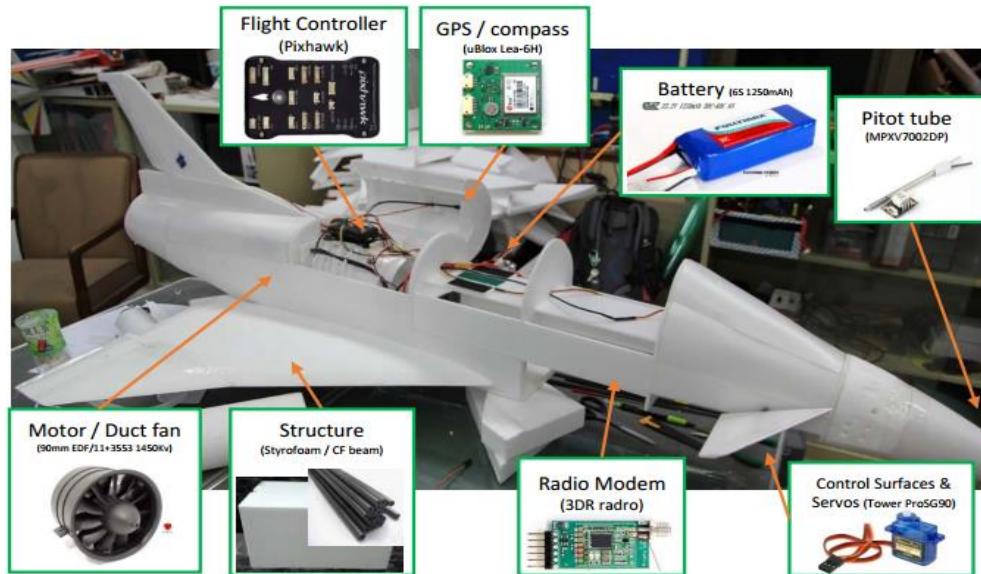


Figure I.20: Construction d'un Drone de modèle réduit de X-31 par Kang, Hsin-Yi National Chung Kung Département d'aéronautique et d'astronautique 13 juin 2016

Tableau I.1: Les données physiques et leur symbole utilisés dans le modèle réel et les équations [13]

symbole	description	valeur	unité
M	La Masse	10617	Kg
I_{xx}	Moment d'inertie de Roulis	22682	$Kg.m^2$
I_{yy}	Moment d'inertie de Tangage	77095	$Kg.m^2$
I_{zz}	Moment d'inertie de Lacet	95561	$Kg.m^2$
I_{xz}	Produit de moment d'inertie	1125	$Kg.m^2$
S	Surface des ailes de référence	57.7	m^2
b	Envergure des ailes	13.11	m
\bar{c}	La corde aérodynamique moyenne	4.4	m
x_p	Pilote devant centre de gravité	7	m
x_c	Canard devant centre de gravité	9.68	m
x_r	Gouverne après centre de gravité	7.91	m
x_T	Tuyère du moteur après centre de gravité	8.5	m

Tableau I.2: Les données physiques de modèle réduit de X-31 [25]

	Description	Value	Unit		Description	Value	Unit
M	Masse	1.76	kg	τ	M.A.C	0.023	m
I_{xx}	Moment inertiel	0.029	Kg. m ²	T_{max}	poussé statique Max	1950	g
I_{yy}	Moment inertiel	0.246	Kg. m ²	$\delta_{c \max}$	l'angle canard Max	+30-90	Deg
I_{zz}	Moment inertiel	0.227	Kg. m ²	$\delta_{r \max}$	L'angle Ail/rud max	+30	Deg
I_{xz}	Moment inertiel	0.047	Kg. m ²	$\delta_{r \max}$	angle TVC Max	+/-15	Deg
S	Surface de référence	0.3357	m ²	x_T	Tuyère après C.G	0.65	M
b	Envergure des ailes	1	m ²	V_{bat}	Voltage batterie	22.2	v

Les avantages et les inconvénients de configuration canard pour les drones à aile fixe sont [12]:

Avantages :

- ✓ Les canards produisent une portance positive et réduisent donc la traînée totale de l'avion (les queues horizontales produisent une portance négative pour équilibrer le moment de l'aile).
- ✓ Les canards assurent un contrôle supérieur du décrochage, la configuration canard étant conçue de telle sorte que l'aile avant cale devant les ailes principales.
- ✓ Les canards permettent un meilleur contrôle de l'aéronef à grands angles d'attaque. Ceci est important dans les avions de combat très manœuvrables.
- ✓ Les instabilités inhérentes aux canards peuvent, lorsqu'elles sont couplées à un système de contrôle automatisé, donner à l'aéronef une maniabilité beaucoup plus grande que les dispositifs arrière.
- ✓ Les canards peuvent atteindre des rapports de portance-traînée mieux ajustés que les arrangements d'arrière-queue lorsqu'ils sont conçus avec soin.

Inconvénients :

- ✓ Les vortex perdus et produits par le canard font que l'aile principale fonctionne avec une efficacité sous-optimale ce qui nécessite une plus grande surface pour générer la même quantité de portance qu'une conception conventionnelle.
- ✓ Une conception soignée est nécessaire pour maintenir la stabilité statique et le contrôle de l'avion,
- ✓ Nécessité souvent des systèmes de contrôle automatisés complexes.
- ✓ Le calibrage des canards est beaucoup plus critique que le calibrage arrière. En réalité, les performances de l'aéronef sont gravement affectées lorsque le canard est trop petit ou trop grand.
- ✓ Il est plus complexe de concevoir une configuration canard efficace que l'arrangement de la queue arrière, et il y a un grand nombre de variables à prendre en compte pour tout bénéfice dans la conception à réaliser, y compris l'espacement, le décalage, la distance entre les ailes du canard, l'impact de vortex sur l'aile principale et d'autres.

I.4 Capteurs embarqués sur les drones

Les drones sont équipés par plusieurs capteurs qui servent principalement à effectuer des mesures tridimensionnelles (position, vitesse, accélération, orientation). Ces mesures permettent d'alimenter des entrées de la commande en temps réel. Dans ce qui suit, nous citons quelques capteurs utilisés pour le pilotage, la navigation, le contrôle et la connaissance de l'environnement de vol.

I.4.1 Gyroscope

Le gyroscope mesure les vitesses angulaires dues à la rotation du repère attaché au véhicule autour du repère inertiel. L'intégration de ces mesures donne l'attitude du véhicule.

Les gyroscopes les plus utilisés actuellement sont basés sur l'analyse de vibration, comme le cas des gyroscopes VSG (Vibratory Structure Gyroscopes), ou sur les principes d'optiques employant l'interférence de la lumière (l'effet de Sagnac), comme l'exemple des gyroscopes à fibre optique FOG (Fiber Optic Gyroscopes) et des gyrolasers RLG (Ring Laser Gyroscopes) [51].

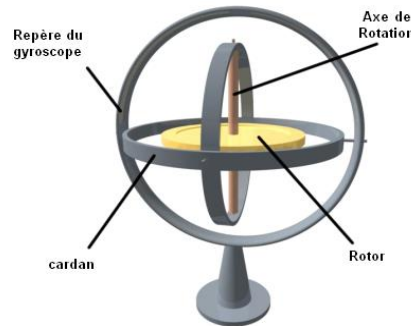


Figure I.21:Gyroscope

I.4.2 Accéléromètre

L'accéléromètre est un capteur qui se comporte comme une masse couplée par un ressort (voir Figure I.22). Son objectif est de mesurer l'accélération apparente a qui est la différence entre l'accélération linéaire du véhicule et l'accélération gravitationnelle g obtenue en se basant sur la deuxième loi de *Newton* [51].

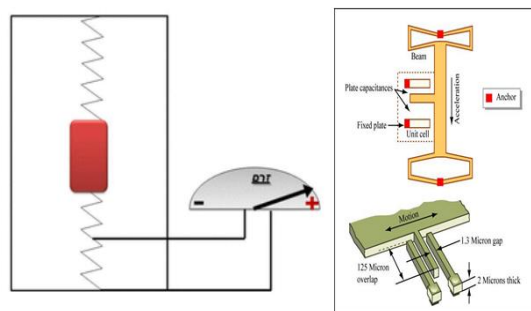


Figure I.22:Accéléromètre

I.4.3 Capteur du champ magnétique (boussole numérique)

Ce capteur fournit les mesures du champ magnétique terrestre (intensité et/ou direction). Néanmoins, ce capteur est affecté par plusieurs effets dus aux changements de température, aux parasites magnétiques générés par des moteurs électriques ou d'autres objets magnétiques voisins ce qui limite son utilisation [51].



Figure I.23:Capteur du champ magnétique

I.4.4 Capteur de pression d'air

Le capteur de pression mesure la pression atmosphérique. Cette mesure peut être utilisée pour mesurer l'altitude. La mesure dépend fortement des changements climatiques.

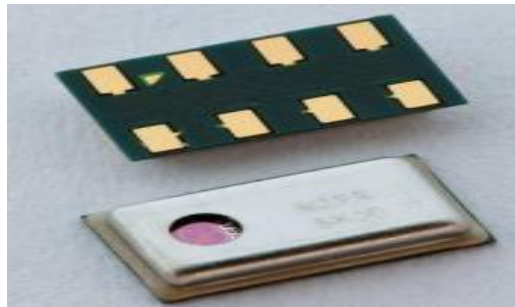


Figure I.24: Capteur de pression d'air

I.4.5 Système de positionnement global (GPS)

Le système GPS (Global Positioning System) est un système de navigation par satellites conçu par le ministère de la défense américain DoD (Department of Defense). Il détermine la position en 3D du véhicule, à partir des mesures des pseudo-distances fournies par le récepteur, et la vitesse linéaire du véhicule à partir des mesures de la fréquence Doppler du signal reçu par le récepteur. Chaque satellite transmet un signal radio contenant sa position et le temps de transmission. Le récepteur GPS calcule la pseudo-distance entre le satellite et le récepteur. La position peut être calculée géométriquement à partir de 4 mesures de distance [52].



Figure I.25: Système GPS

I.4.6 Capteur à ultrasons

Le capteur à ultrasons est un capteur de distance utilisé généralement pour mesurer la hauteur au-dessus du sol [52].

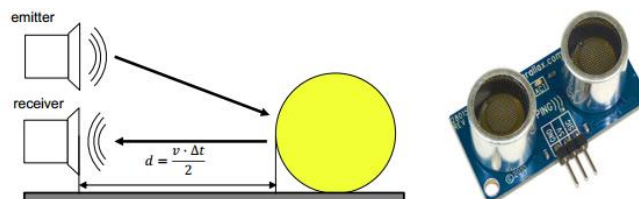


Figure I.26: Capteur à ultrasons

I.4.7 Unité de mesure inertielle (IMU)

L'unité de mesure inertielle IMU (Inertial Measurement Unit) est un dispositif qui comporte des capteurs inertiels placés sur le véhicule. Ces capteurs contenus sont : accéléromètre triaxial, gyroscope triaxial et magnétomètre qu'on les a définis au-dessus [52].



Figure I.27: Exemple d'unité inertielle

I.4.8 Caméras

Les caméras peuvent être montées sur les drones pour fournir une information visuelle sur le milieu environnant. Cela se fait par estimation de position et d'orientation par rapport aux objets observés. La figure I.28 montre un exemple de camera mesurant le nuage de points 3D en une seule fois.

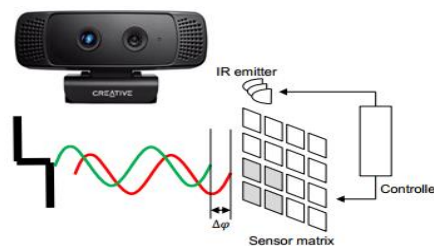


Figure I.28: Caméra

I.4.9 Télémètre laser (Lidar)

Le télémètre laser permet de fournir les mesures de distance par rapport à une cible éloignée ou par rapport au sol. Le principe de mesure repose sur la transmission d'un signal qui se propage du télémètre vers la cible ensuite retourné par réflexion, et la distance se déduit par mesure du temps séparant l'émission de la réception [52].

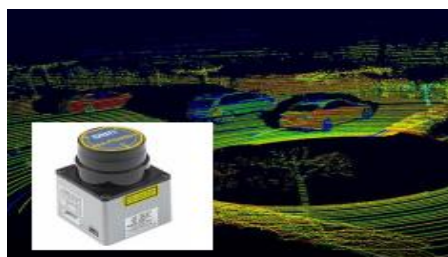


Figure I.29: Télémètre laser

I.5 Équations de mouvement d'un drone

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les équations de mouvement d'un drone, en particulier celles du Quadrirotor et de X-31, après avoir cité les repères des coordonnées utilisés et les différentes représentations de l'attitude.

I.5.1 Trièdres de référence

Les forces et les moments qui s'exercent sur un appareil doivent être exprimés dans un repère convenablement défini. L'aérodynamique et la mécanique du vol font parfois appel à des repères différents et il convient d'y accorder une attention particulière. Des conventions en matière d'orientation et de notation ont été établies[26]. Quelques repères de coordonnées sont définis dans la figure ci-dessous.

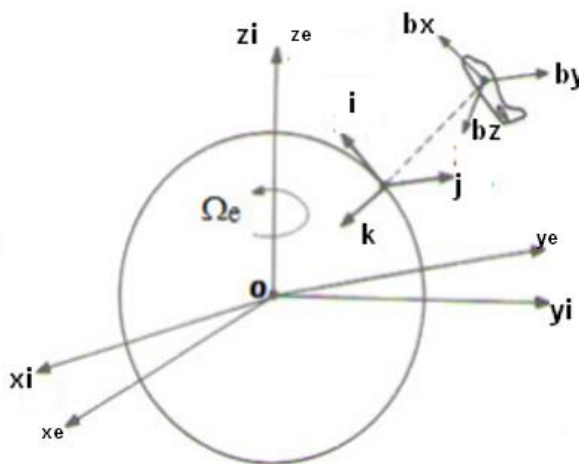


Figure I.30 :Relation entre différents trièdres de référence

I.5.1.1 Repère inertielle (i)

Un trièdre inertielle est défini comme étant soit fixe dans l'espace ou en mouvement à vitesse constante. En dynamique du vol, il est nécessaire de spécifier un trièdre (repère) inertielle de référence car les lois fondamentales de la mécanique classique sont valides seulement que dans un repère inertielle [26].

Le repère inertielle est décrit comme suit (Figure I.30) :

- L'origine O est au centre de masse de la Terre.
- L'axe z_i est l'axe de rotation de la terre autour du pôle Nord.
- L'axe x_i est dans le plan équatorial pointant vers l'équinoxe de printemps.
- L'axe y_i complète un système orthogonal.

I.5.1.2 Repère terrestre (e)

La position dans l'espace d'un objet mobile est a priori définie dans un repère "fixe", c'est-à-dire lié à la terre. Ce repère est défini comme suit :

- L'origine O est le centre de la terre,

- L'axe z_e est l'axe de rotation terrestre,
- L'axe x_e est l'axe joignant le centre de la terre et le point d'intersection de l'équateur avec le méridien de Greenwich,
- L'axe y_e complète un système orthogonal.

I.5.1.3 Repère avion (b)

Ce trièdre est rigidement lié à l'appareil (considéré lui-même comme rigide). Il est défini par :

- O est l'origine conventionnelle des axes située dans le plan de symétrie de l'avion et qui peut-être le centre de gravité,
- les axes \hat{b}_x et \hat{b}_z sont deux sens rectangulaires arbitrairement choisis dans le plan de symétrie de l'avion,
- \hat{b}_x est orienté positivement de l'arrière vers l'avant de l'avion,
- l'axe \hat{b}_z , normal à \hat{b}_x , est orienté positivement vers le ventre de l'avion,
- l'axe \hat{b}_y complète le trièdre positif (il est donc orienté positivement vers la droite du pilote).

Ce trièdre est utilisé pour exprimer les forces de propulsions et à l'expression des moments.

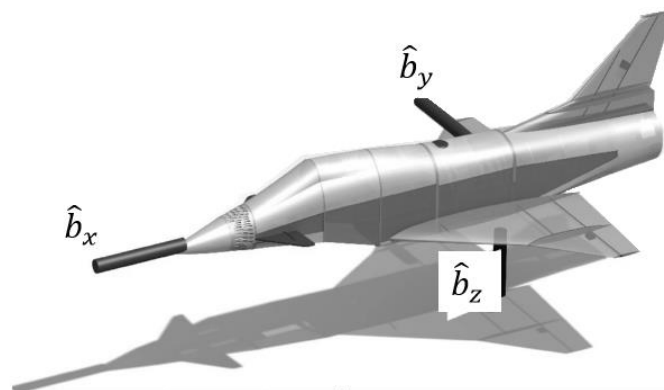


Figure I.31 : Repère avion (body frame)

I.5.1.4 Repère aérodynamique

Ce trièdre est lié à la vitesse de l'avion (c'est le repère soufflerie). Il est défini par [25]:

- l'axe $\hat{\mu}_x$ est porté par la vitesse et orienté positivement dans le sens de la vitesse,
- l'axe $\hat{\mu}_z$ est perpendiculaire à $\hat{\mu}_x$, situé dans le plan de symétrie de l'avion, et orienté positivement vers le ventre de l'avion,
- l'axe $\hat{\mu}_y$ complète le trièdre positif.

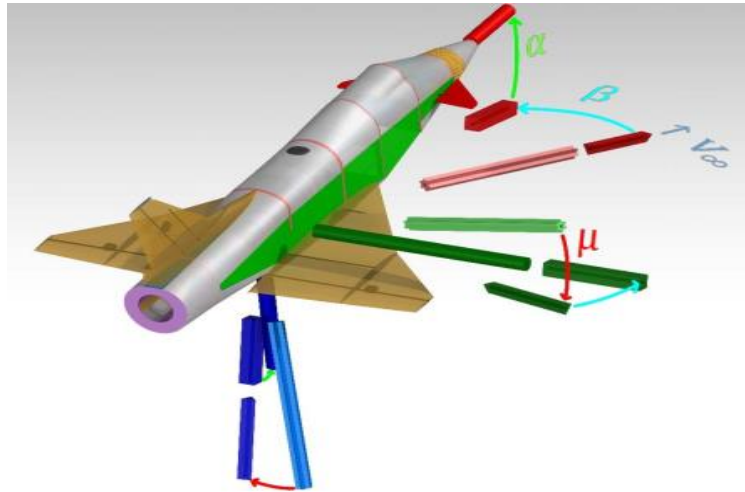


Figure I.32: Repère aérodynamique

α et β sont les angles d'incidence et de dérapage respectivement.

Le repère aérodynamique est souvent utilisé pour exprimer les forces aérodynamiques. Les coefficients aérodynamiques sont pratiquement toujours exprimés dans ce repère. L'orientation des axes de ce trièdre aérodynamique n'est pas liée "rigidement" à l'avion mais à la vitesse.

I.5.2 Représentation de l'attitude

L'attitude est l'orientation relative du repère mobile (b) par rapport au repère inertiel (i). Différentes formes de représentation d'attitude ont été adoptées dans la littérature telles que les représentations par les angles d'*Euler* (roulis ϕ , tangage θ , lacet ψ), par la *matrice de rotation* R et par le *quaternion* Q . Ces représentations sont inspirées du théorème de rotation d'*Euler*.

I.5.2.1 Représentation de l'attitude par les angles d'Euler

Nous utilisons souvent trois angles pour décrire l'orientation d'un aéronef dans l'espace. Il s'agit de ψ pour lacet, θ pour tangage et ϕ pour roulis. Les angles sont appliqués à la rotation du trois axes du mobile $\hat{b}_z, \hat{b}_y, \hat{b}_x$ dans l'ordre. Dans le sens visuel, les angles correspondent au cap horizontal de l'avion, angle de tangage par rapport à l'horizon, et enfin l'angle d'inclinaison.

Puisque les angles sont appliqués sur des repères de référence consécutivement, la matrice de transformation des coordonnées totales (matrice de passage) peut être formée par multiplication consécutive de deux rotations dimensionnelles sur chaque axe. Cette matrice de transformation, nommée aussi Matrice Cosinus Directeur (DCM) ou de rotation, du repère avion (b) au repère inertiel (i) sera définie ci-dessous.

Les angles d'*Euler* (ϕ, θ, ψ) peuvent être déduits directement par l'intégration des vitesses angulaires fournies par les gyroscopes. Soit $\omega \in \mathcal{R}^3$ le vecteur vitesses angulaires exprimées dans le repère mobile (b), l'équation qui lie ce vecteur vitesses aux angles d'*Euler* est donnée comme suit [27] :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\theta} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\phi\sin\theta & \cos\phi\sin\theta \\ 0 & \cos\phi\cos\theta & -\sin\phi\cos\theta \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \omega. \quad (I.1)$$

D'après l'équation (1.1), il est évident que la mise à jour des angles de roulis et de lacet présente des singularités quand l'angle de tangage du véhicule est égal à $\pi/2$.

I.5.2.2 Représentation de l'attitude par la matrice de rotation

C'est la forme la plus globale pour représenter l'attitude d'un corps, également appelé groupe orthogonal spécial $SO(3)$ qui est l'espace de matrices 3×3 satisfaisant certaines contraintes. Comme il utilise neuf chiffres pour représenter trois degrés de liberté angulaires, il y a six contraintes indépendantes sur les éléments de la matrice. Chaque colonne (et chaque ligne) est un vecteur unitaire, ce qui nous donne 3 contraintes et les colonnes (et les lignes) sont orthogonales entre elles, ce qui donne 3 autres contraintes. Le groupe orthogonal spécial $SO(3)$ est donné par [27] :

$$SO(3) = \{R \in \mathcal{R}^{3 \times 3}, \det(R) = 1, R^T R = R R^T = I_{3 \times 3}\} \quad (I.2)$$

où R^T est la transposée de R et $I_{3 \times 3}$ est la matrice d'identité tridimensionnelle.

Supposons que nous avons un vecteur \vec{x} dans le repère inertiel (i) et voulons le représenter dans le repère avion (b), nous avons :

$$x_b = R^T x. \quad (I.3)$$

La relation qui lie la matrice R aux angles d'Euler(ϕ, θ, ψ) est la suivante [27] :

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix}. \quad (I.4)$$

Les notations s et c désignent le sinus et le cosinus.

L'équation cinématique de rotation du corps rigide décrite par la matrice R est donnée par [28] :

$$\dot{R} = RS(\omega) \quad (I.5)$$

avec $S(\cdot)$ la matrice antisymétrique définie par :

$$S(x) = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

Et qui a les propriétés suivantes :

$$S(x)^T = -S(x), \quad S(x)y = -S(y)x = x \times y, \quad S(x)x = 0, \quad S(x)^2 = xx^T - x^T x I_3, \quad S(Rx) = RS(x)R^T$$

où x et $y \in \mathcal{R}^3$ et $x_i, i = 1,2,3$, sont les composantes de x .

I.5.2.3 Représentation de l'attitude par le quaternion

Malgré les avantages de la transformation directe des coordonnées, il est très difficile pour comprendre l'attitude en examinant la matrice 3 par 3. Au lieu de cela, le Quaternion, composé de quatre composantes seulement, est plus intuitif à imaginer. Cela permet de réduire les coûts de calcul en plus qu'il résout le problème de singularité dans la représentation par les angles d'Euler. En raison de ces avantages, le quaternion est devenu un sujet populaire dans le domaine de l'infographie.

Un Quaternion $Q = (q_0, q)$, avec $q_0 \in \mathcal{R}$ et $q \in \mathcal{R}^3$, désignant respectivement sa partie scalaire (partie réelle) et sa partie vectorielle (partie imaginaire), est un nombre dans un sens généralisé. En plus du nombre complexe conventionnel, W.R. Hamilton a ajouté deux numéros "imaginaires" similaires. Un quaternion standard peut être écrit sous la forme suivante [29]:

$$Q = q_0 + q_1\hat{i} + q_2\hat{j} + q_3\hat{k} \tag{I.7}$$

Avec la partie "imaginaire" définie exactement comme le nombre complexe conventionnel :

$$\hat{i}^2 = -1, \hat{j}^2 = -1, \hat{k}^2 = -1 \tag{I.8}$$

$$\hat{i}\hat{j} = \hat{k}, \hat{j}\hat{k} = \hat{i}, \hat{k}\hat{i} = \hat{j} \tag{I.9}$$

C'est en fait la même chose que la définition de produit vectoriel à trois dimensions. En outre, cela implique que les trois axes imaginaires $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, et la partie numérique réelle sont 4 axes perpendiculaires.

Si nous définissons un quaternion avec une longueur de 1, c'est-à-dire $|Q| = \sqrt{Q^T Q} = 1$, le quaternion peut être vu comme un vecteur de rotation et un angle. La partie réelle correspond au cosinus d'un certain angle θ , l'autre partie imaginaire marque le sens de rotation avec sinus, qui est la complémentaire de la partie réelle. En fait, c'est comme un nombre complexe ordinaire. Un nombre complexe avec la longueur de 1 aura sa partie réelle la partie cosinus et imaginaire la complémentaire du sinus avec :

$$q_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \vec{q} = \hat{k} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \begin{bmatrix} k_x & \sin\theta/2 \\ k_y & \sin\theta/2 \\ k_z & \sin\theta/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \tag{I.10}$$

Dans l'équation ci-dessus, \hat{k} est un vecteur unitaire exprimé dans le repère original et qui représente l'axe de rotation du repère de départ A au repère de fin B.

