

MINISTERE AUX UNIVERSITES ET DE LA RECHERCHE
UNIVERSITE DE BLIDA
INSTITUT D'ELECTRONIQUE



MEMOIRE DE MAGISTER

spécialité : Electronique

option : Contrôle

ETUDE DE COMMANDES DE POSITION
D'UN BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1

Par

Amina CHENTIR

Présenté devant le jury constitué de :

Dr. H.SALHI : M.C. , Université de Blida	Président
Dr. H.BENCHOUBANE : M.A. (PHD) , Universté de Blida	Rapporteur
Dr. LABIDA : Professeur , Université de Batna	Examineur
Dr. A.BENKHROUF : M.C. , Université de Blida	Examineur
Dr. .TOUMI : Professeur , Université de Bab-Ezzouar	Examineur
Dr. K.AMMOUR : C.C. (PHD) , Université de Blida	Examineur
Dr. D.AMRANI : M.A. , Université de Blida	Invité

Blida, Algérie

1993

A mon père et ma mère.

REMERCIEMENTS

Je suis particulièrement reconnaissante à Monsieur H.BENCHOUBANE, mon directeur de thèse, pour toute la confiance qu'il m'a témoignée en me proposant ce sujet. Son aide à tous les niveaux et ses conseils m'ont été précieux et indispensables pour l'aboutissement de ce travail. Je tiens à le remercier aussi pour m'avoir communiqué sa façon d'analyser les faits de manière critique et concise et de prendre goût pour le domaine de la robotique.

Je tiens à remercier aussi Messieurs M.AZZINE et M.IBRIR, pour leur aide en m'autorisant à effectuer mes simulations au sein du laboratoire des micro-ordinateurs de l'institut de MECANIQUE.

Et enfin, que tous ceux et celles qui, à des titres divers, m'ont apporté leur soutien et leur amitié tout au long de ces années trouvent ici l'expression de mes remerciements.

SOMMAIRE

Notre Travail consiste à étudier la robustesse de commandes de position d'un bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté vis à vis des perturbations extérieures ou de variation de ses paramètres internes.

Donc, dans un premier temps, on parlera très rapidement de la modélisation de notre système non linéaire dans le domaine des variables d'états et comment on arrive à le représenter par une équation d'état classique de la forme:

$$X' = A X + B U + d.$$

Puis, dans un deuxième temps, on étudiera la robustesse de quelques commandes classiques lorsqu'elles sont appliquées à notre bras.

Puis, on étudiera la dérivation de lois de commandes adaptatives avec modèle de référence, soient la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) et l'algorithme MCS (minimal controller synthesis algorithm).

Ensuite, on introduira la modification σ , puis la modification e afin de déduire l'apport que peut ramener de telles modifications sur la robustesse de la commande adaptative avec modèle de référence.

Et à la fin, on étudiera la robustesse de la commande à structure variable avec modèle de référence.

La robustesse de toutes les commandes citées ci-dessus sera testée en exposant notre bras à différentes perturbations extérieures ou à la variation de ses paramètres internes.

Tous nos tests seront obtenus par simulation de notre bras manipulateur grâce au langage de simulation des système non linéaires : SIMNON.

SOMMAIRE

Notre Travail consiste à étudier la robustesse de commandes de position d'un bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté vis à vis des perturbations extérieures ou de variation de ses paramètres internes.

Donc, dans un premier temps, on parlera très rapidement de la modélisation de notre système non linéaire dans le domaine des variables d'états et comment on arrive à le représenter par une équation d'état classique de la forme:

$$X' = A X + B U + d.$$

Puis, dans un deuxième temps, on étudiera la robustesse de quelques commandes classiques lorsqu'elles sont appliquées à notre bras.

Puis, on étudiera la dérivation de lois de commandes adaptatives avec modèle de référence, soient la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) et l'algorithme MCS (minimal controller synthesis algorithm).

Ensuite, on introduira la modification σ , puis la modification e afin de déduire l'apport que peut ramener de telles modifications sur la robustesse de la commande adaptative avec modèle de référence.

Et à la fin, on étudiera la robustesse de la commande à structure variable avec modèle de référence.

La robustesse de toutes les commandes citées ci-dessus sera testée en exposant notre bras à différentes perturbations extérieures ou à la variation de ses paramètres internes.

Tous nos tests seront obtenus par simulation de notre bras manipulateur grâce au langage de simulation des système non linéaires : SIMNON.

TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE	i
TABLE DES MATIERES	ii
INTRODUCTION	1
1. MODELISATION DU BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1	7
1.1 Introduction	7
1.2 Le manipulateur Classe 1	9
1.3 Application de l'équation de LAGRANGE au manipulateur Classe 1 ...	9
1.4 Aperçu général sur les principaux travaux réalisés	15
sur les bras manipulateurs	
1.5 Outil et moyens utilisés tout au long de ce mémoire	18
1.5.1 Language de simulation choisi	18
1.5.2 Signal de référence choisi	18
1.5.3 Signaux utilisés pour simuler les différentes perturbations	19
2. APPLICATION DES COMMANDES CLASSIQUES AU BRAS	20
MANIPULATEUR CLASSE 1	
2.1 Introduction	20
2.2 La commande par retour d'état	20
2.3 La commande par retour d'état avec action intégrale (SFBIA)	38
2.4 La commande par retour de sortie	54
2.5 La commande avec modèle de référence (LMFC)	68
2.6 Conclusion	83
3. APPLICATION DES COMMANDES NON LINEAIRES	84
AU BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1	
3.1 Introduction au concept de la stabilité	84
3.2 La commande adaptative	90
3.2.1 Qu'est-ce la commande adaptative ?	90
3.2.2 La commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) ...	90
3.2.3 L'algorithme MCS	111
3.2.4 La modification σ	127
3.2.5 La modification e	155
3.3 La commande à structures variables avec modèle de référence	183

4. INTERPRETATION GENERALE DES RESULTATS OBTENUS	201
5. CONCLUSION	217

REFERENCES

ANNEXE A-1

ANNEXE A-2

ANNEXE A-3

ANNEXE B

ANNEXE C-1

ANNEXE C-2

ANNEXE C-3

INTRODUCTION

L'histoire de l'automatique théorique peut être partagée en trois périodes. La première période, qui se situe avant la première guerre mondiale, a été marquée par la résolution de problèmes particuliers de régulation ou de commande au moyen du calcul différentiel. Puis, au cours de la seconde guerre mondiale se produisit une première unification de la théorie harmonique des systèmes asservis linéaires avec le développement des systèmes de commande. Cependant, la théorie harmonique présente l'inconvénient de mettre exagérément l'accent d'une part sur le comportement fréquentiel, d'autre part sur les propriétés des boucles ouvertes alors que ce sont bien évidemment des boucles fermées qu'il s'agit de calculer, en plus, seul les systèmes linéaires depuis les années 60 étaient traités.

La période actuelle se caractérise par un retour au domaine temporel, avec le développement de la théorie des variables d'état. Cette théorie fournit, moyennant l'usage généralisé du langage vectoriel et matriciel, une description très générale des systèmes multidimensionnels et c'est pour la première fois que la description des propriétés dynamiques des systèmes de commande dans l'espace d'état permet d'établir une théorie générale de la commande qui englobe dans une même représentation, toutes les formes de systèmes multidimensionnels d'ordre quelconque, associés à des échantillonneurs de toutes natures et à des éléments non linéaires. Cependant, pour l'analyse des systèmes complexes, cette théorie serait de peu d'intérêt sans le développement des calculateurs numériques, dont l'emploi est indispensable pour mener à bien les calculs dans un cas particulier. D'autre part les problèmes de synthèse sont loin d'être complètement résolus, en particulier dans le domaine des systèmes non linéaires.

Jusqu'à récemment, les chercheurs avaient considérés la stabilité globale comme l'objectif désiré de la plus part des contrôleurs adaptatifs et aucune convention n'était incluse pour considérer la robustesse pour des types d'incertitudes autres que les incertitudes paramétriques. Il était implicitement assumé qu'une série de paramètres existent pour une structure donnée de régulateur qui satisfassent l'objectif du contrôle. Sur cette base, des algorithmes d'adaptation de paramètres étaient développées pour assurer la stabilité globale. Cependant, même de faibles violations des suppositions peuvent entraîner à l'instabilité. En pratique, de telles violations sont inévitables et des questions surgissent

au sujet de l'abilité du contrôleur à maintenir une performance convenable en présence d'autres types d'incertitudes, tels que de rapides parasites, variations extérieures bornées, les dynamiques non modelées ou les incertitudes non structurées.

Athans et Valavani [5] soulèvent quelques questions critiques au sujet de l'existence d'algorithmes de contrôle adaptatif avec une référence particulière à certaines issues de robustesse appartenant à leurs propriétés de stabilité en boucle fermée, en présence de dynamiques de hautes fréquences non modelées.

Ortega, dans un bref résumé [49], conclue que l'étude de la robustesse est une partie essentielle dans la conception puisqu'elle agit sur la préservation de la stabilité ou bornage quand les conditions idéales ne sont pas rencontrées. C'est un récent, nouveau et actif domaine de recherche.

Le problème de la robustesse des systèmes à contrôleurs adaptatifs avec modèle de référence (MRAC) a été étudié par Kokotovic et Ioannou [31] [37], qui montrent que plusieurs schémas adaptatifs sont robustes pour des erreurs données quand les parasites rapides sont faiblement observables. Dans un article en 1982 [38], ils considèrent des perturbations singulières pour un modèle robuste en présence de dynamiques non modelées. Dans un autre article [39], ils obtiennent les conditions analytiques pour la robustesse d'un contrôleur adaptatif direct à l'égard des dynamiques de hautes fréquences.

Dans l'article apparu en 1984 [40], ils étudient les effets des dynamiques de hautes fréquences et des perturbations bornées, sur la stabilité et la performance des schémas de contrôle adaptatif et analysent 5 types possibles de mécanismes d'instabilité, en utilisant de simples exemples. Ils obtiennent des conditions suffisantes au dessous desquelles aucune de ces 5 types d'instabilité ne peuvent survenir.

D'autres travaux ont été réalisés dans ce propre contexte, cependant des études ultérieures sont nécessaires pour une compréhension claire du problème de la robustesse.

Dans ce même contexte, on se propose dans notre travail d'étudier la commande de position d'un bras manipulateur **non-linéaire** de **classe 1** à **deux degrés** de liberté et d'étudier l'influence des perturbations extérieures ou la variation des paramètres internes sur de telles commandes.

On va d'abord, pour chaque stratégie de commande obtenue, déterminer analytiquement les équations de chaque commande, ensuite on va étudier la **robustesse** de chacune d'elles, qui dans le contexte de cette thèse, est l'abilité de la commande à rejeter les effets des perturbations extérieures et des variations des paramètres internes du bras manipulateur classe 1.

Pour cela, on soumettra notre bras manipulateur classe 1 à des perturbations extérieures constantes, lentes, rapides et à des variations de ses paramètres internes en agissant soit sur la masse de chaque bras, soit sur les frictions des joints des deux bras. Cette variation peut être aussi rapide ou lente.

Donc, dans un premier temps, on parlera de la modélisation de notre système non-linéaire dans le domaine des variables d'états et comment on arrive à le représenter par une équation d'état classique de la forme :
$$\mathbf{X}' = \mathbf{A}.\mathbf{X} + \mathbf{B}.U + \mathbf{D}$$
 à partir de transformations conformes de l'équation de **LAGRANGE** appliquée à notre bras manipulateur **classe 1 à 2 degrés de liberté**.

Puis dans un deuxième temps, on étudiera la réaction de notre bras manipulateur à quatre types de commandes **classiques**, les plus utilisées, et qui sont :

- a) Commande par retour d'état.
- b) Commande par retour d'état avec action intégrale **SFBIA**
(state feedback with integral action).
- c) Commande par retour de sortie.
- d) Commande avec modèle de référence linéaire **LMFC**
(linear model following controller).

Où, pour chacune des différentes commandes citées ci-dessus et après avoir défini l'équation de la commande correspondante on exposera notre bras manipulateur aux différentes perturbations déjà définies et on en déduira la robustesse à partir des résultats obtenus par **simulation** de notre système non linéaire grâce au langage de simulation des systèmes non-linéaires : **SIMNON**. Puis à la fin de ce chapitre, on effectuera une analyse sur les différentes commandes classiques étudiées et de là une comparaison entre elles.

Puis dans une troisième étape, après avoir introduit le sens et la notion de l'**Hyperstabilité** et la théorie des fonctions de **Lyapunov**, on étudiera la dérivation de lois de commandes **non linéaires** basées sur les stratégies suivantes: la commande **adaptative avec modèle de référence** et la commande **à structure variable avec modèle de référence**

Dans la commande adaptative avec modèle de référence, on verra:

- a) La commande adaptative avec modèle de référence **MRAC**
(model reference adaptatif control).
- b) L'algorithme **MCS** : minimal controller synthesis algorithm.

Là aussi, la robustesse de ces deux commandes (MRAC et MCS) sera testée en exposant toujours notre bras manipulateur aux différentes perturbations extérieures et à la variation de ses paramètres internes.

Puis, après avoir interprété et comparé les résultats de ces deux commandes (MRAC et MCS), et afin d'améliorer leur robustesse, on introduira **la modification σ** puis **la modification e** et on recommencera les tests précédents afin de déduire l'apport, que peut ramener de telles modifications sur la robustesse de la commande adaptative avec modèle de référence.

Après on passera à la deuxième commande non linéaire, qui est la commande **à structure variable avec modèle de référence**. Là aussi, la robustesse de la commande sera testée en faisant, toujours subir à notre bras manipulateur, les différentes perturbations déjà vues.

Une interprétation générale des résultats obtenus est donnée dans une quatrième étape. Des tableaux récapitulatifs basés sur les résultats des simulations effectuées, montrent les avantages et les inconvénients ainsi que les limites de chaque type de commande.

A la fin, dans une **conclusion générale**, nous énonçons quelques travaux à réaliser dans le futur.

Ce mémoire présente donc, la nécessité de rompre avec les commandes classiques dans le cas des systèmes non linéaires en général et dans le cas des robots manipulateurs en particulier.

Au cours de ce travail, nous avons constaté en outre, l'importance de la robustesse des algorithmes de commandes non linéaires par rapport à l'erreur dynamique du système. Une telle propriété permet en effet, d'assurer la validité de l'application d'une commande sur une autre.

Nous montrons aussi, que la modélisation du bras manipulateur dans le domaine des variables d'état sous une forme canonique et le choix d'un modèle de référence linéaire, nous ont permis d'appliquer des commandes adaptatives (MRAC et MCS) basées sur la théorie d'Hyperstabilité et du critère de Popov (voir preuve en annexe B) qui est plus facile à utiliser et demeure un outil puissant d'analyse pour les systèmes non linéaires et multivariables. Cependant, nous sommes amené à faire appel aux fonctions de Lyapunov pour affirmer que notre bras manipulateur présente une erreur de sortie bornée (voir annexe C), en assurant une stabilité asymptotique, même en présence de perturbations extérieures bornées, ou de variations des paramètres internes bornées aussi.

Au cours de ce travail, nous appliquons deux types de modifications (σ et e) sur les deux commandes adaptatives implémentées à notre bras (MRAC et MCS).

Où, nous constatons des améliorations dans le temps de convergence vers un état stable. Cependant, ces deux modifications présentent aussi des inconvénients telsque l'augmentation de l'erreur de sortie ou l'apparition d'oscillations au niveau des signaux de commande.

A la fin, nous présentons une autre approche basée sur le critère de stabilité directe de Lyapunov, la commande à structure variable avec modèle de référence.

C'est une loi discontinue, directe et présente une remarquable abilité à rejeter l'effet de perturbations extérieures ou de variation des paramètres internes du bras manipulateur. Cependant, la forme oscillatoire de la commande limite son application en pratique.

CHAPITRE 1

MODELISATION DU BRAS MANIPULATEUR

CLASSE 1

1-1) INTRODUCTION:

La vaste classification des manipulateurs présentée par **Liegeois et Dombre** (1979) [46] et **Coiffet** (1983) [16] a récemment été étendue par **STOTEN** [59] (1989).

Cette classification est basée sur la configuration des principaux bras de toute machine pratique dont les joints sont prismatiques, à révolutions ou prismatiques et à révolutions.

La classification des types de manipulateurs [59], les plus utilisés en industrie, en termes de configuration des bras, est résumé sur la figure 1, où :

R : représente un joint de révolution.

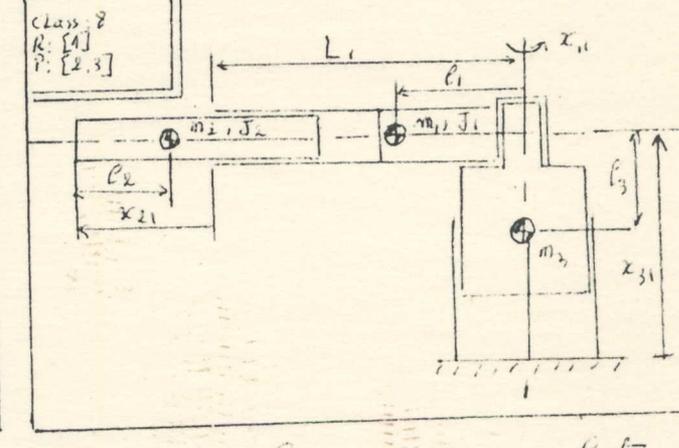
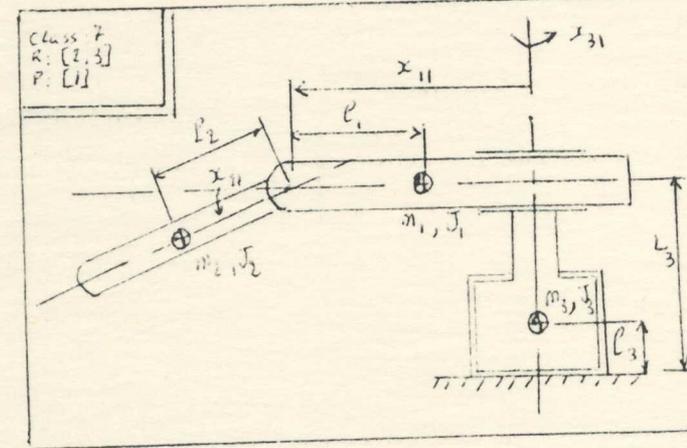
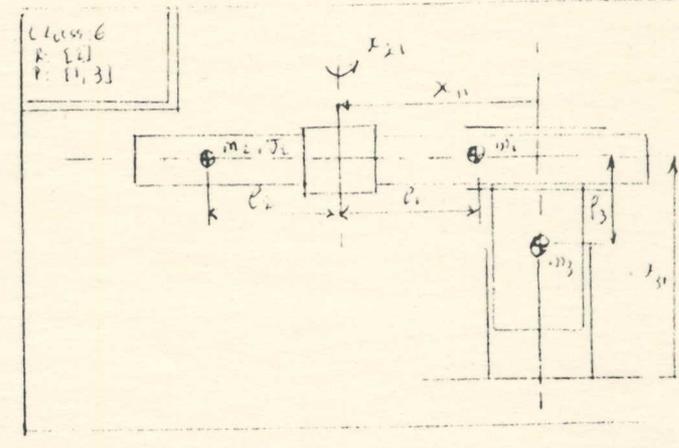
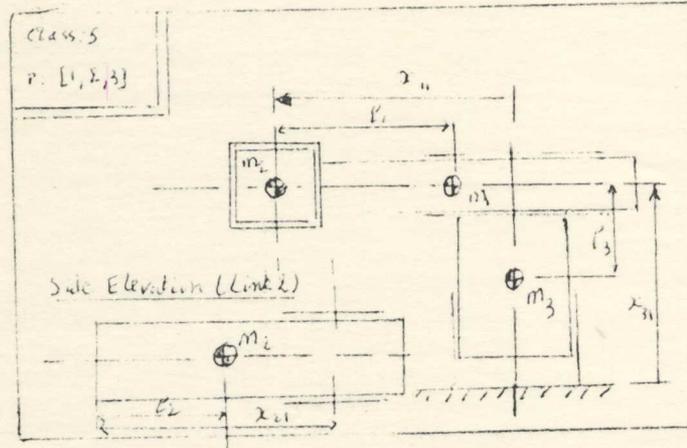
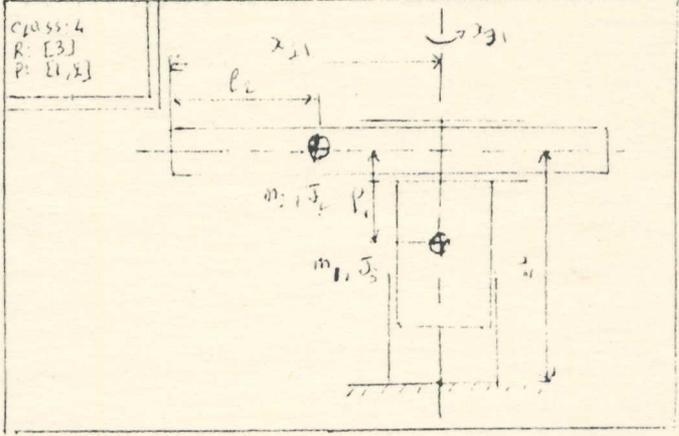
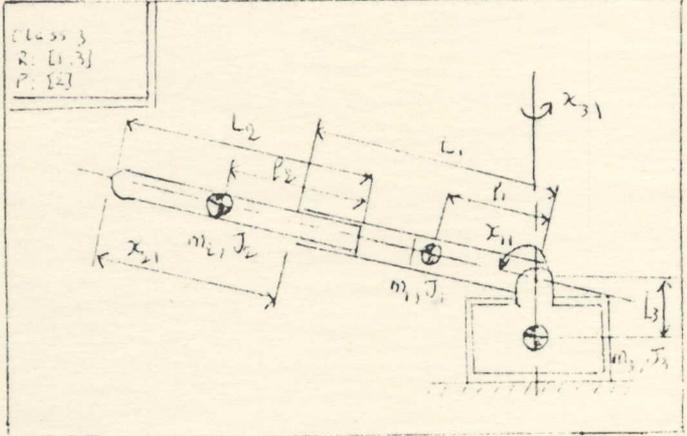
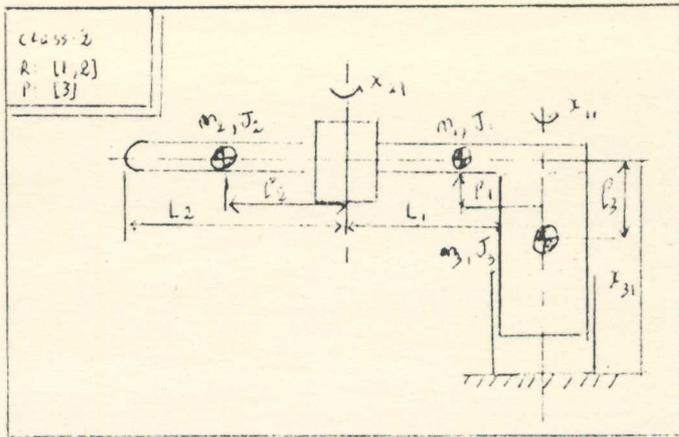
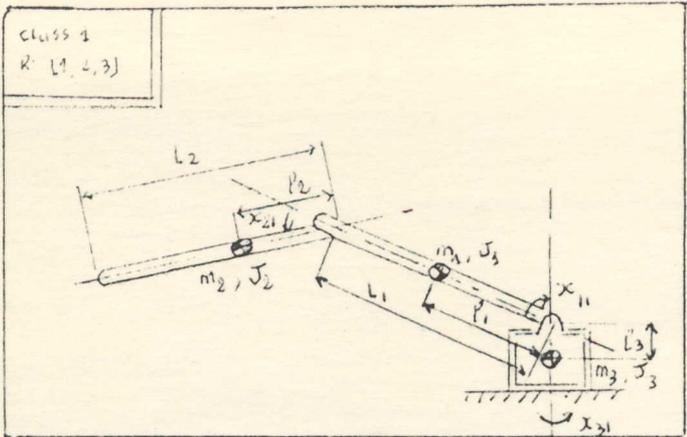
P : un joint prismatique.

Les entiers: des nombres assignés à chaque bras.

En 1983, la machine la plus populaire était le manipulateur classe 4 (Pick-and-Place), puis vient en deuxième position, le manipulateur classe 1. Cependant, de nos jours, on tend vers la machine la plus flexible, le manipulateur **classe 1**, qui peut être utilisée pour différentes tâches telles que : la manipulation de matériaux, l'assemblage, processus de chaînes,...etc.

Donc, tout au long de notre travail, on utilisera une version de manipulateur **classe 1**, composé de **deux bras planaires** et lors de la déduction du modèle dynamique du bras manipulateur, les hypothèses suivantes seront posées:

- a) La friction est de nature linéaire et visqueuse.
- b) Tous les bras sont rigides.
- c) Tous les joints sont non-complaisants (non soumis).
- d) Tous les amplificateurs de moteur/actuator sont idéales, c'est à dire que la force/torque est directement proportionnelle au signal de commande.
- e) Les transducteurs (transducers) ont un gain unitaire et pas de composantes dynamiques.



- figure 1 - Les différentes classes de manipulateurs

1-2) Le manipulateur classe 1:

La configuration générale de ce manipulateur est montrée dans la figure 2, où chaque bras est actionné par un servomoteur D.C, la position et la vitesse de chaque bras sont mesurées par un potentiomètre et un tachometre .

Nomenclature utilisée:

$X_L = X_{i1} = [X_{11} \ X_{21}]^T$: vecteur de l'angle de rotation (correspond à la position de chaque bras).

$X'_L = X_{i2} = [X_{12} \ X_{22}]^T$: vecteur de la vitesse angulaire de chaque bras.

$X''_L = [X'_{12} \ X'_{22}]^T$: vecteur accélération.

$X^2_L = [X^2_{12} \ X^2_{22}]^T$: vecteur des forces centrifuges.

$XX'_L = [X_{12}X_{22}]$: vecteur de la force de coriolis.

J_i : moment d'inertie du bras i.

C_i : coefficient de friction visqueuse correspondant à chaque bras.

g : constante gravitationnelle.

K_i : gain du moteur/amplificateur i.

m_i : masse du bras i

$u_i = [u_1 \ u_2]^T$: vecteur de commande.

1-3) Application de l'équation de LAGRANGE au manipulateur classe1:

[4], [18], [59]

Les énergies potentielles et cinétiques (respectivement U_i et T_i , $i=1,2$) pour chaque bras planaire du bras manipulateur sont définies comme suit:

$$U_1 = m_1 g l_2 \cos(x_{11}) \quad (1-1)$$

$$U_2 = m_2 g [L_1 \cos(x_{11}) + l_2 \cos(x_{11} + x_{21})] \quad (1-2)$$

$$T_1 = (1/2) J_{x1} x^2_{12} \quad (1-3)$$

$$T_2 = (1/2) [J_{x2} + m_2 L_1^2 + 2 m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})] x^2_{12} \\ + (1/2) J_{x2} x^2_{22} + [J_{x2} + m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})] x_{12} x_{22} \quad (1-4)$$

avec : $J_{x1} = J_1 + m_1 l_1^2$ et $J_{x2} = J_2 + m_2 l_2^2$

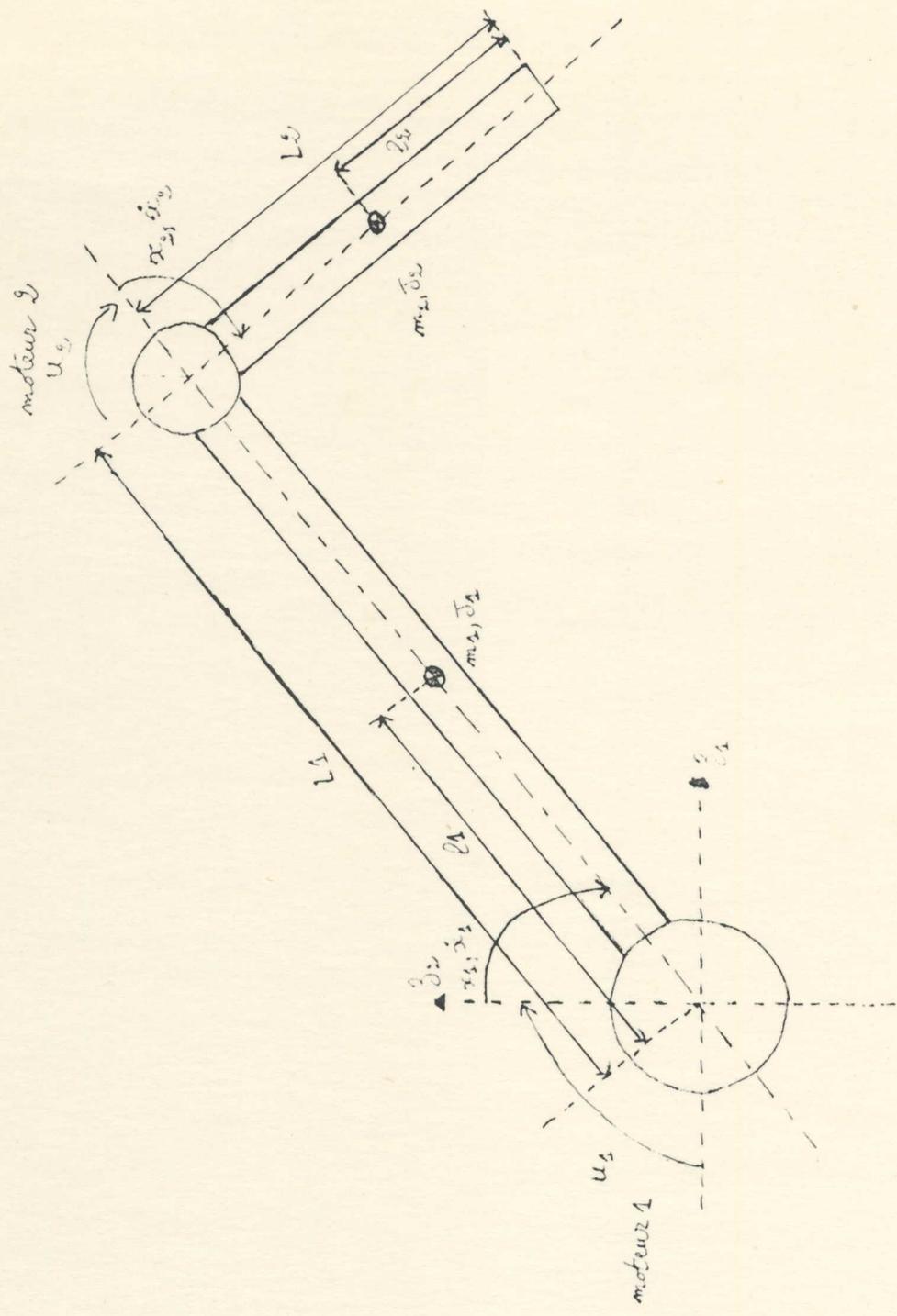


Figure 5 La cinématique générale du manipulateur à 2 degrés de liberté

On définit alors le **Lagrangien** de notre système comme suit:

$$L = \sum_{i=1}^2 (T_i - U_i) = (T_1 - U_1) + (T_2 - U_2) \quad (1-5)$$

puis on applique l'**équation de Lagrange**, définie par :

$$d/dt (\partial L / \partial \dot{x}_{i2}) - \partial L / \partial x_{i1} = q_i \quad i = 1,2 \quad (1-6)$$

où $x_{i2} = \dot{x}_{i1}$ et $q_i = k_i u_i - c_i \dot{x}_{i2} =$ force généralisée

On obtient alors, après regroupement des termes, l'équation suivante :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}_L + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}_L + \mathbf{D} \mathbf{x}_L^2 + \mathbf{E} \dot{\mathbf{x}}_L + \mathbf{F} \mathbf{g} = \mathbf{K}_L \mathbf{U} \quad (1-7)$$

où $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F}$ et \mathbf{K}_L sont des matrices (ou vecteurs) variables dans le temps, de dimensions appropriées, avec :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J'_1 + J_{x_2} + 2m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) & J_{x_2} + m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) \\ J_{x_2} + m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21}) & J_{x_2} \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag} [c_1 \quad c_2]$$

$$\mathbf{K}_L = \text{diag} [k_1 \quad k_2]$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) \\ m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) & 0 \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -2m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

$$F = \begin{bmatrix} - (m_1 l_1 + m_2 L_1) \sin(x_{11}) - m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21}) \\ - m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21}) \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

avec : $J_1^* = J_{x_1} + m_2 L_1^2$

La forme de l'équation de Lagrange obtenue (1-7), ne nous facilite pas la simulation du système. Pour cela, on va lui faire subir certaines transformations afin d'aboutir à une forme plus pratique.

Regroupons les termes de l'équation (1-7) de la manière suivante :

$$M(x) x_L'' + H(x, x') x_L' + G(x) = T U \quad (1-12)$$

où $H = C + D x_L' + E x_L'^2$, $G(x) = F g$, $T = K_L$

Puis, décomposons les matrices $M(x)$ et $H(x, x')$ comme suit :

$$a) M(x) = M^* + \delta M(x) \quad (1-13)$$

où: M^* représente la partie invariante de $M(x)$.

$\delta M(x)$ représente la partie non-linéaire de $M(x)$

$$d'où : M^{*-1} M(x) = I_2 + M^{*-1} \delta M(x) \quad (1-14)$$

$$b) H(x, x') = H^* + \delta H(x, x') \quad (1-15)$$

où: H^* représente la partie invariante de $H(x, x')$.

$\delta H(x, x')$ représente la partie non-linéaire de $H(x, x')$.

En multipliant l'équation (1-12) par M^{*-1} , on obtient:

$$M^{*-1} M x_L'' + M^{*-1} H(x, x') x_L' + M^{*-1} G(x) = M^{*-1} T U \quad (1-16)$$

et en utilisant (1-13), (1-14) et (1-15), on aura :

$$[I_2 + M^{*-1} \delta M] x_L'' + [M^{*-1} H^* + M^{*-1} \delta H(x, x')] x_L' + M^{*-1} G(x) = M^{*-1} T U \quad (1-17)$$

D'où :

$$I_2 \ddot{x}_L = -M^{*-1} H^* \dot{x}'_L + M^{*-1} T U - M^{*-1} [\delta M \ddot{x}''_L + \delta H \dot{x}'_L + G(x)] \quad (1-18)$$

Posons maintenant :

$$\begin{cases} A_L = -M^{*-1} H^* \\ B_L = -M^{*-1} T \\ \delta A_L = -M^{*-1} \delta M \\ \delta B_L = -M^{*-1} \delta H \\ \delta d_L = -M^{*-1} G(x) \end{cases}$$

L'équation (1-18) s'écrira sous la forme :

$$\ddot{x}_L = A_L \dot{x}'_L + B_L U + d_L(x) \quad (1-19)$$

où $d_L(x) = \delta A_L \ddot{x}''_L + \delta B_L(x, \dot{x}'_L) \dot{x}'_L + \delta d_L(x)$, représente les termes non linéaires du bras manipulateur.

Mais sachant que $\ddot{x}''_L = [\ddot{x}_{12} \quad \ddot{x}_{22}]^T$ et que $\dot{x}_{12} = \dot{x}_{11}$ et $\dot{x}_{22} = \dot{x}_{21}$

On définit un nouveau vecteur d'état :

$$X = [x_{11} \quad x_{12} \quad x_{21} \quad x_{22}]^T$$

L'équation (1-19) peut alors être généralisée (ou élargie) au vecteur X et de là, elle s'écrira sous une forme classique connue :

$$\dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) + d(t) \quad (1-20)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1/J_1^* & 0 & c_2/J_1^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c_1/J_1^* & 0 & -c_2(1/J_1^* + 1/J_{x2}) \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1/J_1^* & 0 \\ 0 & 0 \\ -k_1/J_1^* & k_2(1/J_1^* + 1/J_{x2}) \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

$$d = [0 \quad d_1 \quad 0 \quad d_2]^T \quad \text{avec:} \quad \begin{cases} d_1 = (f_2 - f_1)/J_1^* \\ d_2 = -d_1 - (f_2/J_{x2}) \end{cases}$$

Où :

$$\begin{aligned} f_1 = & (2m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) x_1'' + (m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) x_2'' \\ & - (m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) x_2'^2 - (2m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) x_1' x_2' \\ & - [(m_1 l_1 + m_2 L_1) \sin(x_{11}) + m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21})] g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 = & (m_2 L_1 l_2 \cos(x_{21})) x_1'' + (m_2 L_1 l_2 \sin(x_{21})) x_1'^2 \\ & - [m_2 l_2 \sin(x_{11} + x_{21})] g \end{aligned}$$

La valeur initiale du vecteur d'état $X = [x_{11} \quad x_{12} \quad x_{21} \quad x_{22}]^T$ est $X = 0$, c'est à dire que les 2 bras sont stationnaires et verticaux.

Tout le long de notre travail, les paramètres du bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté [63] utilisé sont:

BRAS 1	BRAS 2
$m_1 = 2.53$ Kg	$m_2 = 0.426$ Kg
$L_1 = 0.3$ m	$L_2 = 0.3$ m
$l^1 = 0.201$ m	$l_2 = 0.092$ m
$J_1 = 0.606$ Kg m ²	$J_2 = 0.268$ Kg m ²
$J'_1 = 0.746$ Kg m ²	$J_{x2} = 0.272$ Kg m ²
$C_1 = 9.33$ Nms/rad	$C_2 = 1.81$ Nms/rad
$k_1 = 2.79$ Nm/V	$k_2 = 1.74$ Nm/v

En utilisant les valeurs numériques ci-dessus, les matrices paramètres de l'équation d'état (1-20) que nous allons utiliser tout le long de notre travail seront égales à :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -12.5 & 0 & 2.43 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 12.5 & 0 & -9.08 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.74 & -2.33 \\ 0 & 0 \\ -3.74 & 8.73 \end{bmatrix}$$

1-4) Aperçu général sur les principaux travaux réalisés sur les bras manipulateurs : [12]

Depuis des dizaines d'années et jusqu'à nos jours, des centaines de travaux sont publiés quotidiennement, dans le domaine de la commande des bras manipulateurs.

Pour cela, nous n'allons évoquer que les principaux et grands travaux entrepris dans ce vaste et immense domaine. Ceci dit, il ne faut en aucun cas diminuer de l'intérêt des autres travaux non cités, ou abaisser le degré de leur contribution dans le développement des commandes des bras manipulateurs.

Dubowsky et Des Forges [20] appliquent une commande avec modèle de référence aux bras manipulateurs. Ils utilisent une équation différentielle linéaire de second ordre invariante dans le temps comme modèle de référence pour chaque degrés de liberté du bras manipulateur. Le bras manipulateur est contrôlé par ajustement des gains de position et de vitesse en boucle de fermée (feed back) afin de suivre le modèle. Dans un autre article, Dubowsky et Des Forges [21] présentent un algorithme de contrôle adaptatif qui minimise la fonction quadratique de l'erreur définie comme la différence entre le vecteur d'état désiré et le vecteur d'état du bras manipulateur. Le modèle considéré est linéaire, découplé et l'action du contrôle doit être précédé par une période d'apprentissage.

Cao [11] donne un concept adaptatif simple en incorporant un filtre de Kalman adaptatif pour le contrôle d'un bras manipulateur. Le schéma est simple, flexible et les résultats globaux sont satisfaisants.

Arimoto et Takegaki [3] obtiennent des algorithmes de contrôle adaptatifs basés sur une optimisation locale des paramètres pour un robot décrit par un modèle linéaire variable dans le temps, déduit d'une linéarisation autour de la trajectoire désirée. Cette méthode assure la stabilité du système. Cependant, les résultats de la simulation, appliqués à un modèle non linéaire, donnent des erreurs de 1cm de maximum quand la trajectoire est une ligne droite avec une vitesse maximale de 0.1 m/s.

Koivo et al. [36] utilisent un filtre de Kalman en conjonction avec un contrôleur adaptatif pour commander les positions et les vitesses des joints de bras manipulateurs industriels. Les dynamiques des joints du bras manipulateur sont modélées en utilisant des équations aux différences. Un filtre de Kalman est utilisé pour l'estimation directe des paramètres du modèle pour le mouvement du bras. Un contrôleur adaptatif est désigné pour chaque bras afin que chaque bras puisse suivre la trajectoire désirée. L'implémentation est relativement simple et nécessite seulement une petite mémoire.

Leininger et Wang [45] appliquent la méthode Self-Tuning par placement de pôle à un bras manipulateur à 6 degrés de liberté. Cette approche est plus robuste que la méthode à variance minimale, soit plus appropriée pour les bras manipulateurs.

Tomizuka et Horowitz [64] appliquent les systèmes MRAC pour le contrôle dynamique de manipulateurs mécaniques qui sont hautement non linéaires et complexes. Un schéma MRAC continu dans le temps est utilisé pour la compensation des non linéarités et l'interaction des joints découplés.

Le système MRAC en temps discret basé sur la poursuite indépendante et l'algorithme de régulation de Landau et Lozano [44] est aussi appliqué du fait que l'utilisation des micro-computers est une méthode économique et sûre pour obtenir une haute performance des systèmes manipulateurs.

Greco et al. [27] discutent le cas d'étude de contrôle adaptatif d'un bras. Un manipulateur industriel hydraulique est contrôlé par l'application de "MUSMAR Self-Tuners". Chaque axe du robot est actionné par un moteur hydraulique. A l'égard de la stabilité, robustesse, aux bruits de quantification, aux variations des paramètres, Le "MUSMAR Self-Tuners" présente une très bonne performance dans le contrôle du bras manipulateur.

Andrew [2] présente quelques commentaires importants sur les robots adaptatifs. Il ponctue que les systèmes de robots existants dépendent sur des mécanismes précis et sont inefficaces de point de vue énergie. Il juge que le contrôle adaptatif peut permettre un hardware moins cher et une consommation d'énergie réduite, au prix d'un software de plus en plus complexe.

Djezzar [19], regroupe dans le mémoire de sa thèse un ensemble de travaux, basés sur des études en simulation, concernant l'applicabilité de la commande adaptative aux robots manipulateurs. Il considère un bras manipulateur à trois axes rotoïdes et simule les perturbations de structure par une fonction bornée sinusoidale et l'effet de toutes les

dynamiques négligées et les erreurs de modélisation par une séquence pseudo-blanche additive en entrée du système. Il considère un modèle de référence correspondant à un échelon unité. L'étude des schémas de commande entreprise dans son travail, à partir de deux paramétrisations possibles de l'équation dynamique du modèle d'un robot manipulateur (représentation d'état discrète, représentation AR), montre que les schémas sont applicables à la commande d'un tel système sous des conditions et des hypothèses propres à chacun d'eux.

1-5) Outil et moyens utilisés tout au long de ce mémoire:

1-5-1) Language de simulation choisi:

SIMNON [22] est un langage spécial pour la résolution des équations différentielles et aux différences ordinaires, ainsi que pour la simulation des systèmes dynamiques. Les systèmes peuvent être décrits par des sous-systèmes couplés qui sont eux-mêmes caractérisés par des équations différentielles ou par des équations aux différences.

Le SIMNON présente une implémentation interactive, qui le rend facile à manier par un utilisateur. L'utilisateur échange les informations avec le système en tapant des commandes. Les paramètres, les conditions initiales et la description du système peuvent être modifiés interactivement. Les résultats sont exposés sous formes de courbes sur l'écran (on peut représenter jusqu'à 6 courbes sur un écran, en même temps).

1-5-2) Signal de référence utilisé :

Tout au long de notre travail, on impose aux deux bras planaires (ou axes) des mouvements rapides et périodiques dans le temps.

Pour cela, on a choisi comme signal de référence, un signal carré d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f_c = 0.25$ Hz.

Ce choix a été fait sur la base qu'un signal carré est un signal très riche en fréquences et présente des variations d'amplitude très abruptes. Si la commande utilisée arrive à rejeter les différentes sortes de perturbations considérées, en imposant à notre bras manipulateur, des mouvements très difficiles, on peut dire qu'elle est robuste et donnera de meilleurs résultats si l'on choisissait des mouvements plus simples.

1-5-3) Signaux utilisés pour simuler les différentes perturbations:

Pour une perturbation constante dans le temps, le signal choisi pour simuler une telle perturbation, n'est autre qu'une constante, dont on peut varier la valeur.

Pour simuler une perturbation rapide, on utilise un signal carré dont on peut faire varier l'amplitude et la fréquence.

Pour une perturbation lente, on utilise un signal sinusoïdal , dont on peut faire varier l'amplitude et la fréquence aussi.

Il est à noter, que tout au long des simulations entreprises, la fréquence du signal perturbateur (extérieur ou interne), peut prendre trois valeurs différentes, soient:

- a) $f = 0.1$ Hz, une fréquence inférieure à celle du signal de référence choisi.
- b) $f = 0.25$ Hz, une fréquence égale à celle de la référence.
- c) $f = 1$ Hz, une fréquence supérieure à celle de la référence.

CHAPITRE 2

APPLICATION DES COMMANDES CLASSIQUES

AU BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1

2-1 Introduction:

Dans ce chapitre, on va étudier la synthèse de quelques commandes classiques, lorsqu'elles sont appliquées à un système non linéaire, le bras manipulateur classe 1, puis on testera la robustesse de chaque commande lorsqu'on fait subir au bras manipulateur, différentes sortes de perturbations extérieures ou une variation de ses paramètres internes.

L'étude se portera sur quatre commandes classiques, les plus utilisées et qui sont:

- a) La commande par retour d'état.
- b) La commande par retour d'état avec action intégrale.
- c) La commande par retour de sortie.
- d) La commande avec modèle de référence linéaire.

On commencera par déterminer analytiquement chaque commande. On exposera notre système à différentes perturbations possibles. On simulera la réponse de notre système, qui n'est autre que la position de chaque bras, grâce au langage de simulation des systèmes non linéaires : SIMNON [22]. On en déduira la robustesse de chaque commande. Puis, à la fin de ce chapitre, dans une conclusion générale, on effectuera une comparaison entre les différentes commandes testées et on déduira d'une façon générale, la robustesse des commandes classiques, lorsqu'elles sont appliquées à un système non-linéaire.

2-2) La commande par retour d'état: [33]

2-2-1) Détermination de la commande:

Soit notre système non-linéaire, le bras manipulateur classe 1, représenté par le système d'équations d'état suivant:

$$\begin{cases} X' = A X + B U + d & (2-1) \\ Y = C X & (2-2) \end{cases}$$

avec: $X = [X_{11} \ X_{12} \ X_{21} \ X_{22}]^T$

où: X_{11} , X_{12} sont, respectivement, la position et la vitesse du bras n°1 .

X_{21} , X_{22} sont, respectivement, la position et la vitesse du bras n°2.

$Y = [X_{11} X_{21}]^T$: est le signal de sortie du système qui correspond à la position de chaque bras.

$U = [u_1 u_2]^T$: est le signal de commande du système.

$d = [0 d_1 0 d_2]^T$: est le vecteur englobant les termes non-linéaires de notre système.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -12.50 & 2.43 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 12.5 & 0 & -9.08 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.74 & -2.33 \\ 0 & 0 \\ -3.74 & 8.73 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La commande par retour d'état donnée par la figure-3, est définie par l'équation suivante [33]:

$$U = -K X + K_r r \quad (2-3)$$

où : r est le signal de référence.

K , K_r sont les matrices gains.

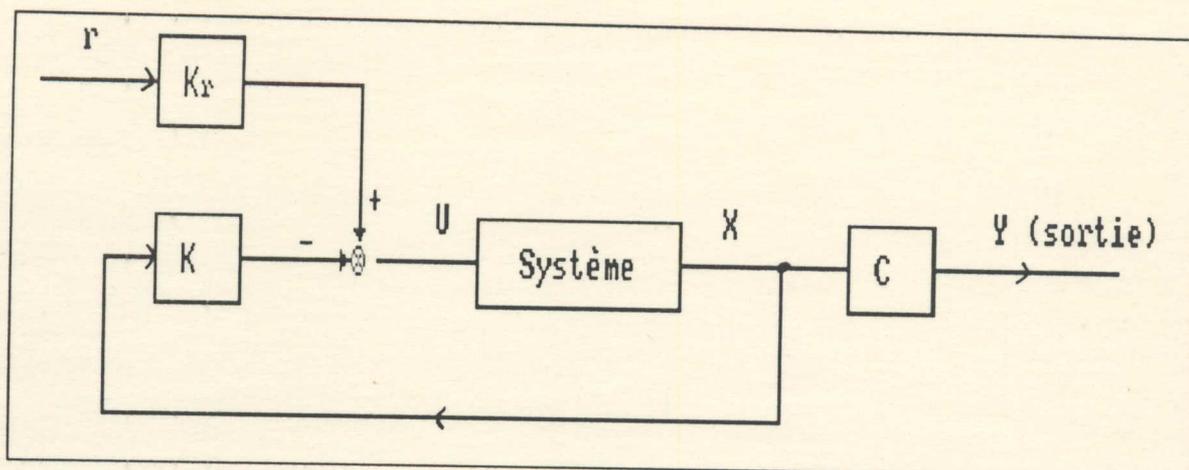


Figure 3
Commande par retour d'état

On applique alors, la commande par retour d'état définie par l'équation (2-3) à l'équation d'état du système (2-1) et on obtient :

$$\dot{X} = (A - BK)X + BK_r r + d \quad (2-4)$$

Mais pour assurer la stabilité de notre système non-linéaire défini par les équations (2-4) et (2-2), il faut déterminer les matrices gains K et K_r ?

a) DETERMINATION DE LA MATRICE K :

Pour déterminer la matrice K , on procède par la méthode de l'emplacement des pôles par retour d'état, c'est à dire qu'on impose les pôles du système et on détermine la matrice K .

THEOREME: [33]

On peut spécifier la carte des pôles d'un système bouclé par retour d'état si et seulement si (A, B) est contrôlable, c'est à dire : $\text{rank} [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] = n$, où A est une matrice de dimension $(n \times n)$.

Grâce à la structure des matrices paramètres A et B , déjà définies ci-dessus (forme canonique pour chaque degrés de liberté), il est facile de voir que le système décrit par les équations (2-1) et (2-2) est contrôlable. Ensuite, la fonction **PLACE** de

MATLAB [35], nous permet de déterminer la matrice K , en choisissant des valeurs propres qui assurent un temps de réponse du système égal à $t_s = 1$ s, pour des valeurs propres égales à -4 .

On choisit le vecteur des valeurs propres suivant :

$$P = [-4 ; -4 ; -20 ; -20]^T$$

et on obtient :

$$K = \text{PLACE}(A,B,P) = \begin{bmatrix} 29.1778 & 5.4111 & 07.7874 & 2.3386 \\ 12.5000 & 3.7500 & 12.5000 & 2.7109 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

b) DETERMINATION DE LA MATRICE K_r :

Pour déterminer la matrice K_r , on va commencer par supposer que notre signal de référence $r(t)$ est un échelon unité, alors l'équation (2-4) sera égale à :

$$X^* = (A - BK) X + BK_r r + d = 0 \quad (2-6)$$

Puis supposons que le terme représentant la non linéarité de notre système est nul, c'est à dire : $d(t) = 0$, d'où :

$$X = - (A - BK)^{-1} BK_r r \quad (2-7)$$

en remplaçant le résultat obtenu ci-dessus, dans l'équation (2-2), on obtient :

$$Y = C X = - C (A - BK)^{-1} BK_r r \quad (2-8)$$

et sachant qu'à l'infini, le signal de sortie est censé d'être égal au signal de référence ($y=r$), on a alors :

$$-C (A - BK)^{-1} BK_r = I_2 \quad (2-9)$$

$$\text{D'où :} \quad K_r = [-C (A - BK)^{-1} B]^{-1} I_2 \quad (2-10)$$

après calcul, on obtient :

$$K_r = \begin{bmatrix} 29,1778 & 7.7874 \\ 12.5 & 12.5 \end{bmatrix}$$

2-2-2) SIMULATION ET INTERPRETATION:

Par le biais de programmation dans le langage **SIMNON** [22], on va simuler la réponse de notre système non-linéaire à différentes perturbations possibles.

Cette réponse se traduit par **la position** des deux bras de notre manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté, autrement dit, X_{11} et X_{21} .

Comme il a été précisé dans le premier chapitre, tout au long de notre travail, on imposera à notre bras manipulateur des mouvements rapides et périodiques dans le temps. Pour cela, le signal de référence $r(t)$ n'est autre qu'un signal carré d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f_c = 0.25$ Hz. Pour **simuler** une perturbation rapide, on utilisera un signal carré dont on peut faire varier l'amplitude et la fréquence et pour une perturbation lente, on utilisera un signal sinusoïdal dont on peut faire varier l'amplitude et la fréquence aussi.

* la figure 1-1 : présente le résultat de simulation d'une commande par retour d'état sans aucune perturbation extérieure ou variation de paramètres internes. On remarque que le signal de sortie correspondant à la position de chaque bras, soit X_{11} et X_{21} suit le signal de référence (r_1 et r_2) avec un dépassement d'amplitude pour le premier bras et une diminution d'amplitude pour le deuxième. Ceci est causé par le fait que le **terme de la non-linéarité** de notre bras manipulateur $d(t)$ n'a pas été introduit dans le calcul de la commande. Autrement dit, ce dépassement (ou diminution) ne représente que l'effet de la non-linéarité du système. Mais comme le signal de sortie et les commandes u_1 et u_2 restent bornées, alors notre système reste stable aussi.

* La figure 1-2 : présente le cas où chaque bras du manipulateur, subit une perturbation extérieure **constante**, d'amplitude ext0:100 rad/s². L'influence d'une telle perturbation se traduit par une augmentation de l'erreur entre le signal de référence et le signal de sortie (très grands dépassements d'amplitude). Les commandes nécessaires sont supérieures à celles de la figure précédente (cas sans perturbations) mais restent bornées.

* Les figures (1-3), (1-4) et (1-5) : nous montrent le degré d'influence d'un signal perturbateur extérieur **rapide**, d'amplitude ext1:100 rad/s², pour trois valeurs différentes de la fréquence du signal perturbateur. Cette influence se caractérise par une augmentation de l'effet de la non-linéarité sur l'amplitude du signal de sortie qui devient plus importante. On note aussi, le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur (inférieure, égale puis supérieure à celle de la référence choisie) sur la forme du signal de sortie . On note aussi, des signaux de commandes (u_1 et u_2) plus importants et présentant des variations très abruptes ce qui est néfaste en pratique .

* Les figures (1-6), (1-7) et (1-8) : présentent le cas d'une perturbation extérieur **lente**, d'amplitude ext2:100 rad/s², pour trois valeurs distinctes de la fréquence (inférieure, égale puis supérieure à celle de la référence choisie). Comme pour le cas d'une perturbation extérieure constante ou rapide, on note une augmentation de l'effet de la non-linéarité sur l'amplitude du signal de sortie. La fréquence du signal perturbateur influe sur la forme du signal de sortie . On note aussi des signaux de commandes (u_1 et u_2) légèrement inférieures à celles de la perturbation extérieure rapide. Ces commandes prennent la forme du signal perturbateur (sinusoïdale) mais présentent toujours des pics.

* Les figures (1-9), (1-10) et (1-11) : on applique une variation rapide sur la friction des joints, d'amplitude $cp_1 = 5\text{Nms}$ pour le bras 1 et $cp_2 = 5\text{Nms}$ pour le bras 2. Pour une fréquence perturbatrice de 0.1Hz, le système devient complètement instable juste après deux périodes (à peu près). Le système devient très rapide et atteint des amplitudes irréelles (± 400 rad). Les signaux de commandes sont non réalistes (± 2000 volts pour u_1 et ± 5000 volts pour u_2). Pour une fréquence perturbatrice égale à celle de la référence ($f=f_c$), une instabilité est aussi notée sur la position des deux bras. Cependant, pour une fréquence perturbatrice supérieure ($f=1\text{Hz}$), l'instabilité notée pour les deux autres cas de fréquence, disparaît pour laisser la place à des variations d'amplitudes très grandes et oscillantes.

* Les figures (1-12), (1-13) et (1-14) : on applique cette fois-ci, une variation lente sur la friction des joints, d'amplitude $c_{p1} = 5\text{Nms}$ pour le bras 1 et $c_{p2} = 5\text{Nms}$ pour le bras 2. L'instabilité détectée auparavant pour le cas d'une perturbation rapide, est remplacée par des dépassements d'amplitude qui varient selon la fréquence du signal perturbateur. Les commandes nécessaires sont bornées mais présentent des oscillations néfastes en pratique.

* Les figures (1-15), (1-16) et (1-17) : on applique une variation rapide sur la masse, d'amplitude $a_{11} = 10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $a_{22} = 5\text{Nms}$ pour le bras 2. Aucune instabilité visible des deux bras n'est visible. Cependant l'influence de la fréquence perturbatrice sur l'allure du signal de sortie est très visible. On note des dépassements d'amplitude variables, constants et à oscillations variables, respectivement pour une fréquence inférieure ($f = 0.1\text{Hz}$), une fréquence égale ($f = f_c = 0.25\text{Hz}$) et une fréquence supérieure ($f = 1\text{Hz}$). L'erreur de sortie reste bornée. Les commandes nécessaires présentent des variations très abruptes.

* Les figures (1-18), (1-19) et (1-20) : on applique une variation lente sur la masse, d'amplitude $a_{11} = 10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $a_{22} = 5\text{Nms}$ pour le bras 2. Notre bras manipulateur reste toujours moins sensible lorsqu'il s'agit de perturbation ou variation lente. Des dépassements d'amplitude du signal de sortie variables, constants ou à oscillations sont présents suivant la valeur de la fréquence du signal perturbateur. L'erreur de sortie reste bornée. Les commandes sont bornées aussi, mais on note des variations très rapides dans le cas d'une fréquence perturbatrice supérieure à celle de la référence, ce qui est néfaste en pratique.

* Les figures (1-21) et (1-22) : Dans ces deux figures, on montre l'influence de l'amplitude du signal de référence sur le signal de sortie. Pour cela on a tracé : $\text{err}_1 = r_1 - X_{11} = f(r_01)$ pour $r_02 = 0$ et $\text{err}_2 = r_2 - X_{21} = f(r_02)$ pour $r_01 = 0$, avec $r_01 =$ amplitude du signal de référence r_1 du bras 1 et $r_02 =$ amplitude du signal de référence r_2 du bras 2.

On en déduit que cette variation est sinusoïdale et qu'il suffit d'un choix judicieux de l'amplitude du signal de référence pour annuler l'effet de la non-linéarité du système sur le signal de sortie lorsqu'il ne subit aucune perturbation extérieure ou interne, ce qui n'est jamais réalisable en pratique.

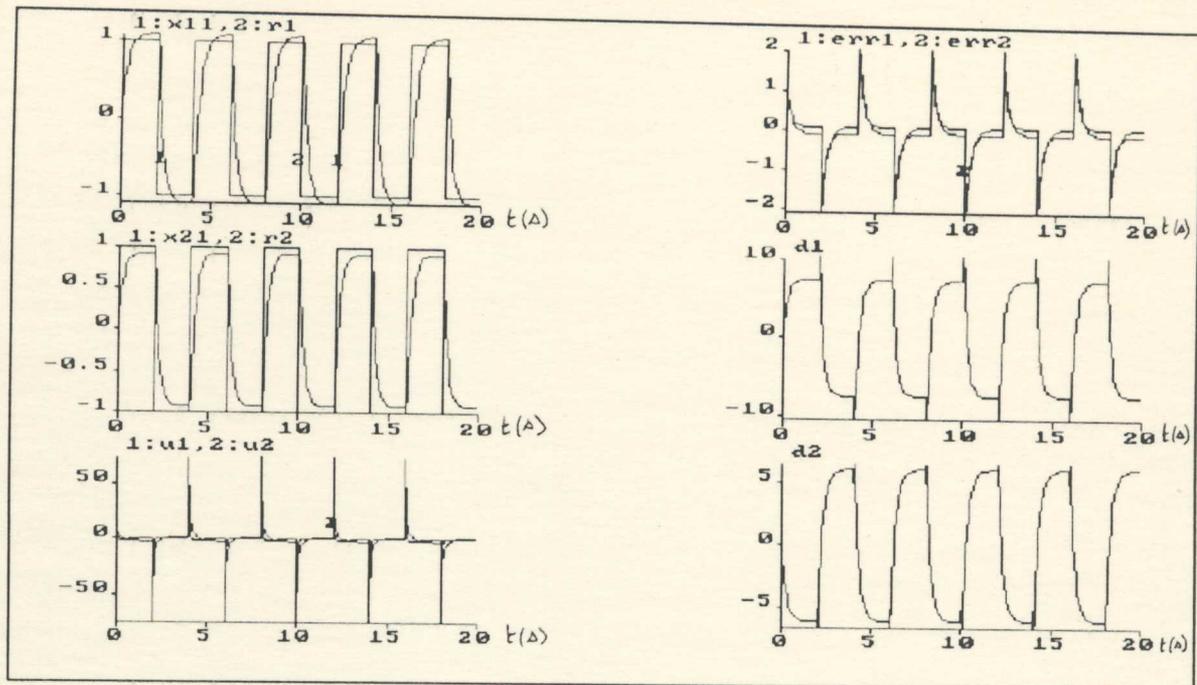


Figure 1-1

Commande par retour d'état sans aucune perturbation
extérieure ou variation des paramètres internes

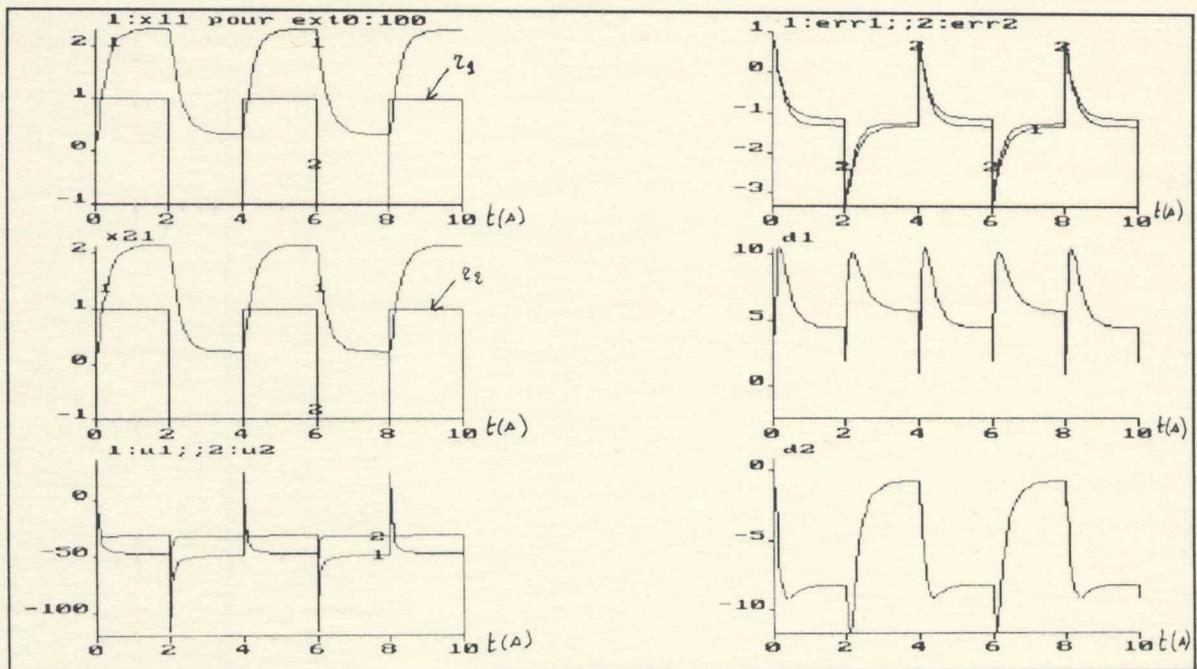


Figure 1-2

Commande avec retour d'état avec perturbation extérieure
constante: $EXT_0 = 100 \text{ rad/s}^2$

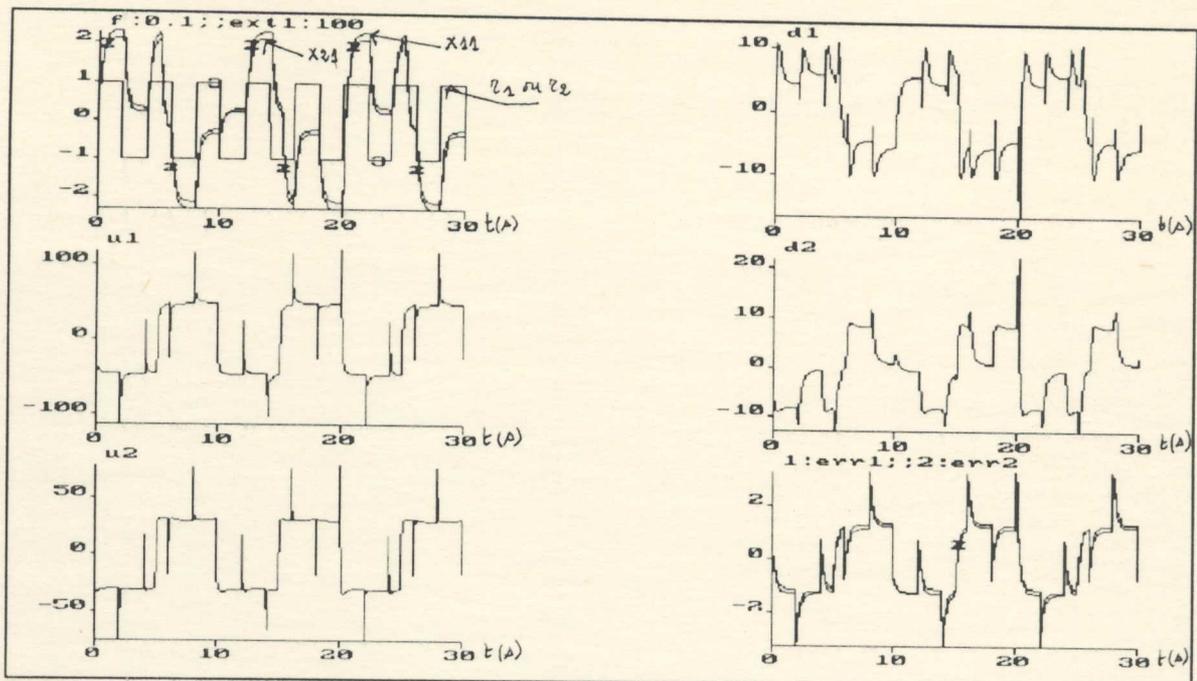


Figure 1-3

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
rapide d'amplitude $EXT1:100 \text{ rad/s}^2$ et $f:0.1\text{Hz}$

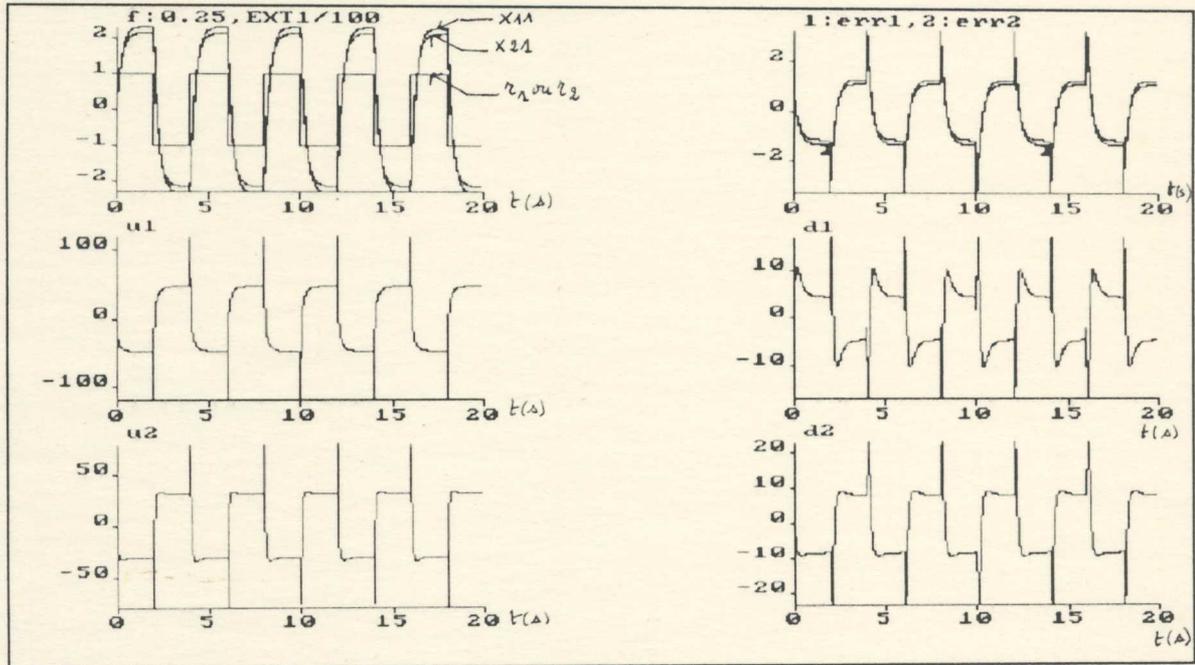


Figure 1-4

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
rapide d'amplitude $EXT1:100 \text{ rad/s}^2$ et $f=fc$

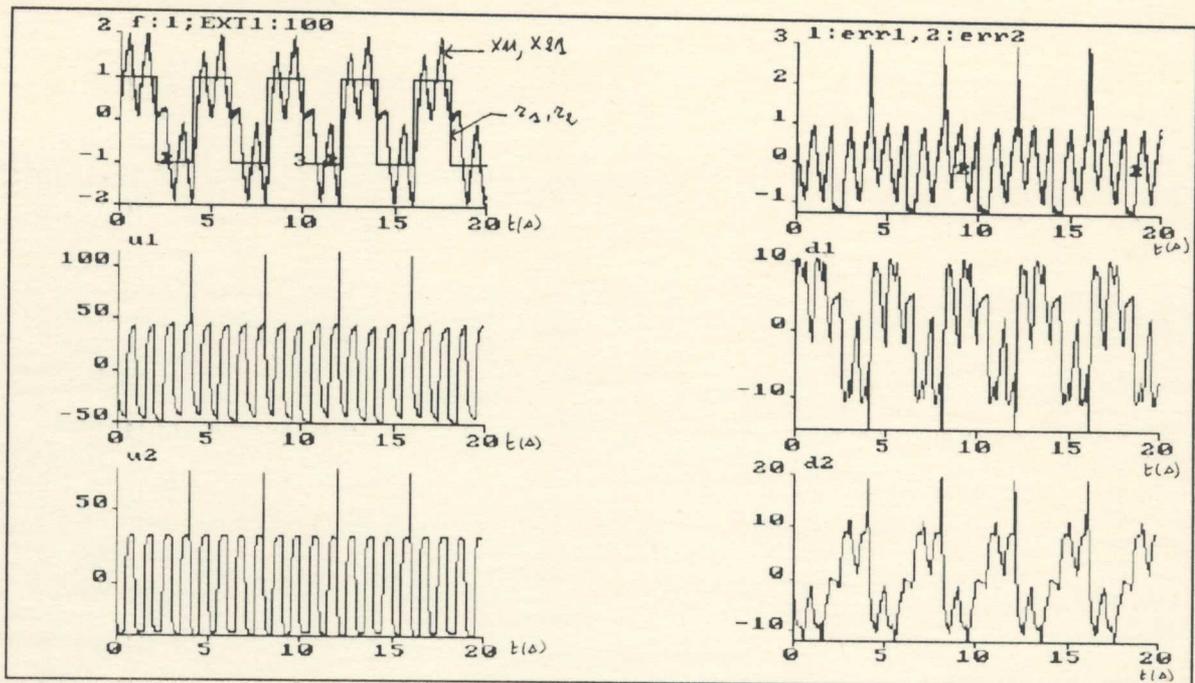


Figure 1-5

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
rapide d'amplitude $EXT1:100 \text{ rad/s}^2$ et $f:1\text{Hz}$

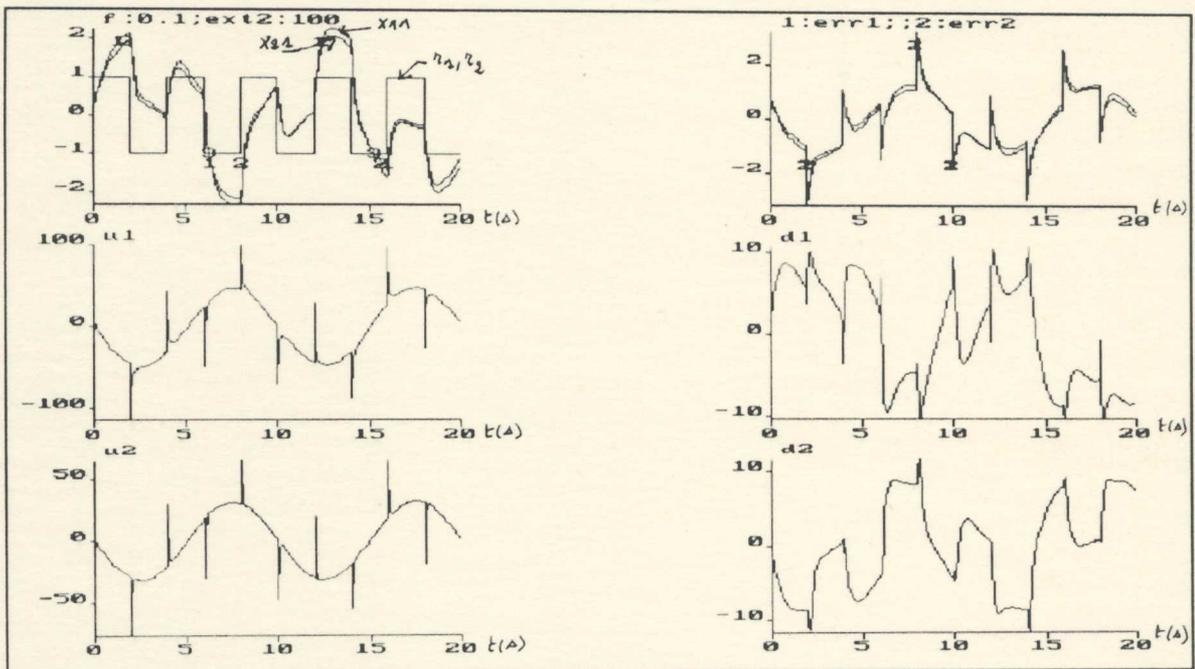


Figure 1-6

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
lente d'amplitude $EXT2:100 \text{ rad/s}^2$ et $f:0.1\text{Hz}$

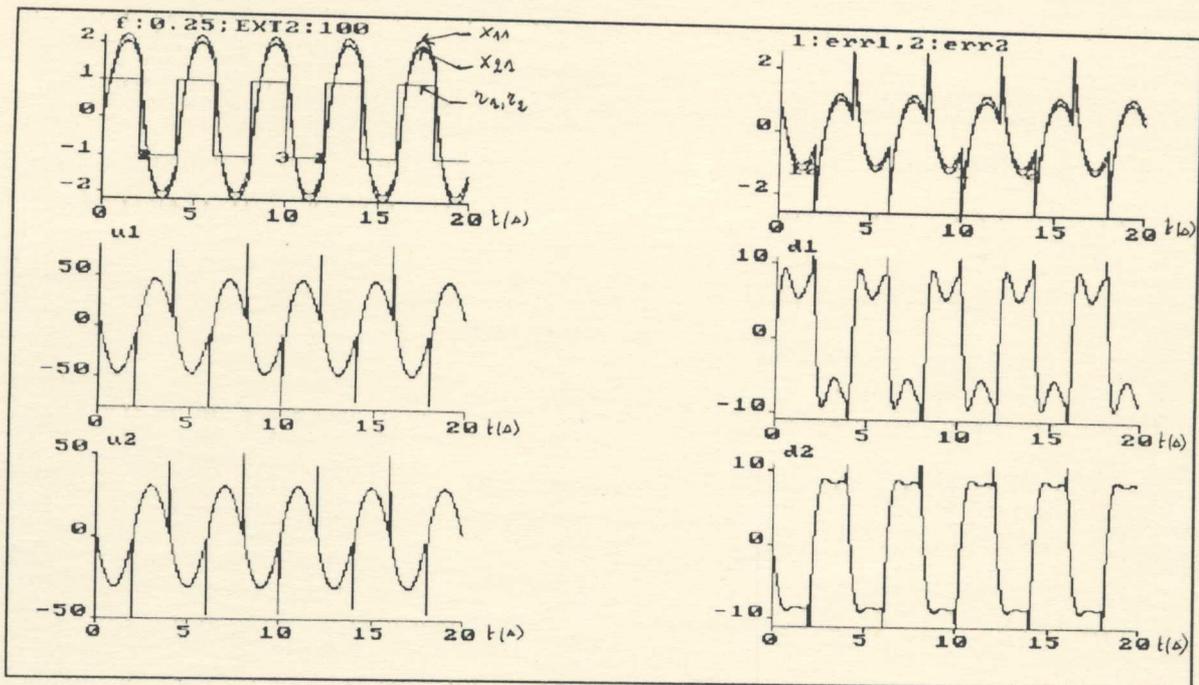


Figure 1-7

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
lente d'amplitude $EXT2: 100 \text{ rad/s}^2$ et $f=fc$

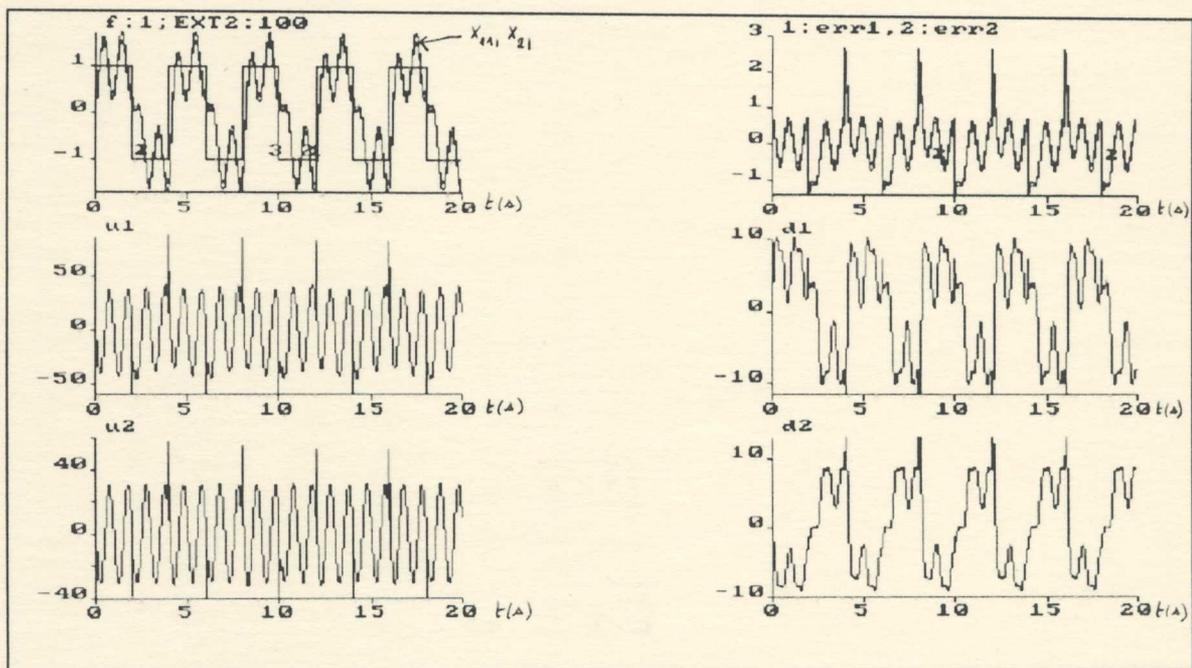


Figure 1-8

Commande par retour d'état avec perturbation extérieure
lente d'amplitude $EXT2: 100 \text{ rad/s}^2$ et $f: 1\text{Hz}$

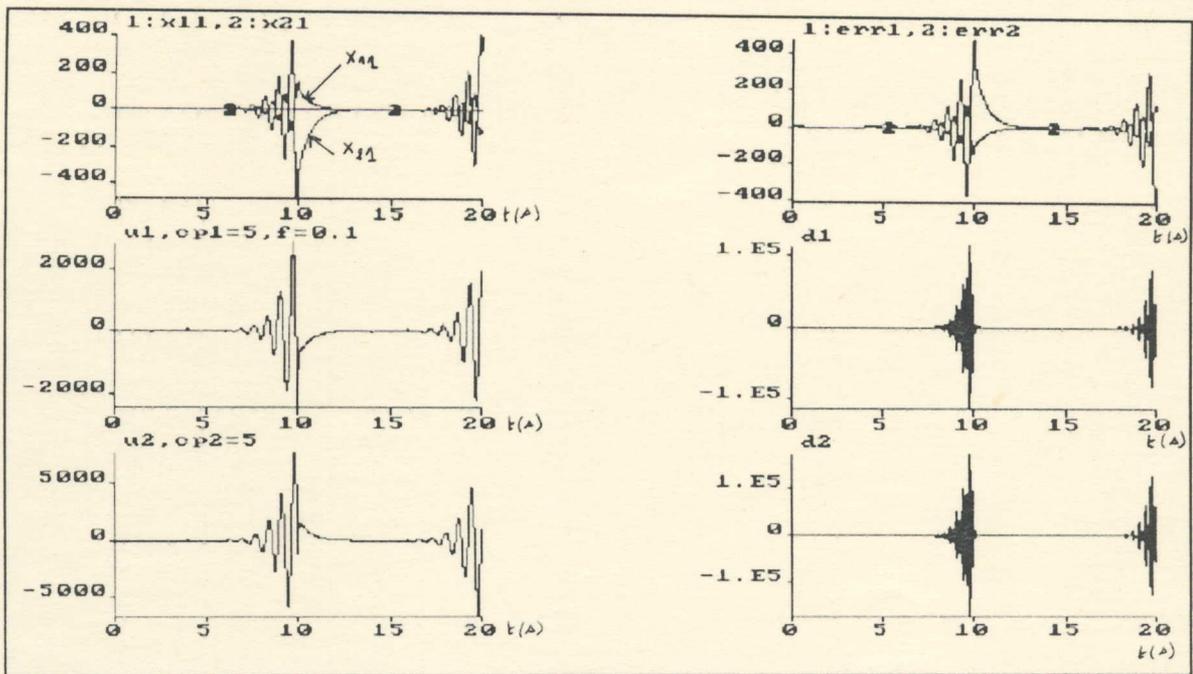


Figure 1-9

Commande par retour d'état avec perturbation rapide sur les frictions
d'amplitude $cp_1:5Nms$ sur bras 1 et $cp_2:5Nms$ sur bras 2 avec $f:0.1Hz$

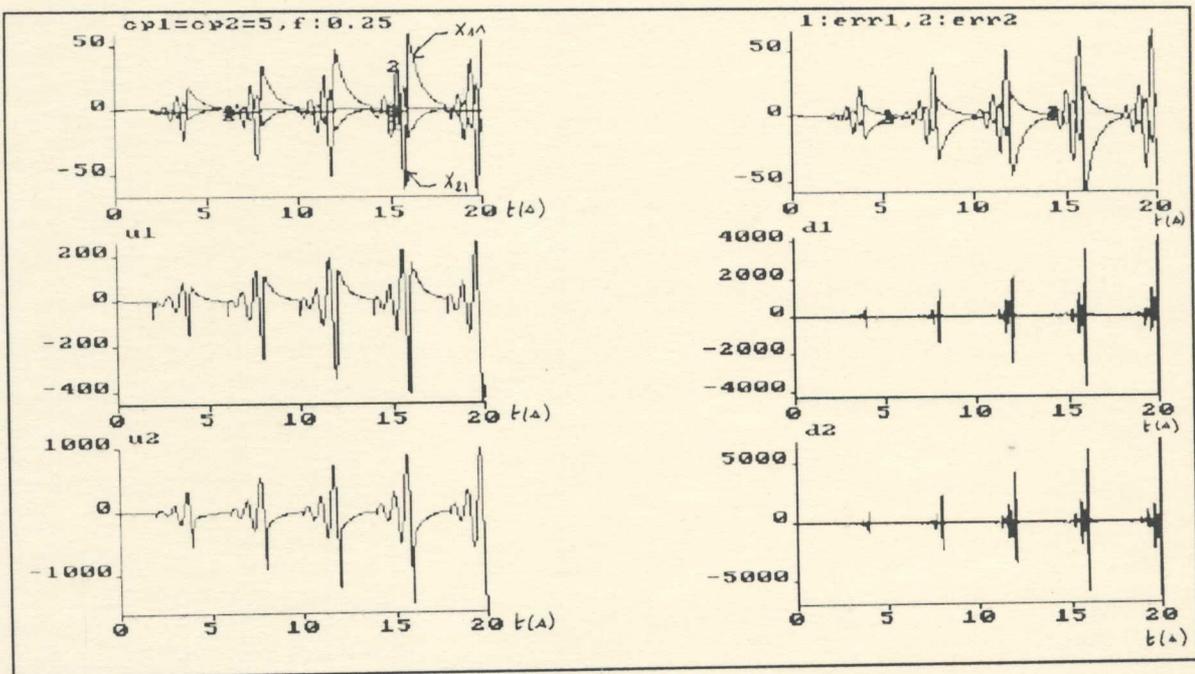


Figure 1-10

Commande par retour d'état avec perturbation rapide sur les frictions
d'amplitude $cp_1:5Nms$ sur bras 1 et $cp_2:5Nms$ sur bras 2 avec $f=fc$