Comme mentionné précédemment, le quaternion est strictement défini pour avoir la longueur de 1, c'est-à-dire :

$$|Q_A^B| = \sqrt{Q^T Q} = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + [k_x^2 + k_y^2 + k_z^2]\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{I.11})$$

$$= \sqrt{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} = 1 \quad (\text{I.12})$$

Le quaternion appartient alors à la sphère tridimensionnelle S^3 et satisfait la contrainte suivante :

$$\|Q\| = q_0^2 + q^T q = 1. \quad (\text{I.13})$$

N'importe quel vecteur \vec{v}^i est aussi un quaternion et est composé du vecteur dans le repère inertiel :

$$\vec{v}^i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{v}^i \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

La matrice de rotation peut s'écrire en fonction du quaternion comme suit :

$$R(\eta, q) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

avec $q_i, i = 1, 2, 3$, sont les composantes de q .

Cela nous donne :

$$R(q_0, q) = I_{3 \times 3} + 2S(q)^2 + 2q_0S(q) \quad (\text{I.16})$$

Les angles d'Euler peuvent aussi être déduits à partir du quaternion et de la matrice de rotation comme suit :

$$\begin{aligned} \phi &= \text{atan2}(R_{32}, R_{33}) \\ &= \text{atan2}[2(q_2q_3 + q_0q_1); 1 - 2(q_1^2 + q_2^2)], \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

$$\theta = -\text{asin}(R_{31}) = -\text{asin}[2(q_1q_3 - q_0q_2)], \quad (\text{I.18})$$

$$\begin{aligned} \psi &= \text{atan2}(R_{21}, R_{11}) \\ &= \text{atan2}[2(q_1q_2 + q_0q_3); 1 - 2(q_2^2 + q_3^2)], \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

où atan2 est la fonction tangente inverse dans les quatre quadrants.

L'un des aspects les plus importants de toute représentation d'attitude est le changement du système en fonction du temps. Non seulement la dérivée temporelle du système peut nous donner une idée de la façon dont l'orientation change et comment la cinématique se fonctionne, l'équation de la dérivée temporelle est important pour tout estimateur d'état à bord de l'avion. L'équation cinématique de rotation du corps rigide peut être exprimée à l'aide du quaternion unitaire Q par [18] :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}Q \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ q_0 I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega. \quad (\text{I.20})$$

Le symbole \otimes est le produit des quaternions qui ont les propriétés suivantes :

- Inverse du quaternion : $Q^{-1} = (q_0, -q)$
- Quaternion Identité: $Q \otimes Q^{-1} = [1, 0_{1 \times 3}]^T$, avec $0_{1 \times 3}$ est un vecteur ligne contenant des zéros.
- Multiplication entre deux quaternions $Q(\eta_q, q)$ et $P(\eta_p, p)$:

$$Q \otimes P = [\eta_q \eta_p - q^T p; \eta_q p + \eta_p q + S(q)p]. \quad (I.21)$$

Le détail des formulations du quaternion est trouvé dans la référence [33].

I.5.3 Équations dynamiques des drones

En appliquant les lois de *Newton*, l'équation dynamique de rotation d'un drone est donnée comme suit [19] :

$$J\dot{\omega} = -S(\omega)J\omega + \tau + \tau_{ae} \quad (I.22)$$

où τ_{ae} est le couple aérodynamique, $\tau \in \mathcal{R}^3$ est le couple du système exprimé dans le repère (b) , ω est la vitesse angulaire du système exprimée dans le repère (b) et J est la matrice d'inertie symétrique positive

I.5.3.1 Mouvements du Quadrirotor

I.5.3.1.1 Forces appliquées sur le Quadrirotor

D'après la première loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext} \quad (I.23)$$

Le poids du Quadrirotor : Il est donné par :

$$P = mg \quad (I.24)$$

Où : m est la masse totale et g la gravité.

La force de portance : Elle est perpendiculaire à l'écoulement d'air et dirigée vers le haut, c'est-à-dire qu'elle a tendance à faire élever le Quadrirotor. Elle représente la force totale produite par les quatre hélices. Elle est donnée par [21] :

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (I.25)$$

Avec b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air. Pour cela, on utilise la matrice de rotation R .

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2).R \quad (I.26)$$

La force de traînée : C'est la résultante des forces qui s'opposent au mouvement du Quadrirotor dans l'air (force de frottement). Elle s'exerce parallèlement au sol, de même direction que le mouvement du Quadrirotor, mais dans le sens opposé. Elle est donnée par la relation suivante :

$$F_t = Kt \cdot v \quad (I.27)$$

avec Kt est une matrice constante appelée coefficient de translation aérodynamique, et v est la vitesse du Quadrirotor.

La force de perturbation : D'autres forces sont considérées comme une perturbation résumée comme $F_{perturbation}$. Parmi ces forces, il existe :

La force de Coriolis : C'est une force inertielle agissant perpendiculairement à la direction du mouvement d'un corps en déplacement dans un référentiel en rotation uniforme.

La force de Coriolis a pour conséquence de dévier la trajectoire d'un corps en mouvement vers sa droite dans l'hémisphère nord et vers sa gauche dans l'hémisphère sud, la droite étant définie lorsqu'on regarde vers l'avant du déplacement.

Effet de sol : Cet effet est la conséquence de l'interférence entre la terre et le flux d'air circulant à travers les lames. L'effet du sol augmente lorsque le drone se rapproche de la terre.

La force du moyeu : C'est la résultante des forces horizontales agissant sur tous les éléments de la lame [21].

Les forces expliquées précédemment se résument ensemble pour trouver la force totale agissant sur le Quadrirotor.

$$m \cdot \dot{v} = P + F_p + F_t + F_{perturbation} \quad (I.28)$$

I.5.3.1.2 Moments appliqués sur le Quadrirotor

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum M_{ext} \quad (I.29)$$

J : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3). Elle est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (I.30)$$

Les moments agissant sur un Quadrirotor sont cités comme suit :

Le Moment de la poussée : Le moment de poussée est une partie des moments externes agissant sur le système décrit par la poussée de l'hélice F_p et la distance l de Centre de Gravité du centre de l'hélice [30].

- **La rotation autour de l'axe x :** elle est due au moment créé par la différence entre les forces de poussée des rotors 2 et 4, la force F_2 multipliée par la distance l , génère un moment négatif autour de l'axe y, et de la même manière, la force F_4 génère un moment positif, ce moment est donné par la relation suivante [21] :

$$\begin{aligned} M_x &= -F_2 \cdot l + F_4 \cdot l \\ &= -b \cdot l \cdot \omega_2^2 + b \cdot l \cdot \omega_4^2 \end{aligned}$$

$$= b.l.(-\omega_{2^2} + \omega_{4^2}) \tag{I.31}$$

- **La rotation autour de l'axe y** : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de poussée des rotors 1 et 3, F_1 génère un moment positif autour de l'axe x, alors que F_3 génère un moment négatif.

Ce moment est donné par la relation suivante [21] :

$$\begin{aligned} M_y &= F_1.l - F_3.l \\ &= b.l.\omega_{1^2} - b.l.\omega_{3^2} \\ &= b.l.(\omega_{1^2} - \omega_{3^2}) \end{aligned} \tag{I.32}$$

Moments dus aux forces de traînée :

- **La rotation autour de l'axe z** : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînées dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned} M_z &= -M_1 + M_2 - M_3 + M_4 \\ &= -(d.\omega_1^2) + (d.\omega_2^2) - (d.\omega_3^2) + (d.\omega_4^2) \\ &= d.(-\omega_{1^2} + \omega_{2^2} - \omega_{3^2} + \omega_{4^2}) \end{aligned} \tag{I.33}$$

Avec : d est le coefficient de traînée

Moment résultant des frottements aérodynamiques : il est donné par :

$$M_a = Kr.\Omega^2 \tag{I.34}$$

Avec : K_r est une matrice constante appelée coefficient de rotation aérodynamique, et Ω est la vitesse angulaire.

Le moment gyroscopique : L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. Il se crée dans les systèmes physiques en mouvement avec des parties rotatives. Lorsque la trajectoire du Quadrirotor change, le rotor subit des rotations du fuselage.

Il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices et l'autre le moment gyroscopique dû aux mouvements du Quadrirotor [30].

- **Moment gyroscopique des hélices** : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^i \omega_i \end{bmatrix} \tag{I.35}$$

Avec J_r est l'inertie des rotors.

- **Moment gyroscopique dû aux mouvements de Quadrirotor** : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J\Omega \tag{I.36}$$

Avec J est l'inertie du système.

La matrice d'inertie du chaque rotor est supposée diagonale :

$$J_r = \begin{bmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{bmatrix} \quad (I.37)$$

L'équation générale du moment devient :

$$J\dot{\Omega} = -M_{gm} + M_\chi + M_y + M_z - M_{gh} - M_a \quad (I.38)$$

I.5.3.1.3 Modèle dynamique du Quadrirotor selon Newton-Euler

En utilisant la formulation de Newton-Euler, les équations sont écrites sous la forme suivante :

II.2.4.1. Equations de mouvement de translation

$$\begin{cases} \dot{r} = v \\ m\dot{v} = F_f + F_t + P \end{cases} \quad (I.39)$$

Avec m : La masse totale du Quadrirotor.

F_f : est la force de portance totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times [0 \ 0 \ \sum_{i=1}^4 F_i]^T \quad (I.40)$$

$$F_i = b\omega_{i2} \quad (I.41)$$

F_t : La force de traînée selon les axes (x, y, z), elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{tx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{ty} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{tz} \end{bmatrix} \dot{r} \quad (I.42)$$

$K_{tx}K_{ty}K_{tz}$: Les coefficients de traînée de translation,

P : Force de gravité, elle est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (I.43)$$

On remplace par les équations (I.40), (I.42), (I.43), l'équation (I.39) devient :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{tx}\dot{x} \\ K_{ty}\dot{y} \\ K_{tz}\dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (I.44)$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi)(\sum_{i=1}^4 F_i) - K_{tx}\dot{x} \\ m\ddot{y} = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)(\sum_{i=1}^4 F_i) - K_{ty}\dot{y} \\ m\ddot{z} = (c\phi c\theta)(\sum_{i=1}^4 F_i) - K_{tz}\dot{z} + mg \end{cases} \quad (\text{I.45})$$

II.2.4.2. Equations de mouvement de rotation

On a [21]:

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \quad (\text{I.46})$$

M_f : Moment provoqué par les forces de poussée et de traînée

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_1 - F_3) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{I.47})$$

M_{gh} : Moment gyroscopique des hélices, il est donné par :

$$M_{gh} = \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.48})$$

M_a : Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{rx} \dot{\phi}^2 \\ K_{ry} \dot{\theta}^2 \\ K_{rz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.49})$$

$K_{rx}K_{ry}K_{rz}$: Les coefficients des frottements aérodynamiques.

On remplace par les équations (II.8), (II.25), (II.26), (II.27), l'équation (II.24) devient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} K_{rx} \dot{\phi}^2 \\ K_{ry} \dot{\theta}^2 \\ K_{rz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.50})$$

Ceci conduit aux équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - K_{rx} \dot{\phi}^2 - J_r \Omega_r \dot{\theta} + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) - K_{ry} \dot{\theta}^2 + J_r \Omega_r \dot{\phi} + lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ I_z \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{rz} \dot{\psi}^2 + d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{I.51})$$

Avec

$$\Omega_r = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \quad (\text{I.52})$$

Selon les équations qui définissent la translation et la rotation du système on peut décrire la dynamique du Quadrirotor comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{K_{rx}}{I_x} \dot{\phi}^2 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{K_{ry}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{J_r}{I_y} \Omega_r \dot{\phi} + \frac{1}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - \frac{K_{rz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = \frac{1}{m} u_x u_1 - \frac{K_{tx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} u_y u_1 - \frac{K_{ty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} u_z u_1 - \frac{K_{tz}}{m} \dot{z} + g \end{array} \right. \quad (\text{I.53})$$

Avec

$$u_x = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \quad (\text{I.54})$$

$$u_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \quad (\text{I.55})$$

$$u_z = c\phi c\theta \quad (\text{I.56})$$

Le vecteur de commande U est constitué de quatre entrées définies comme suit [17] :

$$U = [u_1 u_2 u_3 u_4] \quad (\text{I.57})$$

Où

$$u_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (\text{I.58})$$

$$u_2 = b(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{I.59})$$

$$u_3 = b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \quad (\text{I.60})$$

$$u_4 = d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (\text{I.61})$$

Les équations (I.58), (I.59), (I.60), (I.61), peuvent être arrangées dans une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ b & 0 & -b & 0 \\ -d & d & -d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.62})$$

Si les vitesses du rotor nécessitent d'être calculées à partir des commandes d'entrées, une relation inverse peut être acquise en inversant la matrice de l'équation (I.62) comme suit :

$$\begin{bmatrix} \omega^2_1 \\ \omega^2_2 \\ \omega^2_3 \\ \omega^2_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2b} & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2b} & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (\text{I.63})$$

Prenant la racine carrée, les vitesses du rotor peuvent être calculées comme suit :

$$\omega_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{4b}u_1 + \frac{1}{2b}u_3 - \frac{1}{4d}u_4\right)} \quad (\text{I.64})$$

$$\omega_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{4b}u_1 - \frac{1}{2b}u_2 + \frac{1}{4d}u_4\right)} \quad (\text{I.65})$$

$$\omega_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{4b}u_1 - \frac{1}{2b}u_3 - \frac{1}{4d}u_4\right)} \quad (\text{I.66})$$

$$\omega_4 = \sqrt{\left(\frac{1}{4b}u_1 + \frac{1}{2b}u_2 + \frac{1}{4d}u_4\right)} \quad (\text{I.67})$$

I.5.3.2 Mouvements de X-31

I.5.3.2.1 Forces appliquées sur le X-31

Cinq forces principales agissent sur le CoG de l'avion. Il y a quatre forces de base du vol : la force de portance, le poids, la traînée, la poussée et une force latérale Y . Ces forces agissent cependant sur différents référentiels.

La poussée T peut être écrite sous la forme suivante [13] :

$$T_x = T \cos(\delta_z) \cos(\delta_y) \quad (\text{I.68})$$

$$T_y = T \cos(\delta_z) \sin(\delta_y) \quad (\text{I.69})$$

$$T_z = T \sin(\delta_z) \quad (\text{I.70})$$

A noter que la déviation latérale positive sur un TVC (le système de poussée vectorielle) δ_y génère une force positive T_y à droite et conduit à un moment négatif $-n_T$ comme il est indiqué dans (I.84).

De même, le longitudinal positif δ_z provoque une force descendante au niveau de la tuyère T_z et crée un moment de montée m_T .

Le poids est relativement simple, simplement en représentant la gravité dans le repère fixe. Il est :

$$\vec{F}_{grav}^B = R^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}^i \quad (I.71)$$

Par définition, **la portance** L est perpendiculaire au flux d'air entrant. Ainsi, il agit sur l'axe \hat{z} du repère β . C'est le repère avant la rotation finale R_β^α du repère du sens du déplacement $[\hat{\mu}_x \hat{\mu}_y \hat{\mu}_z]^T$ (Repère aérodynamique-voir Figure I.292.) au repère avion $[\hat{b}_x \hat{b}_y \hat{b}_z]$. La force latérale Y est également dérivée dans le même repère que la force de portance. Notre dernière rotation consécutive du repère du sens de vol au repère fixe est le R_β^α , qui représente l'AOA en tournant sur son axe \hat{y} . En conséquence, la force latérale est en fait le même vecteur avant et après la rotation R_β^α .

La traînée D est le terme d'amortissement de toute vitesse et doit être parallèle au flux d'air entrant. Il est opposé au sens de vol et s'exerce donc sur le sens du $\hat{\mu}_z$. Les forces aérodynamiques peuvent être écrites comme suit :

$$\vec{F}_{aero}^B = R_\beta^\alpha \begin{bmatrix} 0 \\ Y \\ -L \end{bmatrix} + R_\beta^\alpha R_\mu^\beta \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (I.72)$$

Avec le calcul similaire des coefficients aérodynamiques non dimensionnés :

$$L = \bar{q} S C_L \quad (I.73)$$

$$D = \bar{q} S C_D \quad (I.74)$$

$$Y = \bar{q} S C_Y \quad (I.75)$$

Les forces totales s'exerçant sur le corps peuvent être écrites comme suit :

$$\vec{F} = \vec{F}_{aero}^B + \vec{T} + \vec{F}_{grav}^B \quad (I.76)$$

Et selon [13], nous avons le développement suivant :

$$F_x = L \sin(\alpha) - D \cos(\alpha) \cos(\beta) + T_x + Mg \hat{K} \cdot \hat{b}_x \quad (I.77)$$

$$F_y = -D \sin(\beta) + T_y + Mg \hat{K} \cdot \hat{b}_y \quad (I.78)$$

$$F_z = -L \cos(\alpha) - D \sin(\alpha) \cos(\beta) + T_z + Mg \hat{K} \cdot \hat{b}_z \quad (I.79)$$

I.5.3.2.2 Moments appliqués sur le X-31

Tous les moments exercés par l'effet aérodynamique peuvent être représentés de la manière suivante :

$$l = \bar{q} S b C_l \quad (\text{I.80})$$

$$m = \bar{q} S \bar{c} C_m \quad (\text{I.81})$$

$$n = \bar{q} S b C_n \quad (\text{I.82})$$

Les moments dans le sens des axes du repère fixe $[\hat{b}_x \hat{b}_y \hat{b}_z]$ sont désignés par $[l \ m \ n]$ respectivement. Les coefficients aérodynamiques non dimensionnels sont mis à l'échelle en fonction des paramètres physiques du véhicule. Il est courant d'utiliser des coefficients dans le domaine de la dynamique des aéronefs pour donner une idée générale du système.

En plus des moments aérodynamiques, la poussée fournit également une partie du moment de torsion si la ligne de poussée ne passe pas par le CoG. Dans le cas du X-31, le turboréacteur et sa tuyère sont placés au centre de la masse. Cependant, c'est le système de poussée vectorielle qui donne un moment de torsion supplémentaire. Le système de poussée vectorielle, également appelé « dispositif d'augmentation de contrôle » dans [31], dévie le sens de la poussée et crée un décalage par rapport au centre de masse et génère un moment pour augmenter le contrôle d'attitude. Le moment généré est calculé comme suit :

$$m_T = x_T T_Z \quad (\text{I.83})$$

$$n_T = -x_T T_y \quad (\text{I.84})$$

T_y et T_Z sont des composantes de vecteur de poussée dans le sens \hat{b}_y et \hat{b}_z . x_T Est la distance du bras de levier entre la tuyère et le CoG. Cet élément de force supplémentaire à la tuyère générera un moment de contrôle supplémentaire.

I.5.3.2.3 Attitude de X-31

A partir de l'équation (I.22) et en négligeant le couple aérodynamique, les accélérations angulaires, ou le taux de changement des mesures gyroscopiques p, q, r , ainsi que les taux de variations des angles d'Euler peuvent être déduits par les équations suivantes [13] :

$$\dot{\varphi} = p + \tan \theta (q \sin \varphi + r \cos \varphi) \quad (\text{I.85})$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \varphi + r \cos \varphi}{\cos \theta} \quad (\text{I.86})$$

$$\dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \quad (\text{I.87})$$

$$\dot{p} = (c_1 r + c_2 p) q + c_3 l + c_4 n \quad (\text{I.88})$$

$$\dot{q} = c_5 p r - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 m \quad (\text{I.89})$$

$$\dot{r} = (c_8 p - c_2 r) q + c_4 l + c_9 n \quad (\text{I.90})$$

$$\text{Où } c_1 = \frac{(I_y - I_z)I_z - I_{xz}^2}{\Sigma}, c_2 = \frac{(I_x - I_y + I_z)I_{xz}}{\Sigma}, c_3 = \frac{I_z}{\Sigma}, c_4 = \frac{I_{xz}}{\Sigma}, c_5 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, c_6 = \frac{I_{xz}}{I_y}, c_7 = \frac{1}{I_y},$$

$$c_8 = \frac{I_x(I_x - I_y) + I_{xz}^2}{\Sigma}, c_9 = \frac{I_x}{\Sigma}, \quad \Sigma = I_x I_z - I_{xz}^2 .$$

φ, θ, ψ Les angles de roulis, tangage, lacet. Respectivement p, q, r sont la vitesse angulaire de roulis, de tangage, de lacet respectivement. l, m, n sont moment de roulis, de tangage, de lacet instants produite par la surface de contrôle ou de poussée aérodynamique respectivement. I_x, I_y, I_z Sont moment d'inertie de roulis, de tangage, de lacet respectivement. I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} , sont produit des moments d'inertie. En raison de fort couplage indésiré entre les axes d'UAV et l'existence de dynamiques non modélisée et les perturbations externes, une commande d'attitude robuste est nécessaire pour que l'attitude de l'UAV sui la commande donnée rapidement et régulièrement.

L'équation mentionnée est basée sur le fait que le véhicule X-31 est un objet presque symétrique. c'est-à-dire tout moment d'inertie impliquant un sens de y , ou que I_{yx}, I_{yz} sont presque nuls et peuvent être négligés.

I.5 Conclusion

Ce chapitre permet au lecteur d'avoir des concepts préliminaires sur les robots volants et leur principe de fonctionnement. Le Quadrotor est l'un des robots volants qui est en investigation ces dernières années. Ce système est constitué de quatre rotors, deux de ces rotors tournent dans un sens et les deux autres dans le sens inverse. En variant les vitesses de rotation de ces rotors, le Quadrotor peut faire des mouvements différents aussi bien en translation qu'en rotation. L'avion de combat X-31 fait des manœuvres à taux élevé, également connues sous le nom de la super-maniabilité. La capacité de faire des manœuvres à angle d'incidence (AOA) élevé est une qualité importante. Depuis la non-linéarité de l'aérodynamique lors d'un vol à haut niveau d'AOA, la clé pour réaliser une telle opération est une commande qui peut gérer un tel système avec un couplage aérodynamique et inertiel non linéaire.

Nous constatons que la configuration X-31 et Quadrirotor adoptée dans ce travail a connu une grande considération dans cette dernière décennie, non seulement à l'échelle scientifique mais aussi à celle commerciale. Cela est essentiellement dû aux avancées croissantes des technologies d'instrumentation et des calculateurs.

Cependant, les chercheurs sont toujours contraints à respecter les difficultés et les contraintes imposées par les phénomènes atmosphériques et les effets aérodynamiques qui sont généralement difficiles à estimer et à modéliser. En plus des fortes non linéarités des systèmes drones, des importants couplages entre les différents axes, des importantes perturbations externes et d'autres, cela conduit à des difficultés lors de conception des lois de contrôle. Dans le chapitre II, nous présentons un aperçu sur les différentes techniques de contrôle des drones.

CHAPITRE II

SYNTHÈSE DES TECHNIQUES DE CONTRÔLE

II.1 Introduction

Des véhicules aériens pleinement autonomes existent aujourd'hui grâce aux algorithmes récemment développés qui permettent l'élaboration des tâches de navigation, de guidage et de pilotage, et aussi grâce aux techniques avancées qui permettent le contrôle de ces véhicules. Plusieurs techniques de contrôle appliquées aux drones ont été développées dans les dernières décades. Elles ont été conçues de façon prédominante à l'aide de techniques de contrôle classiques. Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité (décrochage) et améliorer les performances du drone (minimiser les erreurs en régime permanent, atténuer les oscillations) afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible. Dans ce chapitre, nous allons brièvement présenter quelques techniques de commande utilisées pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires.

II.2 Théorie du contrôle

La théorie du contrôle dans l'ingénierie des systèmes de contrôle concerne le contrôle des systèmes dynamiques en fonctionnement continu. L'objectif est de développer un modèle de commande permettant de contrôler de tels systèmes en utilisant une action de contrôle de manière optimale, sans retard ni dépassement (over shoot) et en assurant la stabilité du contrôle.

Pour ce faire, une commande avec le comportement correctif est requise. Cette commande surveille la variable de processus contrôlée (PV) et la compare à la référence ou au point d'équilibre (SP). La différence entre la valeur réelle et la valeur désirée de la variable de processus, appelée signal d'erreur, ou erreur SP-PV, est appliquée en tant que rétroaction (feedback) pour générer une action de commande pour amener la variable de processus contrôlée à la même valeur que le point d'équilibre. D'autres aspects qui sont également étudiés sont la contrôlabilité et l'observabilité. Sur ces aspects sont basés les types avancés d'automatisation qui a révolutionné la fabrication, l'aviation, les communications et d'autres industries. Ceci est un contrôle de rétroaction, généralement continu, qui consiste à prendre des mesures à l'aide d'un capteur et à effectuer des ajustements calculés pour maintenir la variable mesurée dans une plage définie au moyen d'un "élément de contrôle final"[32].

II.2.1 La théorie du contrôle classique

Un système de contrôle est une interconnexion des composants formant un système de configuration qui fournira une réponse désirée au système. Un système de commande en boucle ouverte utilise un dispositif de commande pour contrôler le processus directement sans utiliser de rétroaction, et utilise un contrôleur et un actionneur pour obtenir une réponse désirée. Un système de contrôle en boucle fermée utilise une mesure de la sortie et du retour de ce signal pour le comparer à la sortie désiré (référence ou commande) [32].

En boucle fermée, la commande utilise le feedback pour contrôler les états et les sorties mesurées par des capteurs d'un système dynamique. Le résultat (le signal de commande) est "transmis" comme entrée dans le processus, se fermant la boucle.

Les commandes en boucle fermée ont les avantages suivants sur les commandes en boucle ouverte :

- a. Rejet de perturbations
- b. Une performance garantie même avec les incertitudes des modèles lorsque la structure du modèle ne correspond pas parfaitement au processus réel et les paramètres du modèle ne sont pas exacts
- c. Des processus instables peuvent être stabilisés
- d. Réduction de la sensibilité aux variations de paramètres
- e. Amélioration du suivi des performances de référence

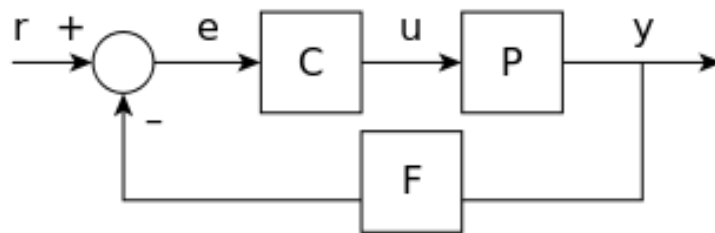


Figure II.1: Fonction de transfert en boucle fermée

La commande C prend alors l'erreur e (différence) entre la référence et la sortie pour changer les entrées u du système sous contrôle P.

II.3 Techniques de contrôle linéaires

Les techniques de contrôle linéaires s'appliquent aux systèmes qui obéissent au principe de superposition, ce qui signifie que la sortie est proportionnelle à l'entrée. Ils sont régis par des équations différentielles linéaires. Ces systèmes sont applicables à des techniques mathématiques puissantes dans le domaine des fréquences telles que la transformée de Laplace, la transformée de Fourier, la transformée en Z, la courbe de Bode, le lieu des racines et le critère de stabilité de Nyquist. Celles-ci conduisent à une description du système utilisant des termes tels que la bande passante, la réponse en fréquence, les valeurs propres, le gain, les fréquences de résonance, les zéros et les pôles[47].

II.3.1 La technique PID

Une commande proportionnel intégral dérivative est un mécanisme de rétroaction largement utilisée dans les systèmes de contrôle [32].

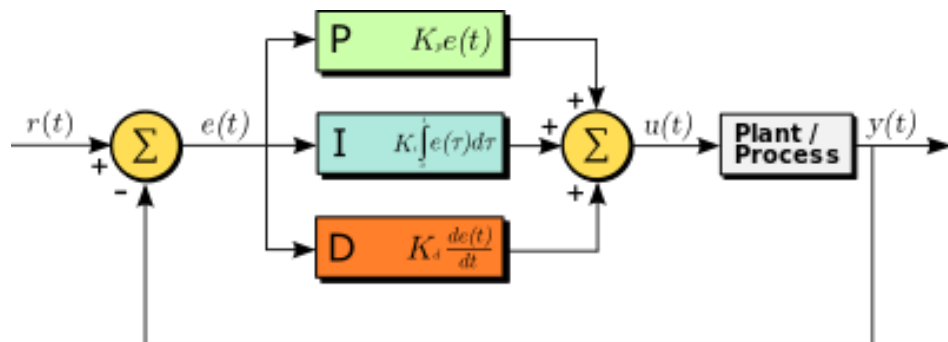


Figure II.2: Régulateur PID

Un régulateur PID calcule en permanence une valeur d'erreur $e(t)$ en tant que différence entre un point d'équilibre désiré et une variable de processus mesurée et applique une correction basée sur des termes proportionnels, intégraux et dérivés.

Si $u(t)$ est le signal de commande envoyé au système, $y(t)$ est la sortie mesurée, $r(t)$ est la sortie désirée et $e(t) = r(t) - y(t)$ est l'erreur de poursuite, une commande PID a la forme générale :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.1})$$

La dynamique en boucle fermée souhaitée est obtenue en ajustant les trois paramètres K_p , K_i et K_d .

II.3.2 Techniques optimales

II.3.2.1 La technique LQR

La technique LQR est un problème de commande optimale où une fonction de coût est minimisée. Dans ce processus, nous obtenons la solution requise. La formulation du problème de LQR[3] est :

Considérons le système

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du \quad (\text{II.2})$$

La fonction de coût optimale à minimiser est :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \rightarrow \text{Min} \quad (\text{II.3})$$

où Q, R sont les matrices de pondération.

Le problème de LQR est résolu en utilisant l'équation d'Euler-Lagrange, la théorie de Hamilton Jacobi-Bellman et le principe minimum de Pontriagin.

Pour trouver une commande, on doit trouver une solution positive pour P de l'équation algébrique de Riccati suivante :

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (\text{II. 4})$$

Le vecteur de commande optimale peut être déterminé comme suit :

$$u^0 = -Kx(t), \quad K = R^{-1}B^T P \quad (\text{II.5})$$

Cette solution permet d'obtenir un système en boucle fermée asymptotiquement stable. Toutes les variables d'état doivent être disponibles pour la mesure. Le schéma du système dynamique de la technique est indiqué dans la Figure II.3.

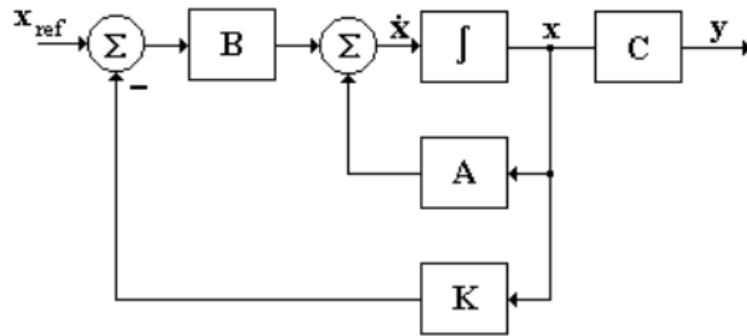


Figure II.3: Schéma de commande LQR

II.3.2.2 La technique LQG

La commande LQG est une technique qui réunit le filtre de *Kalman* avec le contrôleur LQR suivant le principe de séparation et qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état dans un souci particulier de réduire les bruits blancs.

La représentation d'états du system avec perturbation est donnée par l'équation suivante [3] :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Tw \quad y = Cx + v \quad (\text{II.6})$$

w est le modèle de perturbation et v est le bruit du capteur.

La fonction moyenne de coût à minimiser est :

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \rightarrow Min \quad (\text{II.7})$$

La matrice de gain de retour d'état optimal est $K = R^{-1}B^T P$ et est obtenue en résolvant l'équation algébrique de Riccati (II.4).

L'équation de l'état du filtre de Kalman est

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (\text{II.8})$$

L'entrée de l'observateur d'état est u et y, la sortie est l'estimation \hat{x} comme montrée la Figure II.5. Le gain statique de l'observateur d'état optimal L peut être trouvé par l'équation donnée ci-dessous

$$L = \Sigma C^T R_o^{-1} \quad (\text{II.9})$$

Dans l'équation (II.9) L est le gain statique du filtre de Kalman, Σ est une matrice de coût définie positive. R_0 et Q_0 Est l'ensemble des matrices de pondération de l'état et des vecteurs d'entrée, respectivement.

La matrice de coût Σ peut être déterminé en résolvant l'équation suivante :

$$A\Sigma + \Sigma A^T - \Sigma C^T R_0^{-1} C \Sigma + \Gamma Q_0 \Gamma^T = 0 \tag{II.10}$$

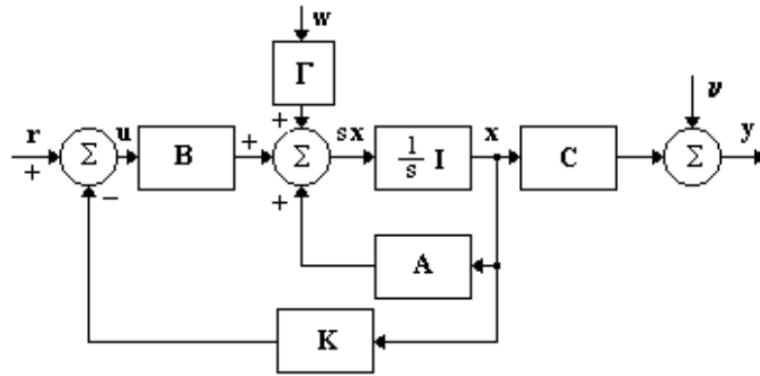


Figure II.4: Schéma de commande LQG

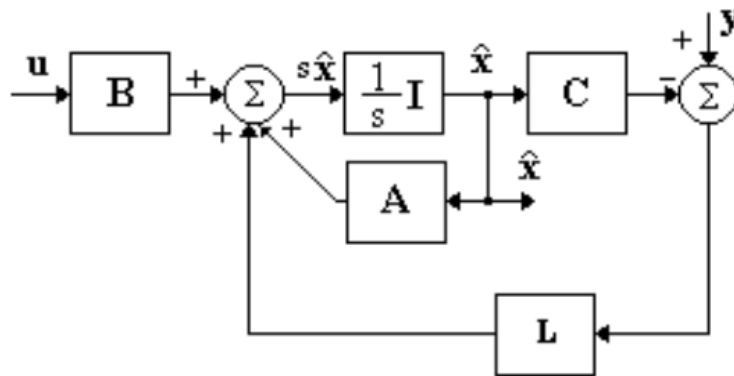


Figure II.5: Schéma de l'observateur d'état

Différence entre LQR et LQG :

LQR :

- ✓ Il n'y a pas de bruit dans le système.
- ✓ L'état complet est observé.

LQG :

- ✓ Il y a du bruit gaussien dans le système aussi bien que la sortie.
- ✓ L'état complet du système peut ne pas être observé directement.
- ✓ Comme l'état n'est pas observé directement, nous utilisons d'abord le filtre de Kalman pour obtenir une estimation de l'état \hat{x} à partir de la sortie y .

II.3.2.3 La technique H_∞

La commande H_∞ , appelée encore commande fréquentielle avancée ou commande robuste multivariables, est une nouvelle approche de l'automatique fréquentielle. Elle a été initiée par

Zames au début des années 80 et développée, en particulier, par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis. Elle est devenue ces dernières années une des méthodes phares de la « Commande robuste », elle est utilisée pour mise au point rapide de lois de commande robustes des systèmes linéaires stationnaires et multivariables. Elle prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs [34].

Dans cette approche, l'un des points intéressants est qu'elle permet de prendre en compte, à priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier de charges qui est ainsi traduit directement sous forme d'un critère mathématique à vérifier. Celui-ci est formulé en utilisant la norme H_∞ , d'où le nom qu'on donne à cette méthode de synthèse. La synthèse du contrôleur qui satisfasse ce critère se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation en exploitant la puissance de calcul des ordinateurs actuels.

La commande H_∞ possède plusieurs avantages parmi lesquels :

- ✓ La commande prend en compte des spécifications temporelles et fréquentielle du cahier de charge ;
- ✓ Le critère est construit directement du cahier de charge (la traduction des spécifications en terme de gabarits fréquentielles correspond aux pondérations) ;
- ✓ Elle permet de synthétiser des correcteurs qui prennent en compte à la fois les spécifications robustes et les spécifications de performance ;
- ✓ Elle permet de traiter simplement la commande des systèmes MIMO.

Sous sa forme la plus simple, le problème standard de H_∞ est un problème de réjection de perturbation. Il consiste à minimiser l'effet d'une perturbation w sur le comportement du système. Le signal w est supposé d'énergie finie et sa taille est mesurée en norme ℓ_2 . Son effet sur le système est mesuré par la norme ℓ_2 d'un vecteur " coût " z .

Enfin, on peut agir sur le système par une commande u et on dispose d'une observation y . Il s'agit donc de synthétiser une loi de commande $u = k(s)y$ qui minimise l'impact de w sur z .

On mesurera cet impact par le rapport $\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2}$. La stabilité interne du système bouclé devra bien sûr être assurée. Ce problème standard est représenté schématiquement par la Figure (II.5) ci-dessous.

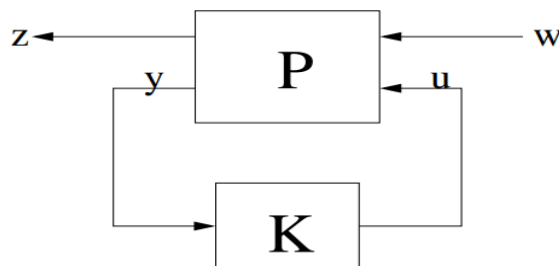


Figure II.6: Problème standard de H_∞

II.4 Techniques de contrôle non-linéaires

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement [45]. Ceci couvre une classe plus large des systèmes qui n'obéissent pas au principe de superposition et s'applique à un plus grand nombre de systèmes réels car tous les systèmes de contrôle réels ne sont pas linéaires. Ces systèmes sont souvent régis par des équations différentielles non linéaires. Les quelques techniques mathématiques qui ont été développées pour les gérer sont plus difficiles et beaucoup moins générales. Celles-ci incluent la théorie des cycles limites, les cartes de Poincaré, le théorème de stabilité de Lyapunov. Les systèmes non linéaires sont souvent analysés à l'aide de méthodes numériques sur les ordinateurs, par exemple en simulant leur fonctionnement à l'aide d'un langage de simulation. Seules les solutions proches d'un point stable présentent un intérêt, les systèmes non linéaires peuvent souvent être linéarisés en les approximant par un système linéaire utilisant la théorie des perturbations et des techniques linéaires peuvent être utilisées [32].

II.4.1 Commande par linéarisation

Les méthodes basées sur la linéarisation constituaient jusqu'à très récemment l'essentiel des techniques utilisées pour la commande des systèmes non linéaires. Elles permettent, en moyennant des approximations et/ou des transformations, de ramener les équations du système sous une forme linéaire [42].

II.4.1.1 Linéarisation locale

Cette approche repose sur la première méthode de Lyapunov. Elle consiste à déduire le comportement d'un système non linéaire à partir de son système linéaire associé obtenu par une linéarisation Jacobienne autour du point de fonctionnement désiré [36].

II.4.1.2 Linéarisation exacte

Cette approche consiste à linéariser le système en boucle fermée par une série de transformations sans faire d'approximations. La commande choisie est composée de deux parties : La première a pour rôle d'annuler les différents termes non linéaires du procédé, alors que la deuxième est choisie pour satisfaire les exigences en boucle fermée du système linéarisé [36].

II.4.1.3 Linéarisation entrée/état

Cette approche consiste à choisir la loi de commande u afin que toutes les équations d'état du système compensé aient une forme linéaire. Cette solution revient à annuler les différentes non-linéarités présentes dans les équations en insérant des termes absorbants dans l'expression de la commande afin d'obtenir des relations linéaires entre la nouvelle entrée u et les différentes variables d'état. Certaines propriétés structurales du système peuvent faciliter la linéarisation [36].

II.4.1.4 Linéarisation entrée/sortie

Le modèle d'un système est souvent représenté par les équations d'état et une équation de sortie. La linéarisation des équations d'état ne garantit pas forcément celle de l'équation de sortie. Quand on s'intéresse aux variables de sortie (problème de poursuite par exemple), il est plus intéressant de linéariser la relation entrée/sortie au prix de laisser une partie des équations d'état non linéaire. C'est le problème de la linéarisation entrée/sortie [36].

II.4.2 Technique Backstepping

La détermination d'une commande pour un système non linéaire, où le vecteur d'état est de dimension élevée, peut souvent s'avérer une tâche difficile (voir impossible). La technique du Backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problème. Elle a été développée par Kanellakopoulos et al [37] et saberi et al, [38]. Les avantages de cette technique font qu'elle reste d'actualité. Citons pour cela quelques récentes publications : commande backstepping en mode glissant pour les systèmes non linéaires fractionnes [39], commande backstepping pour les systèmes non linéaires à retard [40], commande backstepping robuste par retour de sortie [41], commande adaptative backstepping pour la résolution du problème de la stabilisation de l'attitude[42].

L'idée de la technique Backstepping consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée de la fonction de Lyapunov définie positive soit négative pour un système fragmenté en un ensemble de sous-systèmes. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et l'équation non stabilisée est traitée. A la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système tout en travaillant en poursuite et en régulation.

Ainsi, la technique Backstepping permet de surmonter l'obstacle de la dimension et d'exploiter la souplesse de la conception dans le but de résoudre les problèmes de commande pour des systèmes d'ordre plus élevé. Sans faire nécessairement appel à la linéarisation, la technique Backstepping permet de conserver les non-linéarités utiles quand il y en a. Contrairement à la plupart des autres méthodes, la technique Backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure ou stricte [43].

➤ Système à forme Paramétrique Pure

Un système non linéaire est dit système à paramétrisation pure s'il se présente sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= F_0(x, \xi_1) \\
 \dot{\xi}_1 &= F_1(x, \xi_1, \xi_2) \\
 &\vdots \\
 \dot{\xi}_{k-1} &= F_{k-1}(x, \xi_1, \dots, \xi_{k-1}, \xi_k) \\
 \dot{\xi}_k &= F_k(x, \xi_1, \dots, \xi_k, u)
 \end{aligned} \tag{II.11}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système et ξ_1, \dots, ξ_k sont des lois de commande virtuels. La forme de ce système représente la classe de systèmes triangulaires. Le système à paramétrisation stricte n'est autre que le système affine par rapport à ξ_i du système à paramétrisation pure.

➤ Système à forme Paramétrique Stricte

Un système non linéaire est dit système à paramétrisation stricte s'il se présente sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_0(x) + G_0(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 &= f_1(x, \xi_1) + G_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(x, \xi_1, \xi_2) + G_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{k-1} &= f_{k-1}(x, \xi_1, \dots, \xi_{k-1}) + G_{k-1}(x, \xi_1, \dots, \xi_{k-1})\xi_k \\ \dot{\xi}_k &= f_k(x, \xi_1, \dots, \xi_k) + G_k(x, \xi_1, \dots, \xi_k)u\end{aligned}\quad (\text{II.12})$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système et ξ_1, \dots, ξ_k sont des lois de commande virtuels scalaires. Les ξ_i systèmes sont appelés « stricts » car les non linéarités f_i et g_i dans l'équation $\dot{\xi}_i$ ($i = 1, \dots, k$) dépendent seulement de x, ξ_1, \dots, ξ_i .

II.4.3 Commande Optimale

La théorie de la commande optimale est basée sur l'optimisation. De nombreux cours ont été établis par Bourles [53], Laroche [54] et Ostertag [55]. De plus, elle s'inscrit dans la continuité du calcul des variations [56]. Historiquement, la théorie de la commande optimale est liée à la mécanique classique, en particulier aux principes variationnels de la mécanique (principe de Fermat, de Huygens, équation d'Euler-Lagrange). Le point clé de cette théorie et le principe du maximum de Pontryagin formulé en 1956 [56].

L'un des problèmes fondamentaux dans l'analyse et la conception d'asservissement des systèmes est la capacité des systèmes à rejeter les perturbations [44]. L'objectif est de stabiliser le système pour le rendre insensible à certaines perturbations. De ce fait, le but de la commande robuste est double : parvenir à stabiliser le système en boucle fermée et atténuer l'influence de l'apport exogène sur la sortie inconnue.

Le formalisme H_∞ s'est avéré utile pour formuler les problèmes de la commande robuste. Il a été rapidement associé à des techniques d'optimisation. Le problème du rejet des perturbations peut être retracé dans les années 1960 et au début des années 1970 [44]. Durant cette période, le rôle de la théorie des jeux différentiels a été reconnu comme un cadre pour la commande de rejet de perturbations [43].

II.4.4 Technique H_∞ non-linéaire

La théorie du contrôle H_∞ non linéaire qui a débuté vers 1990, près d'une décennie après la formulation de Zames de la théorie linéaire est maintenant complète. Presque tous les

problèmes résolus dans le cas linéaire ont été formulés et résolus de manière équivalente pour le cas non linéaire. Dans la plupart des cas, les solutions sont des généralisations directes de la théorie linéaire, tandis que dans d'autres, les solutions impliquent des outils plus sophistiqués d'analyse fonctionnelle et de jeux différentiels. Cependant, peu de problèmes difficiles subsistent parmi lesquels figurent notamment comment résoudre efficacement les équations de Hamilton-Jacobi qui sont les pierres angulaires de toute la théorie [45].

Le problème de commande H_∞ non linéaire consiste à concevoir un contrôleur dynamique de modèle d'état non linéaire sous la forme suivante [46] :

$$K: \begin{cases} \dot{\xi} = A_k(\xi) + B_k(\xi)y \\ u = C_k(\xi) \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Qui assure

- La stabilité asymptotique du système non linéaire en boucle fermée.
- L'atténuation des effets des entrées exogènes.

ξ est le vecteur d'état du correcteur, y est le vecteur de sortie du système et u est la commande.

Le problème d'atténuation des entrées exogènes par retour d'état d'un système non linéaire est équivalent à trouver une commande qui rend ce système dissipatif.

La norme H_∞ linéaire est définie comme une norme sur les matrices de transfert, et ne se généralise pas directement aux systèmes non linéaires. Cependant dans le domaine de temps, la norme H_∞ n'est rien d'autre que la norme induite par la norme \mathcal{L}_2 sur ses signaux [46], c'est à dire pour un système Σ de vecteur d'entrée u et de vecteur de sortie y :

$$\|\Sigma\|_\infty = \max_{u \in \mathcal{L}_2} \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} \quad (\text{II.14})$$

Cette dernière norme convient également aux systèmes non linéaires, et elle est appelée « gain \mathcal{L}_2 » d'un système non linéaire.

Gain \mathcal{L}_2 : Nous considérons la forme générale d'un système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x, w, u) \\ z = Z(x, u) \\ y = Y(x, u) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

où $x \in \mathbf{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbf{R}^m$ est la commande, $y \in \mathbf{R}^p$ est la sortie de mesure, $z \in \mathbf{R}^s$ est la sortie objective et $w \in \mathbf{R}^r$ est l'entrée exogène.

Le gain \mathcal{L}_2 d'un tel système est défini par :

$$\text{gain}\mathcal{L}_2 = \frac{\int_0^T \|z(t)\|^2 dt}{\int_0^T \|w(t)\|^2 dt} \quad (\text{II.16})$$

T Est l'horizon.

Un système non linéaire avec l'état initial $x(0) = \mathbf{0}$ a un gain \mathcal{L}_2 inférieur ou égale à γ ($\gamma > 0$) si pour tout $T \geq 0$ et $w(t) \in \mathcal{L}_2[0, T]$:

$$\int_0^T \|Z(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w(t)\|^2 dt \quad (\text{II.17})$$

Un système non linéaire de la forme générale (II.14) est dissipatif s'il existe une fonction $V(x)$ non négative telle que $V(0) = 0$ et $\int_0^T \{ \|z\|^2 - \gamma^2 \|w\|^2 \} dt \leq V(0) - V(T) \leq -V(T)$.

Cette dernière inégalité signifie que la norme H_∞ du système pour $T \rightarrow \infty$ est inférieure ou égale à γ .

Pour $\gamma = 1$, cette inégalité signifie que l'énergie en entrée est plus grande ou égale à l'énergie de la sortie. En d'autre terme, l'énergie a été dissipée d'où le nom système dissipatif.

Le problème de commande H_∞ non linéaire est équivalent à trouver un correcteur K de la forme (II.12) qui :

- Stabilise le système (II.14),
- Minimise $\frac{\int_0^T \|Z(t)\|^2 dt}{\int_0^T \|w(t)\|^2 dt}$.

II.4.4.1 Résolution de l'équation de Hamilton-Jacobi

Nous supposons que $f(\cdot), B(\cdot), Q(\cdot)$ et $R(\cdot)$ sont de classe $C^k(\Omega)$ pour $k \geq 1$, telles que la fonction définie par l'équation (II.19) est continument différentiable.

HYPOTHESE :

La linéarisation des équations (II.17) autour du point d'équilibre vérifie que $(\frac{\partial f(0)}{\partial x}, B(0))$ stabilisable et $(C(0), \frac{\partial f(0)}{\partial x})$ détectable [43].

Sous l'hypothèse, nous savons que le problème ITHNNOC (Infinite Time Horizon Nonlinear Optimal Control) a une solution de classe C^2 dans un voisinage Ω_0 du point $x = 0$, dans le cas linéaire. De toute évidence, en prenant $V(0) = 0$ et en laissant $P = \frac{\partial^2 V(0)}{\partial x^2}$, alors sur Ω_0 , $V(x) = x^T P x$, où P satisfait l'équation ARE (Algébrique Riccati Equation). De plus, la commande optimale existe sous la forme $u^* = R^{-1}(0)B^T(0)\frac{\partial V^T(0)}{\partial x}$. L'existence de cette solution stationnaire est prouvée directement en montrant que les fonctions correspondantes aux problèmes à horizon fini linéarisées convergent vers une limite explicite quand $t \rightarrow \infty$. Cette idée a été étendue au problème ITHNOC des équations (II.17) et (II.18). Sous les conditions indiquées par l'hypothèse, il existe une solution de classe C^2 au problème non linéaire sur une région Ω supérieure au voisinage Ω_0 contenant le point d'équilibre $x = 0$. La clé de cette analyse est le lien entre les solutions stationnaires de l'équation HJB (II.19) et le multiplicateur de Lagrange correspondant au problème d'optimisation avec contraintes :

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial H(x, u^*, \lambda)}{\partial \lambda} \right)^T, \quad \dot{\lambda} = - \left(\frac{\partial H(x, u^*, \lambda)}{\partial x} \right)^T$$

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x) u_j(t) = f(x) + B(x)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (\text{II.18})$$

$$J(x_0, u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} (x^T(t)Q(x)x(t) + u^T(t)R(x)u(t)) dt \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} (f(x) + B(x)u) + \frac{1}{2}(x^T Q(x)x + u^T R(x)u) = 0 \quad (\text{II.20})$$

où $(x, \lambda) = (x_1, \dots, x_n, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \in R^{2n}$, $x \in R^n$ l'état du système et $\lambda \in R^n$ le multiplicateur de Lagrange qui découle du principe du maximum de Pontryagin.