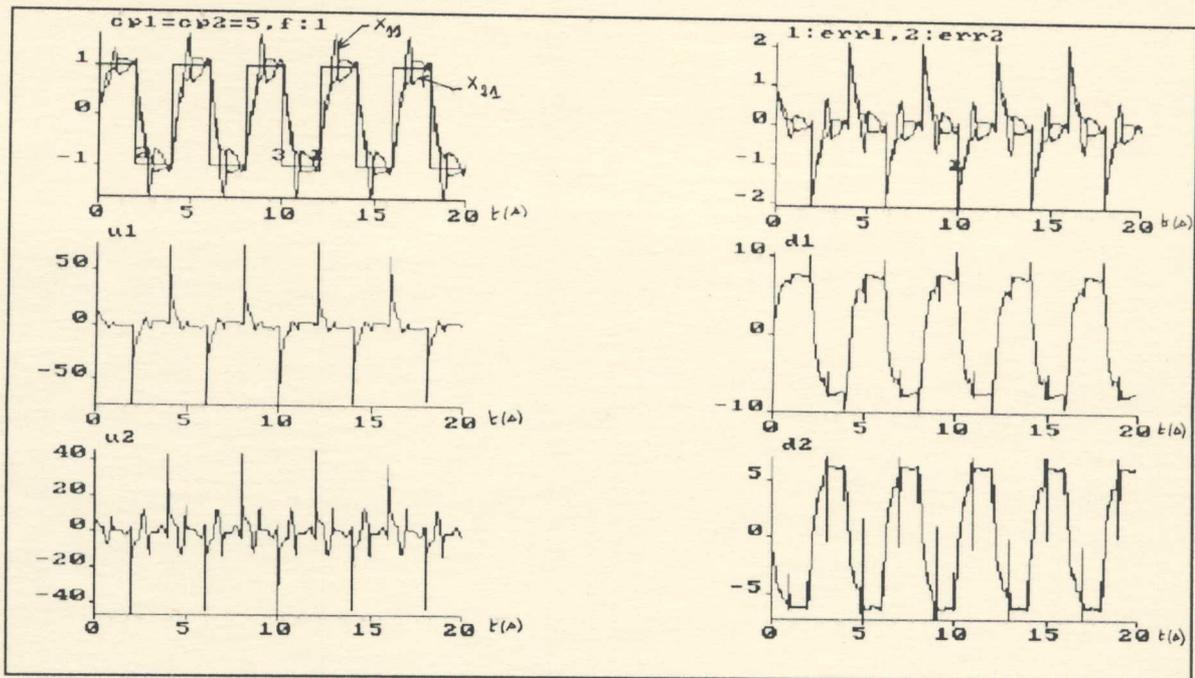


Figure 1-11

Commande par retour d'état avec perturbation rapide sur les frictions
 d'amplitude $cp1:5\text{Nms}$ sur bras 1 et $cp2:5\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f:1\text{Hz}$

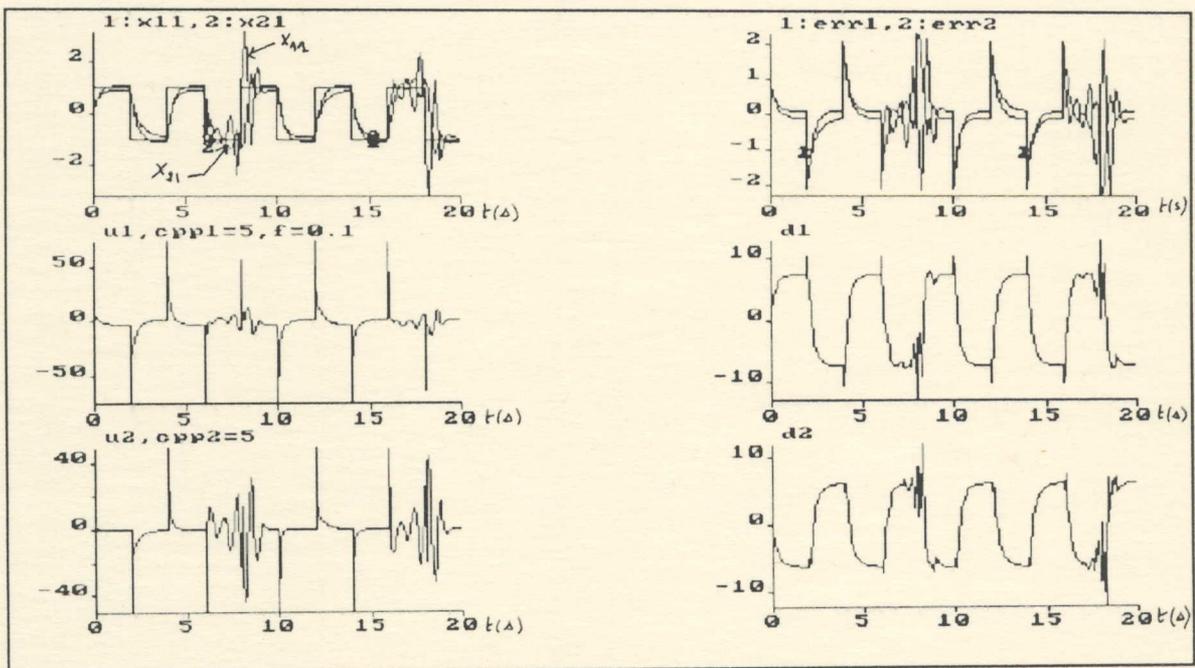


Figure 1-12

Commande par retour d'état avec perturbation lente sur les frictions
 d'amplitude $cpp1:5\text{Nms}$ sur bras 1 et $cpp2:5\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f:0.1\text{Hz}$

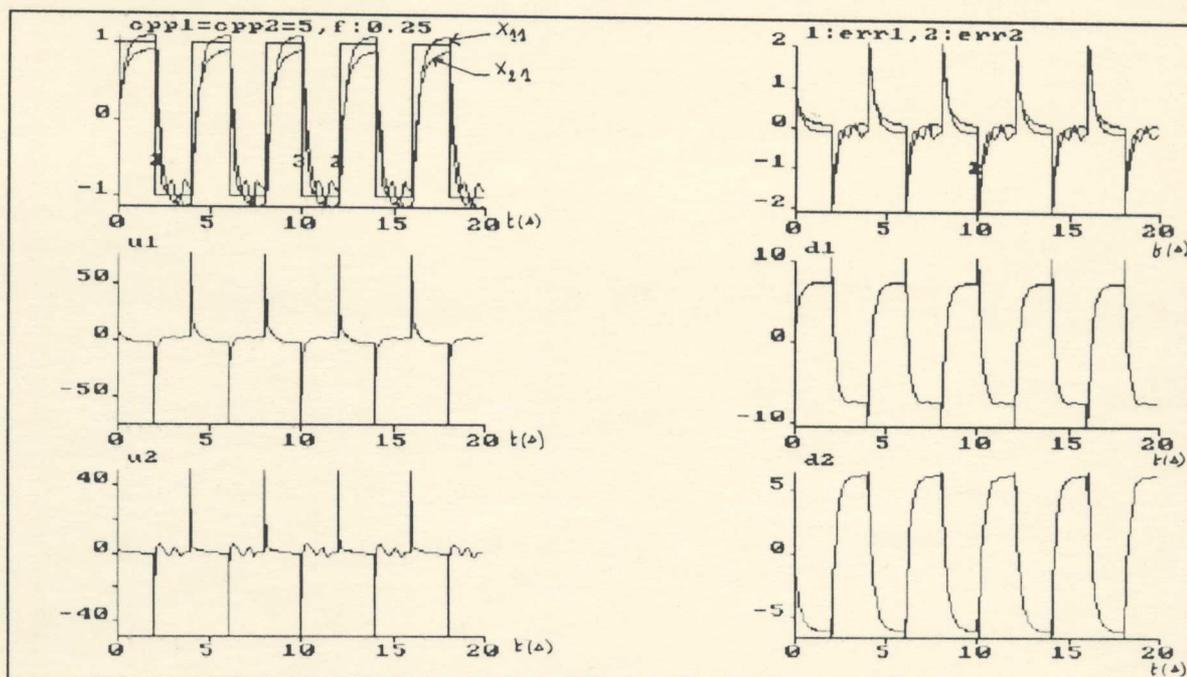


Figure 1-13

Commande par retour d'état avec perturbation lente sur les frictions
d'amplitude $cpp1:5Nms$ sur bras 1 et $cpp2:5Nms$ sur bras 2 avec $f=fc$

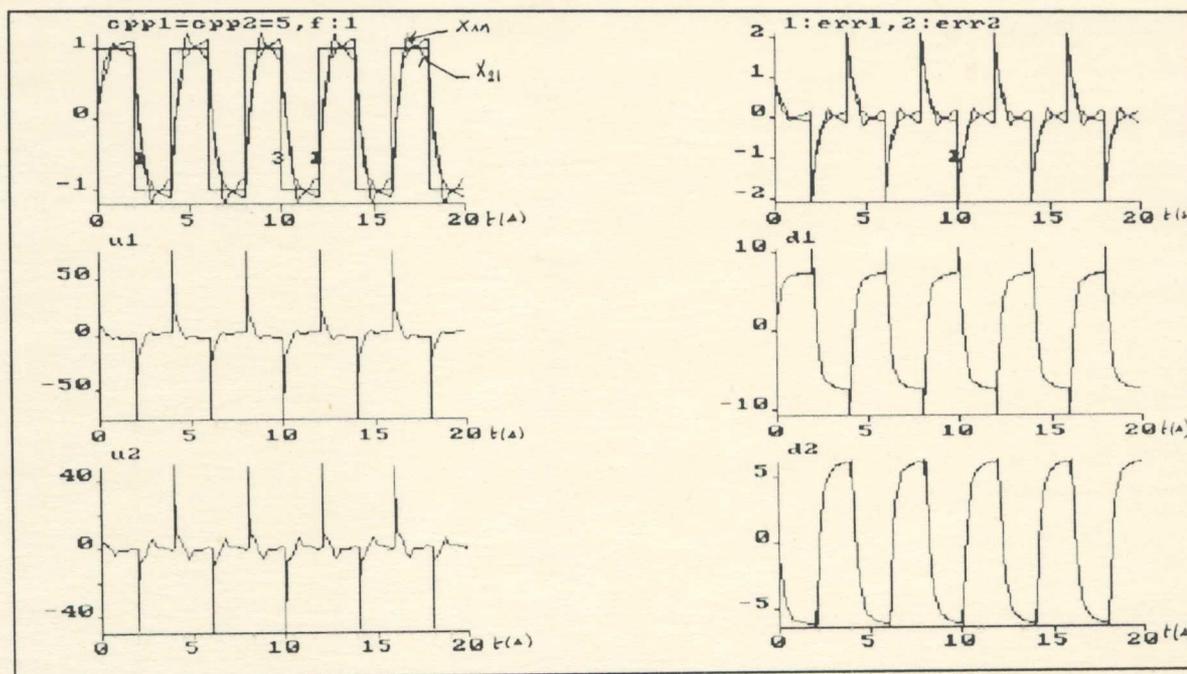


Figure 1-14

Commande par retour d'état avec perturbation lente sur les frictions
d'amplitude $cpp1:5Nms$ sur bras 1 et $cpp2:5Nms$ sur bras 2 avec $f:1Hz$

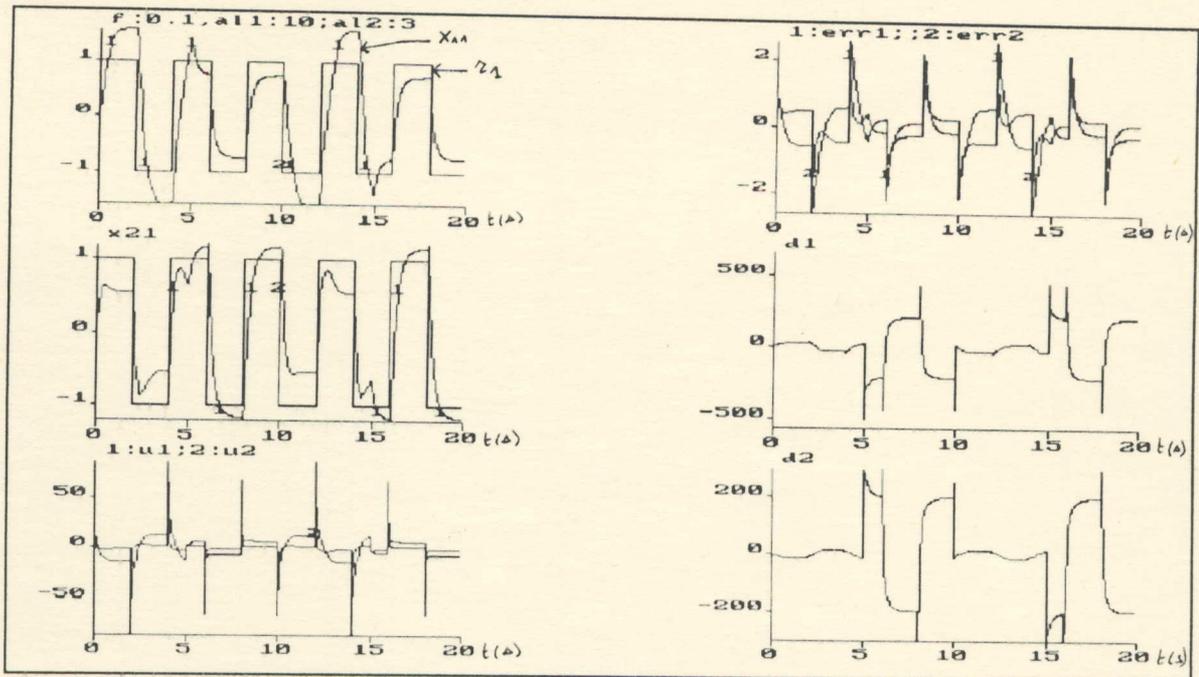


Figure 1-15

Commande par retour d'état avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $a1:10\text{Kg}$ sur le bras 1 et $a2:3\text{Kg}$ sur le bras 2 avec $f:0.1\text{Hz}$

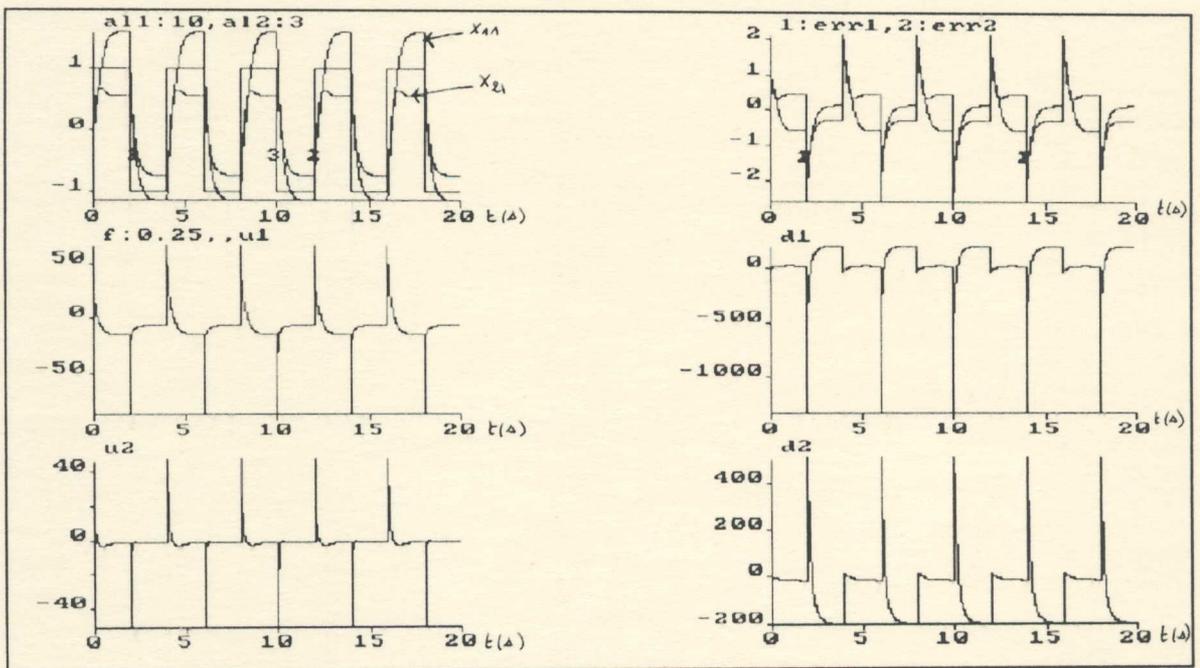


Figure 1-16

Commande par retour d'état avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $a1:10\text{Kg}$ sur le bras 1 et $a2:3\text{Kg}$ sur le bras 2 avec $f=f_c$

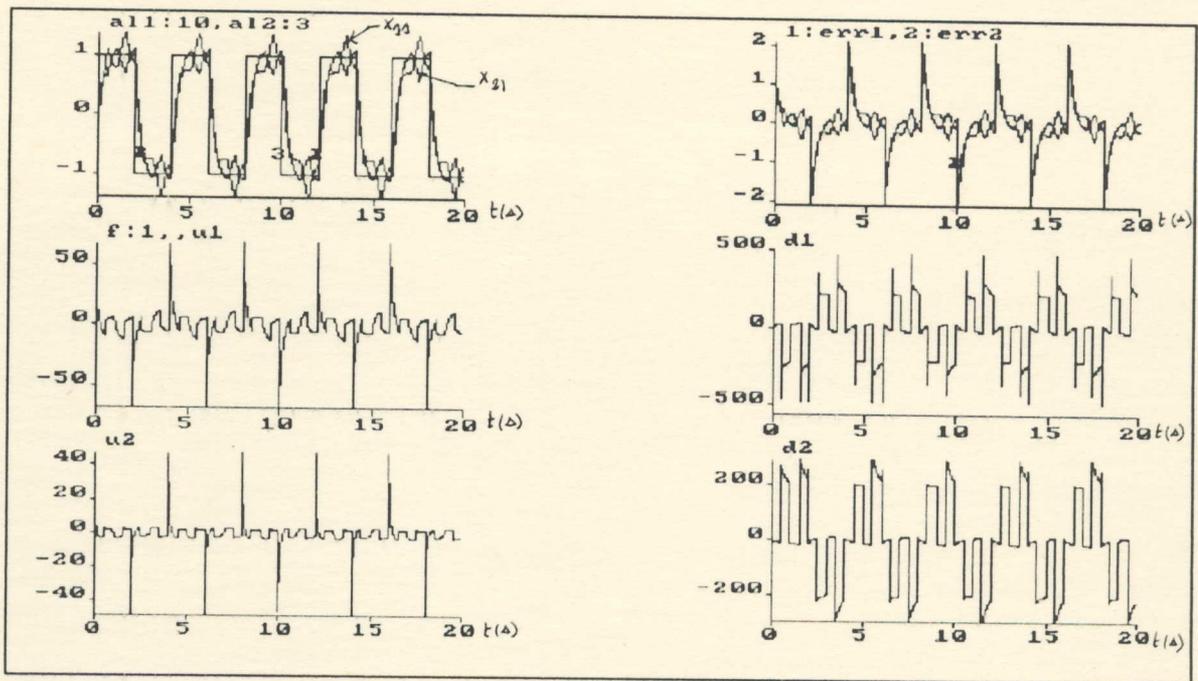


Figure 1-17

Commande par retour d'état avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $a1:10\text{Kg}$ sur le bras 1 et $a2:3\text{Kg}$ sur le bras 2 avec $f:1\text{Hz}$

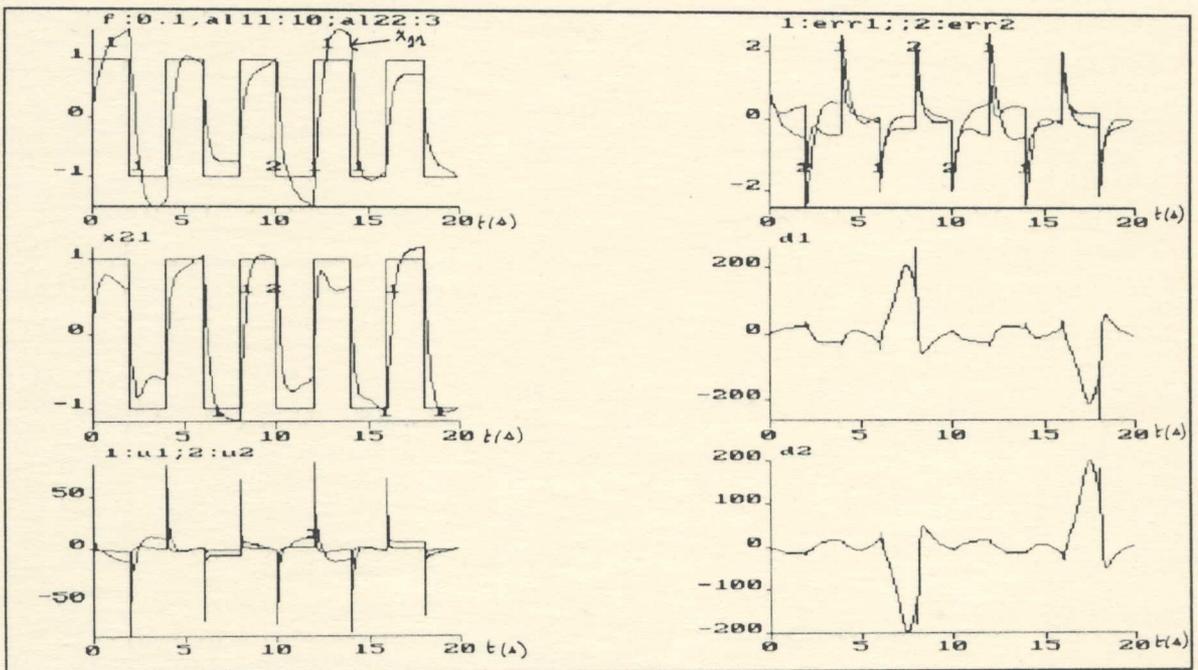


Figure 1-18

Commande par retour d'état avec variation lente sur la masse
d'amplitude $a1:10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a2:3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f:0.1\text{Hz}$

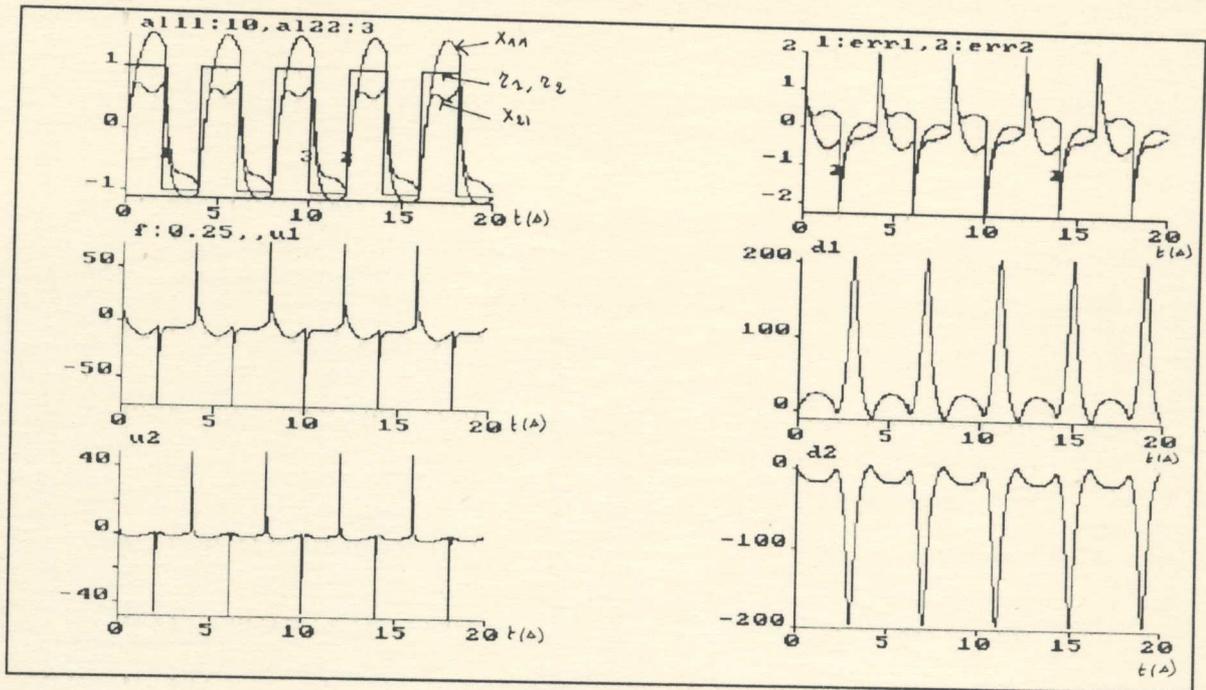


Figure 1-19

Commande par retour d'état avec variation lente sur la masse
d'amplitude $a11:10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a122:3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

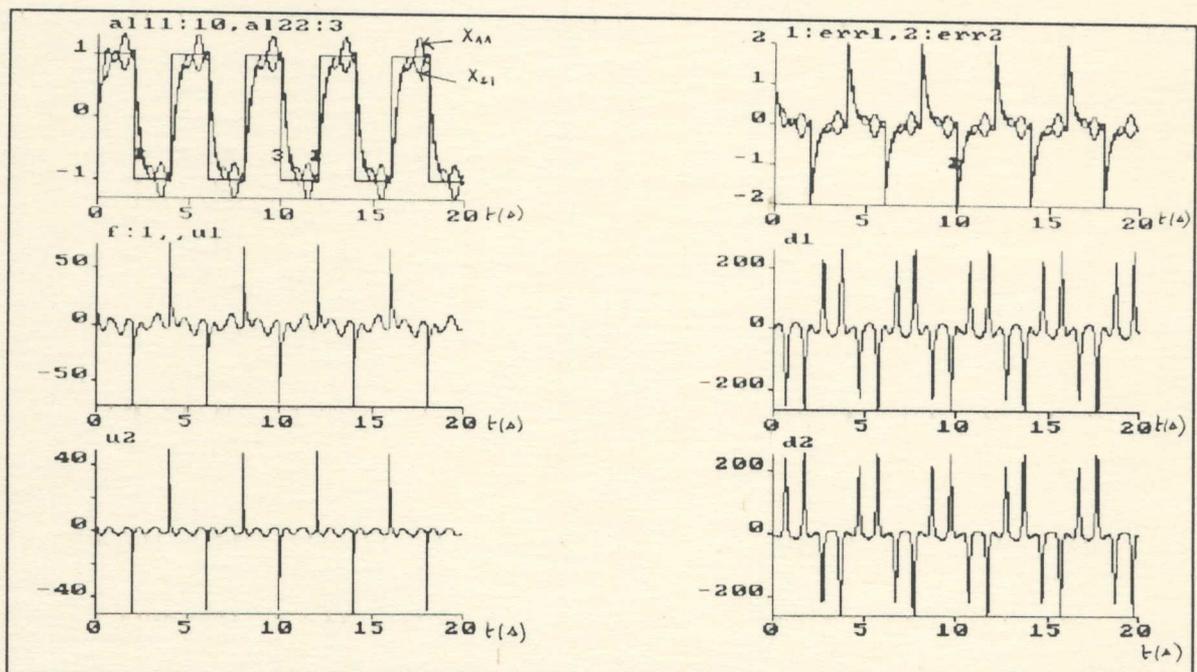


Figure 1-20

Commande par retour d'état avec variation lente sur la masse
d'amplitude $a11:10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a122:3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f:1\text{Hz}$

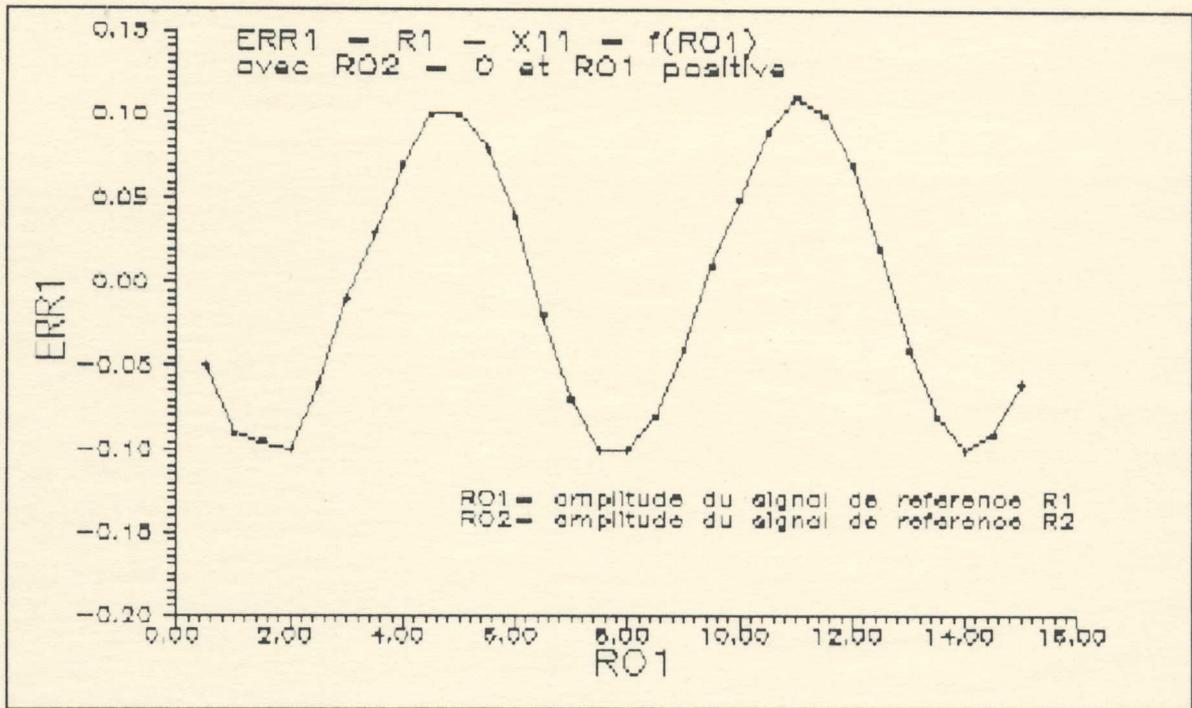


Figure 1-21

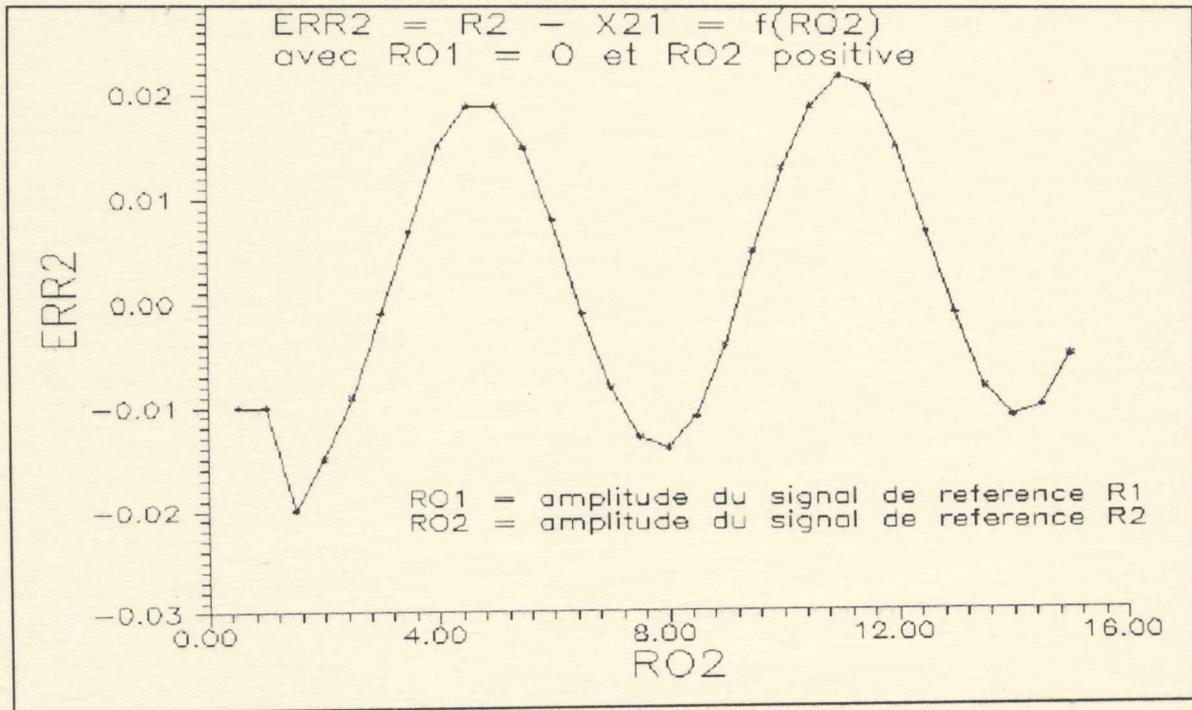


Figure 1-22

2-3) Commande par retour d'état avec action intégrale : SFBIA

[59], [60], [63]

2-3-1) Détermination de la commande:

Soit toujours, notre bras manipulateur classe 1 défini par le système d'équations (2-1) et (2-2), définies dans le précédent paragraphe (2-2-1).

Le signal de commande par retour d'état avec action intégrale représenté par la figure-4, est défini par [59],[60],[63] :

$$U(t) = -K X(t) + K_i X_i(t) \quad (3-1)$$

avec :
$$X_i(t) = \int_0^t [r(\tau) - y(\tau)] dt \quad (3-2)$$

où $r(t)$ est le signal de référence et $y(t)$ le signal de sortie correspondant à la position de chaque bras.

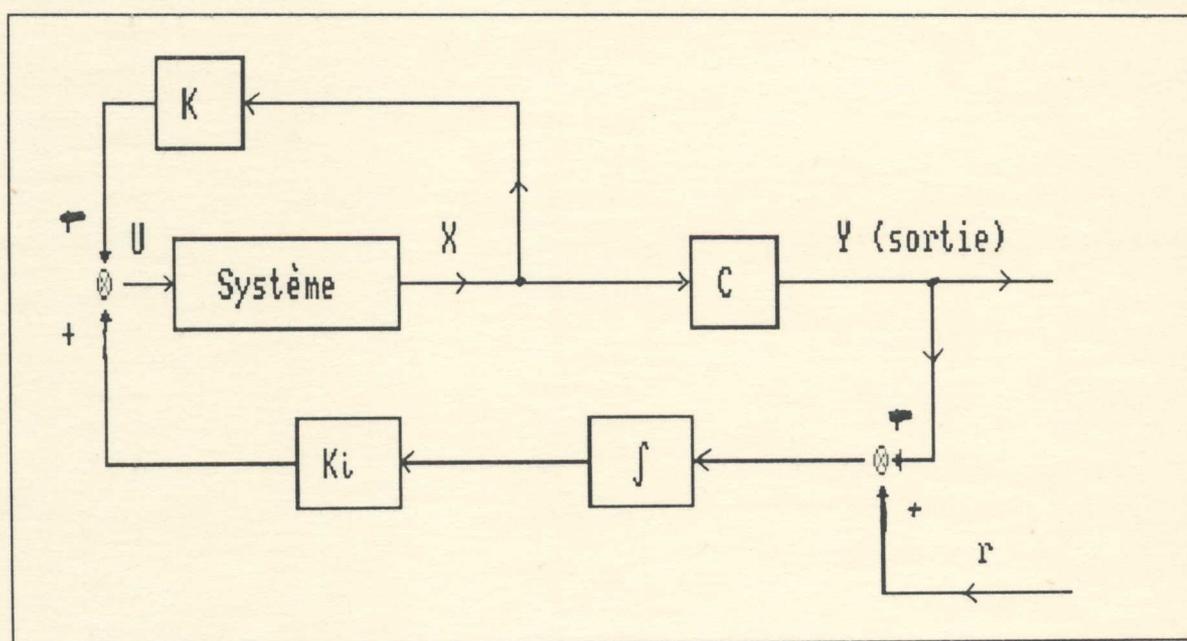


Figure-4

Commande par retour d'état avec action intégrale
(SFBIA)

Appliquons notre commande définie ci-dessus à l'équation d'état (2-1) de notre bras manipulateur classe 1, on obtient alors :

$$\dot{X} = (A - BK)X + BK_1 X_1 + d \quad (3-3)$$

DETERMINATION DES MATRICES K et K₁ :

Pour déterminer K et K₁, on augmente le degré de notre système (2-1) sachant que:

$$\dot{X}_1(t) = \dot{r}(t) - y(t) = \dot{r}(t) - C X(t) \quad (3-4)$$

comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_1 \\ -C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

soit, encore :

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{4 \times 2} \\ -C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} d(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

C'est de la forme : $\dot{X}^* = A^* X^* + B^* U + D^*$

avec : $U(t) = -K^* X^*$ (3-7)

où : $K^* = [K \quad | \quad -K_1]$ (3-8)

On procède toujours par la fonction PLACE de MATLAB [35] après avoir bien sûr vérifié la contrôlabilité de notre nouveau système élargi (3-6), avec un vecteur de valeurs propres égal à $P^* = [-4; -4; -20; -20; -16; -16]^T$ pour calculer cette fois-ci le vecteur K^* et on en déduit alors nos matrices gains K et K₁.

$$K = \begin{bmatrix} 169,2313 & 11,2467 & 45,1671 & 3,8961 \\ 72,5 & 6,25 & 72,5 & 5,2109 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

et

$$K_i = \begin{bmatrix} 466,8449 & 124,5989 \\ 200 & 200 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

2-3-2) Simulation et interpretation:

Comme pour la commande par retour d'état, on choisit un signal de référence carré, d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f=0.25\text{Hz}$.

* La figure 2-1 : On applique une commande par retour d'état avec action intégrale sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes. Le signal de sortie suit correctement le signal de référence avec le temps de réponse imposé, soit 1s .

La commande SFBIA est donc plus **robuste** que la commande par retour d'état. Elle arrive à annuler l'effet de la non-linéarité du système sur le signal de sortie.

Les deux commandes (u_1 et u_2) sont bornées et sont de faibles énergies par rapport à celles obtenues dans la commande par retour d'état. Les deux variables d'état de l'intégrale d'erreur (X_{i1} et X_{i2}) sont égales et varient périodiquement mais restent bornées entre ± 0.4 rad.

* Les figures (2-2) et (2-3) : montrent l'insensibilité du bras manipulateur à des perturbations extérieures constantes. Pour une perturbation d'amplitude $ext_0 = 100 \text{ rad/s}^2$, puis pour une perturbation double $ext_0 = 200 \text{ rad/s}^2$, on a toujours un très bon suivi du signal de référence avec une erreur bornée et nulle au niveau de la borne supérieure et minimale ($\pm 1\text{rad}$). Les commandes (u_1 et u_2) restent bornées mais deviennent plus importantes quand la valeur de la perturbation augmente.

* Les figures (2-4), (2-5) et (2-6) : présentent le cas d'une perturbation extérieure rapide, d'amplitude $ext_1: 100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence f respectivement égale à 0.1 Hz, 0.25Hz et 1Hz. Le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur est très visible. Des oscillations au niveau de la position de chaque bras, ainsi qu'au niveau des commandes, deviennent plus visibles et plus importantes à fur et à mesure qu'on augmentait la fréquence. On note aussi, que la commande nécessaire pour les trois valeurs de fréquence, présente des variations très abruptes (pics), ce qui est néfaste en pratique.

- * Les figures (2-7), (2-8) et (2-9) : présentent le cas d'une perturbation extérieure lente, d'amplitude $\text{ext}2:100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence f respectivement égale à 0.1 Hz, 0.25Hz et 1Hz. Pour une fréquence f inférieure (0.1Hz), on a une bonne poursuite de la référence. Des oscillations très importantes et néfastes apparaissent au niveau de la position des deux bras et des commandes (pics) lorsque la fréquence du signal perturbateur f est égale à celle du signal de référence f_c , soit 0.25Hz. Pour une fréquence f supérieure (1Hz), des oscillations régulières apparaissent au niveau du signal de sortie et la commande prend la forme et la fréquence du signal perturbateur (pas de pics).
- * Les figures (2-10), (2-11) et (2-12) : comme pour la commande par retour d'état, la commande SFBIA, pour une fréquence perturbatrice inférieure ou égale (0.1Hz et 0.25Hz) à celle de la référence, **n'est plus robuste** lorsqu'il s'agit de variation des frictions des joints mais pour une amplitude du signal perturbateur plus importante, soit 8Nms contre 5Nms pour la commande par retour d'état. Cependant, pour une fréquence supérieure ($f=1\text{Hz}$), on a une très bonne poursuite du signal de référence et les commandes nécessaires sont bornées et à faibles énergies (à part quelques oscillations légères pour le bras 2).
- * Les figures (2-13), (2-14) et (2-15) : pour une variation lente des frictions des joints, l'instabilité observée pour une variation rapide n'est plus observable. On observe une très bonne poursuite du signal de référence à part quelques oscillations au niveau du remplacée par des oscillations au niveau du signal de sortie et de la commande variables en fonction de la fréquence de la perturbation.
- * Les figures (2-16), (2-17) et (2-18) : présentent l'effet d'une variation rapide sur la masse de chaque bras, d'amplitude $a1=10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $a2=3\text{Kg}$ pour le bras 2. De très faibles oscillations apparaissent au niveau du signal de sortie pour une fréquence perturbatrice de 0.1Hz. Ces oscillations sont plus apparentes pour le cas supérieur ($f=1\text{Hz}$) et disparaissent dans le cas de fréquence perturbatrice égale à celle de la référence. Les commandes sont faibles et l'erreur reste bornée.

* Les figures (2-19), (2-20) et (2-12) : présentent l'effet d'une variation lente sur la masse de chaque bras, d'amplitude $a_{11}=10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $a_{22}=3\text{Kg}$ pour le bras 2. L'insensibilité du bras à des variations lentes est plus visible. A part quelques oscillations très faibles (pour $\omega=1\text{Hz}$), une très bonne poursuite du signal de référence est observé. les commandes sont faibles et l'erreur reste bornée.

En résumé, on peut dire que notre commande SFBIA est plus **robuste** que la commande par retour d'état du fait qu'elle fournit de meilleurs résultats. Ceci est dû à l'addition de l'intégrale d'erreur à la commande.

Cependant, il ne faut pas oublier que cette commande perd sa robustesse lorsque le bras manipulateur est soumis à une variation rapide de l'un de ses paramètres internes (friction des joints). Ce résultat est logique puisqu'on fait varier les termes présents dans les matrices paramètres de notre système A et B et par conséquent les matrices gains K et K_i n'assurent plus la stabilité du système.

D'un autre côté, la commande SFBIA présente des matrices gains à des coefficients très grands, ce qui rend notre système plus sensible à la propagation du bruit (cas de perturbation extérieure rapide ou lente).

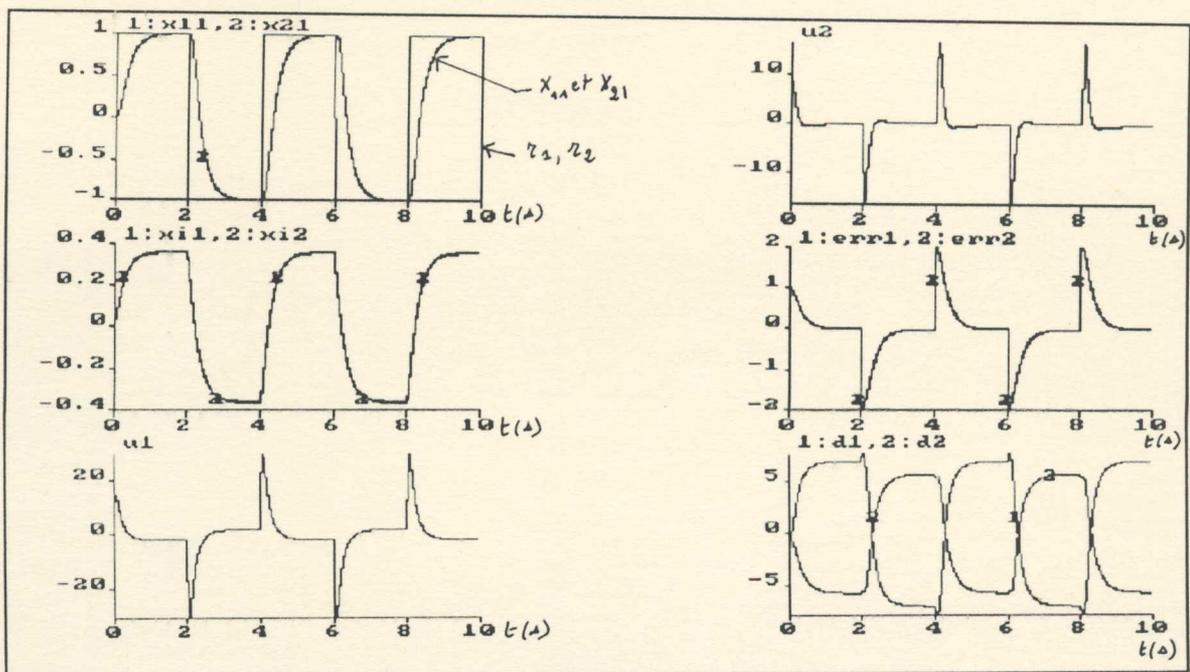


FIGURE 2-1

Commande par retour d'état avec action intégrale sans aucune
perturbation extérieure ou interne

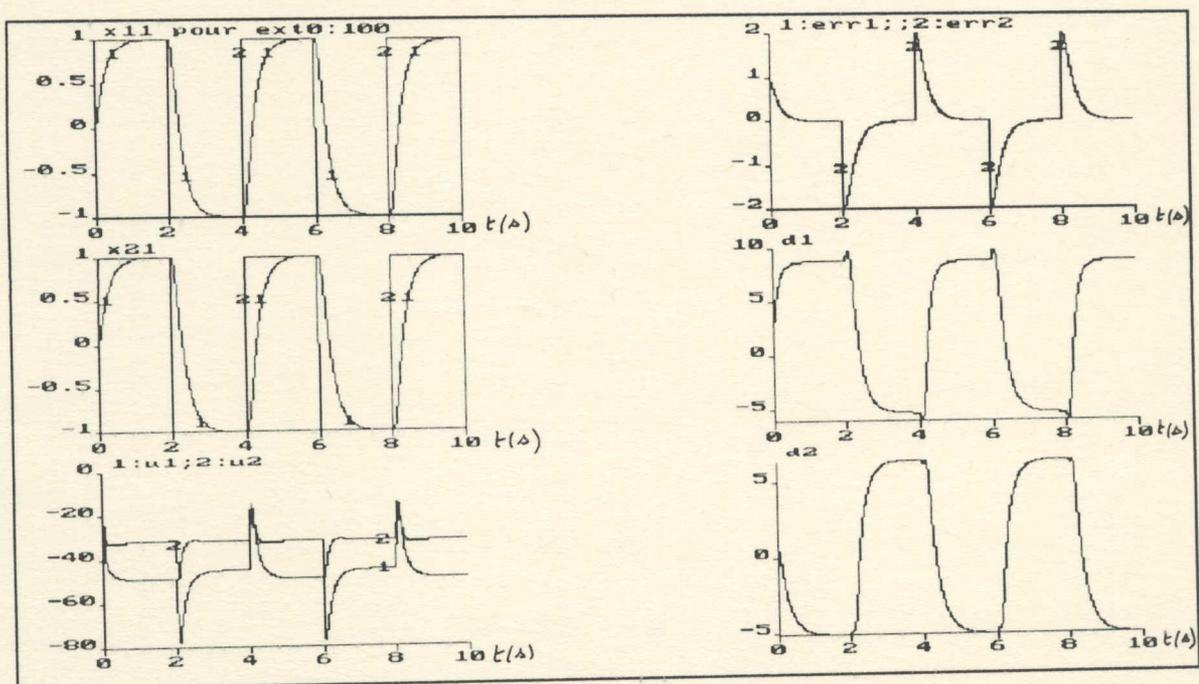


FIGURE 2-2

Commande SFBIA avec perturbation extérieure constante
d'amplitude $EXT0=100 \text{ rad/s}^2$

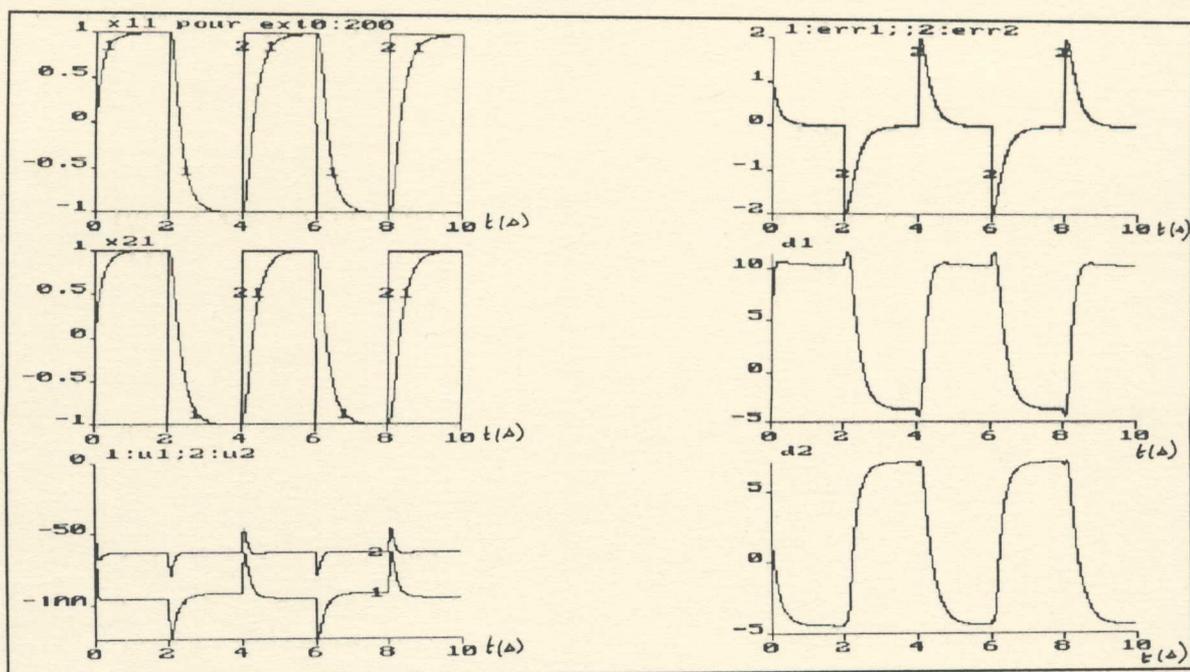


FIGURE 2-3

Commande SFBIA avec perturbation extérieure constante
d'amplitude $EXT0 = 200 \text{ rad/s}^2$

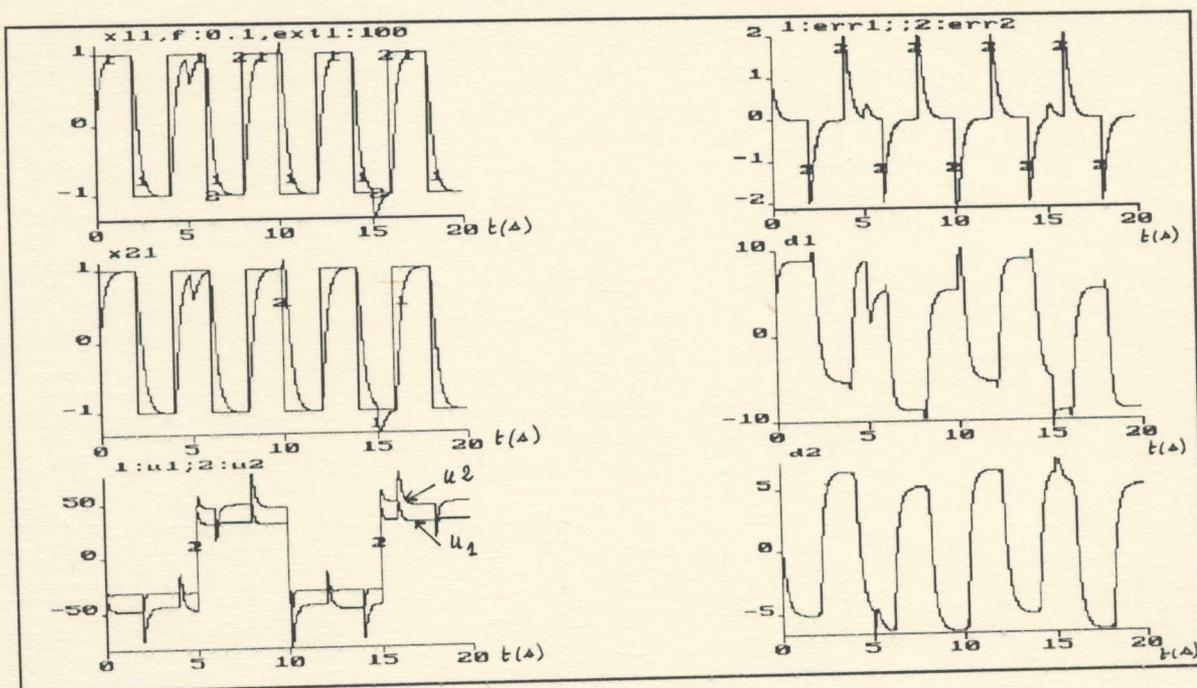


FIGURE 2-4

Commande SFBIA avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1 \text{ Hz}$

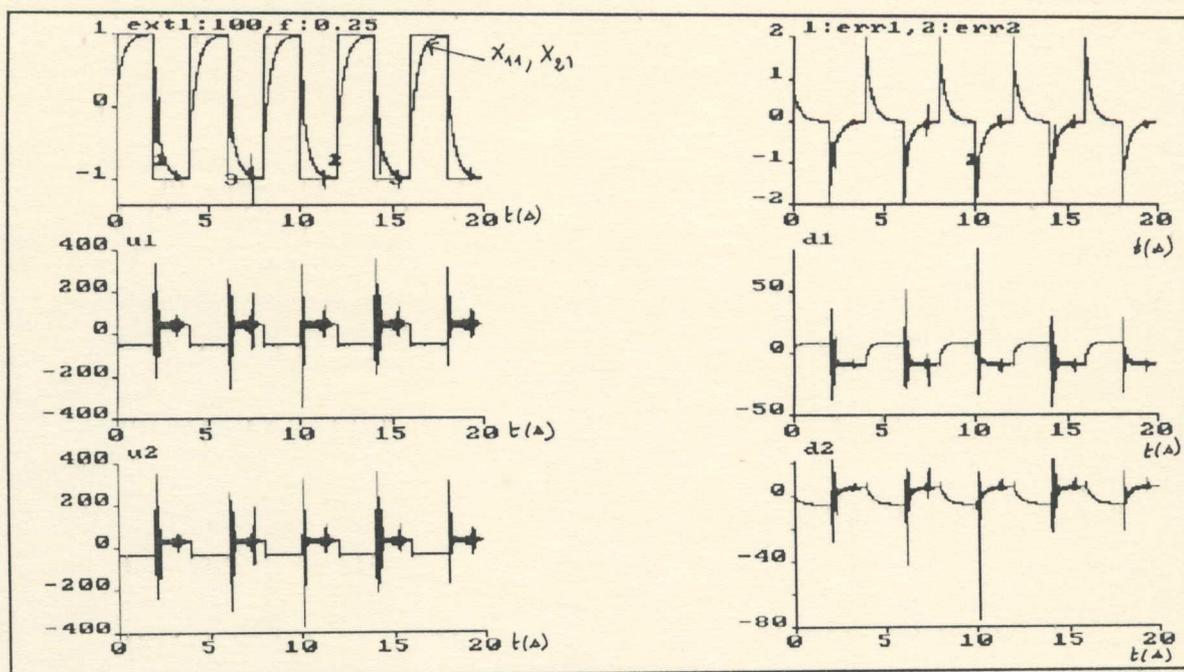


FIGURE 2-5

Commande SFBCA avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.25$

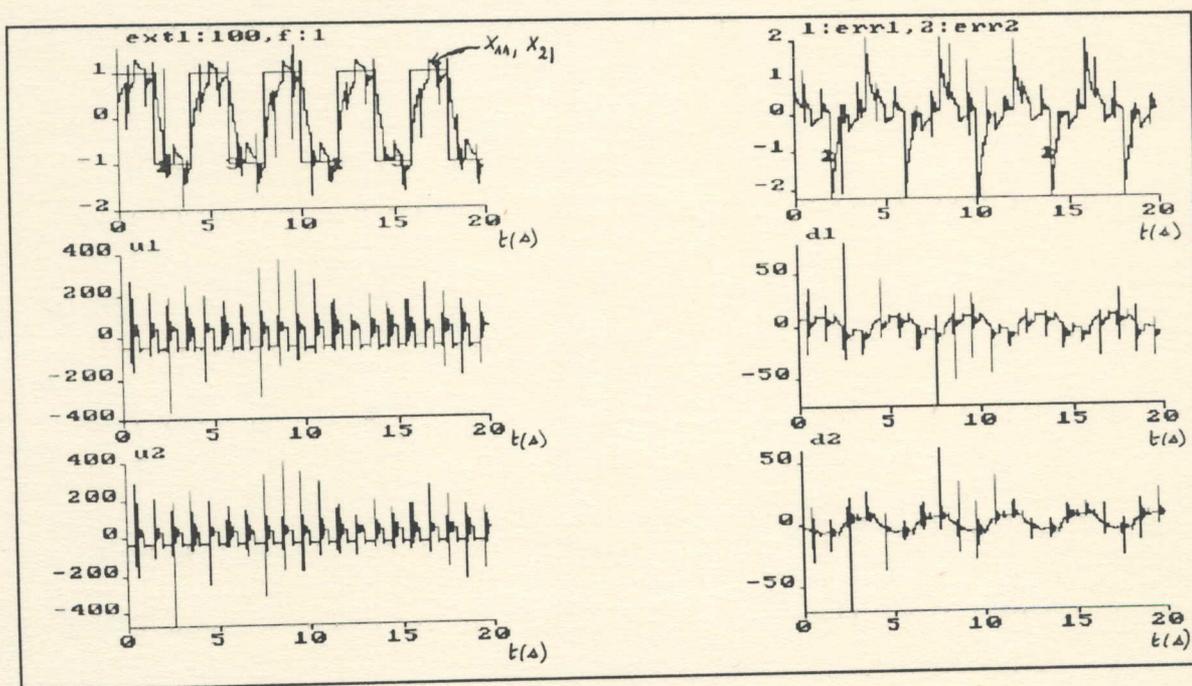


FIGURE 2-6

Commande SFBCA avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=1\text{Hz}$

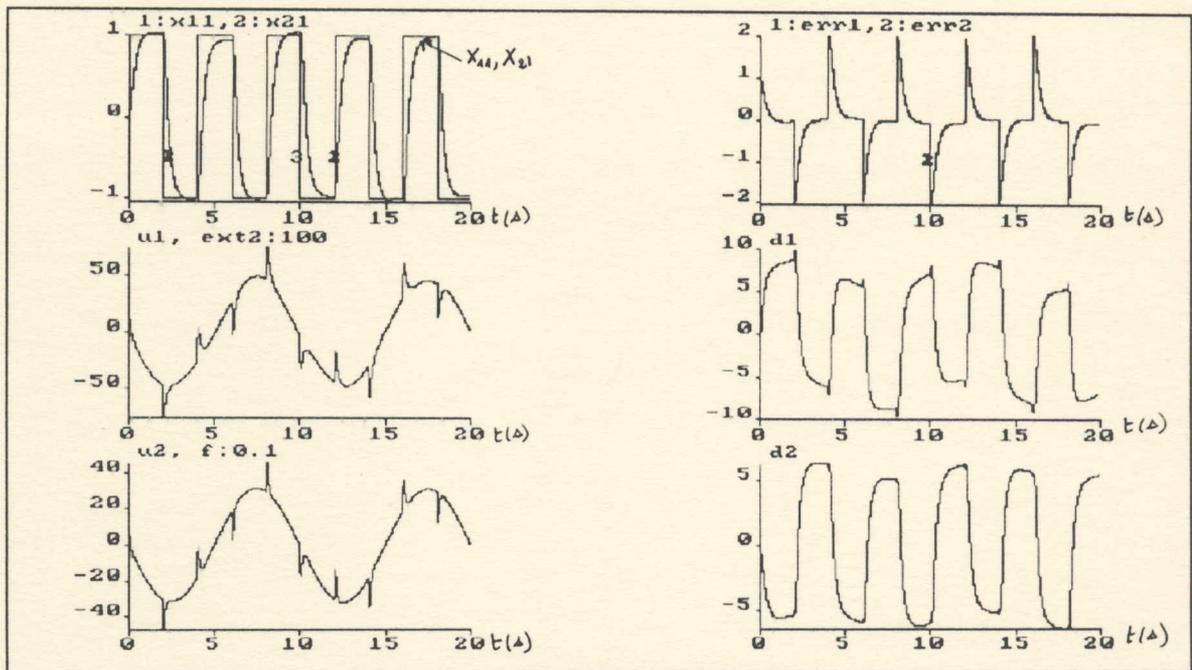


FIGURE 2-7

Commande SFBIA avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=0.1 \text{ Hz}$

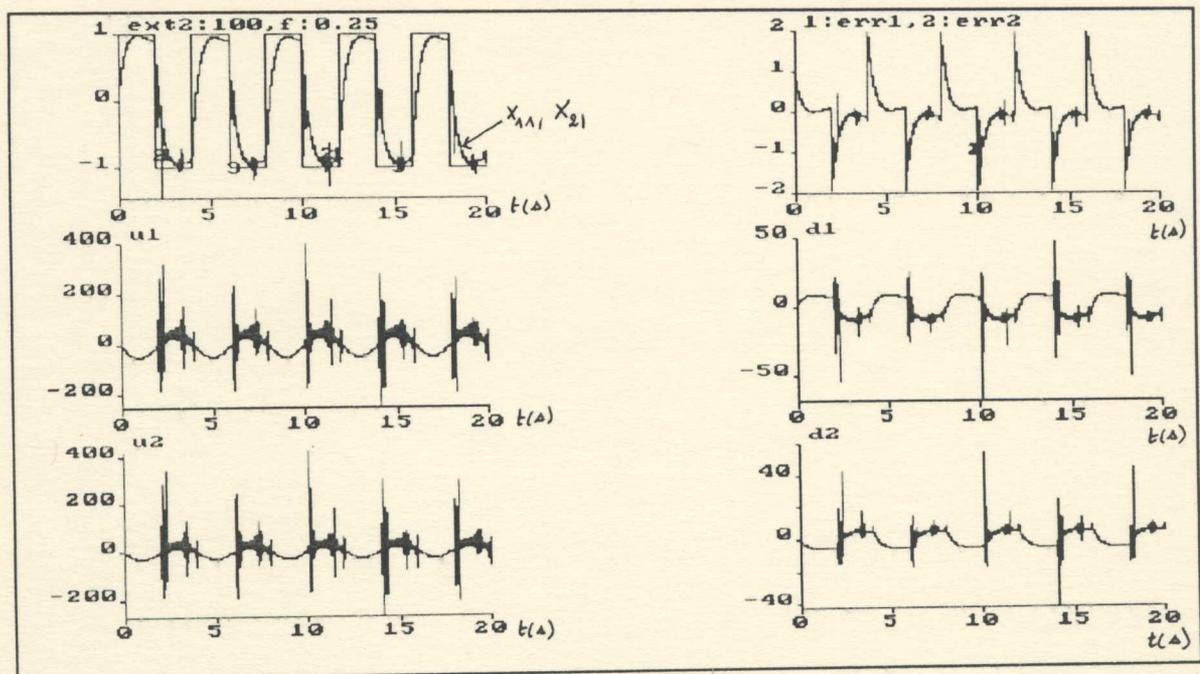


FIGURE 2-8

Commande SFBIA avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=fc$

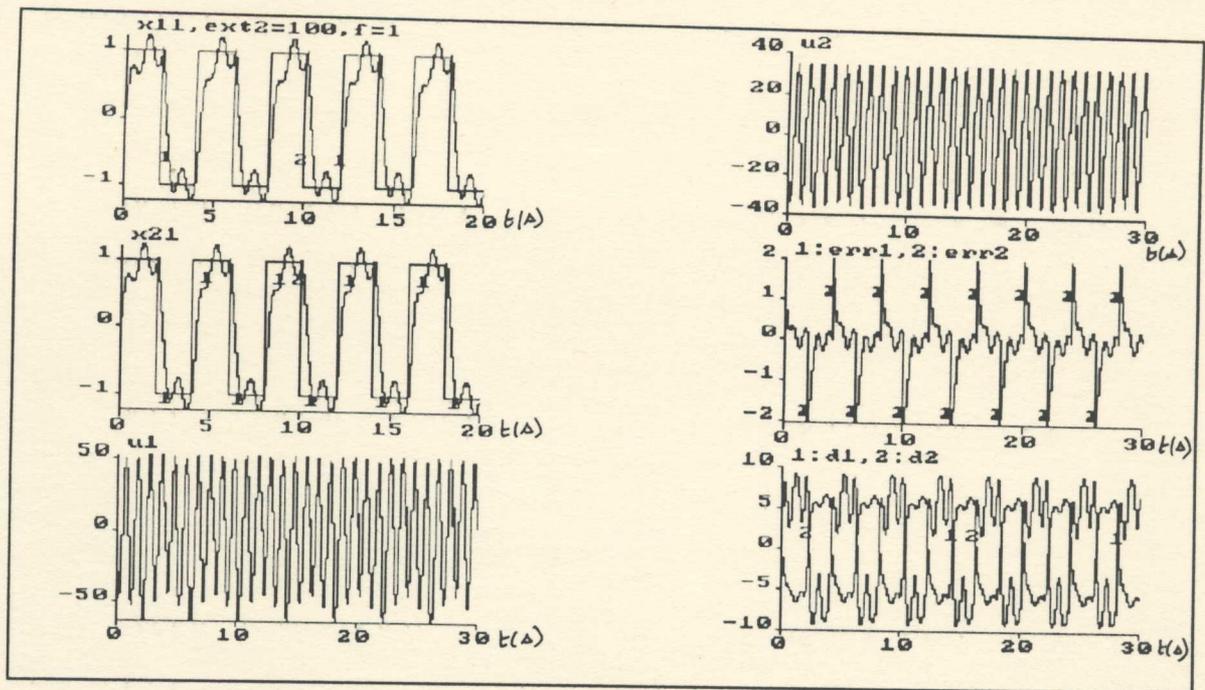


FIGURE 2-9

Commande SFBA avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ et $f=1\text{Hz}$

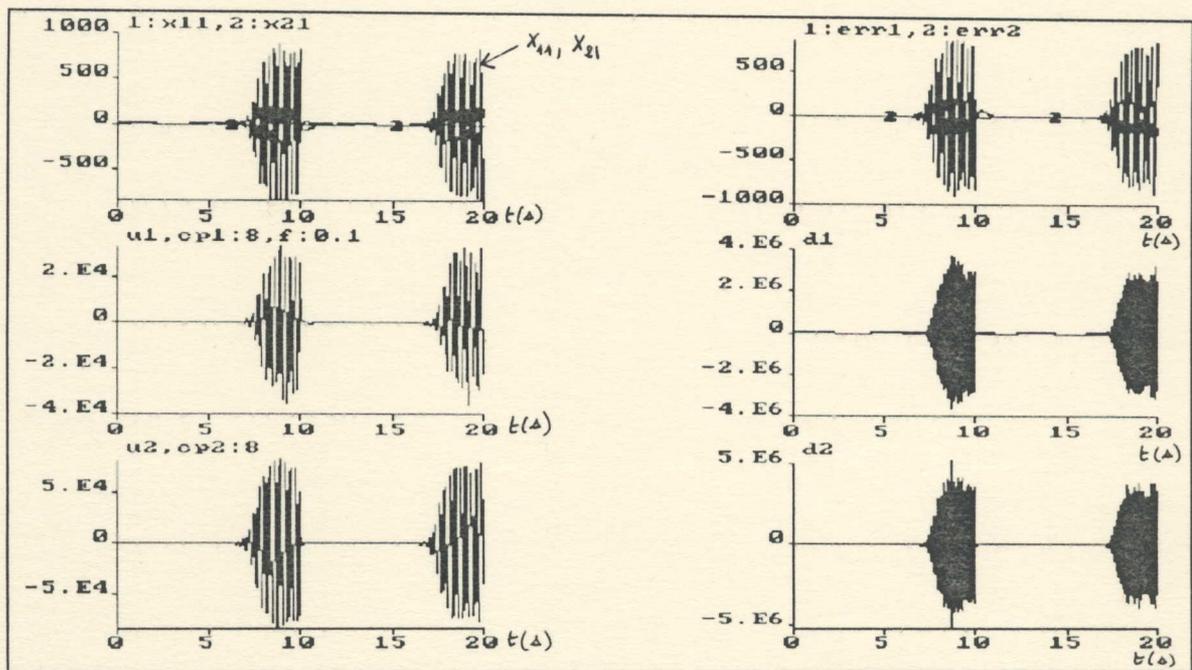


FIGURE 2-10

Commande SFBA avec variation rapide sur la friction des joints
d'amplitude $cp1=8\text{Nms}$ sur bras 1 et $cp2=8\text{Nms}$ sur bras 2 pour $f=0.1\text{Hz}$

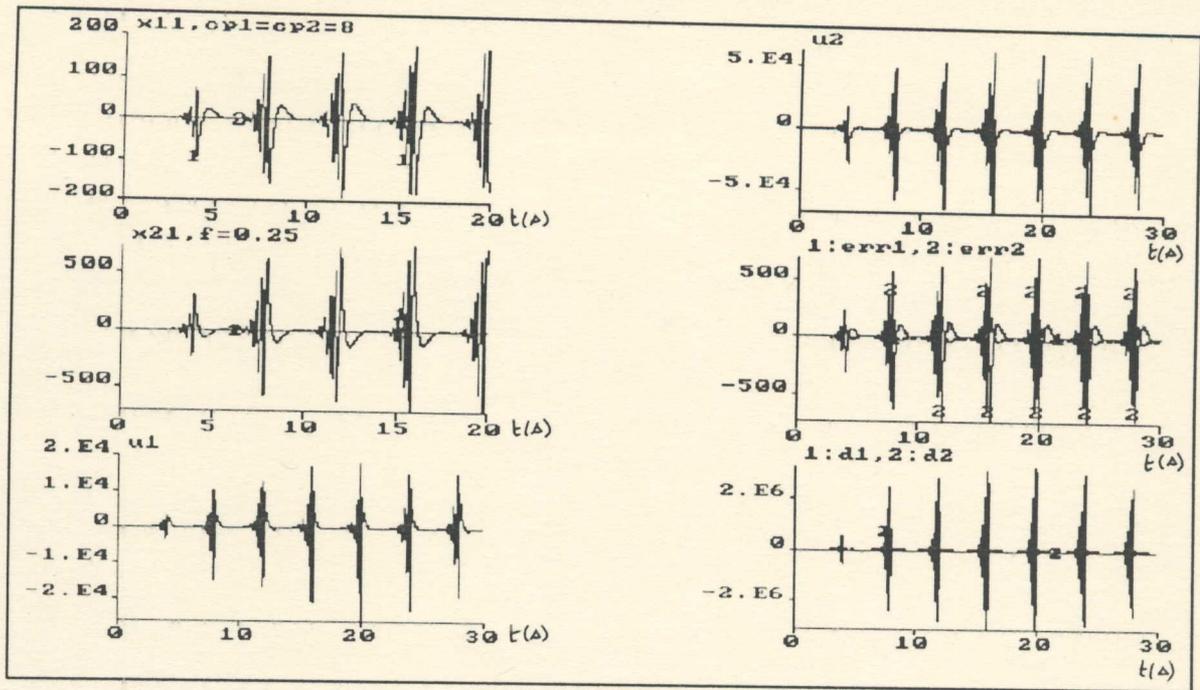


FIGURE 2-11

Commande SFBIA avec variation rapide sur la friction des joints
 d'amplitude $CP1=8Nms$ sur bras 1 et $CP2=8Nms$ sur bras 2 avec $f=f_c$

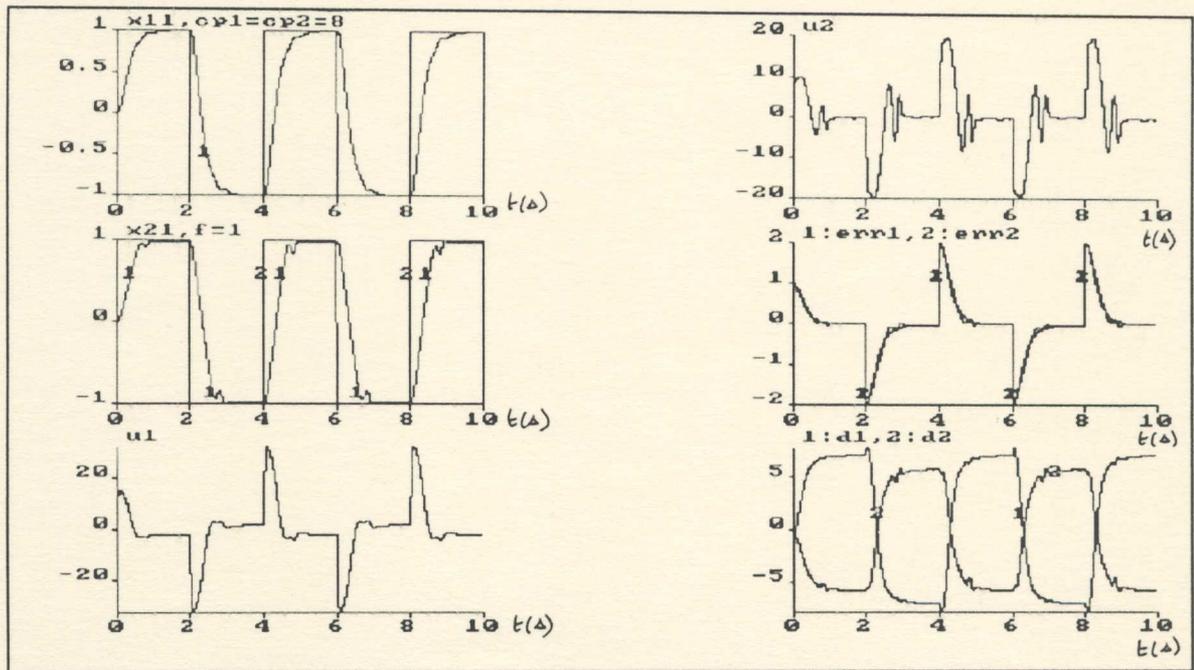


FIGURE 2-12

Commande SFBIA avec variation rapide sur la friction des joints
 d'amplitude $CP1=8Nms$ sur bras 1 et $CP2=8Nms$ sur bras 2 avec $f=1Hz$

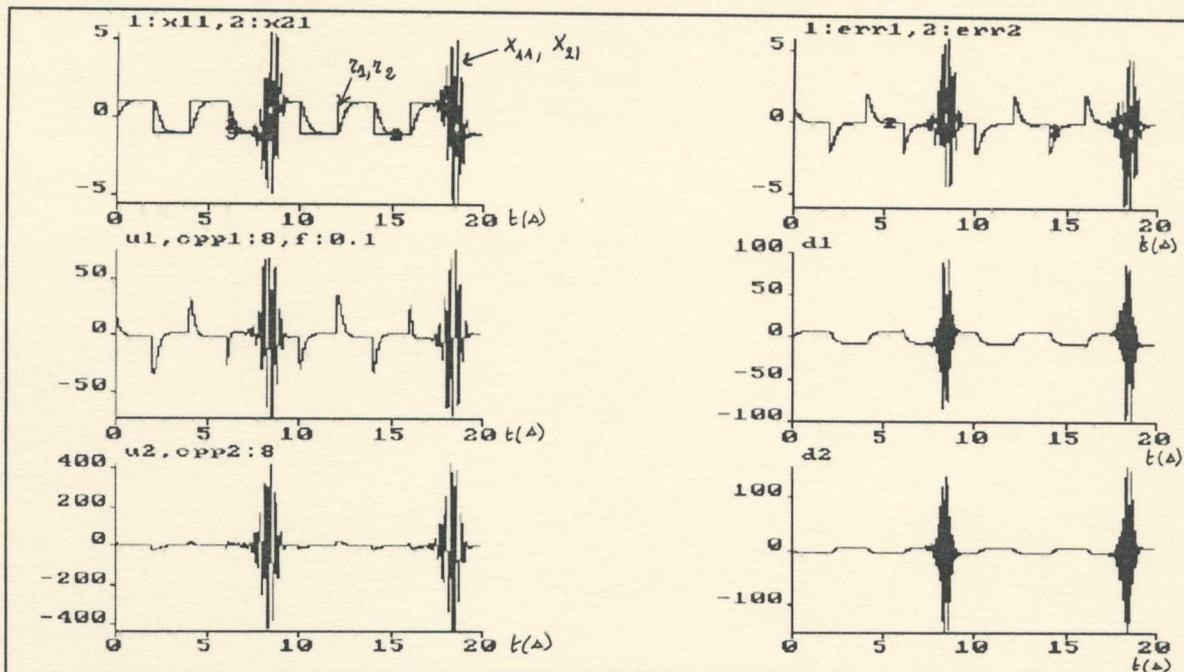


FIGURE 2-13

Commande SFBIA avec variation lente sur la friction des joints
 d'amplitude $cpp1=8Nms$ sur bras 1 et $cpp2=8Nms$ sur bras 2 pour $f=0.1Hz$

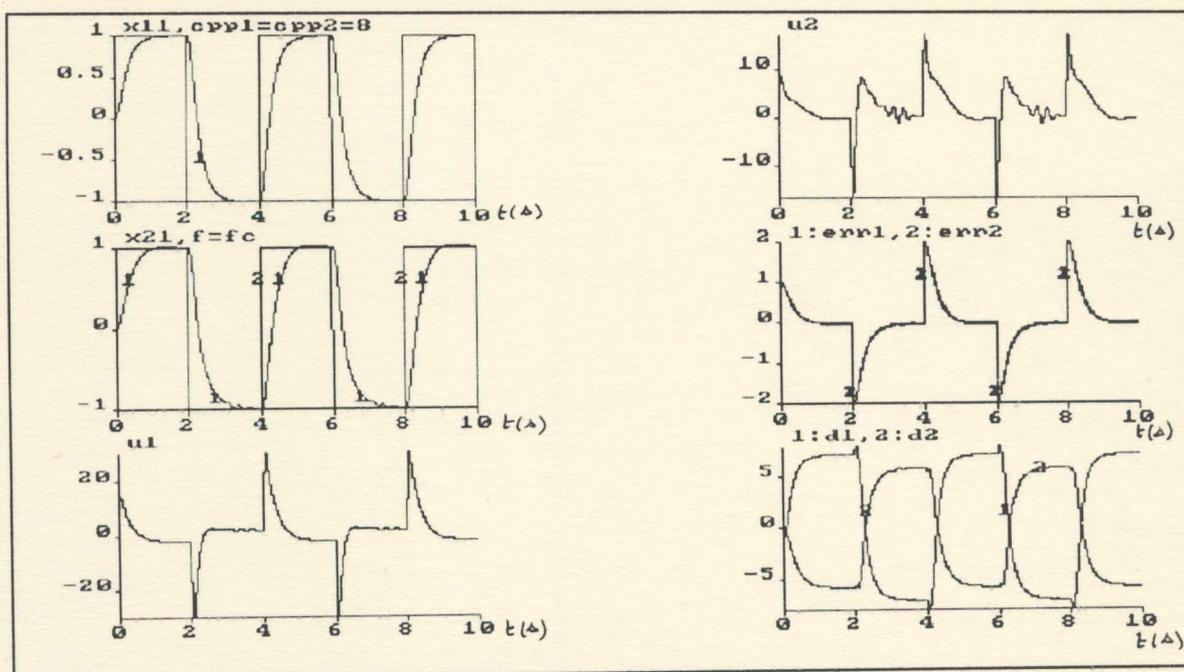


FIGURE 2-14

Commande SFBIA avec variation lente sur la friction des joints
 d'amplitude $CPP1=8Nms$ sur bras 1 et $CPP2=8Nms$ sur bras 2 avec $f=fc$

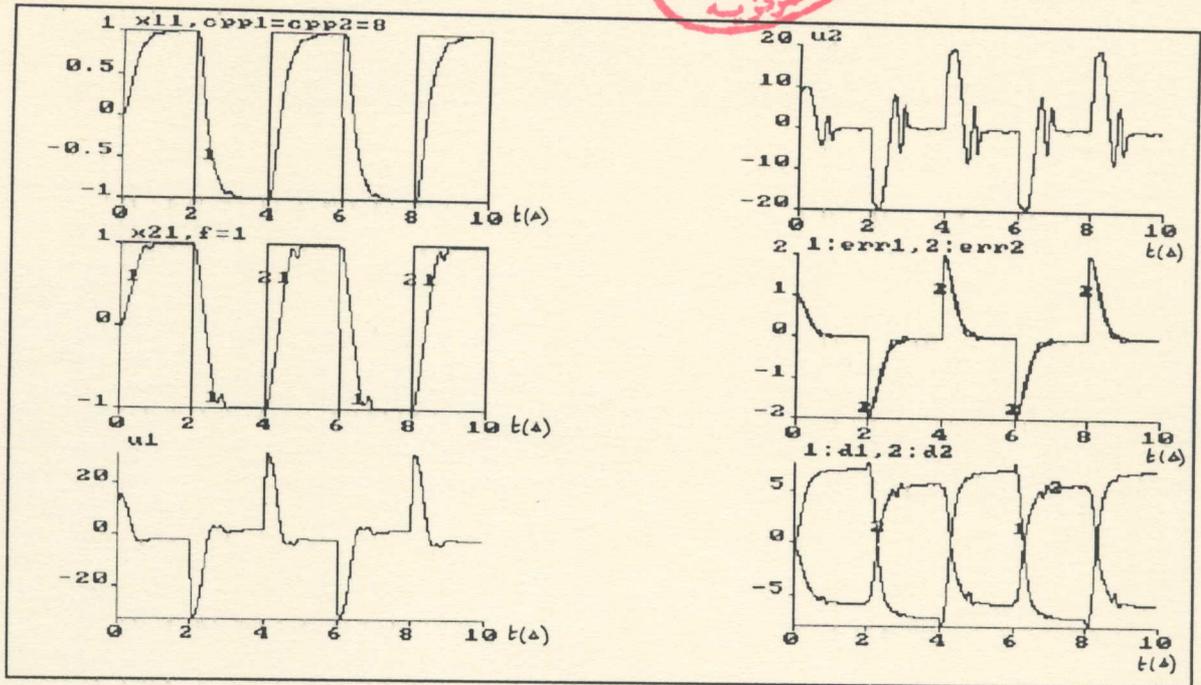


FIGURE 2-15

Commande SFBIA avec variation lente sur la friction des joints
d'amplitude CPP1=8Nms sur bras 1 et CPP2=8Nms sur bras 2 avec f=1Hz