Supposons que $\lambda : \Omega \rightarrow R^n$ est de classe C^k pour $k \geq 1$ et posons $\lambda(x) = (\lambda_1(x), \dots, \lambda_n(x))^T$ pour $x \in \Omega$, alors il existe une fonction $V : \Omega \rightarrow R$ de classe C^{k+1} telle que $\frac{\partial V^T(x)}{\partial x} = \lambda(x)$ si et seulement si $\frac{\partial \lambda_i(x)}{\partial x_j} = \frac{\partial \lambda_j(x)}{\partial x_i}$, $\forall x \in \Omega, i, j = 1, 2, \dots, n$.

De plus, si cette équation est satisfaite, alors, la fonction V avec $V(0) = 0$ est donnée par :

$$V(x) = x^T \int_0^1 \lambda(tx) dt \quad (\text{II.21})$$

La symétrie dans l'équation signifie que la dérivée partielle de λ par rapport à x est une matrice symétrique, c'est-à-dire $\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} = \frac{\partial \lambda^T(x)}{\partial x}$. D'autre part, $V(x)$ étant une fonction scalaire et $\frac{\partial \lambda^T(x)}{\partial x} = \lambda(x)$, alors la dérivée partielle second ordre de V par rapport à x satisfait $\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V^T(x)}{\partial x^2}$ (matrice hessienne de $V(x)$ doit être symétrique) [49].

II.4.5 Technique d'inversion de la dynamique

Il s'agit de la commande non linéaire la plus populaire actuellement. Les travaux initiaux sont principalement dus à Alberto Isidori. Depuis, les applications de cette technique à l'aéronautique ont été nombreuses. Ces applications concernent principalement des lois de pilotage uniquement (en vitesse angulaire) et des tentatives de robustification non-généralisables.

L'inversion de la dynamique s'appuie sur des représentations d'état de type non-linéaire affine ou pseudo-affine. Ces représentations d'état sont non-linéaires par rapport à l'état du système, et affine par rapport aux commandes. Ainsi, dans le cas d'une représentation d'état affine multivariables, on représente le système par [19] :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i = f(x) + G(x)u \quad (\text{II.22})$$

$$y = h(x) \quad (\text{II.23})$$

où $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée, $y \in R^m$ est vecteur de sortie, f, g_1, \dots, g_m sont des champs vectoriels dans R^n , $G(x) = (g_1(x), \dots, g_m(x))$ est une matrice $n \times m$ et $h(x) = \text{col}(h_1(x), \dots, h_m(x))$ est une fonction de m -vecteurs.

Soit $L_f h_i$ représente la dérivée de Lie le long du champ de vecteur f , et $L_f^k h_i$ signifie de prendre k itérations de dérivé de Lie le long du champ de vecteurs f . Considérons la i -ème sortie y_i du système non linéaire affine ci-dessus, en la dérivant par rapport au temps, nous obtenons :

$$\dot{y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_j} x_j. \quad (\text{II.24})$$

En remplaçant par la i -ème équation de (II.21), cela donne :

$$\begin{aligned} \dot{y}_i &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_j} f_j(x) + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_j} g_{jk}(x) u_k \\ &= L_f h_i(x) + \sum_{k=1}^m L_{g_k} h_i(x) u_k \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

Si $\sum_{k=1}^m L_{g_k} h_i(x) u_k$ est égal à zéro, c'est-à-dire u n'apparaît pas dans \dot{y}_i , alors en dérivant \dot{y}_i par rapport au temps jusqu'à que l'entrée apparaisse successivement dans l'expression de la dérivée, on obtient :

$$y_i^{(\gamma_i)} = L_f^{\gamma_i} h_i(x) + \sum_{k=1}^m L_{g_k} L_f^{\gamma_i-1} h_i(x) u_k \quad (\text{II.26})$$

où γ_i est le plus petit temps. Nous devons dériver l'expression jusqu'à ce que l'entrée apparaisse dans $y_i^{(\gamma_i)}$. Ensuite, nous pouvons réécrire l'équation de sortie (II.22) comme suit [19] :

$$y^{(\gamma)} = A(x) + B(x)u \quad (\text{II.27})$$

Où

$$y^{(\gamma)} = \begin{pmatrix} y_1^{(\gamma_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(\gamma_m)} \end{pmatrix}, \quad A(x) = \begin{pmatrix} L_f^{\gamma_1} h_1 \\ \vdots \\ L_f^{\gamma_m} h_m \end{pmatrix} \quad (\text{II.28})$$

$$B(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{\gamma_1-1} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_1-1} h_1 \\ \vdots & & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\gamma_m-1} h_m & \dots & L_{g_m} L_f^{\gamma_m-1} h_m \end{pmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Par conséquent, la loi de commande découplée et linéarisée peut être définie comme :

$$u = B^\dagger(x)(v - A(x)) \quad (\text{II.30})$$

avec $B^\dagger(x)$ la pseudo-inversion de la matrice $B(x)$ et v la pseudo-entrée. Remplaçant (II.29) dans (II.26), on obtient $y^{(\gamma)} = v$.

Cependant, l'équation du système (II.26) n'est qu'une approximation du système non linéaire actuel. En supposant que le modèle réel du système soit décrit par $y^{(\gamma)} = \hat{F}(x, u)$, alors il ne peut pas être découplé et linéarisé exactement par la loi de commande $\hat{u} = B^\dagger(x)(v - A(x))$. Soit :

$$\Delta(x, \hat{u}) = \hat{F}(x, \hat{u}) - (A(x) + B(x)\hat{u}) \quad (\text{II.31})$$

alors $y^{(\gamma)} = \hat{F}(x, u) + \Delta(x, \hat{u})$. $\Delta(x, \hat{u})$ Signifie une dynamique non modélisée ou des perturbations externes. L'effet de $\Delta(x, \hat{u})$ sur le système doit être estimé et éliminé. Un

observateur d'état étendu est conçu dans [19], et redéfini dans le chapitre III, pour gérer des dynamiques non modélisées et des perturbations externes.

II.4.6 Technique mode glissant

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [51]:

$$u = u_{eq} + u_{gliss} \quad (\text{II.32})$$

u_{eq} : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement s .

u_{gliss} : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « *sign* » de la surface de glissement s , multipliée par une constante K_{gliss} . La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

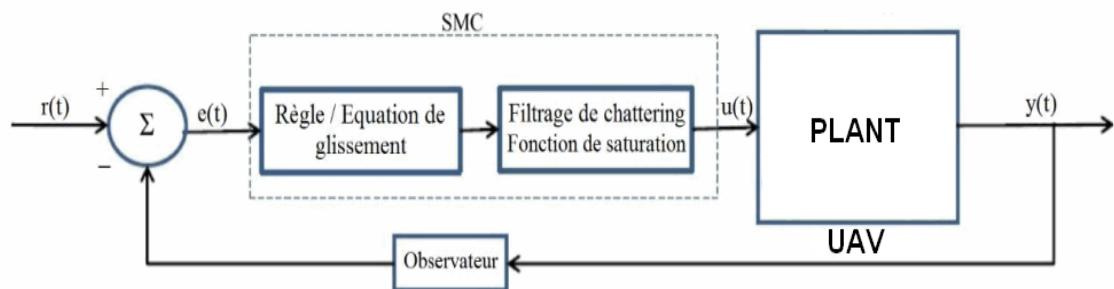


Figure II.7: Bloc diagramme d'un contrôleur mode glissant SMC

II.4.7 Commandes adaptatives

Adapter veut dire changer un comportement en conformité avec de nouvelles circonstances. Intuitivement, un contrôleur adaptatif est un régulateur qui peut modifier son comportement en réponse aux changements de la dynamique d'un système et aux perturbations. Le contrôle adaptatif consiste à éliminer les perturbations structurelles (les variations des paramètres) agissant sur la performance du système de contrôle. Un système de contrôle est adaptatif si, en plus d'une contre réaction conventionnelle, il contient une boucle fermée de contrôle de son indice de performance. Une solution de problème est apportée par l'approche appelée commande adaptative [52].

II.4.7.1 Principe de la commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de techniques permettant un ajustement automatique en temps réel des paramètres des régulateurs des boucles de commandes afin de

réaliser ou maintenir un niveau de performance désiré lorsque les paramètres du processus sont inconnus et/ou varient dans le temps [36].

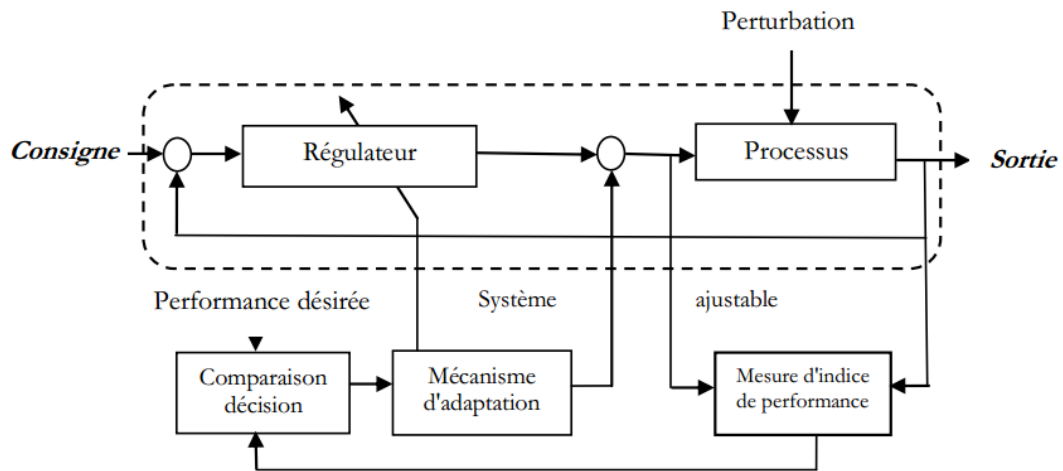


Figure II.8: Principe des systèmes de commande adaptative.

II.4.7.2 Différentes techniques de commande adaptative

Deux approches principales ont été établies pour pallier des contraintes :

1. La commande adaptative à modèle de référence (Model Reference Adaptive Control MRAC).
2. La commande auto-ajustable ou auto-réglable (Self-Tuning Control : STC).

La différence entre ces deux modes réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur.

Pour la commande adaptative à modèle de référence, cet ajustement a une seule étape (méthode directe) : il est possible d'ajuster directement en boucle fermée les paramètres du régulateur. Pour la commande auto-ajustable, l'ajustement se fait en deux étapes (méthode indirecte) : la reconstitution du régulateur passe par l'identification en boucle fermée des paramètres inconnus du système [36].

II.4.7.3 Système de commande adaptative

Un système de commande adaptative mesure un certain indice de performance du système de commande et, à partir de l'écart entre l'indice de performance désiré et l'indice de performance mesuré, le mécanisme d'adaptation modifie les paramètres du système ajustable. On génère des signaux de commande auxiliaire afin de maintenir l'indice de performance du système dans le voisinage des valeurs désirées. On note que les systèmes de commande adaptative, même s'il s'agit de la commande d'un système linéaire à paramètre inconnu, sont des systèmes non linéaires car les paramètres du régulateur dépendent des variables ou des procédés à travers les mécanismes d'adaptation. Ceci explique les difficultés d'analyse et de synthèse de tels systèmes [36].

II.3.7.4 Commande adaptative directe et indirecte

Deux approches principales existent pour la commande adaptative (des processus à paramètres inconnues ou variable dans le temps) :

- La commande adaptative directe dont laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir d'une comparaison entre les performances réelles et la performance désirée (c'est le cas en particulier de la commande adaptative à modèle de référence (Model Reference Adaptive Control "MRAC").
- La commande adaptative indirecte qui suppose une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification (c'est le cas des régulateurs auto ajustables (self-tuning control "STC")) [36].

II.4.7.5 La différence entre MRAC et STC

Le problème de la commande adaptative avec le modèle de référence (MRAC) est de déterminer le mécanisme d'ajustement (MA) pour qu'un système stable qui mène l'erreur à zéro soit obtenu. La différence entre le (MRAC) et le (STC) réside dans le mode d'ajustement des paramètres du régulateur [36].

Pour STC, l'ajustement se fait en deux étapes en utilisant d'algorithmes explicites ou indirects. La reconstruction du régulateur passe par l'identification en boucle fermée du paramètre inconnu du système puis par l'adaptation de ces paramètres [36].

Pour MRAC, l'ajustement se fait en une seule étape. Il est possible d'ajuster les paramètres de régulateur directement en boucle fermée en utilisant des méthodes direct ou implicites.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des commandes de systèmes dynamiques linéaires et non linéaires. Nous avons commencé par introduire des techniques de control classiques qui sont devenus impuissants et donnent souvent des résultats moins performants qui causent l'instabilité des systèmes.

Après, nous avons présenté des techniques de commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Nous avons étudié la technique de commande par backstepping qui est une technique itérative. Elle permet d'aboutir à une loi de commande élaborée étape par étape via des commandes virtuelles jusqu'à la dernière étape qui donne la loi de commande réelle du système. La dimension réduite de chaque sous-système reste le point clé de cette technique. En effet, elle permet d'avoir des commandes virtuelles plus simples pour chaque étape.

De même, on a présenté la technique d'inversion de la dynamique qui permet d'annuler la non-linéarité du système directement à l'aide de l'état de transformation non linéaire de la Feedback.

Dans le chapitre suivant, on va présenter la conception de deux types de commande, à savoir le OBC et le DIC/ESO. Pour ce dernier contrôleur, une combinaison de l'inversion de la

dynamique avec un observateur d'état étendu est présentée. L'idée est de prendre les perturbations qui peuvent affecter la sortie du système comme une nouvelle variable d'état pour établir une commande d'attitude robuste.

CHAPITRE III

DESCRIPTION DES CONTROLEURS OBC et DIC/ESO**III.1 Introduction**

La commande d'attitude d'un corps rigide en rotation est un problème qui reste toujours d'actualité vu la complexité de la représentation du mouvement de rotation dans l'espace $3D$. En effet, la seule représentation de l'attitude qui est globale et unique est celle donnée par la matrice des cosinus directeurs qui est un élément de l'espace $SO(3)$ alors que la vitesse angulaire est un élément de R^3 . De ce fait, la commande doit tenir compte de ces deux espaces. Or dans la littérature, diverses méthodes de commande non linéaires ont été proposées pour traiter le cas de l'attitude mais elles se basent presque toutes sur la représentation par les angles d'Euler ou par les paramètres de Rodrigues qui sont des représentations minimales certes mais non globales. Par conséquent, les résultats obtenus sont généralement locaux [43].

Afin de répondre au double problème de globalité et d'optimalité de la commande en attitude, nous nous sommes inspiré de la méthode développée par [18] pour étudier une commande globale de l'attitude utilisant la représentation globale par les quaternions. En effet, nous appliquons la commande optimale H_∞ et la technique du backstepping au système décomposé en équation cinématique et équation dynamique. A cet effet, nous commençons par considérer l'erreur de poursuite et résolvons l'équation de Hamilton-Jacobi relative au sous-système cinématique où l'état Ω_{aux} est considéré comme une entrée virtuelle du sous-système cinématique. Ainsi, nous obtenons la vitesse angulaire virtuelle optimale v_1 stabilisant le sous-système et minimisant l'indice de performance. Par la suite, nous introduisons l'erreur sur la vitesse angulaire virtuelle optimale v_1 pour le sous-système dynamique. Ensuite, nous étudions la commande d'inversion de la dynamique combinée avec l'observateur de l'état étendue en utilisant les angles d'Euler pour représenter la rotation du même système que la commande OBC (drone X-31) afin de faire une étude comparative des performances de ces deux commandes.

III.2 Description du contrôleur OBC

Dans cette section nous allons concevoir une loi de stabilisation d'un système drone de type Quadrirotor afin que les états convergent vers l'équilibre le plus proche. Le quaternion est utilisé pour décrire l'attitude.

Soit le quaternion Q et le système dynamique décrits par les équations suivantes [18] :

$$\dot{Q}(t) = \frac{1}{2}Q(t) \otimes \bar{\Omega}(t) \quad (\text{III.1})$$

$$J\dot{\Omega}(t) = -\Omega(t) \times J\Omega(t) + u(t) + d(t) \quad (\text{III.2})$$

où $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ est la matrice d'inertie du corps et satisfait $J = J^T > 0$, $\bar{\Omega} = (0, \Omega)$ avec $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3]^T \in R^3$ est le vecteur vitesse angulaire du corps dans le repère fixe, $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ est la loi de commande et $d(t) \in R^3$ est le vecteur de perturbation externe. Le quaternion $Q(t) \in R^4$ est définie par $Q(t) = [q_0(t), q_1(t), q_2(t), q_3(t)]^T = [q_0(t), q_v(t)]^T$ où $\|Q(t)\|_2 = 1, \forall t \geq 0$.

Si Q_d est le quaternion désiré écrit en forme dynamique suivante :

$$\dot{Q}_d(t) = \frac{1}{2} Q_d(t) \otimes \bar{\Omega}_d(t) \quad (\text{III.4})$$

avec $\bar{\Omega}_d = (0, \Omega_d), \Omega_d \in R^3$ est la vitesse angulaire désirée, alors le vecteur d'erreur du quaternion de forme multiplicative est :

$$Q_e(t) = Q_d^{-1}(t) \otimes Q(t) \text{ ou } Q_d(t) \otimes Q_e(t) = Q(t). \quad (\text{III.5})$$

La dérivée de l'équation ci-dessus donne :

$$\dot{Q}_d(t) \otimes Q_e(t) + Q_d(t) \otimes \dot{Q}_e(t) = \dot{Q}(t), \quad (\text{III.6})$$

qui conduit à :

$$\dot{Q}_d(t) \otimes Q_e(t) + Q_d(t) \otimes \dot{Q}_e(t) = \frac{1}{2} Q(t) \otimes \bar{\Omega}(t), \quad (\text{III.7})$$

$$\dot{Q}_e(t) = \frac{1}{2} (Q_d^{-1}(t) \otimes Q(t) \otimes \bar{\Omega}(t)) - Q_d^{-1}(t) \otimes \dot{Q}_d(t) \otimes Q_e(t) \quad (\text{III.8})$$

$$\dot{Q}_e(t) = \frac{1}{2} (Q_e(t) \otimes \bar{\Omega}(t) - \bar{\Omega}(t) \otimes Q_e(t)); \quad (\text{III.9})$$

Alors

$$\dot{Q}_e(t) = \frac{1}{2} Q_e(t) \otimes (\bar{\Omega}(t) - Q_e^{-1}(t) \otimes \bar{\Omega}_d(t) \otimes Q_e(t)). \quad (\text{III.10})$$

Soit on met :

$$Q_e^{-1}(t) \otimes \bar{\Omega}_d(t) \otimes Q_e(t) = \bar{\Omega}_d^*(t) \quad (\text{III.11})$$

avec

$$\Omega_d^*(t) = R^T(Q_e(t)) \Omega_d(t) \quad (\text{III.12})$$

Avec l'aide de la formule de Rodriguez, on peut définir la matrice de rotation en fonction du quaternion comme suit [28] :

$$R^T(Q_e(t)) = I + 2q_0 S(Q_v(t)) + 2S^2(Q_v(t)). \quad (\text{III.13})$$

Et soit Ω_{aux} une vitesse angulaire auxiliaire définie comme suit :

$$\Omega_{aux}(t) = \Omega(t) - \Omega_d^*(t), \quad \dot{\Omega}_{aux}(t) = \dot{\Omega}(t) - \dot{\Omega}_d^*(t) \quad (\text{III.14})$$

Le système d'erreur du quaternion peut être représentée sous la forme :

$$\dot{Q}_e(t) = \frac{1}{2} Q_e(t) \otimes \bar{\Omega}_{aux}(t) \quad (\text{III.15})$$

À partir de (III.12), on peut écrire :

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_d^*(t) &= \dot{R}^T(Q_e(t))\Omega_d(t) + R^T(Q_e(t))\dot{\Omega}_d(t) \\ &= S^T(\Omega(t))R^T(Q_e(t))\Omega_d(t) + R^T(Q_e(t))\dot{\Omega}_d(t) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

De l'équation (III.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned} J\dot{\Omega}_{aux}(t) &= J\dot{\Omega}(t) - J\dot{\Omega}_d^*(t) \\ J\dot{\Omega}_{aux}(t) &= -\Omega(t) \times J\Omega(t) + u(t) + d(t) - J\dot{\Omega}_d^*(t) \\ J\dot{\Omega}_{aux}(t) &= -(\Omega_{aux}(t) + \Omega_d^*(t)) \times J(\Omega_{aux}(t) + \Omega_d^*(t)) + u(t) + d(t) - J\dot{\Omega}_d^*(t) \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

avec \times le produit vectoriel.

Enfin, et en utilisant la matrice antisymétrique, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_{aux}(t) &= -J^{-1}S(\Omega_{aux}(t))J\Omega_{aux}(t) - J^{-1}S(\Omega_{aux}(t))J\Omega_d^*(t) - J^{-1}S(\Omega_d^*(t))J\Omega_{aux}(t) \\ &\quad - J^{-1}S(\Omega_d^*(t))J\Omega_d^*(t) - S^T(\Omega(t))R^T(Q_e(t))\Omega_d(t) - R^T(Q_e(t))\dot{\Omega}_d(t) + J^{-1}u(t) + J^{-1}d(t) \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

$$\begin{aligned} \text{Soit : } v(t) &= u(t) - S(\Omega_{aux}(t))J\Omega_d^*(t) - S(\Omega_d^*(t))J\Omega_d^*(t) - JS^T(\Omega(t))R^T(Q_e(t))\Omega_d(t) \\ &\quad - JR^T(Q_e(t))\dot{\Omega}_d(t) \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

alors (III.18) peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_{aux}(t) &= -J^{-1}S(\Omega_{aux}(t))J\Omega_{aux}(t) - J^{-1}S(\Omega_d^*(t))J\Omega_{aux}(t) + J^{-1}v(t) + J^{-1}d(t) \\ &= [-J^{-1}S(\Omega_{aux}(t))J - J^{-1}S(\Omega_d^*(t))J]J\Omega_{aux}(t) + J^{-1}v(t) + J^{-1}d(t). \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Dans ce cas, l'équation (III.18) peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_{aux}(t) &= A_2(t)\Omega_{aux}(t) + B_2v(t) + G_2(t)w(t) \\ A_2(t) &= -J^{-1}S(\Omega_{aux}(t))J - J^{-1}S(\Omega_d^*(t))J; \quad B_2(t) = J^{-1}; \quad G_2(t) = J^{-1}; \quad w(t) = d(t) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Prenant $Q_e(t) = (q_{e0}(t), q_{ev}(t))^T$, le développement de (III.15) conduira à l'équation cinématique du mouvement de corps rigide décrit en fonction du quaternion comme suit :

$$\dot{Q}_e(t) = \begin{pmatrix} \dot{q}_{e0}(t) \\ \dot{q}_{ev}(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} E(Q_e(t))\Omega_{aux}(t) \quad (\text{III.22})$$

$E(Q_e(t))$ est la matrice Jacobienne cinématique définie par :

$$E(Q_e) = \begin{pmatrix} -q_{ev}^T(t) \\ -S(q_{ev}(t)) + q_{e0}(t)I_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (\text{III.23})$$

et la matrice $S(q_{ev}(t)) \in R^{3 \times 3}$ désigne une matrice antisymétrique donnée par :

$$S(q_{ev}) = \begin{bmatrix} 0 & q_{ev}(3) & -q_{ev}(2) \\ -q_{ev}(3) & 0 & q_{ev}(1) \\ q_{ev}(2) & -q_{ev}(1) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

Nous mettons :

$$x_1(t) = q_{ev}(t), \quad x_2(t) = \Omega_{aux}(t) \quad (\text{III.25})$$

avec

$$Q_e(t) = Q_d^{-1}(t) \otimes Q(t) = [q_{e0}(t), q_{ev}(t)]^T, \quad B_1(t) = \frac{1}{2} E_1(x_1(t)) \quad (\text{III.26})$$

Donc, le système sous forme hiérarchique basé sur (III.21) et (III.23) sera présenté comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{1}{2} (-S(q_{ev}(t)) + q_{e0}(t)I_{3 \times 3})x_2(t) \\ &= \frac{1}{2} E_1(x_1(t))x_2(t) = B_1(t)x_2(t) \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

$$\dot{x}_2(t) = A_2(t)x_2(t) + B_2(t)v(t) + G_2(t)w_2(t). \quad (\text{III.28})$$

et l'état d'équilibre doit conduire au point d'équilibre $x_d(t) = [\pm 1, 0, 0, 0, 0, 0]^T$.

III.2.1 Commande d'attitude optimale

Dans cette section, nous considérons un problème de commande impliquant une notion d'optimalité par rapport à une fonction (coût) non linéaire des systèmes modélisés par des équations différentielles, en dimension finie, définies comme suit :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (\text{III.29})$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $t \in R$ est la variable temporelle et $u \in \mathbb{R}^{n_2}$ est l'entrée du contrôle. Pour de tels systèmes, le but est de déterminer un contrôleur pour amener le système d'un ensemble initial à un ensemble final en minimisant le critère appelé coût. Dans ce cas, nous considérons le problème de contrôle optimal comme suit :

$$\min j(x, u)$$

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (\text{III.30})$$

$$x(t_0) = x_0$$

Soit la fonction coût avec contrainte présentée par :

$$\bar{j}(x, u, \lambda) = j(x, u) + \int_{t_1}^{t_2} \lambda^T (f(x, u, t) - \dot{x})(t) dt \quad (\text{III.31})$$

Où

$$X \times U \ni (x, u) \rightarrow j(x, u) = \Phi(x(t_2), t_2) + \int_{t_1}^{t_2} L(x(t), u(t), t) dt \quad (\text{III.32})$$

où $X \times U \ni (x, u) \rightarrow j(x, u) \in R$, $X \times U$ est un espace normé. Ici X est l'espace des fonctions continument différentiables $R \supset [t_0, t_f] \rightarrow R^{n_1}$ et U est l'espace des fonctions continues définies sur $[t_0, t_f] \rightarrow R^n$. Nous considérons une nouvelle fonction $\bar{j}, X \times U \times M \ni (x, u, \lambda) \mapsto \bar{j}(x, u, \lambda)$, où M est l'espace des fonctions différentiables $R \rightarrow R^n$ et λ est le vecteur coût.