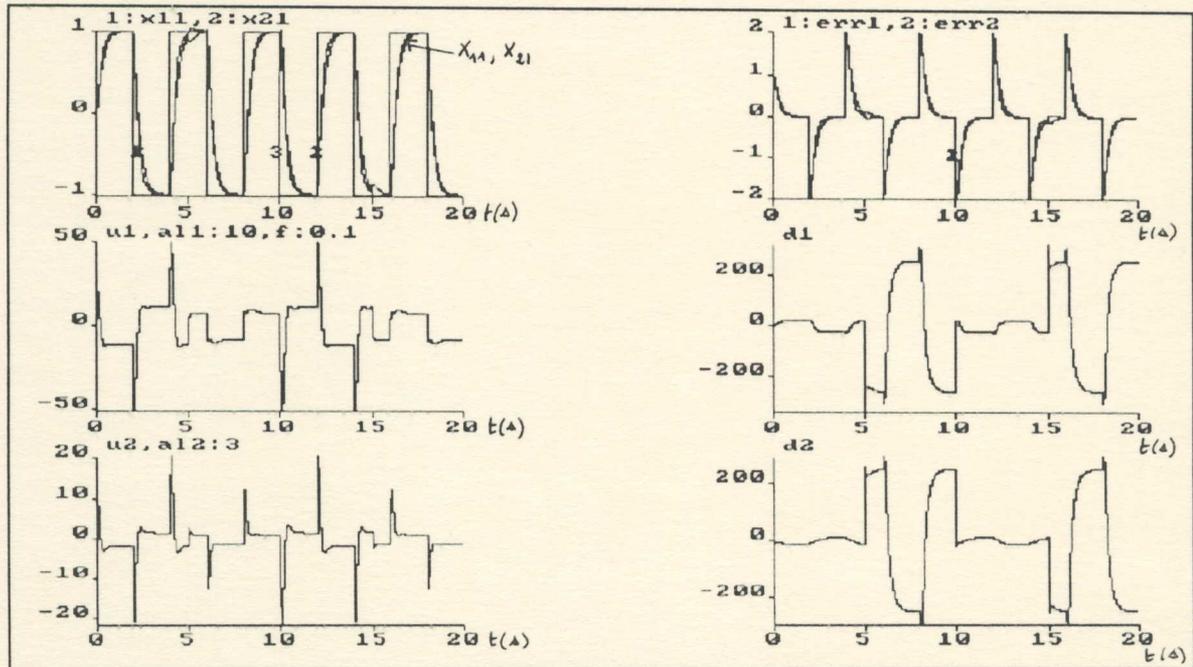


FIGURE 2-16

Commande SFBIA avec variation rapide sur la masse
d'amplitude a11=10 Kg sur bras 1 et a12=3 Kg sur bras 2 avec f=0.1Hz

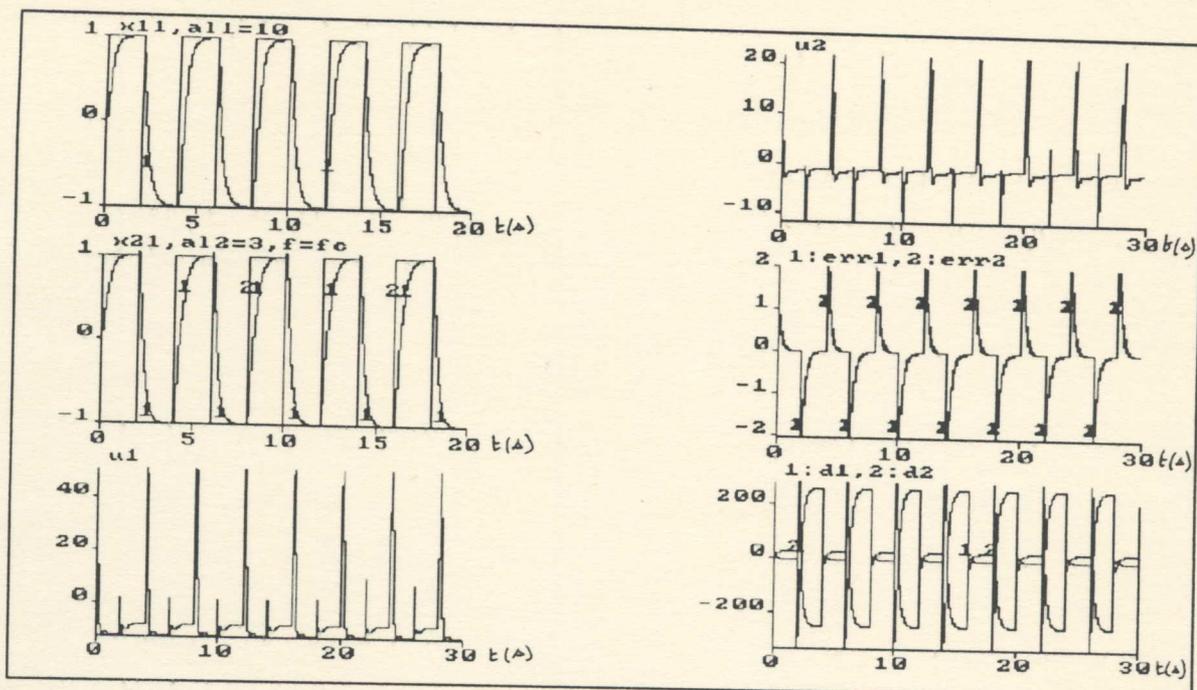


FIGURE 2-17

Commande SFBIA avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $AL_1=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_2=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

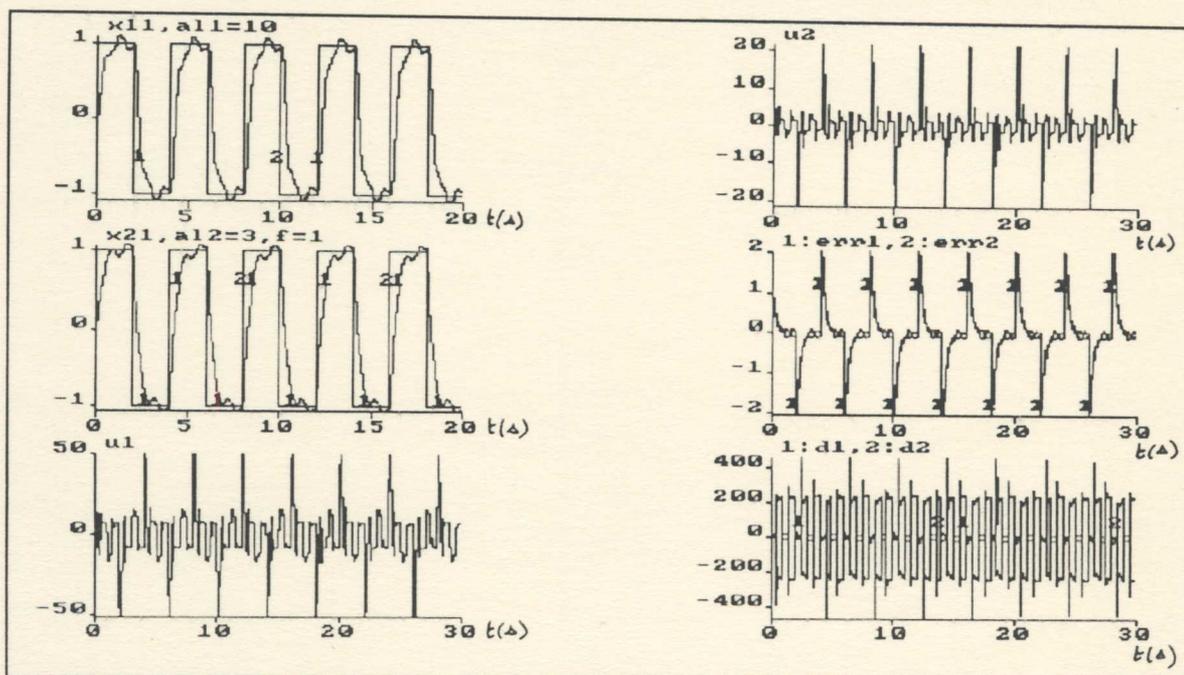


FIGURE 2-18

Commande SFBIA avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $AL_1=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_2=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

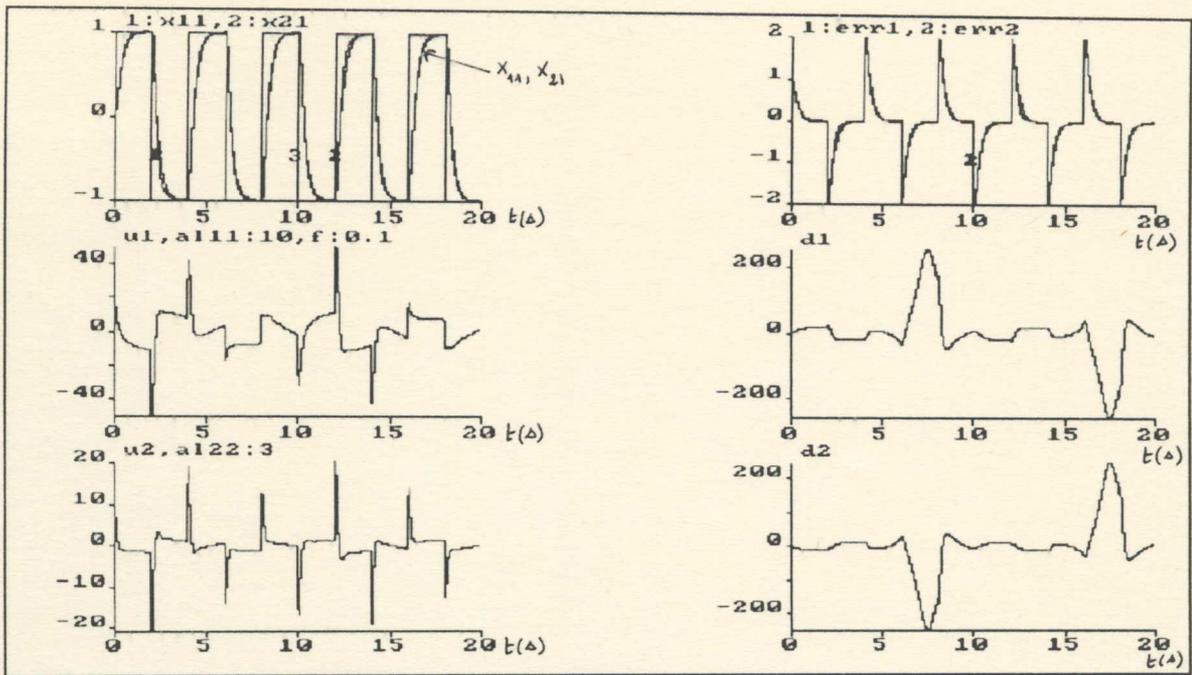


FIGURE 2-19

Commande SFBIA avec variation lente sur la masse

d'amplitude $a11=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a122=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

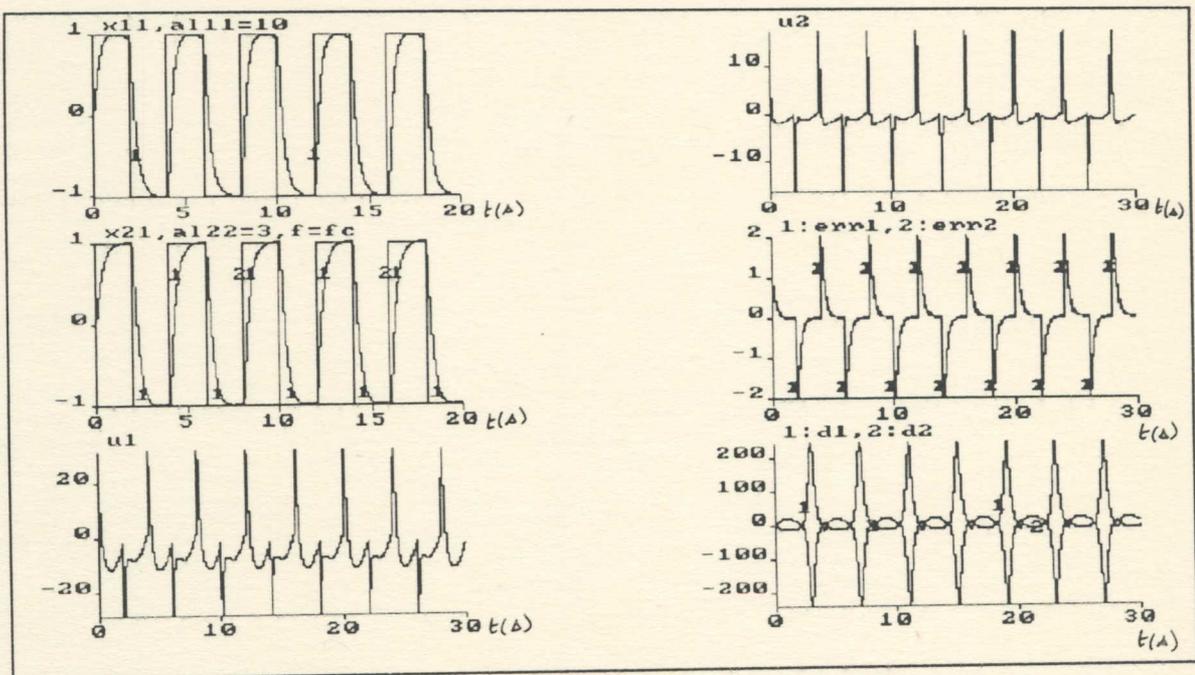


FIGURE 2-20

Commande SFBIA avec variation lente sur la masse

d'amplitude $AL11=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL22=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

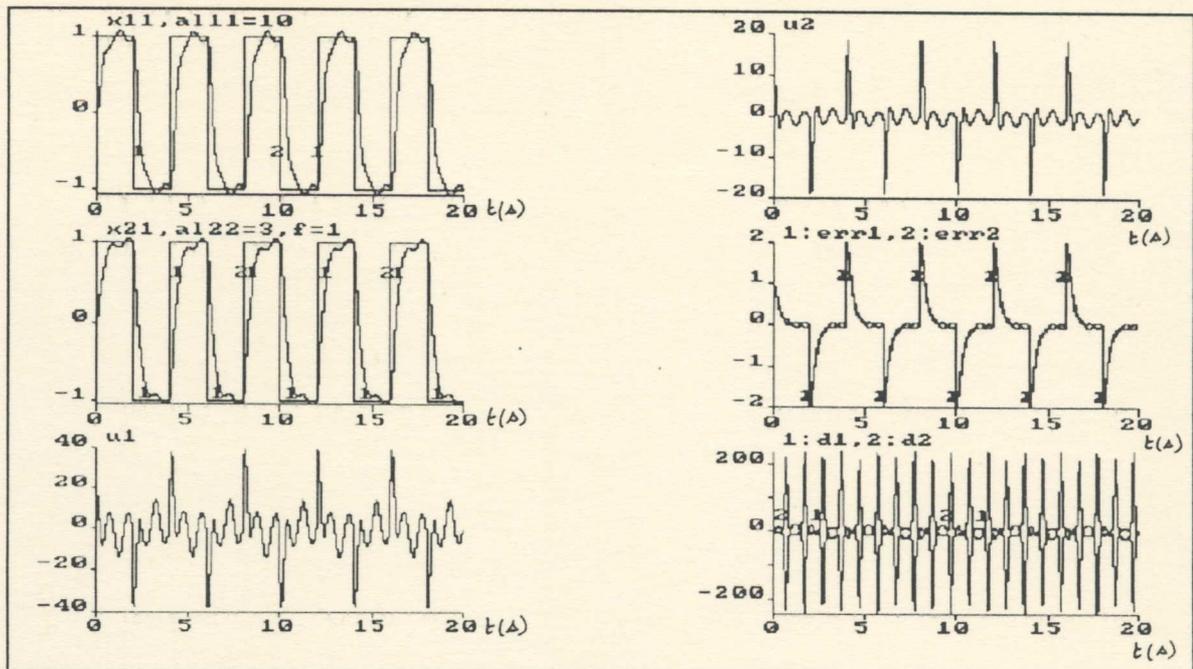


FIGURE 2-21

Commande SFBIA avec variation lente sur la masse
 d'amplitude $AL_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_{22}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

2-4) Commande par retour de sortie: [33]

2-4-1) Détermination de la commande:

Soit toujours, notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté, défini par les équations (2-1) et (2-2).

La commande par retour de sortie donnée par la figure-5, est définie par l'équation [33]:

$$U = -K Y + K_r r \quad (4-1)$$

où Y est le signal de sortie, r le signal de référence, K et K_r les matrices gains.

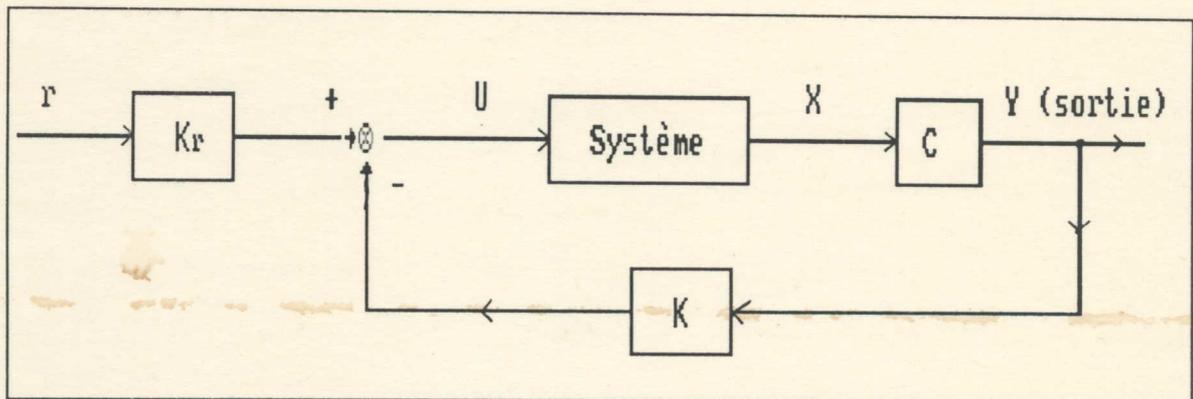


Figure 5

Commande par retour de sortie

L'équation du système (2-1) devient alors en remplaçant l'expression de $u(t)$ par l'expression (4-1) :

$$X' = (A - B K C) X + B K_r r + d \quad (4-2)$$

a) Détermination de la matrice K :

Comme pour la commande par retour d'état, on procède par la méthode de l'emplacement des pôles par retour de sortie pour déterminer la matrice gain K .

Théorème: [67]

Si (A, B) est contrôlable et si $\text{rank } C = P$ (degré de Y) alors P (parmi n) pôles du système en boucle fermée peuvent être spécifiés, où A est une matrice de dimension $(n \times n)$

Une fois la contrôlabilité du système vérifiée et qu'on trouve :
 $\text{rank}(C) = 2$, on procède par la fonction PLACE de MATLAB [35] pour calculer notre matrice de gain K qui sera égale à :

$$K = \begin{bmatrix} 29,1778 & 7,7874 \\ 12,5 & 12,5 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

b) Détermination de la matrice K_r :

Comme pour la commande par retour d'état, on suppose que notre signal de référence $r(t)$ est un échelon unité et que le terme représentant la non linéarité du système $d(t)$ est nul, alors l'équation (4-2) sera équivalente à :

$$X' = (A - B K C) X + B K_r r = 0 \quad (4-4)$$

$$\text{D'où :} \quad X = - (A - B K C)^{-1} B K_r r \quad (4-5)$$

et en remplaçant l'expression de notre vecteur d'état X ci-dessus obtenue dans l'équation de sortie de notre système définie par (2-2), on obtient:

$$Y = - C (A - B K C)^{-1} B K_r r \quad (4-6)$$

D'où la matrice gain K_r qui sera donnée par l'expression suivante:

$$K_r = [- C (A - B K C)^{-1} B]^{-1} I_2 \quad (4-7)$$

et dont la valeur numérique sera donnée par :

$$K_r = \begin{bmatrix} 29,1778 & 7,7874 \\ 12,5 & 12,5 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

2-4-2) Simulation et interpretation:

Toujours, pour le même signal de référence utilisé précédemment, on va simuler la réponse de notre bras manipulateur lorsqu'il est soumis à différentes perturbations.

* La figure 3-1 : on applique aux deux bras, une commande avec retour de sortie sans perturbation extérieure ou variation des paramètres internes. Le signal de sortie (X_{11} et X_{21}) ne s'accorde pas de façon analogue au signal de référence. C'est l'effet de l'absence du terme de la non-linéarité $d(t)$ dans la détermination de la commande du système. Comparée, à la commande par retour d'état, on observe une réponse transitoire oscillatoire due à la non inclusion des termes de vitesse (X_{12} et X_{22}) dans le calcul de la commande.

* Les figures (3-2) à (3-8): présentent la réaction du système lorsqu'il est soumis à différentes sortes de perturbations extérieures (constantes, rapides puis lentes).

Comme pour la commande par retour d'état, les perturbations extérieures affectent les performances de notre système, en lui additionnant une non-linéarité supplémentaire. Des oscillations plus importantes, apparaissent au niveau du signal de sortie et des commandes ce qui rend les performances du système de plus en plus médiocres.

* Les figures (3-9), (3-10) et (3-11): On applique une variation rapide sur la friction des joints des deux bras, d'amplitude $cp1=cp2=3Nms$. Pour une fréquence perturbatrice inférieure à celle de la référence ($f=0.1Hz$), le système devient instable. Et pour une fréquence perturbatrice égale ou supérieure, l'instabilité du système est remplacée par de très grands dépassements d'amplitudes. Les deux commandes $u1$ et $u2$ atteignent des valeurs non réalistes en pratique (l'ordre de millier de volts).

* Les figures (3-12), (3-13) et (3-14): Pour une variation lente sur la friction des joints, d'amplitude $cpp1=cpp2=3Nms$, l'instabilité n'est plus observable. Mais, le bras manipulateur va être sujet à des erreurs de sortie variables et oscillantes et nécessitera des commandes très grandes.

* Les figures (3-15) à (3-20): présentent l'effet de variation rapide puis lente sur la masse de chaque bras, d'amplitude $a_1=10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $a_2=3\text{Kg}$ pour le bras 2. On aboutit aux mêmes remarques faites pour la commande par retour d'état dans les mêmes conditions, sauf que cette fois-ci, pour les **trois** valeurs possibles de la fréquence perturbatrice, des oscillations sont très observables au niveau du signal de sortie et des signaux de commandes.

En général, on conclue que la commande par retour de sortie, en plus des performances transitoires qui sont plus faibles, est moins robuste que la commande par retour d'état et par conséquent, que la commande SFBIA. Ceci est dû au fait qu'elle est fonction des positions X_{11} et X_{21} seulement, ce qui la rend moins robuste que la commande par retour d'état qui était fonction des positions et de leurs dérivées (par analogie à la commande proportionnelle et proportionnelle-dérivée).

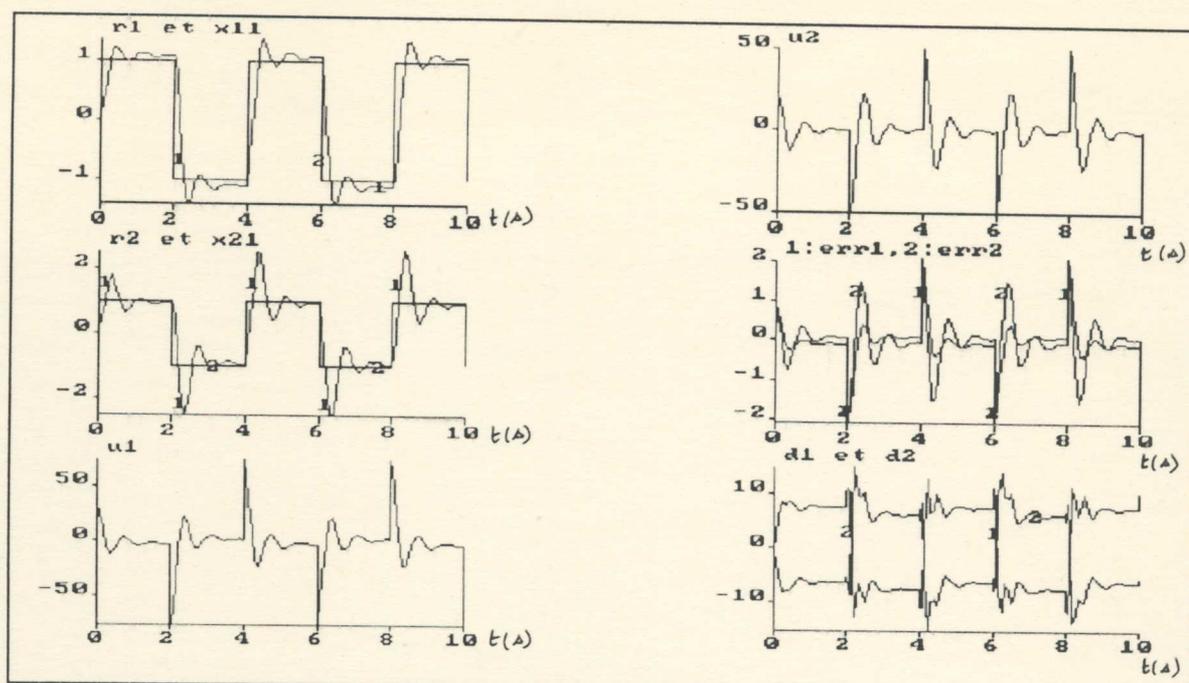


FIGURE 3-1

Commande par retour de sortie sans perturbations extérieures
ou variation des paramètres internes

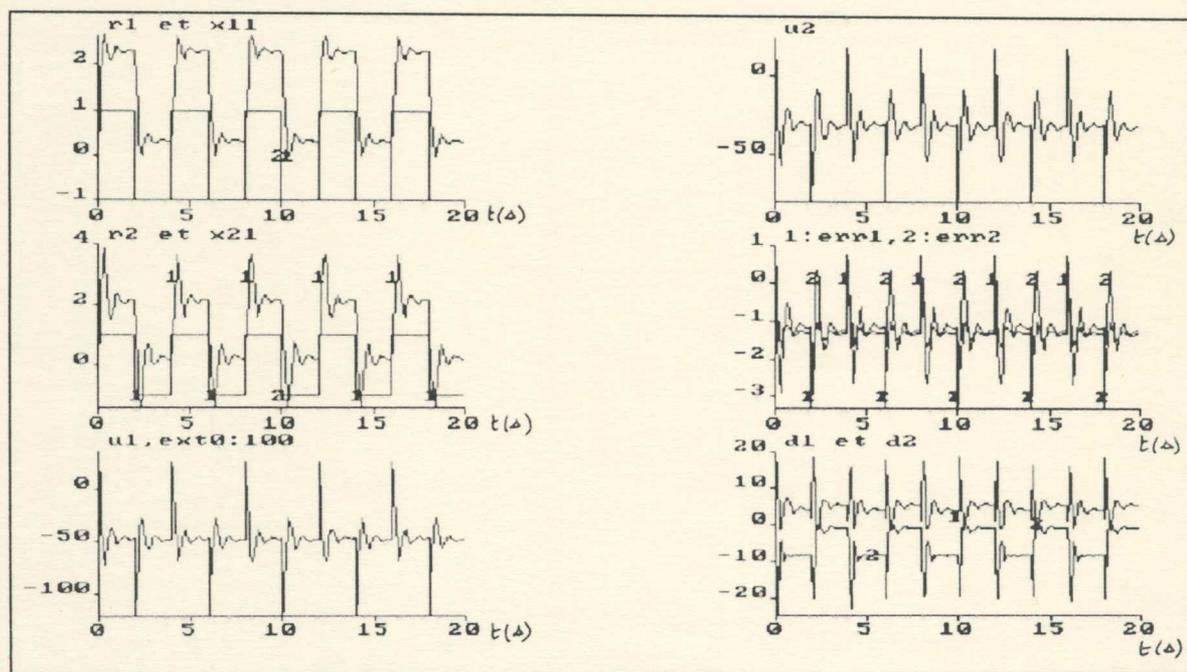


FIGURE 3-2

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure constante
d'amplitude $EXT0=100 \text{ rad/s}^2$

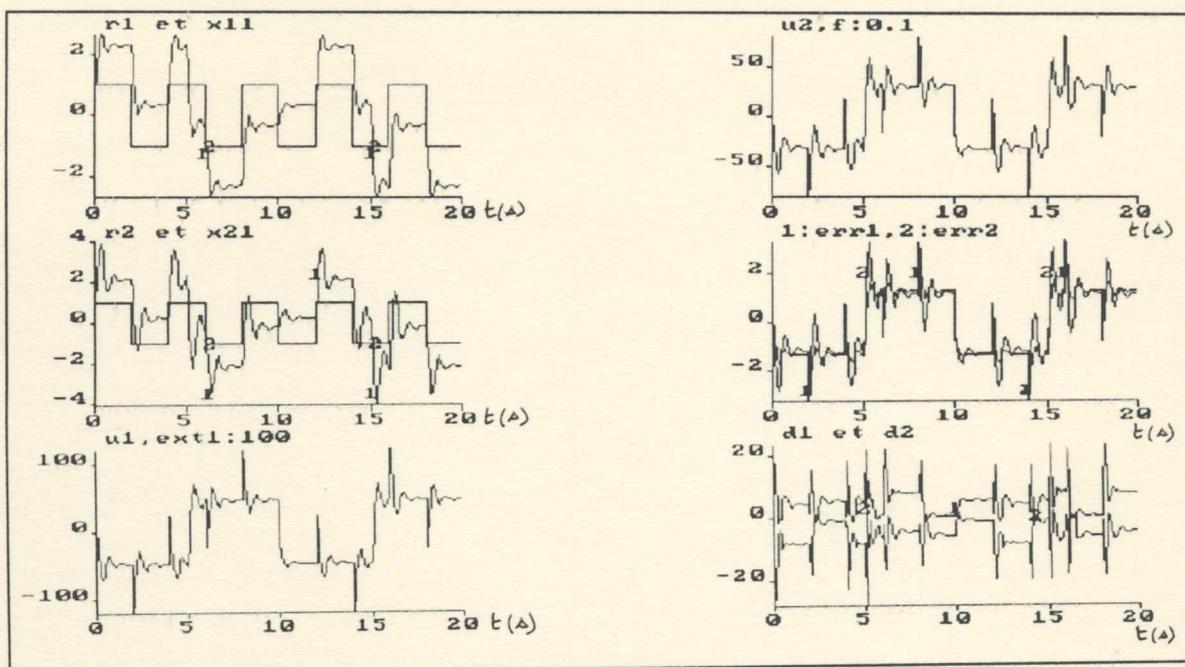


FIGURE 3-3

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=0.1\text{HZ}$

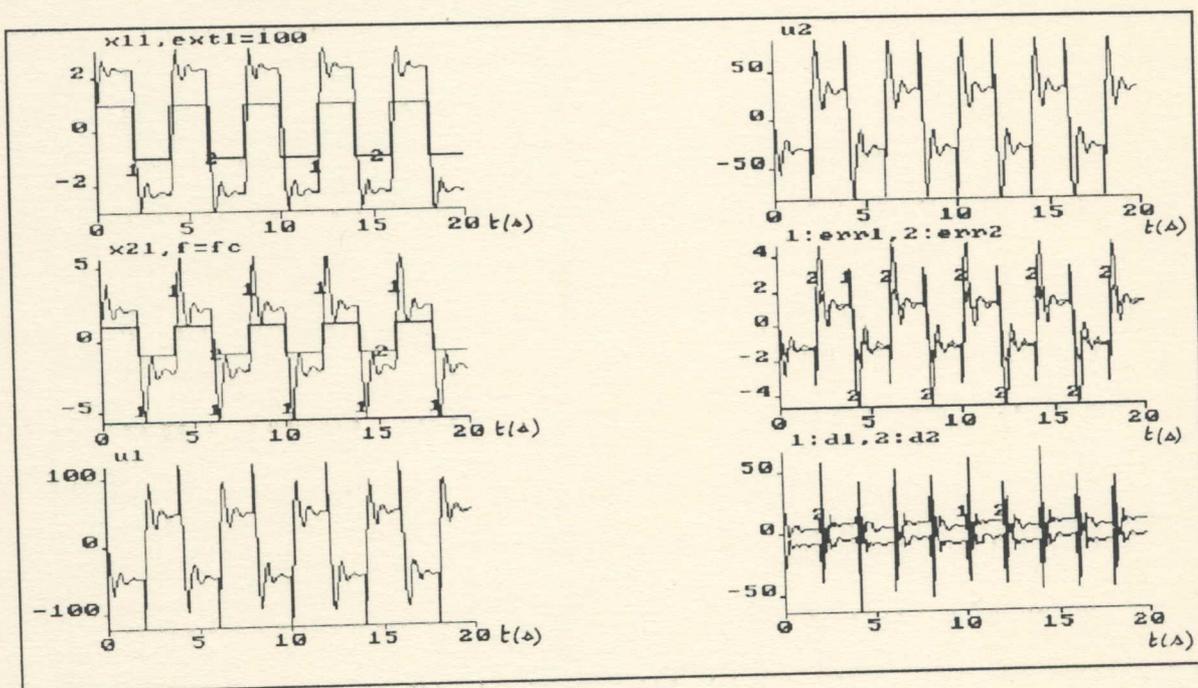


FIGURE 3-4

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=fc$

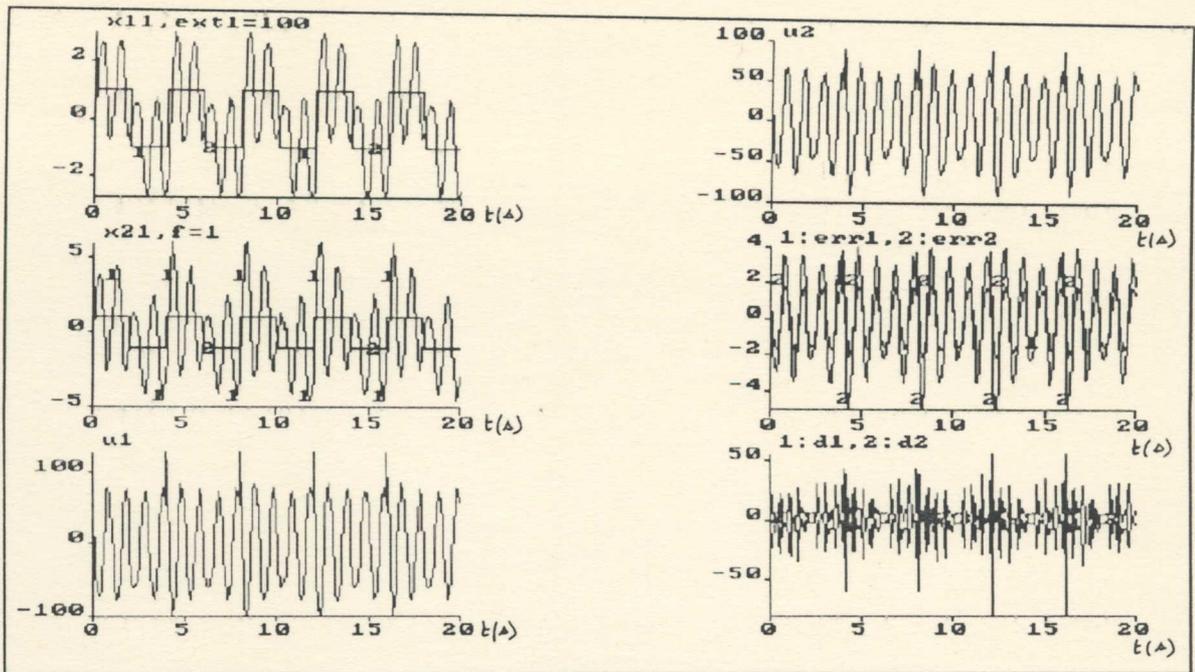


FIGURE 3-5

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT_1=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=1\text{Hz}$

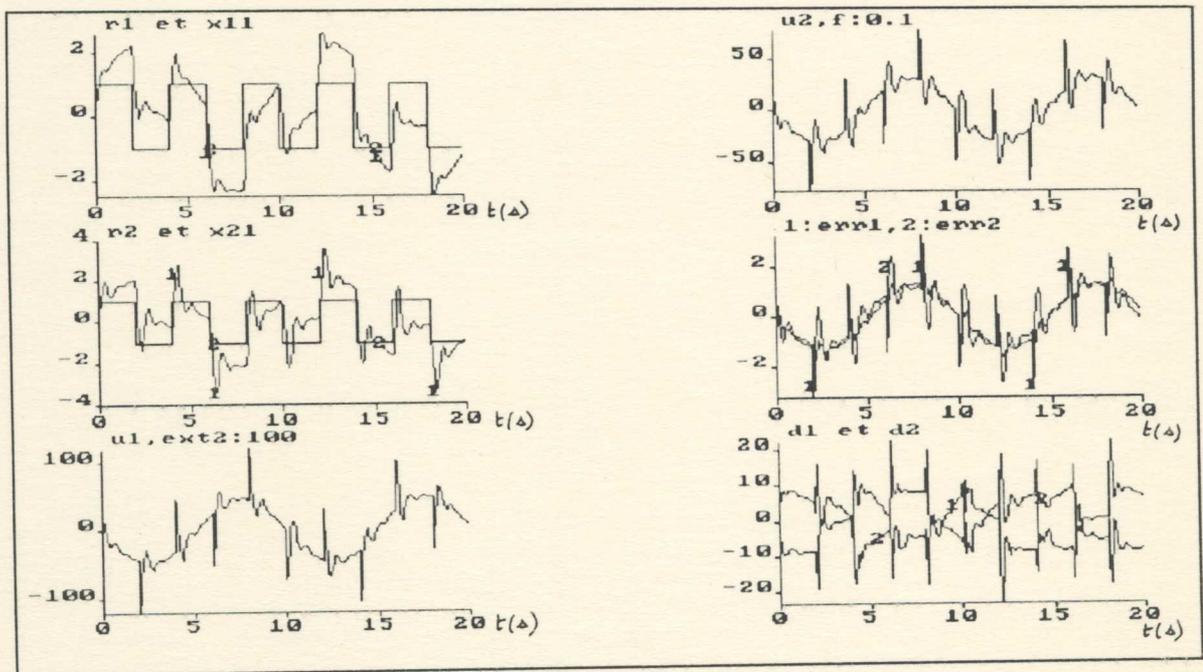


FIGURE 3-6

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT_2=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=0.1\text{Hz}$

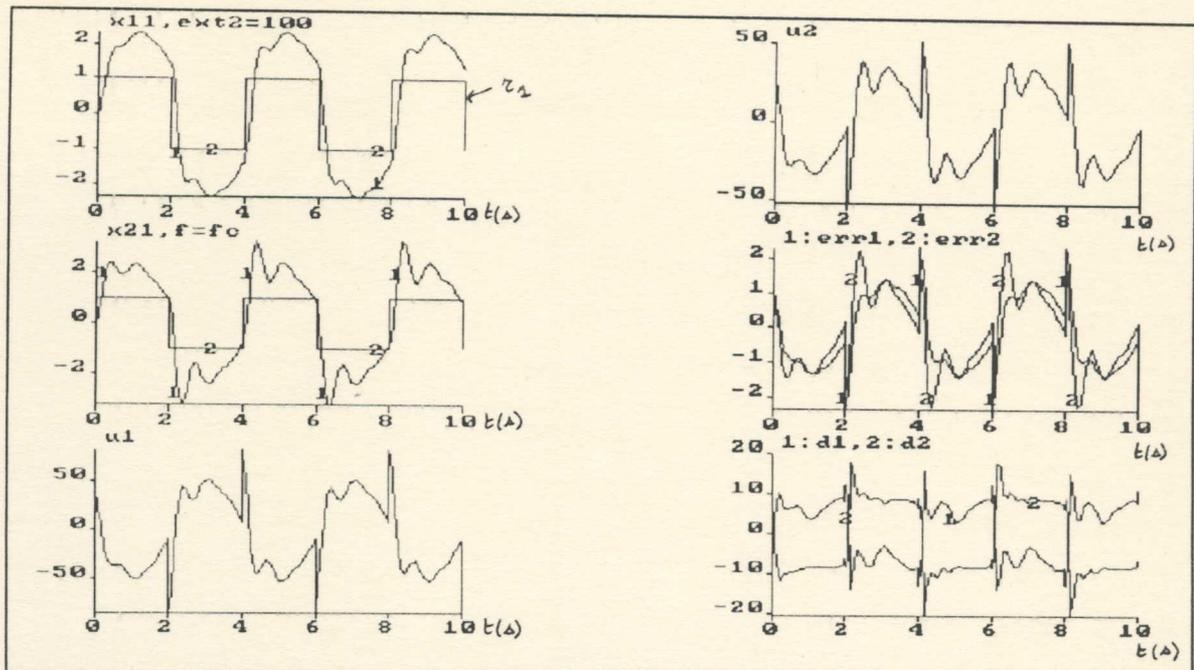


FIGURE 3-7

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=f_c$

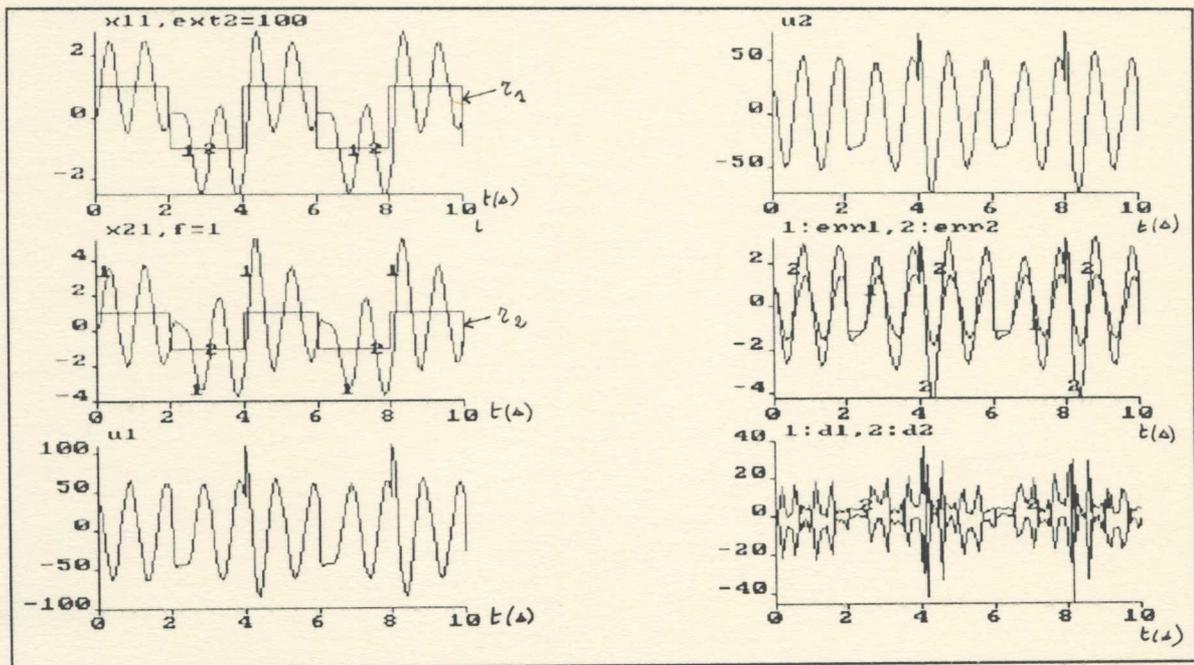


FIGURE 3-8

Commande par retour de sortie avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ et de fréquence $f=1\text{Hz}$

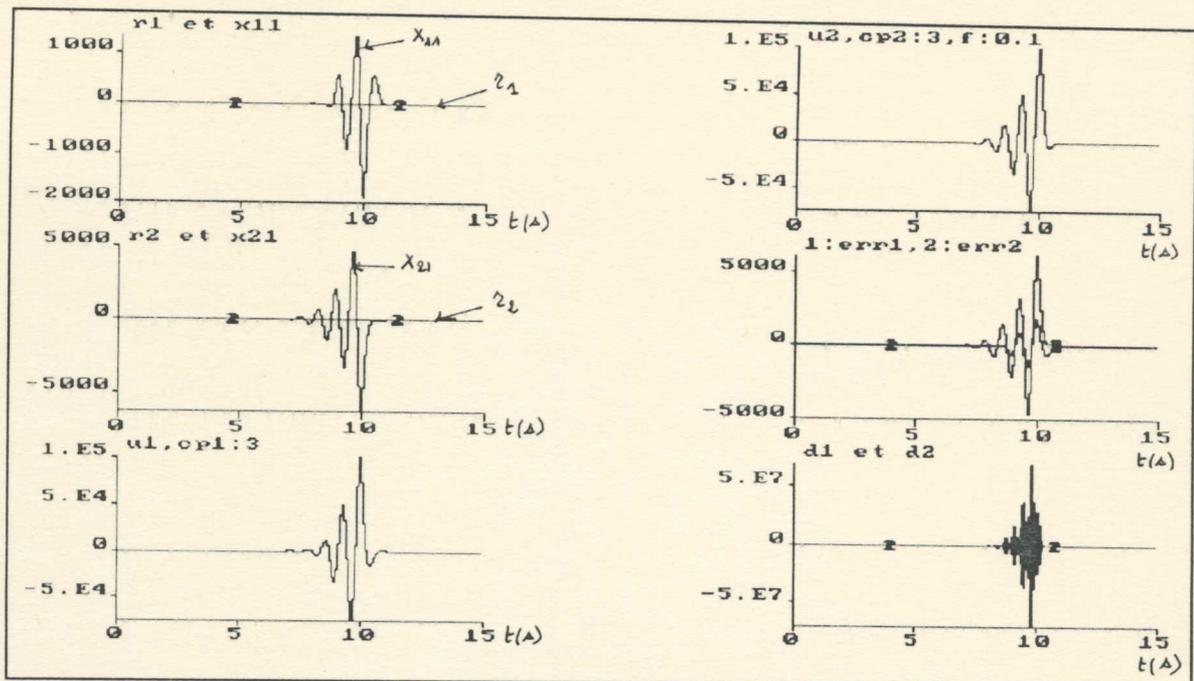


FIGURE 3-9

Commande par retour de sortie avec variation rapide sur les frictions
 d'amplitude $cp1=3Nms$ sur bras 1 et $cp2=3Nms$ sur bras 2 avec $f=0.1Hz$

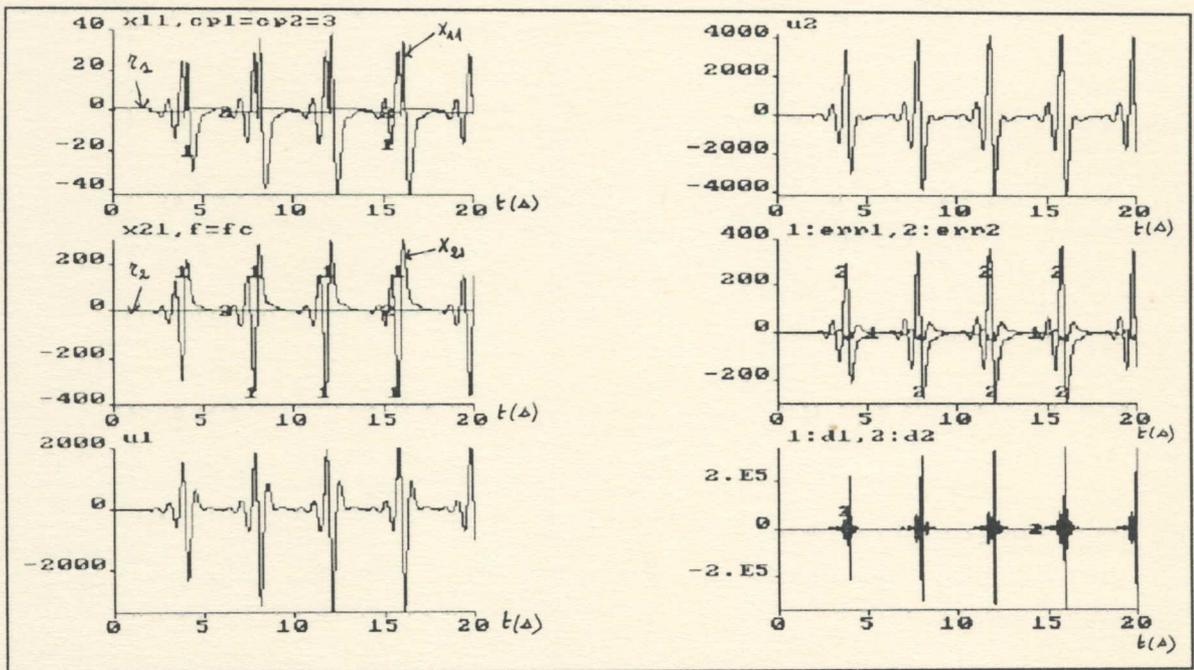


FIGURE 3-10

Commande par retour de sortie avec variation rapide sur la friction des joints
 d'amplitude $CP1=3Nms$ sur bras 1 et $CP2=3Nms$ sur bras 2 avec $f=fc$

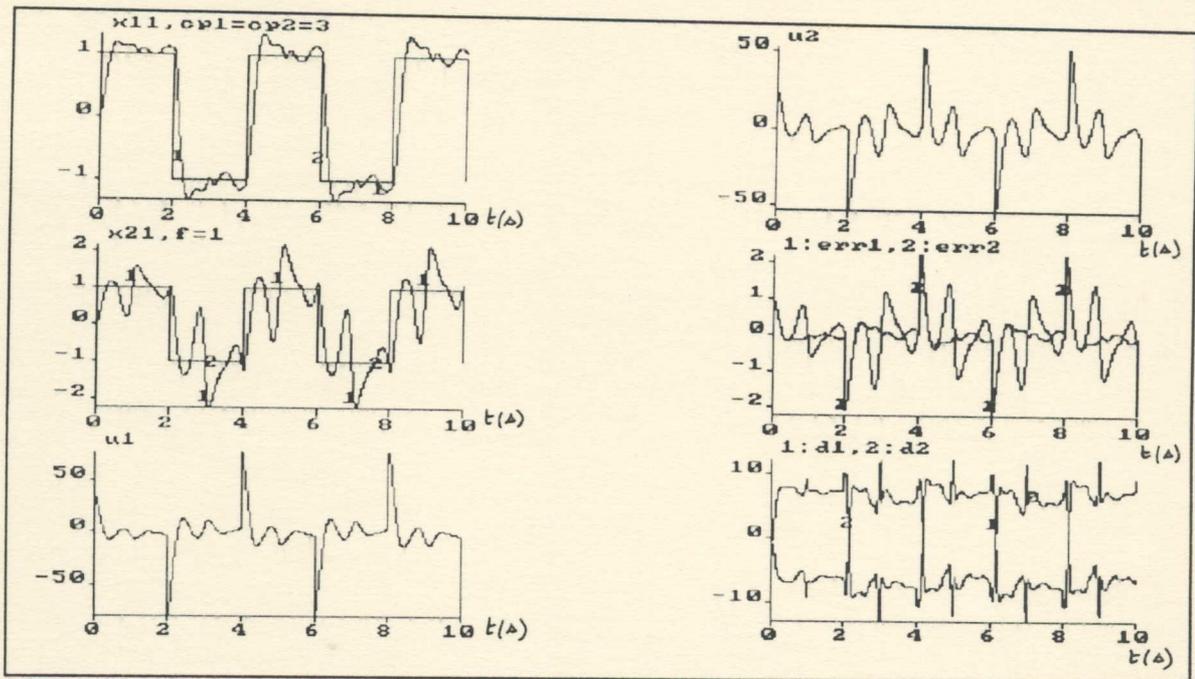


FIGURE 3-11

Commande par retour de sortie avec variation rapide sur la friction des joints
d'amplitude $CP1=3\text{Nms}$ sur bras 1 et $CP2=3\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

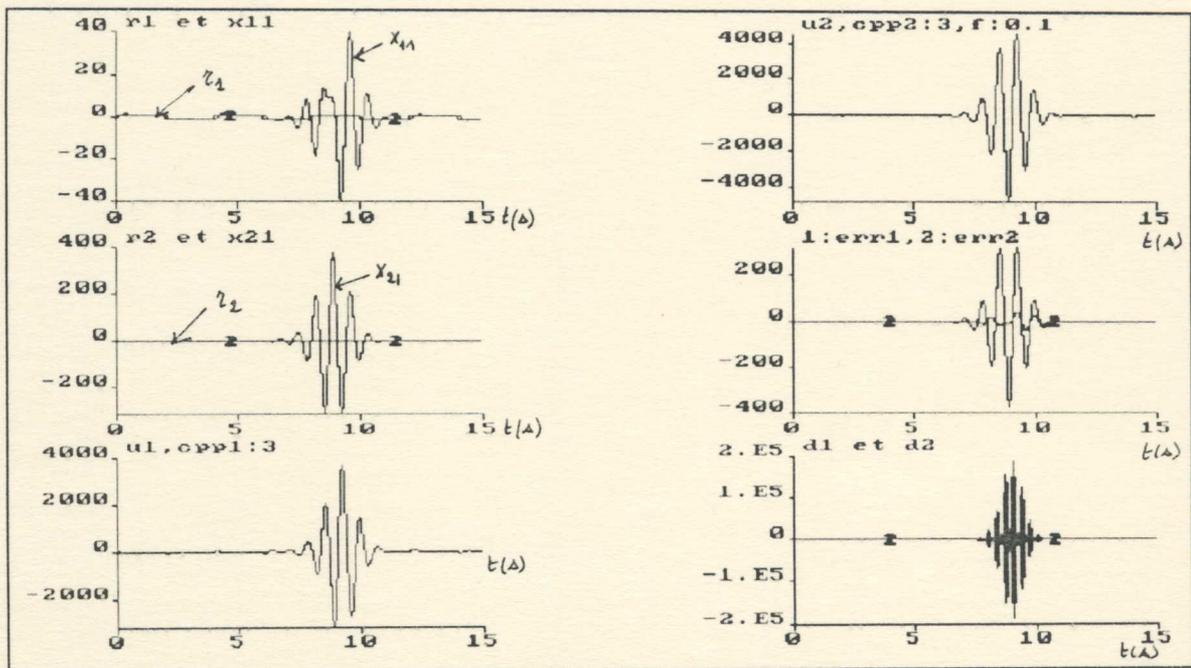


FIGURE 3-12

Commande par retour de sortie avec variation lente sur les frictions
d'amplitude $cpp1=3\text{Nms}$ sur bras 1 et $cpp2=3\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

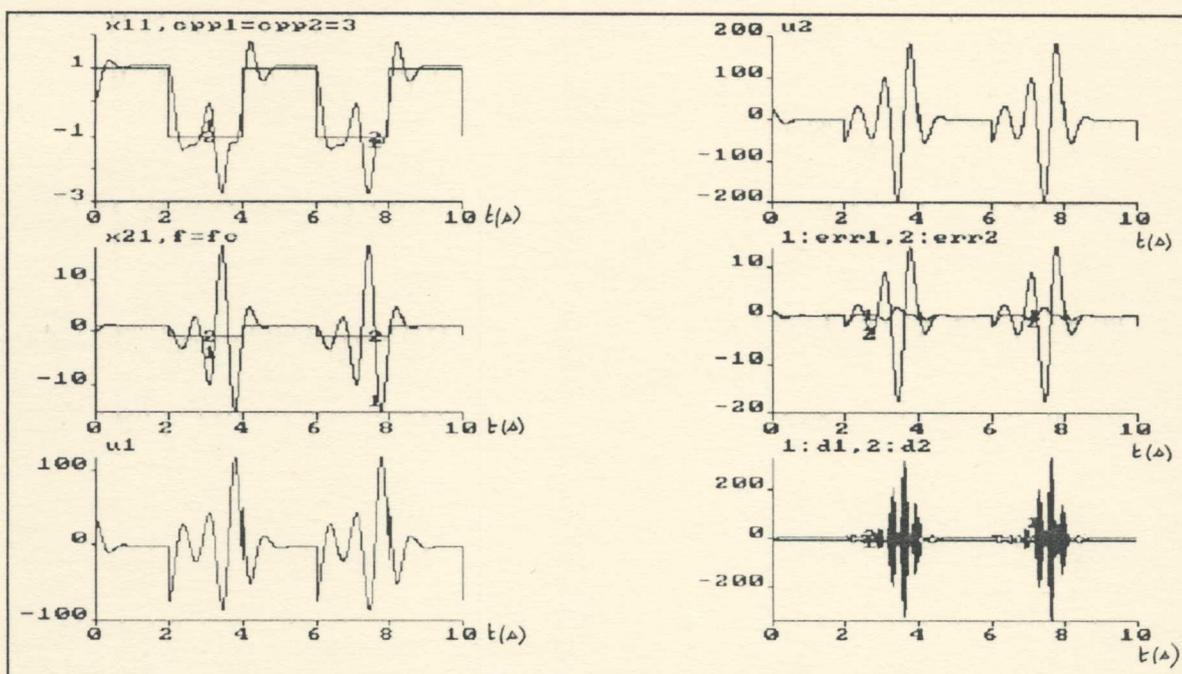


FIGURE 3-13

Commande par retour de sortie avec variation lente sur la friction des joints
d'amplitude CPP1=3Nms sur bras 1 et CPP2=3Nms sur bras 2 avec $f=fc$

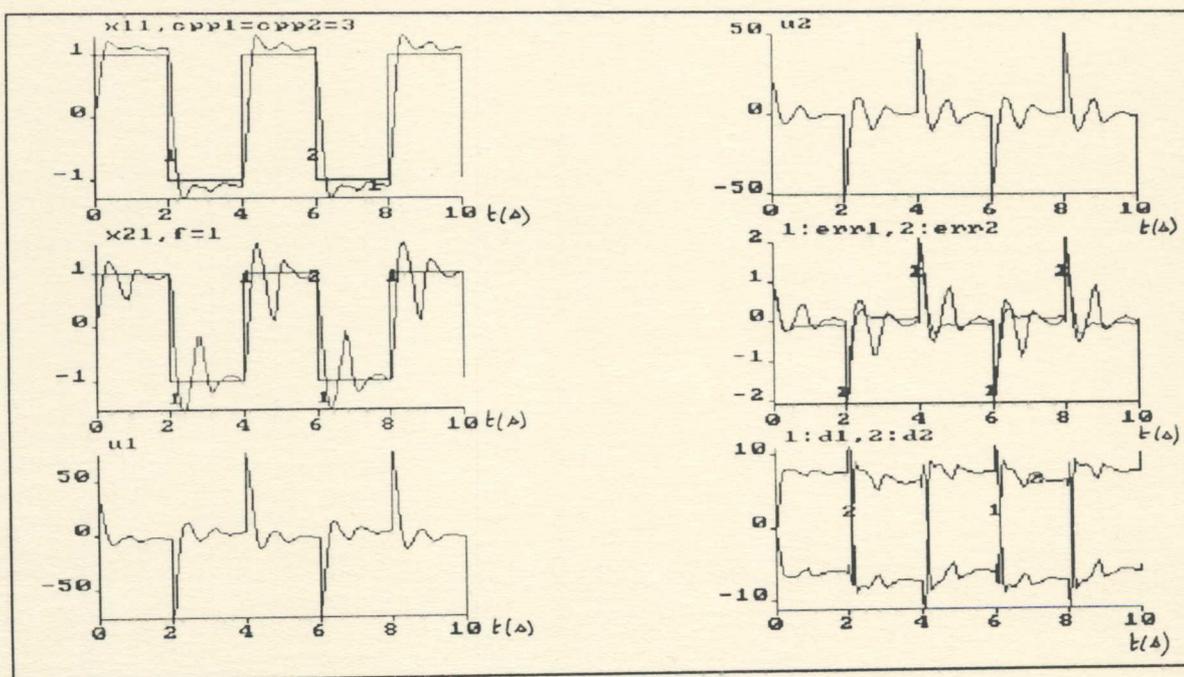


FIGURE 3-14

Commande par retour de sortie avec variation lente sur la friction des joints
d'amplitude CPP1=3Nms sur bras 1 et CPP2=3Nms sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

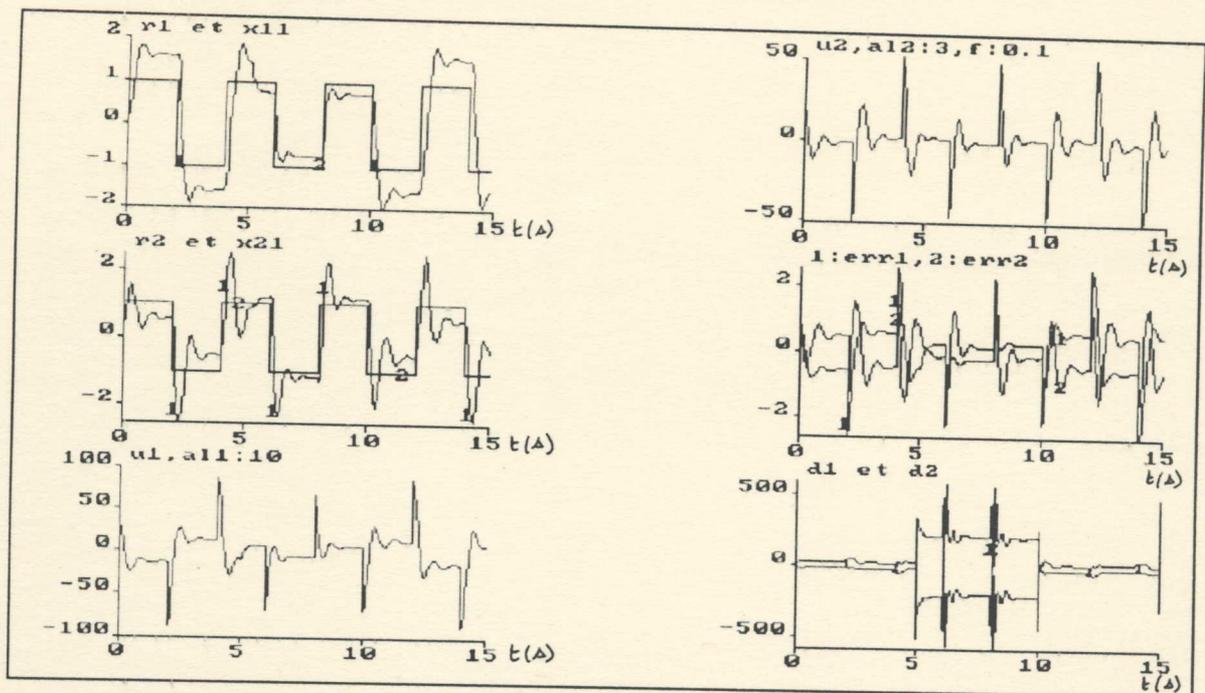


FIGURE 3-15

Comande par retour de sortie avec variation rapide de la masse
d'amplitude $a_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a_{12}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

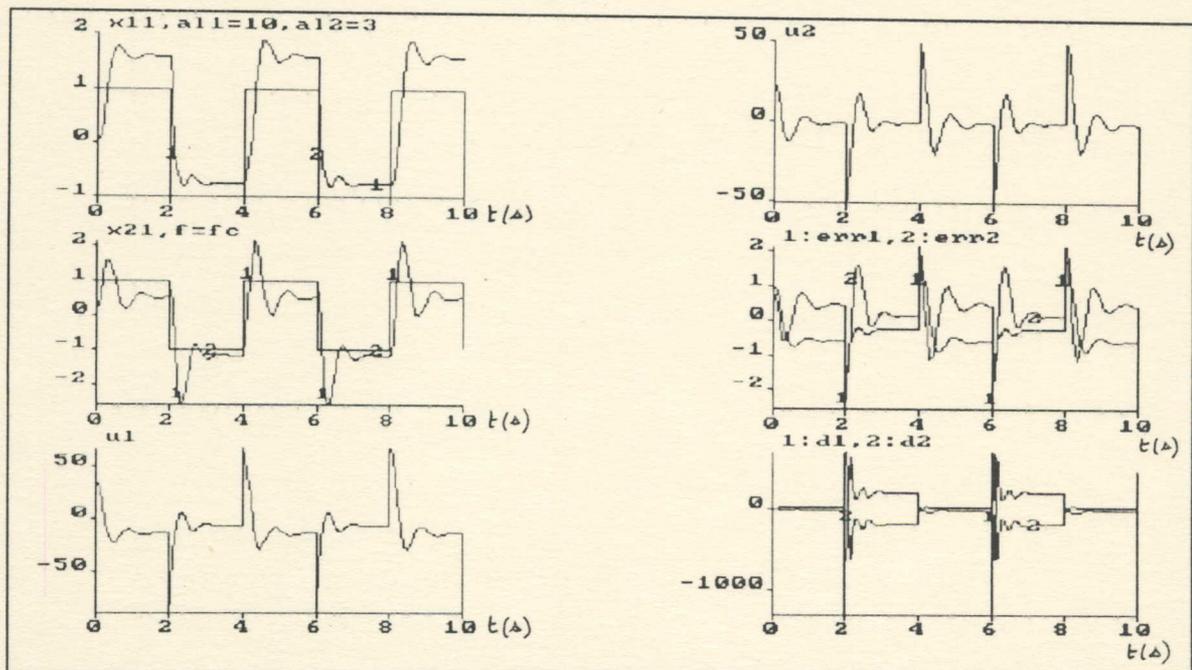


FIGURE 3-16

Comande par retour de sortie avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $AL_1=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_2=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

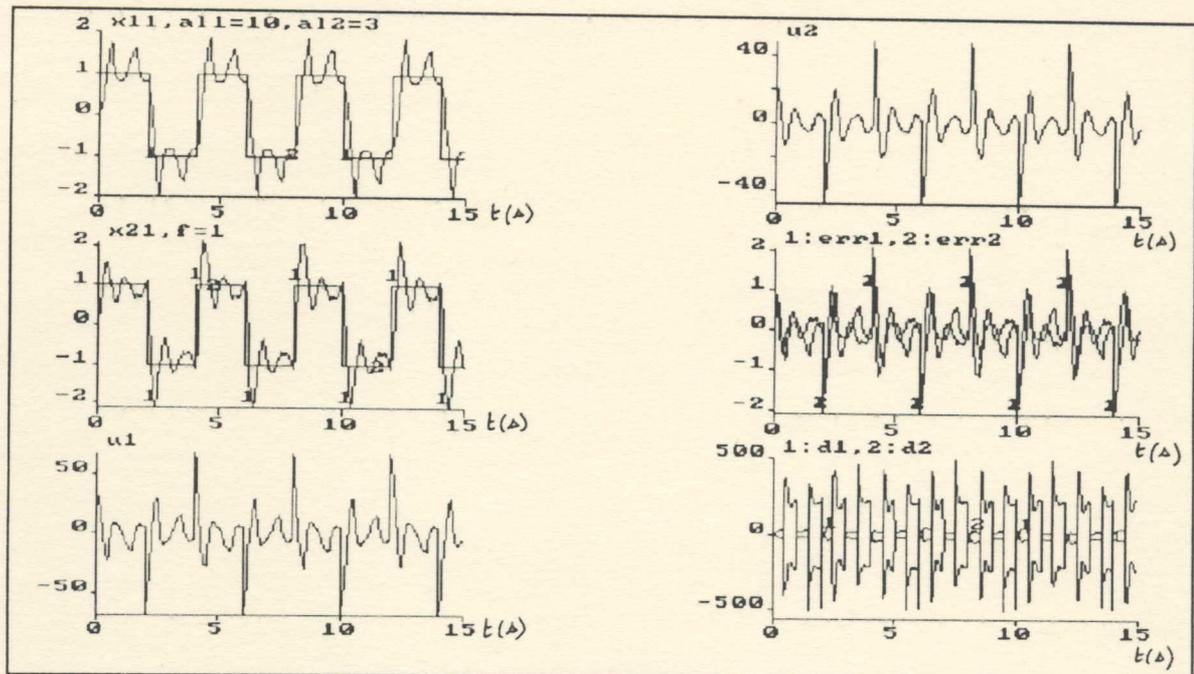


FIGURE 3-17

Commande par retour de sortie avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $AL1=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL2=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

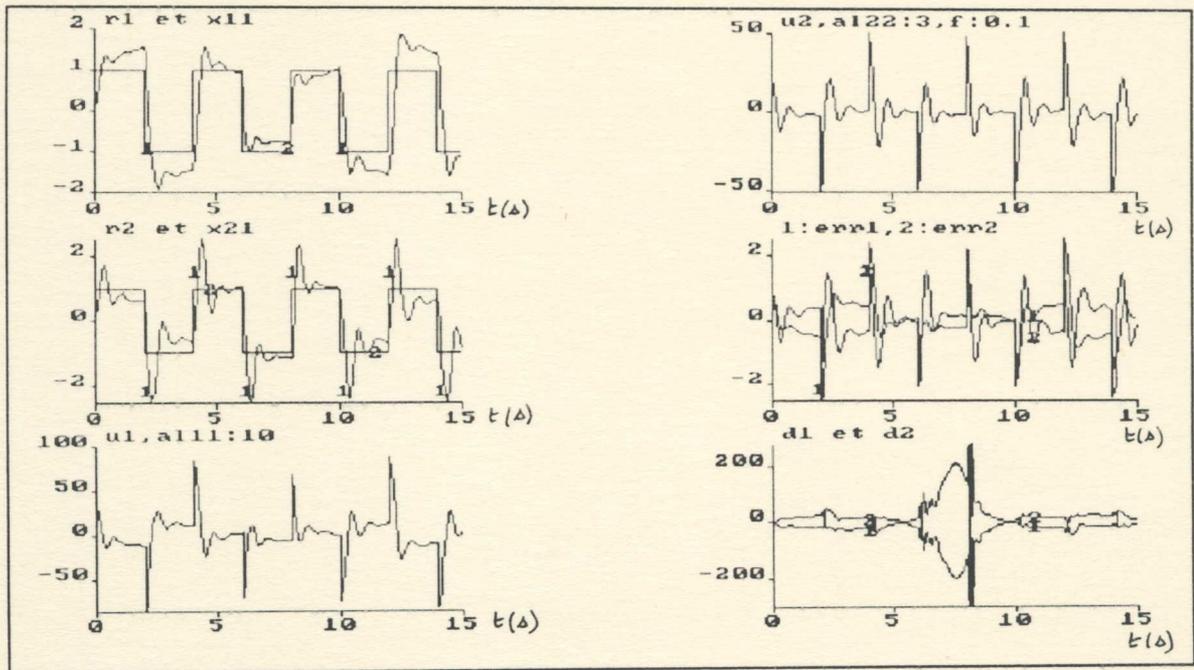


FIGURE 3-18

Commande par retour de sortie avec variation lente de la masse
d'amplitude $a111=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a122=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

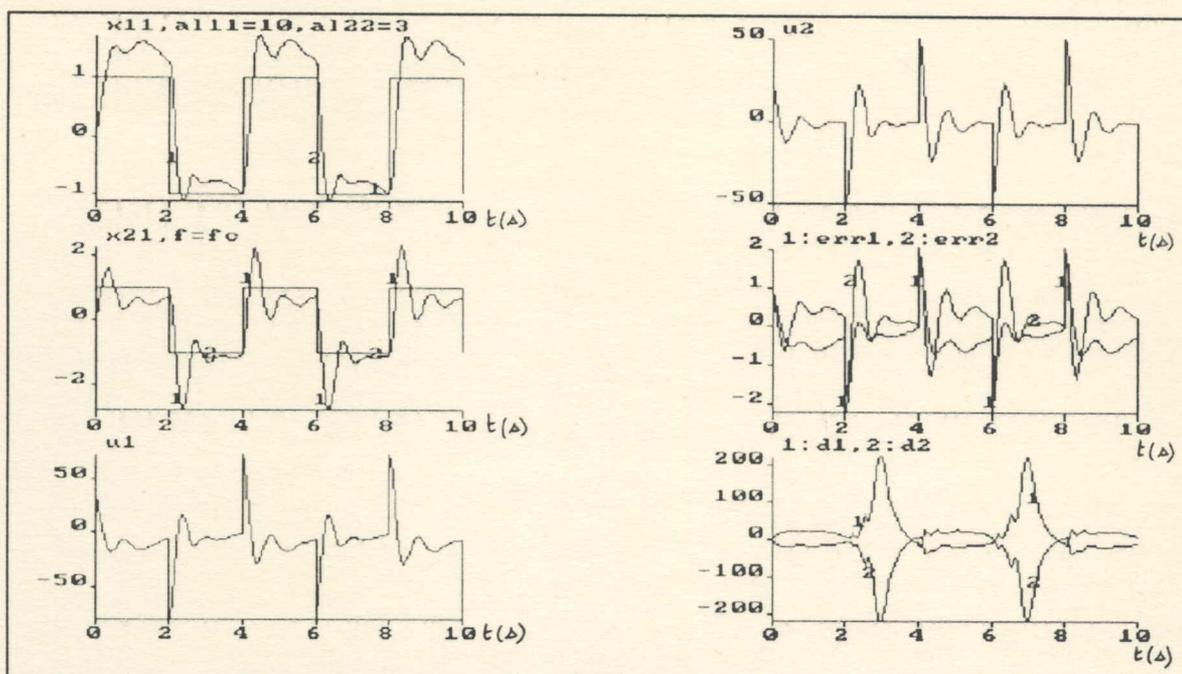


FIGURE 3-19

Commande par retour de sortie avec variation lente sur la masse
d'amplitude $AL_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_{22}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

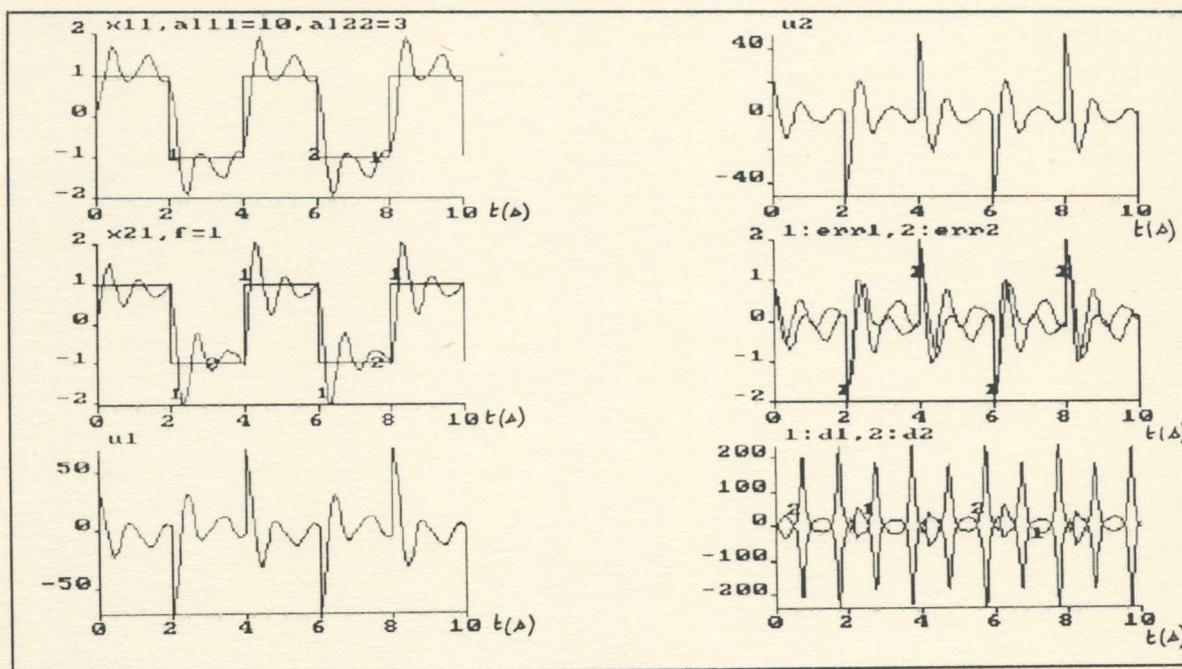


FIGURE 3-20

Commande par retour de sortie avec variation lente sur la masse
d'amplitude $AL_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_{22}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

2-5) Commande avec modèle de référence linéaire : LMFC

[43], [59], [60], [62], [63]

2-5-1) Détermination de la commande : LMFC

Soient toujours les équations d'états (2-1) et (2-2) qui représentent notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté.

Dû à la forme canonique obtenue pour chaque de degré de liberté de notre bras manipulateur, le modèle de référence linéaire choisi [60] est défini par :

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_m r \quad (5-1)$$

où : $X_m = [X_{m11} \ X_{m12} \ X_{m21} \ X_{m22}]^T$, est le vecteur d'état de notre modèle de référence correspondant aux positions et vitesses désirées.

$$A_m = \text{diag}[A_{m1} : A_{m2}] \quad \text{et} \quad B_m = \text{diag}[B_{m1} : B_{m2}]$$

avec:

$$A_{m1} = A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{m1} & -a_{m2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_{m1} = B_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

Chaque degré de liberté de ce modèle (qui est du second ordre) a ses valeurs propres localisées en : $\lambda = -\lambda_1, -\lambda_2$ pour un choix judicieux de a_{m1} et a_{m2} .

Pour un amortissement critique, un mouvement coordonné pour chaque bras et un temps de réponse choisi t_s [59], nous avons alors :

$$a_{m1} = \lambda_1 \lambda_2, \quad a_{m2} = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \text{où } \lambda_i \approx 4/t_s, \quad i = 1, 2.$$

Pour un temps de réponse égal à 1s, on aura :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 4 \quad \Rightarrow \quad a_{m1} = 16 \quad \text{et} \quad a_{m2} = 8$$

D'où :

$$A_{m1} = A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_{m1} = B_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$$

Avec les paramètres définies ci-dessus, le modèle de référence défini par l'équation (5-1), assure un temps de réponse égal à 1s [59] .

On définit alors une nouvelle variable d'état, l'erreur X_e , comme suit:

$$X_e = X_m - X \quad (5-2)$$

D'où :

$$X_e' = X_m' - X'$$

En remplaçant les expressions de X_m' et X' données par les équations (5-1), (2-1) et après réarrangement des termes, on aboutit alors à une nouvelle expression de X_e' , soit :

$$X_e' = A_m X_e + (A_m - A) X + B_r r - B U - d \quad (5-3)$$

Puis, on choisit une commande classique "linéaire" donnée par la figure-6 et définie [43], [59], [60], [62], [63], par l'équation suivante:

$$U = K X + K_r r \quad (5-4)$$

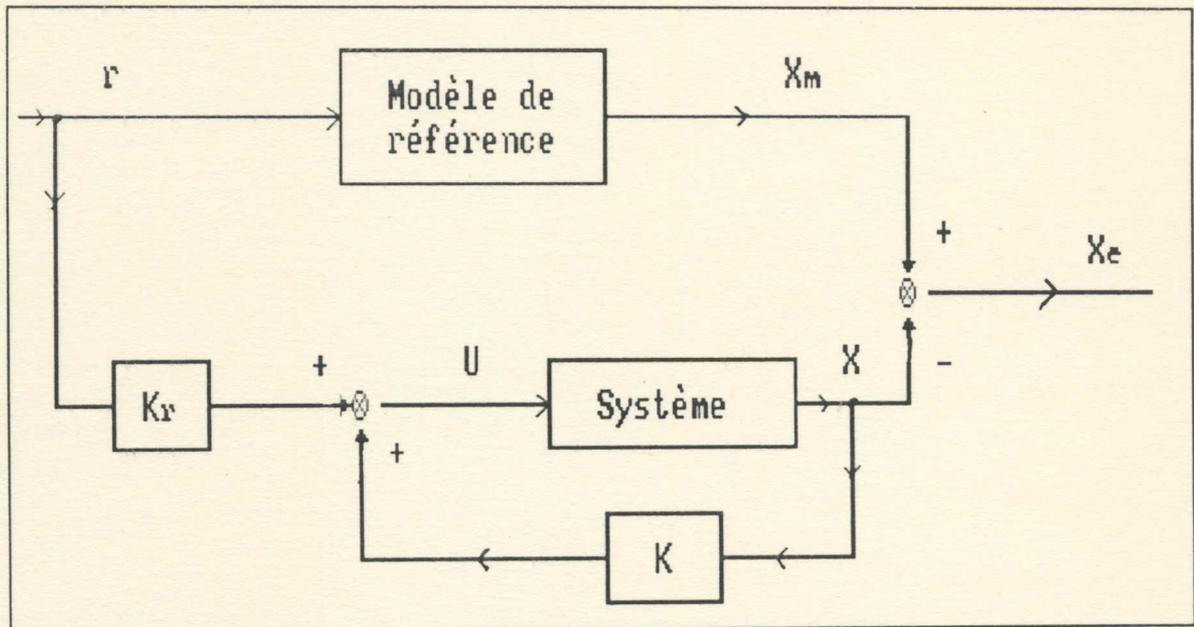


Figure 6

Commande avec modèle de référence (LMFC)

L'équation (5-3) s'écrira donc sous la forme suivante:

$$X'_c = A_m X_c + (A_m - A - B K) X + (B_m - B K_r) r - d \quad (5-5)$$

Alors, en supposant que le terme de la non linéarité $d(t)$ est nul, le système défini par la nouvelle équation d'état (5-5) est asymptotiquement stable si:

$$\begin{cases} K = B^\dagger (A_m - A) & (5-6) \\ K_r = B^\dagger B_m & (5-7) \end{cases}$$

avec : $B^\dagger = (B^T B)^{-1} B^T =$ pseudo-inverse gauche de B .

D'un autre côté, pour avoir une meilleure poursuite du modèle de référence, notre système doit vérifier les conditions d'Erzberger [25], soient :

$$\begin{cases} (I_4 - B B^\dagger) (A_m - A) = 0 & (5-8) \\ (I_4 - B B^\dagger) B_m = 0 & (5-9) \end{cases}$$

On en déduit que K et K_r sont **uniques** et sont égales à:

$$K = \begin{bmatrix} 5,8356 & -0,4245 & 1,5575 & 0,7811 \\ 2,5000 & 1,2500 & 2,5000 & 0,2109 \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

$$K_r = \begin{bmatrix} 5,8356 & 1,5575 \\ 2,5000 & 2,5000 \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

$$\text{avec } B^\dagger = \begin{bmatrix} 0 & 0,3647 & 0 & 0,0973 \\ 0 & 0,1563 & 0 & 0,1563 \end{bmatrix} \quad (5-12)$$

2-5-2) Simulation et interpretation:

Pour simuler la réponse de notre système à la commande LMFC, le signal de référence $r(t)$ choisi, est le même que pour les commandes déjà vues, soit un signal carré d'amplitude ± 1 rad et de fréquence $f=0.25\text{Hz}$. Cependant, il ne faut pas oublier que pour ce type de commande, la sortie du système (soit la position de chaque bras) est sensée suivre l'état (x_{m11} et x_{m21}) du modèle de référence choisi et non pas le signal de référence $r(t)$.

* La figure 4-1 : On applique une commande avec modèle de référence linéaire sans aucune perturbation extérieure ou interne. Le signal de sortie suit très bien le modèle de référence (X_{m11} et X_{m21}) sauf qu'on a toujours un dépassement positif (ou négatif) qui caractérise l'effet de la non-linéarité du système qui n'a pas été introduite dans le calcul de la commande. D'un autre côté, on remarque que la commande nécessaire est moins importante que celles déjà utilisées dans les trois commandes précédentes.

* La figure 4-2 : On applique aux deux bras, une perturbation extérieure constante, d'amplitude $\text{EXT0}=100 \text{ rad/s}^2$. La simulation du système, nous fournit un signal de sortie qui suit le modèle de référence mais avec un grand écart d'amplitude (une erreur de 4 à 8 radian).

* Les figures (4-3), (4-4) et (4-5): présentent le cas d'une perturbation extérieure rapide d'amplitude $\text{ext1}=100\text{rad/s}^2$ et de fréquence, respectivement égale à 0.1Hz, à 0.25Hz et à 1Hz. Les performances de la commandes sont plus dégradantes. Le signal de sortie ne suit plus le modèle de référence.

* Les figures (4-6), (4-7) et (4-8): présentent le cas d'une perturbation extérieure lente d'amplitude $\text{ext2}=100\text{rad/s}^2$ et de fréquence, respectivement égale à 0.1Hz, à 0.25Hz et à 1Hz. Bien qu'il s'agit de perturbations faibles, les performance de la commande restent toujours très faibles.

* Les figures (4-9) à (4-14): Les résultats de la simulation observées, nous emmènent à conclure que ce la commande LMFC est la moins robuste des trois autres commandes classiques déjà étudiées. Pour une variation d'amplitude de $\pm 2.5\text{Nms}$, l'instabilité du bras manipulateur est observée pour les trois cas de fréquences possibles.

* Les figures (4-15) à (4-20): présentent le comportement de notre bras manipulateur lorsqu'il est soumis à une variation rapide puis une autre lente, de la masse pour le trois cas de fréquence perturbatrice déjà définies auparavant. Cette commande reste la moins robuste des commandes classiques déjà étudiées. L'instabilité, proprement dite, n'est pas observée mais elle est remplacée par des dépassements d'amplitude très grands et irréguliers ainsi que par des oscillations dans le cas d'une fréquence perturbatrice supérieure ($f=1\text{Hz}$) à celle de la référence.

En résumé, on constate que par rapport aux trois commandes linéaires déjà étudiées, la commande LMFC entraîne notre bras manipulateur à devenir instable plus rapidement. Ceci est prévisible du fait que les matrices gains K et K_r sont **uniques**. Donc, la variation des termes présents dans les matrices paramètres A et B ou l'addition de perturbations extérieures à notre système, rend le modèle de référence choisi inadéquat.

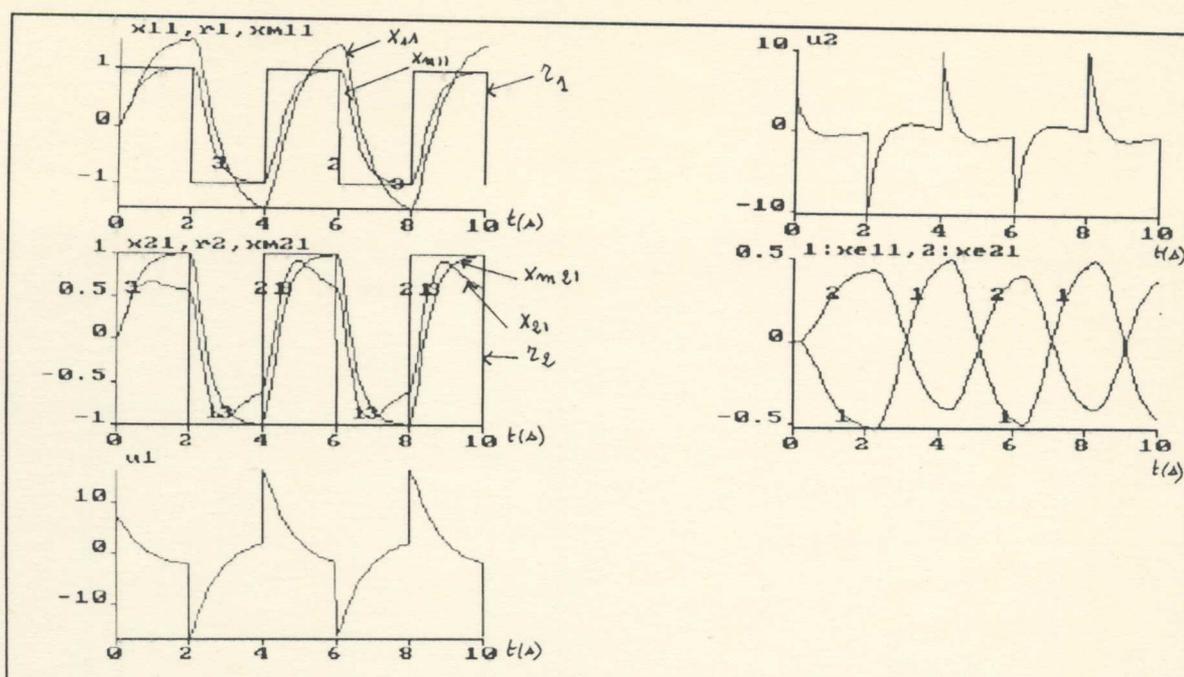


FIGURE 4-1

Commande LMFC sans perturbations extérieures

ou variation des paramètres internes

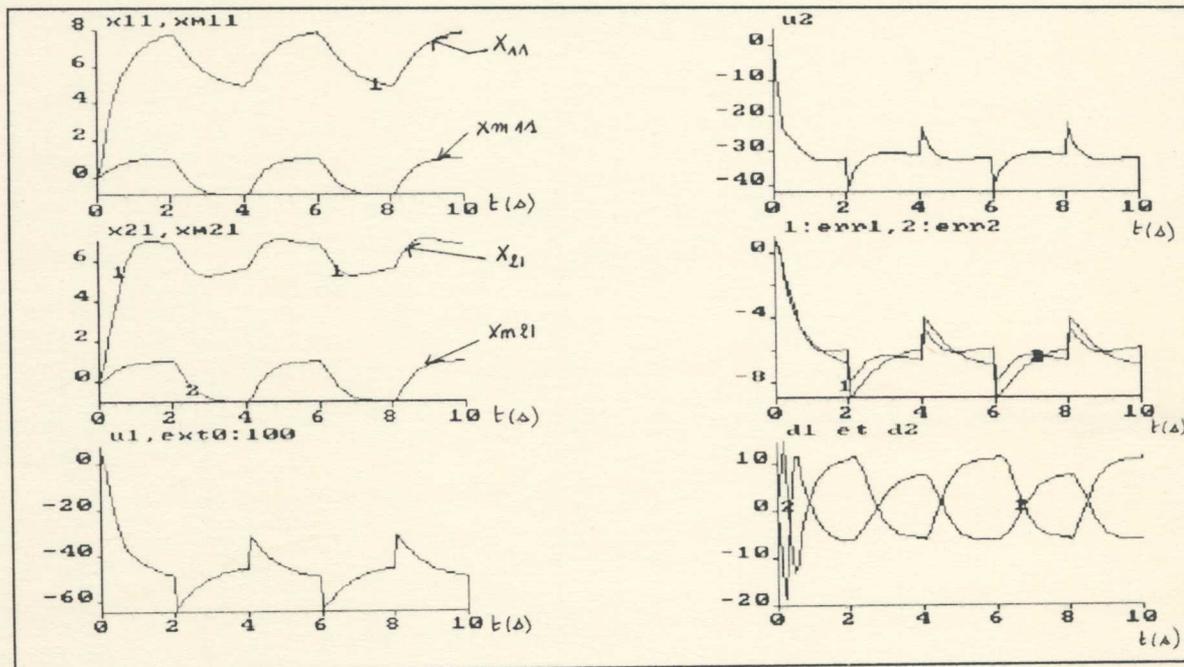


FIGURE 4-2

Commande LMFC avec perturbation extérieure constante

d'amplitude $EXT0=100 \text{ rad/s}^2$

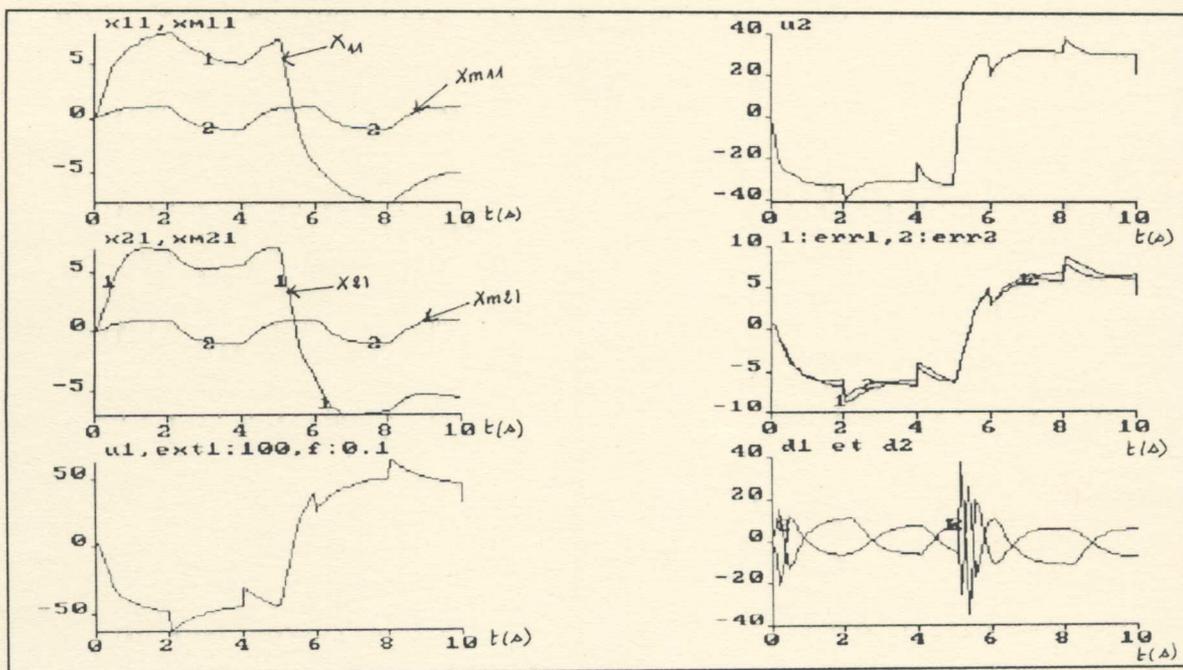


FIGURE 4-3

Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=0.1\text{Hz}$

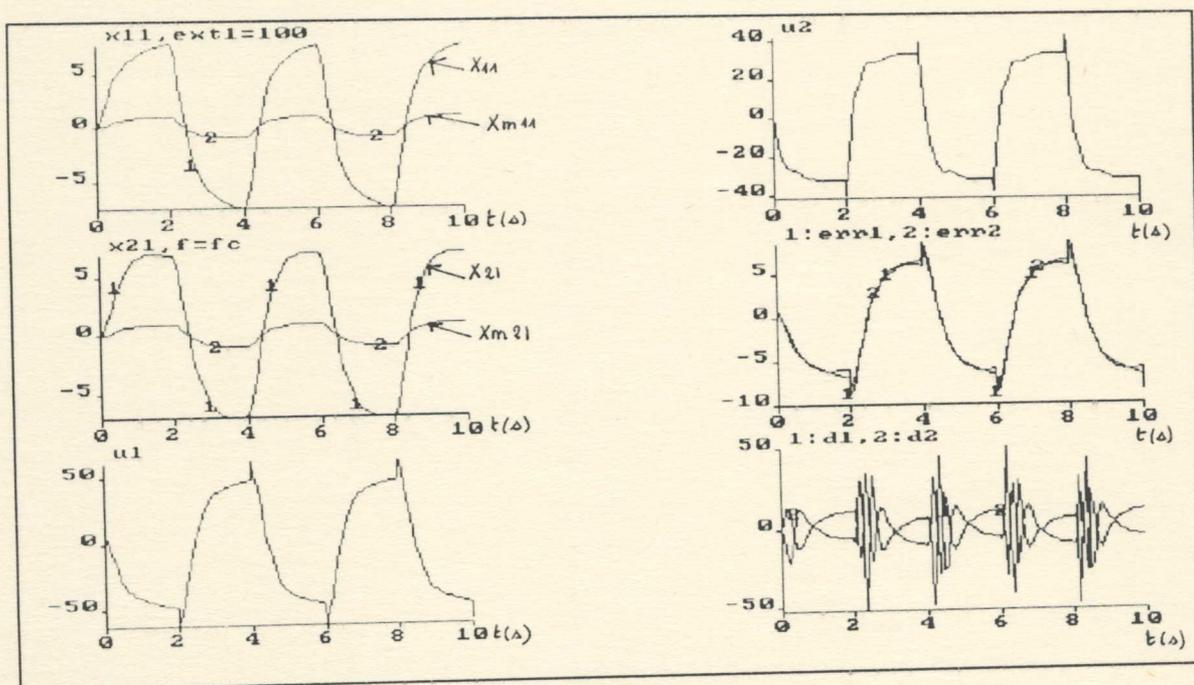


FIGURE 4-4

Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=fc$

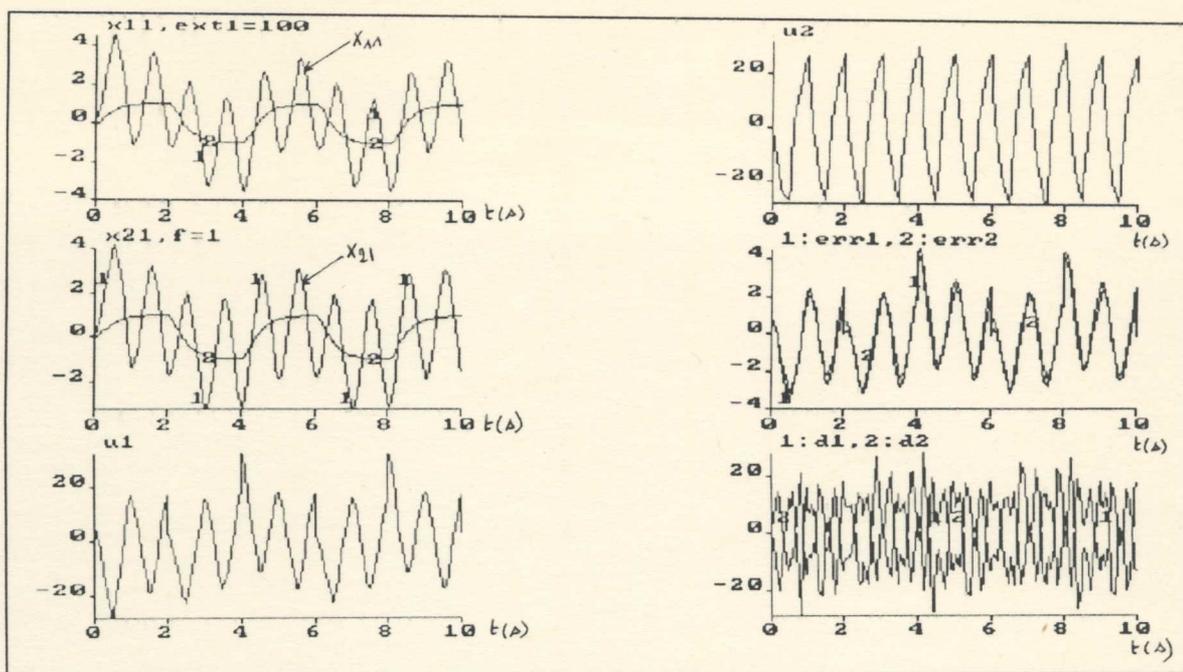


FIGURE 4-5

Commande LMFC avec perturbation extérieure rapide
d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=1\text{Hz}$

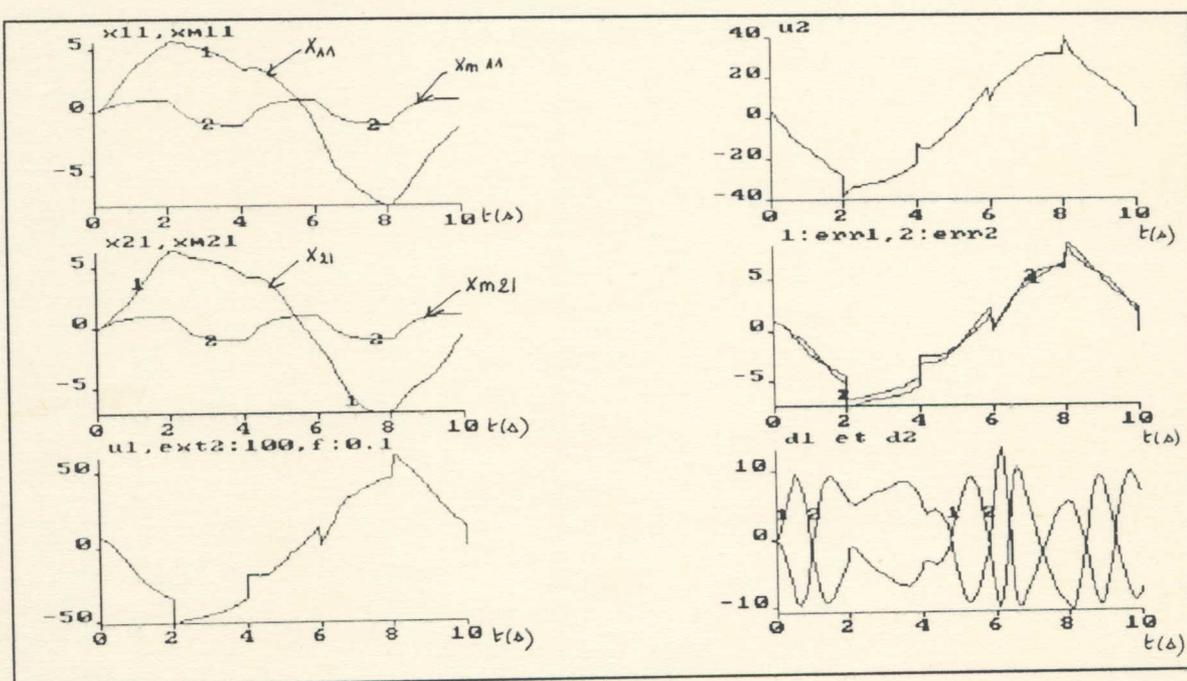


FIGURE 4-6

Commande LMFC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=0.1\text{Hz}$

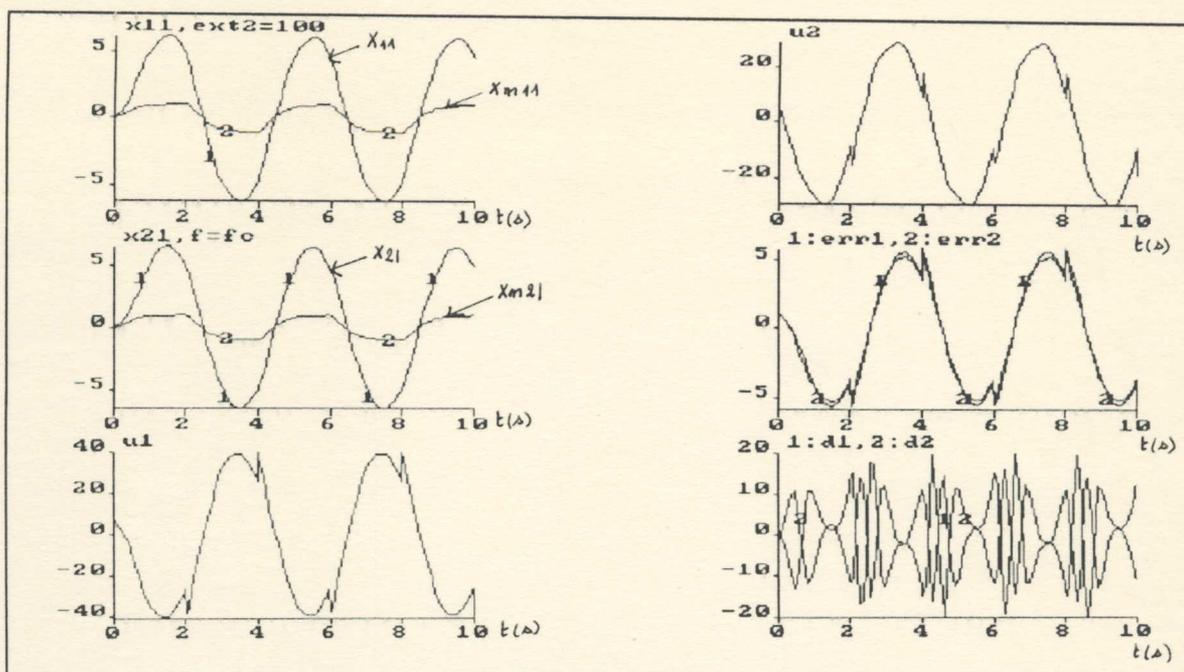


FIGURE 4-7

Commande LMFC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=f_c$

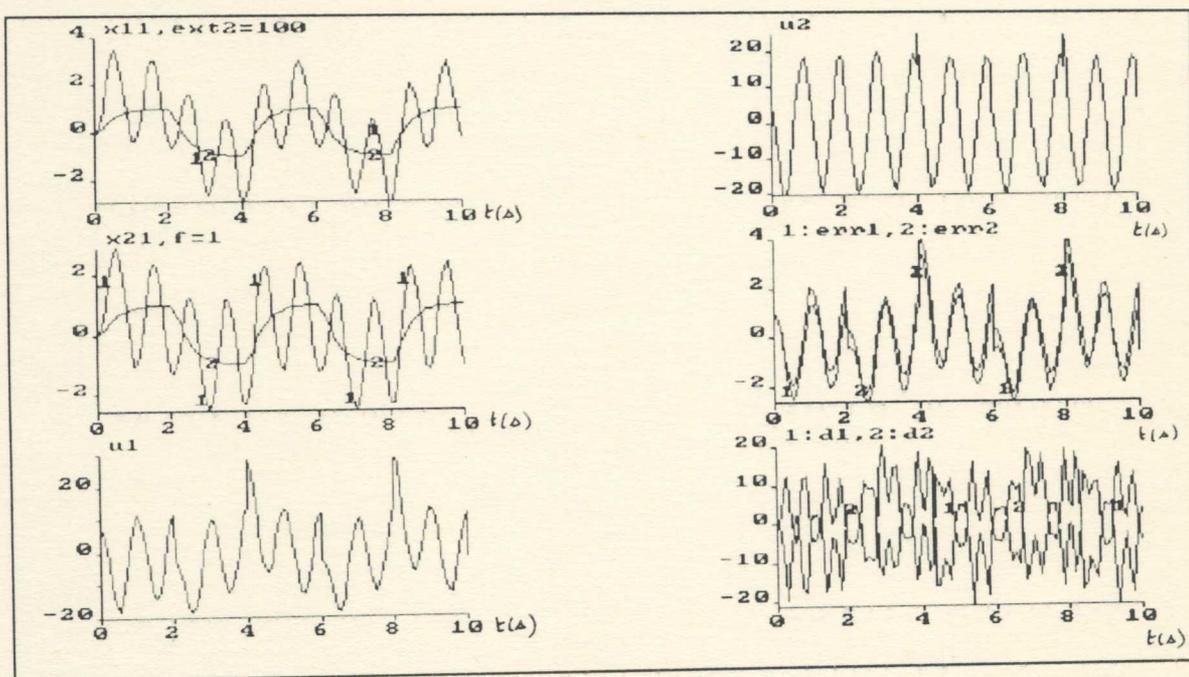


FIGURE 4-8

Commande LMFC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$ avec $f=1 \text{ Hz}$

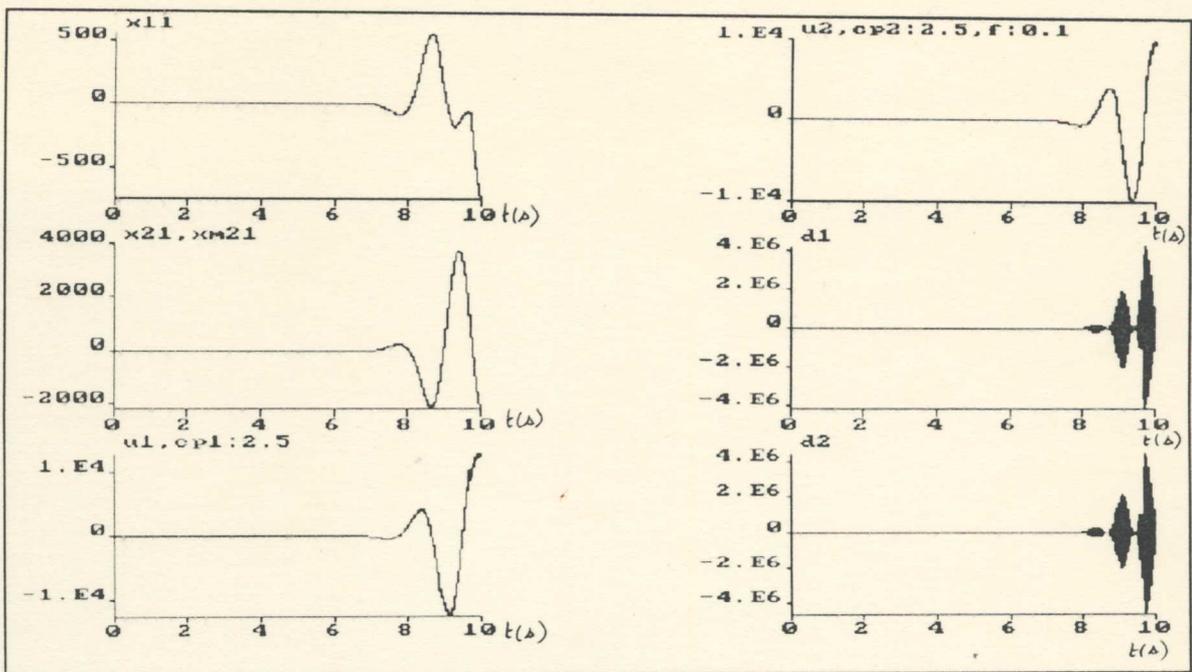


FIGURE 4-9

Commande LMFC avec variation rapide des frictions

d'amplitude $cp_1=2.5Nms$ sur bras 1 et $cp_2=2.5Nms$ sur bras 2 avec $f=0.1Hz$

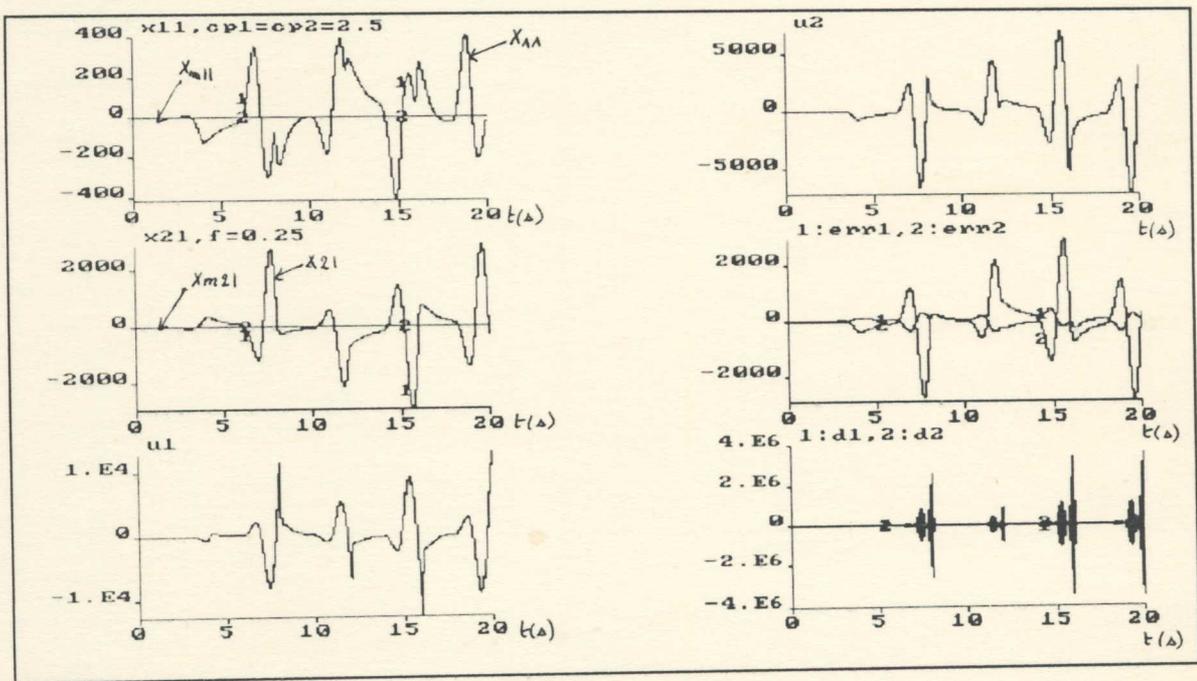


FIGURE 4-10

Commande LMFC avec variation rapide sur la friction des joints

d'amplitude $CP_1=2.5Nms$ sur bras 1 et $CP_2=2.5Nms$ sur bras 2 avec $f=fc$

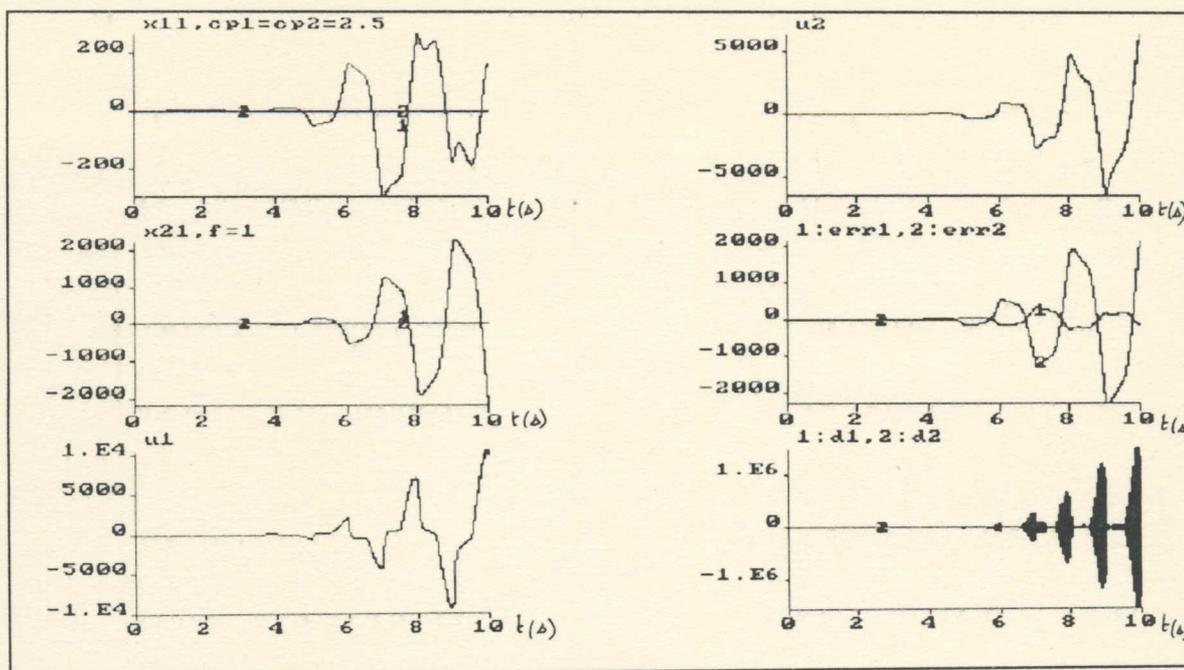


FIGURE 4-11

Commande LMFC avec variation rapide sur la friction des joints
d'amplitude $CP1=2.5$ Nms sur bras 1 et $CP2=2.5$ Nms sur bras 2 avec $f=1$ Hz

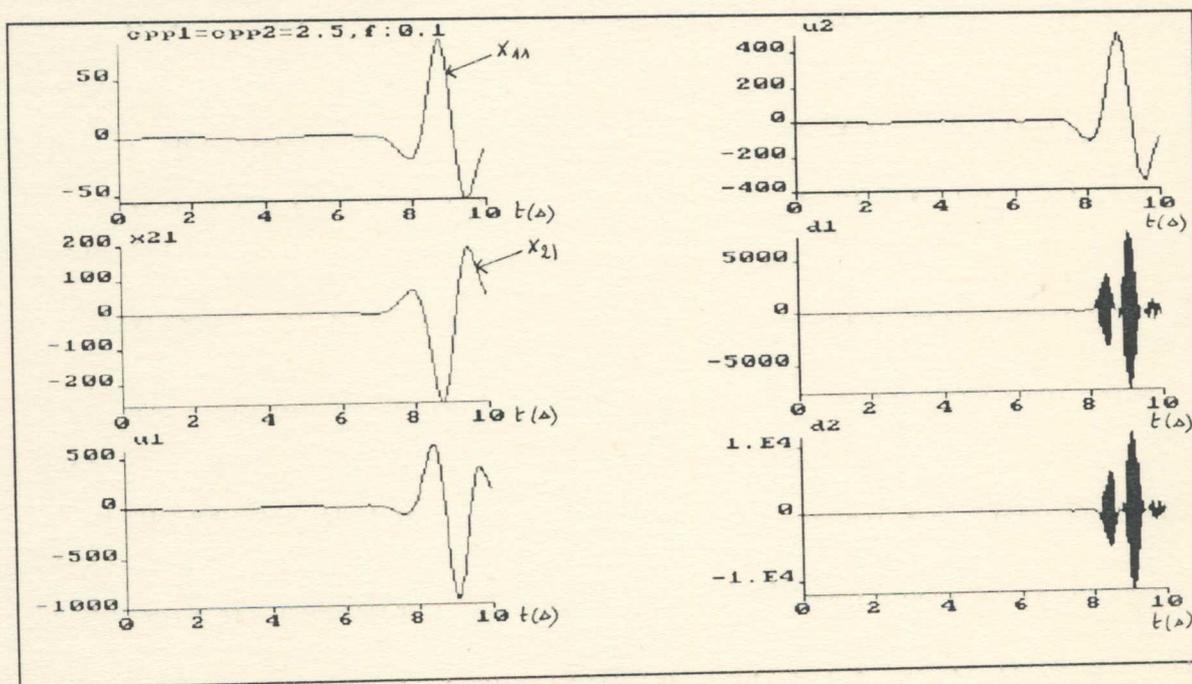


FIGURE 4-12

Commande LMFC avec variation lente des frictions
d'amplitude $c_{pp1}=2.5$ Nms sur bras 1 et $c_{pp2}=2.5$ Nms sur bras 2 avec $f=0.1$ Hz

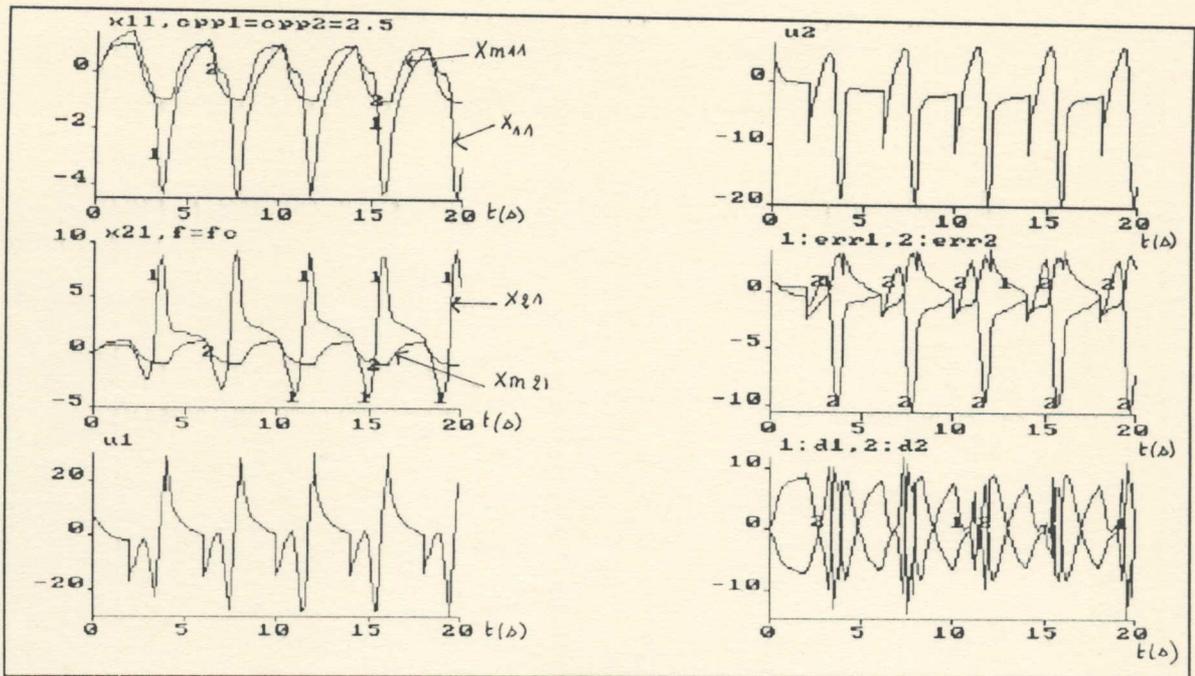


FIGURE 4-13

Commande LMFC avec variation lente sur la friction des joints
d'amplitude $CPP1=2.5\text{Nms}$ sur bras 1 et $CPP2=2.5\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f=f_0$

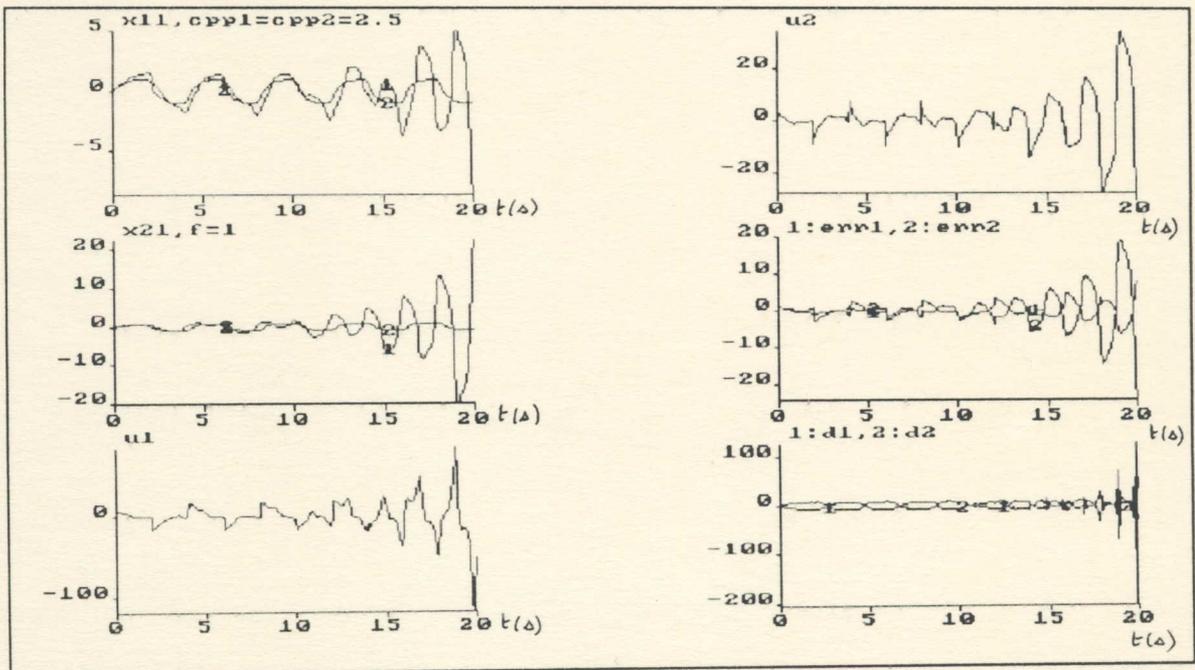


FIGURE 4-14

Commande LMFC avec variation lente sur la friction des joints
d'amplitude $CPP1=2.5\text{Nms}$ sur bras 1 et $CPP2=2.5\text{Nms}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

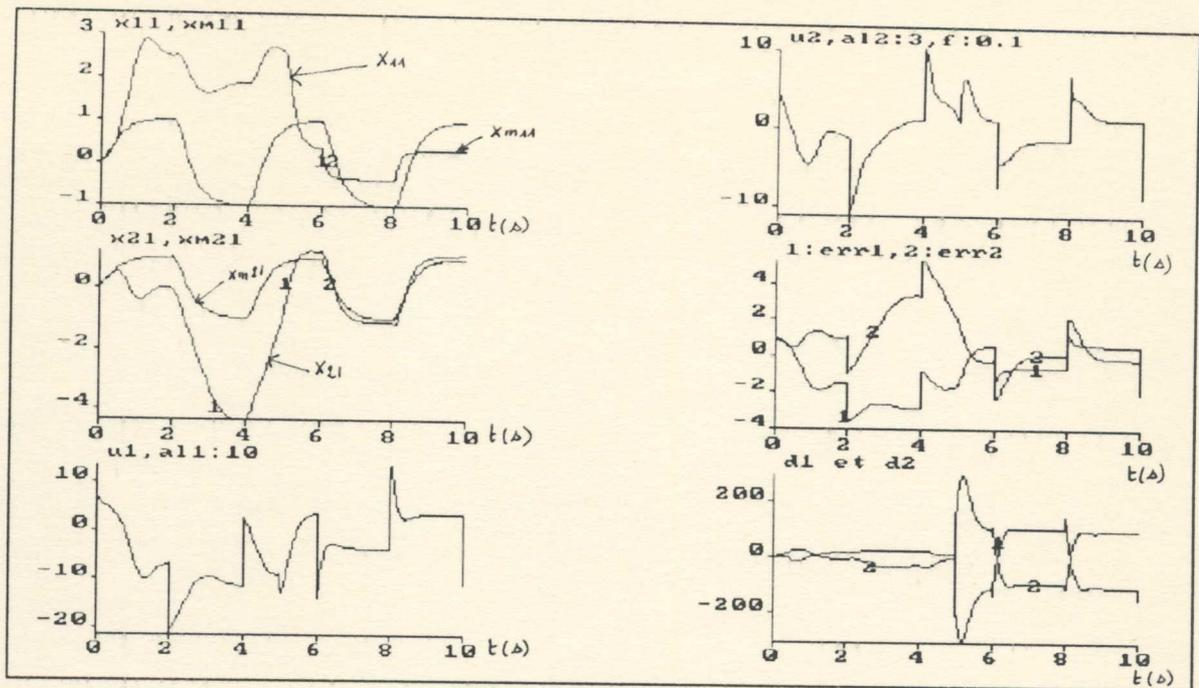


FIGURE 4-15

Commande LMFC avec variation rapide de la masse
d'amplitude $a_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $a_{12}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

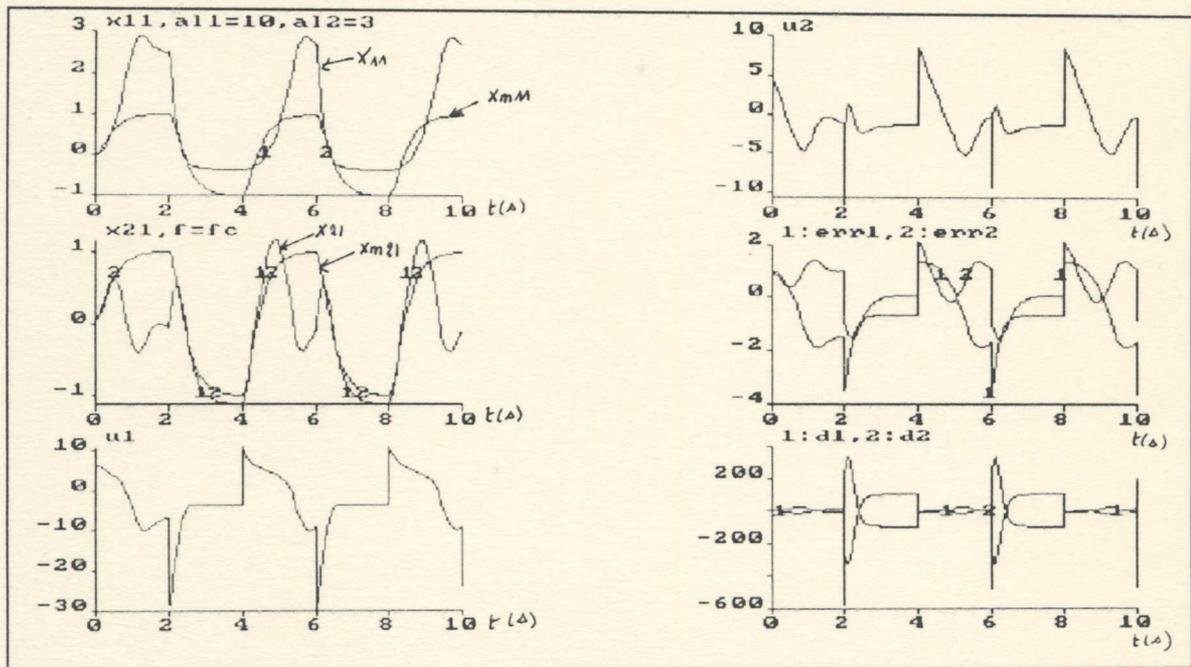


FIGURE 4-16

Commande LMFC avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $A_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $A_{12}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

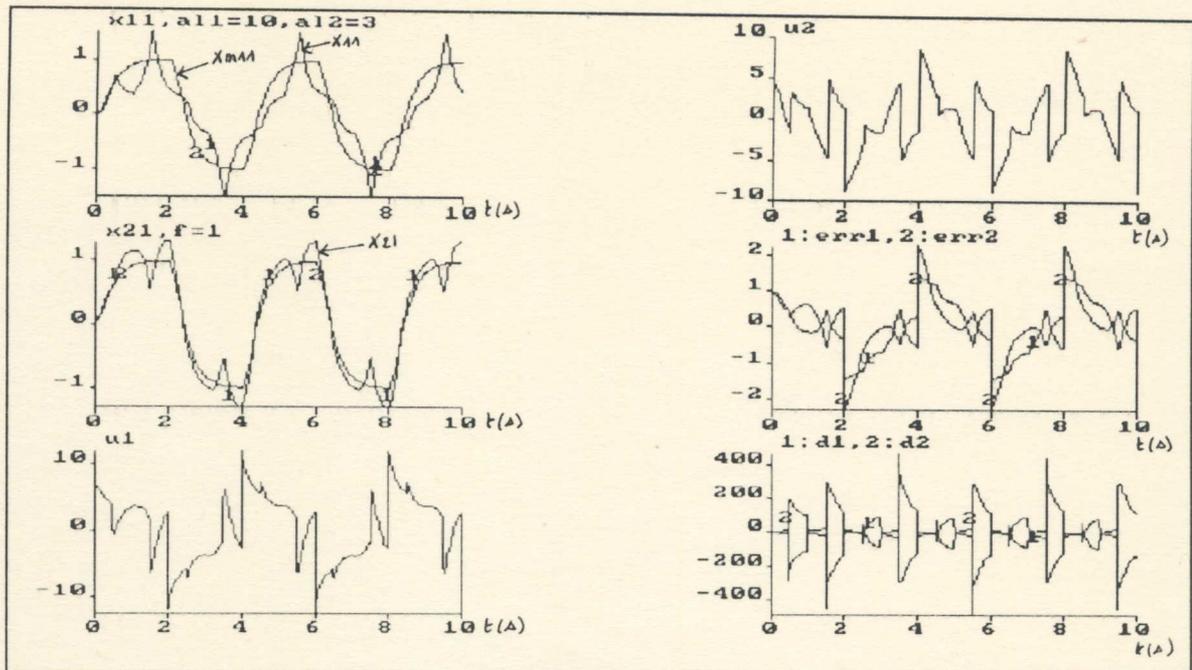


FIGURE 4-17

Commande LMFC avec variation rapide sur la masse
d'amplitude $AL_1=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_2=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

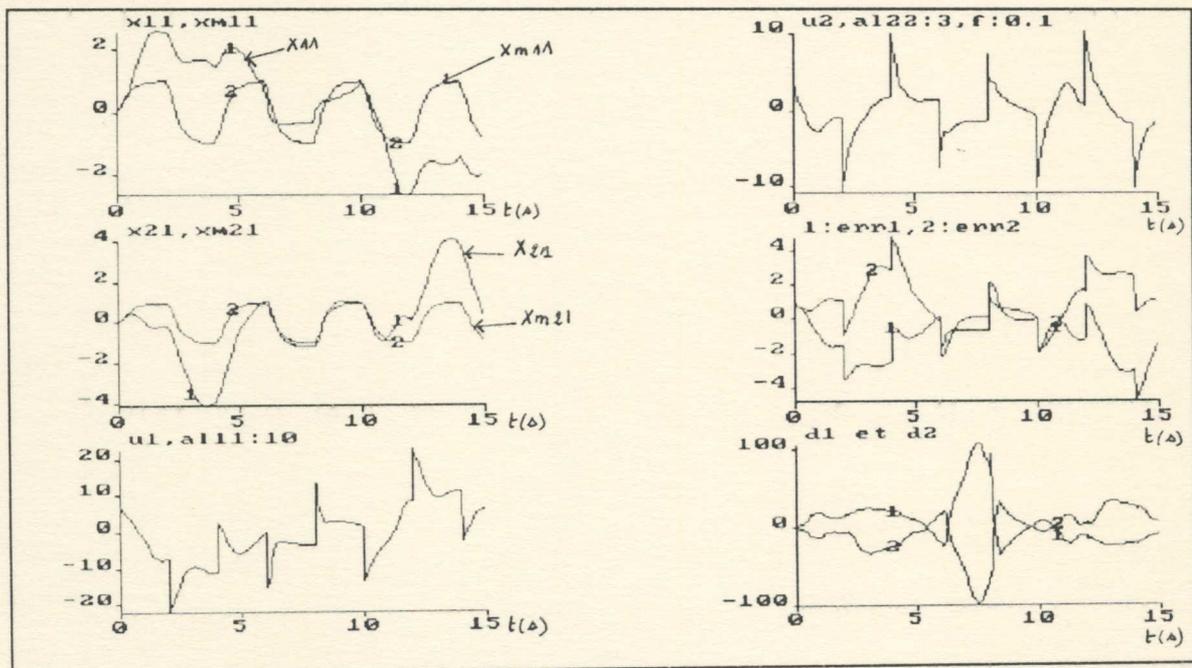


FIGURE 4-18

Commande LMFC avec variation lente de la masse
d'amplitude $a_{11}=10\text{ kg}$ sur bras 1 et $a_{12}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=0.1\text{Hz}$

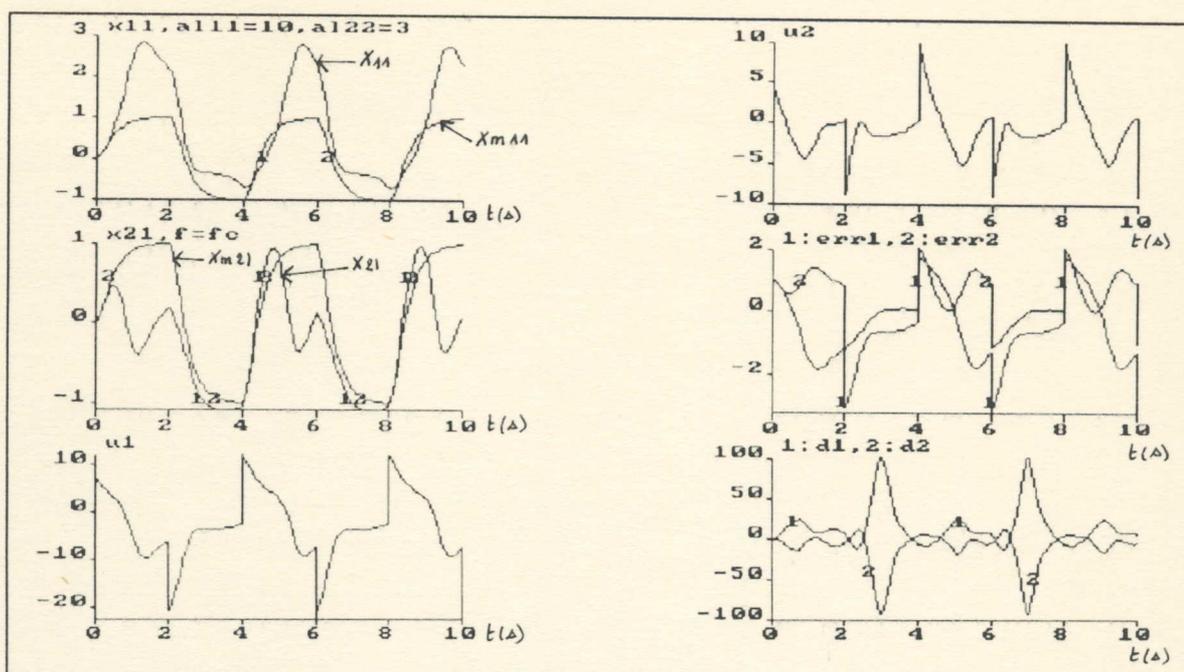


FIGURE 4-19

Commande LMFC avec variation lente sur la masse
d'amplitude $AL_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_{22}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=f_c$

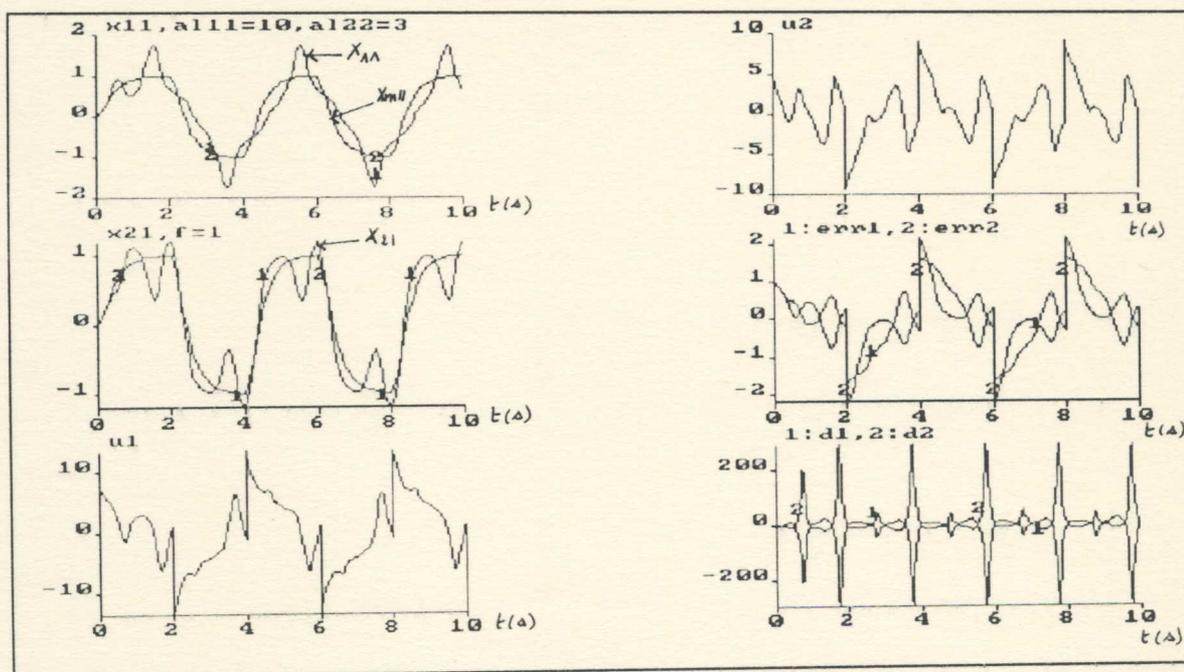


FIGURE 4-20

Commande LMFC avec variation lente sur la masse
d'amplitude $AL_{11}=10\text{Kg}$ sur bras 1 et $AL_{22}=3\text{Kg}$ sur bras 2 avec $f=1\text{Hz}$

2-6) CONCLUSION :

Dans cette première partie, on a étudié la synthèse et la robustesse de quatre commandes classiques lorsqu'elles sont appliquées à un système non linéaire: le bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté . Le bras manipulateur a été soumis à différentes perturbations extérieures ou des variations de ses paramètres internes.

A partir des résultats obtenus par simulation, on a constaté que l'implémentation d'algorithmes de commandes classiques pour notre système non-linéaire, le bras manipulateur classe 1 , présente plusieurs inconvénients qu'on peut résumer en deux points:

1) Le terme représentant la non-linéarité du système $d(t)$ n'est pas pris en compte lors du calcul de la commande. Par conséquent, l'influence de $d(t)$ apparaît visiblement sur le signal de sortie en se caractérisant par un dépassement ou une diminution de l'amplitude du signal de sortie par rapport à celle du signal de référence choisi. Cependant, cette influence disparaît lorsqu'on applique la commande SFBIA à notre système non linéaire sans aucune forme de perturbations possibles et diminue (plus au moins, malgré les oscillations visibles) lorsqu'il est soumis à des perturbations extérieures. Mais l'inconvénient majeur de la commande SFBIA est le fait de présenter des matrices gains à des coefficients très grands, ce qui rend notre système très sensible à la propagation du bruit.

2) Dans la commande classique, les paramètres du système doivent être connus et supposés constants tout le long du domaine d'opération de la commande. Autrement dit, une **variation** de ces paramètres entraînera notre système à l'instabilité sans aucune possibilité de compenser de tels effets.

D'où la nécessité, de faire appel à des lois de commandes **non-linéaires** plus avancées qui permettront une meilleure adaptation de la commande à notre système non linéaire et par conséquent, une meilleure poursuite du signal de sortie par rapport au signal de référence choisi.

CHAPITRE 3

APPLICATION DES COMMANDES NON-LINEAIRES

AU BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1

3-1) Introduction au concept de la stabilité:

3-1-1) Introduction:

Ayant un système physique, la question la plus importante sur ses propriétés physiques concerne sa stabilité. Car un système instable est sans aucun bénéfice et peut même être dangereux.

D'une manière qualitative, un système est dit stable si en le démarrant près de son point d'opération, le système reste près de ce point d'opération.

L'approche la plus générale et utile pour l'étude de la stabilité des systèmes non linéaires est la théorie introduite à la fin du 19^{ième} siècle par le mathématicien russe **Alexander Mikhaïlovitch Lyapunov**.

Le travail de Lyapunov, "Le problème général de la stabilité du mouvement", comprend deux méthodes pour l'analyse de la stabilité; la méthode de linéarisation (1^{ère} méthode) et la méthode directe (2^e méthode) qui a été publiée pour la première fois en 1892.

La méthode de linéarisation déduit les propriétés de stabilité du système non linéaire à partir de son modèle "linéarisé" et approximé alors que la seconde méthode détermine la stabilité d'un système non linéaire à partir de la construction de certaines fonctions spéciales. Cette méthode demeure toujours l'un des outils les plus importants pour l'analyse des systèmes non linéaires.

3-1-2) Les concepts de stabilité: [34],[48],[56]

Soit un système dynamique décrit par $x' = f(x,t)$. Il existe un seul et unique vecteur solution de $(x'=f(x,t))$ dénoté par $\Phi(t,x_0,t_0)$; tel que:

$$a) \Phi(t_0, x_0, t_0) = x_0$$

$$b) d\Phi(t, x_0, t_0)/dt = f(\Phi(t, x_0, t_0), t)$$

avec t_0, x_0 , conditions initiales du temps t et du vecteur d'état x .

Point d'équilibre:

Un état x_e d'un système dynamique décrit par $x'=f(x,t)$ est un point d'équilibre (ou état d'équilibre) si: $f(x_e, t) = 0 \quad \forall t \geq 0$ ou $\Phi(t, x_e, 0) = x_e \quad \forall t \geq 0$

Définition 1:

L'état d'équilibre x_e du système dynamique est stable si :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon, t_0) > 0 \text{ tel que:}$$

$$\| x_0 - x_e \| \leq \delta \Rightarrow \| \Phi(t, x_0, t_0) - x_e \| \leq \varepsilon \text{ pour tout } t \geq t_0.$$

Définition 2:

L'état d'équilibre x_e d'un système dynamique est asymptotiquement stable si:

- 1) il est stable.
- 2) l'état x converge vers x_e quand $t \rightarrow \infty$

D'une manière simple, un état d'équilibre x_e est stable si la trajectoire (ou état du système) peut être gardée arbitrairement au voisinage de x_e en démarrant suffisamment proche de x_e .

Définition 3:

Si la condition de stabilité (ou asymptotique stabilité) est vérifiée pour n'importe qu'elle condition initiale $x(0)$, alors le point d'équilibre est stable (ou asymptotiquement stable) au large. Il est aussi appelé globalement stable (ou asymptotiquement stable).

Fonctions définies positives et semi-définies positives:

Une fonction $V(x)$ est dite définie positive ou D.P dans une région entourant l'origine, si $V(x) > 0$ sauf en 0 où $V(0) = 0$.

Nous supposons de plus, que cette fonction possède des dérivées partielles $\delta V / \delta X_i$ par rapport aux variables d'états. Enfin, étant donné un nombre $\eta > 0$, aussi petit soit-il, $V(x)$ doit être inférieure à η dans une région finie entourant l'origine. Cette condition exprime le fait que $V(x)$ tend graduellement vers zéro quand x se rapproche de l'origine.

Si à la condition $V(x) > 0$, on substitue $V(x) \geq 0$, la fonction $V(x)$ est dite semi-définie positive ou S.D.P.

3-1-3) Théorie de Lyapunov: [34],[48],[56]

Ce théorème constitue une condition suffisante, mais non nécessaire, de stabilité.

Supposons que, pour un système autonome possédant l'origine comme point singulier; il existe une fonction $V(x)$ définie positive dans une région finie entourant l'origine. Trois cas sont alors à distinguer:

- a) Si V' est semi-définie négative, l'origine représente un état d'équilibre stable.
- b) Si V' est définie négative, l'origine est asymptotiquement stable.
- c) Si V' est semi-définie négative, mais s'il n'existe aucune trajectoire le long de laquelle V' est identiquement nulle, l'origine est asymptotiquement stable.

De plus, si V est définie positive dans tout l'espace d'état et tend vers l'infini avec $\|x\|$ et si V' est définie négative, ou encore semi-définie négative, mais non identiquement nulle sur toute la trajectoire, le système est : globalement asymptotiquement stable.

3-1-4) Utilisation des fonctions de Lyapunov: [56]

Lorsque la stabilité d'un système donné est établie selon la méthode directe de Lyapunov, la fonction de Lyapunov choisie peut être utilisée pour estimer la rapidité de la réponse transitoire (ou temps de réponse) et l'effet des perturbations ou la variation des paramètres internes, soit l'estimation de la région de convergence, ... etc.

C'est cette dernière propriété qui va être utilisée pour estimer la région de convergence de l'erreur dynamique dans les systèmes adaptatives que nous allons étudier dans les sections suivantes.

3-1-5) La théorie de l'hyperstabilité:

La théorie de l'hyperstabilité a été introduite par Popov [53] dans le but de généraliser les méthodes pour résoudre le problème de la stabilité absolue de Luré.

On va considérer les systèmes non linéaires ayant une structure intéressante, comme c'est montré ci-dessous dans la figure 7.

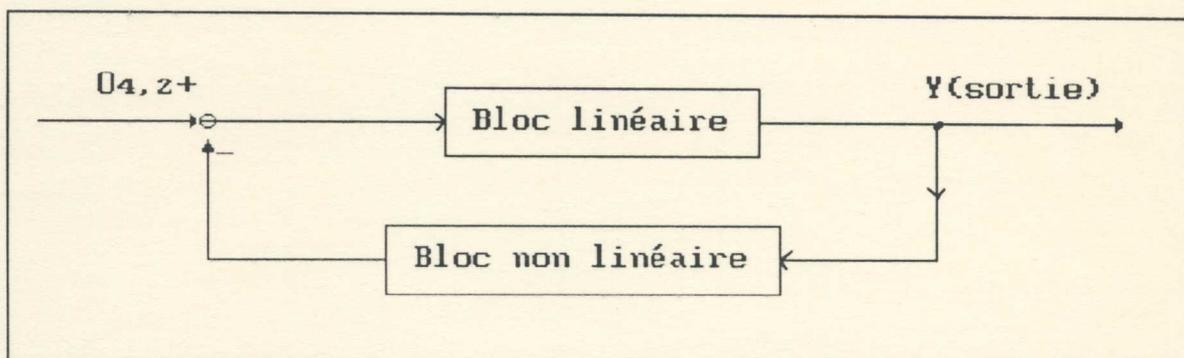


Figure 7

Où le bloc linéaire est donné par le système d'équations suivantes:

$$\begin{cases} X' = A X - B \Phi(y) & (5-1) \\ y = C^T X & (5-2) \end{cases}$$

$\Phi(y)$ représente la fonction de transfert du bloc non linéaire et $G(s) = C^T [sI - A]^{-1} B$, la fonction de transfert du système.

Les équations du système sont donc:

$$\begin{cases} X' = A X - B \Phi(y) & (5-1) \\ y = C^T X & (5-2) \\ e = \Phi(y) & (5-3) \\ G(s) = C^T [sI - A]^{-1} B & (5-4) \end{cases}$$

La structure générale de notre système défini par les équations (5-1) à (5-4) sera donnée par la figure 8 , ci-dessous:

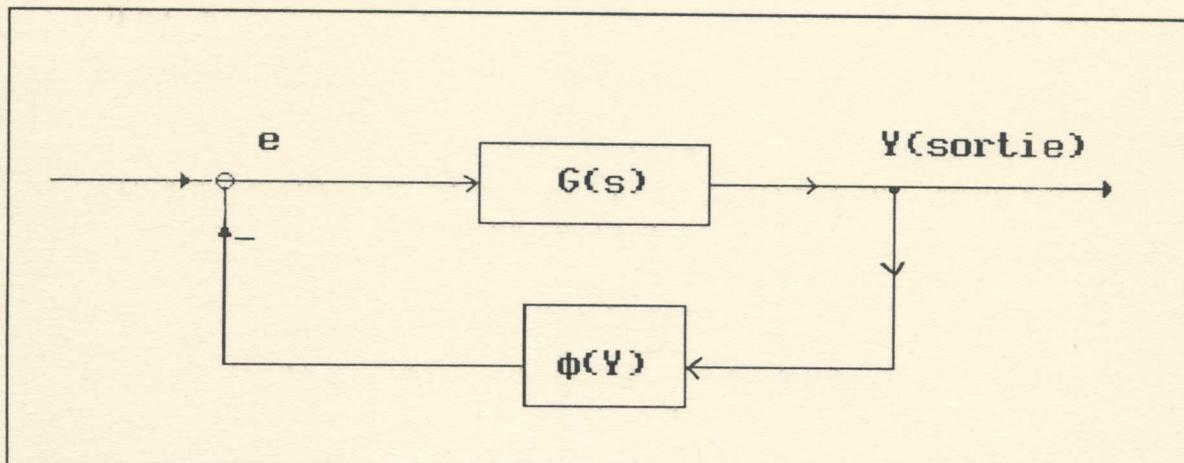


Figure 8

Il faut noter que la notion de stabilité absolue n'est autre que l'asymptotique stabilité au large des systèmes définis par les équations (5-1) à (5-4).

Donc, Popov [53] a considéré la classe des systèmes non linéaires vérifiant les conditions suivantes:

$$p(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(y) \cdot y \cdot dt \geq -\gamma_0^2 \quad (5-5)$$

où γ_0^2 est une constante indépendante du temps.

Note: L'inégalité (5-5) est dite **inégalité de Popov**.

Donc lorsqu'un système en boucle fermée décrit par (5-1) à (5-4) est globalement (asymptotiquement) stable pour toutes les chaînes de retour vérifiant l'inégalité de Popov (5-5), alors le système en boucle fermée sera appelé (asymptotiquement) **hyperstable**.

Théorème: [53]

La condition nécessaire et suffisante pour que le système décrit par (5-1) à (5-4) avec l'inégalité (5-5) **vérifiée**, soit stable (globalement stable) est:

la matrice de transfert $G(s)$ doit être positive réelle.

Si $G(s)$ est strictement positive réelle alors le système est dit asymptotiquement stable (ou globalement asymptotiquement stable).

En résumé, ce concept donne une condition nécessaire et suffisante pour déterminer la stabilité. Il suffit d'examiner une fonction de transfert et vérifier l'inégalité de Popov. Il n'est donc pas nécessaire de chercher une fonction de Lyapunov.

Donc l'hyperstabilité est plus facile à utiliser que les fonctions de Lyapunov et demeure ainsi un outil puissant d'analyse pour les systèmes non linéaires.

3-2) La commande adaptative:

3-2-1) Qu'est-ce la commande adaptative ?

Dans le langage courant, "**adapter**" veut dire changer une conduite conformément à de nouvelles circonstances.

Intuitivement, un régulateur adaptatif est un régulateur qui peut modifier sa conduite lorsque le système subit des perturbations de toutes natures. Autrement dit, la commande adaptative n'est autre qu'un ensemble de techniques utilisées pour ajuster automatiquement, durant le fonctionnement d'un procédé, le réglage du régulateur qui actionne un système de contrôle-commande afin d'élever le niveau de performance de la commande en annulant l'effet de perturbations pouvant emmener notre système à une instabilité sans retour.

3-2-2) La commande adaptative avec modèle de référence MRAC :

3-2-2-1) Introduction:

Les systèmes à commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) ont été le sujet de recherches pendant un temps considérable (voir exemple: Gregory, 1959 [28]).

Le premier schéma MRAC qui a attiré une grande attention était la soi-disante règle MIT (Osburn et al., 1961 [50]). Elle était basée sur une approche sensitive à projeter, qui supposait que les changements environnants étaient lents. Cependant, par la suite, on a démontré que la règle tendait à être instable pour des trajectoires d'entrées spécifiques et pour certains plans spécifiques.

La priorité dans la détermination des systèmes MRAC devint alors, la stabilité absolue. Lors de cette période, la synthèse se basait sur la seconde méthode de Lyapunov (voir exemple: Butchart and Shackcloth, 1965 [10]). Une extension aux méthodes de Lyapunov, basée sur le lemme du réel positif strictement (Strictly positive real lemma) a aussi été utilisé comme base pour la synthèse du contrôle adaptatif (Parks, 1966 [51]).

Le principal problème avec les méthodes basées sur Lyapunov, était le choix d'une fonction de Lyapunov convenable. Ainsi, plusieurs lois adaptatives générales ont été développées par Landau (1969 [42], 1979 [43]) basées sur la théorie d'hyperstabilité (Popov, 1973 [53]).

Ces lois ont été testées par des études de simulation et d'implémentation et ont été montrées à être robustes dans le cas de perturbations externes, de variation des paramètres du modèle et de modélisation inexacte (voir exemple: Courtiol et Landau, 1975 [17], Balestrino et al., 1983 [8], Stoten, 1985 [58]).

D'un autre côté, la commande adaptative avec modèle de référence est l'une des techniques les plus utilisées dans les systèmes industriels. Les performances souhaitées sont spécifiées dans un système idéal appelé "modèle de référence".

La détermination d'une loi de commande adaptative adéquate permet à la réponse du système de suivre celle du modèle même en présence de perturbations, en agissant sur les performances dynamiques du système.

Le schéma de principe d'un système adaptatif avec modèle de référence est donné par la figure-9 :

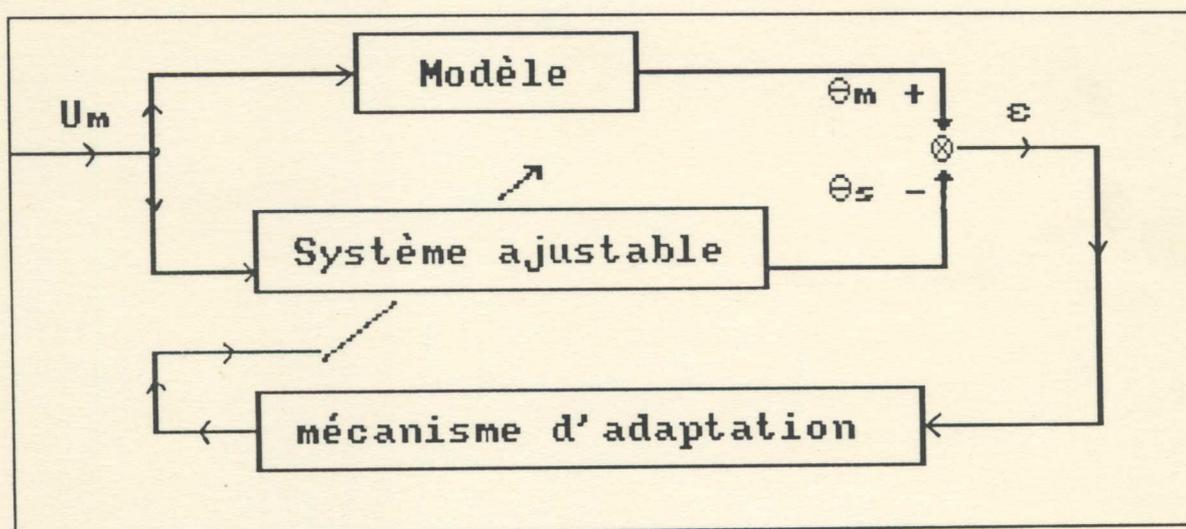


Figure 9

Schéma d'un système adaptatif avec modèle de référence

Où :

- le système ajustable est un ensemble de blocs comportant le procédé à commander.
- le modèle fournit la réponse qu'on désire obtenir pour le système ajustable.
- ϵ représente l'erreur de sortie.
- le mécanisme d'adaptation comporte un ensemble de blocs linéaires invariants, non linéaire et/ou à paramètres variables dans le temps dont la sortie agit sur les paramètres ou sur l'entrée du système ajustable.

3-2-2-2) Détermination de la commande MRAC :

Soit toujours notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 donné par le système d'équations :

$$\begin{cases} \dot{X} = A X + B U + d \\ Y = C X \end{cases} \quad \begin{matrix} (6-1) \\ (6-2) \end{matrix}$$

Le modèle de référence linéaire qui définit l'état de la trajectoire désirée est donné par :

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_m r \quad (6-3)$$

où $X_m = [X_{m11} \ X_{m12} \ X_{m21} \ X_{m22}]^T$

avec: X_{m11} , X_{m12} respectivement, la position et la vitesse idéale pour le bras 1.

X_{m21} , X_{m22} respectivement, la position et la vitesse idéale pour le bras 2.

r , le signal de référence, de même dimension que le signal de commande U (2×1).

Pour un temps de réponse du système choisi égal à $t_r = 1$ seconde, le même modèle de référence défini dans la section 2-5 (commande LMFC) sera nécessaire et suffisant. Ses matrices paramètres étaient données par [59] (voir aussi, section 2-5):

$$A_m = \text{diag} [A_{m1} \ A_{m2}] \text{ avec } A_{m1} = A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$$

et $B_m = \text{diag} [B_{m1} \ B_{m2}] \text{ avec } B_{m1} = B_{m2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 16 \end{bmatrix}$

Un choix commun du signal MRAC est donné par une extension de stratégie du contrôle LMFC [43], [59], [60], [61], [63] :

$$U(t) = - (K - \delta K) X + (K_r + \delta K_r) r \quad (6-4)$$

où K et K_r sont les matrices gains (constantes) déjà définies dans la section (2-5) pour la commande LMFC, soient :

$$\begin{cases} K = B^\dagger (A_m - A) \\ K_r = B^\dagger B_m \\ B^\dagger = (B^T B)^{-1} B^T \end{cases}$$

δK et δK_r sont les termes de change adaptatifs aux gains (ou gains variables) qui résultent ordinairement des effets du terme $d(t)$ représentant la non linéarité du système sur la trajectoire de l'état X .

Pour une parfaite poursuite du modèle, notre système doit vérifier les conditions d'Erzberger [25], soient :

$$\begin{cases} (I_4 - B B^\dagger) (A_m - A) = 0_{4 \times 4} \\ (I_4 - B B^\dagger) B_m = 0_{4 \times 2} \end{cases}$$

On définit alors une nouvelle variable d'état, l'erreur dynamique du système donnée par l'équation :

$$X'_e = A_m X_e - B W_e - d \quad (6-5)$$

où:

$$X_e = X_m - X$$

et

$$W_e = \delta K X + \delta K_r r$$

On définit aussi, comme nouvelle variable d'état, l'erreur de sortie définie par :

$$Y_e = C_e X_e \quad (6-6)$$

Alors, le système défini par les équations d'états (6-5) et (6-6), formé par le triplet $\{A_m, B, C_e\}$, forme un bloc linéaire hyperstable (Popov 1973) [53], si et seulement si, sa fonction de transfert est strictement positive réelle. Autrement dit, s'il existe deux matrices symétriques et positives définies P et Q telsque :

$$\begin{cases} A_m^T P + P A_m = -Q & (6-7) \\ C_e = B^T P & (6-8) \end{cases}$$

alors l'erreur X_e approche un équilibre stable si l'inégalité de Popov est satisfaite, soit :

$$\int_{t_0}^{t_1} y_e^T \cdot W_e \cdot dt \geq -\gamma^2 \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad (6-9)$$

On prend : $Q = \text{diag} [Q_1, Q_2]$

avec $Q_1 = Q_2 = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, de telle façon que la position de chaque bras ait un poids

plus fort que la vitesse. Par la suite, le calcul (fonction LYAP de MATLAB), nous a donné les coefficients de la matrice $P = \text{diag} [P_1, P_2]$ avec :

$$P_1 = P_2 = \begin{bmatrix} 3.8125 & 0.2812 \\ 0.2813 & 0.0977 \end{bmatrix}$$

D'où :

$$C_e = \begin{bmatrix} 1.0519 & 0.3652 & -1.0519 & -0.3652 \\ -0.6553 & -0.2275 & 2.4553 & 0.8525 \end{bmatrix}$$

A la fin, spécifiques mais non uniques, les solutions pour les gains variables vérifiant l'inégalité de Popov sont données par [43] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta K = \int_0^t \alpha y_e x^T d\tau + \beta y_e x^T \\ \delta K_r = \int_0^t \alpha y_e r^T d\tau + \beta y_e r^T \end{array} \right. \quad (6-10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta K = \int_0^t \alpha y_e x^T d\tau + \beta y_e x^T \\ \delta K_r = \int_0^t \alpha y_e r^T d\tau + \beta y_e r^T \end{array} \right. \quad (6-11)$$

où : $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$.

Finalement, une implémentation sous forme discrète de l'algorithme peut être déduite à partir des équations équivalentes discrètes, en utilisant un bloqueur d'ordre zéro (ZOHDE) par la méthode présentée par Franklin et Powell (1980) [26].

$$(6-4) \text{ devient : } U(k) = - (K - \delta K(k)).X(k) + (K_r + \delta K_r(k)).r(k) \quad (6-12)$$

$$(6-6) \text{ devient : } Y_e(k) = C_e.X_e(k) \quad (6-13)$$

$$(6-10) \text{ devient : } \delta K(k) = \delta K(k-1) + \beta.Y_e(k).X^T(k) - (\beta - \alpha \Delta).Y_e(k-1).X^T(k-1) \quad (6-14)$$

$$(6-11) \text{ devient : } \delta K_r(k) = \delta K_r(k-1) + \beta.Y_e(k).r^T(k) - (\beta - \alpha \Delta).Y_e(k-1).r^T(k-1) \quad (6-15)$$

avec: k , le temps discret et Δ , l'intervalle d'échantillonnage en temps discret.

3-2-2-3) Simulation et interprétation:

Comme, il a été procédé pour les commandes classiques étudiées dans le premier chapitre. Nous allons, pour la commande adaptative avec modèle de référence MRAC, simuler la réponse de notre bras manipulateur lorsqu'il est sujet aux différentes perturbations extérieures et aux variations de ses paramètres internes déjà définies avant.

Pour cela, le signal de référence choisi $r(t)$ est toujours un signal carré d'amplitude ± 1 rad et de fréquence $f_c=0.25$ Hz.

Il est à rappeler aussi, que l'état de notre système (position de chaque bras) est sensé suivre l'état désiré défini par le modèle de référence linéaire et non pas le signal de référence.

Lors des simulations effectuées, en plus des deux positions du bras manipulateur (X_{11} et X_{21}), des deux commandes (U_1 et U_2) et des deux erreurs de sortie (X_{e11} et X_{e21}), deux nouvelles variables sont représentées. Ce sont respectivement, la norme euclidienne du gain en boucle direct ($K+\delta K$) notée $NORMK$ et la norme euclidienne du gain indirect ($K_r+\delta K_r$) notée $NORMK_r$. Ces deux normes nous renseigneront sur la rapidité ou non de la convergence de notre système non linéaire vers un état stable.

* La figure 5-1 : On applique une commande adaptative avec modèle de référence MRAC sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes avec $\alpha=100$ et $\beta=10$. On observe une très bonne poursuite du modèle de référence par le signal de sortie. L'effet du terme de la non linéarité du système $d(t)$ n'est plus observable sur les deux positions X_{11} et X_{21} . Les commandes (u_1 et u_2) sont bornées et présentent des valeurs convenables en pratique. La norme des gains (constants+variables) $normk$ et $normk_r$ converge rapidement. L'erreur entre le modèle et la sortie est très négligeable (valeur maximale de l'ordre de 0.03 rad) mais ne s'annule pas tout à fait, ceci est dû à la présence du terme $d(t)$, donc cette erreur est bornée.

* Les figures (5-2) et (5-3) : On applique une commande MRAC avec une perturbation extérieure constante d'amplitude $EXT0=100 \text{ rad/s}^2$ avec $\alpha=100$, $\beta=10$ puis $\alpha=\beta=1000$. On en déduit le rôle que jouent les coefficients α et β dans l'obtention d'une meilleure poursuite du modèle de référence. On note que pour des valeurs de α et β très grands (cas de la figure 5-3), l'effet de la perturbation extérieure constante est annulé mais en contre partie, les commandes nécessaires sont assez grandes ce qui n'est pas toujours réalisable en pratique. Dans le cas de la figure 5-2, les commandes sont inférieures mais on note un dépassement d'amplitude du signal de sortie très visible, mais comme l'erreur (X_{e11} et X_{e21}) reste bornée alors notre système reste stable. Cette erreur augmentera encore si l'on diminue α et β mais elle nous permettra d'utiliser des commandes très négligeables. Il est à noter aussi, que la stabilité de notre système est lente puisqu'elle n'est pas encore atteinte à $t=100s$ (sauf $normk_r$ dans le cas de la figure (5-3)) et que les commandes nécessaires présentent des variations d'amplitude très abruptes (pics) ce qui est néfaste en pratique.

* Les figures (5-4), (5-5) et (5-6): On applique une perturbation extérieure rapide d'amplitude $EXT1=100 \text{ rad/s}^2$ pour une fréquence $f=0.1\text{Hz}$, $f=f_c$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$. Comme pour les commandes classiques, la fréquence du signal perturbateur joue un rôle très important sur la sortie de notre système. Pour une fréquence inférieure (cas de la figure (5-4)), on observe des dépassements d'amplitude variables. L'erreur de sortie est importante mais reste bornée. Les commandes nécessaires sont importantes et présentent des pics indésirables. La stabilité du système est très lente (non atteinte à $t=100\text{s}$) et la norme des gains atteint des valeurs très grandes. Pour une fréquence égale à celle de la référence (cas de la figure (5-5)), on observe une très bonne poursuite du modèle. L'erreur de sortie est bornée et tend vers zéro. Les commandes sont bornées, petites et ne présentent pas de variations très abruptes. La convergence des normes est observable à un temps inférieur ou égal à 50s . Il à noter aussi, que la norme des gains atteint des valeurs maximales très petites par rapport à celles observées pour le cas précédent. Pour une fréquence supérieure (cas de la figure (5-6)), on observe des oscillations au niveau du signal de référence. Les commandes sont très rapides et présentent des pics très importants. L'erreur de sortie reste bornée et inférieure à celle de la figure (5-4). La convergence des normes est toujours lente. Mais par rapport au cas de la figure (5-4), on peut dire que cette convergence est plus rapide du fait qu'on observe une convergence de $NORMK_r$ (seulement) à $t=40\text{s}$.

* Les figures (5-7), (5-8) et (5-9) : On applique une perturbation extérieure lente d'amplitude $EXT2=100 \text{ rad/s}^2$, de fréquence $f=0.1\text{Hz}$, $f=f_c$ puis $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$. Comme pour la perturbation extérieure rapide, on note l'influence de la fréquence du signal perturbateur sur le signal de sortie. Pour les trois cas possibles de f , de légères oscillations (ou fluctuations) sont observées sur le signal de sortie (même pur $f=f_c$ (cas de la figure (5-8)). La convergence des normes de gains est toujours lente (mais plus rapide que pour le cas rapide) et les commandes nécessaires présentent toujours des pics néfastes pour la pratique.

Note: Comme pour le cas de perturbation extérieure constante, on a procédé à l'augmentation des facteurs α et β pour le cas d'une perturbation extérieure rapide, ou lente. Les résultats de simulation pour $\alpha = \beta = 1000$ pour chaque valeur de la fréquence perturbatrice sont données en ANNEXE A-1 , par les figures (5-22) à (5-27).

On note que comme pour une perturbation extérieure constante, le bras manipulateur se comporte de la même façon pour des perturbations extérieures rapides ou lentes . Donc pour des coefficients α et β très grands, on a une très bonne poursuite du modèle de référence avec un signal de commande important et à grandes variations abruptes, mais on observe une erreur de sortie toujours bornée et plus faible. La convergence des normes est plus rapide.

* Les figures (5-10) à (5-15) : Contrairement aux commandes classiques étudiées dans le chapitre précédent, la commande adaptative avec modèle de référence, le MRAC, annule l'effet de variation des frictions des joints, lente ou rapide, pour une amplitude de 20Nms sur chaque bras. Pour les trois cas de la fréquence perturbatrice et pour une variation rapide ou lente, on observe une très bonne poursuite du modèle de référence. L'erreur de sortie reste bornée. Les commandes qui ne sont pas très élevées présentent malheureusement des pics indésirables. On note aussi que la convergence des normes des gains est plus rapide lorsqu'il s'agit de variation lente que pour une variation rapide. Mais en général, notre système non linéaire reste stable.

* Les figures (5-16) à (5-21) : présentent le cas de variation rapide puis lente, de la masse de chaque bras d'amplitude $\pm 10\text{Kg}$ pour le bras 1 et $\pm 1\text{Kg}$ pour le bras 2. Comme pour la variation des frictions des joints, pour les trois cas de la fréquence perturbatrice, on observe une très bonne poursuite du modèle de référence. L'erreur de sortie reste bornée.

Les commandes sont de faibles énergies. On remarque aussi, que la convergence de NORMK est très lente pour une variation rapide comme pour une variation lente. Cependant, la convergence de NORMKr est plus rapide.

Conclusion:

La commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) donne de très bons résultats pour notre bras manipulateur classe 1. Les perturbations extérieures ou la variation des paramètres internes n'affectent en rien la stabilité du système.

On obtient une très bonne poursuite du modèle de référence avec une erreur qui reste bornée. Les commandes sont bornées et sont, en générale, moins importantes que celles obtenues pour les commandes classiques **mais** présentent des variations d'amplitudes très abruptes (pics). On note aussi que la convergence des gains est atteinte pour un temps assez important, surtout pour normk. Pour accélérer le processus de convergence, on doit augmenter les coefficients α et β mais en contre partie, on sera emmené à utiliser des commandes assez élevées. On note aussi que l'erreur de sortie, bien qu'elle soit toujours bornée, est plus importante quand il s'agit de variation des paramètres internes que quand il s'agit de perturbations extérieures.