Cette nouvelle fonction nous permet de passer de la résolution d'un problème d'optimisation avec des contraintes à un problème d'optimisation sans contraintes. Considérons la fonction coût suivante :

$$\bar{j}(x, u, \lambda) = j(x, u) + \int_{t_0}^{t_f} \lambda(t)^T (f(x, u) - \dot{x}(t)) dt \quad (\text{III.33})$$

Nous considérons la fonction Hamiltonienne suivante :

$$H(x(t), u(t), \lambda(t)) = L(x, u) + \lambda(t)^T f(x, u) \quad (\text{III.34})$$

Le point clé de cette théorie est le principe du Maximum de Pontryagin formulé en 1956, selon lequel le contrôle optimal minimise la fonction j avec les conditions d'optimalité suivantes :

$$\dot{\lambda}(t)^T = -\frac{\partial H}{\partial x}(x, u, \lambda) \quad (\text{III.35})$$

$$\lambda^T(t_f) = \frac{\partial \Phi(x(t_f), t_f)}{\partial x(t_f)} \quad (\text{III.36})$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (\text{III.37})$$

$$x(t_0) = x^0 \quad (\text{III.38})$$

L'objectif principal dans la conception d'une loi de contrôle optimale est pour que l'état stable converge vers l'équilibre le plus proche. Le contrôleur est établi en deux étapes (comme le backstepping classique) passant par un contrôleur virtuel et une matrice P_i définie positive calculée par l'équation de Riccati.

La stabilité locale et la détectabilité sont alors assurées par l'existence d'une solution appropriée des équations algébriques de Riccati. En supposant que le système (III.27)-(III.28) est stabilisable et la paire (A_i, B_i) doit être stabilisable, alors il existe un contrôleur virtuel v_i et une matrice définie semi-positive P_i tel que le sous-système puisse être représenté sous la forme [18]:

$$\dot{z}_i(t) = A_i(t)z_i(t) - A_i(t)v_{i-1}(t) + \dot{v}_{i-1}(t) - B_i(t)v_i(t) - B_{ii}(t)w_i(t) \quad (\text{III.39})$$

$i = 1$ à n . n est le degré de différentiabilité du système ($i = 1, 2; n = 2$ dans notre cas), avec la nouvelle variable z définie comme suit :

$$z_i(t) = v_{i-1}(t) - x_i(t) \quad (\text{III.40})$$

et le contrôleur de Backstepping virtuel v donné comme suit :

$$\begin{aligned} B_i(t)v_i(t) = & B_i(t)R_i^{-1}B_i^T(t)P_i z_i(t) + \dot{v}_{i-1}(t) \\ & - A_i(t)v_{i-1}(t) + P_i^{-1}B_i^T(t)P_{i-1}z_{i-1}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

qui stabilise asymptotiquement le système sans perturbation.

III.2.2 Conception du contrôleur OBC

La technique du Backstepping est appliquée au système d'équations (III.1)-(III.2). A cet effet, nous décomposons le système global en deux sous-systèmes, le sous-système cinématique (III.1) et le sous-système dynamique (III.2). Puis, nous considérons l'état Ω_{aux} comme une entrée virtuelle du sous-système (III.1). Nous résolvons l'équation de Hamilton-Jacobi pour obtenir la vitesse angulaire virtuelle optimale v_1 stabilisant le sous-système (III.1) et minimisant l'indice de performance. Par la suite, nous introduisons l'erreur sur la vitesse angulaire afin de déterminer la loi de commande qui permet de suivre la vitesse angulaire virtuelle optimale v_1 pour le sous-système dynamique (III.2)

Etape 1 : Soit l'erreur sur le quaternion suivant :

$$\begin{aligned} z_1 &= v_0 \text{sign}(q_0(0)) - \varphi_0(t) \\ &= x_{1d} \text{sign}(q_0(0)) - x_1(t), \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Par dérivation de z_1 par rapport au temps, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_{1d} \text{sign}(q_0(0)) - \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_1(t) &= B_1 \varphi_1(x_2) = B_1 v_1 \text{sign}(q_0(0)); \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

où v_1 est considérée comme l'entrée de la commande du sous-système.

Ainsi

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_{1d} \text{sign}(q_0(0)) - B_1 v_1 \text{sign}(q_0(0)) \quad (\text{III.44})$$

Soit la représentation de la nouvelle variable de commande ξ_1 de manière que :

$$\dot{z}_1 = A_1 z_1 + B_1 \xi_1 \quad (\text{III.45})$$

Pour $A_1 = 0$, nous obtenons :

$$B_1 \xi_1 = \dot{x}_{1d} \text{sign}(q_0(0)) - B_1 v_1 \text{sign}(q_0(0)). \quad (\text{III.46})$$

Prenant :

$$L_1 = \frac{1}{2} z_1^T Q_1 z_1 + \frac{1}{2} \xi_1^T R_1 \xi_1 + \frac{1}{2} z_1^T P_1 B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1, \quad \text{et} \quad \Phi_1 = \frac{1}{2} z_1^T P_1 z_1 \quad (\text{III.47})$$

La fonction Hamiltonienne pour ce cas est :

$$H_1 = \frac{1}{2} z_1^T Q_1 z_1 + \frac{1}{2} \xi_1^T R_1 \xi_1 + \lambda_1^T (B_1 \xi_1),$$

$$\Phi_1(z_1, t) = \frac{1}{2} z_1^T P_1 z_1 \quad (\text{III.48})$$

L'utilisation des conditions d'optimalité donnent :

$$\dot{\lambda}_1 = -\left(\frac{\partial H_1}{\partial q_{ev}}\right)^T = -Q_1 z_1 \quad (\text{III.49})$$

$$\lambda_1 = \frac{\partial \Phi_1(z_1, t)}{\partial z_1} = P_1 z_1 \quad (\text{III.50})$$

Des conditions d'optimalité, nous obtenons :

$$\frac{\partial H_1}{\partial \xi_1} = 0 \Rightarrow$$

$$R_1 \xi_1 + B_1^T \lambda_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\xi_1 = -R_1^{-1} B_1^T \lambda_1 = -R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1 \quad (\text{III.51})$$

Pour $x_{1d} = [0, 0, 0]^T$, la nouvelle variable de commande est $\xi_1 = R_1^{-1} E_1^T P_1 q_{ev}$

Par dérivation de (III.50) et comparant avec (III.49), nous obtenons :

$$\dot{P}_1 z_1 = -P_1 (B_1 (-R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1)) - Q_1 z_1 \quad (\text{III.52})$$

L'équation de Riccati devient :

$$-\dot{P}_1 = -P_1 E_1 R_1^{-1} E_1^T P_1 + Q_1 \quad (\text{III.53})$$

avec Q_1 est choisi comme matrice symétrique et R_1 comme matrice diagonale. La nouvelle variable de commande ξ_1 soit :

$$\begin{aligned} B_1 \xi_1 &= B_1 R_1^{-1} E_1^T P_1 q_{ev} \\ &= x_{1d} \text{sign}(q_0(0)) - B_1 v_1 \text{sign}(q_0(0)); \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

Par conséquent, la commande virtuelle v_1 est donnée par :

$$v_1 = -R_1^{-1} E_1^T P_1 q_v \text{sign}(q_0(0)) \quad (\text{III.55})$$

Etape 2 : Soit l'erreur sur la vitesse angulaire :

$$z_2 = v_1 \text{sign}(q_0(0)) - \dot{\varphi}_1(t) = v_1 \text{sign}(q_0(0)) - x_2(t) \quad (\text{III.56})$$

Par dérivation de z_2 par rapport au temps, nous obtenons :

$$\dot{z}_2 = \dot{v}_1 \text{sign}(q_0(0)) - \dot{x}_2(t)$$

$$\dot{z}_2 = \dot{v}_1 \text{sign}(q_0(0)) - A_2 x_2 - B_2 v_2 - B_{22} w_2,$$

$$\dot{z}_2 = v_1 \text{sign}(q_0(0)) + A_2(z_2 - v_1 \text{sign}(q_0(0))) - B_2 v_2 - B_{22} w_2; \quad (\text{III.57})$$

Soit la représentation par la nouvelle variable de commande ξ_2 :

$$\dot{z}_2 = A_2 z_2 + B_2 \xi_2 - P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1 \quad (\text{III.58})$$

Dans ce qui suit, nous prenons le cas des perturbations w_2 donné par [49] :

$$w_2 = \frac{1}{2\gamma_2^2} B_{22}^T P_2 z_2 \quad (\text{III.59})$$

avec

$$B_2 \xi_2 = -B_2 v_2 + v_1 \text{sign}(q_0(0)) - A_2 v_1 \text{sign}(q_0(0)) + P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} B_{22} B_{22}^T P_2 z_2 \quad (\text{III.60})$$

soit

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} z_1^T P_1 z_1 + \frac{1}{2} z_2^T P_2 z_2 \quad (\text{III.61})$$

Puisque la dérivée de z_i dépend essentiellement de la variable v_i (commande virtuel actuel) et v_{i-1} (commande virtuel passé), on peut alors introduire par analogie la variable z_{i-1} par récurrence. Le \dot{z}_1 passé est calculé par :

$$\dot{z}_1 = B_1 z_2 - B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1 \quad (\text{III.62})$$

La fonction Hamiltonienne pour ce cas est :

$$\begin{aligned} H_2 &= \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} z_i^T Q_i z_i + \frac{1}{2} \xi_2^T R_2 \xi_2 + \frac{1}{2} z_1^T P_1 B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{4\gamma_2^2} z_2^T P_2 B_{22} B_{22}^T P_2 z_2 + \lambda_1^T \dot{z}_1 + \lambda_2^T \dot{z}_2, \\ H_2 &= \frac{1}{2} z_1^T Q_1 z_1 + \frac{1}{2} z_2^T Q_2 z_2 + \frac{1}{2} z_1^T B_1 P_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{4\gamma_2^2} z_2^T P_2 B_{22} B_{22}^T P_2 z_2 + \frac{1}{2} \xi_2^T R_2 \xi_2 \\ &+ \lambda_1^T (B_1 z_2 - B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1) + \lambda_2^T (A_2 z_2 + B_2 \xi_2 - P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1) \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

L'utilisation des conditions d'optimalité pour $\dot{\lambda}_1$ et $\dot{\lambda}_2$ nous donne :

$$\dot{\lambda}_1 = -Q_1 z_1 - P_1 B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1 + (B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1)^T \lambda_1 + (P_2^{-1} B_1^T P_1)^T \lambda_2$$

$$\dot{\lambda}_1 = -Q_1 z_1 + P_1 B_1 z_2 \quad (\text{III.64})$$

$$\dot{\lambda}_2 = -Q_2 z_2 - A_2^T P_2 z_2 - P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} P_2 B_{22} B_{22}^T P_2 z_2 \quad (\text{III.65})$$

$$\text{sachant que } \lambda_1 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z_1} = P_1 z_1 \lambda_2 = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z_2} = P_2 z_2 \quad (\text{III.66})$$

L'utilisation des conditions d'optimalité nous donnent :

$$\frac{\partial H_2}{\partial \xi_2} = 0 \Rightarrow R_2 \xi_2 + B_2^T \lambda_2 = 0 \Rightarrow \xi_2 = -R_2^{-1} B_2^T P_2 z_2 \quad (\text{III.67})$$

$$\dot{\lambda}_1 = P_1 \dot{z}_1 + \dot{P}_1 z_1 = -Q_1 z_1 + P_1 B_1 z_2,$$

$$\dot{P}_1 z_1 = -Q_1 z_1 + P_1 B_1 z_2 - P_1 (B_1 z_2 - B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 z_1) \quad (\text{III.68})$$

$$-\dot{P}_1 = -P_1 B_1 R_1^{-1} B_1^T P_1 + Q_1. \quad (\text{III.69})$$

De même :

$$\dot{\lambda}_2 = P_2 \dot{z}_2 + \dot{P}_2 z_2 = -Q_2 z_2 - A_2^T P_2 z_2 - B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} P_2 G_2 G_2^T P_2 z_2,$$

$$\dot{P}_2 z_2 = -Q_2 z_2 - A_2^T P_2 z_2 - B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} P_2 G_2 G_2^T P_2 z_2 - P_2 (A_2 z_2 + B_2 \xi_2 - P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_2 z_2 = & -Q_2 z_2 - A_2^T P_2 z_2 - B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} P_2 G_2 G_2^T P_2 z_2 - P_2 A_2 z_2 - P_2 B_2 (-R_2^{-1} B_2^T P_2 z_2) + \\ & P_2 P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1 \end{aligned} \quad (\text{III.70})$$

$$\dot{P}_2 z_2 = -Q_2 z_2 - A_2^T P_2 z_2 - P_2 A_2 z_2 + P_2 B_2 R_2^{-1} B_2^T P_2 z_2 - \frac{1}{2\gamma_2^2} P_2 G_2 G_2^T P_2 z_2$$

$$-\dot{P}_2 = A_2^T P_2 + P_2 A_2 + P_2 \left(\frac{1}{2\gamma_2^2} G_2 G_2^T - B_2 R_2^{-1} B_2^T \right) P_2 + Q_2$$

$$-\dot{P}_2 = A_2^T P_2 + P_2 A_2 + P_2 \Gamma_2 P_2 + Q_2. \quad (\text{III.71})$$

Par conséquent, l'équation de Riccati est déterminée. Q_2 est choisi pour être une matrice symétrique. Donc, la loi de commande est :

$$B_2 v_2 = B_2 R_2^{-1} B_2^T P_2 z_2 + v_1 \text{sign}(q_0(0)) - A_2 v_1 \text{sign}(q_0(0)) + P_2^{-1} B_1^T P_1 z_1 - \frac{1}{2\gamma_2^2} B_{22} B_{22}^T P_2 z_2 \quad (\text{III.72})$$

En d'autre terme

$$z_2 = v_1 \text{sign}(q_0(0)) - x_2, \text{ soit :}$$

$$z_2 = v_1 \text{sign}(q_0(0)) - \Omega_{aux}. \quad (\text{III.73})$$

Alors

$$\begin{aligned} v_2 = & R_2^{-1} J^{-1} P_2 (v_1 \text{sign}(q_0(0)) - \Omega_{aux}) + J (v_1 \text{sign}(q_0(0)) - A_2 v_1 \text{sign}(q_0(0))) \\ & + J (-P_2^{-1} B_1^T P_1 q_v \text{sign}(q_0(0))) - J \left(\frac{1}{2\gamma_2^2} B_{22} B_{22}^T P_2 (v_1 \text{sign}(q_0(0)) + \Omega_{aux}) \right) \end{aligned} \quad (\text{III.74})$$

En remplaçant A_2 par sa valeur, la commande réelle u est finalement calculé :

$$\begin{aligned} A_2 = & -J^{-1} S(\Omega_{aux}) J - J^{-1} S(\Omega_d^*) J, \\ u = & v_2 + S(\Omega_{aux}) J \Omega_d^* + S(\Omega_d^*) J \Omega_d^* + J S^T(\Omega) R^T(Q_e) \Omega_d + J R^T(Q_e) \dot{\Omega}_d \end{aligned} \quad (\text{III.75})$$

III.2.3 Résultats de simulation du contrôleur OBC

Les performances de la commande d'attitude proposée ont été étudiées en simulation avec les paramètres constants $q_0^d = 1, q_v^d = [0,0,0]^T$,

La vitesse angulaire initiale $\omega_{init} = [\omega_{init1}, \omega_{init2}, \omega_{init3}]^T = [0,0,0]^T$

En **Cas 1**, nous prenons comme condition initiale suivante :

$$Q_{e0} = [0.8224, 0.2226, 0.4397, 0.3604]^T$$

En **Cas 2**, nous prenons comme condition initiale suivante :

$$Q_{e0} = [-0.02226, -0.8224, -0.3604, -0.4397]^T$$

L'erreur sur le quaternion $Q(t) = [q_0(t), q_1(t), q_2(t), q_3(t)]^T$ des différentes commandes est présentée dans les Figures III.1 et III.2. les différentes composantes des vitesse angulaires sont représentées par les Figures III.3 et III.4. Comme nous pouvons voir dans la Figure III.1, l'erreur de poursuite du quaternion converge rapidement vers 0. La Figure III.2 montre que l'erreur de poursuite du quaternion converge rapidement vers 0 pour le cas 2 pour des conditions initiale négatives.

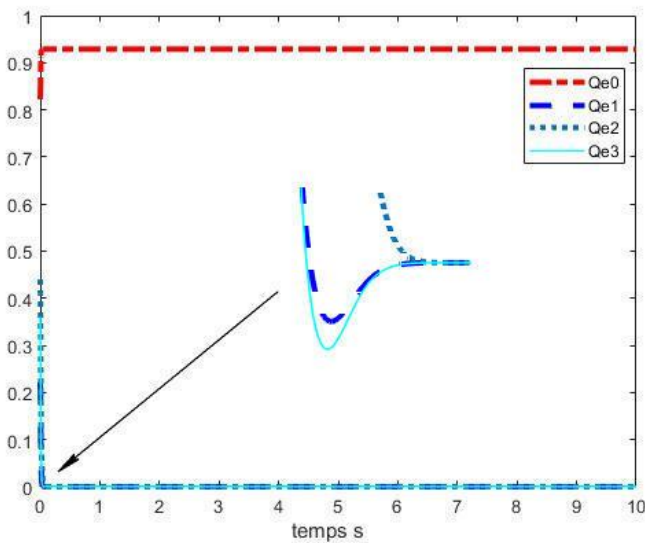


Figure III.1: Erreur de quaternion pour des conditions initiales positives (Cas 1)

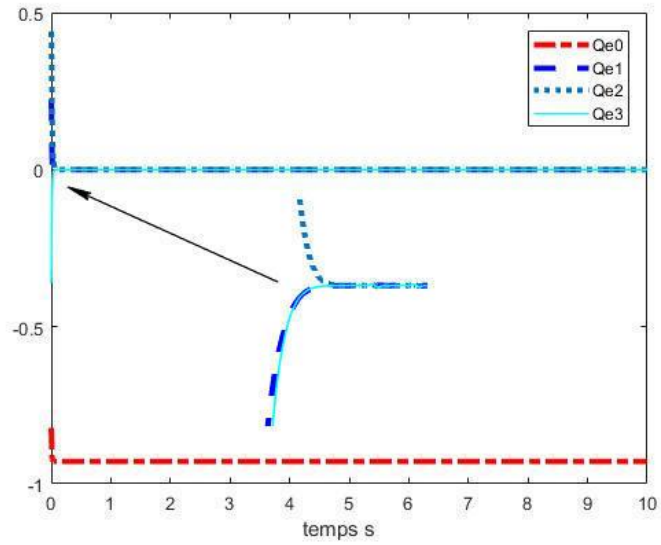


Figure III.2 : Erreur de quaternion pour des conditions initiales négatives (Cas 2)

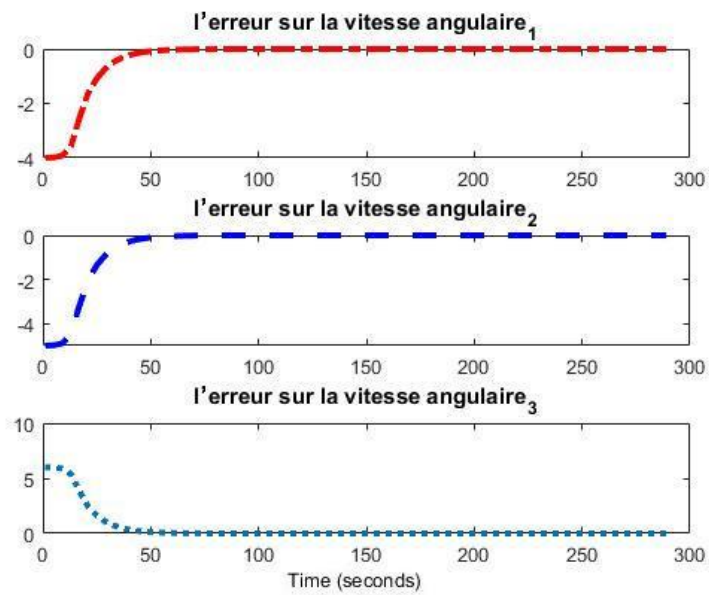


Figure III.3 : Erreur sur la vitesse angulaire (Cas 1)

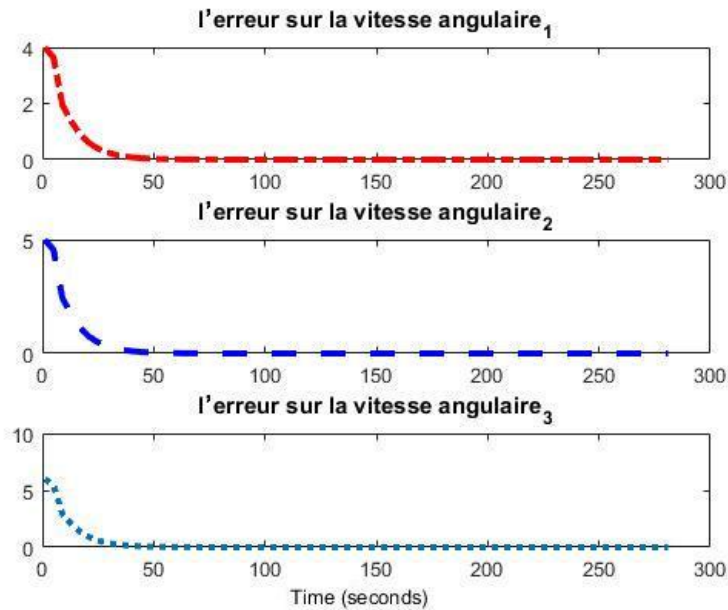


Figure III.4 : Erreur sur la vitesse angulaire (Cas 2)

La Figure III.3 montre que l'erreur de poursuite de la vitesse angulaire converge vers 0 rapidement. L'erreur de poursuite est à 10^{-05} près par conséquent cette commande réunit l'efficacité et la rapidité et assure la robustesse vis à vis des perturbations externes. La Figure III.4 montre que l'erreur de poursuite de la vitesse angulaire converge vers 0 rapidement pour des conditions initiales négatives. La Figure III.5 montre que les perturbations sont rejetées par la commande Backstepping optimale. En effet, cette commande est une commande robuste. La simulation de la commande optimale, utilisant la technique du Backstepping, appliquée au Quaternion a montré son efficacité.

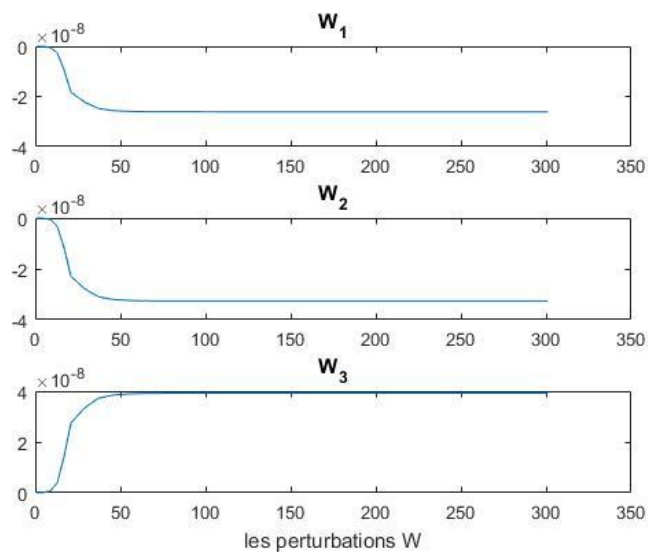


Figure III.5 : Perturbation maximale de sortie rejetée par la commande OBC

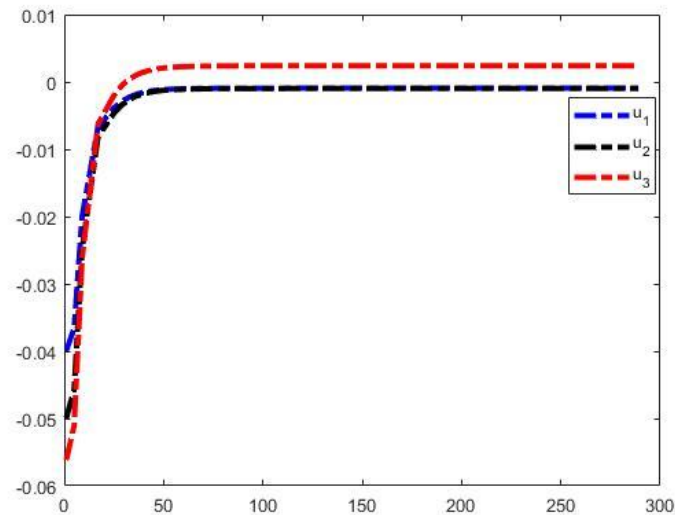


Figure III.6 : La commande u

III.3 Description du contrôleur DIC/ESO

L'inversion de la dynamique est l'une des méthodes de feedback linéarisation largement utilisé dans l'ingénierie et a été appliquée avec succès dans le contrôle de vol [14]. Cependant, pour effectuer la linéarisation exacte, le modèle de système précis est nécessaire pour l'inversion de la dynamique, et cette exigence ne peut généralement pas être satisfaite à cause de l'existence des dynamiques non modélisée et les perturbations externes. Certaines méthodes de commande robuste combiné avec la technique de l'inversion de la dynamique ont été proposées afin d'améliorer la robustesse de contrôle en vol comme : réseau de neurones [57],[58], la commande robuste par loop-shaping [59], la commande de la logique floue [48] et d'autres méthodes de contrôle adaptatif. L'idée principale de la plupart de ces méthodes est d'estimer les facteurs incertains et les éliminer. Un observateur d'état étendu (ESO) [50] peut être utilisé pour estimer les incertitudes et les perturbations qui est la partie clé de commande de rejet de perturbation active (ADRC) [44]. L'ESO prend les perturbations qui peuvent affecter la sortie du système comme une nouvelle variable d'état et utilise un mécanisme de feedback pour établir l'état étendu. Cet observateur ne dépend pas du modèle mathématique des perturbations. Dans ce travail, nous utilisons l'inversion de la dynamique combinée avec l'observateur d'état étendu pour établir une commande d'attitude pour les drones.

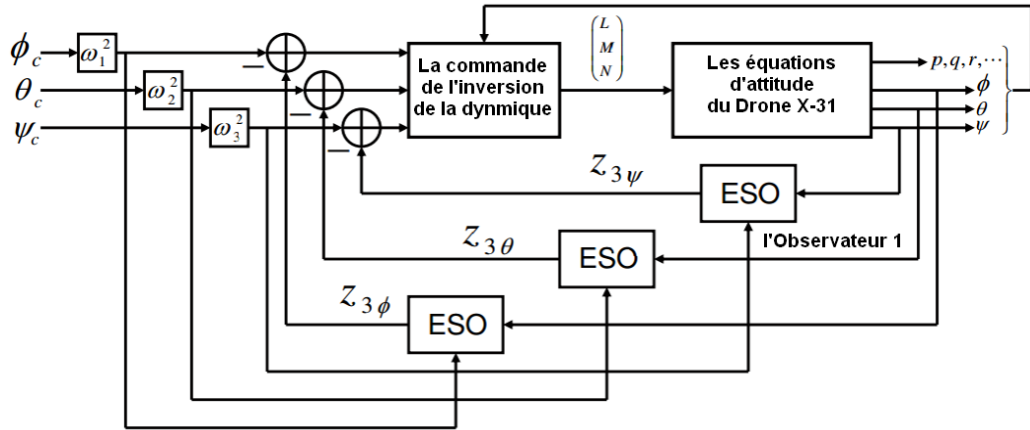


Figure III.7 : Schéma bloc de commande d'attitude basé sur l'inversion dynamique et l'ESO

III.3.1 Observateur de l'état étendue OBS

Considérant un système SISO d'ordre 2 suivant :

$$\ddot{y} = f(t, y, \dot{y}, w) + bu \tag{III.76}$$

où f représente la dynamique réelle du système et w représente la dynamique non modélisée et des perturbations.

Soit $x_3 \triangleq f(t, y, \dot{y}, w)$ et $\dot{x}_3 = a(t)$. Nous appelons x_3 un état étendu de ce système. Ensuite, le système peut être décrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + bu \\ \dot{x}_3 &= a(t) \\ y &= x_1 \end{cases} \tag{III.77}$$

Un observateur non linéaire de la forme :

$$\begin{cases} e &= z_1 - y \\ \dot{z}_1 &= z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 &= z_3 - \beta_2 fal(e, \alpha_1, \delta) + bu \\ \dot{z}_3 &= -\beta_3 fal(e, \alpha_2, \delta) \end{cases} \tag{III.78}$$

peut être conçu pour le système (III.77) où :

$$fal(e, \alpha, \delta) \triangleq \begin{cases} \frac{e}{\delta^{1-\alpha}} & |e| > \delta \\ e & |e| \leq \delta \end{cases} \quad \delta > 0, 0 < \alpha < 1 \tag{III.79}$$

Si les paramètres $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \delta$ sont correctement choisis, alors cet observateur peut estimer les valeurs en temps réel de $x_1(t), x_2(t)$ et de l'état étendu $x_3(t)$ du système (III.77), c'est-à-dire $z_1(t) \rightarrow x_1(t), z_2(t) \rightarrow x_2(t), z_3(t) \rightarrow x_3(t)$. Cet observateur est appelé l'observateur de l'état étendue (ESO) du système (III.77).

Si $f(t, y, \dot{y}, w) = f_0(t, y, \dot{y}, w) + f_1(t, y, \dot{y}, w)$, où f_0 et f_1 sont les éléments connus et inconnus de f respectivement, alors f_1 peut être estimé comme suit : $f_1 = z_3 - f_0$. Généralement les

parties inconnues de la dynamique non modélisée ou les perturbations externes peuvent être estimées et compensées par l'ESO.

III.3.2 Conception du commande DIC/ESO

Maintenant nous examinons le problème de commande d'attitude. Le schéma de notre commande d'attitude proposée est décrit dans la Fig.III.7. Soit :

$$x = \text{col}(\varphi, \theta, \psi) \quad , \quad y = x \quad , \quad u = \text{col}(l, m, n) \quad (\text{III.80})$$

En dérivant y deux fois par rapport au temps, nous trouvons :

$$\dot{y} = A(x) + B(x)u \quad (\text{III.81})$$

où

$$A(x) = \text{col}(a_1, a_2, a_3) \quad (\text{III.82})$$

$$B(x) = \begin{pmatrix} c_3 + c_4 \cos \varphi \tan \theta & c_7 \sin \varphi \tan \theta & c_4 + c_9 \cos \varphi \tan \theta \\ -c_4 \sin \varphi & c_7 \cos \varphi & -c_9 \sin \varphi \\ c_4 \cos \varphi \sec \theta & c_7 \sin \varphi \sec \theta & c_9 \cos \varphi \sec \theta \end{pmatrix} \quad (\text{III.83})$$

Les expressions de a_1, a_2, a_3 sont omis en raison de leur complexité. Choisissons :

$$u = \hat{u} = B^{-1}(x)(v - A(x))$$

alors

$$\dot{y} = v \quad (\text{III.84})$$

Il peut être clairement vu que le système (III.80) a été découplé et linéarisé en trois systèmes SISO qui sont simples à traiter.

Toutefois, en raison de l'existence des dynamiques non modélisées et des perturbations externes dans le modèle du système, le système réel sous le contrôle \hat{u} est :

$$\dot{y} = v + \Delta(x, \hat{u}) \quad (\text{III.85})$$

où $\Delta(x, \hat{u})$ représente la dynamique non modélisée et les perturbations externes. Le système (III.84) peuvent également être considérés comme trois systèmes SISO avec perturbations. En supposant que les attitudes de commande sont données par $(\varphi_c, \theta_c, \psi_c)$, nous concevons trois commandes proportionnelle (PD) dérivées pour chaque canal SISO du système (III.84), c'est-à-dire que nous définissons v comme pseudo-entrée :

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{p1}(\varphi_c - \varphi) - k_{d1}\dot{\varphi} \\ k_{p2}(\theta_c - \theta) - k_{d2}\dot{\theta} \\ k_{p3}(\psi_c - \psi) - k_{d3}\dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (\text{III.86})$$

Puis (III.85) devient :

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} &= k_{p1}(\varphi_c - \varphi) - k_{d1}\dot{\varphi} + \Delta_1(x, \hat{u}) \\ \ddot{\theta} &= k_{p2}(\theta_c - \theta) - k_{d2}\dot{\theta} + \Delta_2(x, \hat{u}) \\ \ddot{\psi} &= k_{p3}(\psi_c - \psi) - k_{d3}\dot{\psi} + \Delta_3(x, \hat{u})\end{aligned}\quad (\text{III.87})$$

En raison de la similarité de la forme des trois systèmes dans (III.87), nous prenons simplement en considération la première équation de (III.87).

Considérant φ_c comme l'entrée de commande et soit :

$$x_1 = \varphi, \quad x_2 = \dot{\varphi}, \quad x_3 = -k_{p1}\varphi - k_{d1}\dot{\varphi} + \Delta_1(x, \hat{u}), \quad \dot{x}_3 = a(t) \quad (\text{III.88})$$

La première équation de (III.87) peut être exprimée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + k_{p1}\varphi_c \\ \dot{x}_3 &= a(t) \\ y &= x_1 \end{cases} \quad (\text{III.89})$$

Selon (III.78), un observateur de l'état étendue ESO pour ce système peut être conçu comme suit :

$$\begin{cases} e &= z_{1\varphi} - y \\ \dot{z}_{1\varphi} &= z_{2\varphi} - \beta_1 e \\ \dot{z}_{2\varphi} &= z_{3\varphi} - \beta_2 \text{fal}(e, \alpha_1, \delta) + k_{p1}\varphi_c \\ \dot{z}_{3\varphi} &= -\beta_3 \text{fal}(e, \alpha_2, \delta) \end{cases} \quad (\text{III.90})$$

Si les paramètres sont choisis de manière appropriée, alors $z_{1\varphi}(t) \rightarrow x_1(t)$, $z_{2\varphi}(t) \rightarrow x_2(t)$, $z_{3\varphi}(t) \rightarrow x_3(t)$. Nous pouvons obtenir une estimation de $\Delta_1(x, \hat{u})$ telle que :

$$\Delta_1(x, \hat{u}) = z_{3\varphi} + k_{p1}\varphi + k_{d1}\dot{\varphi} \quad (\text{III.91})$$

Nous supposons que l'amortissement nécessaire et la fréquence de canal φ sont ξ_1 et ω_1 respectivement. Si nous avons mis $v_1 = k_{p1}(\varphi_c - \varphi) - k_{d1}\dot{\varphi} - \Delta_1(x, u)$ au lieu de $v_1 = k_{p1}(\varphi_c - \varphi) - k_{d1}\dot{\varphi}$ et choisissons des gains PD comme $k_{p1} = \omega_1^2$, $k_{d1} = 2\xi_1\omega_1$, alors la fonction de transfert en boucle fermée du premier système SISO du système (III.85) devient :

$$\frac{\varphi}{\varphi_c} = \frac{\omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2} \quad (\text{III.92})$$

C'est un système de deuxième ordre qui a la fréquence et l'amortissement désirés. Nous concevons l'ESO correspondant pour les deux autres systèmes SISO respectivement pour estimer la dynamique non modélisée et les perturbations externes :

$$\Delta_2(x, \hat{u}) = z_{3\theta} + k_{p2}\theta + k_{d3}\dot{\theta}$$

$$\Delta_3(x, \hat{u}) = z_{3\psi} + k_{p3}\psi + k_{d3}\dot{\psi} \quad (\text{III.93})$$

où $z_{3\psi}$, $z_{3\theta}$ sont la sortie de l'ESO correspondant. k_{p2} , k_{p3} , k_{d2} et k_{d3} peuvent aussi être choisis comme $k_{p2} = \omega_2^2$, $k_{d2} = 2\xi_2\omega_2$, $k_{p3} = \omega_3^2$, $k_{d3} = 2\xi_3\omega_3$, où ξ_2, ω_2 sont la fréquence et l'amortissement désirés du canal θ et ξ_3, ω_3 sont la fréquence et l'amortissement désirés du canal ψ .

Nous avons mis aussi :

$$v_2 = k_{p2}(\theta_c - \theta) - k_{d2}\dot{\theta} - \Delta_2(x, \hat{u}) \quad , \quad v_3 = k_{p3}(\psi_c - \psi) - k_{d3}\dot{\psi} - \Delta_3(x, \hat{u}).$$

Enfin, sous le contrôle de v_1, v_2, v_3 , le système (III.80) est équivalent à :

$$\frac{\varphi}{\varphi_c} = \frac{\omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2} \quad , \quad \frac{\theta}{\theta_c} = \frac{\omega_2^2}{s^2 + 2\xi_2\omega_2s + \omega_2^2} \quad , \quad \frac{\psi}{\psi_c} = \frac{\omega_3^2}{s^2 + 2\xi_3\omega_3s + \omega_3^2}. \quad (\text{III.94})$$

La commande réelle peut être exprimé comme suit :

$$\begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} = B^\dagger(x)(v - A(x)) = B^\dagger(x) \left[\begin{pmatrix} \omega_1^2\varphi_c - z_{3\varphi} \\ \omega_2^2\theta_c - z_{3\theta} \\ \omega_3^2\psi_c - z_{3\psi} \end{pmatrix} - A(x) \right] \quad (\text{III.95})$$

III.3.2 Résultats de simulation du contrôleur DIC/ESO

Dans cette section, quelques exemples de poursuite d'attitude sont donnés pour démontrer la méthode proposée. Supposons que les trois canaux d'UAV de type X-31 ont la même fréquence et amortissement exigés : $\omega = 4$ rad/s, $\xi = 0,8$. Les surfaces de contrôle aérodynamique qui offrent des moments sont modélisés comme des systèmes inertiels de premier ordre. Définissons $k_{p1} = k_{p2} = k_{p3} = 4^2$, $k_{d1} = k_{d2} = k_{d3} = 2 * 4 * 0,8$. Les paramètres des trois ESO peuvent être configurés pour être les même, c'est-à-dire : $\beta_1 = 100, \beta_2 = 3000, \beta_3 = 5000, \delta = 0,1, \alpha_1 = 0,9, \alpha_2 = 0,3$. Les résultats de simulation sont présentés pour montrer la bonne performance et robustesse de cette commande.

À partir des Figures III.8, III.9, III.10 et III.11, nous pouvons voir que les angles de roulis φ , de tangage θ et de lacet ψ suivent les commandes rapidement. Dans cette situation, la réponse de commande DIC sans les ESO sont presque les mêmes.

Cependant dans le cas de l'inversion de la dynamique sans observateur de l'états étendue, la courbe présente un dépassement puis le paramètre converge vers la valeur désirée.

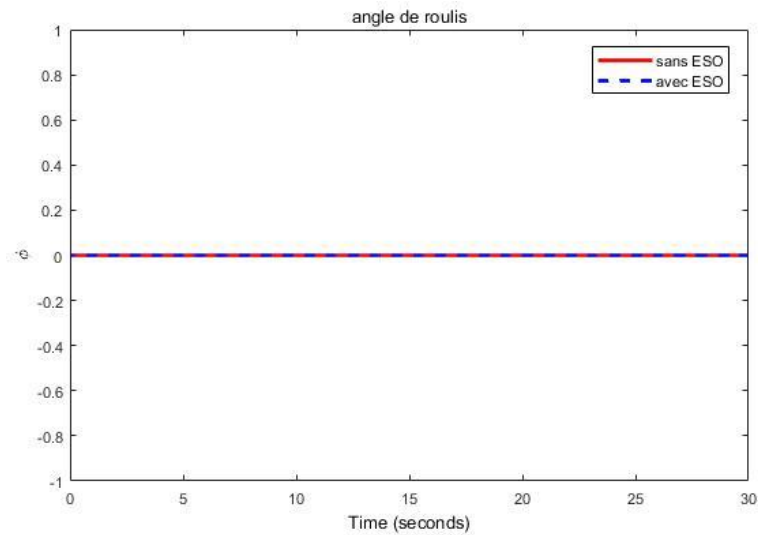


Figure III.8 : Angle de roulis pour $\varphi_c = 0$

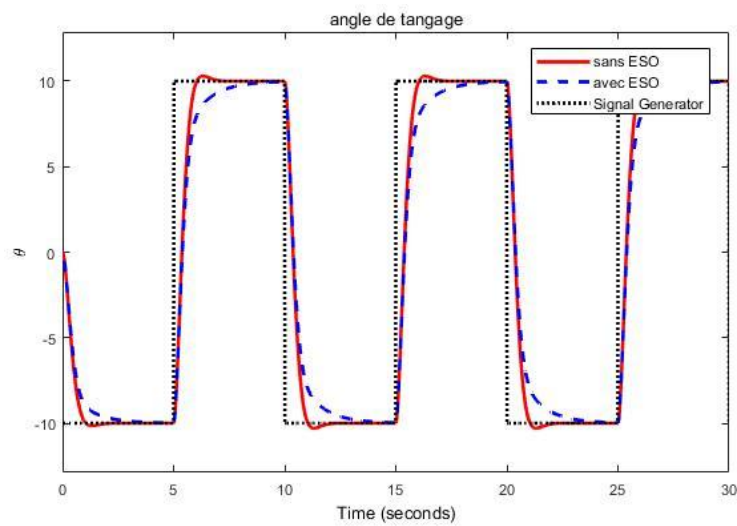


Figure III.9 : Angle de tangage pour le cas où ψ_c est une onde carrée avec amplitude 10deg et fréquence 0,1Hz.

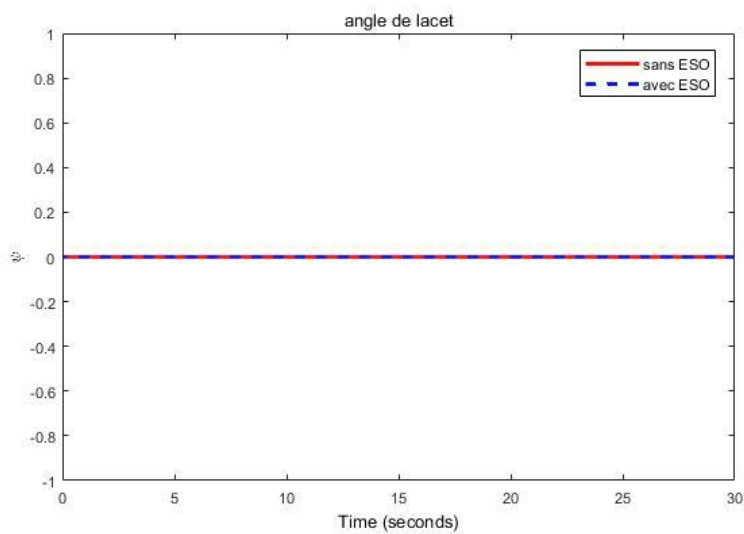


Figure III.10 : Angle de lacet pour $\psi_c = 0$

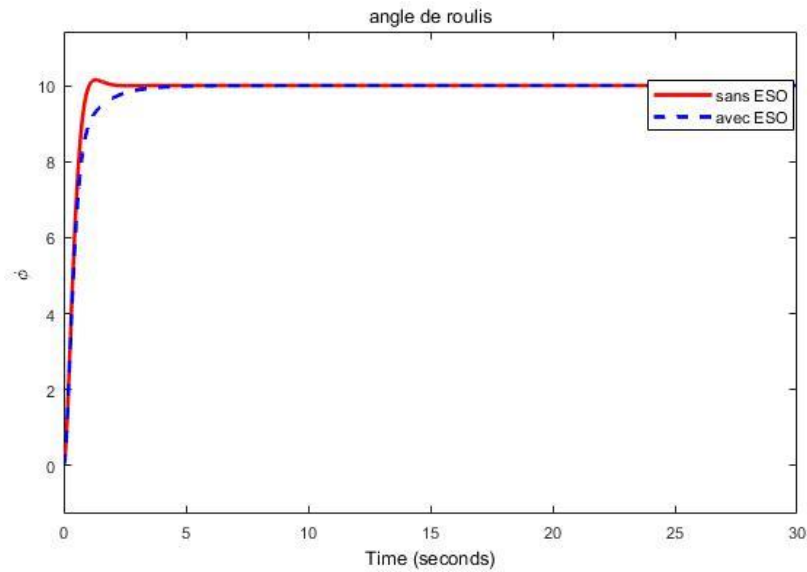


Figure III.11 : Angle de roulis pour $\varphi_c = 10$

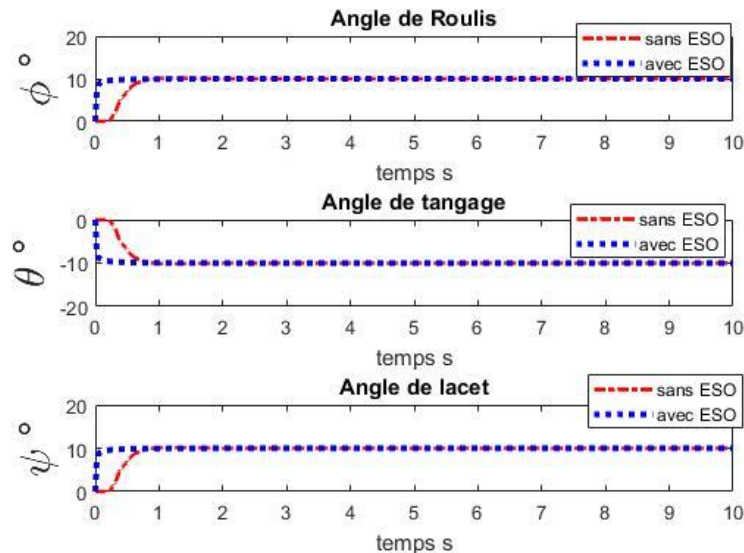


Figure III.12 : Exemple de cas de présence des dynamiques non modélisés par plus de 10 % de perturbation dans chaque moment d'inertie d'UAV

La Figure III.12 montre la réponse d'attitude de trois canaux, où les angles désirées sont $\varphi_c = 10\text{deg}$, $\theta_c = -10\text{deg}$, $\psi_c = 10\text{deg}$. On peut voir que l'angle de commande individuel peut être bien suivi dans chaque canal. Le système non linéaire est entièrement découplé. Cependant, s'il existe des dynamiques non modélisés dans le modèle du système, l'importance de l'ESO est démontrée. La Figure III.13 montre que les perturbations sont rejetées par la commande d'inversion de la dynamique avec l'observateur de l'état étendue. En effet, cette commande est une commande robuste.

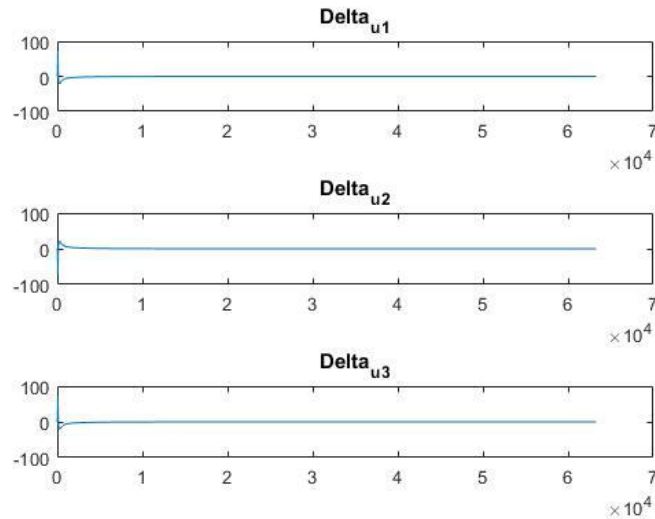


Figure III.13 : Perturbation de sortie maximale rejetée par la commande DIC avec ESO

III.4 Étude comparative des deux contrôleurs OBC et DIC/ESO

Après avoir étudié la conception et la simulation des deux contrôleurs, la commande optimale par Backstepping et l'inversion de la dynamique combinée avec l'observateur de l'état étendue et la méthode PD, on compare les erreurs de poursuite entre les valeurs actuelles et les valeurs désirées des angles d'attitude.

Les indices permettant de comparer les performances des commandes ci-dessus incluent : le temps de montée, l'erreur statique (SSE) et le pourcentage du dépassement (P.O). Le tableau ci-dessous présente une comparaison des performances des commandes. La Figure III.14 montre que l'erreur de poursuite de Backstepping optimale converge rapidement vers 0 alors que l'erreur de poursuite de DIC et DIC/ESO prend un instant $t < 1s$ avant de converger vers 0.

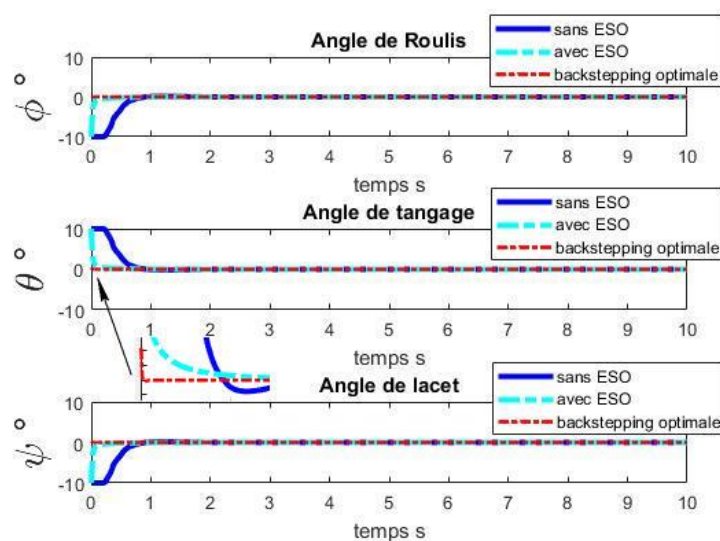
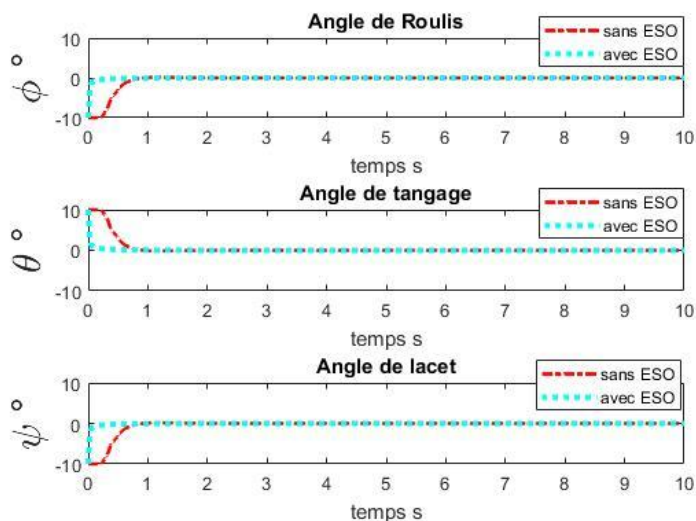


Figure III.14 : Comparaison entre les trois commandes OBC, DIC sans et avec l'observateur ESO.