Il est à rappeler que la synthèse des stratégies MRAC exigent toujours une identification du système, la synthèse d'un contrôleur linéaire la solution de l'équation de Lyapunov et autres tâches minoritaires. Pour remédier à cela, l'algorithme MCS a été développé par STOTEN et BENCHOUBANE [61] afin qu'une connaissance minimale du système à commander soit nécessaire pour l'implémenter.

C'est la robustesse de cette dernière, pour les mêmes perturbations extérieures ou variation des paramètres internes, que nous allons tester dans la section suivante, après l'avoir bien sûr adapter à notre bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté.

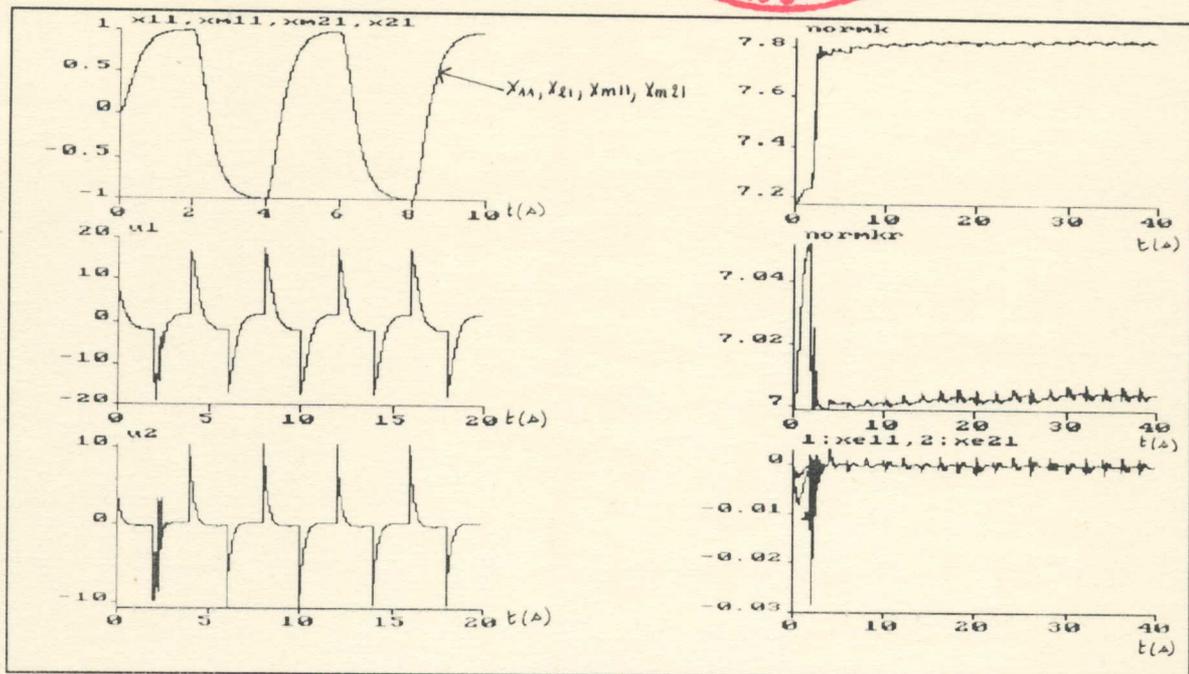


FIGURE 5-1

Commande MRAC sans aucune perturbation extérieure
ou variation interne avec $\alpha = 100$ et $\beta = 10$

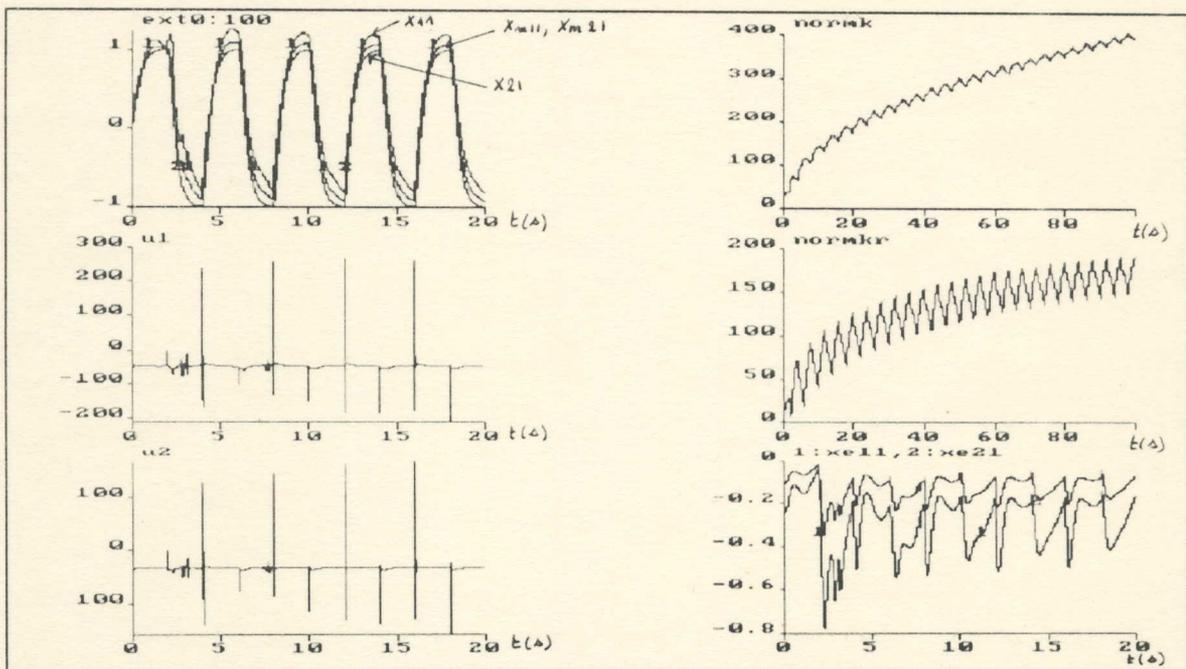


FIGURE 5-2

Commande MRAC avec perturbation extérieure constante
d'amplitude $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

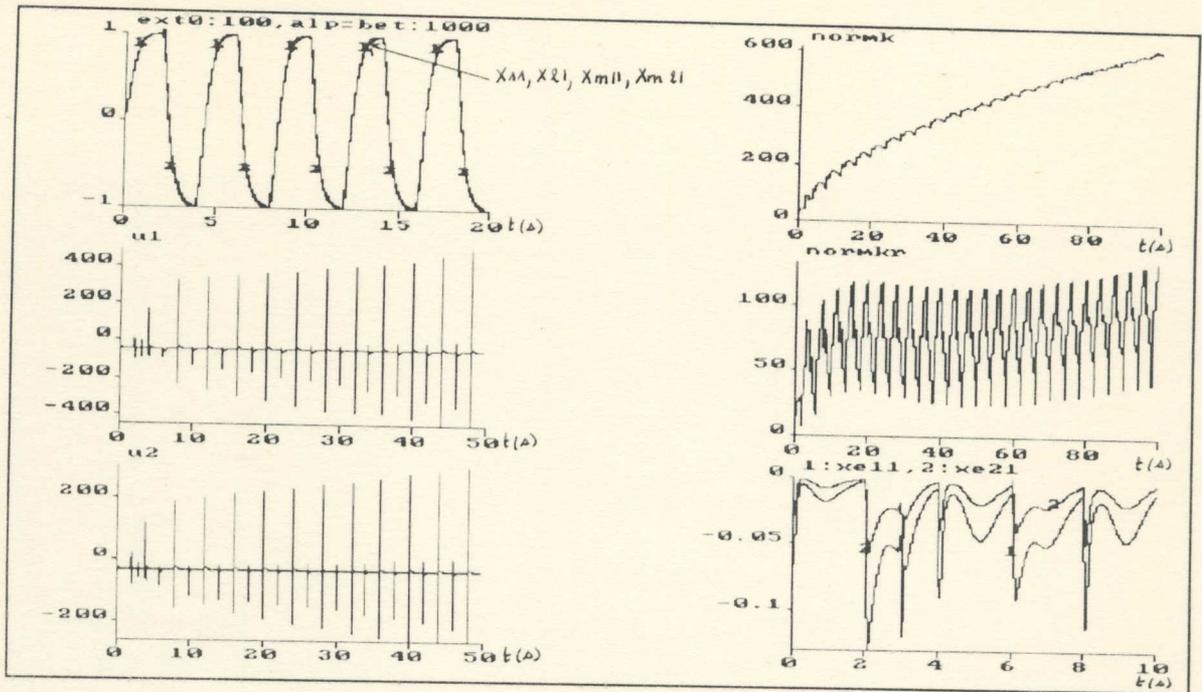


FIGURE 5-3

Commande MRAC avec perturbation extérieure constante
 d'amplitude $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\alpha=\beta=1000$

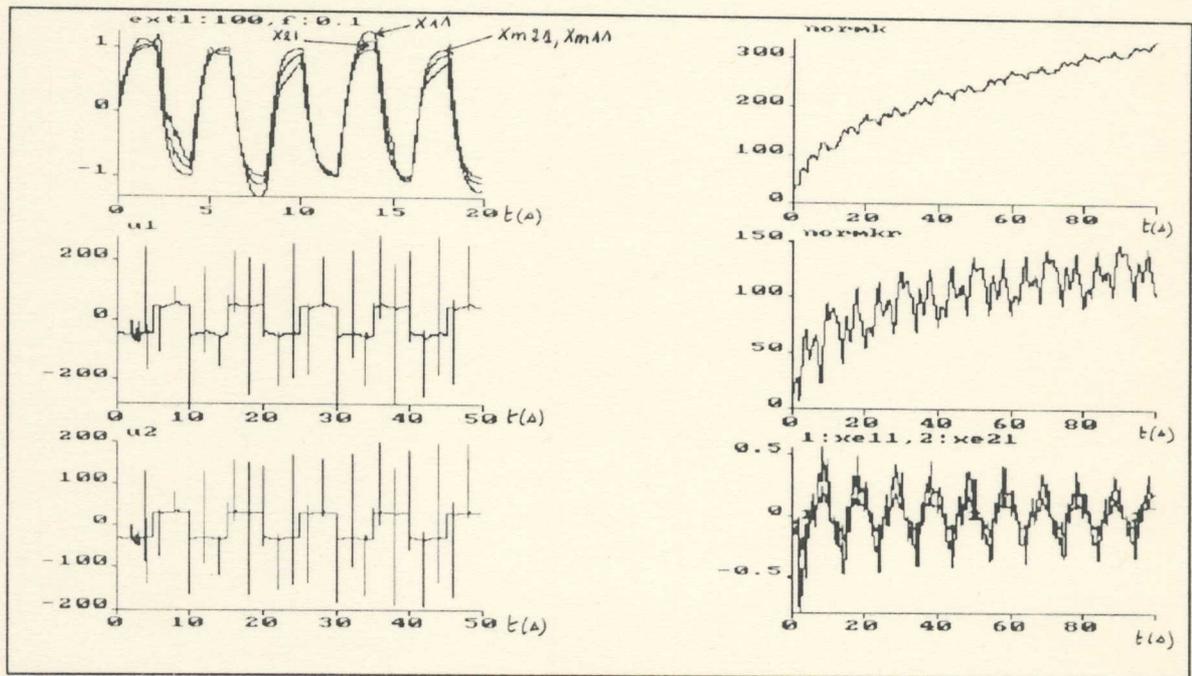


FIGURE 5-4

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 $EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

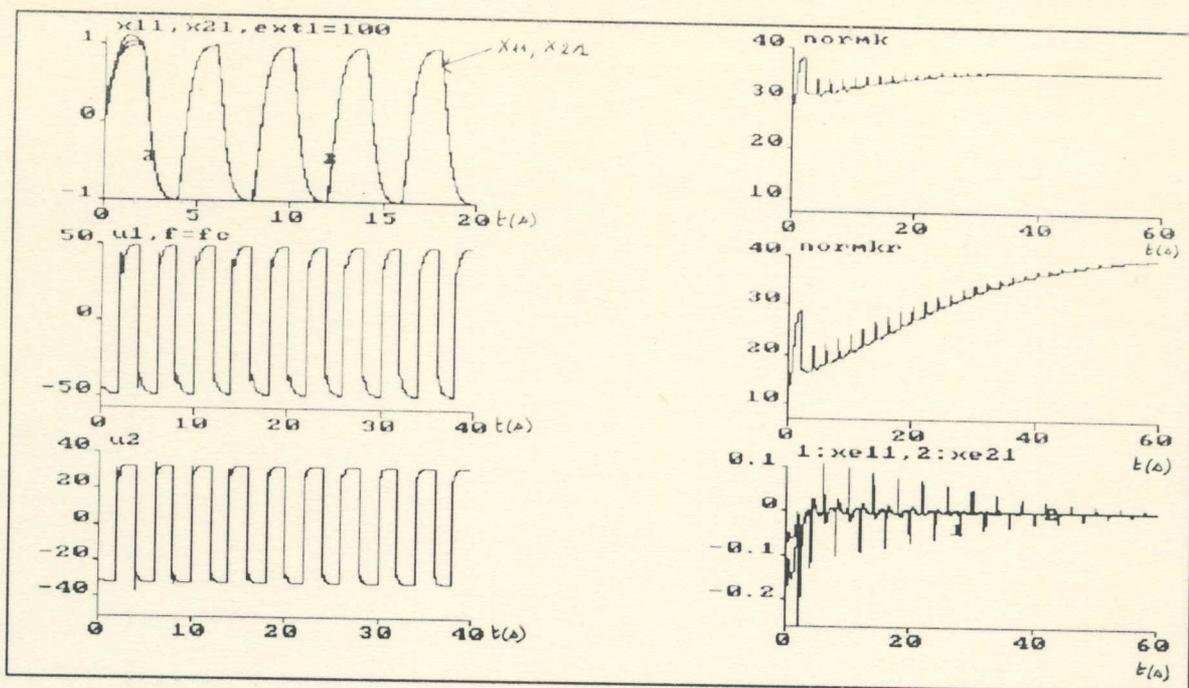


FIGURE 5-5

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

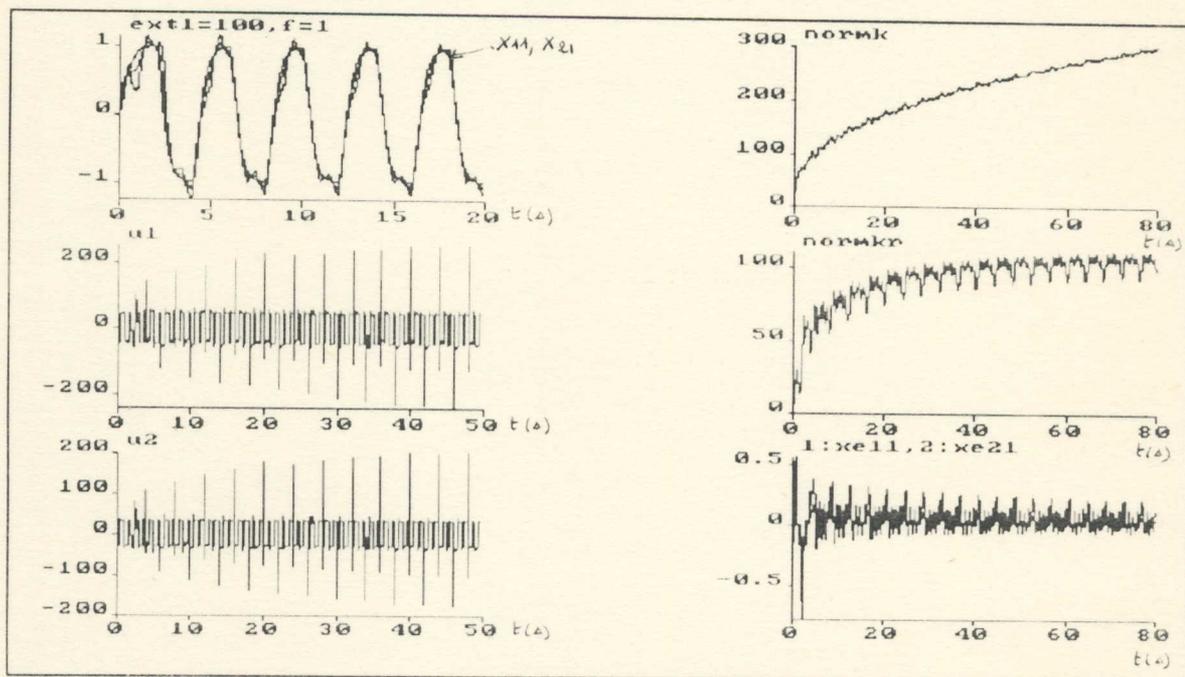


FIGURE 5-6

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ avec $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

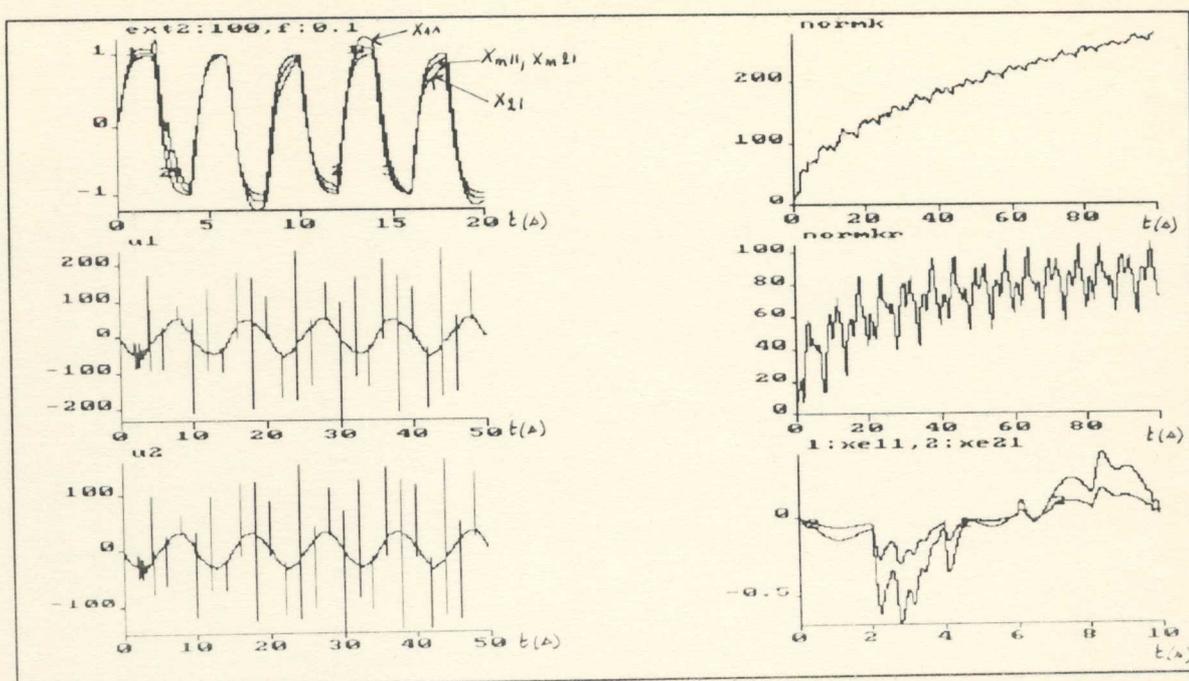


FIGURE 5-7

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ avec $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

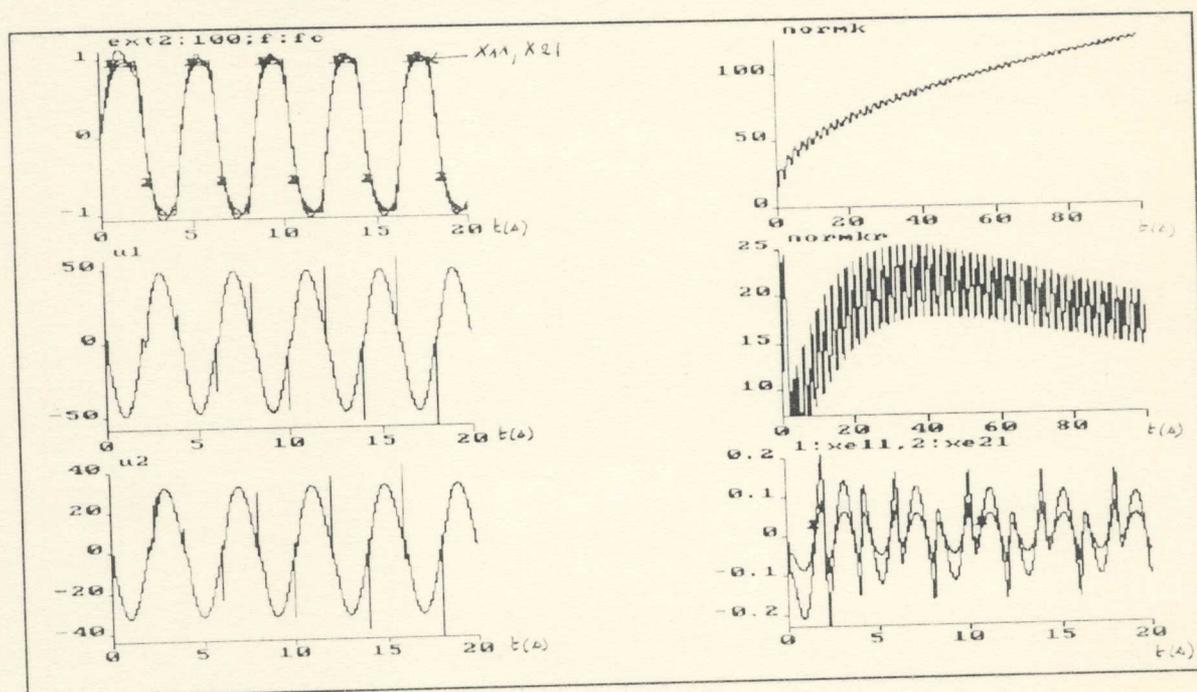


FIGURE 5-8

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

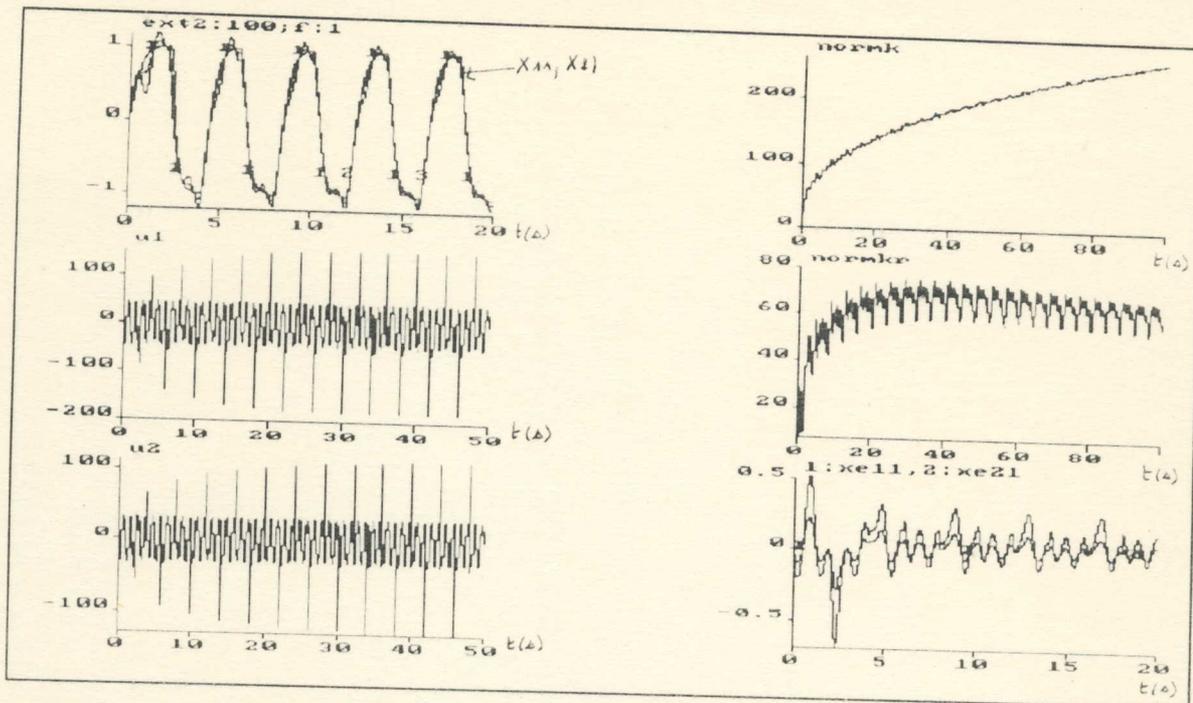


FIGURE 5-9

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ avec $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

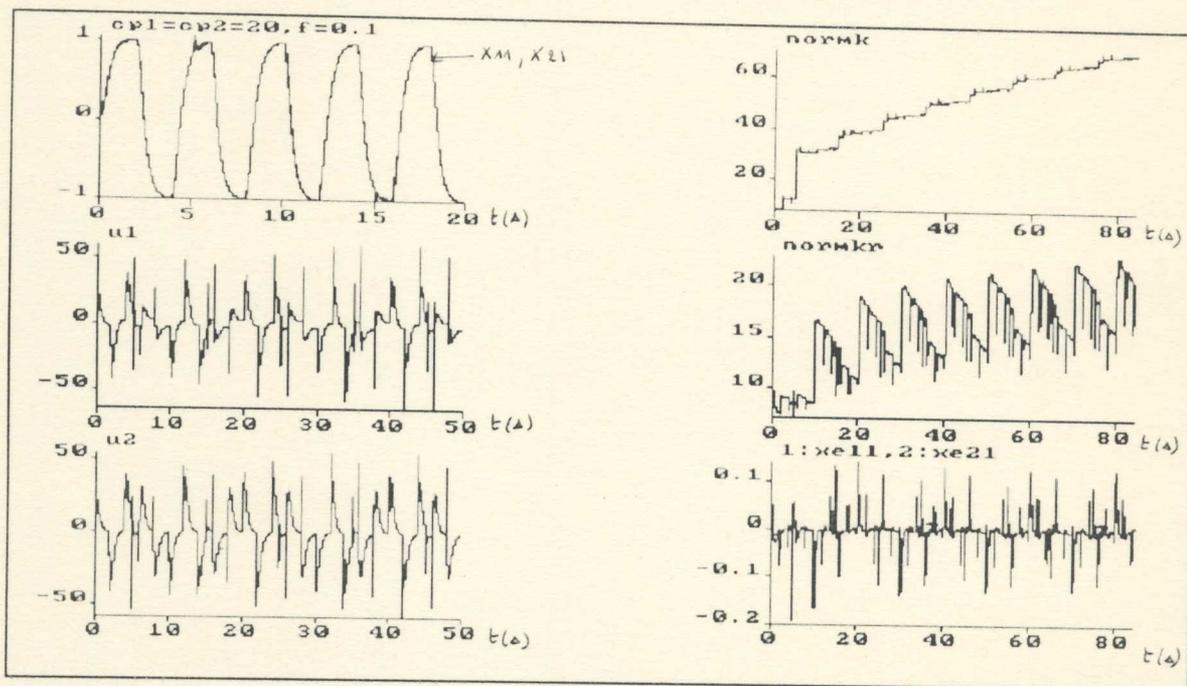


FIGURE 5-10

Commande MRAC avec variation rapide des frictions
 $CPI=20\text{Nms}$, $CP2=20\text{Nms}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

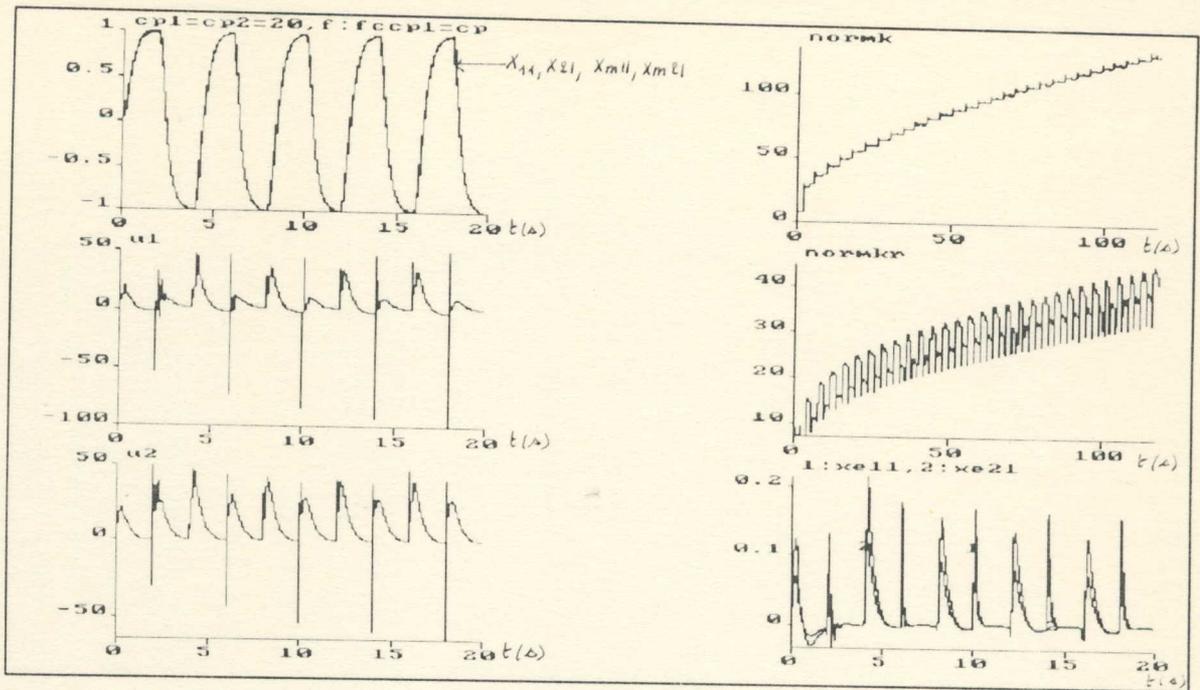


FIGURE 5-11

Commande MRAC avec variation rapide des frictions

CP1=20Nms, CP2=20Nms et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

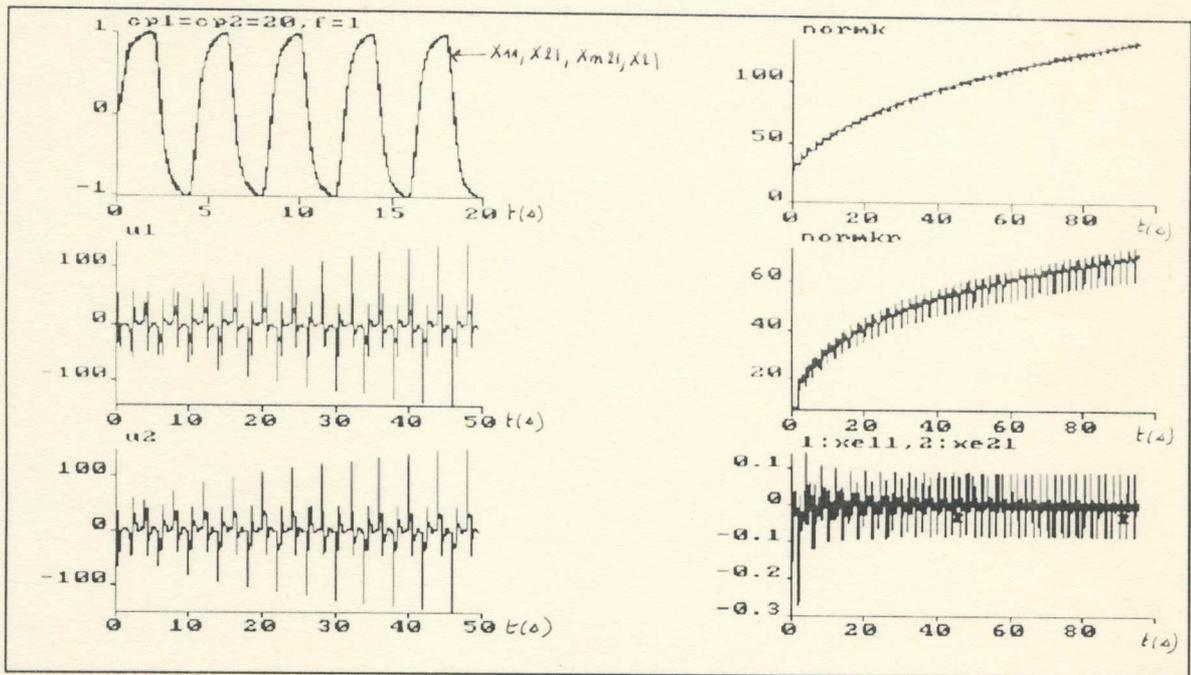


FIGURE 5-12

Commande MRAC avec variation rapide des frictions

CP1=20Nms, CP2=20Nms et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

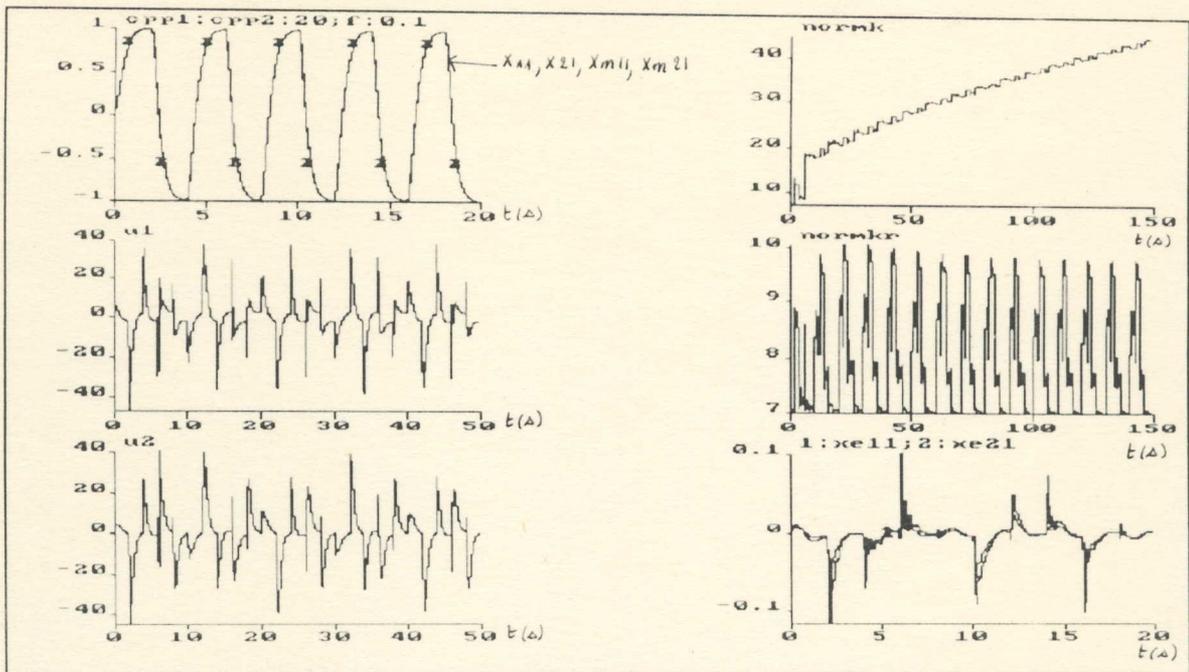


FIGURE 5-13

Commande MRAC avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et f=0.1Hz pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

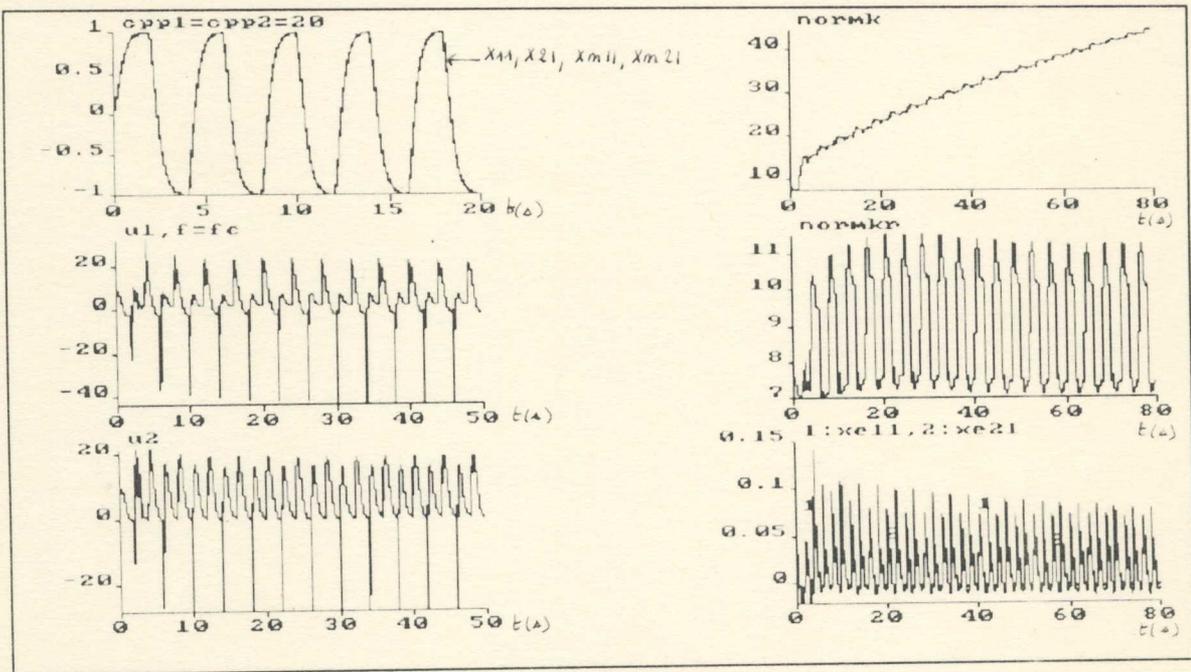


FIGURE 5-14

Commande MRAC avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et f=fc pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

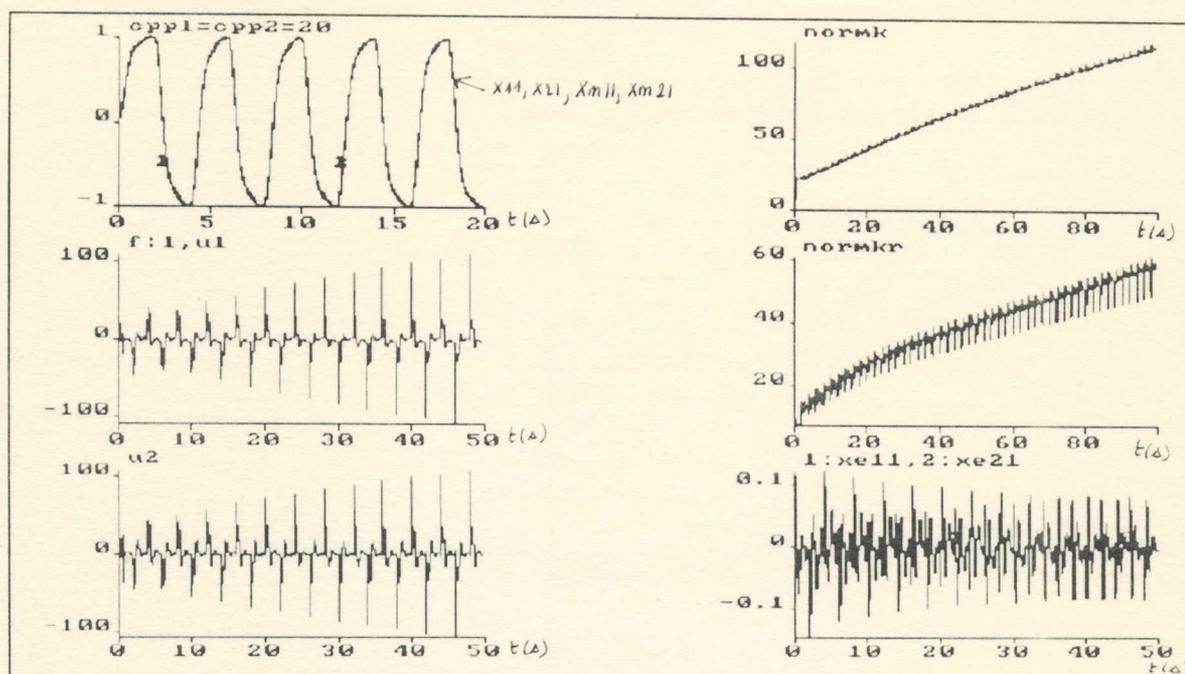


FIGURE 5-15

Commande MRAC avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et f=1Hz pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

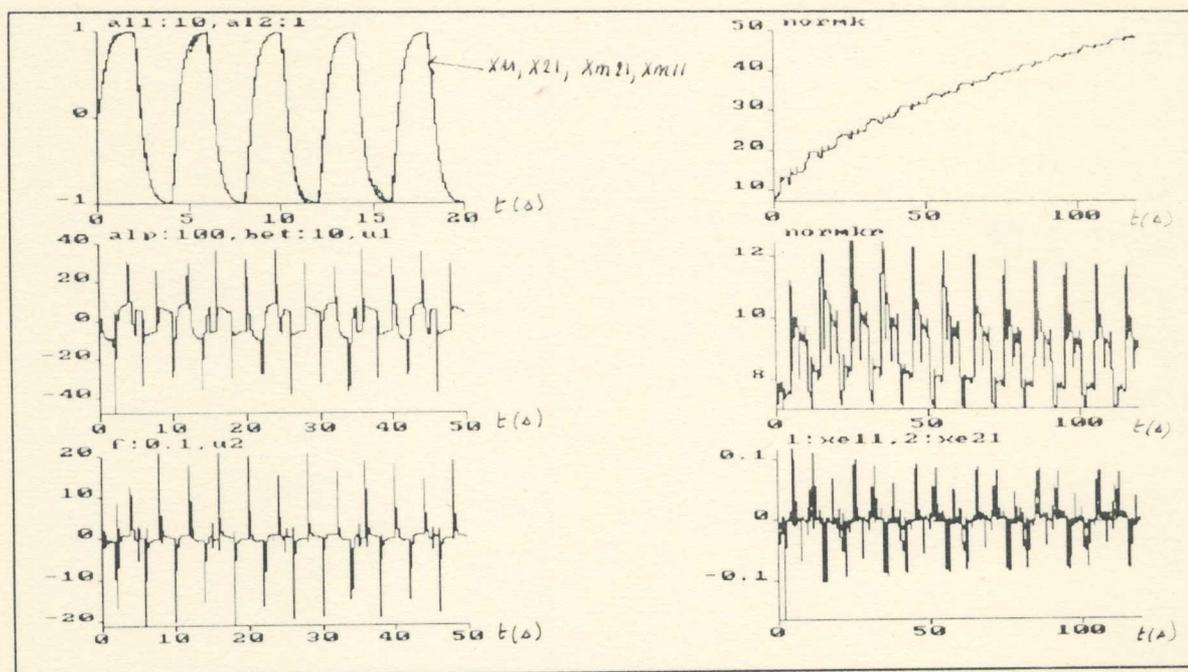


FIGURE 5-16

Commande MRAC avec variation rapide sur la masse

AL1=10Kg, AL2=1Kg et f=0.1Hz pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

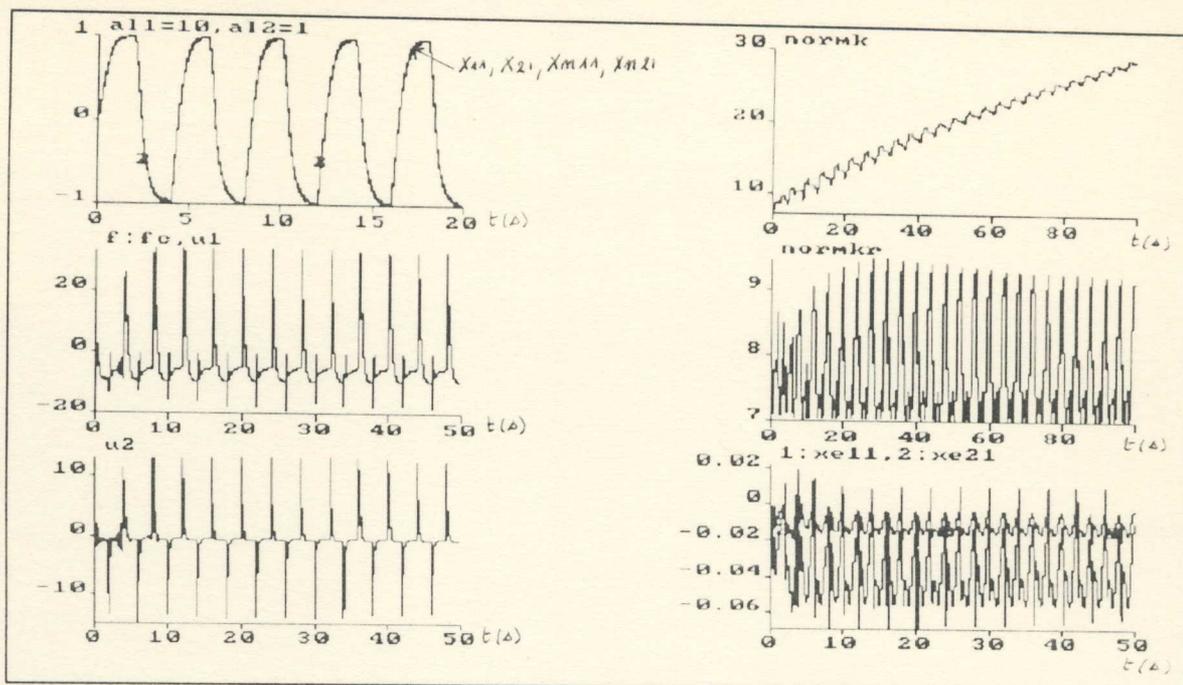


FIGURE 5-17

Commande MRAC avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

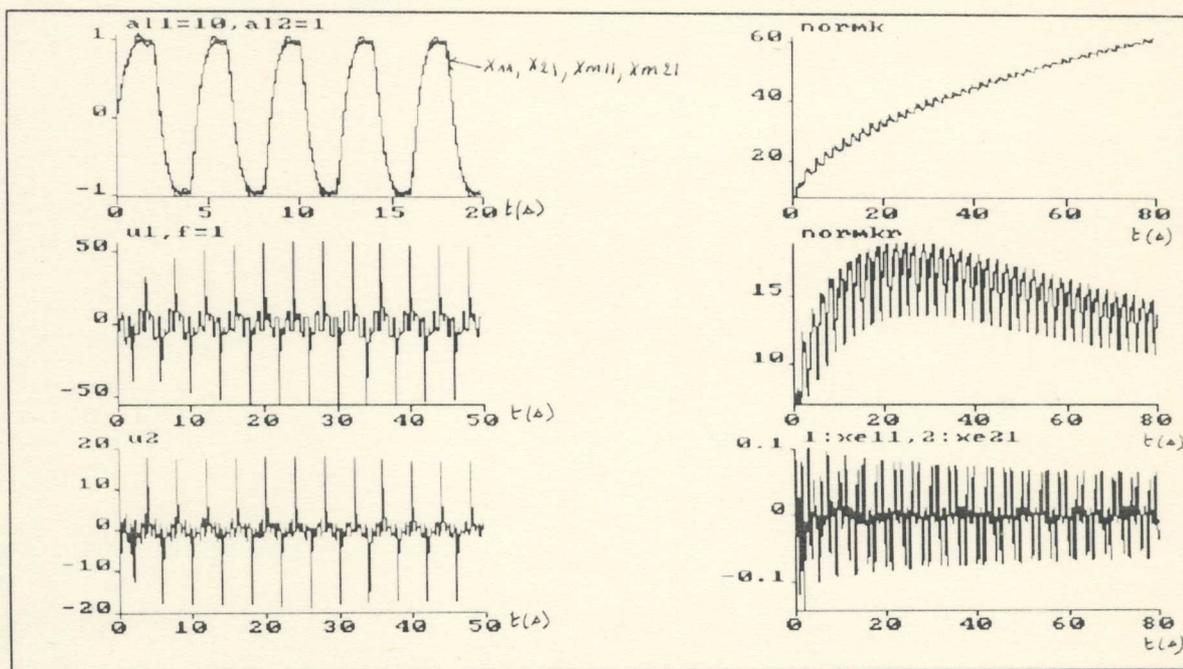


FIGURE 5-18

Commande MRAC avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

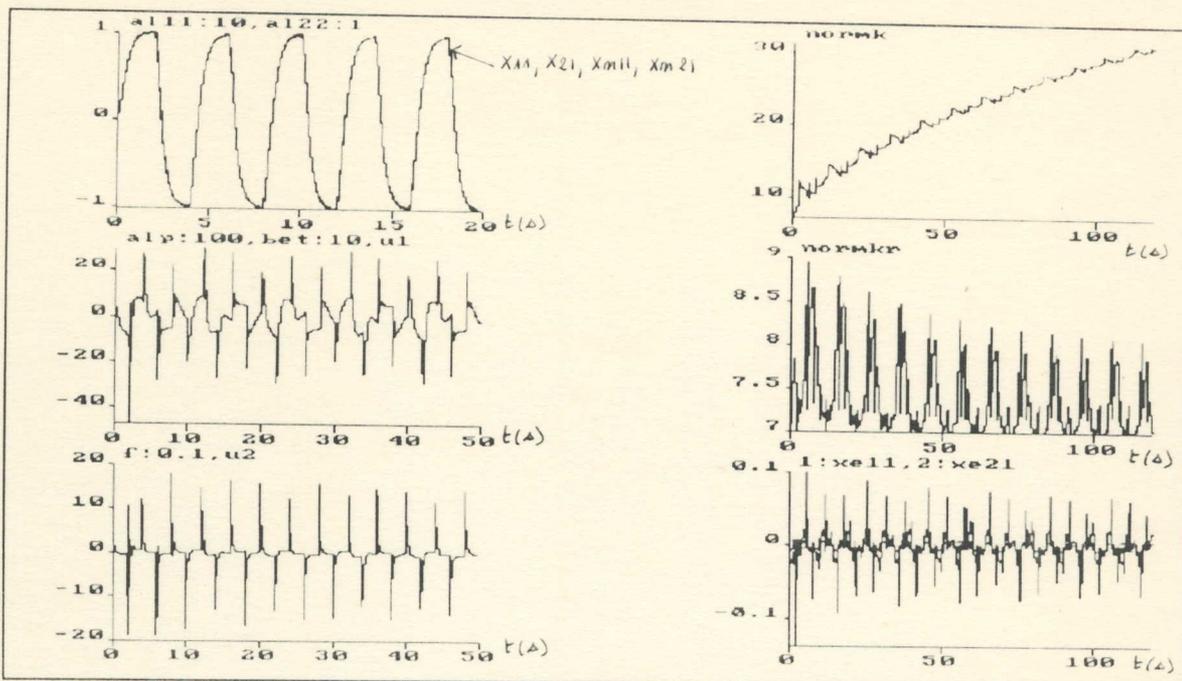


FIGURE 5-19

Commande MRAC avec variation lente sur la masse

$AL11=10Kg, AL22=1Kg$ et $f=0.1Hz$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

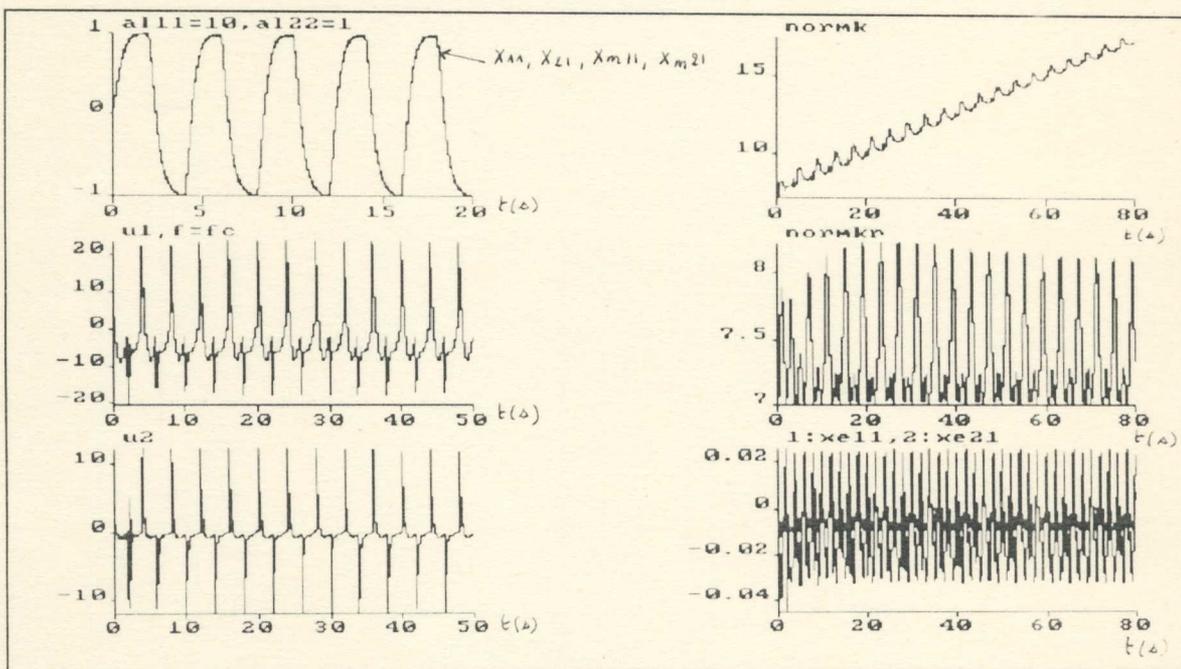


FIGURE 5-20

Commande MRAC avec variation lente sur la masse

$AL11=10Kg, AL22=1Kg$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

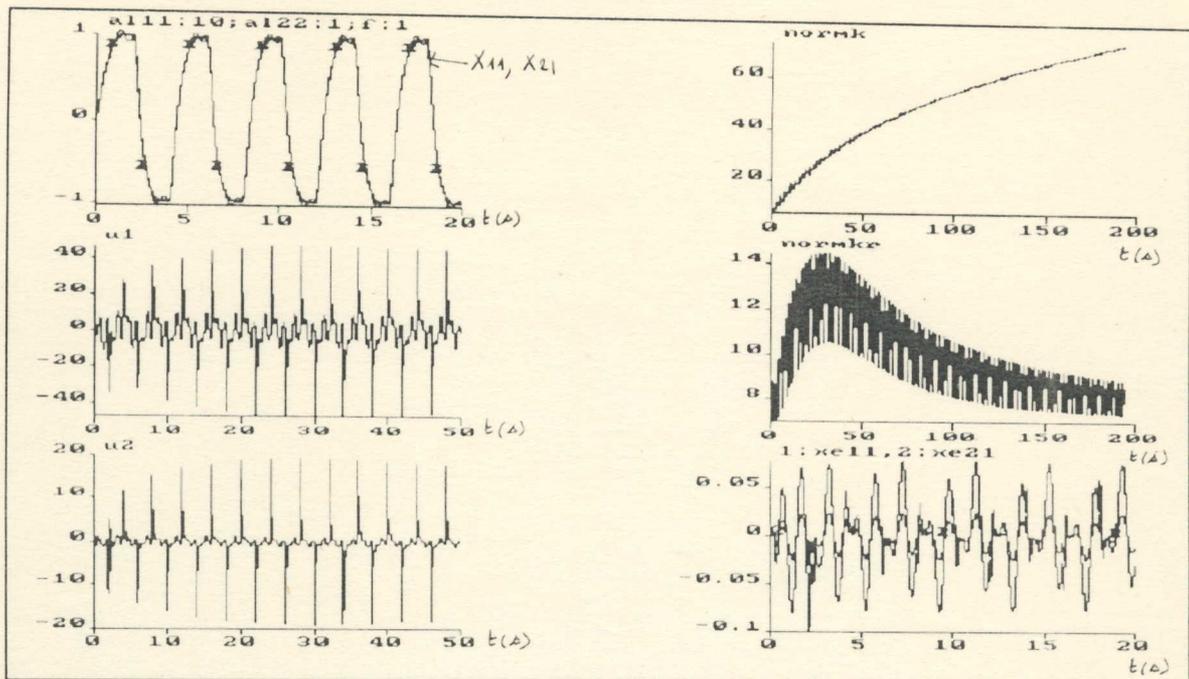


FIGURE 5-21

Commande MRAC avec variation lente sur la masse
 $AL_{11}=10\text{Kg}$, $AL_{22}=1\text{Kg}$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

3-2-3) L'algorithme MCS : Minimal Controller synthesis [61], [62], [63]

3-2-3-1) Introduction:

L'algorithme MCS (Stoten and Benchoubane 1990) est une extension significative du contrôle adaptatif avec modèle de référence (MRAC).

De la même façon que pour le MRAC, le **but** du MCS est d'obtenir un excellent contrôle en boucle fermée en dépit de la présence de perturbations extérieures ou internes. Cependant **à l'opposé** du MRAC, le MCS n'exige pas une identification du système à contrôler et la synthèse d'un contrôleur linéaire **mais** nécessite seulement la connaissance générale de la structure de l'équation d'état. Autrement dit, seuls le nombre de degrés de liberté et la dimension du vecteur d'état sont à connaître. De plus, la matrice C_c (6-8) ne dépend plus de la matrice paramètre du système B, d'où une indépendance totale entre la commande et le système physique.

3-2-3-2) Détermination de la commande MCS:

Soit toujours notre bras manipulateur classe 1, défini par le système d'équations d'états suivant:

$$\begin{cases} X'(t) = A X(t) + B U(t) + d(t) & (7-1) \\ Y(t) = C X(t) & (7-2) \end{cases}$$

où, X : est le vecteur d'état correspondant respectivement à la position et la vitesse du bras 1 et du bras 2 ($DIM(X)=4*1$).

Y : vecteur de sortie, correspond à la position des deux bras ($DIM(Y)=2*1$).

$d(t)$: vecteur des termes non linéaires du système ($DIM(d)=4*1$).

$U(t)$: vecteur des commandes des deux bras u_1 et u_2 ($DIM(U)=2*1$).

En commun avec le MRAC, l'objectif du MCS est d'assurer que le signal de sortie suit fidèlement le modèle de référence [59], défini par:

$$X'_m(t) = A_m X_m(t) + B_m r(t) \quad (7-3)$$

avec : $A_m = \text{diag}[A_{m1}, A_{m2}]$ où $A_{m1} = A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$

et $B_m = \text{diag}[B_{m1}, B_{m2}]$ où $B_{m1} = B_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$

Donc l'approche MCS pour la même formulation considérée pour le MRAC suppose que $K = 0$, $K_r = 0$ et que les paramètres du système (A et B) sont inconnus.

La commande sera donnée par [61],[62],[63]:

$$U(t) = \delta K(t).X(t) + \delta K_r(t).r(t) \quad (7-4)$$

et l'erreur dynamique de notre système en boucle fermée sera donnée par:

$$X'_e(t) = A_m X_e(t) + I_4 W(t) - d(t) \quad (7-5)$$

où

$$X_e(t) = X_m(t) - X(t) \quad (7-6)$$

et

$$W(t) = (A_m - A - B \delta K) X(t) + (B_m - B \delta K_r) r(t) \quad (7-7)$$

La stabilité absolue de (7-5) est vérifiée par l'application de la théorie de l'hyperstabilité et le critère de Popov au système équivalent, non linéaire en boucle fermée, montré dans la figure-10, ci-dessous :

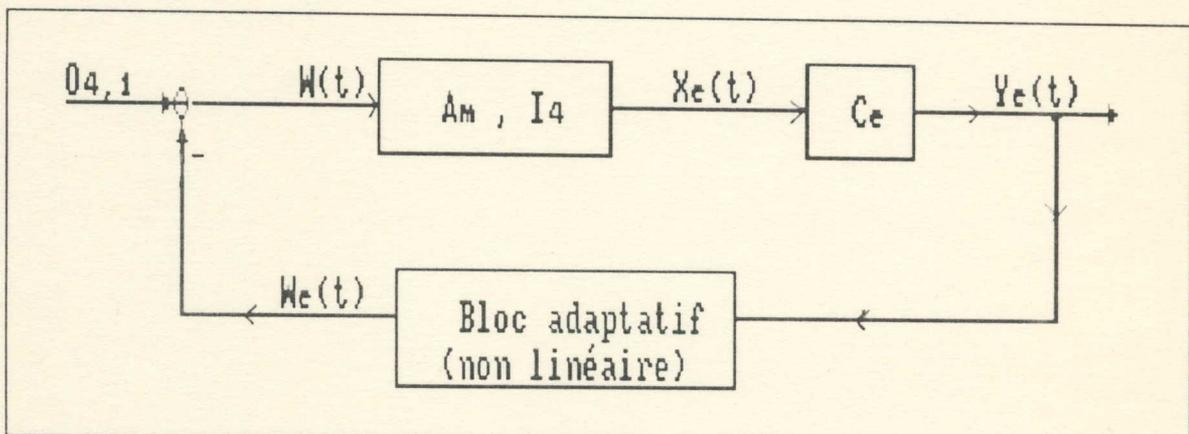


Figure 10

Le système en boucle fermée équivalent

Dans ce système : $W(t) = -W_e(t)$, où $W_e(t)$ est une fonction non linéaire nécessaire pour générer $Y_e(t)$, ce qui constitue un bloc adaptatif.

Donc le système est hyperstable si $\{ A_m, I_4, C_e \}$ est un bloc hyperstable, c'est à dire, qu'il existe deux matrices symétriques et positives définies P et Q telsque:

$$\begin{cases} P A_m + A_m^T P = -Q & (7-8) \\ C_e = P & (7-9) \end{cases}$$

$$\text{avec : } Y_c(t) = C_c X_c(t) \quad (7-10)$$

=sortie du système en boucle fermée équivalent.

et si l'inégalité de Popov est vérifiée, soit:

$$\int_{t_0}^{t_1} y_c^T(t) W_c(t) dt \geq -\gamma^2 \quad (7-11)$$

De là, on déduit que les gains variables satisfaisants l'inégalité de Popov sont spécifiques mais non uniques et sont données par (Landau,1979):

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta K(t) = \int_0^t \alpha y_c(\tau) x^T(\tau) d\tau + \beta y_c(t) x^T(t) \end{array} \right. \quad (7-12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta K_r(t) = \int_0^t \alpha y_c(\tau) r^T(\tau) d\tau + \beta y_c(t) r^T(t) \end{array} \right. \quad (7-13)$$

avec $\alpha > 0$ et $\beta \geq 0$

Comme pour la commande MRAC, l'algorithme MCS peut être sujet à une implémentation en temps discret, en utilisant un bloqueur d'ordre zéro aussi.

$$(7-4) \text{ devient : } U(k) = \delta K(k).X(k) + (K_r + \delta K_r(k)).r(k) \quad (7-14)$$

$$(7-10) \text{ devient : } Y_c(k) = C_c.X_c(k) \quad (7-15)$$

$$(7-12) \text{ devient : } \delta K(k) = \delta K(k-1) + \beta.Y_c(k).X^T(k) - (\beta - \alpha \Delta).Y_c(k-1).X^T(k-1) \quad (7-16)$$

$$(7-13) \text{ devient : } \delta K_r(k) = \delta K_r(k-1) + \beta.Y_c(k).r^T(k) - (\beta - \alpha \Delta).Y_c(k-1).r^T(k-1) \quad (7-17)$$

avec: k, le temps discret et Δ , l'intervalle d'échantillonnage en temps discret.

3-2-3-3) Simulation et interprétation:

Après avoir adapter la commande MCS à notre bras manipulateur, nous allons passer maintenant à l'étape de la simulation de la réponse du système lorsqu'il sujet aux différentes perturbations extérieures ou variation des paramètres internes déjà définies auparavant.

Remarque: Pour la commande MCS, NORMK et NORMKr présentent seulement la norme euclidienne des gains variables δK et δK_r , du moment que la commande MCS n'exige pas l'utilisation d'un contrôleur linéaire.

* La figure 6-1: On applique une commande MCS sans aucune perturbation extérieure ou une variation des paramètres internes du bras. On constate une très bonne poursuite du modèle de référence. Les commandes (u_1 et u_2) sont faibles et bornées. La norme des gains variables converge rapidement (à $t \approx 1s$). L'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) qui est bornée, tend vers zéro. Donc, le système est stable.

* Les figures (6-2) à (6-9): présentent le cas de perturbations extérieures constantes (Fig 6-2), rapides (Fig 6-3 à Fig 6-6) et lentes (Fig 6-7 à Fig 6-8). Comme pour la commande MRAC, Le signal de sortie suit le modèle de référence avec des dépassements d'amplitudes variables selon la valeur de la fréquence du signal perturbateur. L'erreur de sortie est bornée. Les commandes nécessaires sont assez élevées et présentent des pics indésirables. La convergence des gains variables est atteinte à des temps assez importants, supérieurs à ceux de la commande MRAC. Cependant, notre système maintient sa stabilité.

Note: Pour réduire les erreurs observées sur le signal de sortie, on peut procéder, comme pour la commande MRAC, à l'augmentation de la valeur des coefficients α et β pour y remédier. La figure (6-5) est un exemple de perturbation extérieure rapide avec $f=f_c$ et $\alpha=\beta=1000$. On note alors, une erreur de sortie qui tend vers zéro. La convergence de la norme des gains est plus rapide (à $t \approx 30s$). Mais la commande nécessaire devient plus importante.

* Les figures (6-10) à (6-15): présentent la réponse du bras manipulateur à une variation rapide puis lente des frictions des joints, pour les trois fréquences perturbatrices définies auparavant. Comme pour la commande MRAC, le signal de sortie suit correctement le modèle de référence avec des erreurs bornées. Les commandes nécessaires sont bornées mais présentent des pics. Comparée à la commande MRAC, la convergence des normes des gains est **plus** lente à atteindre. Mais comme l'erreur reste bornée alors le système reste stable.

* Les figures (6-16) à (6-21) : présentent la réponse du bras manipulateur à une variation rapide puis lente sur la masse de chaque bras, pour les trois fréquences perturbatrices définies auparavant. On observe alors, pour une variation rapide comme pour une variation lente, de légers dépassements d'amplitudes du signal de référence. Les commandes sont réalisables et bornées. La convergence des normes de gains est plus rapide que pour la variation des frictions des joints. Elle est aussi plus rapide que pour le MRAC dans les mêmes conditions . L'erreur de sortie est toujours bornée d'où le système qui reste stable.

En résumé, on peut dire que la commande MCS fournit les mêmes résultats obtenus pour la commande MRAC sauf que la convergence de la norme des gains est moins rapide (sauf pour le cas de variation de la masse). Mais **l'intérêt** de l'algorithme MCS réside dans le fait que la commande n'exige pas une connaissance des paramètres du système à commander mais seulement sa structure générale et ne nécessite pas l'utilisation d'un contrôleur linéaire qui doit vérifier les conditions d'Erzberger ($K=0$ et $K_1=0$). Donc la commande MCS est aussi robuste que la commande MRAC.

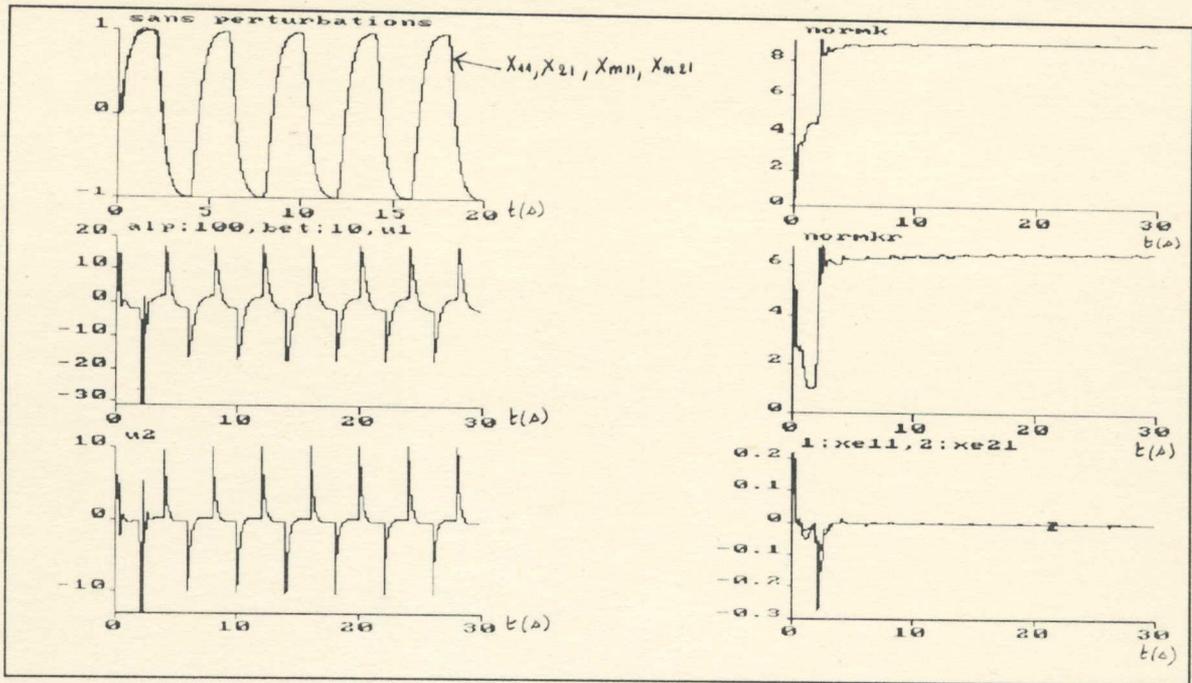


FIGURE 6-1

Commande MCS sans perturbation extérieure
ou variation interne pour $\alpha = 100$ et $\beta = 10$

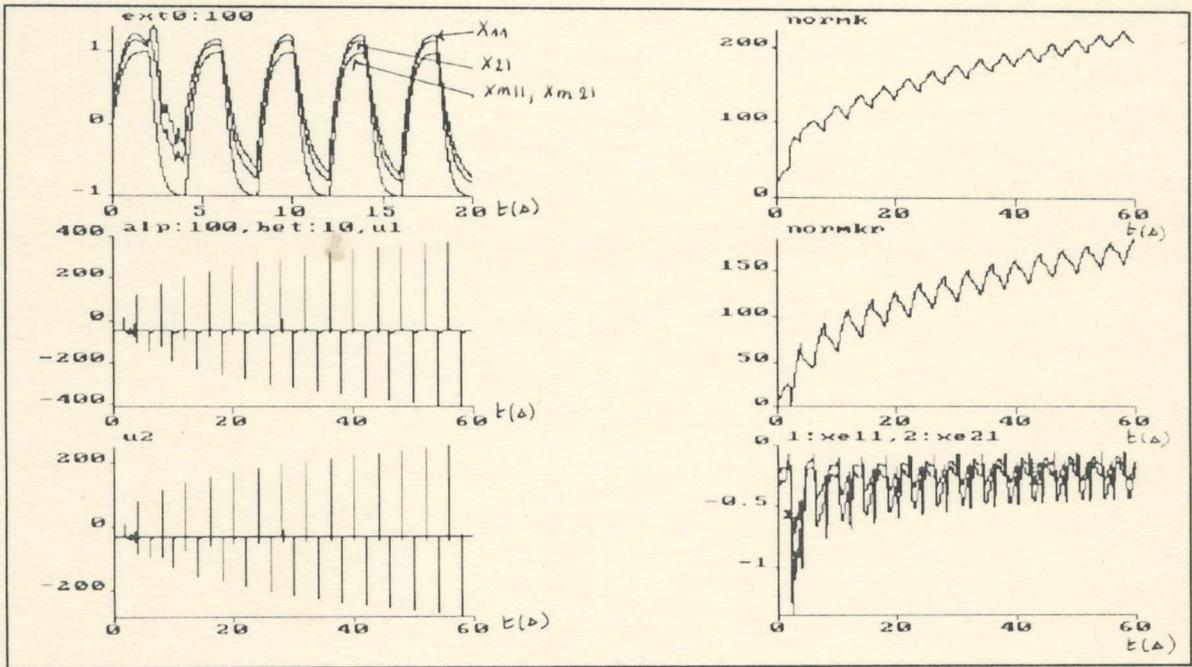


FIGURE 6-2

Commande MCS avec une perturbation extérieure constante
d'amplitude $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

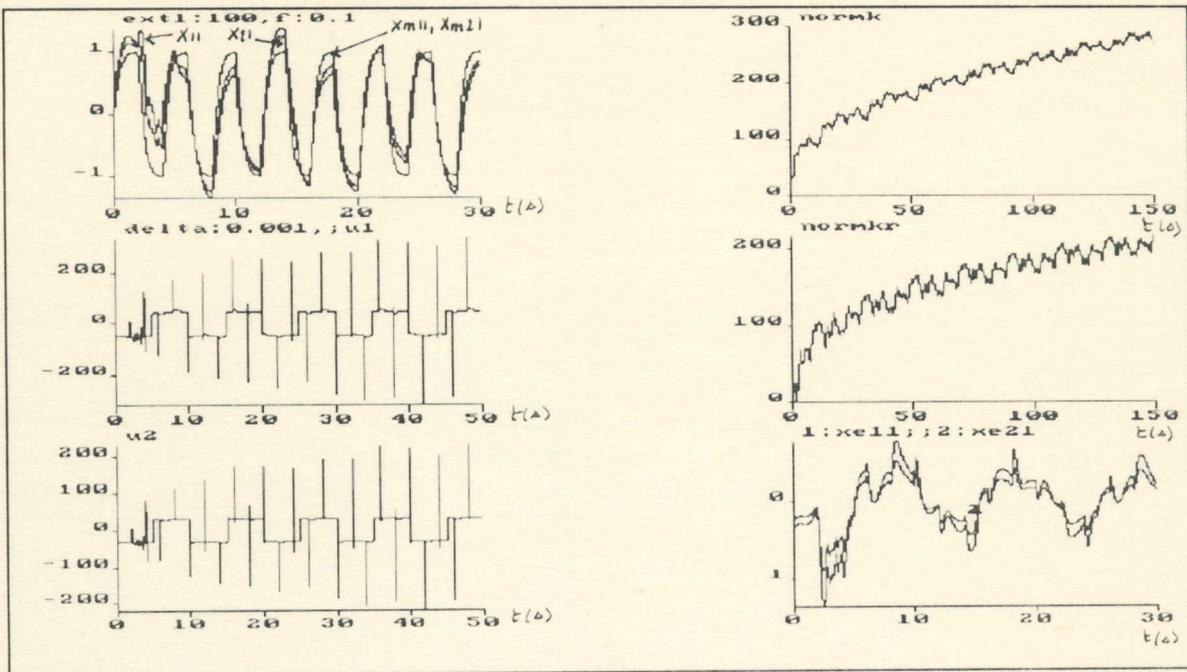


FIGURE 6-3

Commande MCS avec perturbation extérieure rapide

EXT1:100rad/s², f = 0.1Hz pour $\alpha = 100$ et $\beta = 10$

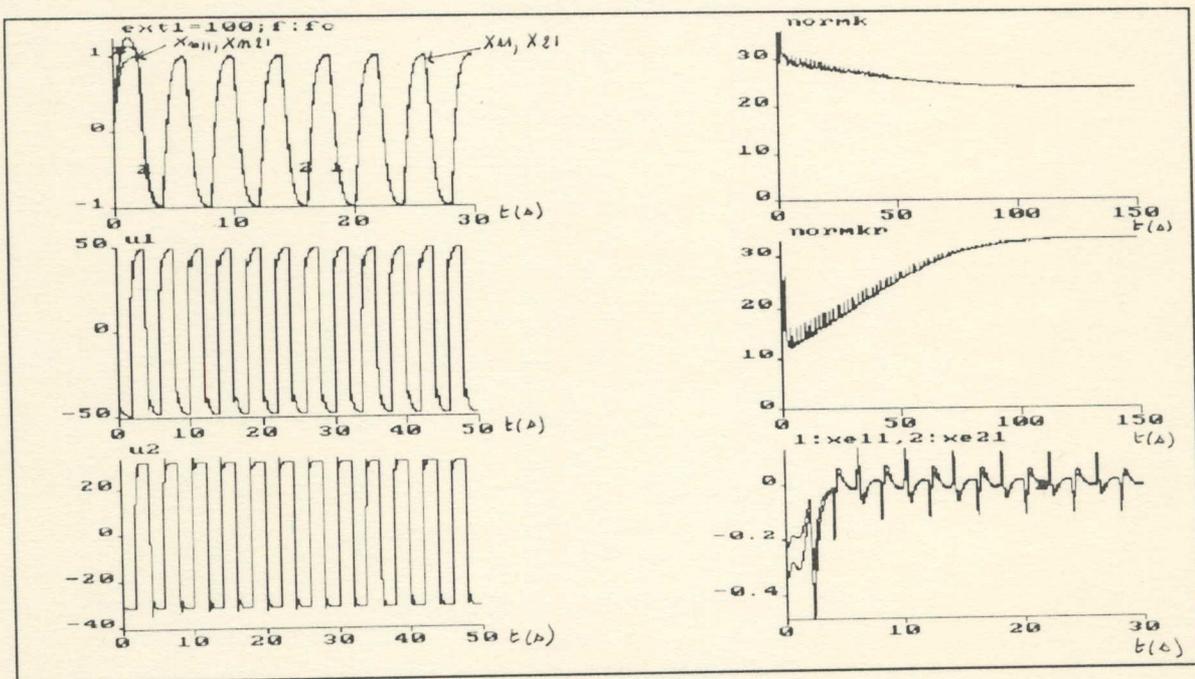


FIGURE 6-4

Commande MCS avec une perturbation extérieure rapide

d'amplitude EXT1=100rad/s² et f=fc pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

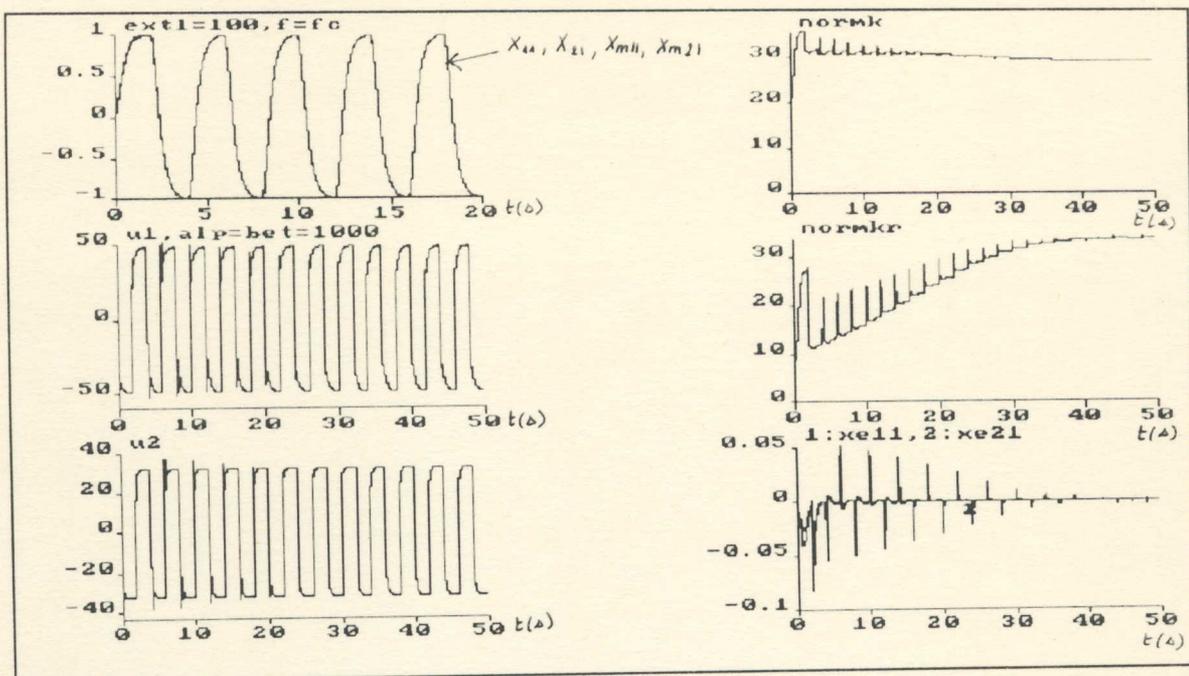


FIGURE 6-5

Commande MCS avec une perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ et $f=fc$ pour $\alpha=\beta=1000$

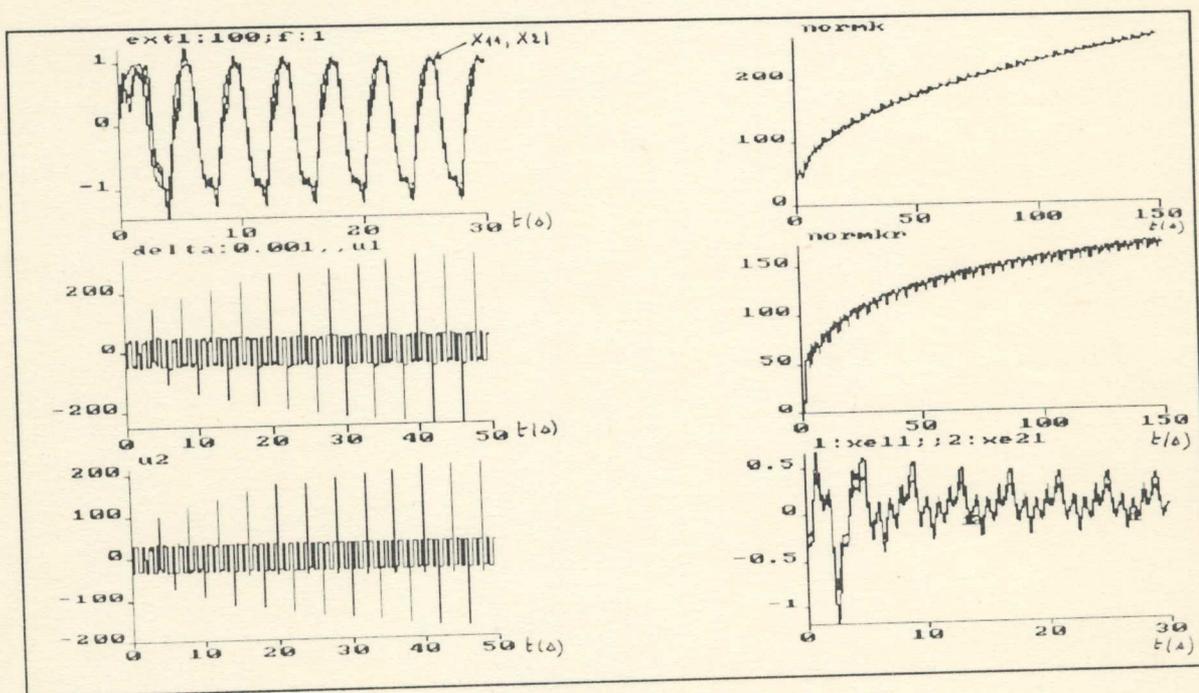


FIGURE 6-6

Commande MCS avec une perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

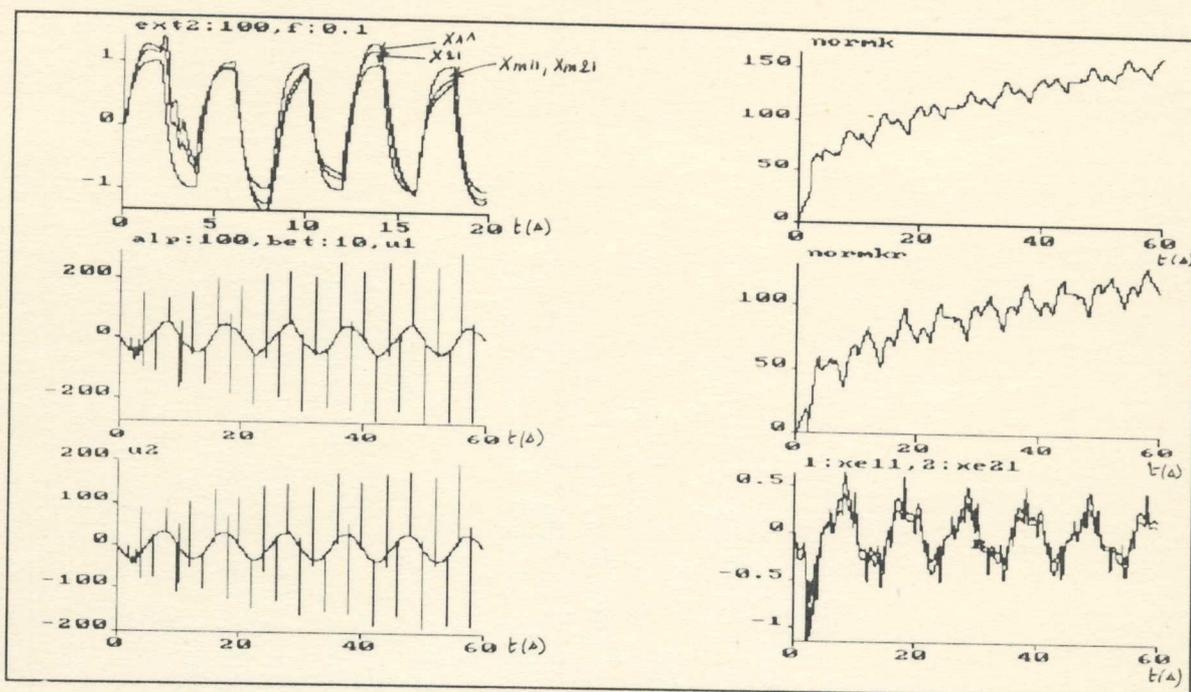


FIGURE 6-7

Commande MCS avec une perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ et $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