Tableau III.1 : Comparaison des résultats de simulation

	le temps de montée		le pourcentage du dépassement	l'erreur statique	Le temps d'exécution
OBC	0.1 s		0 %	0	5 s
DIC sans ESO	1 s		1 %	0	10 s
DIC avec ESO	0.4 s		0%	0	16 s

**Figure III.15** : Comparaison entre l'inversion dynamique sans et avec l'observateur de l'état étendue pour le temps de montée et le pourcentage de dépassement.

Dans la Figure III.15, on voit que l'erreur de poursuite de la commande DIC/ESO converge vers le 0 plus rapidement que la commande DIC sans ESO.

III.4 Conclusion

Nous avons établi dans cette section une commande optimale utilisant la technique du Backstepping pour la commande de l'attitude d'un système dynamique en rotation paramétré par les quaternions. Nous avons décomposé le système global en deux sous-systèmes : le sous-système cinématique et le sous-système dynamique. Puis, nous avons considéré l'état ω_{aux} comme une entrée virtuelle du sous-système cinématique. Nous avons résolu l'équation de Hamilton-Jacobi pour obtenir la vitesse angulaire virtuelle optimale v_1 stabilisant le sous-système et minimisant un indice de performance. Par la suite, nous avons déterminé la loi de commande qui permet de suivre la vitesse angulaire virtuelle optimale pour le sous-système dynamique. La commande optimale obtenue est établie par résolution analytique de deux équations de dimensions quatre et trois respectivement ce qui réduit la complexité par rapport à un système globale d'ordre sept. Les résultats de simulation numérique ont permis de démontrer l'efficacité de la commande proposée. Nous pouvons remarquer que la commande optimale utilisant le Backstepping stabilise l'attitude pour $t < 10s$.

L'autre commande d'attitude d'UAV étudiée est à l'aide de l'inversion de la dynamique et d'observateur de l'état étendue. Ce contrôleur utilise l'inversion de la dynamique par linéarisation des équations dynamiques d'UAV. La dynamique des perturbations externes et non modélisée est estimée et compensée à l'aide de l'observateur de l'état étendue. Les simulations numériques sont effectuées pour un UAV de type X-31. Les résultats de simulation montrent que le contrôleur proposé est efficace et robuste. Il est évident que les effets de commande avec l'ESO sont beaucoup mieux que sans l'ESO. La commande avec ESO aide à estimer et compenser les erreurs du modèle. La commande par l'ESO a des hautes performances.

D'après de l'étude comparative, on conclut que la commande optimale par Backstepping réunie l'efficacité et la rapidité et assure la robustesse vis à vis des perturbations externes. Et on trouve que cette commande est plus performante que les commandes d'inversion de la dynamique sans et avec l'observateur de l'état étendue.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à deux techniques bien particulières de commande des systèmes non linéaires à savoir la commande Backstepping optimale et la commande par inversion de la dynamique et observateur de l'état étendue. L'objectif était de faire une étude comparative de ces deux contrôleurs.

L'asservissement optimale de l'attitude d'un système dynamique en rotation paramétré par les quaternions a fait l'objet du premier défi à relever. A ce titre, nous avons réussi à écrire le modèle du système global qui est d'ordre 7 sous forme de deux sous-systèmes d'équations : le premier sous-système représente la cinématique du corps qui est d'ordre 4 et le second sous-système sa dynamique qui est d'ordre 3.

Nous avons commencé dans un premier temps par considérer la vitesse angulaire ω issue du sous-système dynamique comme une entrée virtuelle du sous-système cinématique. Le calcul de cette entrée de commande virtuelle est déduit de la résolution de l'équation de Hamilton-Jacobi qui est le résultat de la minimisation d'un indice de performance sous la contrainte de l'équation cinématique et la contrainte de la norme unitaire du quaternion pour le premier sous-système (cinématique). Suite à cela, nous avons pu déterminer la loi de commande qui permet de suivre cette commande virtuelle d'une manière optimale. Les résultats de simulation numérique ont permis de démontrer l'efficacité de la commande proposée surtout en termes de convergence.

Nous avons ensuite présenté un contrôleur d'attitude utilisant l'inversion dynamique et l'observateur d'état étendu. Ce contrôleur utilise l'inversion dynamique pour linéariser l'équation dynamique du drone X-31. La dynamique non modifiée et les perturbations externes sont estimées et compensées à l'aide de l'observateur d'état étendu. Les résultats de la simulation montrent que le contrôleur proposé est efficace et robuste.

A l'issue de ce mémoire, nous avons pu identifier quelques pistes qui constituent des perspectives prometteuses à ce travail. Sur le plan théorique, on peut envisager une étude sur l'optimalité globale à partir des optimalités locales de chaque sous-système. Sur le plan pratique, une extension des méthodes proposées est possible pour traiter les erreurs de modèle, le bruit et le biais qui peuvent affecter les variables mesurées. Pour le problème de la commande optimale du drone X-31, à développer une commande optimale qui utilise directement les vecteurs de mesure inertiels dans l'algorithme de commande sans passer par une estimation a priori de l'attitude.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] Alejandra Barrera, *ADVANCES IN ROBOT NAVIGATION*. InTech 2011 Croatia.pp:3-4.
- [2] Hassan Noura Francois Bateman, « control of UAV », *international symposium on mechatronics and its applications SHARJAH UAE*, avr. 2010.
- [3] Szabolsci Robert, « UAV controller synthesis Using LQR based design methods », *INTERNATIONAL CONFERENCE of SCIENTIFIC PAPER AFASES 2011 Brasov, 26-28 May 2011*.
- [4] Chenggong Huang, « Pitch Attitude Controller Design and simulation for a small UAV » *IEEE International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*.
- [5] Hicham Khebbache, Mohamed Tadjine, « Robust Fuzzy Backstepping Sliding Mode Controller For a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle », *JOURNAL OF CONTROL ENGINEERING AND APPLIED INFORMATICS* juill. 2013.
- [6] Madani T Benallegue A, « Backstepping control for a quadrotor helicopter », *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, sept. 2006.
- [7] Robinson J W C, « Block Backstepping for nonlinear flight control Law Design Nonlinear Analysis and Synthesis for Aircraft Control », *Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007*, 2007.
- [8] Somasundar KBAO Hua T Ae Won and Hyo choong B, « Control of small scale Rotary Wing UAV Using Backstepping », *International Conference on Control Robotics Society*, févr. 2005.
- [9] Wei Ren, « Trajectory tracking control for a miniature fixed wing UAV », *International Journal of Systems Science archive Volume 38, Issue 4, pp.361 - 368, April 2007.*, p. 361-368, avr. 2007.
- [10] H Voos, « Nonlinear State Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV », *IEEE Munich 2006*, p. 2547-2552.
- [11] A BOGDANOV E WAN, « State Dependent Riccati Equation Control for Small Autonomous Helicopters », *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1 (2007), p: 47-60, 2007.
- [12] Pascual Marqués Andrea Da Ronch, *Advanced UAV Aerodynamics, Flight Stability and Control*. 2017 John Wiley & Sons Ltd.
- [13] S. Antony Snell, « NONLINEAR INVERSION FLIGHT CONTROL FOR A SUPERMANEUVERABLE AIRCRAFT »Thèse de Doctorat University of Minnesota, Minneapolis july-August 1992.
- [14] Antony Snell, « Decoupling Control Design with Applications to Flight », *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS Vol. 21, No. 4, July-August 1998*.
- [15] Samir Bouabdallah Roland Siegwart, « Design and control of a miniature quaddotor », *Advances in UAV Springer; Swiss Federal Institute of Technology, ETHZ Zurich, Switzerland*, p. 171-210, 2007.

Références bibliographiques

- [16] G V Raffo M G Ortega F R Rubio, « Backstepping/Nonlinear Hinf Control for path Tracking of a quadrotor UAV », *2008 American Control Conference*, p. 3356-3361, UAS 2008.
- [17] An Honglei Li Jie Wang Jian Wang Jianwen, « Backstepping Based Inverse Optimal Attitude Control of Quadrotor », *College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology*, mars 2013.
- [18] Kaddouri Djamel Mokhtari Abdellah and Abdelaziz Benallegue, « Attitude Optimal Backstepping Controller Based Quaternion for a UAV », *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineerin*, 2016.
- [19] J. Y. W. Y. Ruyi Yuan Guoliang Fan, « Robust Attitude Controller for Unmanned Aerial Vehicle Using Dynamic Inversion and Extended State Observer » *Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation 2009*.
- [20] « Drone ». [En ligne]. Disponible sur : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Drone>.
- [21] MOHAMADI Housseem Eddine SAID Moustafa, « Commandes linéaires et non-linéaires dédiées à un UAV de type quadrirotor avec tolérance de défauts » *Mémoire de Master institut d'aéronautique et des études spatiales Blida I* pp :16-24.
- [22] DAHOUMANE Dihya et MOKRANI Wassim, « Commande robuste d'un drone quadrirotor avec la technique de BACKSTEPPING et un correcteur PI Flou » *Mémoire de Master institut d'aéronautique et des études spatiales Blida I* pp : 1-7 ; 9-17.
- [23] boudine mohamed et ratni rabah, « design and realization of a mini drone RB-50 for agriculture » *Mémoire de Master institut d'aéronautique et des études spatiales Blida I* pp :11-14.
- [24] « Rockwell-MBB X-31 ». [En ligne]. Disponible sur : https://fr.wikipedia.org/wiki/Rockwell-MBB_X-31.
- [25] H.-Y. Kang, « Quaternion Nonlinear Dynamic Inversion Autonomous Flight Controller for Supermaneuverable Aircraft », *Mémoire de Master National Chung Kung University Department of Aeronautics and Astronautics, Department of Aeronautics and Astronautics*, 2016 pp : 3-20 ; 24-29.
- [26] François Veysset, « Modélisation et identification de comportements de l'avion en vol turbulent par modèles à retards ». *Thèse de Doctorat L'école Nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace France* pp : 231-246.
- [27] H. P. Mangal Kothari, « Quaternions and Attitude Representation ». *Support de cours Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, India*.
- [28] Malcolm D. Shuster, « A survey of Attitude Représentation », *the journal of the Astronautical VOL.41.4 October December 1993 pp.439-517*, p. 450-467.
- [29] Nikolas Trawny and Stergios I. Roumeliotis, « Indirect Kalman Filter for 3D Attitude Estimation » *A Tutorial for Quaternion Algebra Department of Computer Science & Engineering University of Minnesota*, p. 1-21.

Références bibliographiques

- [30] Heba talla Mohamed Nabil ElKholy, « “Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches”, Thèse de Master, control and smart systems, » The American university in Cairo, spring (2014).
- [31] F. Lallman, « *Preliminary Design Study of a Lateral-Directional Control System Using Thrust Vectoring*, » *NASA Langley Research Center; Hampton, VA, United States pp :23-24.*
- [32] « Control theory », *wikipedia.org*. [En ligne]. Disponible sur : https://en.wikipedia.org/wiki/Control_theory.
- [33] Qazi Ejaz Ur Rehman, « Classical and Modern Control », Support de cours Aerospace & Astronautics Department Institute of space Technology Islamabad 18-déc-2015.
- [34] HAMDA Nour El Imene REBHI Oussama, « Commandes H_∞ et μ -analyse dédiées à un système aéroélastique », Mémoire de Master, INSTITUT D’AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES BLIDA I.
- [35] KHEBBACHE Hicham, « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires », Mémoire de Magister, UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF, 2012.
- [36] BENCHIKH Abdelfattah OUMAYA Younes, « COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE ROBUSTE BASEE SUR UN OBSERVATEUR FLOU POUR SYSTEME NON LINIARES INCERTAINS (SNLI) VIA BACKSTEPPING » UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA 10-jui-2018.
- [37] I Kanellakopoulos P V Kokotovic A S Morse, « Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems », American Control Conference, 1991, pp: 649-654.
- [38] A Saberi P V Kokotovic H J Sussmann, « Global Stabilisation of Partially Linear Composite Systems », *SIAM J. Control Optim Vol.28*, p. 1491-1503, 1990.
- [39] D. Elleuch T Damak, « Backstepping Sliding Mode Controller Coupled to Adaptive Mode Observer for interconnected Fractional Nonlinear System », *ALLEN INSTITUTE for ARTIFICIAL INTELLIGENCE*, mars 2013.
- [40] F Mazenc H Ito, « Lyapunov Technique and Backstepping for Nonlinear Neural Systems », *IEEE*, p. 512-517, 2013.
- [41] Shao Cheng Tong Xiang Lei He Hua Guang Zhang, « A Combined Backstepping and Small Approach to Robust Adaptive Fuzzy Output Feedback Control », *IEEE Transactions on Fuzzy systems VOL 17 NO 5 october 2009*.
- [42] Xiao Bing H Qinglei M Guangfu, « Modified adaptive backstepping control for micro-staellite attitude stabilization » the 29th Chinese Control Conference, 2010.
- [43] Wafaa Hadjadj Aoul, « commande optimale et robuste par Backstepping des systemes non linéaires : Application au quadrotor », Thèse de Doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines, 2014 pp : 40-41.

Références bibliographiques

- [44] Bao-Zhu Guo, Zhi-Liang Zhao, *ACTIVE DISTURBANCE REJECTION CONTROL FOR NONLINEAR SYSTEMS*. John Wiley & Sons (Asia), 2016 pp: 150-153, 287-289.
- [45] Aliyu M.D.S, *Nonlinear H-inf control Hamiltonian Systems and Hamilton-Jacobi Equations*. Taylor and Francis Group, LLC 2011 pp : 1-12.
- [46] YOUSFI Safia, « Développement d'algorithmes pour la commande H_∞ des systèmes non linéaires : application à un procédé industriel. », MEMOIRE DE MAGISTER, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou pp : 20-30.
- [47] Khalil, H.K, *Nonlinear Systems (3rd ed.)*. PRENTICE HALL 2002 pp: 589-592 552-562.
- [48] K. J. Astrom, B. Wittemark, *Adaptive Control*. Addison-Wesley Publications, 1995.
- [49] Qiang Lu Yuanzhang Sun Shengwei Mei, *NONLINEAR CONTROL SYSTEMS AND POWER SYSTEM DYNAMICS*. John Wiley & Sons, 1995 pp: 363-364.
- [50] Chao Liu, Gang Liu, and Jiancheng Fang, « Feedback Linearization and Extended State Observer Based Control for Rotor-AMBs System with Mismatched Uncertainties », p. 1-6, avr. 2016.
- [51] H KHebbache M Tadjine Robust, « Fuzzy Backstepping Sliding Mode Controller For a Quadrotor » Control Engineering and Applied Informatics, p. 3-11, 2013.
- [51] Friedrich Fraundorfer «Control and Sensors »support de cours German Space and Aerospace Center (DLR) 2017 pp: 1-20.
- [52] « Drones with Sensors », *dronezon.com*. [En ligne]. Disponible sur : <https://www.dronezon.com/tag/drones-with-sensor-technology/>.
- [53] Bourles H. « Optimisation et commande Optimale », Ecole Normale Supérieure de Cachan 1996
- [54] Laroche Eduard « Commande Optimale » Ecole Nationale supérieure de physique de Strasbourg 3 année option Ingénierie des systèmes 2009-2010 <http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student> pp : 6-10.
- [55] Ostertag E « Filtrage Optimale et commande optimale » Ecole supérieure de physique de Strasbourg 2002 pp : 126-149.
- [56] Forsyth A.R «Calculus of variations» Cambridge at the University Press 1927 pp: 6-15.
- [57] Z. Liu and B. Cao, "A Composite Dynamic Inverse Controller Design for Agile Missile," Proceeding of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, China, June, 2006
- [58] J. Zhu, S. Guo, J. Zhu, "Pseudo Control Compensation based Neural Network Dynamic Inversion Super Maneuverable Flight Control," Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, P.R.China, June, 2004.
- [59] W. Siwakosit, A. Snell, and R. A. Hess, "Robust Flight Control Design with Handling Qualities Constrains Using Scheduled Linear Dynamic Inversion and Loop-Shaping," IEEE Transactions on control systems technology, Vol.8 ,No.3, 2000.

Références bibliographiques

[60] T. Wu, H. Yin, X. Huang, "A Fuzzy Logic Based Approach to Compensating for the Dynamic Inverse Error in the Cruise Missile TF/TA System," Proceedings of the 27th Chinese Control Conference Kunming, Yunnan, China, July, 2008.

Commande NDI par les quaternions :

L'idée de commande NDI est assez intuitive. Si nous avons le modèle dynamique complet du système, nous pouvons prédire la réaction dynamique en fonction des états. Avec les effecteurs de commande, nous pouvons "annuler" ces dynamiques et faire en sorte que la dynamique non linéaire originale apparaît comme un système linéaire. En raison du fait qu'il reste encore de dynamique non linéaire se produisant, le système linéaire que nous voulons approcher sera choisi en fonction de la dynamique originale.

La boucle rapide est pour la dynamique de rotation. Qui prennent la commande de la vitesse de rotation, annuler les termes gyroscopiques et générer la commande de moment nécessaire, et donc la déviation des surfaces de commande en conséquence. La deuxième boucle (B. Lente) est la dynamique des angles aérodynamiques. Plus précisément, c'est l'angle de la relation aérodynamique. Parce que pendant le vol agressif, la préoccupation la plus importante pour le pilote est la vitesse de roulis et le Facteur de charge (G- loading) de l'avion, qui est liée directement aux forces aérodynamiques générées par les ailes.

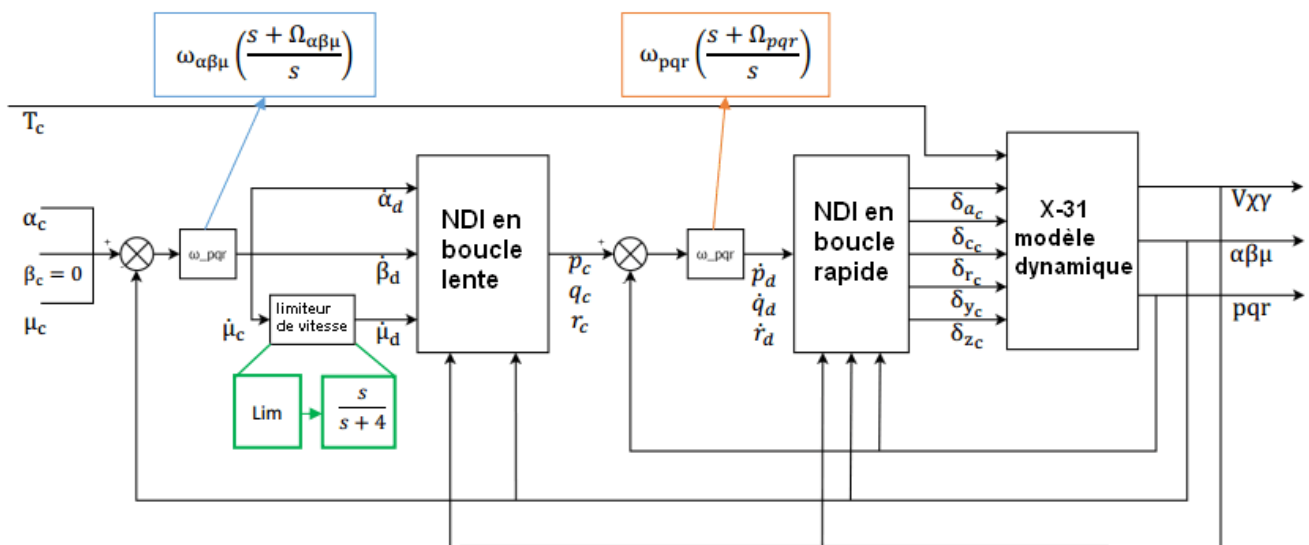


Figure A.1 Structure de commande NDI de X-31

A.1 NDI en boucle rapide

Avec la structure standard pour la commande NDI [13] [14], nous devons formuler les équations dynamiques du système sous la forme suivante :

Annexe A

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = f_f(\bar{x}) + g_f(\bar{x})\bar{u} \quad f_f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} f_p(\bar{x}) \\ f_q(\bar{x}) \\ f_r(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Où l'indice f signifie la dynamique de boucle interne rapide représentant la dynamique d'attitude de l'aéronef. La dynamique peut être écrite à partir de l'équation dynamique dans I.5.3.2.3 :

$$\begin{cases} f_p(\bar{x}) = \frac{I_{zz} l}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{I_{xz} n}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})pq + I_{zz}(I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}^2 qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ f_q(\bar{x}) = \frac{1}{I_{yy}} [m + (I_{zz} - I_{xx})qr + I_{xz}(r^2 - p^2)] \\ f_r(\bar{x}) = \frac{I_{xz} l + I_{xx} n}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{[I_{xx}(I_{xx} - I_{yy}) + I_{xz}^2]pq - I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Avec couplage d'entrée :

$$l = \bar{q}Sb[C_{l_\beta}(\alpha)\beta + C_{l_p}(\alpha)\frac{pb}{2V} + C_{l_r}(\alpha)\frac{rb}{2V}] \quad (\text{A.3})$$

$$m = \bar{q}S\bar{c}[C_{m_0}(\alpha) + C_{m_q}(\alpha)\frac{q\bar{c}}{2V}] \quad (\text{A.4})$$

$$n = \bar{q}Sb[C_{n_\beta}(\alpha)\beta + C_{n_p}(\alpha)\frac{pb}{2V} + C_{n_r}(\alpha)\frac{rb}{2V}] \quad (\text{A.5})$$

Maintenant, nous pouvons aussi écrire nos termes de commande. la matrice de transition et termes d'entrée :

$$g_f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} g_{p\delta_a}(\bar{x}) & 0 & g_{p\delta_r}(\bar{x}) & g_{p\delta_y}(\bar{x}) & 0 \\ 0 & g_{q\delta_c}(\bar{x}) & 0 & 0 & g_{q\delta_z}(\bar{x}) \\ g_{r\delta_a}(\bar{x}) & 0 & g_{r\delta_r}(\bar{x}) & g_{r\delta_y}(\bar{x}) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \hat{\delta}_c \\ \delta_r \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \hat{\delta}_c = \delta_c - \delta_{c_0}(\alpha) \quad (\text{A.7})$$

Avec mappage des éléments d'entrée :

pour montrer comment les données utilisées en entrée et en sortie par les activités et les événements de votre processus sont transformées.

Annexe A

$$\begin{cases} g_{p_{\delta_a}}(\bar{x}) = qSb \frac{I_{zz}C_{l_{\delta_a}}(\alpha) + I_{xz}C_{n_{\delta_a}}(\alpha)}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ g_{p_{\delta_T}}(\bar{x}) = qSb \frac{I_{zz}C_{l_{\delta_T}}(\alpha) + I_{xz}C_{n_{\delta_T}}(\alpha)}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ g_{p_{\delta_y}}(\bar{x}) = \frac{-I_{xz}Tx_T}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{cases} g_{q_{\delta_c}}(\bar{x}) = \frac{qS\bar{c}C_{m_{\delta_c}}(\alpha)}{I_{yy}} \\ g_{q_{\delta_z}}(\bar{x}) = \frac{Tx_T}{I_{yy}} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{cases} g_{p_{\delta_a}}(\bar{x}) = qSb \frac{I_{xz}C_{l_{\delta_a}}(\alpha) + I_{xx}C_{n_{\delta_a}}(\alpha)}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ g_{p_{\delta_T}}(\bar{x}) = qSb \frac{I_{xz}C_{l_{\delta_T}}(\alpha) + I_{xx}C_{n_{\delta_T}}(\alpha)}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ g_{p_{\delta_y}}(\bar{x}) = \frac{-I_{xz}Tx_T}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Où x_T est la distance entre la tuyère et le CoG et T la force de poussée.

Pour une inversion standard, nous avons choisi notre entrée comme suit. La sortie souhaitée peut être directement obtenue ou "linéarisée" :

$$\bar{u} \triangleq \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_c \\ \delta_r \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix} = g_f^{-1}(\bar{x}) \left(\begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ \dot{q}_d \\ \dot{r}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_p(\bar{x}) \\ f_q(\bar{x}) \\ f_r(\bar{x}) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = f_f(\bar{x}) + g_f(\bar{x})g_f^{-1}(\bar{x}) \left(\begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ \dot{q}_d \\ \dot{r}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_p(\bar{x}) \\ f_q(\bar{x}) \\ f_r(\bar{x}) \end{bmatrix} \right) = f_f(\bar{x}) - f_f(\bar{x}) + \begin{bmatrix} \dot{p}_d \\ \dot{q}_d \\ \dot{r}_d \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Finalement, le système complet est linéarisé en fonction de l'AOA, du glissement latéral et de l'angle de roulis.