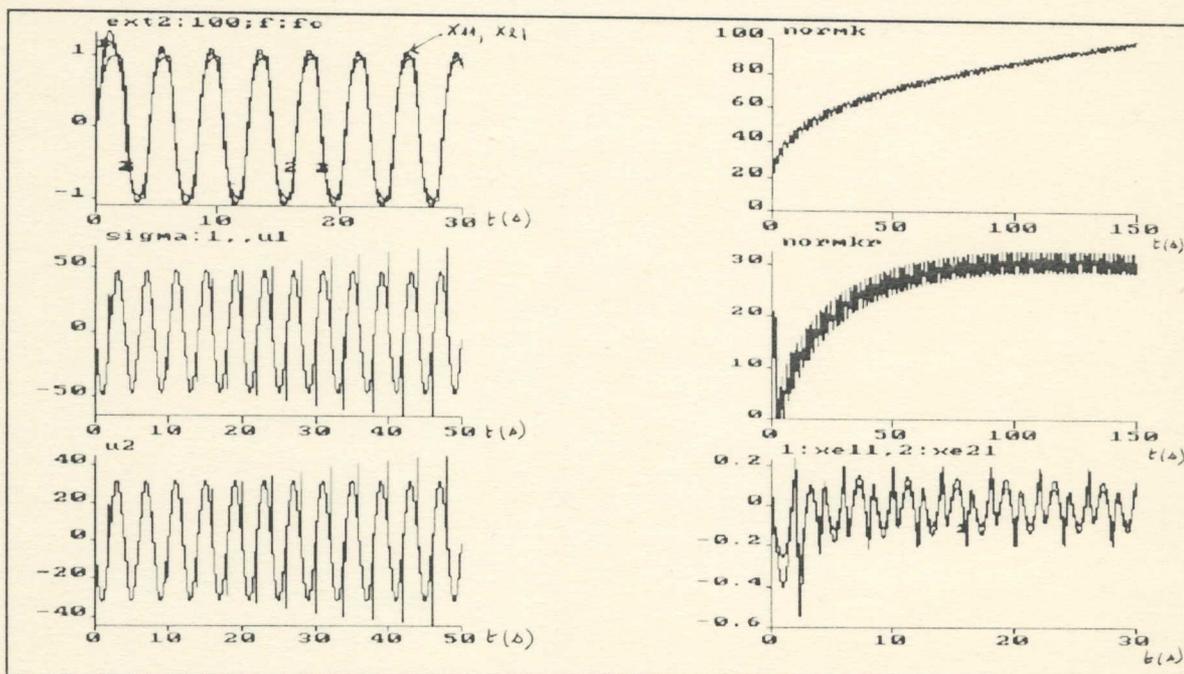


FIGURE 6-8

Commande MCS avec une perturbation extérieure lente
d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ et $f=fc$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

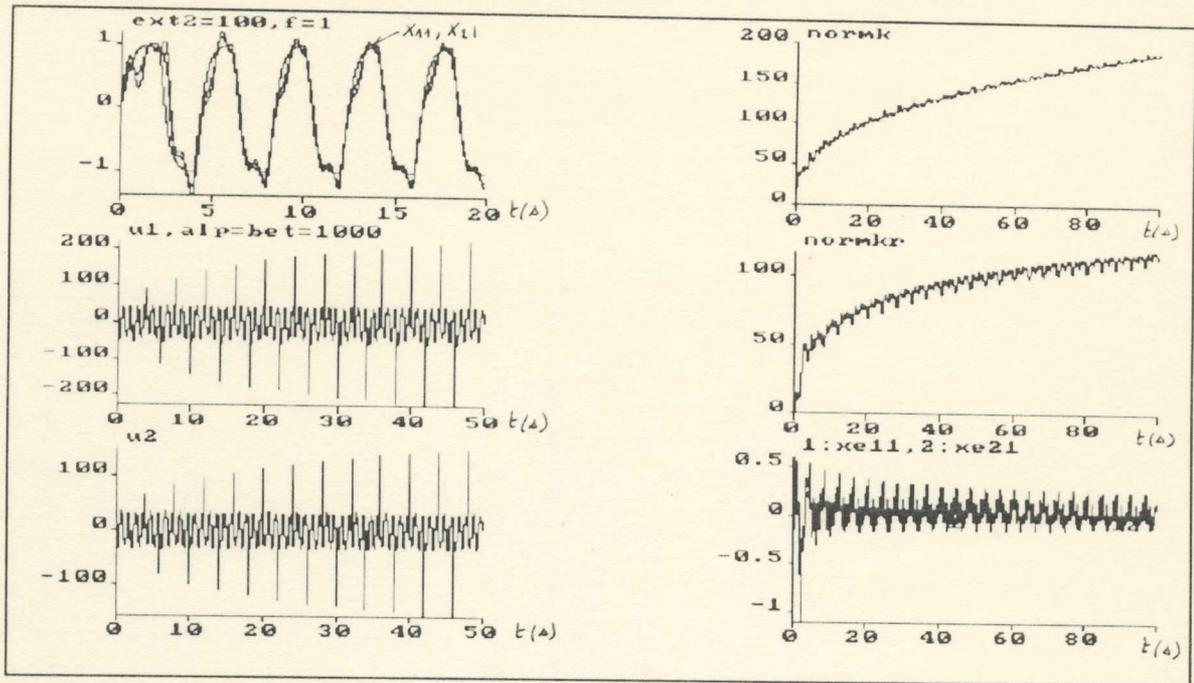


FIGURE 6-9

Commande MCS avec une perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

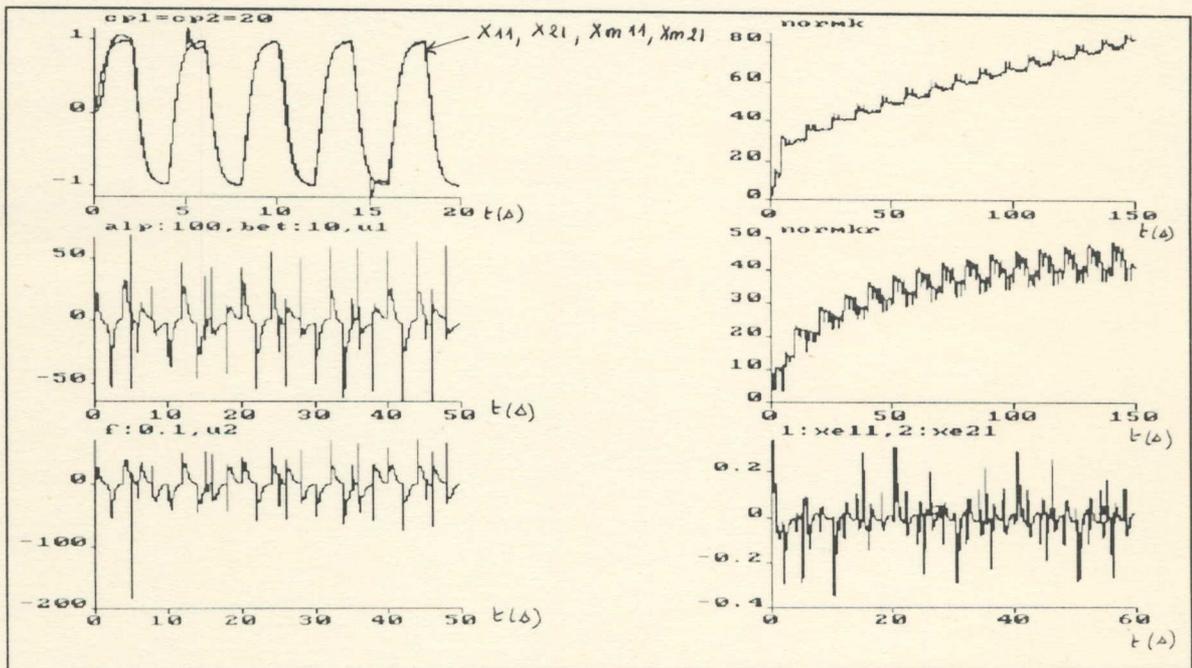


FIGURE 6-10

Commande MCS avec variation rapide des frictions
 $CP1=20\text{Nms}$, $CP2=20\text{Nms}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha = 100$ et $\beta = 10$

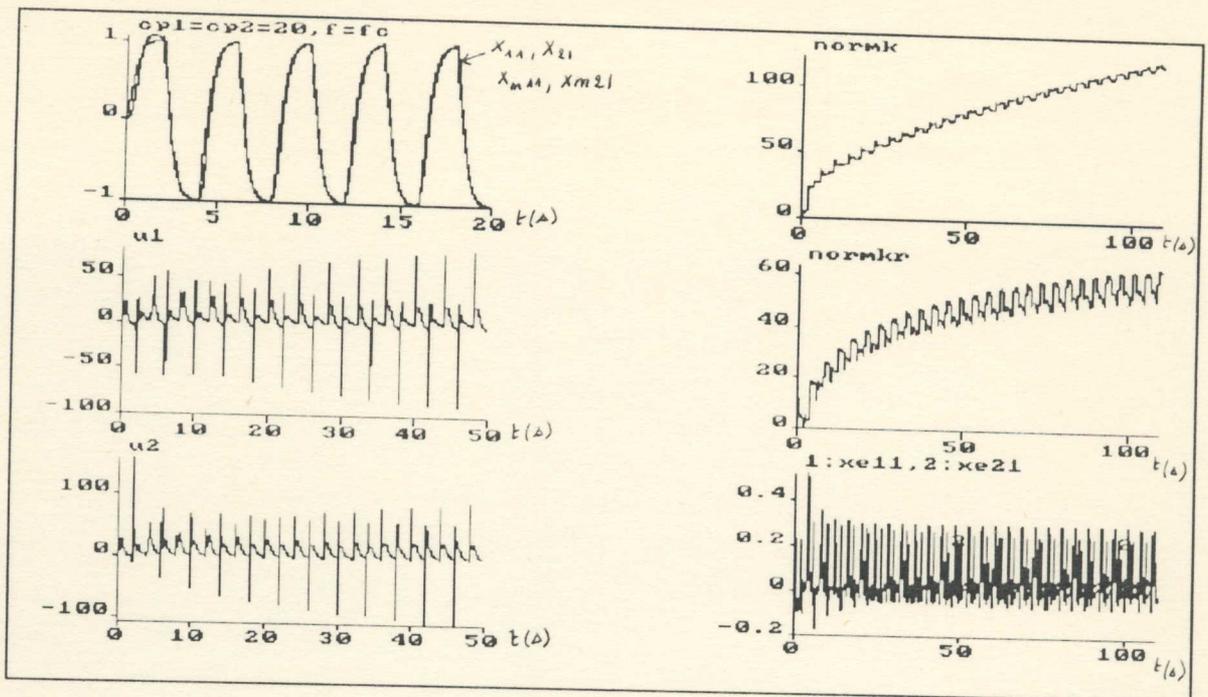


FIGURE 6-11

Commande MCS avec variation rapide sur la friction des joints

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

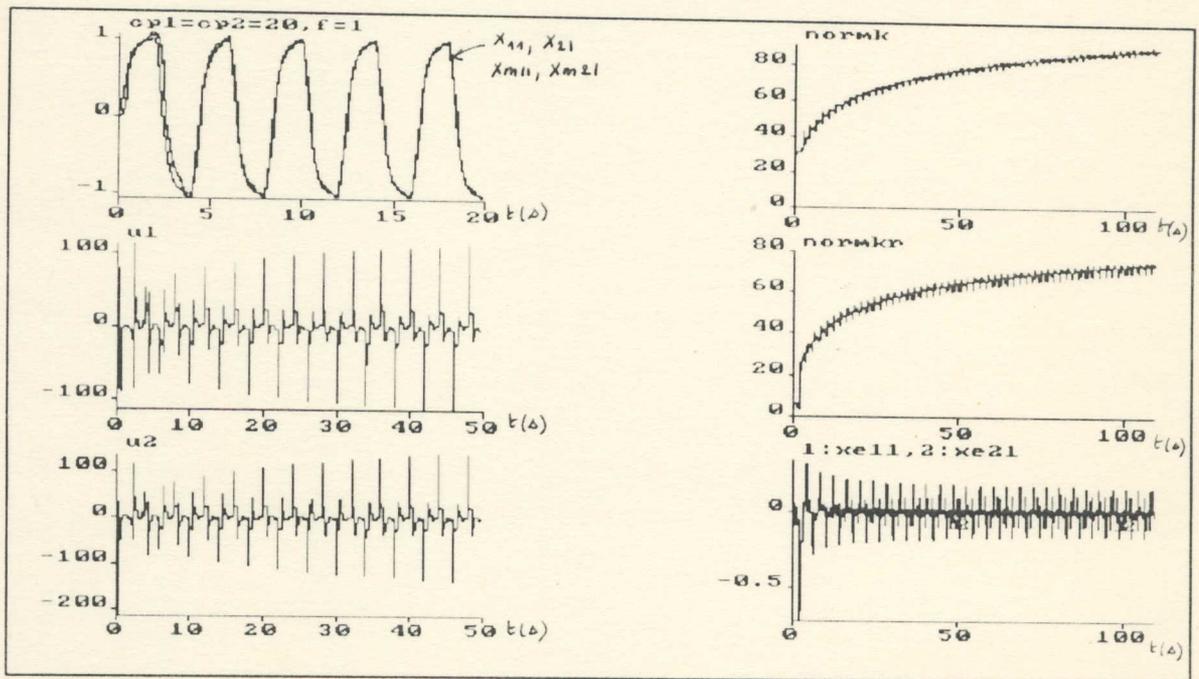


FIGURE 6-12

Commande MCS avec variation rapide sur la friction des joints

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$ et $f=1Hz$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

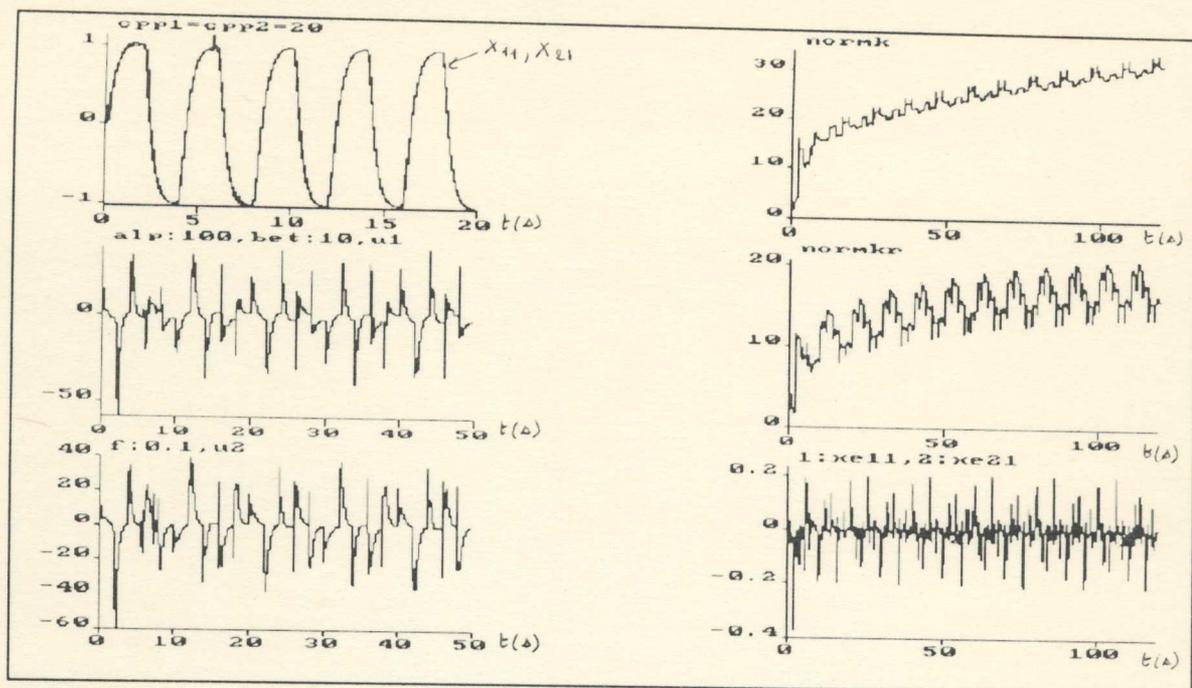


FIGURE 6-13

Commande MCS avec variation lente sur la friction des joints

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

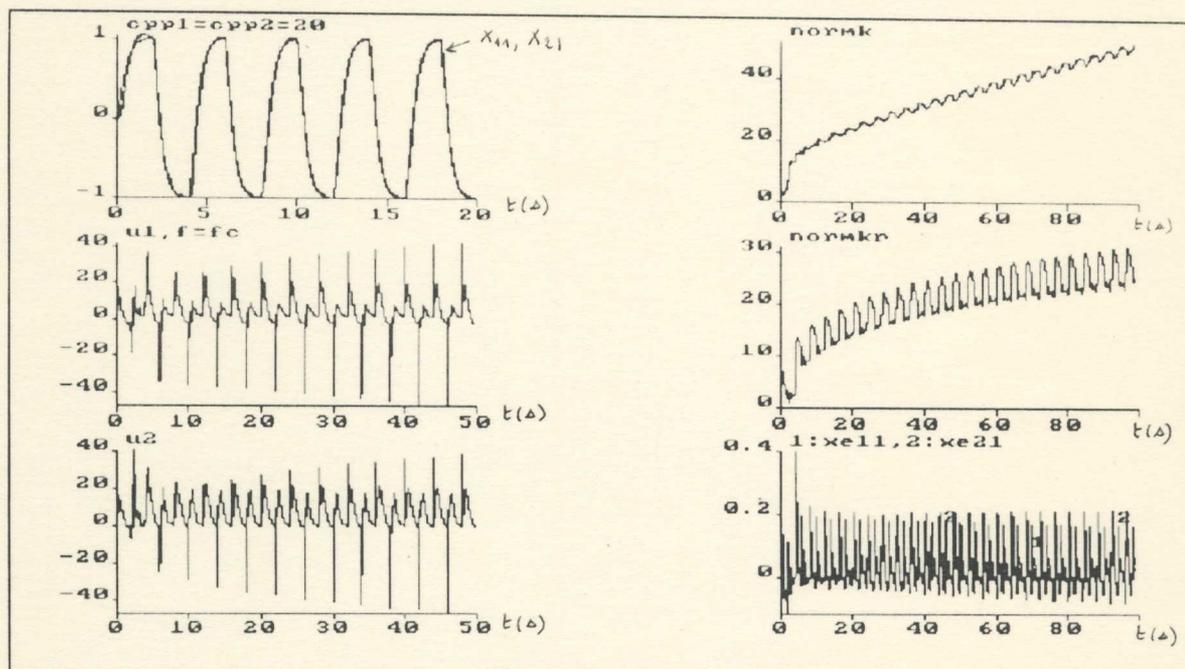


FIGURE 6-14

Commande MCS avec variation lente sur la friction des joints

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

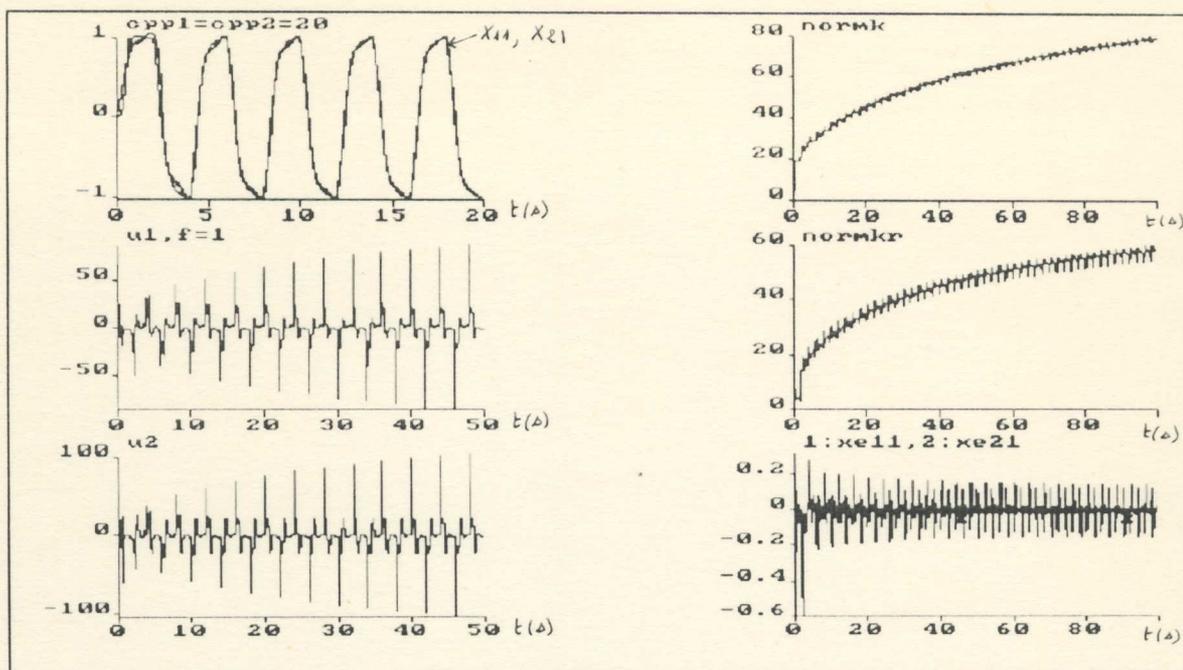


FIGURE 6-15

Commande MCS avec variation lente sur la friction des joints

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms et f=1Hz pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

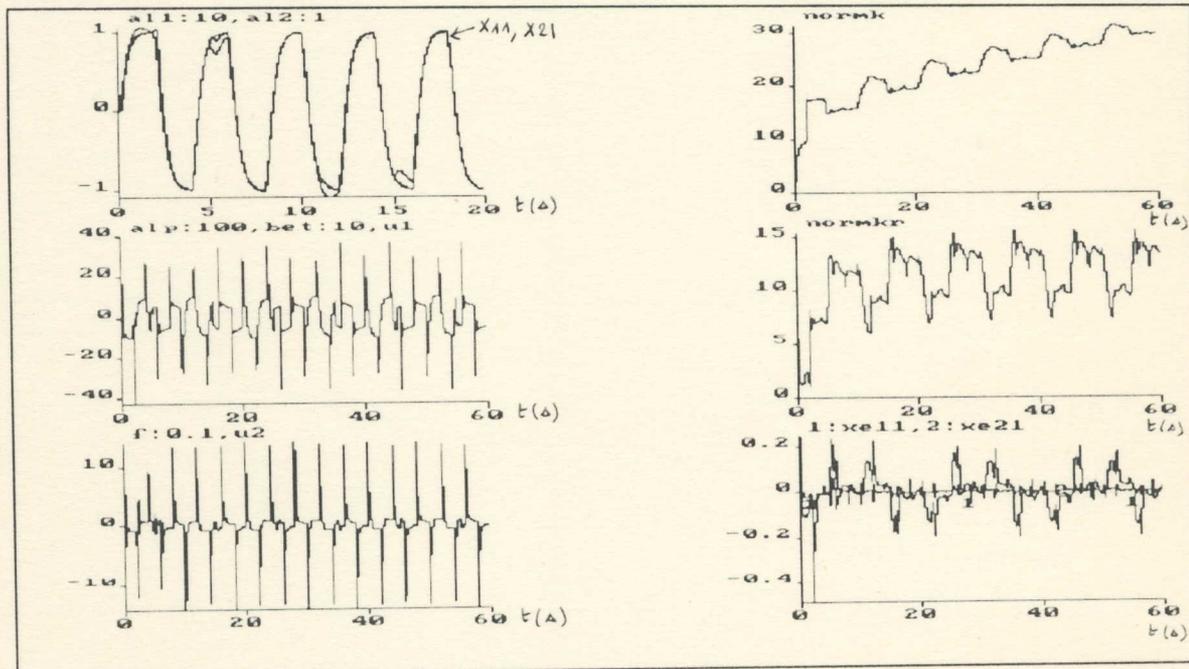


FIGURE 6-16

Commande MCS avec variation rapide sur la masse

AL1=10Kg, AL2=1Kg, f=0.1Hz pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

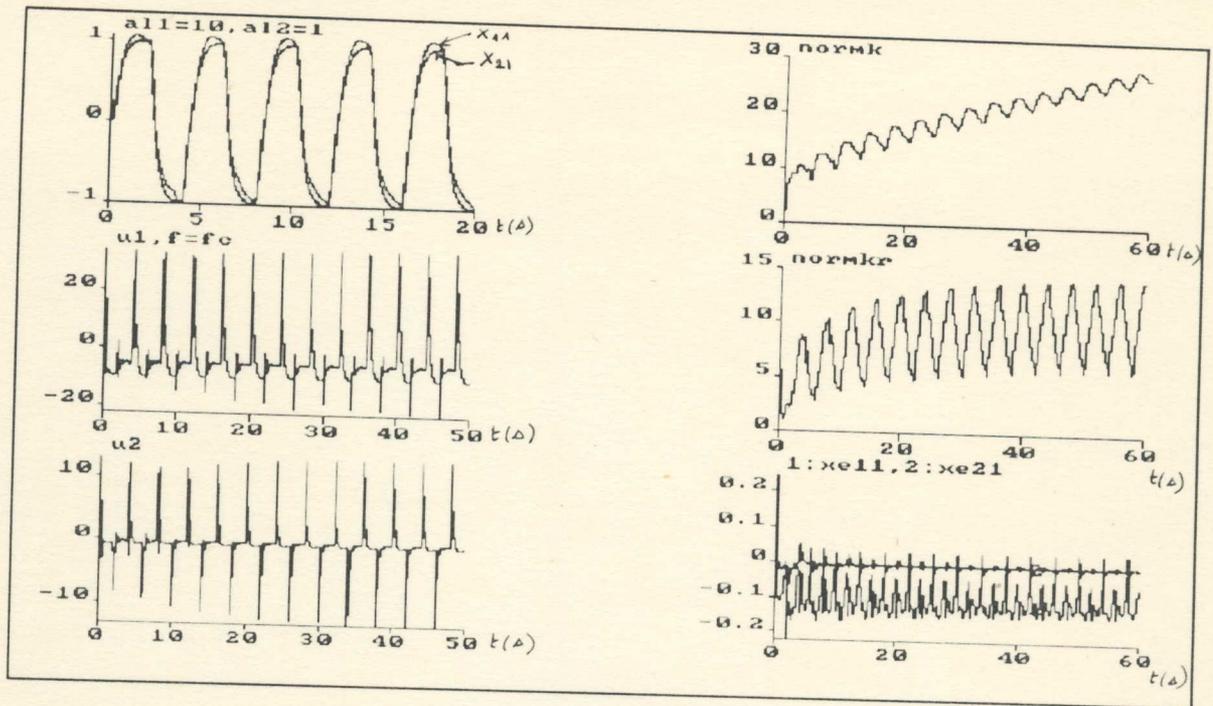


FIGURE 6-17

Commande MCS avec variation rapide sur la masse
 $AL1=10Kg, AL2=1Kg$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

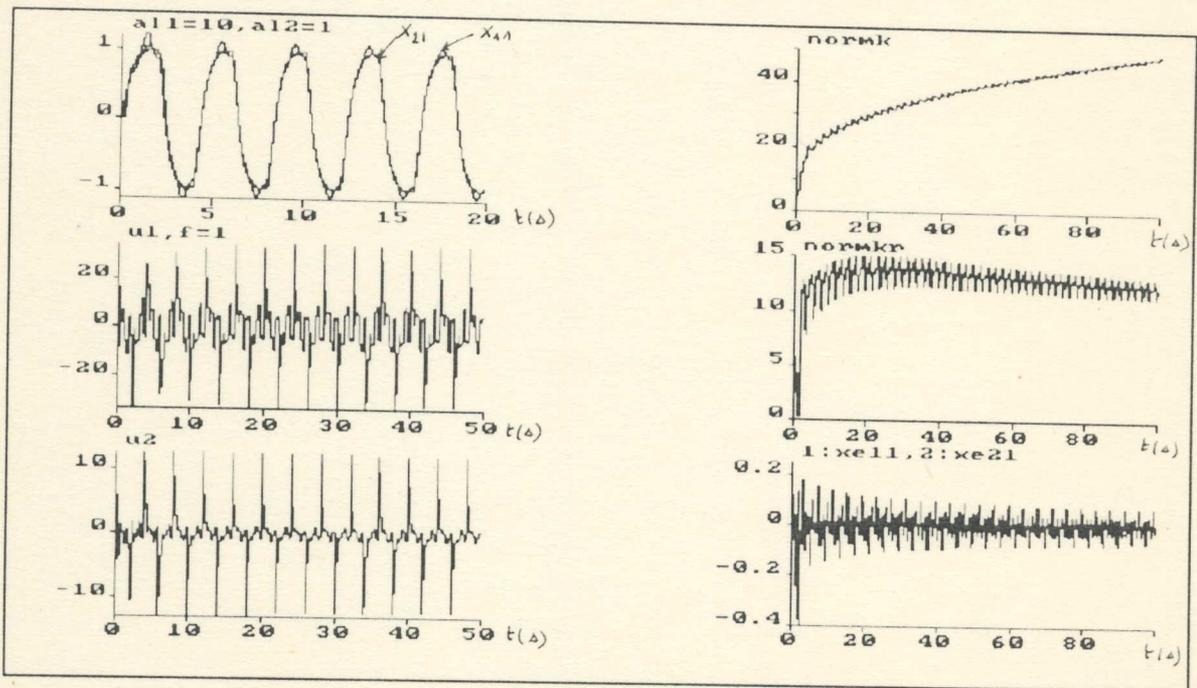


FIGURE 6-18

Commande MCS avec variation rapide sur la masse
 $AL1=10Kg, AL2=1Kg$ et $f=1Hz$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

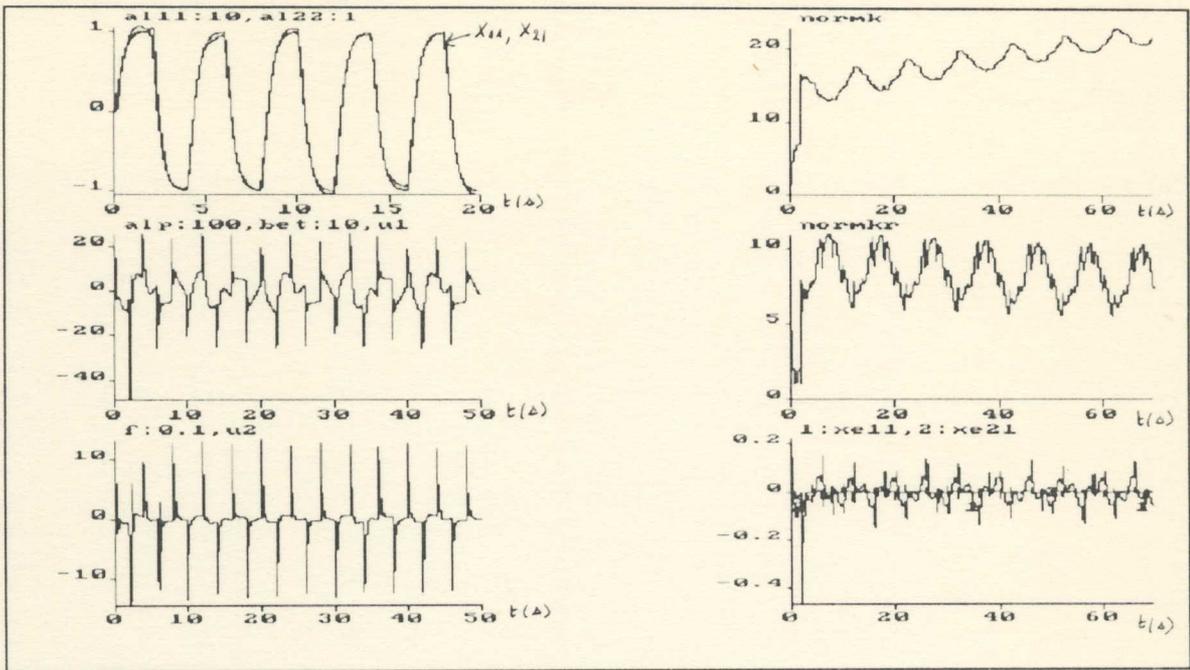


FIGURE 6-19

Commande MCS avec variation lente sur la masse
 $AL_{11}=10\text{Kg}, AL_{22}=1\text{Kg}, f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

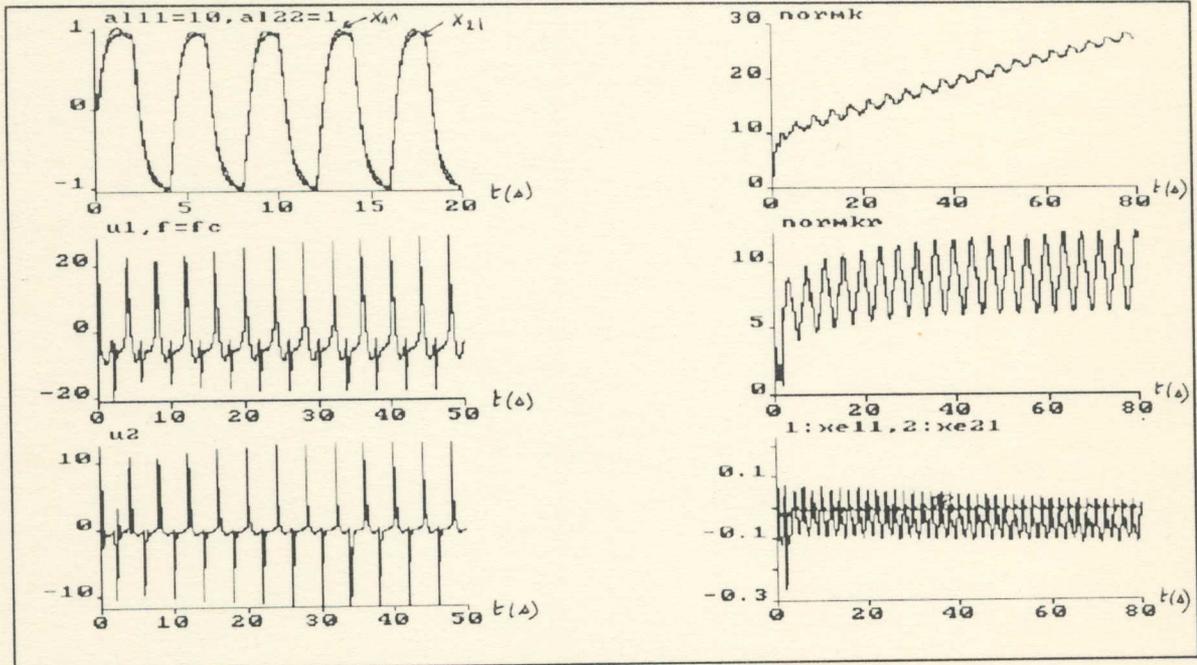


FIGURE 6-20

Commande MCS avec variation lente sur la masse
 $AL_{11}=10\text{Kg}, AL_{22}=1\text{Kg}$ et $f=f_c$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

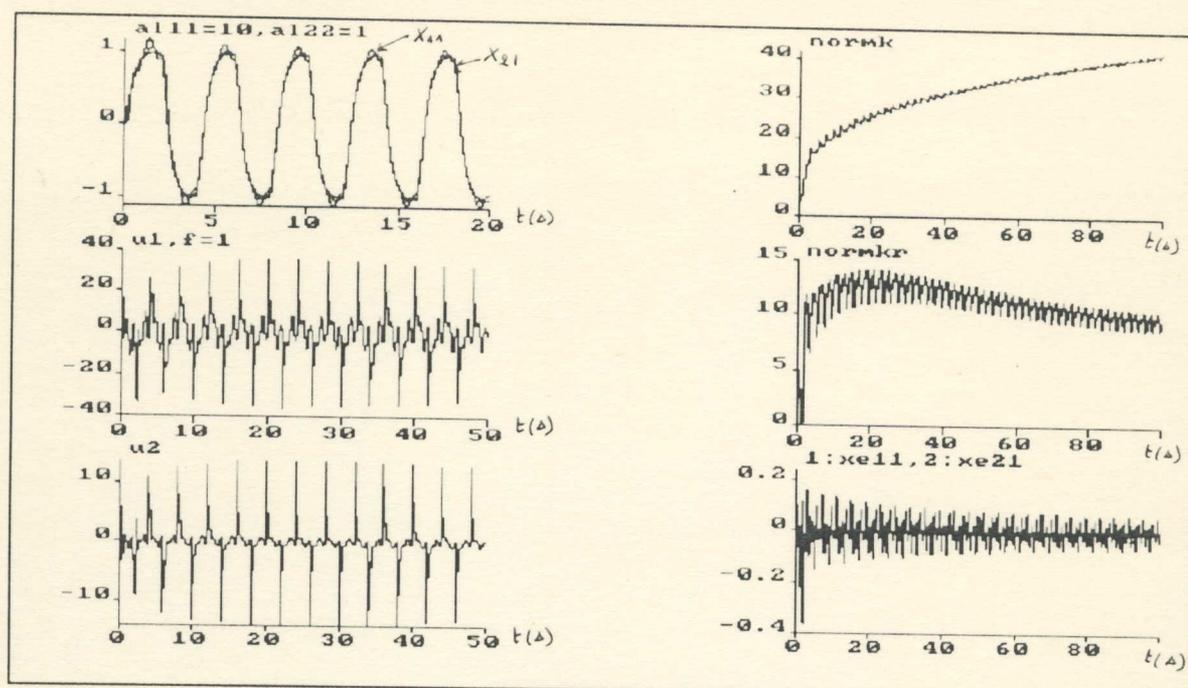


FIGURE 6-21

Commande MCS avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}, AL22=1\text{Kg}$ et $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=100$ et $\beta=10$

3-2-4) La modification σ : [12],[30],[47],[48]

3-2-4-1) Introduction :

La modification σ consiste à introduire une transformation sur le calcul des gains variables δK et δK_r .

Son principe consiste à considérer le gain variable comme une variable d'état dont le calcul est donné par une équation d'état en boucle fermée.

On va appliquer cette modification aux deux commandes adaptatives MRAC et MCS et on va étudier l'apport qu'elle peut amener au niveau de la robustesse, en testant nos résultats pour deux valeurs distinctes de σ , soient 0.1 et 1.

3-2-4-2) Détermination de la commande :

La structure générale de la commande ne changera pas pour les deux commandes MRAC et MCS. On a toujours :

$$U(t) = - (K - \delta K) X(t) + (K_r + \delta K_r) r(t) \text{ pour le MRAC.}$$

$$U(t) = \delta K X(t) + \delta K_r r(t) \text{ pour le MCS.}$$

Mais cette fois-ci, les gains variables seront calculés de la façon suivante [12],[30],[47],[48]:

$$\begin{cases} \delta K' = \alpha y_e x^T + (\beta y_e x^T)' - \sigma \delta K & (8-1) \\ \delta K_r' = \alpha y_e r^T + (\beta y_e r^T)' - \sigma \delta K_r & (8-2) \end{cases}$$

Note : Pour simplifier un peu notre travail, on a considéré que le paramètre β était nul.

Donc, l'équation d'état des gains variables prise tout au long de notre travail, sera de la forme :

$$\begin{cases} \delta K' = \alpha y_e x^T - \sigma \delta K & (8-3) \\ \delta K_r' = \alpha y_e r^T - \sigma \delta K_r & (8-4) \end{cases}$$

L'implémentation en temps discret, nous donnera :

$$(8-3) \text{ devient : } \delta K(k) = \delta K(k-1).(1 - \sigma \Delta) + \Delta.\alpha.y_e(k-1).X^T(k-1) \quad (8-5)$$

$$(8-4) \text{ devient : } \delta K_r(k) = \delta K_r(k-1).(1 - \sigma \Delta) + \Delta.\alpha.y_e(k-1).r^T(k-1) \quad (8-6)$$

3-2-4-3) Simulation et interprétation : Cas de la commande MRAC

On va étudier la robustesse de la commande MRAC lorsqu'on lui applique la modification σ pour deux valeurs distinctes ($\sigma = 0.1$ et $\sigma = 1$). Pour cela, on va reprendre tous les cas de perturbations extérieures ou internes qu'on a déjà traité lors de la commande MRAC simple et on va étudier la robustesse de la nouvelle commande (MRAC modifiée avec σ) et cela toujours par simulation de la réponse de notre bras manipulateur classe 1, grace au langage de simulation des systèmes non linéaires : SIMNON .

A) Cas de $\sigma = 0.1$:

* La figure 7-1 : On applique à notre système non linéaire à deux degrés de liberté, le bras manipulateur classe 1, la commande MRAC avec modification σ pour $\sigma=0.1$. La simulation nous montre l'excelente poursuite du modèle de référence par le signal de sortie (position du bras 1 et du bras 2). Les commandes nécessaires (u_1 et u_2) sont identiques à celles obtenues pour le MRAC mais la norme des gains converge rapidement et atteint des valeurs inférieures à celles obtenues dans le MRAC simple. On note aussi que l'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est plus importante.

* Les figures (7-2) à (7-8) : présentent le cas de perturbations extérieures constantes, rapides puis lentes, toujours en faisant varier la fréquence du signal perturbateur par rapport à celle de la référence choisie. De la simulation, on note que la convergence des normes de gains est atteinte plus rapidement (à t inférieur ou égal à 50s) alors qu'elle n'était pas encore atteinte (à $t \approx 100$ s) pour le MRAC simple. La valeur maximale de la norme des gains est très inférieure à celle obtenue pour le MRAC simple dans les mêmes conditions mais on note la grande variation entre la valeur maximale et la valeur minimale de la norme des gains. Les commandes nécessaires (u_1 et u_2) sont bornées et moins importantes mais elles présentent toujours des pics indésirables. L'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est légèrement supérieure celle du MRAC simple mais reste bornée.

* Les figures (7-9) à (7-20) : présentent le cas de variation rapide puis lente sur la friction des joints ensuite sur la masse de chaque bras. On note alors d'une façon générale, la convergence rapide de la norme des gains (à $t \leq 10s$) et le grand écart qui apparaît entre la valeur maximale et minimale de chaque norme. La stabilité étant atteinte plus rapidement , les commandes sont alors, plus faibles mais présentent toujours des variations abruptes. L'erreur est toujours bornées et légèrement supérieure à celle de la commande MRAC sans modification pour les mêmes conditions de perturbations.

B) Cas de $\sigma = 1$:

Pour un σ égal à 1, on va reprendre les mêmes perturbations et simuler la réponse de notre système.

Des figures (8-1) à (8-20) données en **ANNEXE A-2**, on remarque que la convergence de la norme des gains est plus rapide que pour $\sigma = 0.1$. La valeur maximale atteinte par la norme des gains est plus petite mais la variation entre la valeur maximale et minimale devient plus importante. Les commandes (u_1 et u_2) sont toujours bornées et plus petites. A la fin, l'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est légèrement supérieure à celle obtenue précédemment.

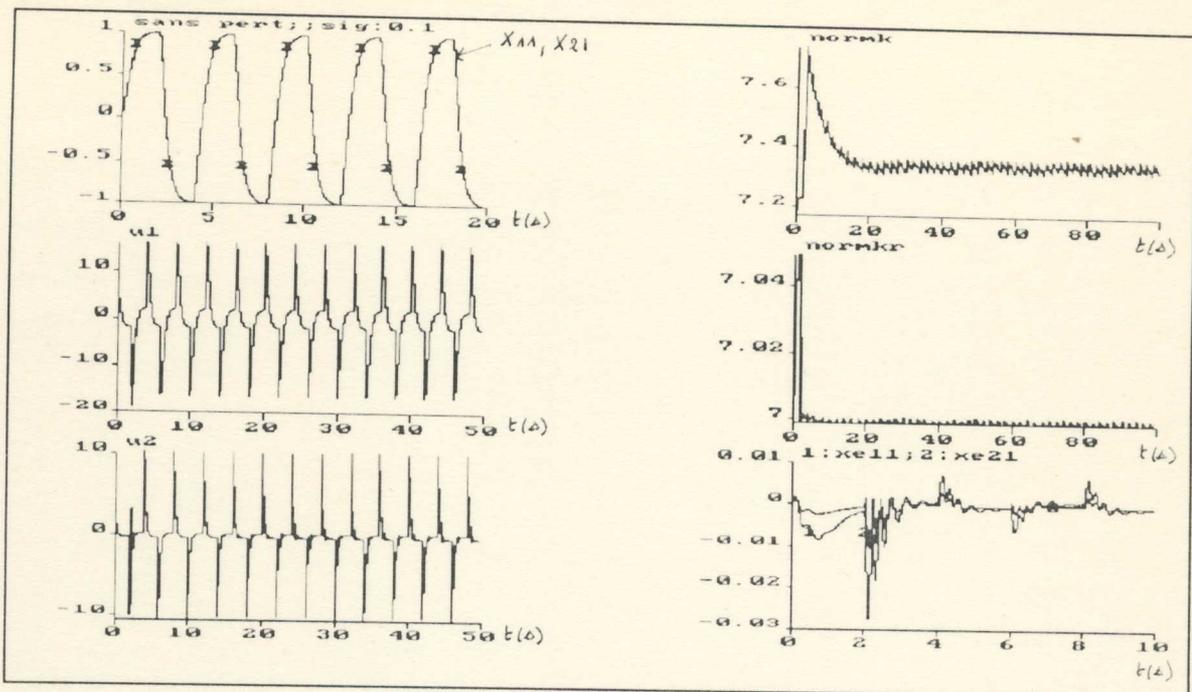


FIGURE 7-1

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune perturbation extérieure ou variation interne, pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

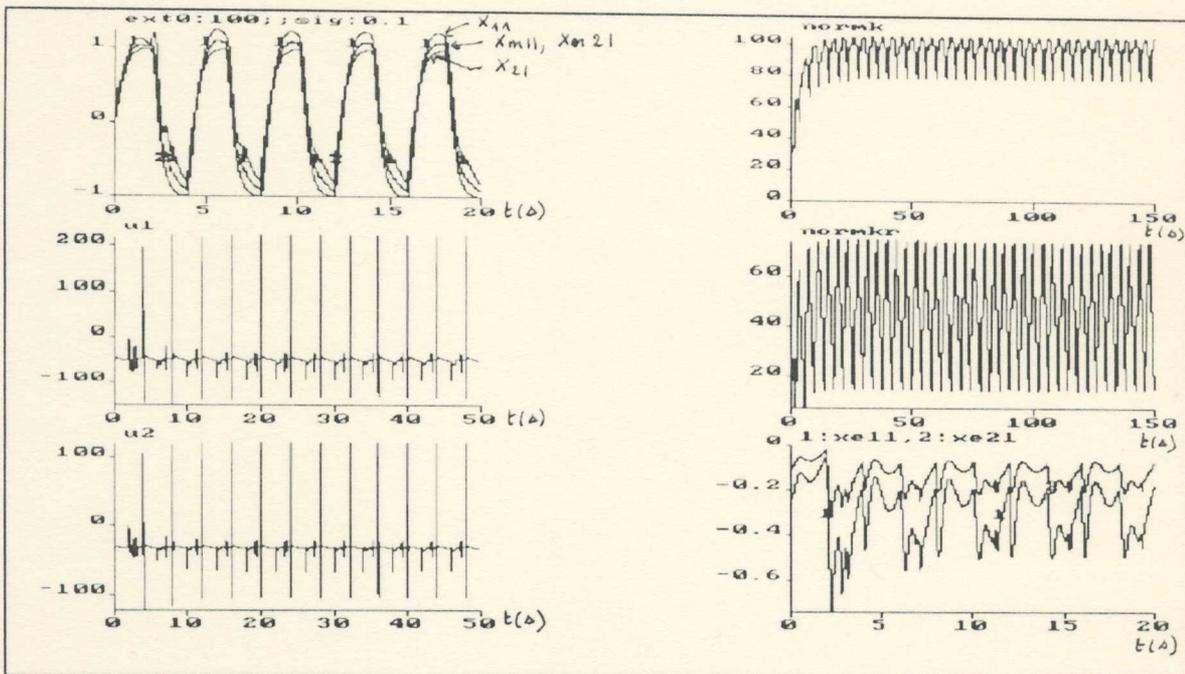


FIGURE 7-2

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure constante $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

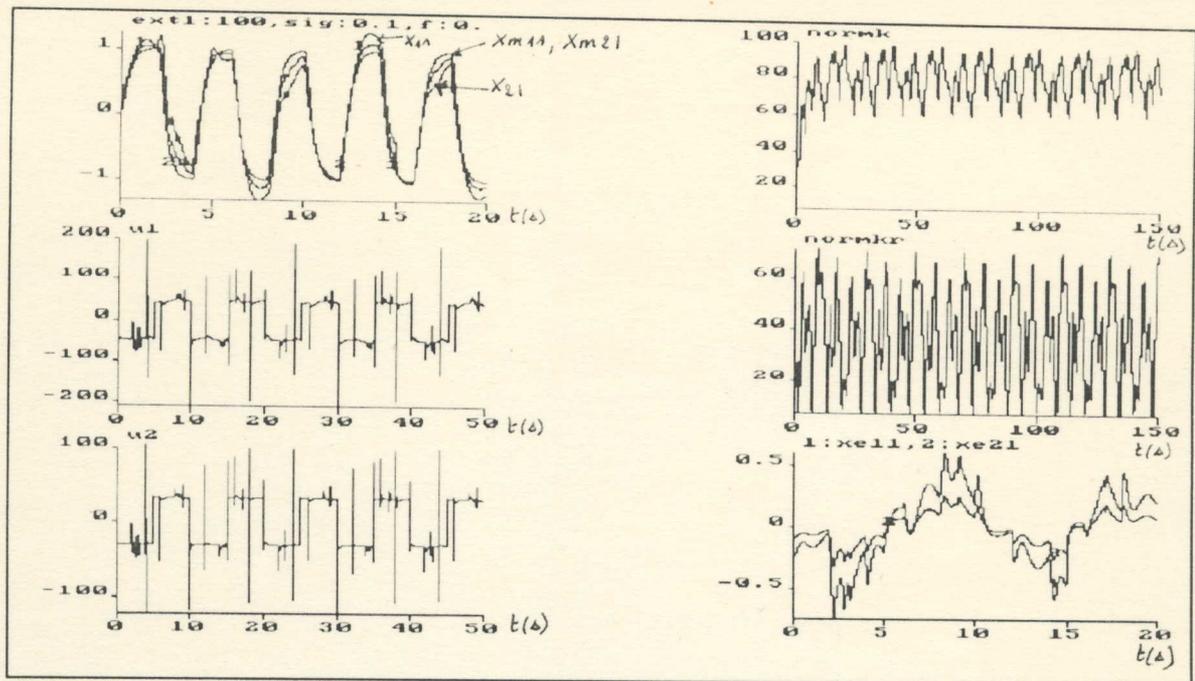


FIGURE 7-3

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

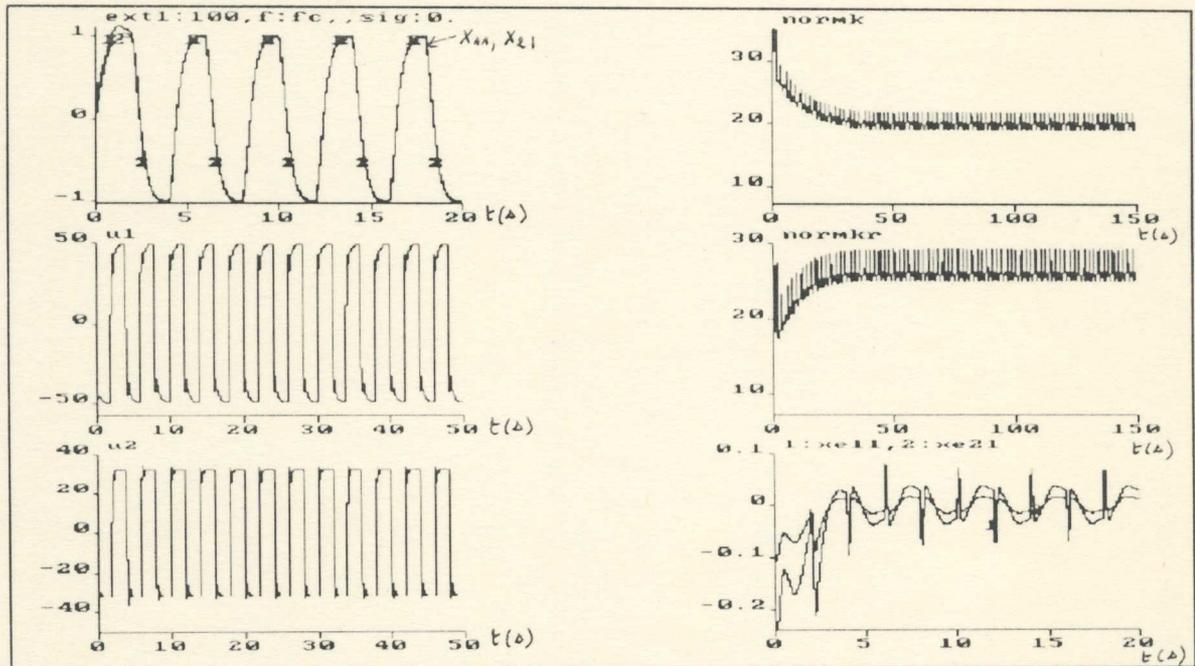


FIGURE 7-4

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

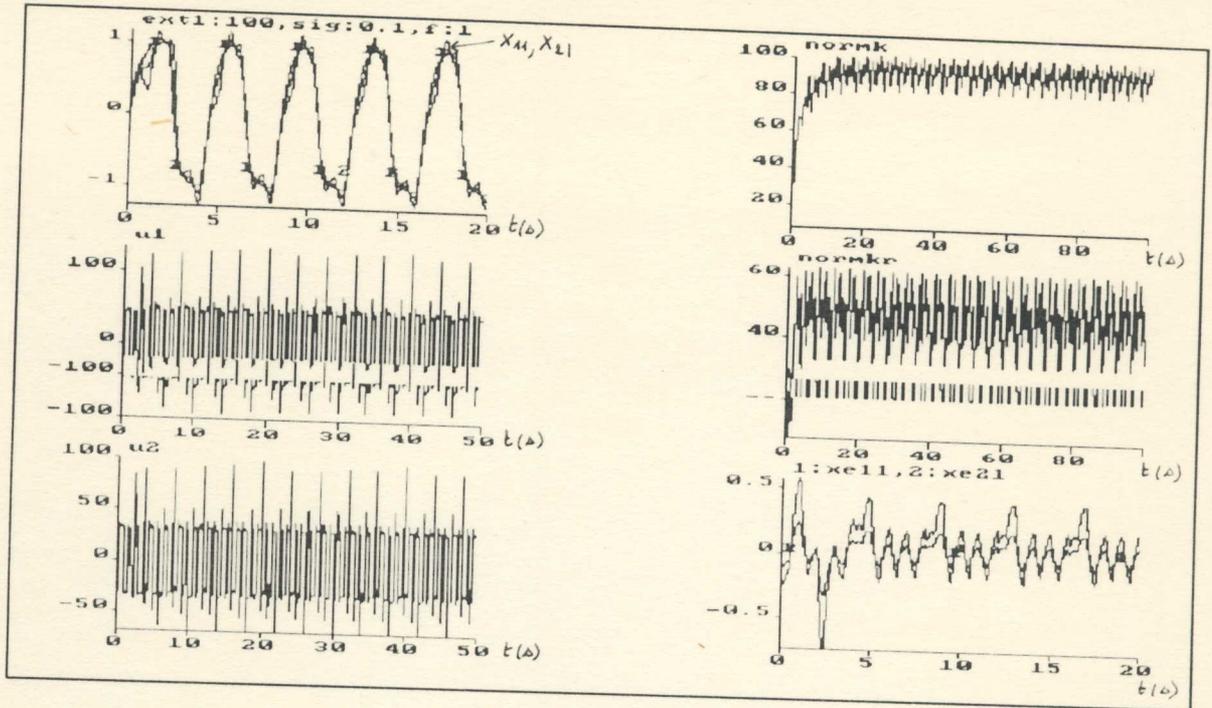


FIGURE 7-5

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

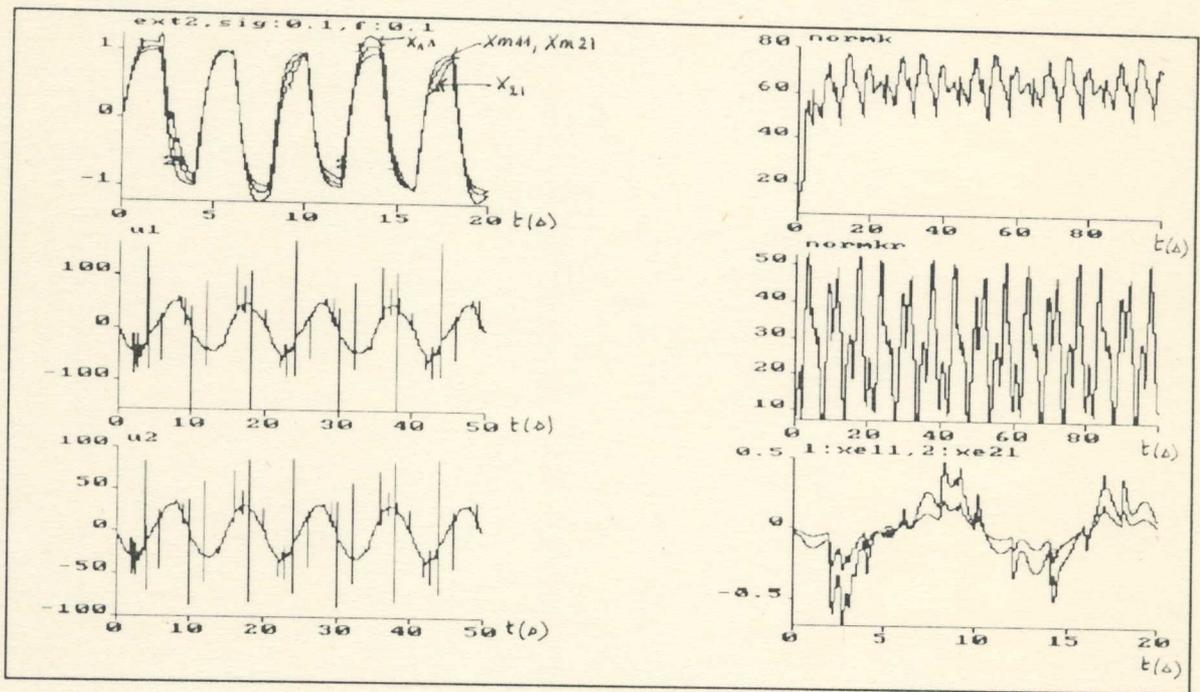


FIGURE 7-6

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

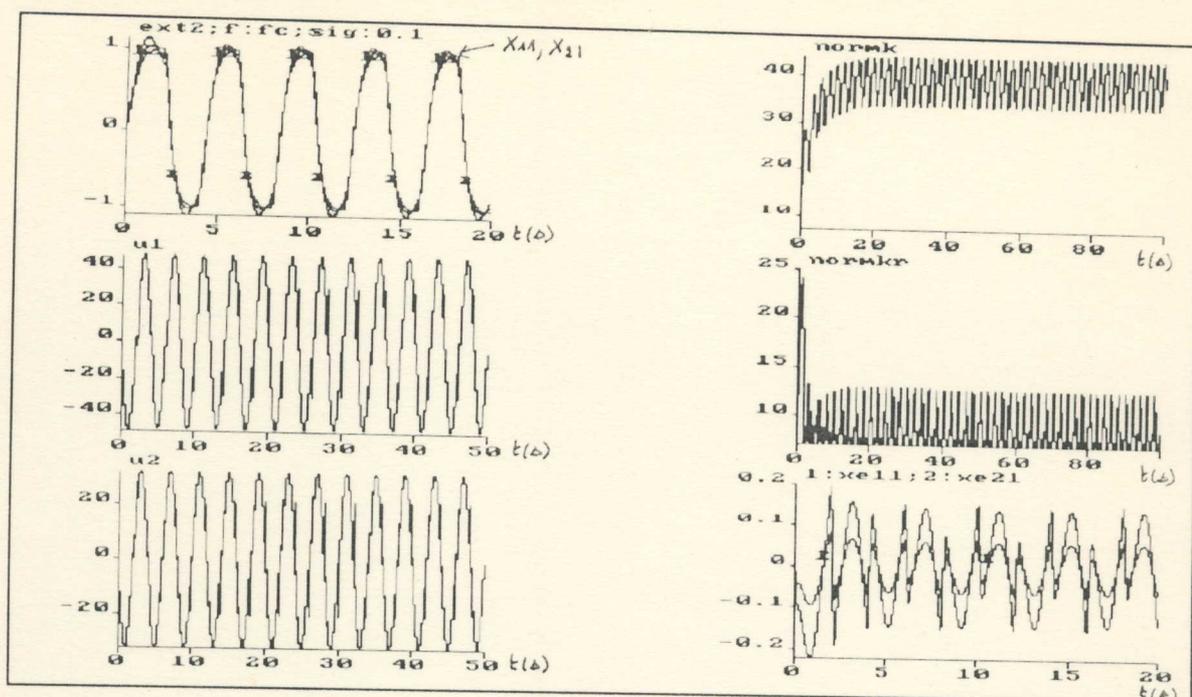


FIGURE 7-7

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

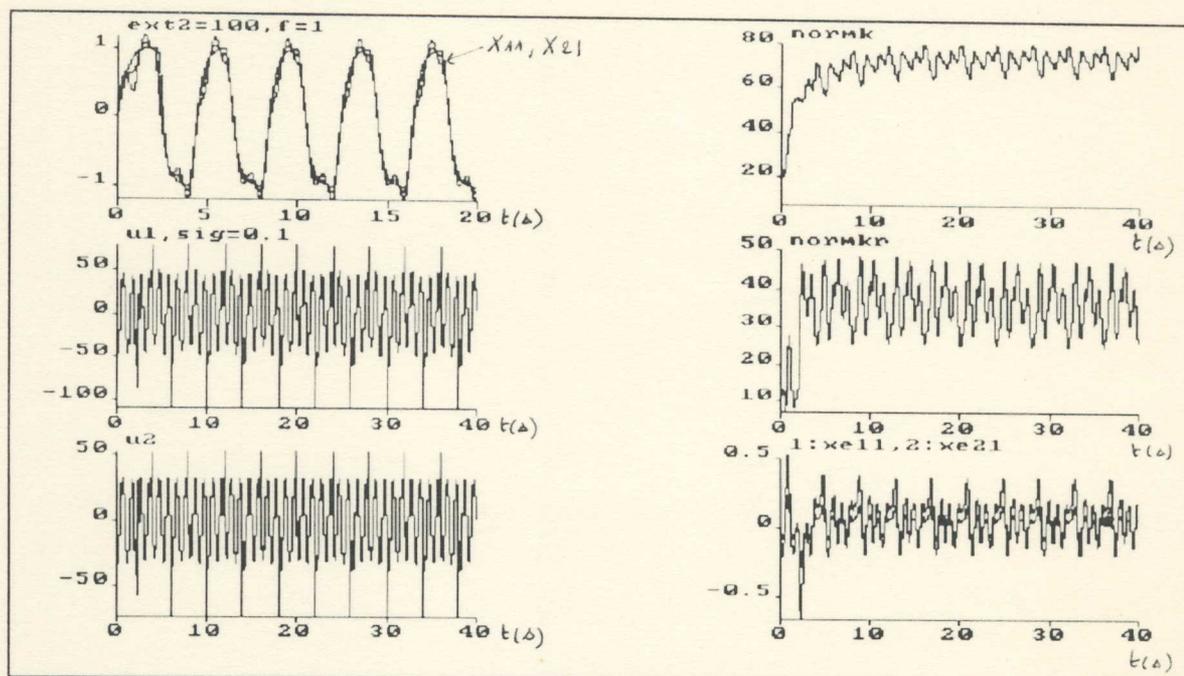


FIGURE 7-8

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

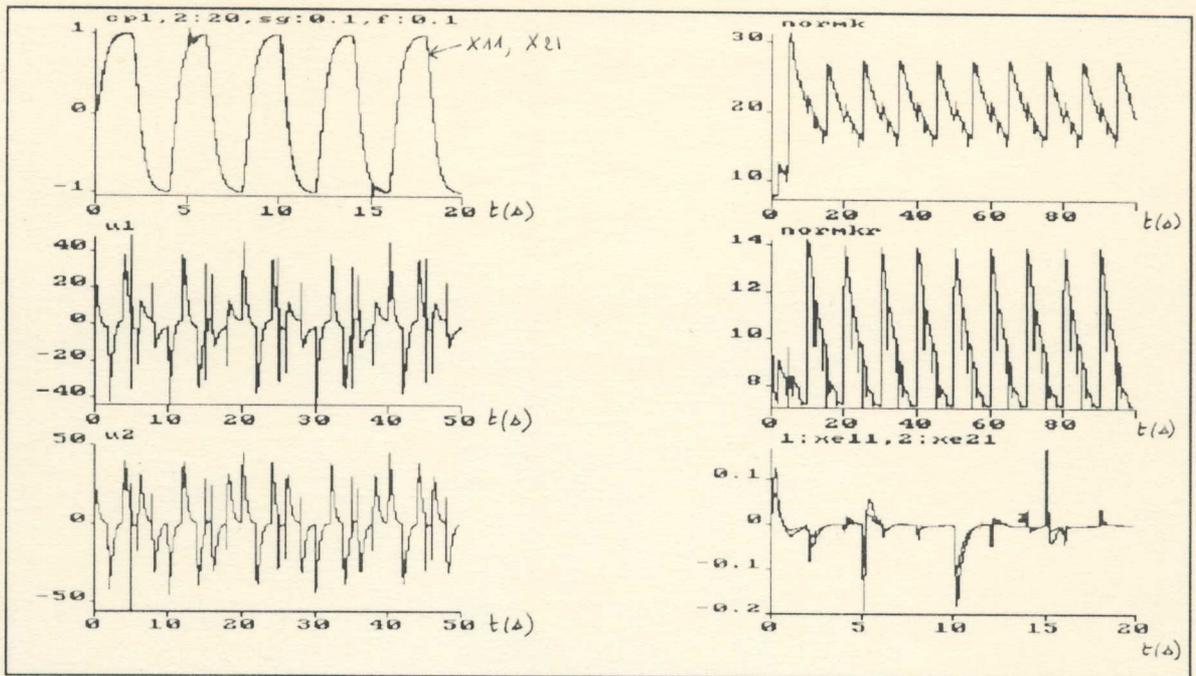


FIGURE 7-9

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions
 $CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

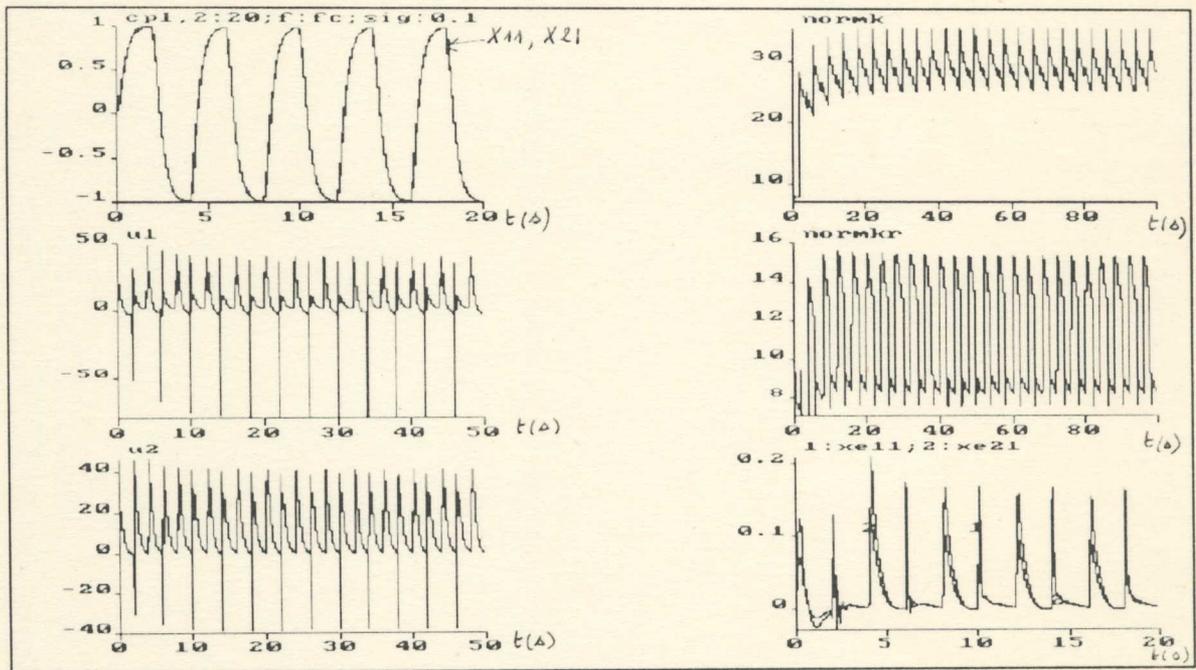


FIGURE 7-10

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions
 $CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=f_c$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

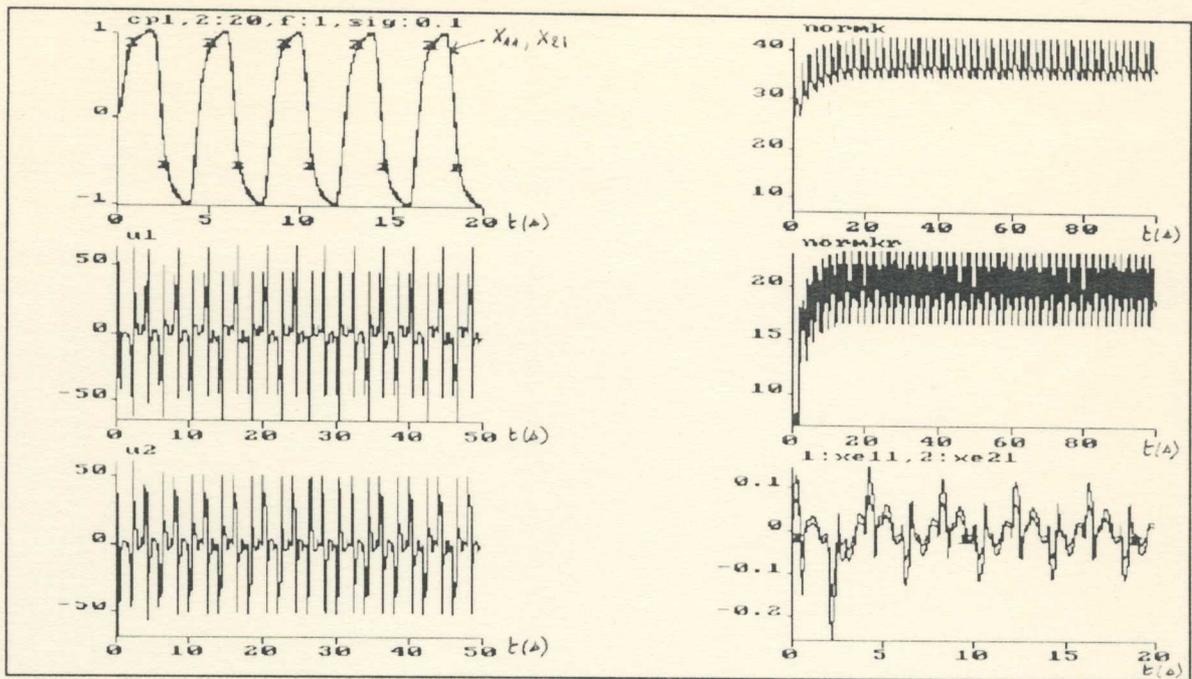


FIGURE 7-11

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20\text{Nms}$, $CP2=20\text{Nms}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

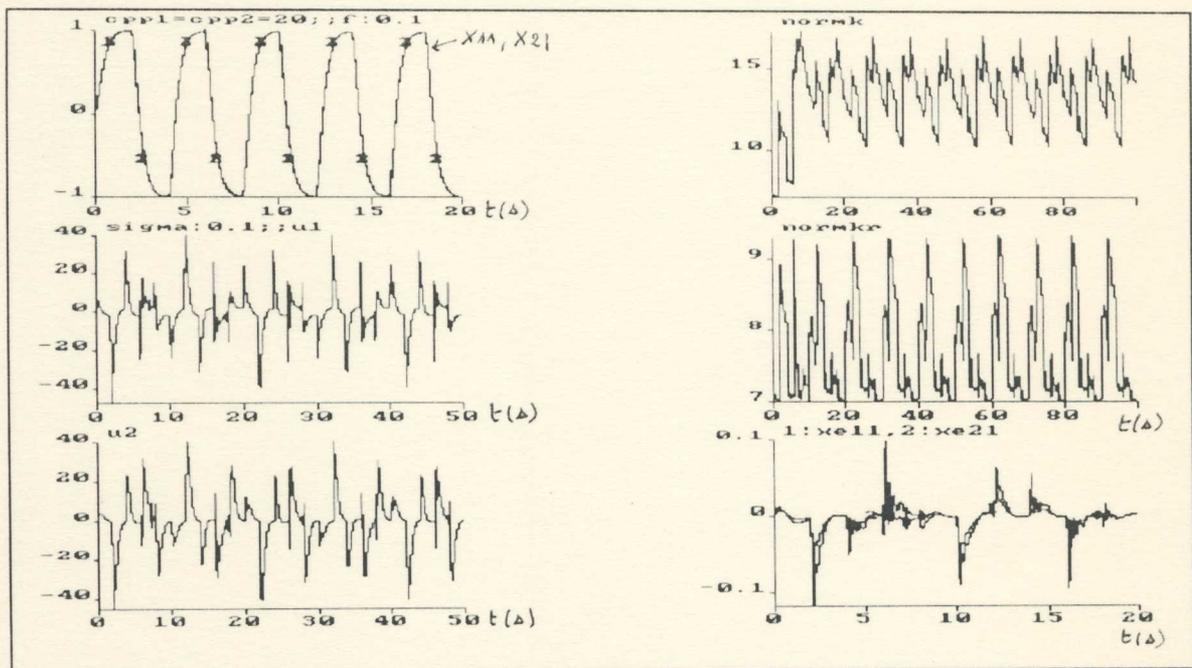


FIGURE 7-12

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

$CPP1=20\text{Nms}$, $CPP2=20\text{Nms}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

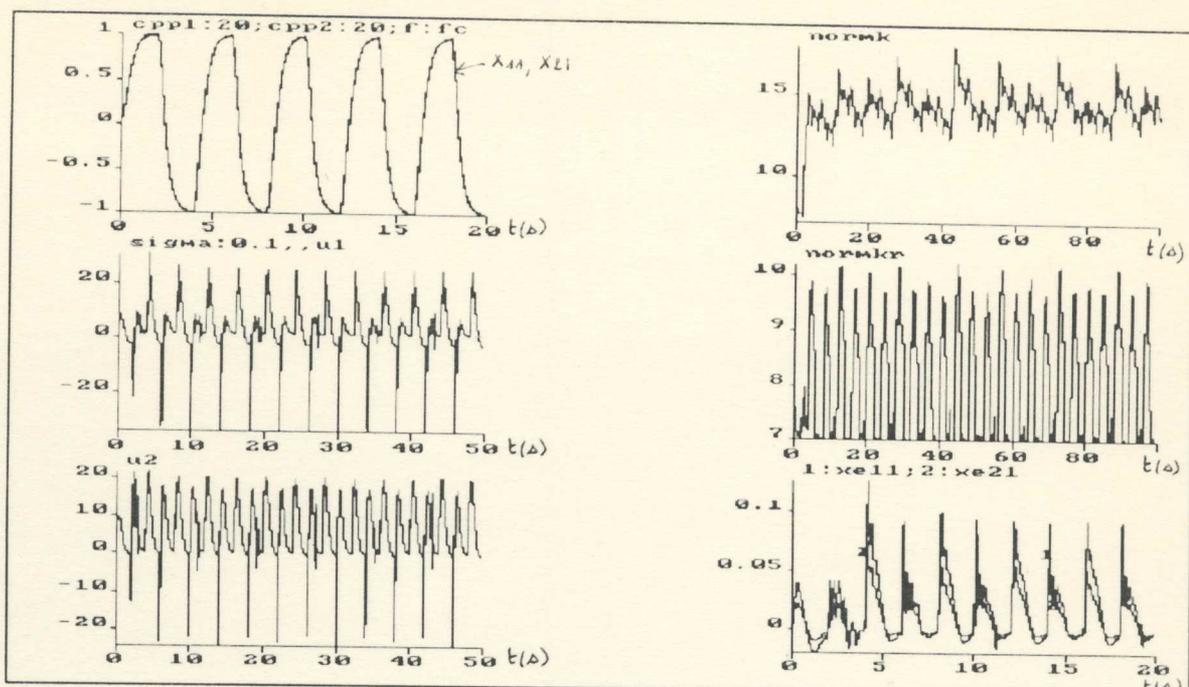


FIGURE 7-13

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=fc pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

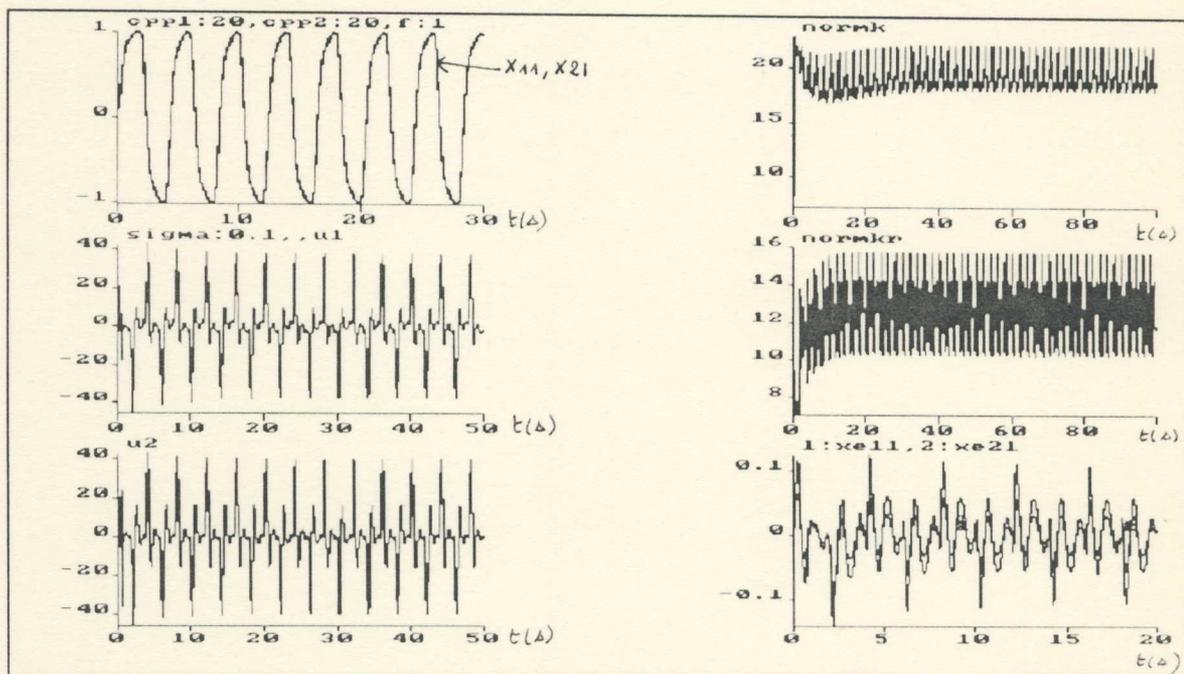


FIGURE 7-14

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=1Hz pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

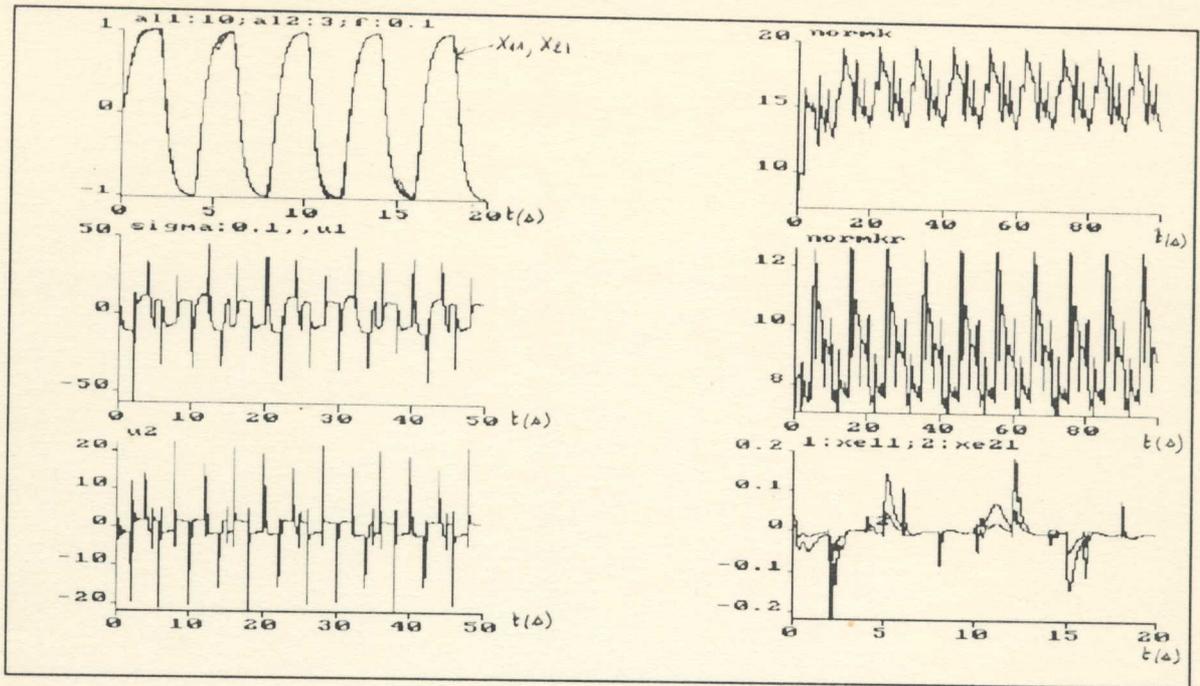


FIGURE 7-15

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

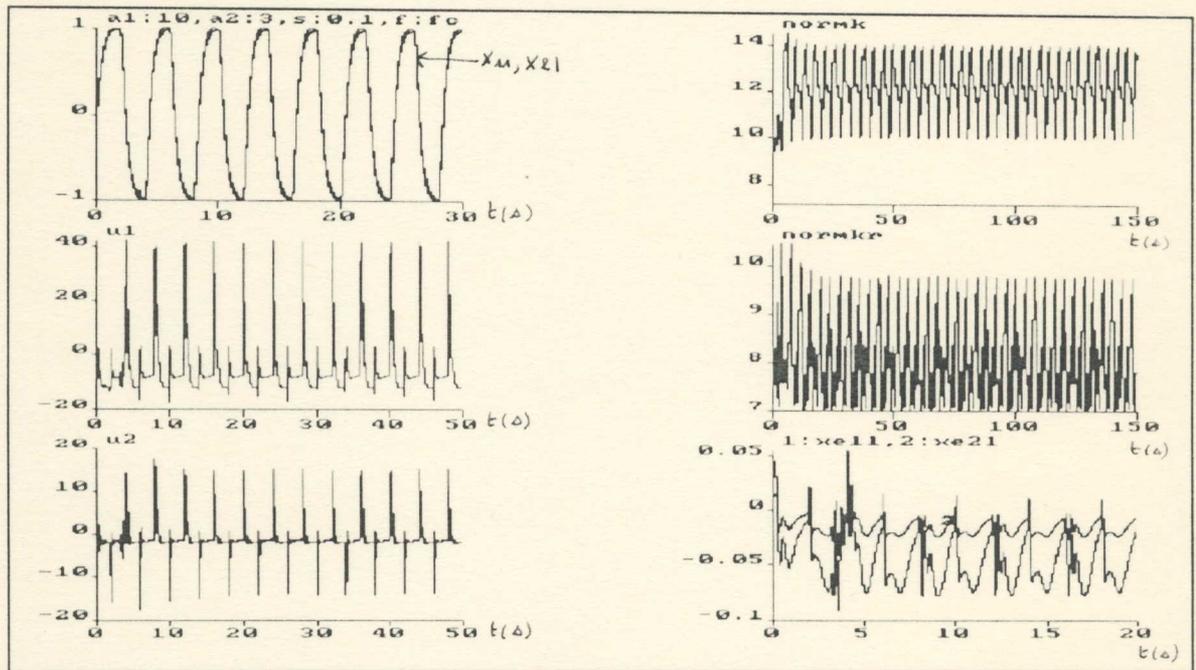


FIGURE 7-16

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

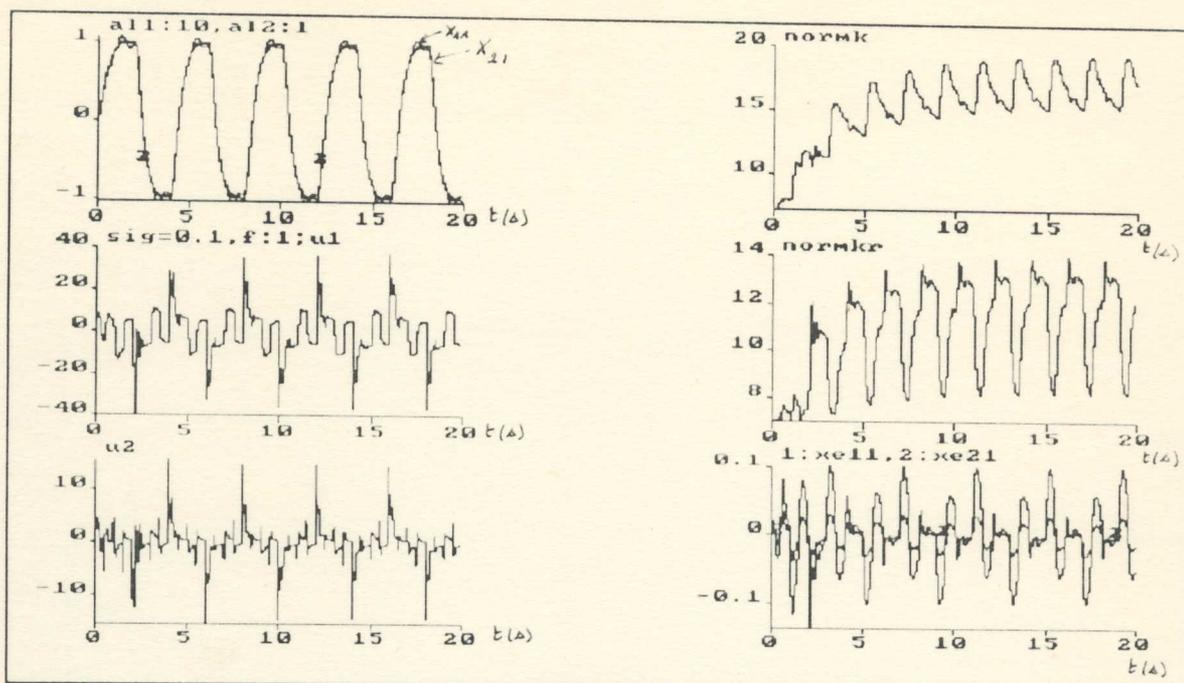


FIGURE 7-17

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$\Delta L_1=10\text{Kg}$, $\Delta L_2=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

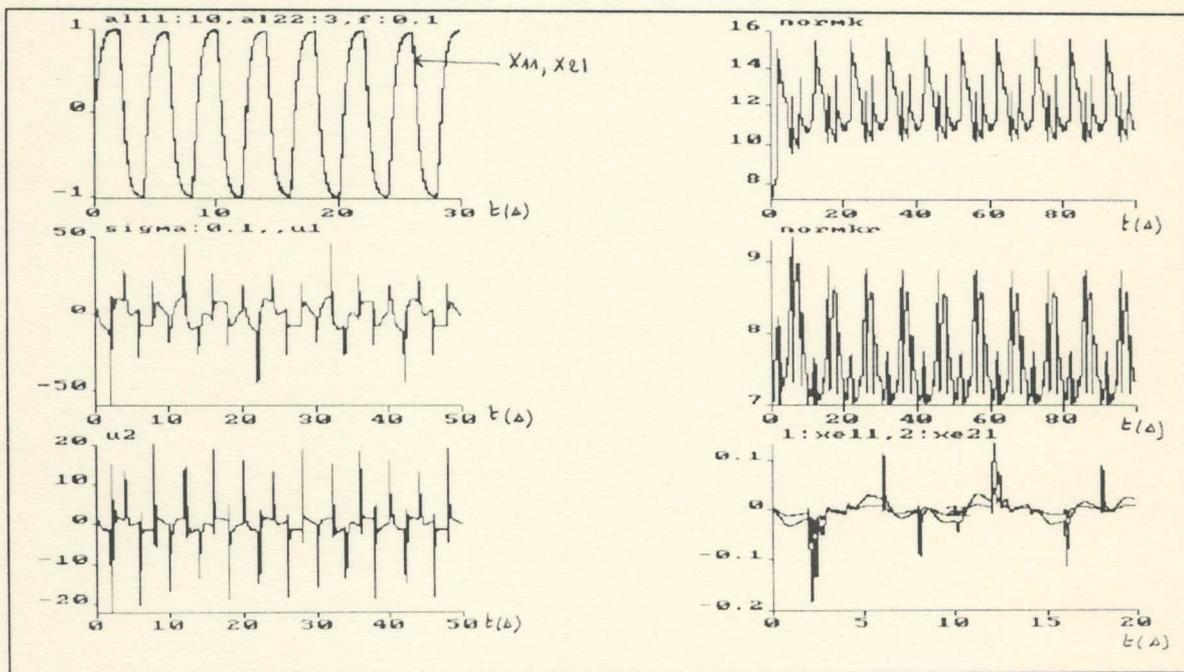


FIGURE 7-18

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$\Delta L_1=10\text{Kg}$, $\Delta L_2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

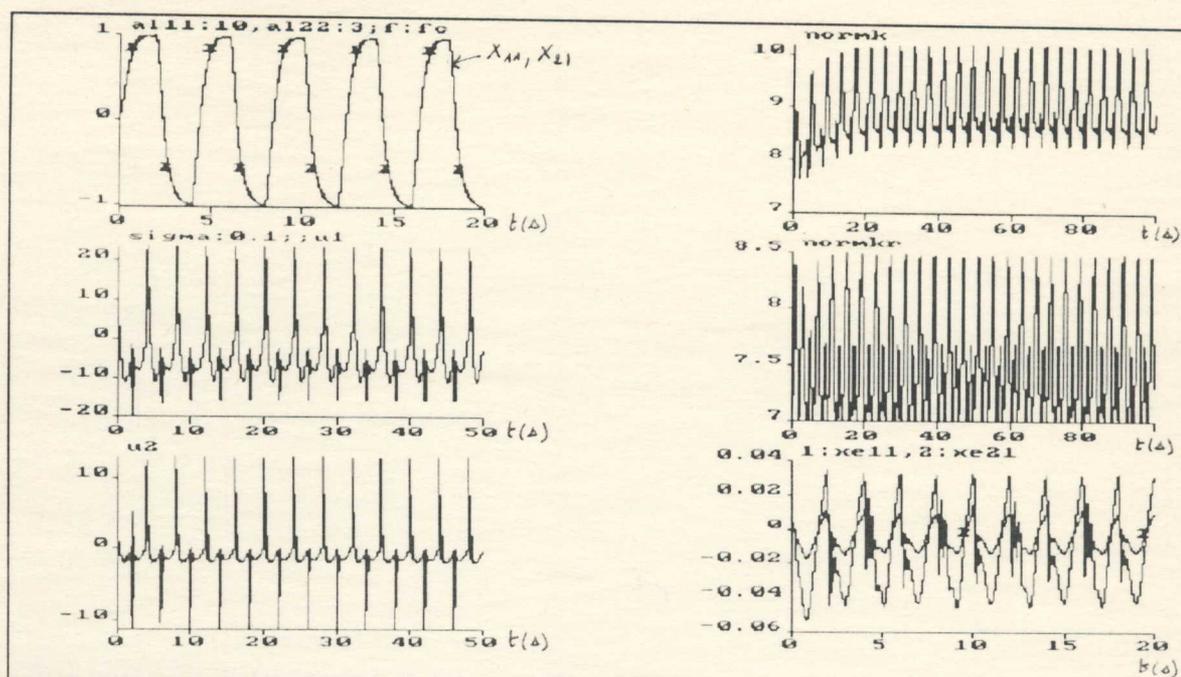


FIGURE 7-19

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

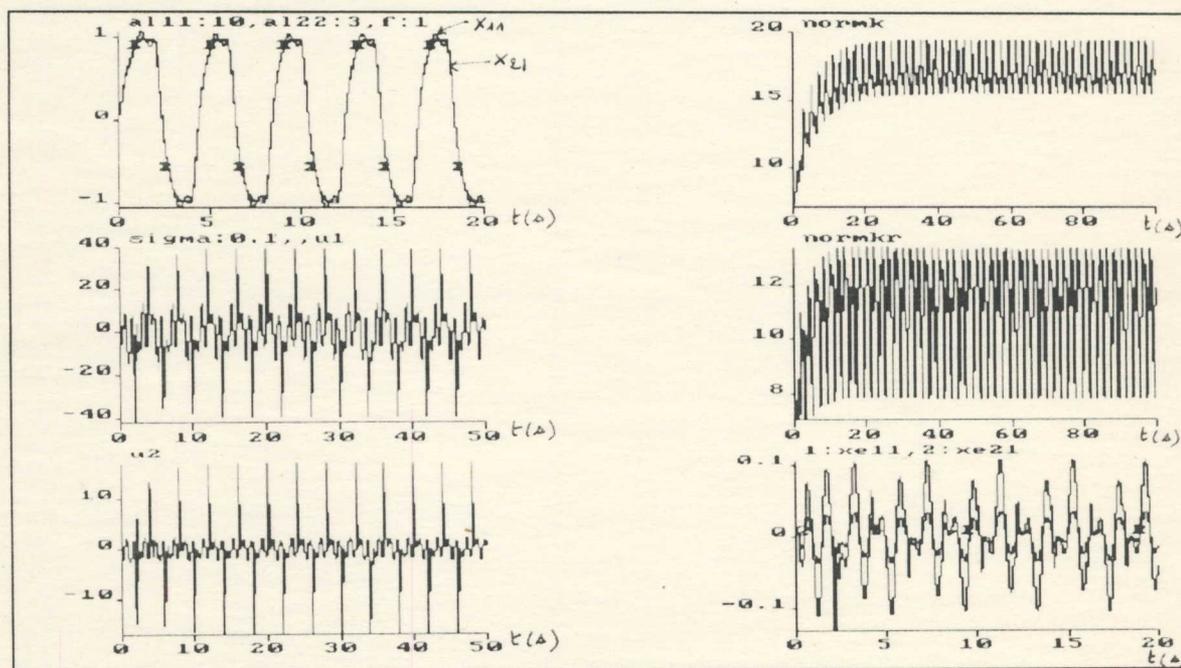


FIGURE 7-20

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

En résumé, on peut dire que l'application de la modification σ à la commande adaptative avec modèle de référence (MRAC) améliore la performance de la commande .

Plus la valeur de σ augmente et plus la norme des gains présente une largeur de bande (entre Max et Min) de plus en plus petite, converge plus rapidement et par conséquent ne nécessite que des commandes très petites et réalisables en pratique mais en contre partie, elle engendre une erreur entre le signal de sortie et le modèle de plus en plus importante, ce qui est montré dans les figures (7-8-1) à (7-8-6), lorsqu'on a appliqué notre commande MRAC modifiée pour sigma égal à 1, à 10 puis à 100, à notre bras manipulateur sans aucune forme de perturbation extérieure ou variation interne.

Donc en pratique, le choix de la valeur de σ ne peut être arbitraire. De faibles valeurs de σ permettront à la norme de gains d'atteindre de très grandes valeurs exiter des parasites et conduire vers une instabilité. D'un autre côté, de grandes valeurs de σ , augmentent la vitesse d'adaptation mais engendrent aussi des erreurs de sortie très grandes. Cependant, pour des parasites de hautes fréquences, σ peut être choisie petite ce qui nous donnera une erreur de sortie petite.

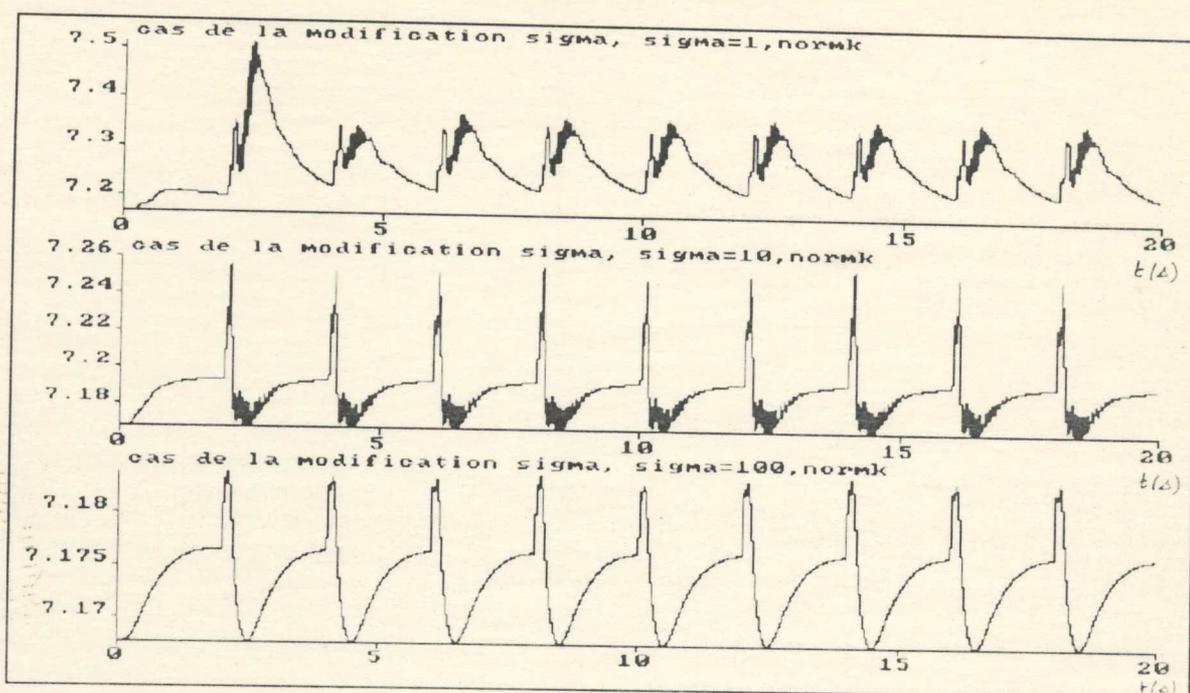


FIGURE 7-8-1

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

NORMK pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

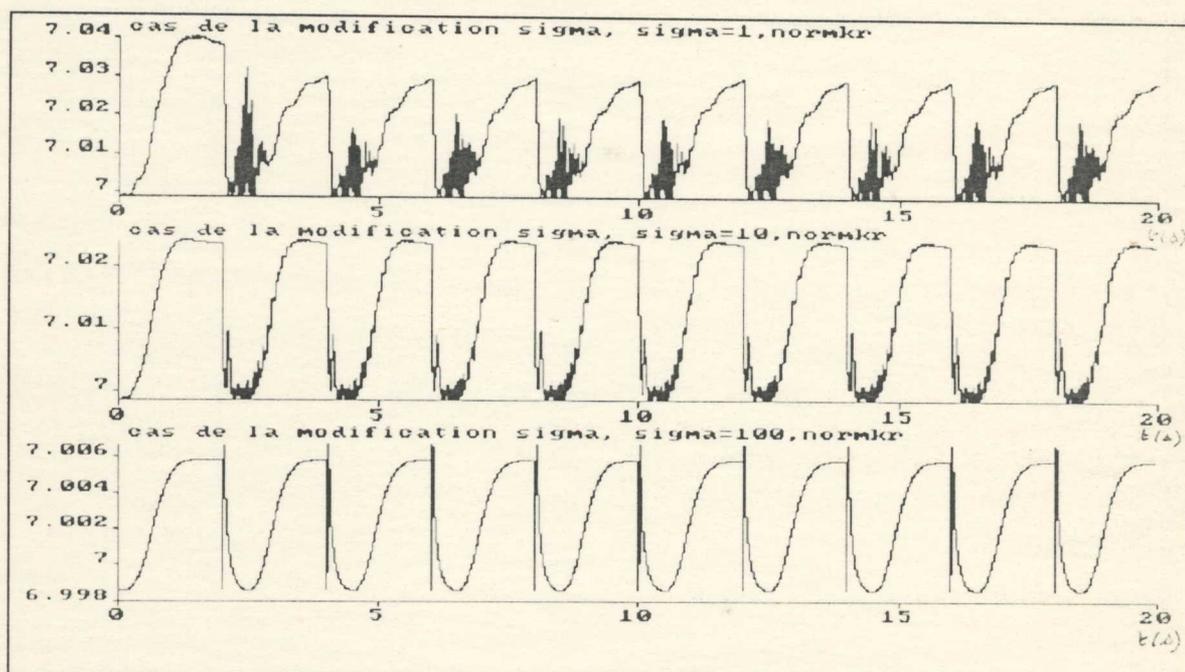


FIGURE 7-8-2

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

NORMKR pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

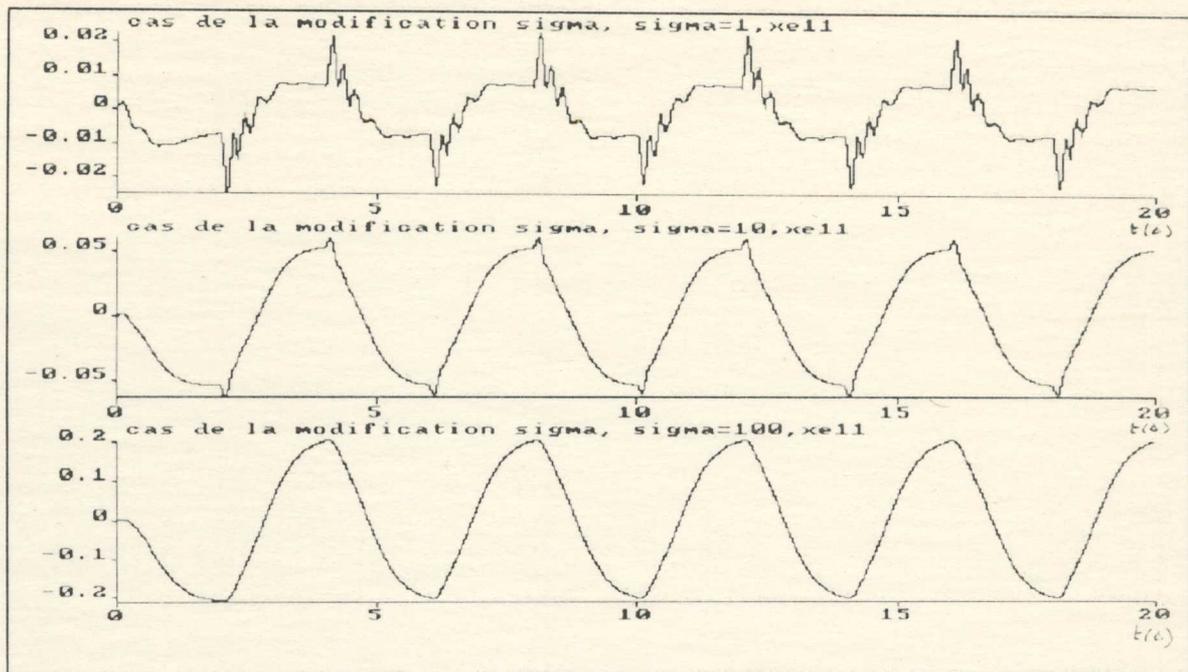


FIGURE 7-8-3

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

X_{e11} pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

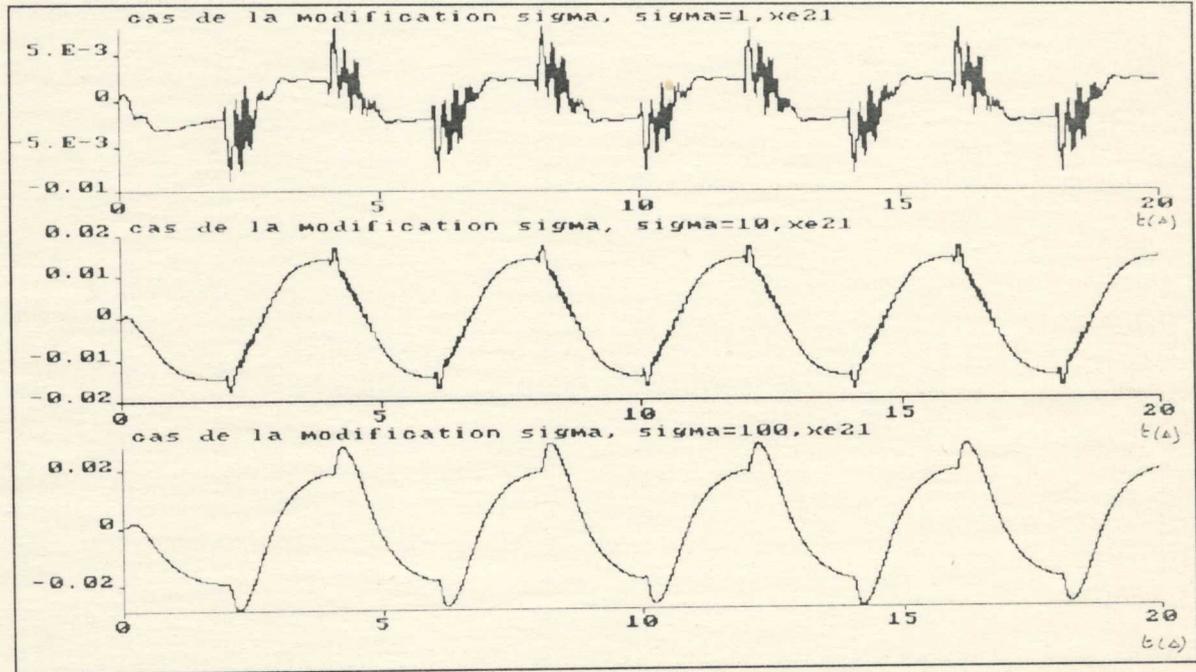


FIGURE 7-8-4

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

X_{e21} pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

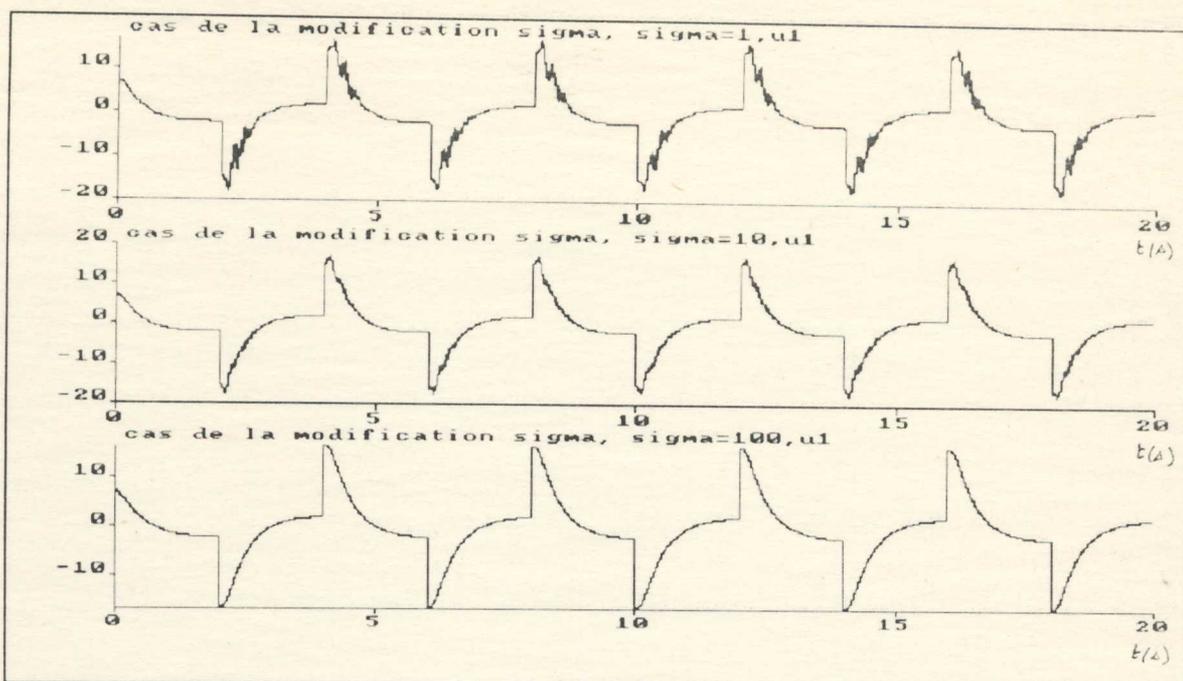


FIGURE 7-8-5

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

U_1 pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

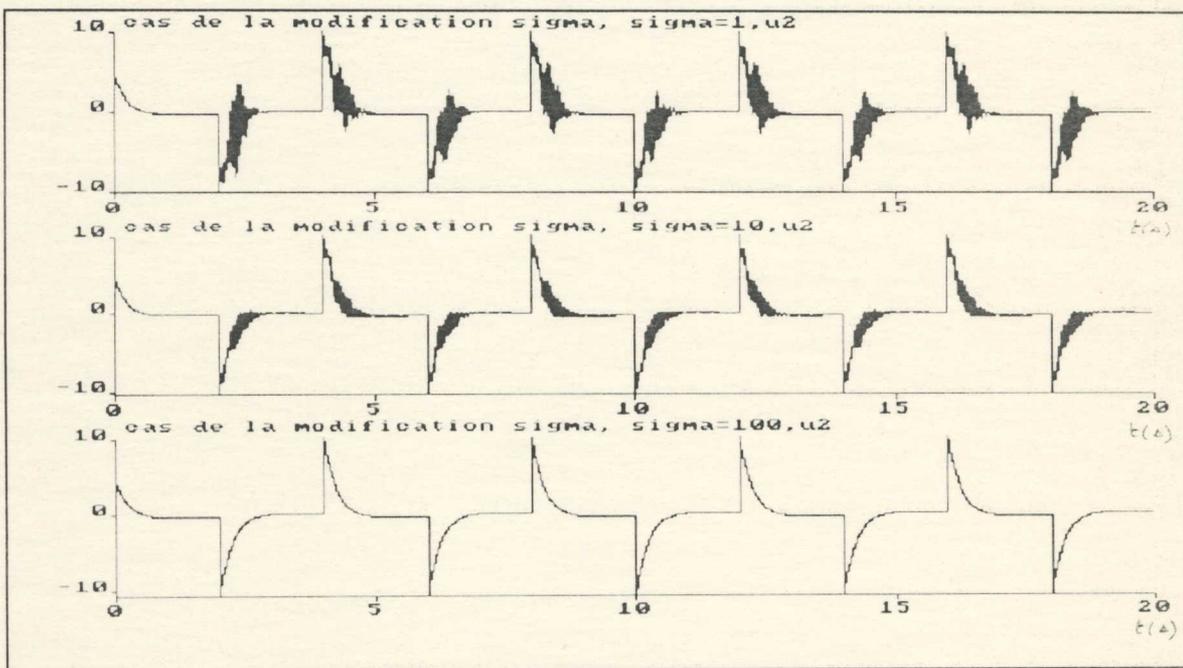


FIGURE 7-8-6

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune forme de perturbation

U_2 pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

3-2-4-4) Simulation et interprétation: Cas du MCS

Comme pour la commande MRAC, on va appliquer la modification sigma (σ) à la commande MCS afin de voir si elle nous donne les mêmes résultats obtenus pour la commande MRAC. On procède donc de la même manière que précédemment, on commence par simuler la réponse de notre système pour $\sigma=0.1$ puis pour $\sigma=1$. Donc les figures (9-1) à (9-20) représentent le cas de $\sigma=0.1$, puis les figures (10-1) à (10-20) données en ANNEXE A-3, représentent le cas de $\sigma=1$.

Ces différentes simulations, nous emmènent vers les mêmes conclusions obtenues pour la commande MRAC modifiée.

Le problème de la lenteur du système à atteindre un état stable soulevé dans le cas de la commande MCS sans modification sigma, est résolu. La convergence de la norme des gains devient de plus en plus rapide que sigma (σ) augmente et par conséquent la valeur maximale atteinte par la norme des gains est inférieure à celle obtenu dans le cas sans modification. Les commandes nécessaires sont aussi de moins en moins importantes.

On note aussi que l'augmentation de l'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est plus visible pour le MCS modifié (surtout pour $\sigma=1$) que pour le MRAC modifié. Donc, en pratique, on est toujours amené à choisir des valeurs de σ qui n'affectent pas beaucoup la bonne poursuite du modèle par le signal de sortie.

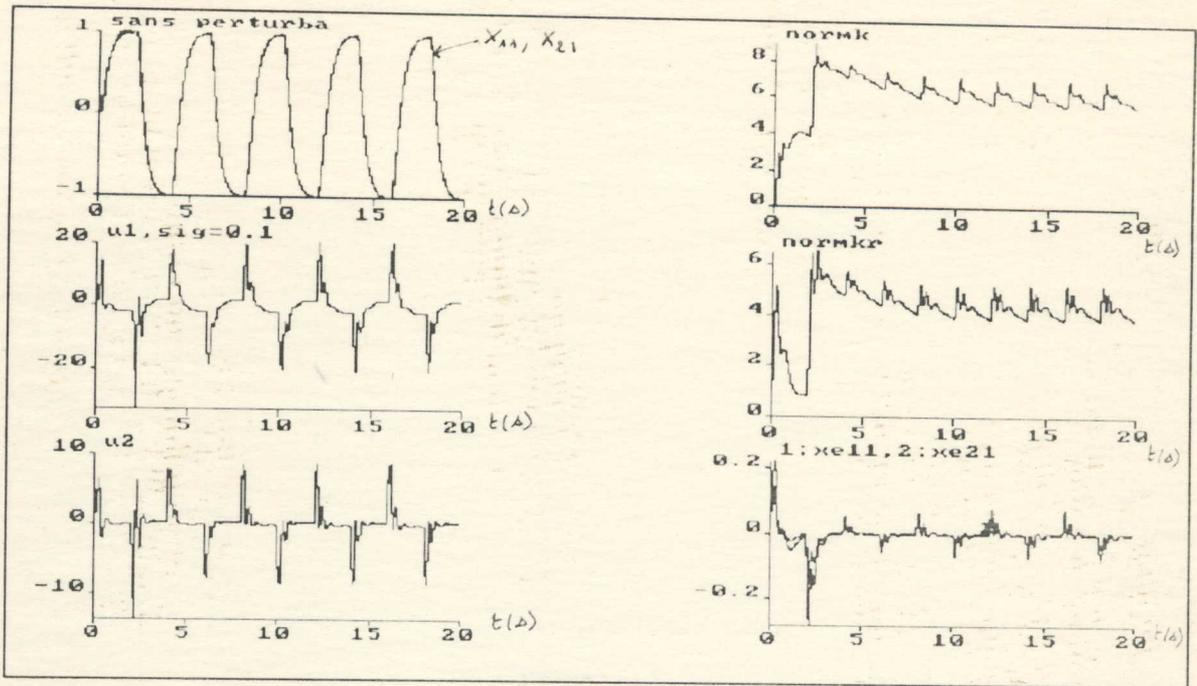


FIGURE 9-1

Commande MCS avec modification σ , sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

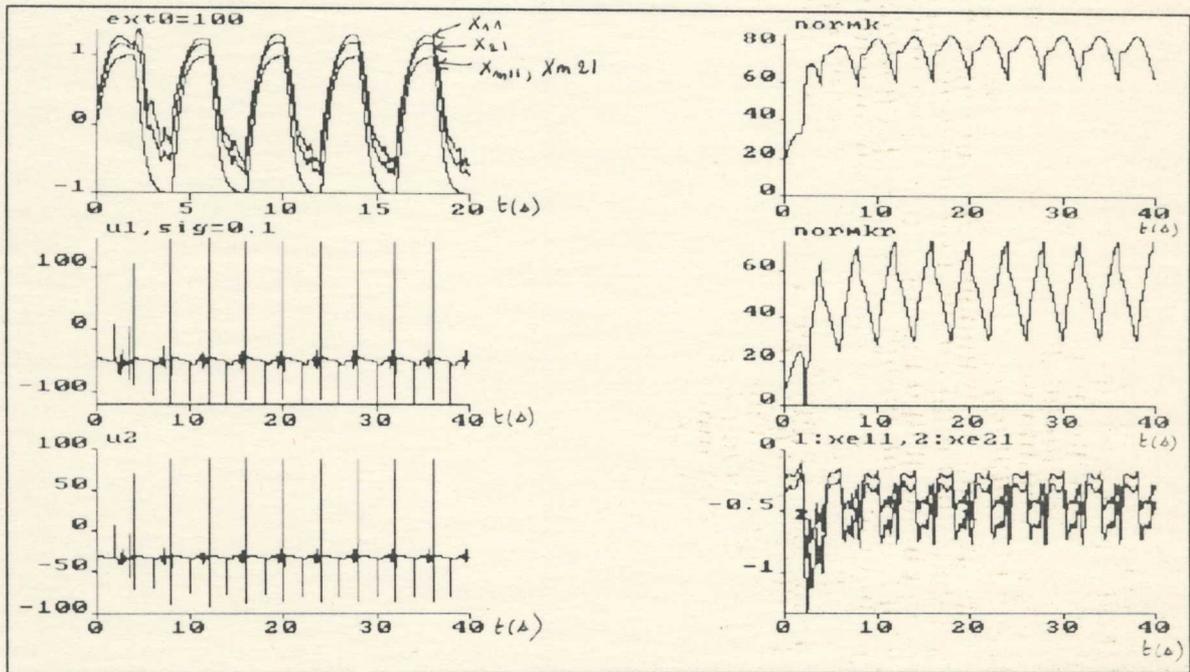


FIGURE 9-2

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure constante $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

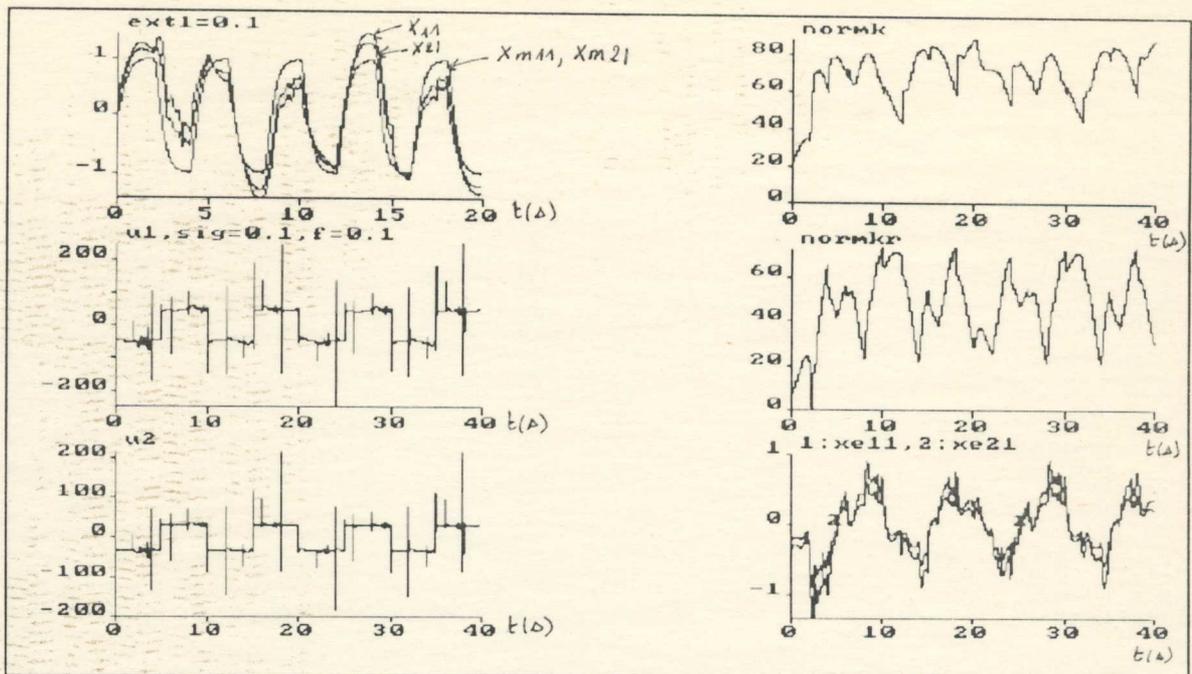


FIGURE 9-3

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

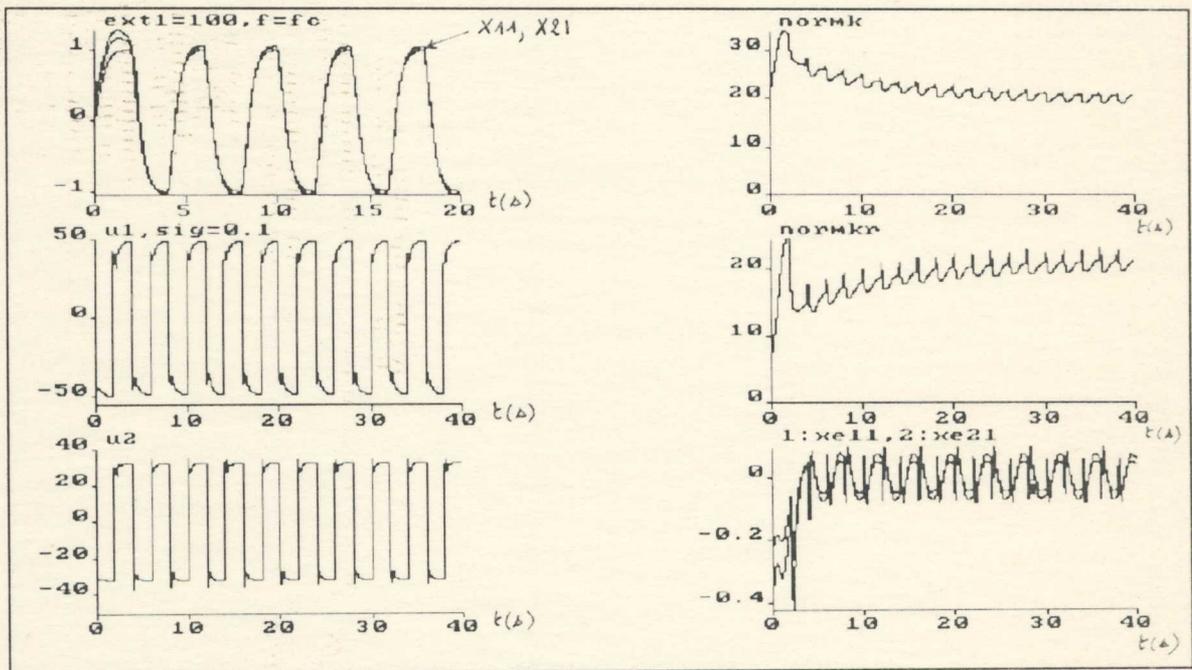


FIGURE 9-4

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

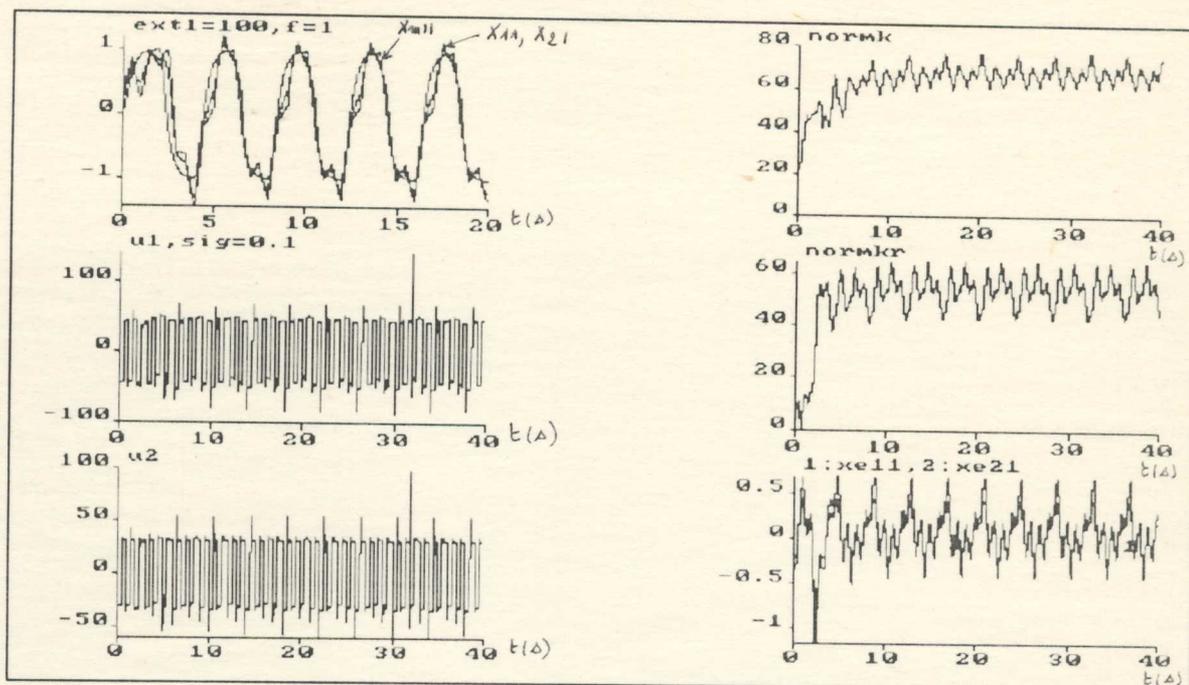


FIGURE 9-5

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2, f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1, \alpha=100$ et $\beta=0$

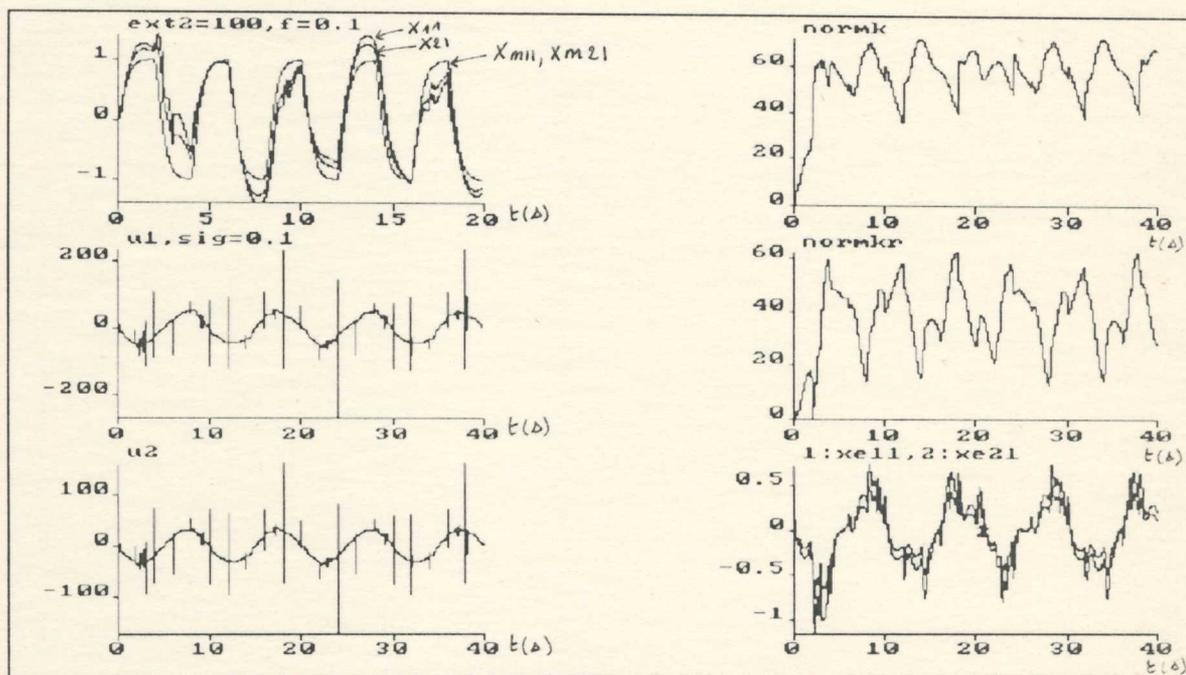


FIGURE 9-6

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2, f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1, \alpha=100$ et $\beta=0$

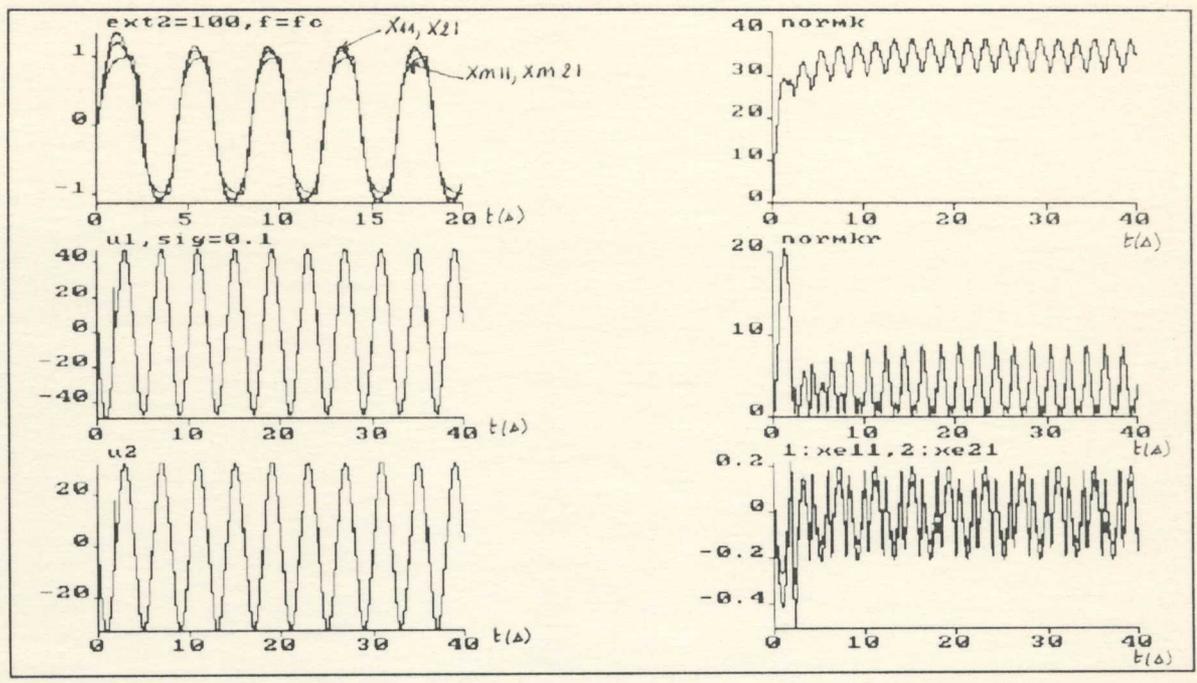


FIGURE 9-7

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

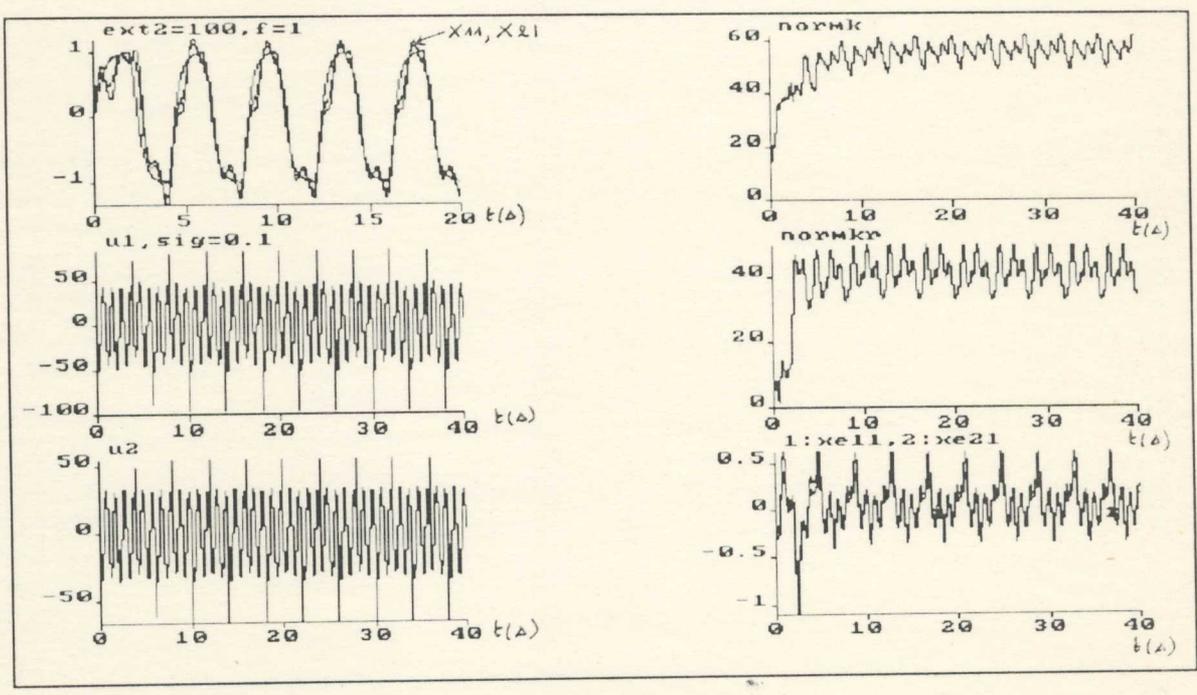


FIGURE 9-8

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

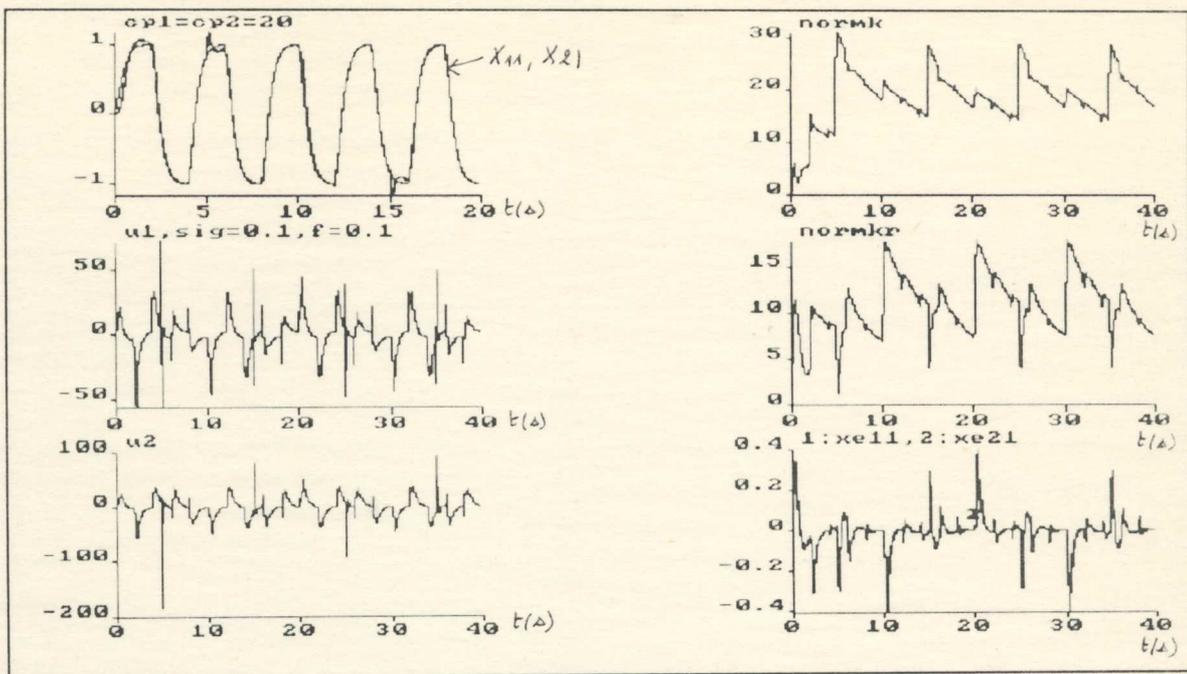


FIGURE 9-9

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

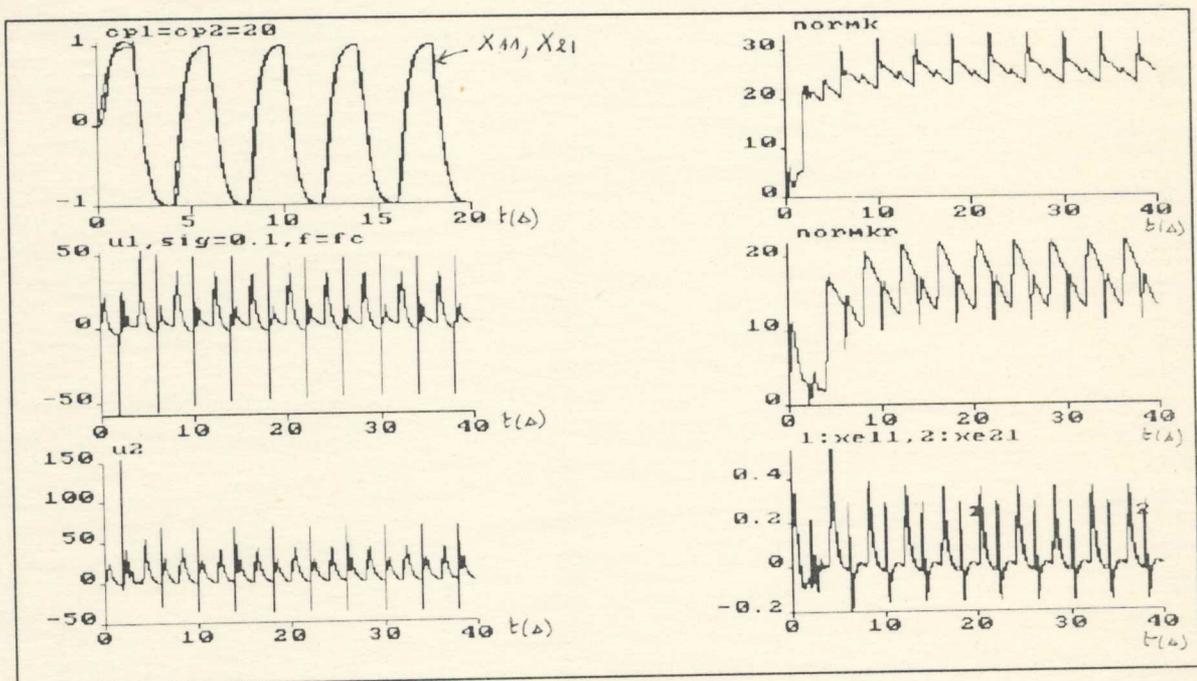


FIGURE 9-10

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

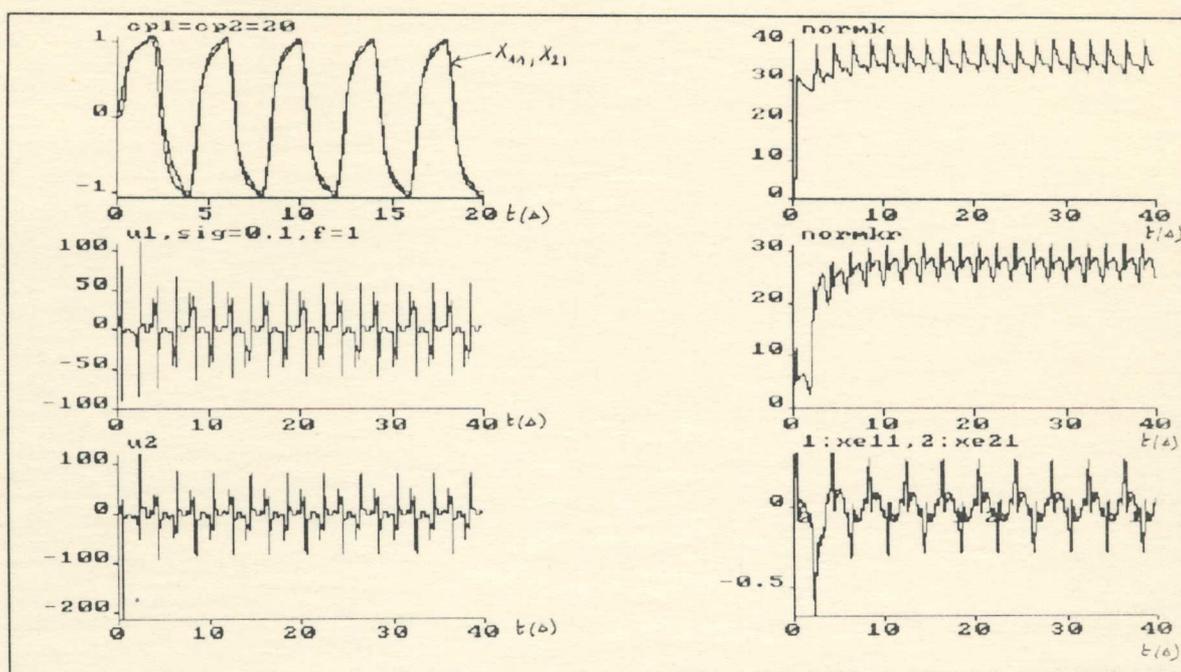


FIGURE 9-11

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20\text{Nms}$, $CP2=20\text{Nms}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

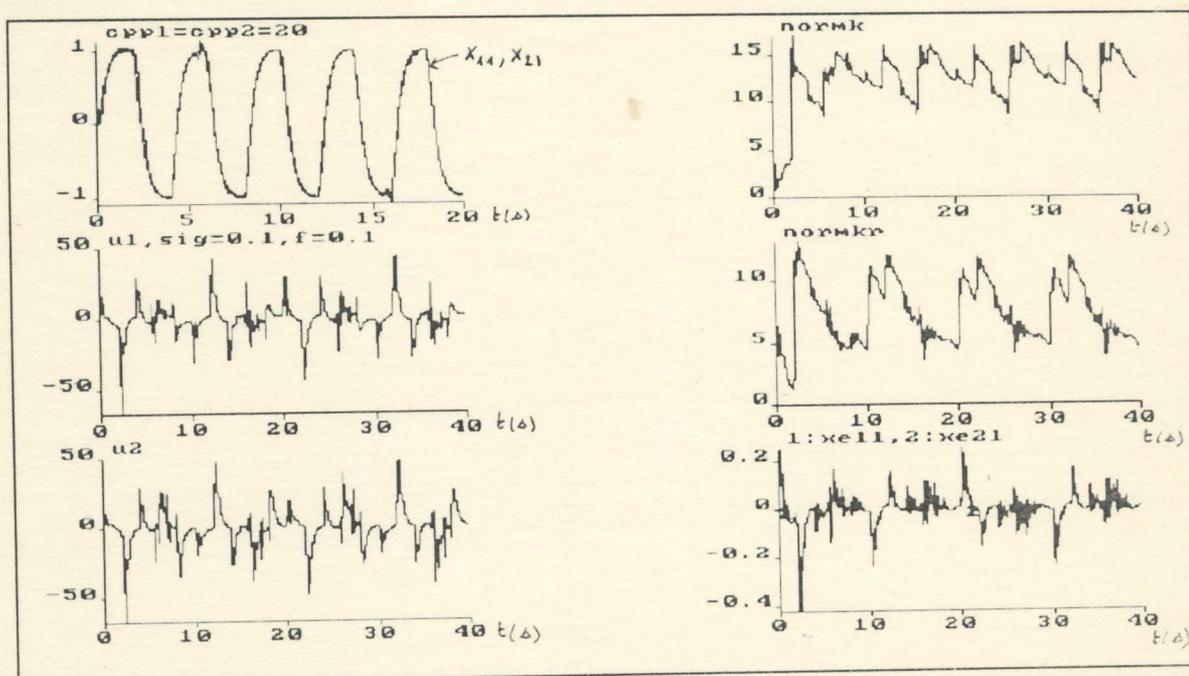


FIGURE 9-12

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

$CPP1=20\text{Nms}$, $CPP2=20\text{Nms}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

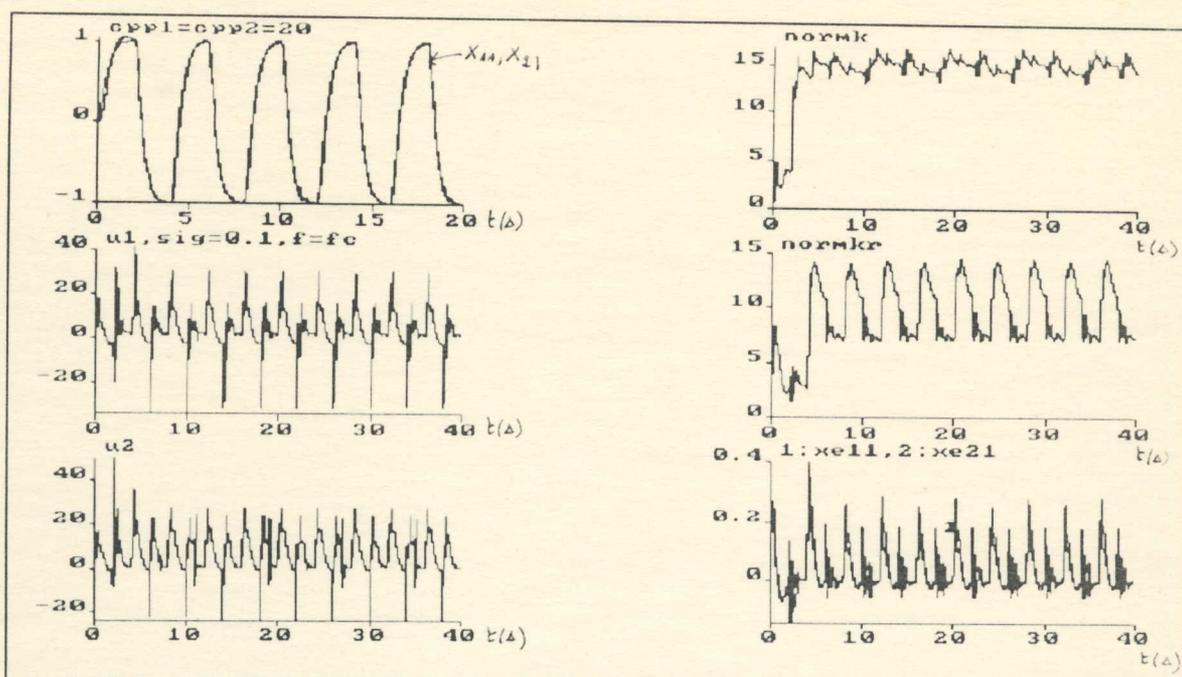


FIGURE 9-13

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=f_c$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

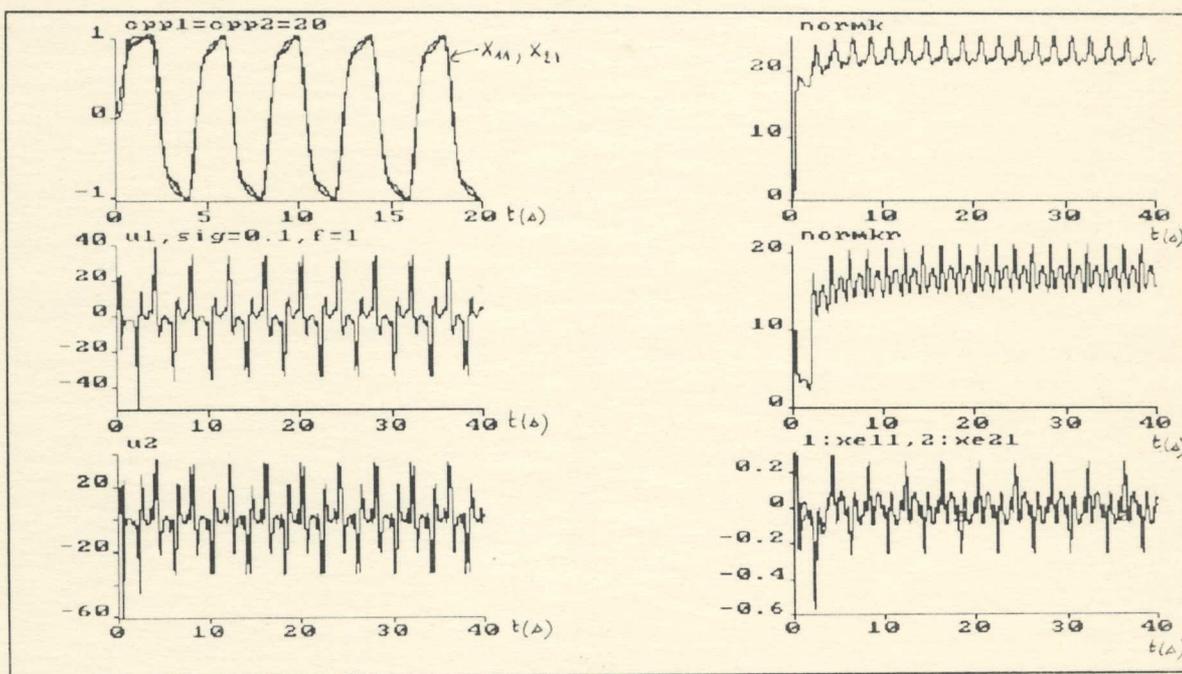


FIGURE 9-14

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

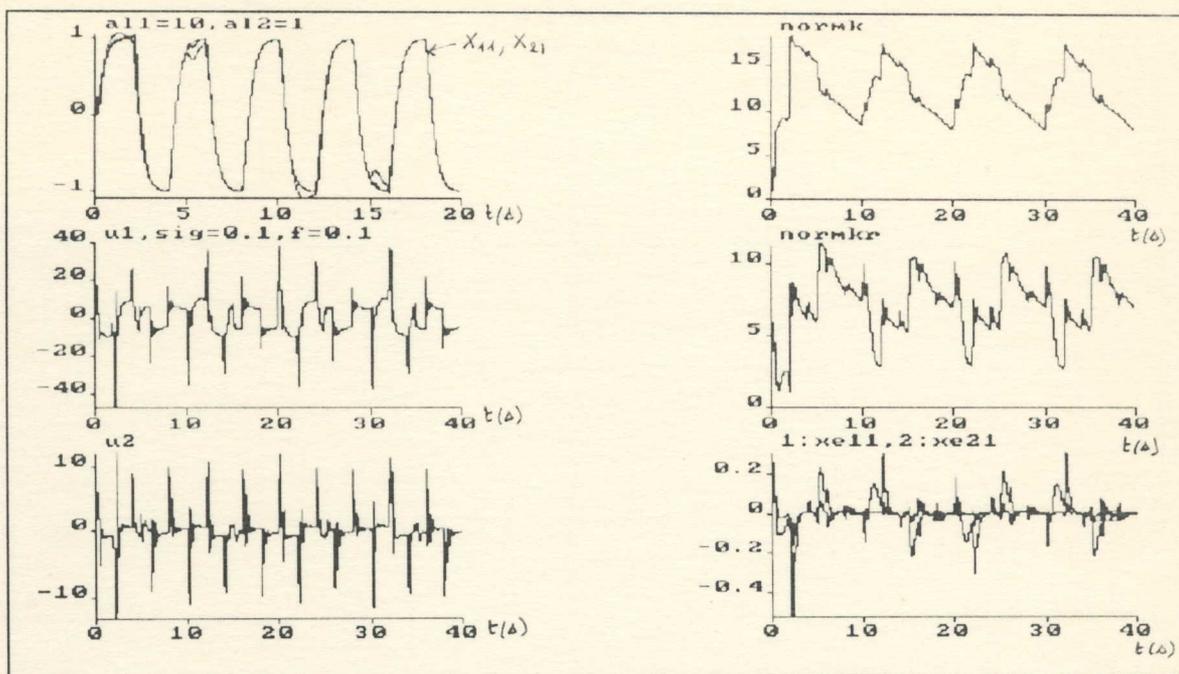


FIGURE 9-15

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL_1=10\text{Kg}, AL_2=1\text{Kg}, f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1, \alpha=100$ et $\beta=0$

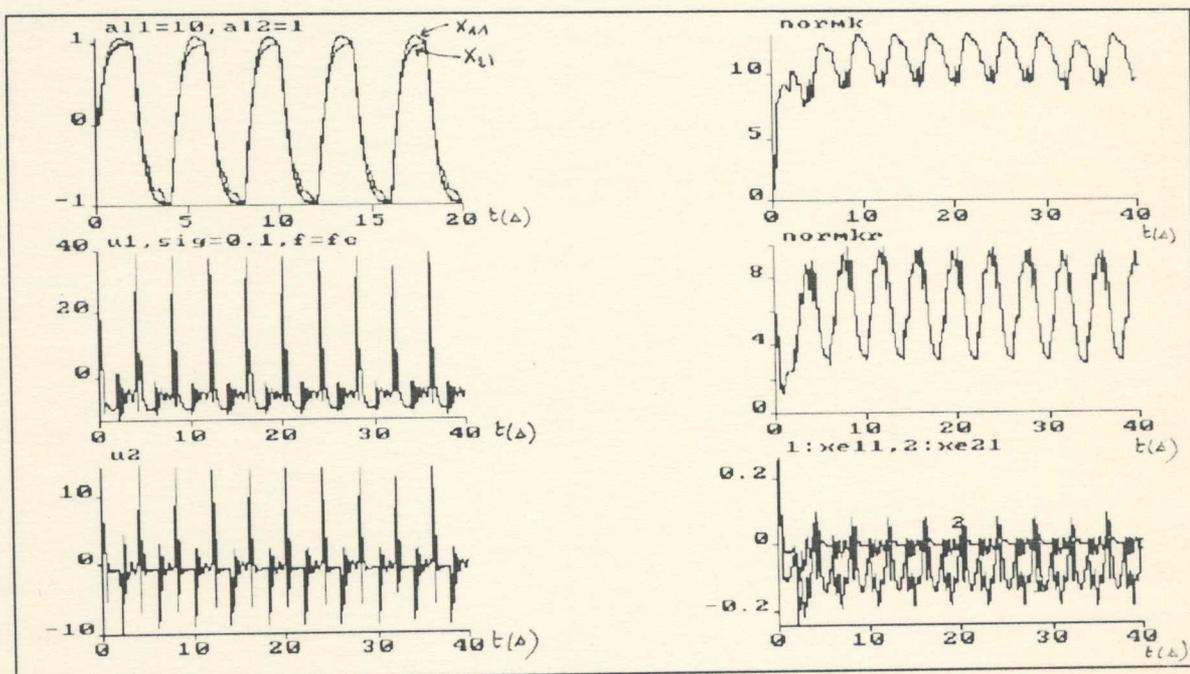


FIGURE 9-16

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL_1=10\text{Kg}, AL_2=1\text{Kg}, f=f_c$ pour $\sigma=0.1, \alpha=100$ et $\beta=0$

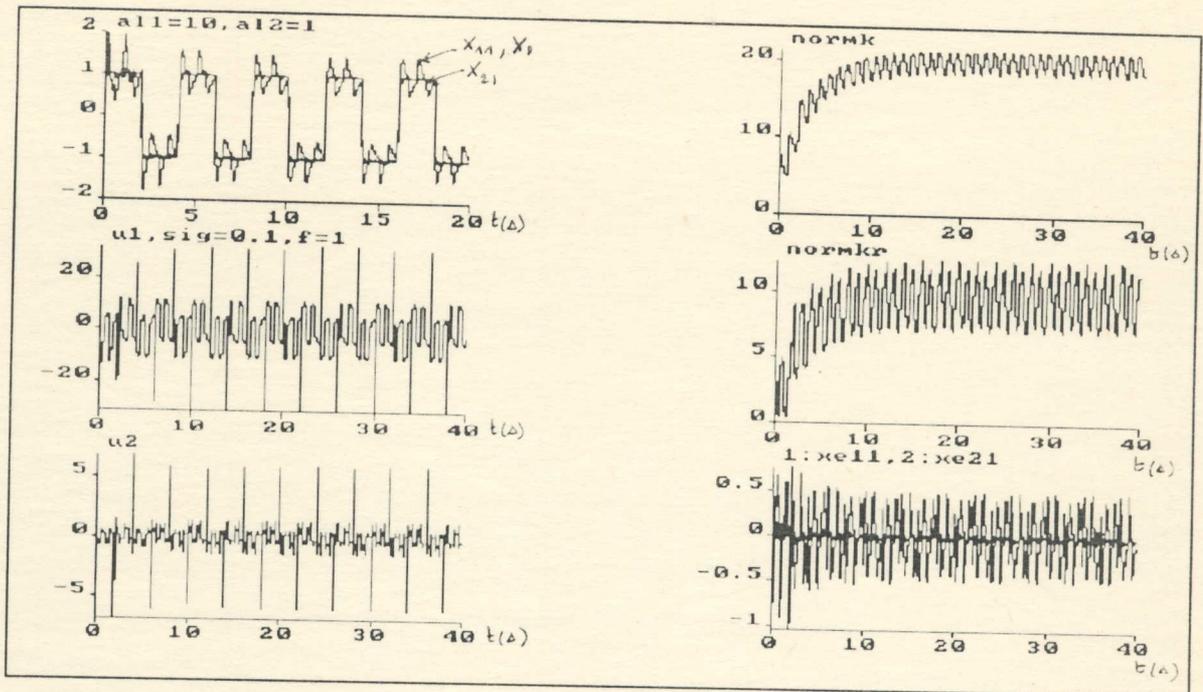


FIGURE 9-17

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

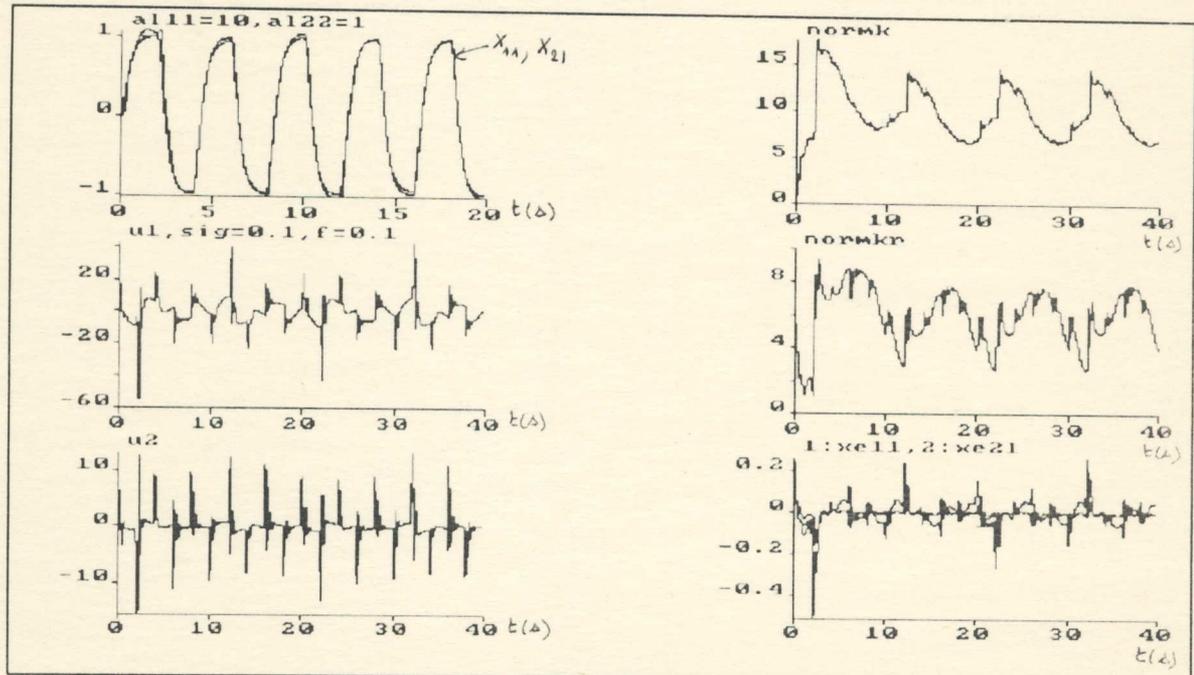


FIGURE 9-18

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

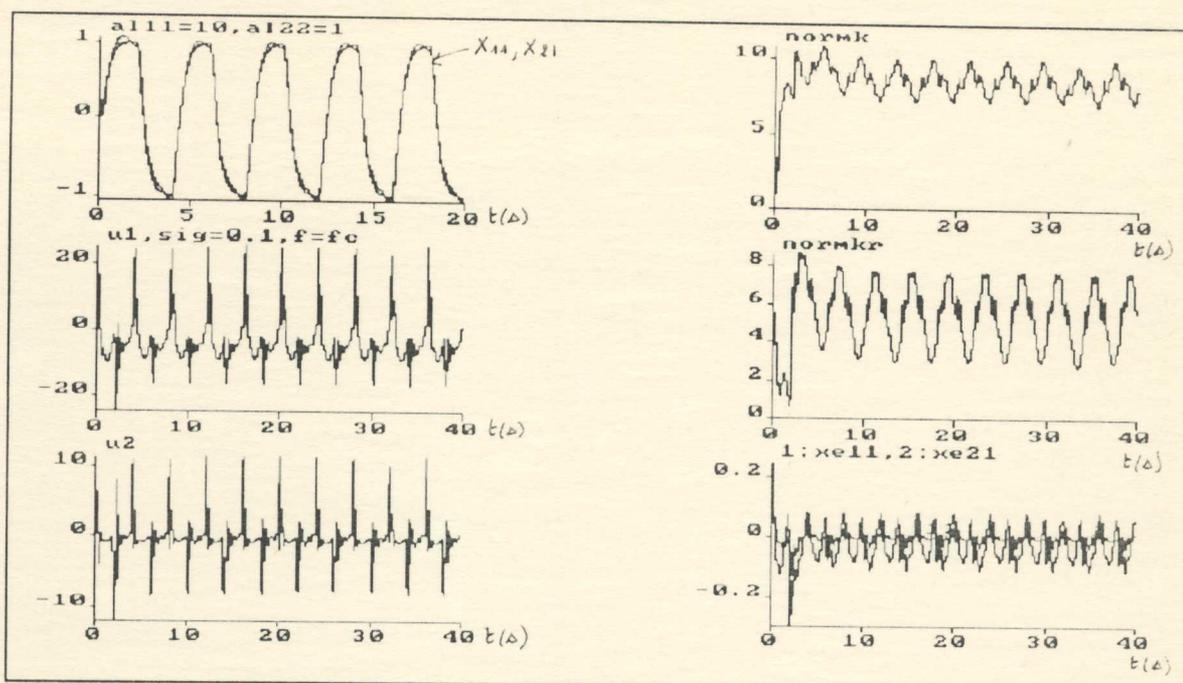


FIGURE 9-19

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=fc$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

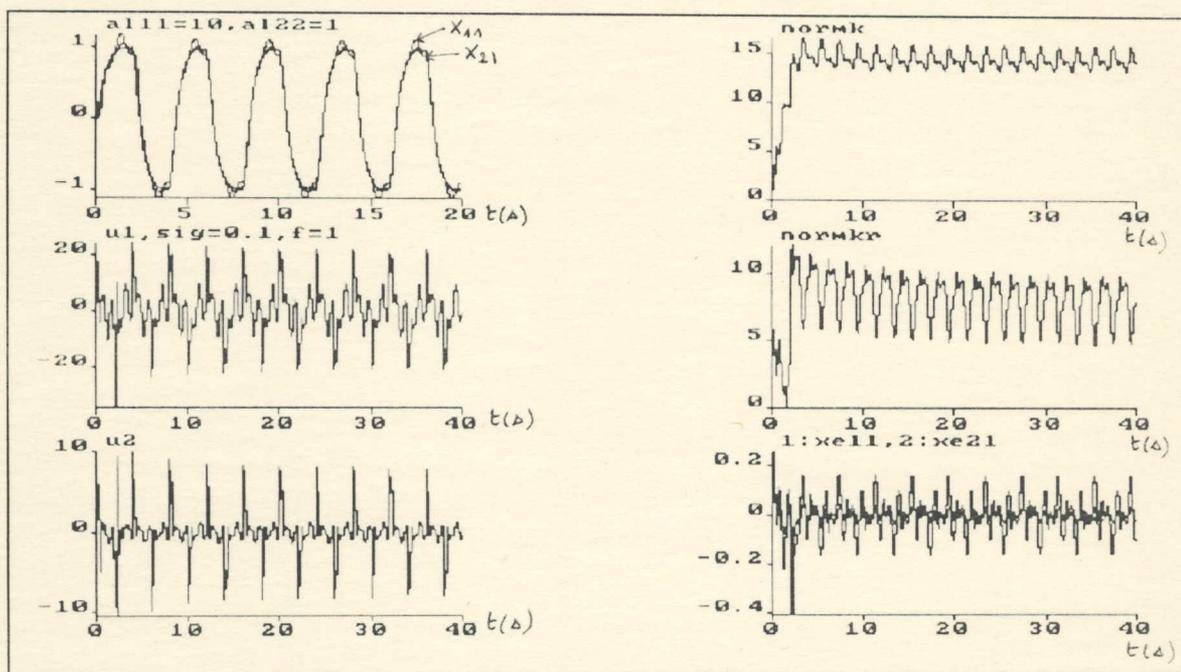


FIGURE 9-20

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=0.1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

3-2-5) La modification e : [12],[30],[47],[48]

3-2-5-1) Introduction:

Comme pour la modification σ , la modification e consiste à introduire une transformation sur le calcul des gains variables δK et δK_r .

Son principe consiste à considérer le gain variable comme une variable d'état, dont le calcul est donné par une équation d'état en boucle fermée où configure la variable de sortie de l'erreur dynamique du système (soit $y_e = C_e X_e$).

On appliquera donc, dans un premier temps, cette modification à la commande MRAC puis à la commande MCS et on va déduire si ce type de modification peut améliorer la robustesse de ces deux commandes ou non.

3-2-5-2) Détermination de la commande:

Soit toujours la commande du bras manipulateur, donnée par:

$$U(t) = -(K - \delta K) X(t) + (K_r + \delta K_r) r(t) \text{ pour le MRAC.}$$

$$U(t) = \delta K X(t) + \delta K_r r(t) \text{ pour le MCS.}$$

Les gains variables, cette fois-ci, seront donnés par [12],[30],[47],[48]:

$$\begin{cases} \delta K' = \alpha y_e x^T + (\beta y_e x^T)' - \|y_e\| \cdot \delta K & (9-1) \\ \delta K_r' = \alpha y_e r^T + (\beta y_e r^T)' - \|y_e\| \cdot \delta K_r & (9-2) \end{cases}$$

note: Pour simplifier un peu notre travail, on a pris un β nul ($\beta=0$) et on a introduit un autre coefficient σ , qu'on a multiplié avec le terme $\|y_e\| \cdot \delta K$ et $\|y_e\| \cdot \delta K_r$.

En résumé, l'équation d'état des gains variables prise tout au long de notre travail est :

$$\delta K' = \alpha y_e x^T - \sigma \|y_e\| \cdot \delta K \quad (9-3)$$

$$\delta K_r' = \alpha y_e r^T - \sigma \|y_e\| \cdot \delta K_r \quad (9-4)$$

L'implémentation en temps discret, nous donnera :

$$(9-3) \text{ devient : } \delta K(k) = \delta K(k-1) \cdot (1 - \sigma \Delta \|y_e(k-1)\|) + \Delta \cdot \alpha \cdot y_e(k-1) \cdot X^T(k-1) \quad (9-5)$$

$$(9-4) \text{ devient : } \delta K_r(k) = \delta K_r(k-1) \cdot (1 - \sigma \Delta \|y_e(k-1)\|) + \Delta \cdot \alpha \cdot y_e(k-1) \cdot r^T(k-1) \quad (9-6)$$

3-2-5-3) Simulation et interprétation: Cas de la commande MRAC

Comme pour toutes les commandes déjà vues, on va appliquer les différentes perturbations extérieures et internes sur notre bras manipulateur et on va simuler la réponse du système pour sigma égal à 1.