La vitesse de rotation désirée que nous pouvons choisir comme ci-dessus semble être limitée par l'effort de commande maximum que les actionneurs et l'aérodynamique peuvent produire :

$$\begin{cases} \dot{p}_d \triangleq \omega_p(p_c - p)(1 + \Omega_p/s) \\ \dot{q}_d \triangleq \omega_q(q_c - q)(1 + \Omega_q/s) \\ \dot{r}_d \triangleq \omega_r(r_c - r)(1 + \Omega_r/s) \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Annexe A

L'erreur est passé à un régulateur PI ou peut être considérée comme un filtre passe-bas qui détermine la fréquence du système. Considérons la dynamique de notre système linéarisé, les équations peuvent être représentées sous la forme suivante :

$$\dot{x}_d = \omega_x(x_c - x) - \Omega_x x + \frac{\omega_x \Omega_x}{s}(x_c - x) \quad (\text{A.14})$$

Nous pourrions alors avoir notre fonction de transfert de boucle et notre fonction de transfert de système :

$$L(s) = \frac{(\omega_x + \Omega_x)s + \omega_x \Omega_x}{s^2}, \quad \frac{x}{x_c} = \frac{(s + \Omega_x)\omega_x}{(s + \Omega_x)(s + \omega_x)} \quad (\text{A.15})$$

A.2 NDI en boucle lente

Nous considérerons la dynamique de l'angle aérodynamique. Semblable à la session précédente, nous formulerons nos équations sous une forme spécifique. Cependant, en raison de la dynamique naturelle de l'avion, l'équation de l'état sera différente [25].

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = f_s(\overline{x_{s_1}}) + g_s(\overline{x_{s_1}}, \overline{x_{s_2}}, \overline{u}) \quad (\text{A.16})$$

Nous avons divisé l'état en deux sections, $\overline{x_{s_2}}$ contient les états auxquels nous avons déjà effectué NDI.

$$\overline{x_{s_1}} = [V \ \gamma \ \alpha \ \beta \ \mu]^T \quad (\text{A.17})$$

$$\overline{x_{s_2}} = [p \ q \ r] \quad (\text{A.18})$$

$$f_s(\overline{x_{s_1}}) = \begin{bmatrix} f_\alpha(\overline{x_{s_1}}) \\ f_\beta(\overline{x_{s_1}}) \\ f_\mu(\overline{x_{s_1}}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$f_\alpha(\overline{x_{s_1}}) = \frac{1}{MV \cos(\beta)} \{-\overline{q}SC_L(\alpha) + Mg \cos(\gamma) \cos(\mu) - T_x \sin(\alpha)\} \quad (\text{A.20})$$

$$f_\beta(\overline{x_{s_1}}) = \frac{1}{MV} \{\overline{q}SC_{Y_\beta}(\alpha)\beta \cos(\beta) + Mg \cos(\gamma) \sin(\mu) - T_x \sin(\beta) \cos(\alpha)\} \quad (\text{A.21})$$

$$f_\mu(\overline{x_{s_1}}) = \frac{1}{MV} \overline{q}SC_{Y_\beta}(\alpha) \{ \tan(\gamma) \sin(\mu) + \tan(\beta) \}$$

$$+ \frac{1}{MV} \{ \overline{q}SC_{Y_\beta}(\alpha)\beta \tan(\gamma) \cos(\mu) \cos(\beta) - Mg \cos(\gamma) \cos(\mu) \tan(\beta) \}$$

Annexe A

$$+ \frac{T_x}{MV} \{ \tan(\gamma) (\sin(\mu) \sin(\alpha) - \cos(\mu) \sin(\beta) \cos(\alpha)) + \tan(\beta) \sin(\alpha) \} \quad (\text{A.22})$$

Nous formulons l'équation (A.16) sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = f_s(\overline{x_{s1}}) + g_{s1}(\overline{x_{s1}}) \overline{x_{s2}} + g_{s2}(\overline{x_{s1}}) \overline{u} \quad (\text{A.23})$$

Avec la matrice de mappage d'entrée :

$$g_{s1}(\overline{x_{s1}}) = \begin{bmatrix} -\tan(\beta) \cos(\alpha) & 1 & -\tan(\beta) \sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & 0 & -\cos(\alpha) \\ \cos(\alpha) / \sin(\beta) & 0 & \sin(\alpha) / \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$g_{s2}(\overline{x_{s1}}) = \begin{bmatrix} 0 & g_{\alpha\delta_c}(\overline{x_{s1}}) & 0 & 0 & g_{\alpha\delta_z}(\overline{x_{s1}}) \\ g_{\beta\delta_a}(\overline{x_{s1}}) & 0 & g_{\beta\delta_r}(\overline{x_{s1}}) & g_{\beta\delta_y}(\overline{x_{s1}}) & g_{\beta\delta_z}(\overline{x_{s1}}) \\ g_{\mu\delta_a}(\overline{x_{s1}}) & g_{\mu\delta_c}(\overline{x_{s1}}) & g_{\mu\delta_r}(\overline{x_{s1}}) & g_{\mu\delta_y}(\overline{x_{s1}}) & g_{\mu\delta_z}(\overline{x_{s1}}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\text{Où} \quad g_{\alpha\delta_c}(\overline{x_{s1}}) = \frac{-\bar{q} S C_{L\delta_c}(\alpha)}{MV \cos(\beta)} \quad (\text{A.26})$$

Cependant, pour obtenir la commande de rotation désirée comme dans le NDI à boucle rapide, l'effort de commande est déjà calculé :

$$\overline{u}_s \triangleq \begin{bmatrix} \delta_{a_s} \\ \delta_{c_s} \\ \delta_{r_s} \\ \delta_{y_s} \\ \delta_{z_s} \end{bmatrix} = -g_{f_R}^{-1}(\overline{x_s}) f_f(\overline{x_s}) \quad (\text{A.27})$$

$$\overline{x_s} = [V \ \gamma \ \alpha \ \beta \ \mu \ p_c \ q_c \ r_c]^T \quad (\text{A.28})$$

Remplacer dans l'équation (A.23), nous pouvons obtenir l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = f_s(\overline{x_{s1}}) + g_{s1}(\overline{x_{s1}}) \overline{x_{s2c}} + g_{s2}(\overline{x_{s1}}) \overline{u}_s \quad (\text{A.29})$$

$$= f_s(\overline{x_{s1}}) + g_{s1}(\overline{x_{s1}}) \begin{bmatrix} p_c \\ q_c \\ r_c \end{bmatrix} - g_{s2}(\overline{x_{s1}}) - g_{f_R}^{-1}(\overline{x_s}) f_f(\overline{x_s}) \quad (\text{A.30})$$

Annexe A

Cependant, l'acquisition de p_c , q_c et r_c ne peut pas être facilement effectuée en inversant l'équation. Ceci est dû au fait que le NDI de boucle interne nécessite également p_c , q_c et r_c lorsque calculer les termes gyroscopiques dans $f_f(\overline{x_s})$. donc on néglige le terme $\overline{u_s}$ [14].

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = f_s(\overline{x_{s1}}) + g_{s1}(\overline{x_{s1}})\overline{x_{s2c}} \quad (\text{A.31})$$

Après la simplification de l'équation, nous pouvons facilement calculer notre sortie de commande p_c , q_c et r_c .

$$\overline{x_{s2c}} = \begin{bmatrix} p_c \\ q_c \\ r_c \end{bmatrix} = g_{s1}^{-1}(\overline{x_{s1}}) \left(\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_d \\ \dot{\beta}_d \\ \dot{\mu}_d \end{bmatrix} - f_s(\overline{x_{s1}}) \right) \quad (\text{A.32})$$

Dans le travail original de Snell [13], il modélise le système linéaire pour qu'il soit :

$$\dot{\alpha}_d = \omega_\alpha \alpha_c - (\omega_\alpha + \Omega_\alpha) \alpha + \left(\frac{\omega_\alpha \Omega_\alpha}{s} \right) (\alpha_c - \alpha) \quad (\text{A.33})$$

$$\dot{\beta}_d = \omega_\beta \beta_c - (\omega_\beta + \Omega_\beta) \beta + \left(\frac{\omega_\beta \Omega_\beta}{s} \right) (\beta_c - \beta) \quad (\text{A.34})$$

$$\dot{\mu}_d = \dot{\mu}_{c_{lp}} + \frac{\Omega_\mu}{s} (\dot{\mu}_{c_{lp}} - \dot{\mu}) \quad (\text{A.35})$$

$\dot{\mu}_{c_{lp}}$ Est la commande de roulis passe-bas.

$$\dot{\mu}_{c_{lp}} = \frac{4}{s+4} \dot{\mu}_c \quad (\text{A.36})$$

Snell choisit la bande passante de $\omega_\alpha = 2 \text{rad/s}$, avec le terme passe-bas $\Omega_\alpha = 0.4 \text{rad/s}$, vitesse de rotation $\Omega_\mu = 0.3 \text{rad/s}$.

Une commande P-I similaire à la linéarisation à boucle rapide :

$$\dot{\alpha}_d = (\alpha_c - \alpha) \left(\omega_\alpha + \frac{\Omega_\alpha}{s} \right) \quad (\text{A.37})$$

$$\dot{\beta}_d = (\beta_c - \beta) \left(\omega_\beta + \frac{\Omega_\beta}{s} \right) \quad (\text{A.38})$$

$$\dot{\mu}_d = (\mu_c - \mu) \left(\omega_\mu + \frac{\Omega_\mu}{s} \right) \quad (\text{A.39})$$

Annexe A

Ainsi, la bande passante du système linéaire est définie pour avoir $\omega_\alpha = \omega_\mu = 1 \text{ rad/s}$ and $\omega_\beta = 0.9 \text{ rad/s}$, avec le terme intégral $\Omega_\alpha = \Omega_\alpha = 0.02$ and $\Omega_\beta = 0.02 \text{ rad/s}$.

A.3 Résultats de la simulation

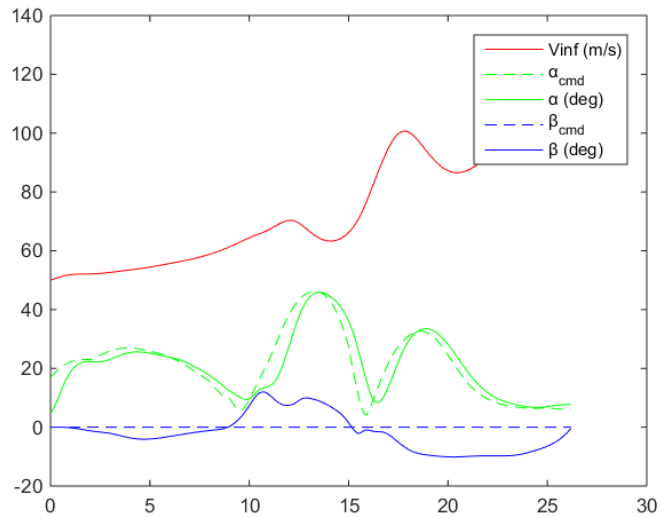


Figure A.2 les angles aérodynamiques

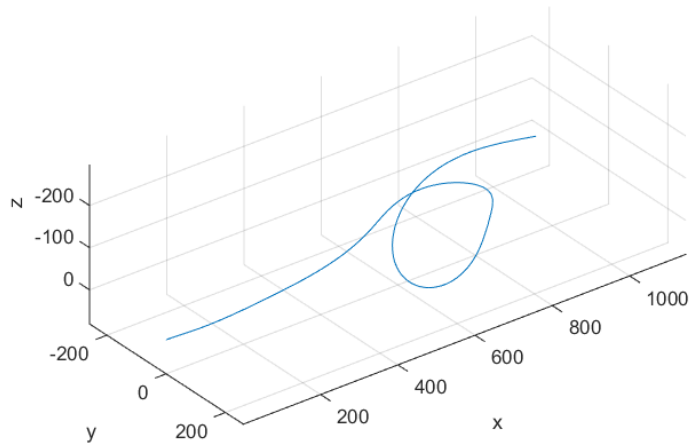


Figure A.3 trajectoire

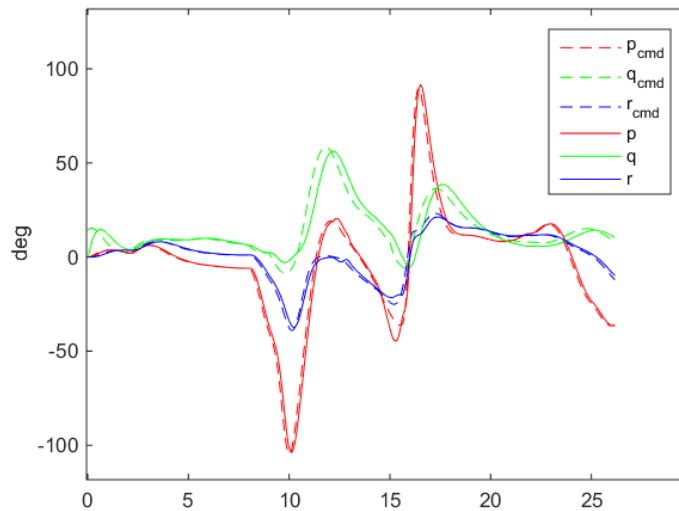


Figure A.4 les vitesses angulaires

le générateur de manœuvre peut générer une entrée pilote de α et $\dot{\mu}$ à travers une méthode itérative. La commande générée par le générateur de manœuvre est transmise à travers une mise en forme de signal de système linéaire et alimente le NDI à boucle lente.

La commande générée et les états résultants sont illustrés à la Figure A.2 et A.3.

La commande de vitesse des sorties NDI en boucle lente et l'erreur est transmise via un gain P-I et forme la commande d'accélération angulaire de \dot{p} , \dot{q} et \dot{r} . La commande est envoyée à la boucle rapide NDI où la commande annule la force gyroscopique et génère une commande d'actionneur.

En regardant la Figure A.2 et A.3, il est très clair qu'il y a très peu d'erreur entre signal de commande et le résultat réel. La conclusion est vraie sauf le manœuvre générateur ne peut pas suivre la commande en raison de la commande de trajectoire violente. Le résultat est très bon.

A.4 Poussée vectorielle :

Poussée vectorielle , aussi commande du vecteur poussée ou TVC , est la capacité d'un avion , fusée ou un autre véhicule pour manipuler le sens de la poussée de son moteur afin de contrôler la position ou la vitesse angulaire du véhicule.

Pour les avions, la méthode était à l'origine envisagée pour fournir une poussée verticale vers le haut afin de donner une capacité de décollage et d'atterrissage verticale (VTOL) ou courte (STOL). Par la suite, on s'est rendu compte que l'utilisation de la poussée vectorielle dans des situations de combat permettait aux avions d'effectuer diverses manœuvres non disponibles pour les avions à moteur conventionnel. Pour effectuer des virages, les avions qui n'utilisent pas la vectorisation de poussée ne doivent compter que sur les surfaces de contrôle aérodynamiques, telles que les ailerons ou les élévateurs ; les vaisseaux avec vectorisation doivent encore utiliser des surfaces de contrôle, mais dans une moindre mesure.

A.4.1 Histoire

La poussée vectorielle a été imaginée par Michel Wibault et mise en œuvre pour la première fois par l'avionneur britannique Bristol Aéroplane Company. Cette technologie a d'abord été utilisée afin de réaliser des décollages et atterrissages verticaux, puis dans les années 1990 afin d'améliorer la manœuvrabilité des avions de combat. Ce dispositif permettait en effet de réaliser des virages à fort angle d'attaque et de voler à très basse vitesse

A.4.2 Principe

Le principe de la poussée vectorielle est d'orienter le flux à la sortie du réacteur en utilisant une tuyère orientable. Les premières tuyères ne pouvaient être pivotées que verticalement, agissant sur le tangage de l'avion uniquement. L'arrivée d'une seconde génération de tuyères orientables horizontalement a permis d'agir également sur le Lacet. Une autre évolution sur les biréacteurs est la possibilité de mouvoir deux tuyères de manière asynchrone, c'est-à-dire indépendamment l'une de l'autre. Ceci permet le contrôle du roulis et améliore encore la manœuvrabilité et les trajectoires de l'avion.

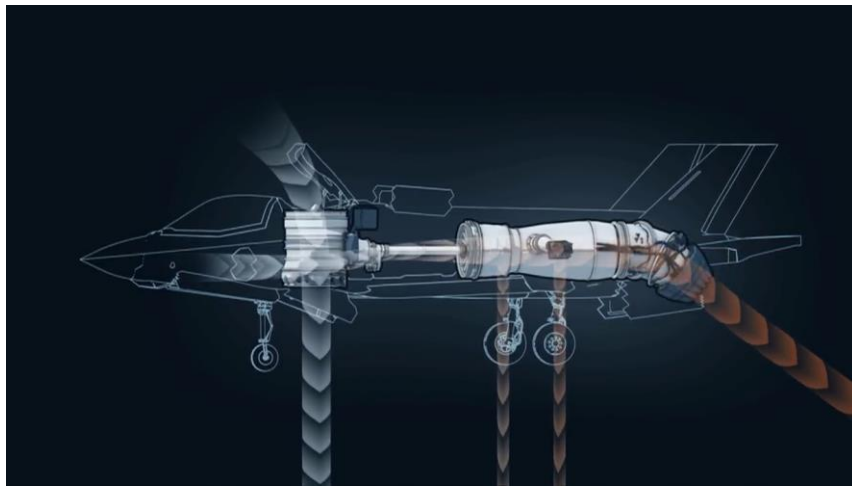


Figure A.5 une poussée verticale vers le haut afin de donner une capacité de décollage et d'atterrissage verticale.

L'action sur la poussée vectorielle est incorporée avec les commandes des gouvernes. Sur les avions de chasse comme le Su-37, les tuyères sont orientées grâce à des vérins hydrauliques disposés autour de celles-ci. En cas de panne du système hydraulique, un système pneumatique ramène et verrouille la tuyère en position neutre. Sur certains avions comme le X-31, ce n'est pas la tuyère qui est mobile, mais des panneaux déflecteurs, actionnés par des vérins hydrauliques, qui guident le flux de poussée.



Figure A.6 l'orientation de la tuyères grâce à des vérins hydrauliques.

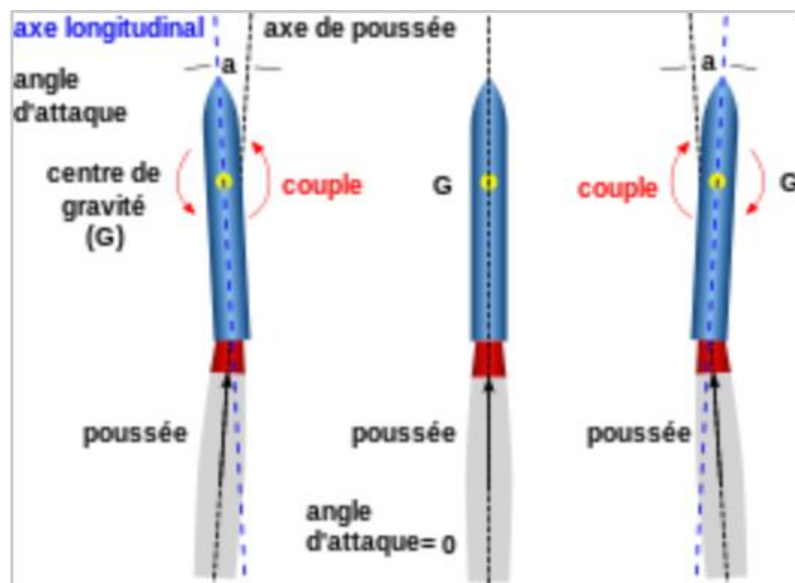


Figure A.7 Schéma de principe d'une poussée vectorielle sur un missile.

Annexe A

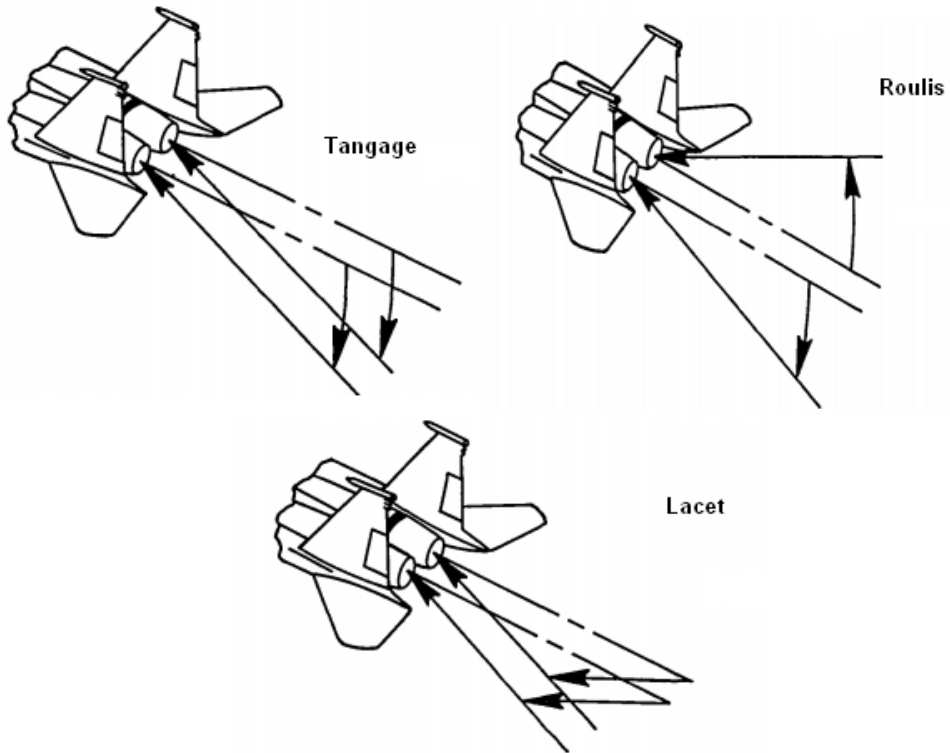


Figure A.8 Moment de poussée vectorielle

Tableau 1 Approximation des coefficients des forces aérodynamique

Annexe A

Coef.	Approximation des coefficients des forces aérodynamiques			
	α^6	α^5	α^4	α^3
		α^2	α^1	α^0
$C_L(\alpha)$	-1.73074 E-13	- 4.55181 E-09	+ 1.05377 E-06	- 7.53902 E-05
		+ 8.38565 E-04	+ 6.8166435 E-02	+ 0.031321913
$C_L(\alpha)$	3.85119E-14	- 1.36183E-11	+ 1.83108E-09	- 1.12387E-07
		+ 2.87863E-06	- 2.98973E-05	+ 0.002310071
$\delta_{c_0}(\alpha)$	1.83146E-10	- 1.82458E-08	- 4.89738E-06	+ 0.001116867
		- 0.061576775	- 0.161987094	- 0.015086919
$C_D(\alpha)$	0	2.16121E-09	- 4.79288E-07	+ 2.91271E-05
		- 0.000177299	+ 0.009653169	+ 0.003815982
$C_{Y_\beta}(\alpha)$	0	0	0	0
		0	0	-1
$C_{Y_{\delta_a}}(\alpha)$	0	0	0	0
		0	0	0
$C_{Y_{\delta_r}}(\alpha)$	0	1.931E-11	- 4.98703E-09	+ 4.58837E-07
		- 1.68066E-05	+ 0.000129449	+ 0.003236518

Tableau 2 Approximation des coefficients des moments aérodynamiques

Annexe A

Coef.	Approximations des coefficients des moments aérodynamiques			
	α^6	α^5	α^4	α^3
		α^2	α^1	α^0
$C_{l_\beta}(\alpha)$	4.91796E-13	+ 1.81067E-09	- 4.51658E-07	+ 3.75585E-05
		- 0.001180732	+ 0.010568349	- 0.083588788
$C_{l_p}(\alpha)$	2.46726E-13	+ 2.89722E-09	- 6.593E-07	+ 5.02484E-05
		- 0.001403253	+ 0.009368111	- 0.078285489
$C_{l_r}(\alpha)$	4.30185E-12	- 7.98271E-09	+ 1.67113E-06	- 0.000125695
		+ 0.003573161	- 0.022525193	- 0.0758901
$C_{l_{\delta_a}}(\alpha)$	-1.20465E-14	+ 8.54994E-12	- 1.7579E-09	+ 1.57143E-07
		- 6.16355E-06	+ 5.11295E-05	+ 0.002346565
$C_{l_{\delta_r}}(\alpha)$	-5.31398E-15	+ 3.3101E-12	- 6.15656E-10	+ 4.94371E-08
		- 1.74829E-06	+ 1.61374E-05	+ 0.000507964
$C_{m_0}(\alpha)$	4.6273E-12	- 1.34607E-09	+ 1.44272E-07	- 6.66764E-06
		+ 8.80921E-05	+ 0.002907947	+ 0.001436932
$C_{m_q}(\alpha)$	0	0	0	0
		0	0	-3
$C_{m_{\delta_c}}$	-9.9798E-15	- 5.0072E-12	+ 1.54809E-09	- 1.32161E-07
		+ 3.84916E-06	- 4.46671E-05	+ 0.005052863
$\delta_{c_0}(\alpha)$	0	4.63561E-08	- 1.2966E-05	+ 0.001549639
		- 0.070398444	- 0.137580555	- 0.099241141
$C_{n_\beta}(\alpha)$	-6.5435E-13	+ 1.27567E-09	- 2.69626E-07	+ 1.97183E-05
		- 0.000415504	- 0.009013965	+ 0.175202791
$C_{n_p}(\alpha)$	1.11711E-12	+ 3.84628E-09	- 7.95876E-07	+ 5.19084E-05
		- 0.001140853	+ 0.001564168	- 0.000286817
$C_{n_r}(\alpha)$	3.48365E-13	+ 2.49322E-09	- 6.69396E-07	+ 6.01596E-05
		- 0.001987539	+ 0.017397535	- 0.32966209
$C_{n_{\delta_a}}(\alpha)$	-1.07828E-14	+ 5.8109E-12	- 1.01864E-09	+ 7.90021E-08
		- 2.72807E-06	+ 2.49532E-05	+ 0.000760346
$C_{n_{\delta_r}}(\alpha)$	6.616196E-14	- 2.822004E-11	+ 4.568825E-09	- 3.463623E-07
		+ 1.168576E-05	- 9.462342E-05	- 1.910177E-03

Organigramme de commande optimale par backstepping