* La figure 11-1 : On applique à notre système non linéaire à deux degrés de liberté, le bras manipulateur classe 1, la commande MRAC avec modification e pour $\sigma=1$.

La simulation du système, nous montre l'excellente poursuite du modèle de référence par le signal de sortie (position du bras 1 et du bras 2). Les commandes nécessaires (u_1 et u_2) sont identiques à celles obtenues pour le MRAC sans modification. On note aussi que l'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) tend vers zéro .

* Les figures (11-2) à (11-8) : présentent le résultat de simulation du bras manipulateur lorsqu'il est soumis à des perturbations extérieures constantes, rapides puis lentes avec bien sur les trois cas de fréquence perturbatrice. Comparée à la commande MRAC sans modification, la convergence de la norme des gains est atteinte plus rapidement alors qu'elle n'était pas encore atteinte (à $t \approx 100$ s) pour le MRAC simple. La valeur maximale des gains est très inférieure à celle obtenue pour le MRAC simple dans les mêmes conditions. Mais, on note une augmentation du domaine de variation de la norme des gains : la marge séparant la valeur maximale de la valeur minimale est plus grande. Les commandes nécessaires (u_1 et u_2) sont bornées, plus faibles mais présentent des oscillations plus importantes et des pics indésirables. L'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) reste bornée, légèrement inférieures (tendent vers zéro pour le cas de $f=fc$) mais présentent des oscillations visibles sur le signal de sortie.

* Les figures (11-9) à (11-20) : présentent le résultat de simulation du bras manipulateur lorsqu'il est soumis à des variations internes sur la friction des joints ou sur la masse. Ces variations pouvant être constantes, rapides ou lentes avec bien sur les trois cas possibles de fréquence perturbatrice. Les mêmes constatations formulées pour les perturbations extérieures sont observées. On note une convergence des normes de gains plus rapide, les commandes sont plus petites et plus oscillantes et l'erreur de sortie qui reste

bornée, est plus petite. **Cependant**, un autre fait plus apparent au niveau des variations internes qu'au niveau des perturbations extérieures est à indiquer. C'est que comparée à la modification σ , la convergence de la norme des gains dans la modification e est plus lente, mais l'erreur de sortie est plus petite.

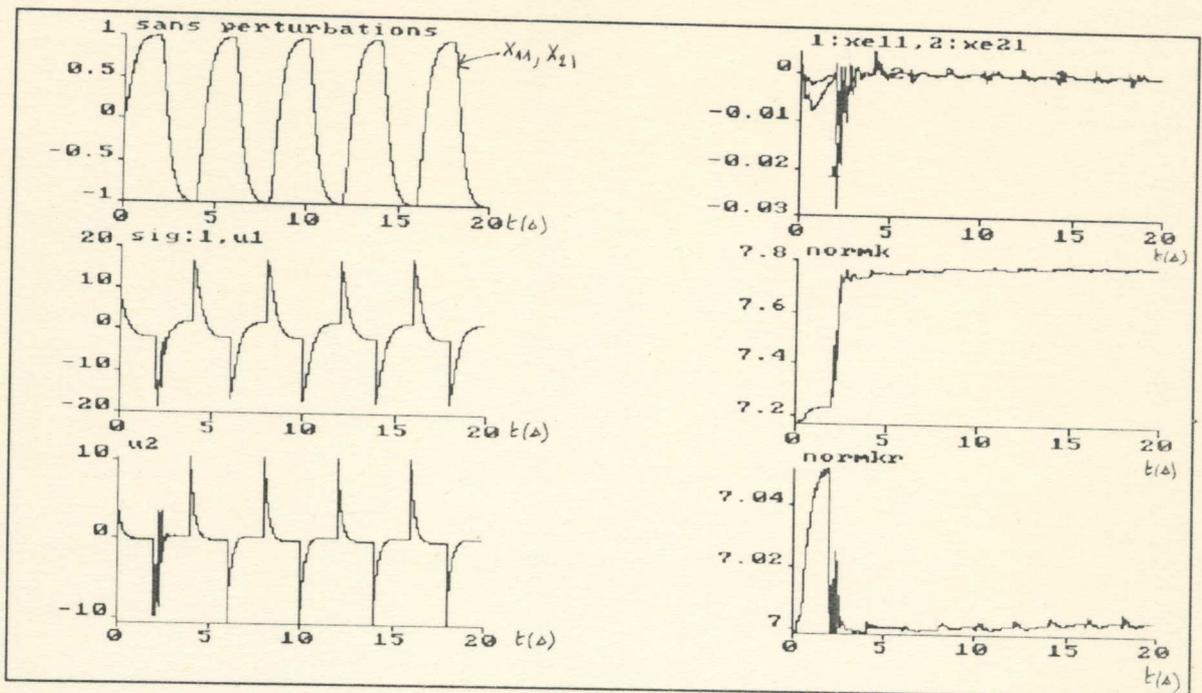


FIGURE 11-1

Commande MRAC avec modification e, sans aucune perturbation extérieure ou variation interne pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

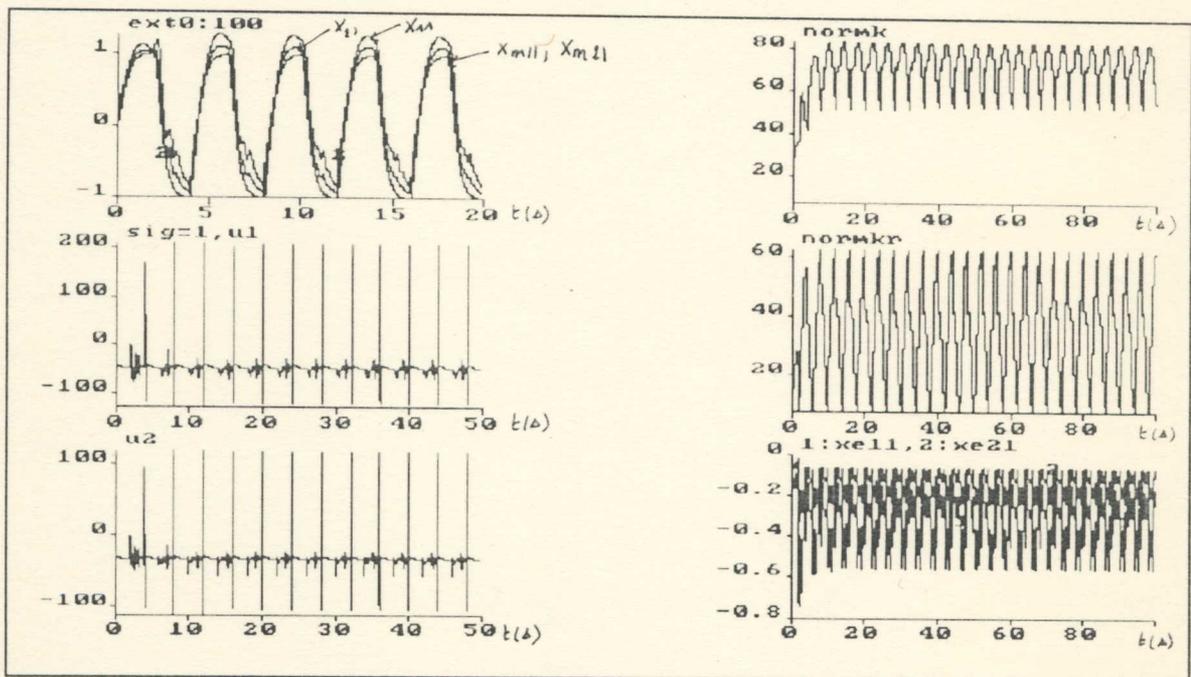


FIGURE 11-2

Commande MRAC avec modification e, avec perturbation extérieure constante $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

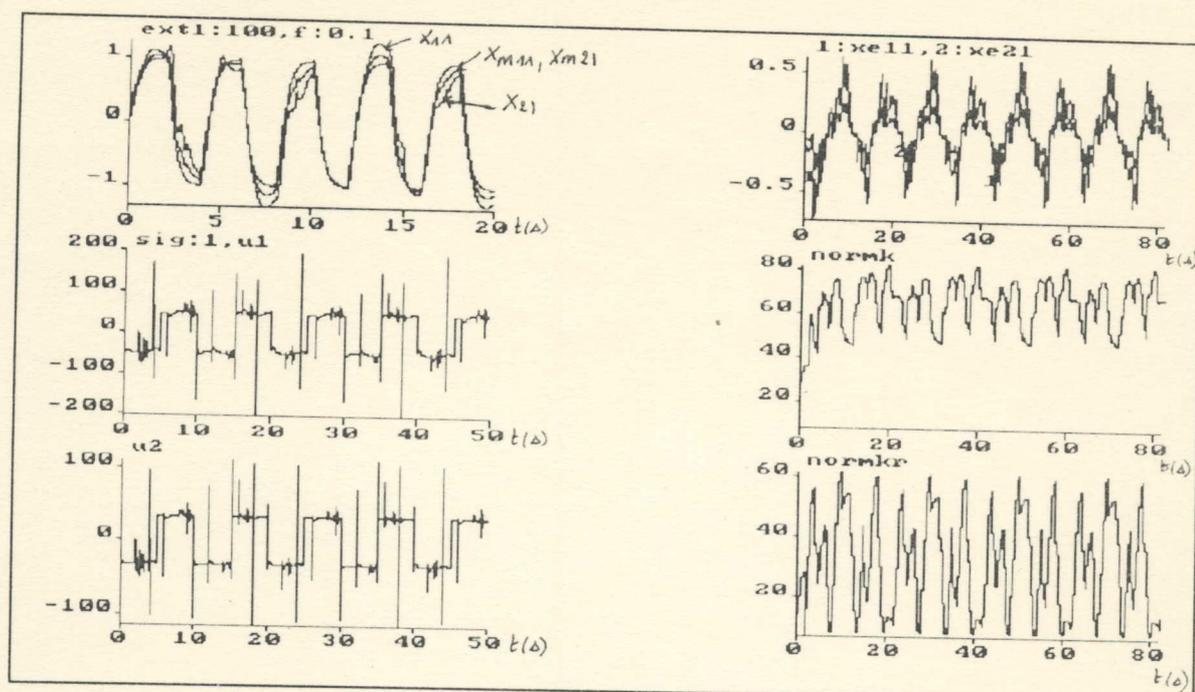


FIGURE 11-3

Commande MRAC avec modification e, avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

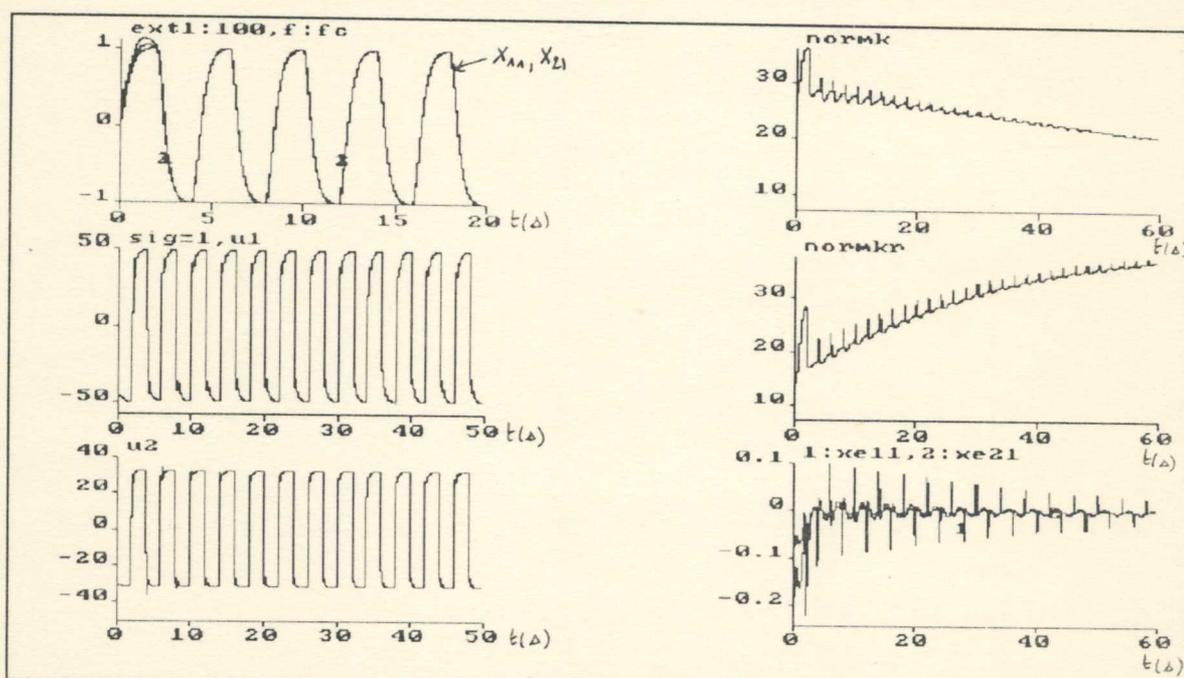


FIGURE 11-4

Commande MRAC avec modification e, avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

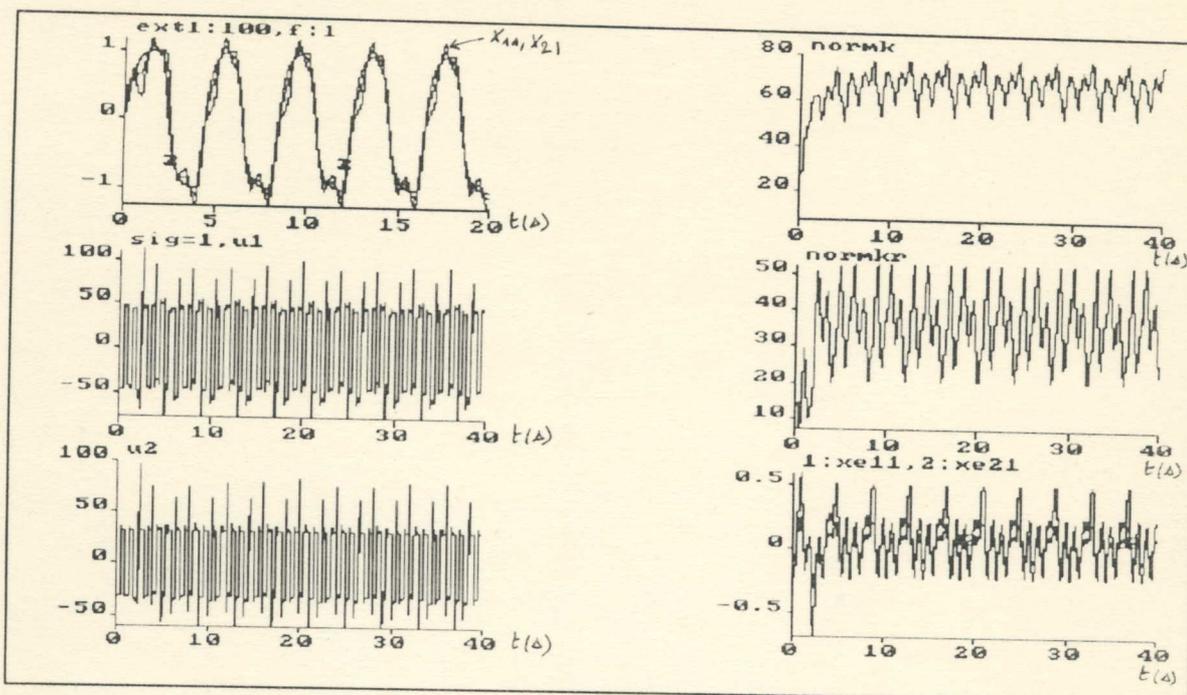


FIGURE 11-5

Commande MRAC avec modification e, avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2, f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

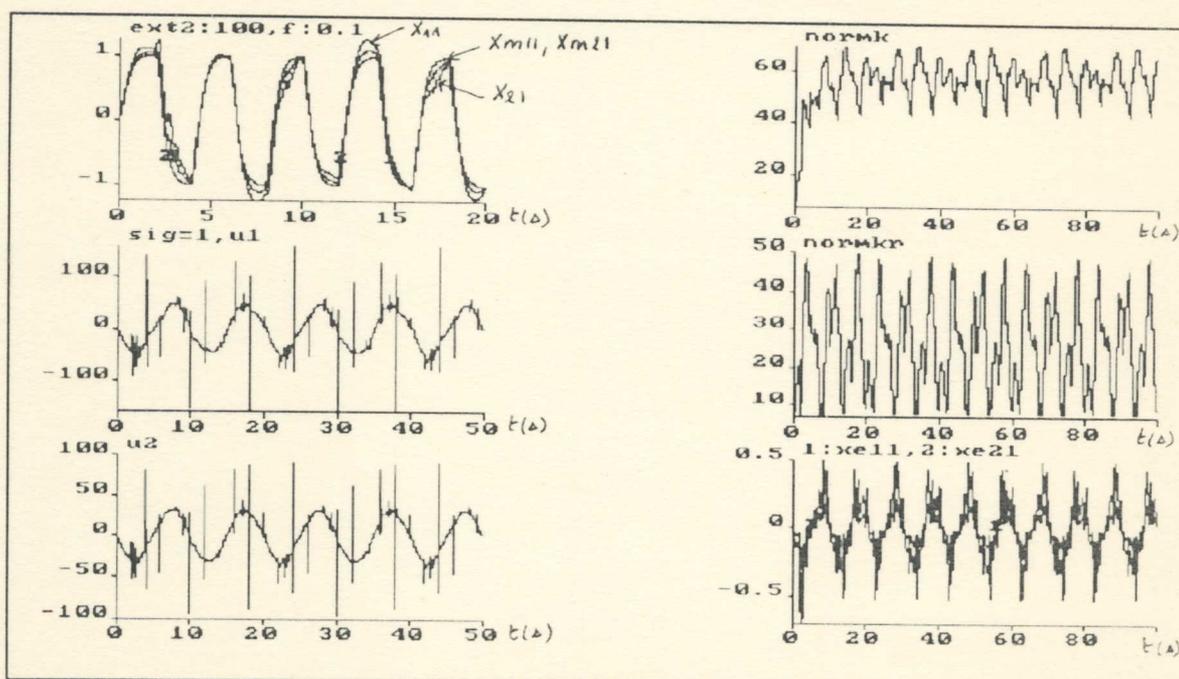


FIGURE 11-6

Commande MRAC avec modification e, avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2, f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

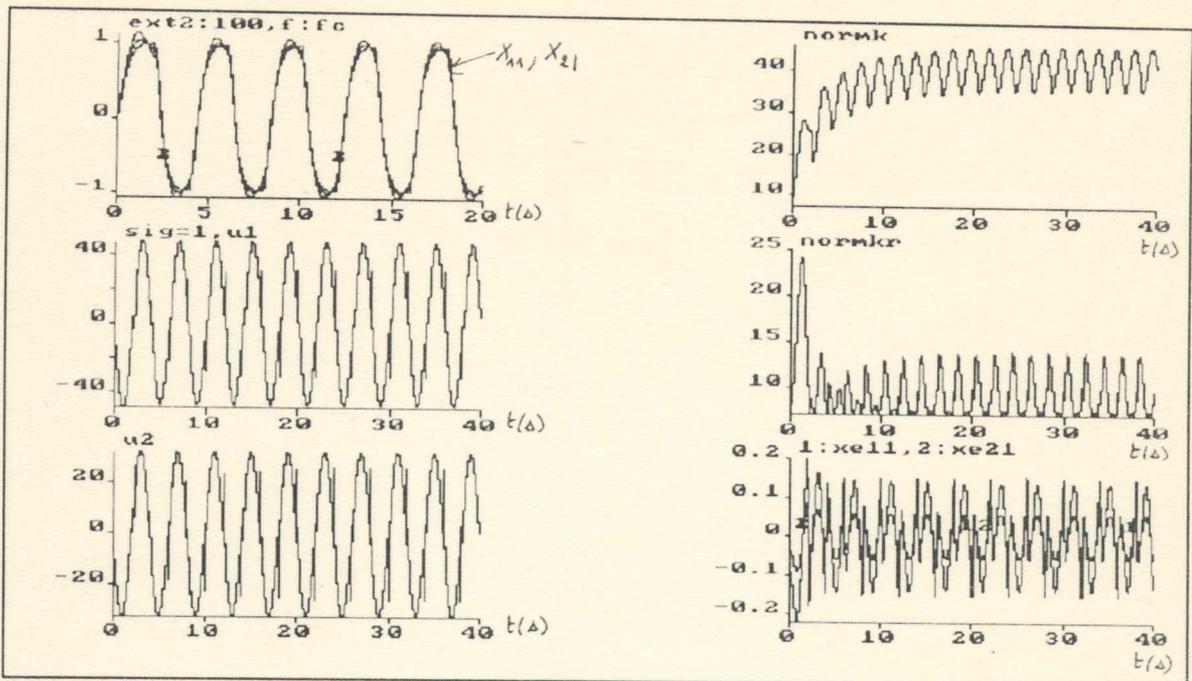


FIGURE 11-7

Commande MRAC avec modification e , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

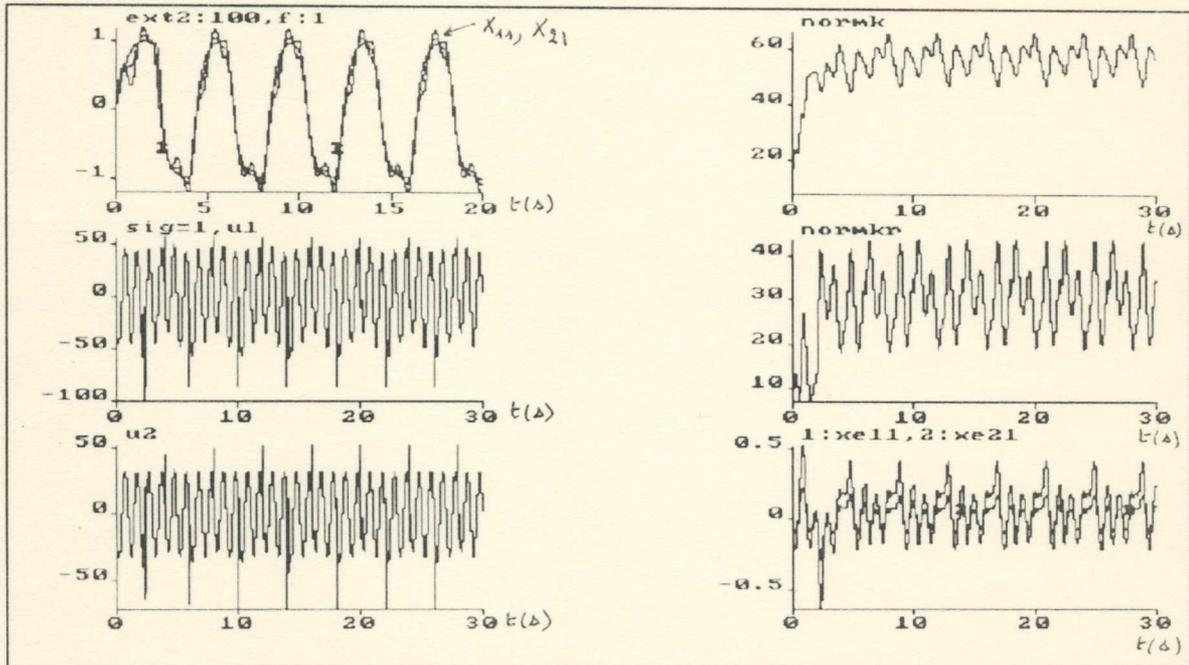


FIGURE 11-8

Commande MRAC avec modification e , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

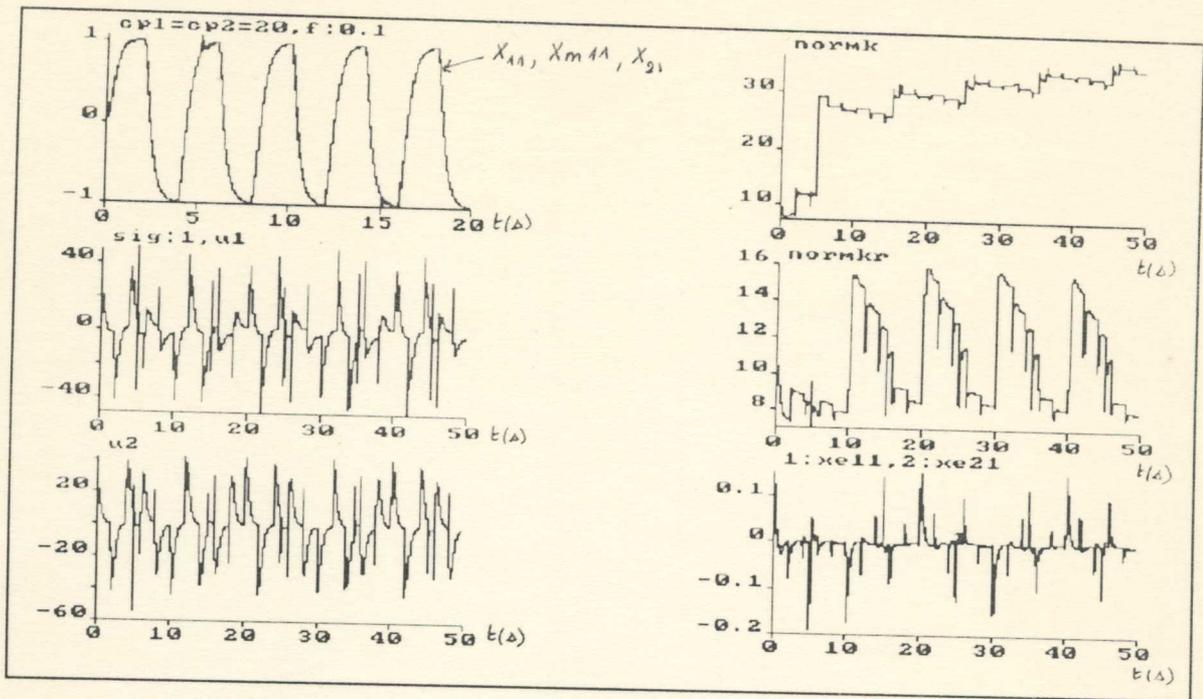


FIGURE 11-9

Commande MRAC avec modification e , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

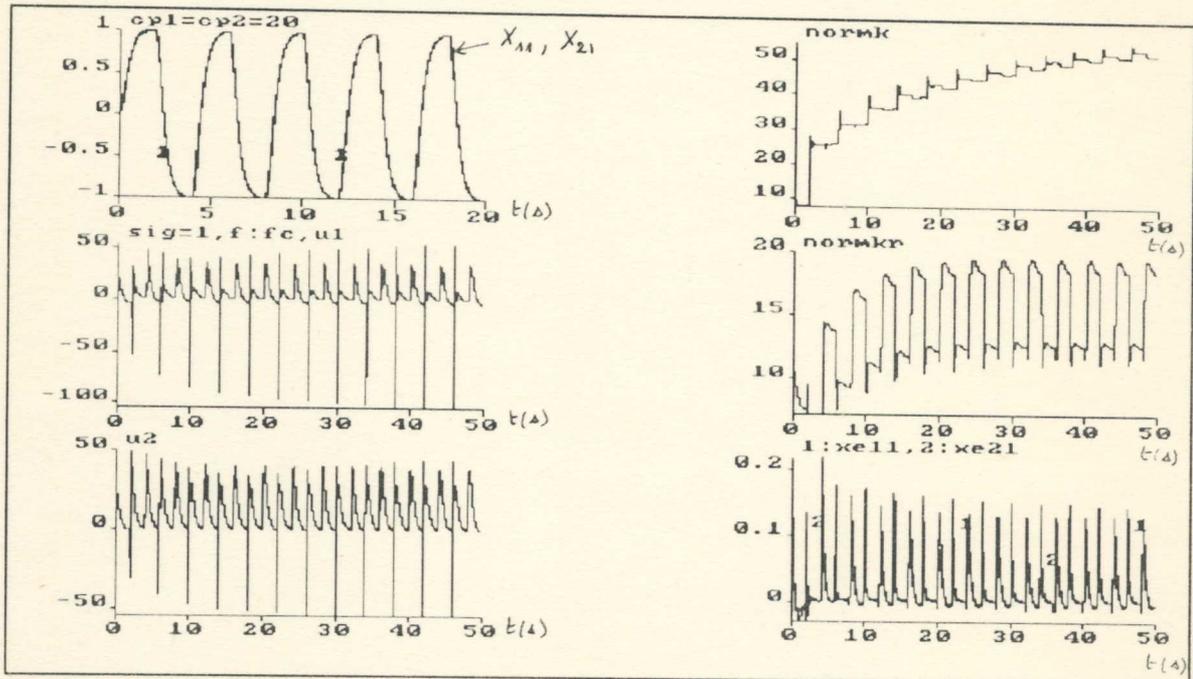


FIGURE 11-10

Commande MRAC avec modification e , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

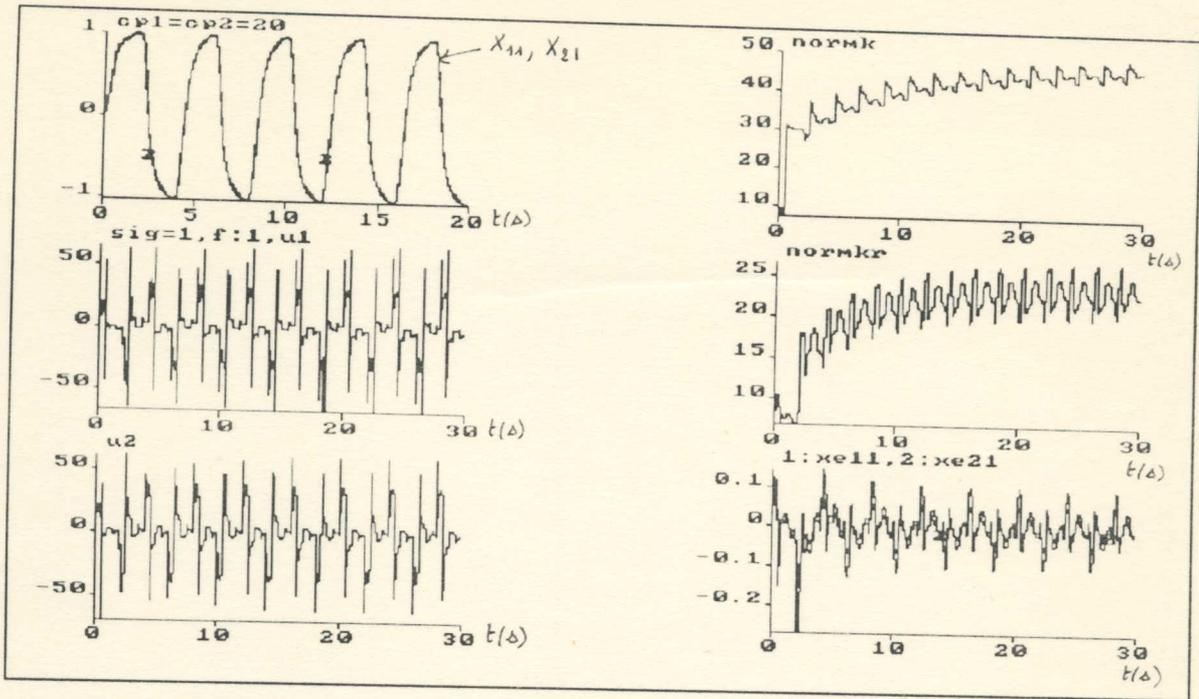


FIGURE 11-11

Commande MRAC avec modification e , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

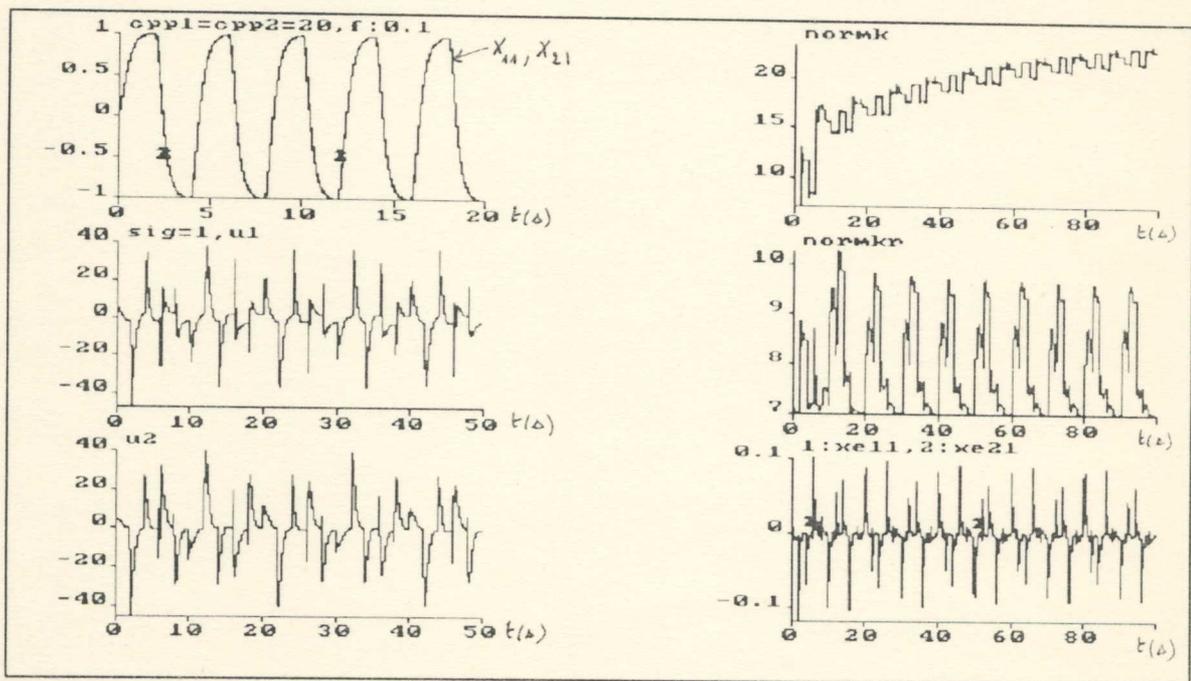


FIGURE 11-12

Commande MRAC avec modification e , avec variation lente des frictions

$CPP1=20Nms$, $CPP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

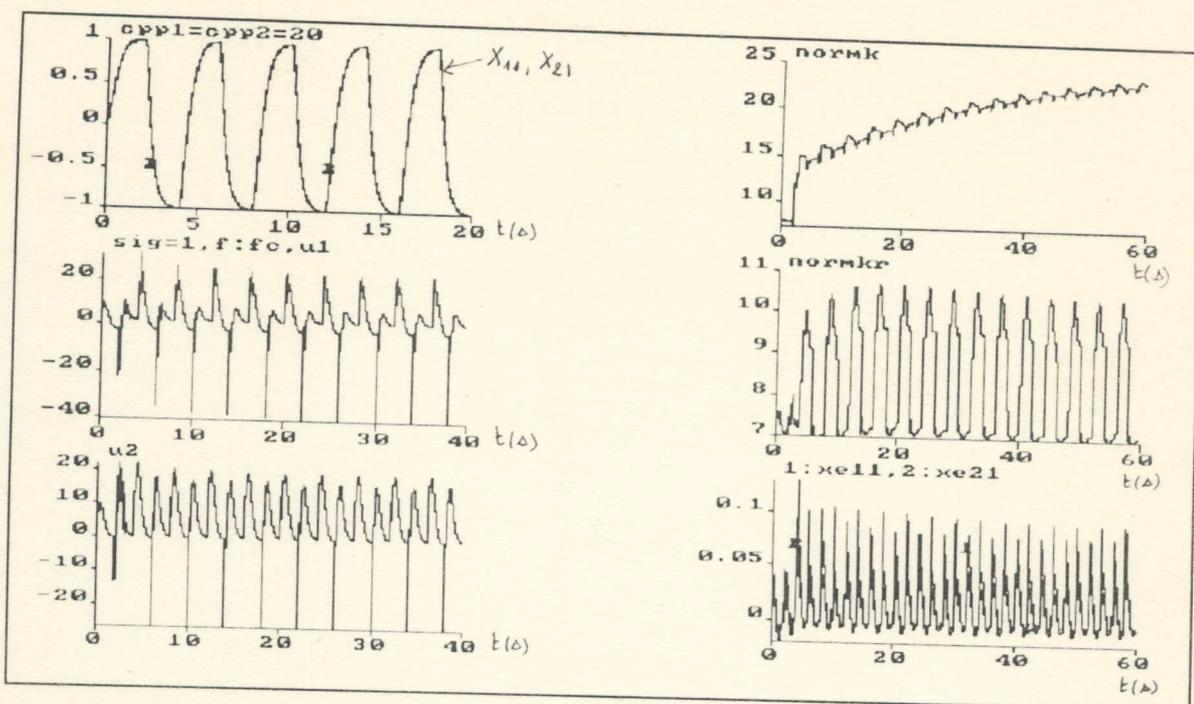


FIGURE 11-13

Commande MRAC avec modification e , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

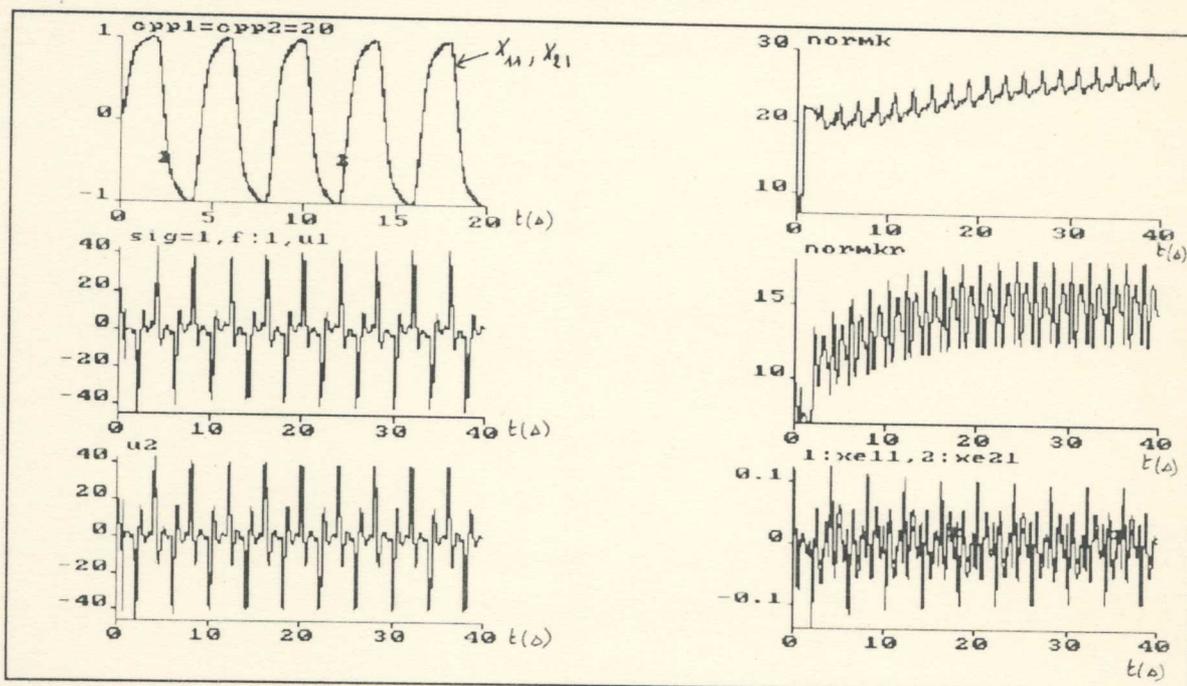


FIGURE 11-14

Commande MRAC avec modification e , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

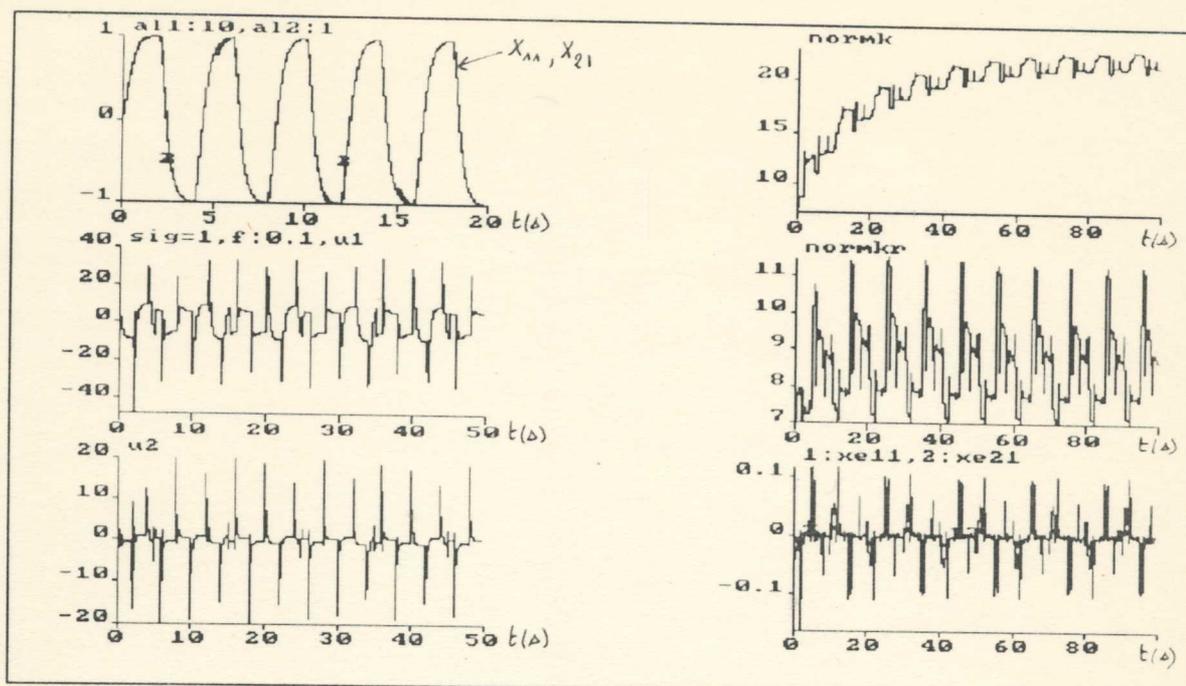


FIGURE 11-15

Commande MRAC avec modification e , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

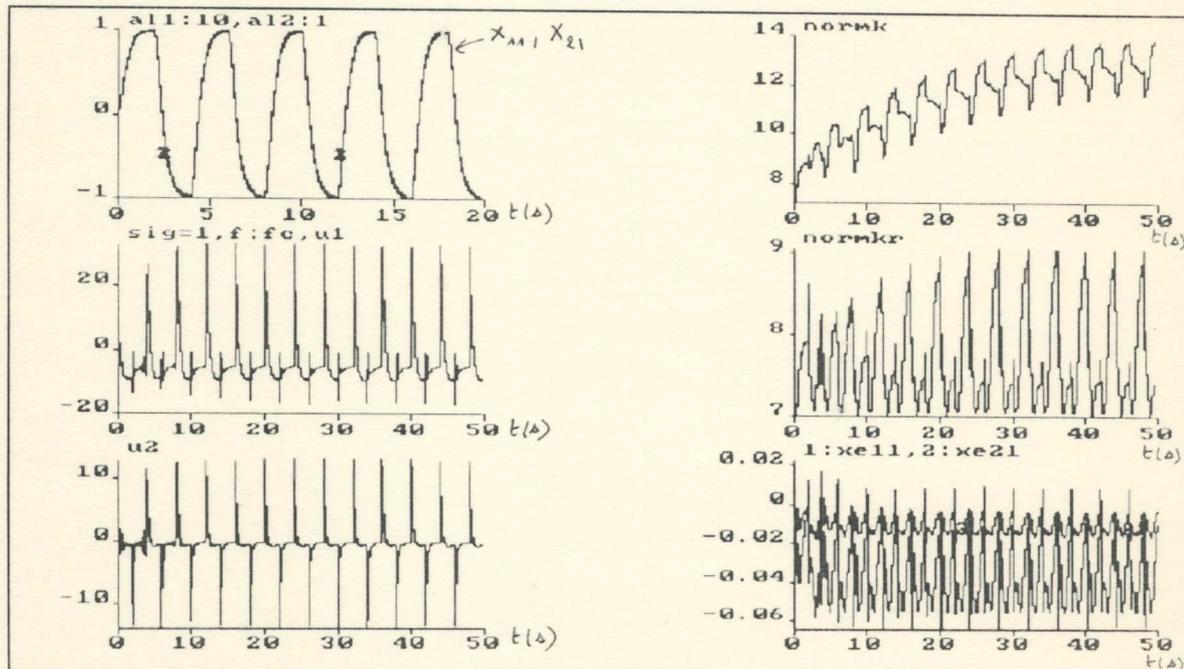


FIGURE 11-16

Commande MRAC avec modification e , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

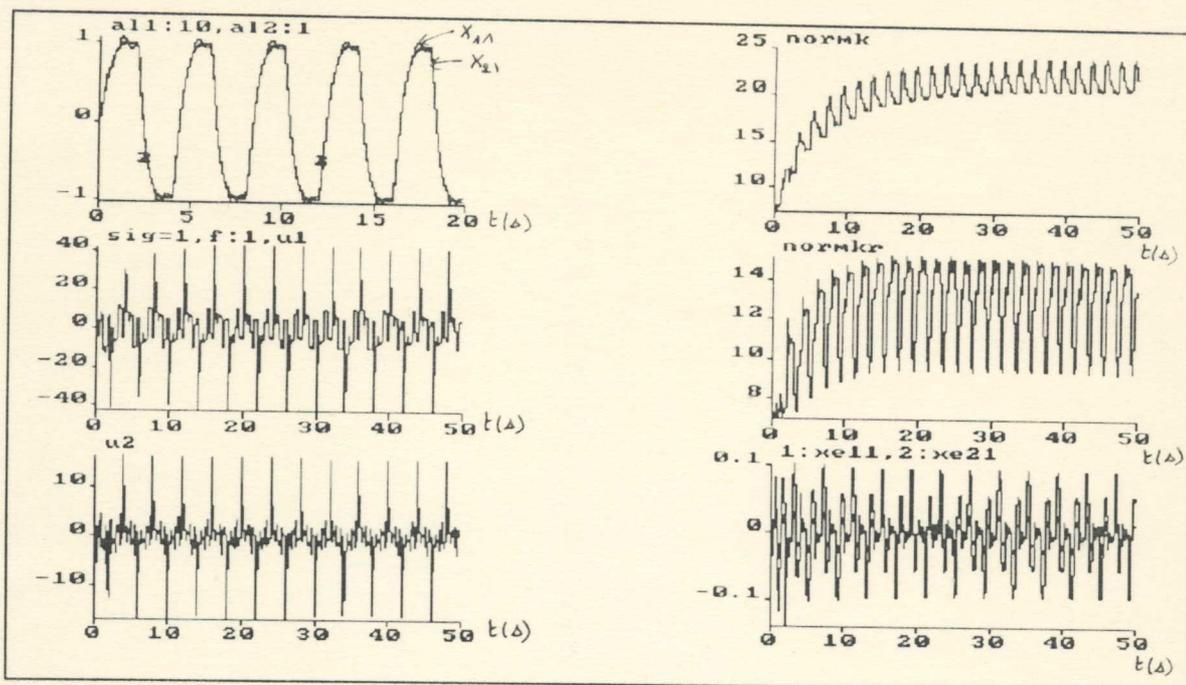


FIGURE 11-17

Commande MRAC avec modification e, avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

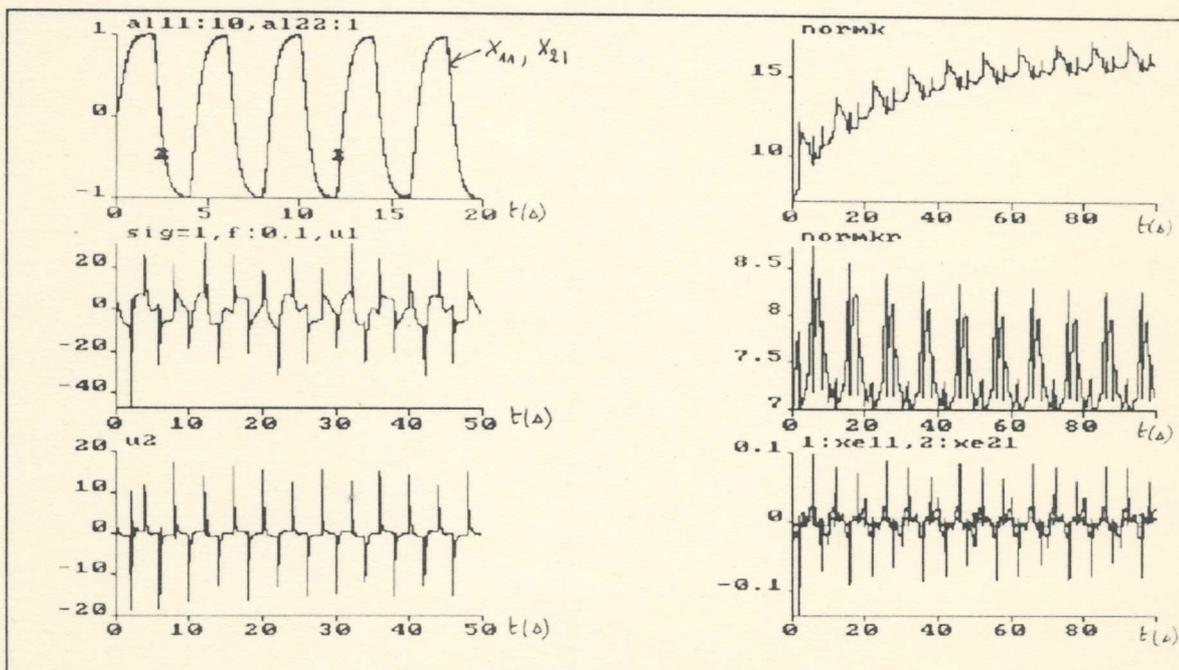


FIGURE 11-18

Commande MRAC avec modification e, avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

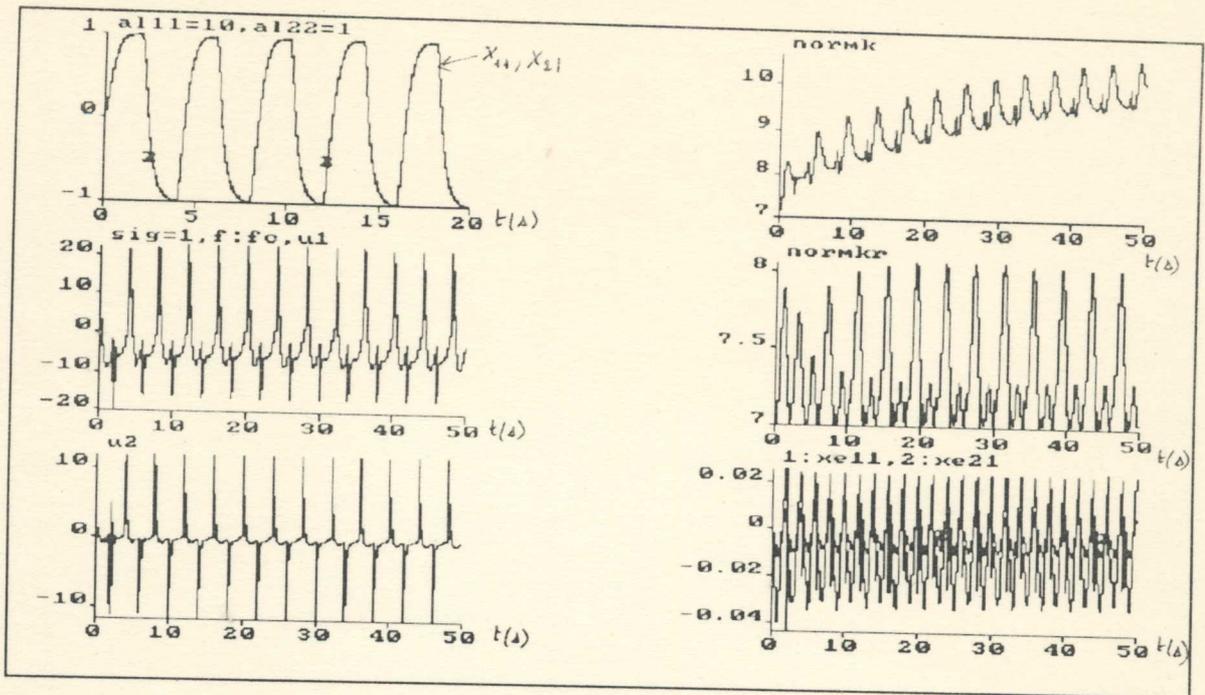


FIGURE 11-19

Commande MRAC avec modification e , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

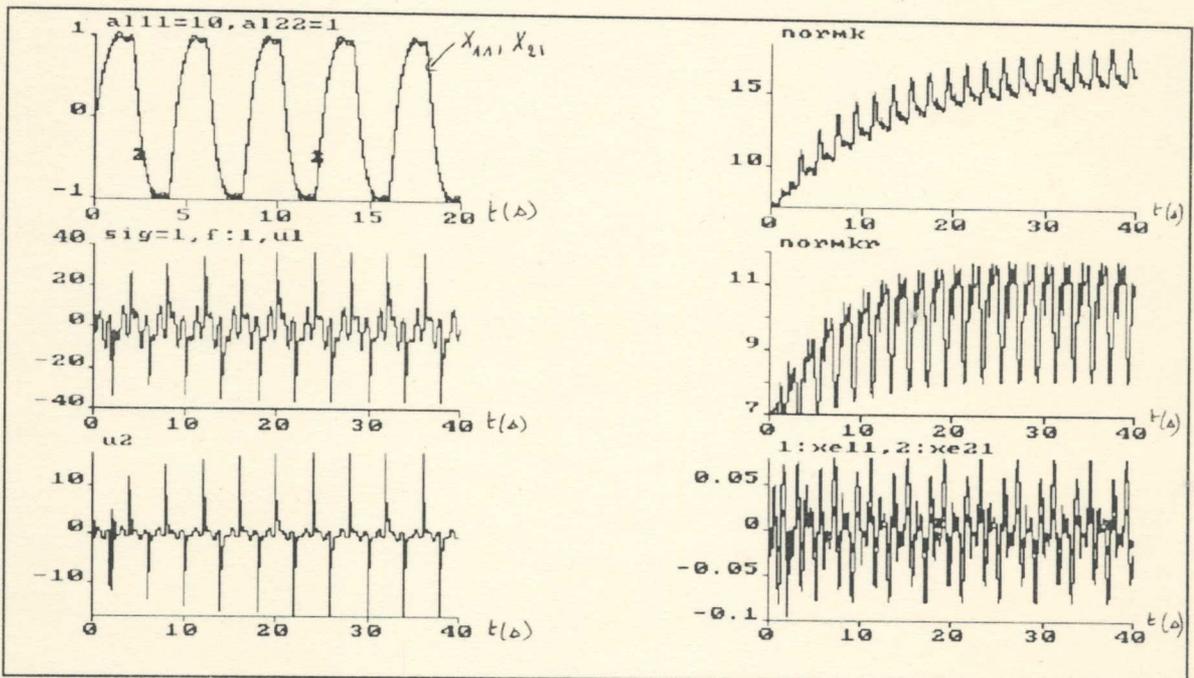


FIGURE 11-20

Commande MRAC avec modification e , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

* Les figures (11-1-1) à (11-1-6): On applique notre commande MRAC modifiée e à notre bras manipulateur pour trois valeurs de σ : 1, 10 puis à 100 sans aucune perturbation extérieure ou variation interne des paramètres. On note que pour un σ égal à 10, la convergence des normes de gains est atteinte au même moment que pour σ égal à 1 mais elle n'est pas aussi abrupte et présente moins d'oscillations. L'erreur de sortie (X_{e11} et X_{e21}) est plus grande au départ mais tend vers zéro lorsque la convergence des normes de gains est atteinte avec moins d'oscillations. Les commandes nécessaires (U_1 et U_2) sont légèrement moins importantes et moins oscillantes.

Pour un σ égal à 100, la convergence des gains est aussi observée au même temps que pour σ égal à 1 mais elle présente une très grande variation entre la valeur maximale et la valeur minimale de la norme des gains (pour $NORMK$ comme pour $NORMKr$) et présente des oscillations trop importantes. L'erreur de sortie est bornée et plus petite.

Les commandes sont plus petites mais présentent des oscillations très importantes (surtout pour la commande du deuxième bras U_2) ce qui ne peut être réalisable en pratique.

En résumé, on peut dire que la modification e rend la commande MRAC plus robuste, la convergence des normes des gains est plus rapide. Les commandes nécessaires sont plus faibles **mais** présentent des oscillations très importantes surtout si l'on augmente le facteur σ . L'erreur de sortie du système est toujours bornée et tend de plus en plus vers zéro quand σ (σ) augmente.

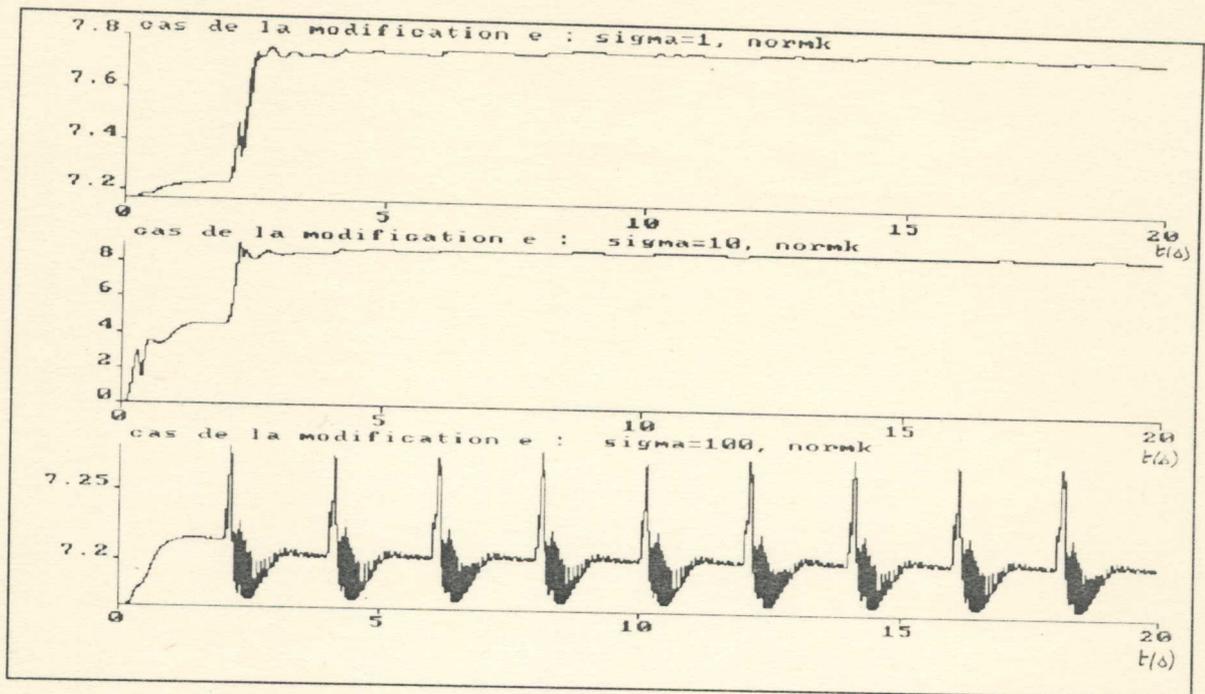


FIGURE 11-1-1

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation
 NORMK pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

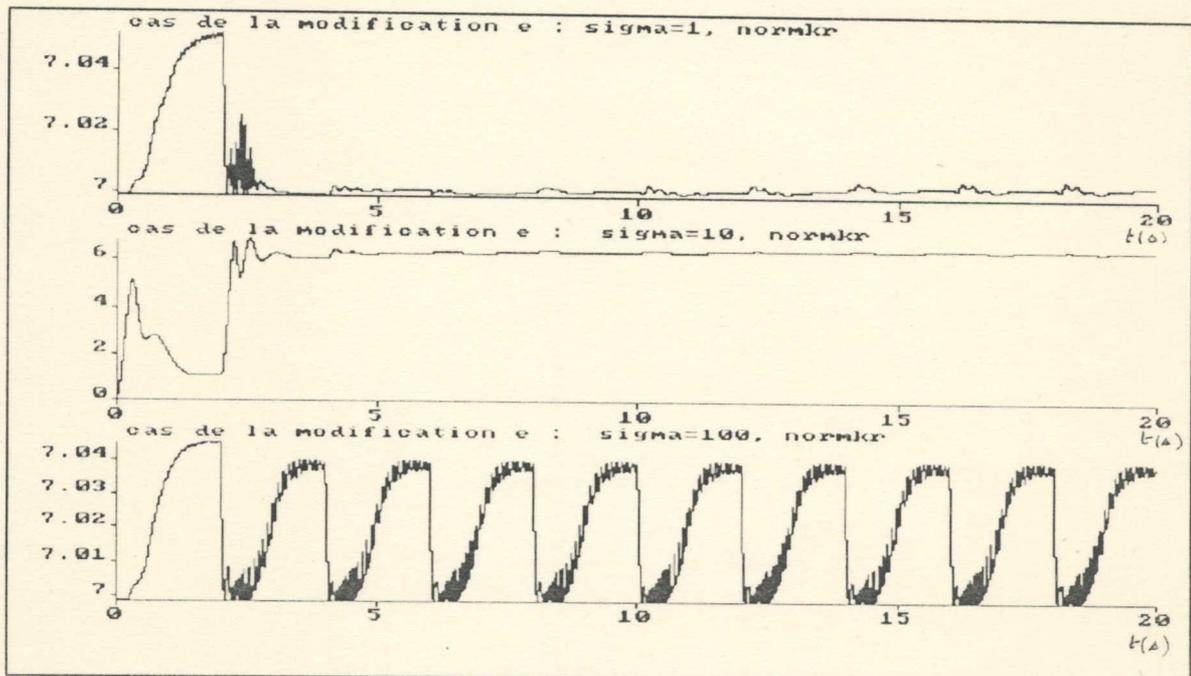


FIGURE 11-1-2

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation
 NORMKr pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

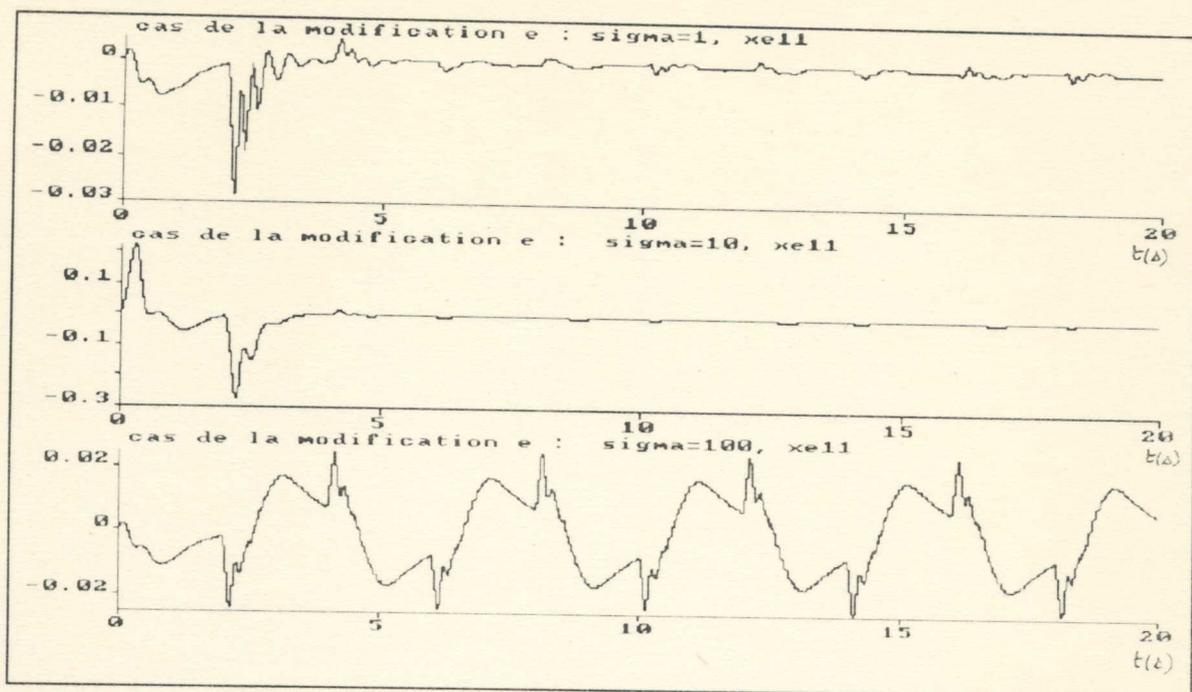


FIGURE 11-1-3

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation

X_{e11} pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

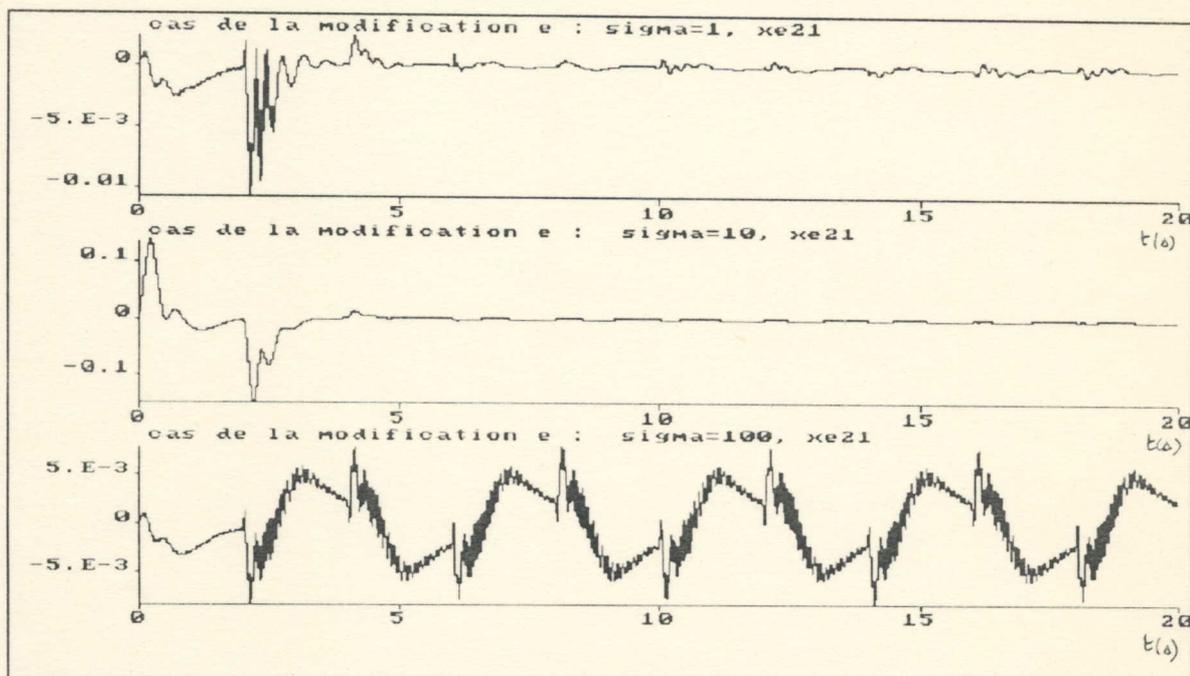


FIGURE 11-1-4

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation

X_{e21} pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

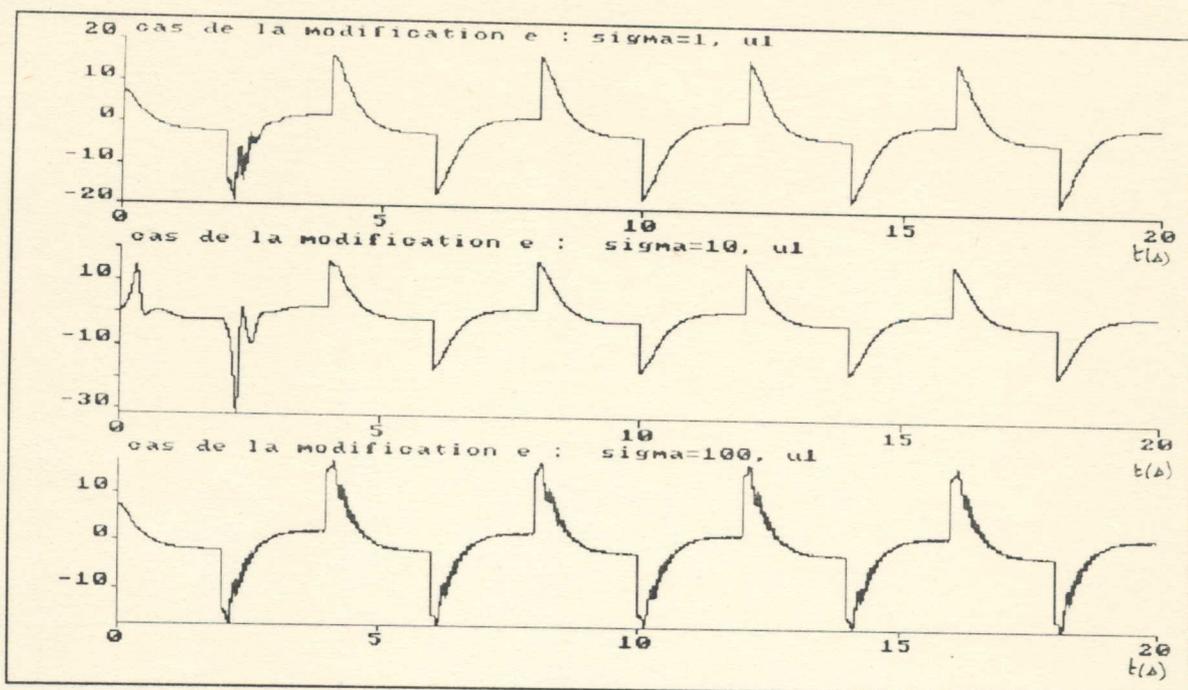


FIGURE 11-1-5

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation

U_1 pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

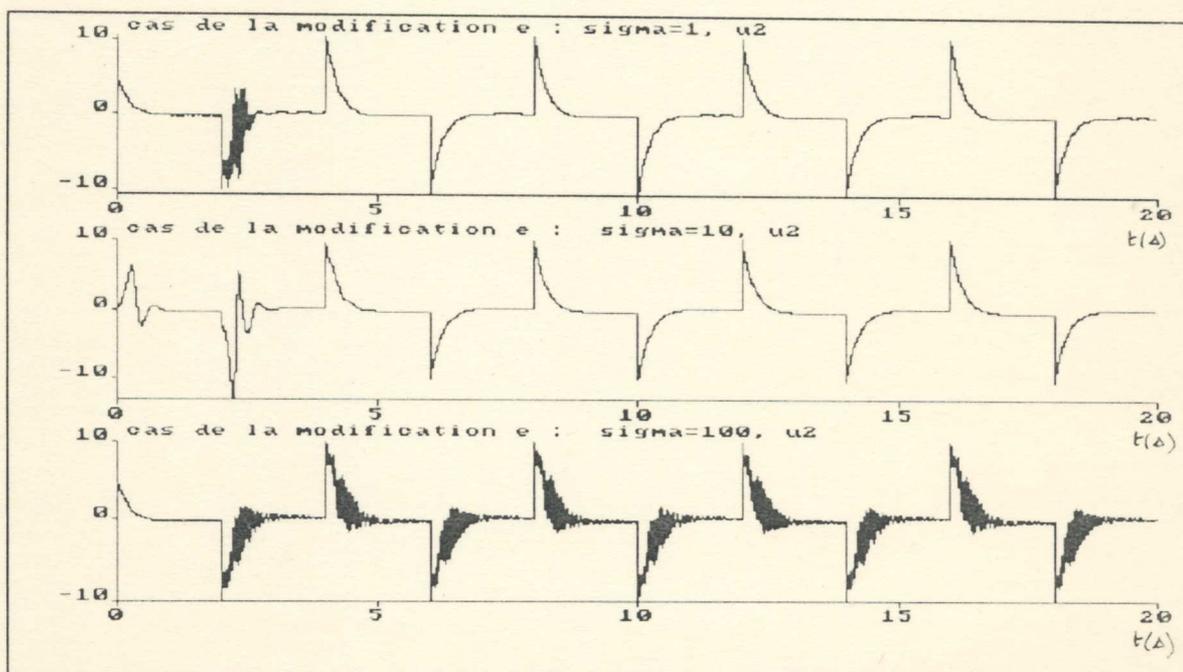


FIGURE 11-1-6

Commande MRAC avec modification e, sans aucune forme de perturbation

U_2 pour $\sigma = 1$, $\sigma = 10$ et $\sigma = 100$

3-2-5-4) Simulation et interprétation: Cas du MCS

Comme pour la commande MRAC, on va appliquer cette fois-ci la modification ϵ à la commande MCS, en simulant toujours la réponse de notre système pour σ égal à 1.

Là aussi, on déduit à partir des figures (12-1) à (12-20), que la convergence des normes de gains par rapport à celle obtenue pour la commande MCS sans modification est plus rapide. Les commandes sont bornées, plus faibles. Néanmoins, elles sont plus importantes que celles obtenues pour le MRAC avec modification ϵ mais présentent moins d'oscillations. L'erreur de sortie est bornée, presque identique à celle obtenue pour le cas MCS sans modification mais plus grande que celle obtenue pour le MRAC avec modification ϵ .

Conclusion:

En conclusion pour cette section, on peut dire que la modification ϵ maintient la robustesse des deux commandes MRAC et MCS. La convergence des normes des gains est plus rapide. Les commandes nécessaires sont plus faibles mais présentent des oscillations néfastes pour la pratique. L'erreur de sortie reste bornée et tend à diminuer de plus en plus que le facteur σ est augmenté.

Donc, afin d'avoir de meilleurs résultats, il suffit de combiner entre la modification σ **et** la modification ϵ . L'idée formulée est de trouver un coefficient σ **fonction** de l'erreur dynamique du système (Y_c).

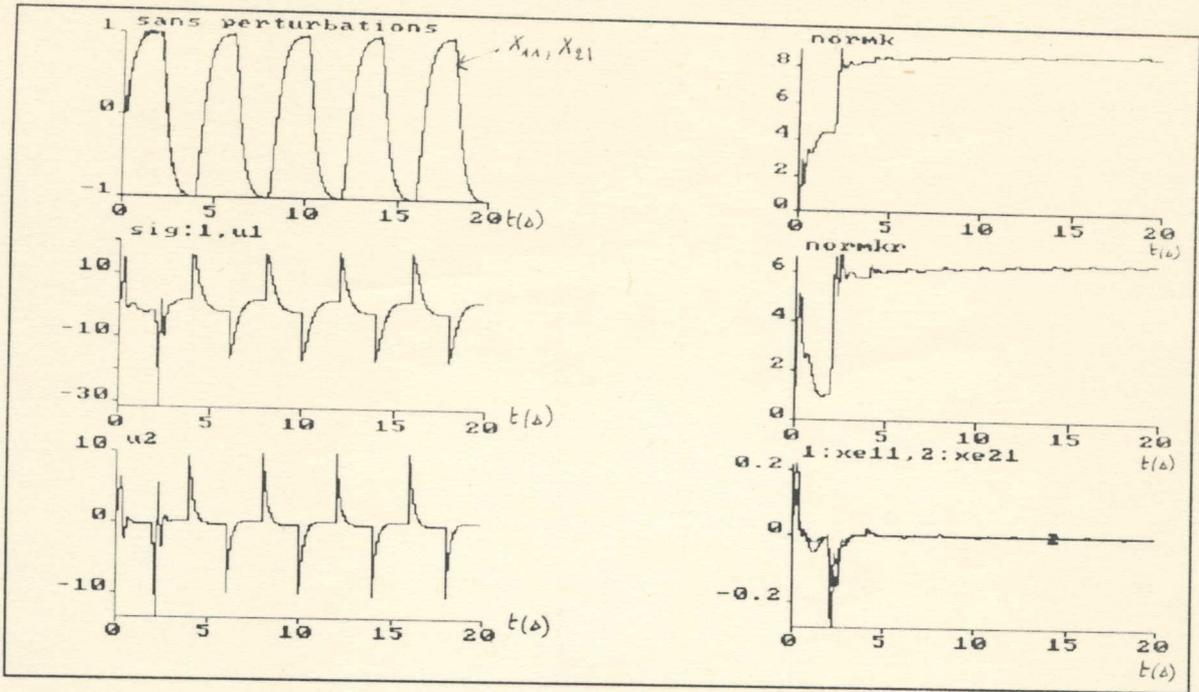


FIGURE 12-1

Commande MCS avec modification e , sans aucune perturbation extérieure
ou variation interne pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

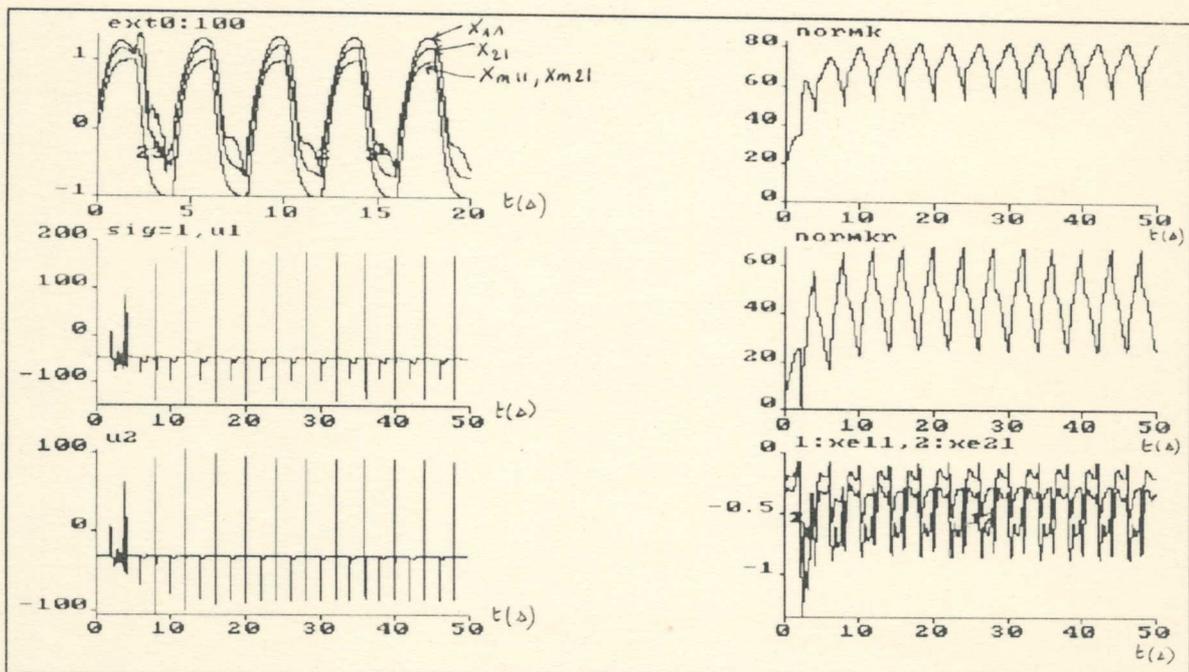


FIGURE 12-2

Commande MCS avec modification e , avec perturbation extérieure constante

$EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

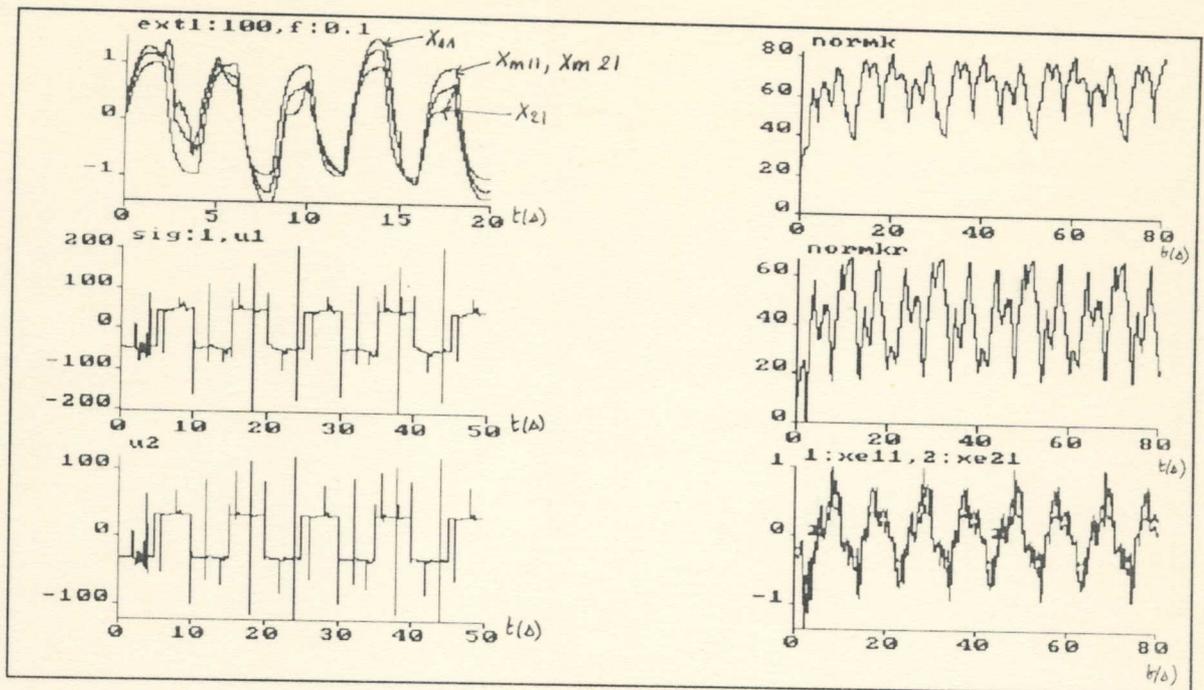


FIGURE 12-3

Commande MCS avec modification e, avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2, f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

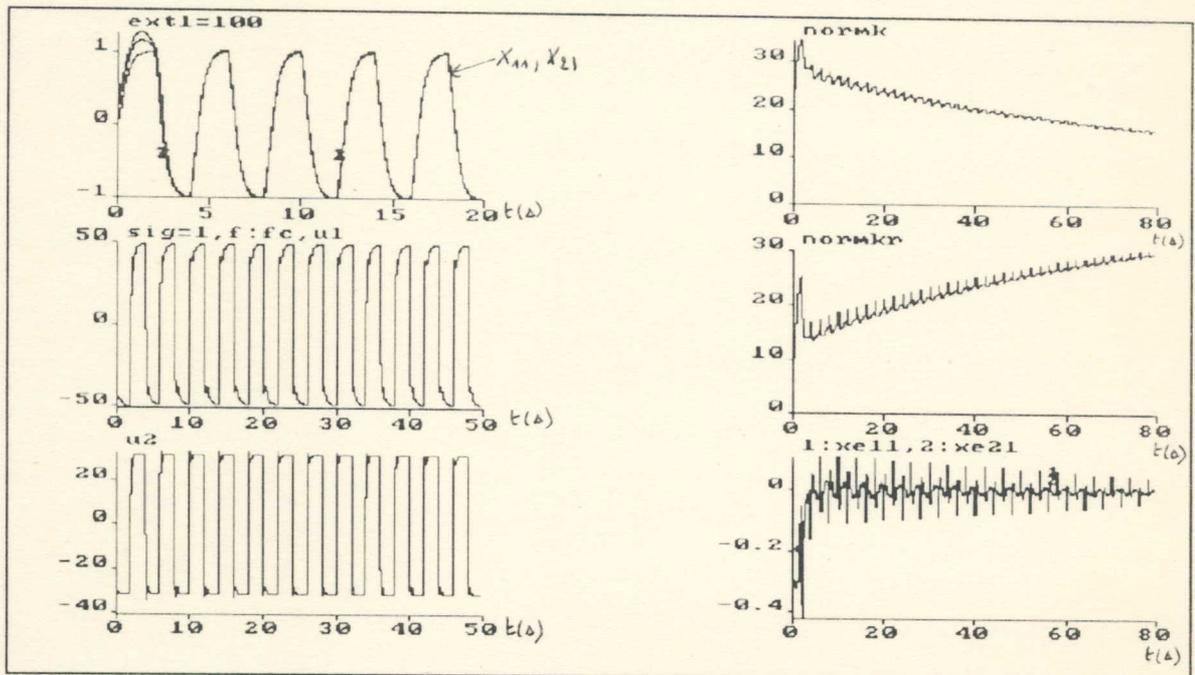


FIGURE 12-4

Commande MCS avec modification e, avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2, f=f_c$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

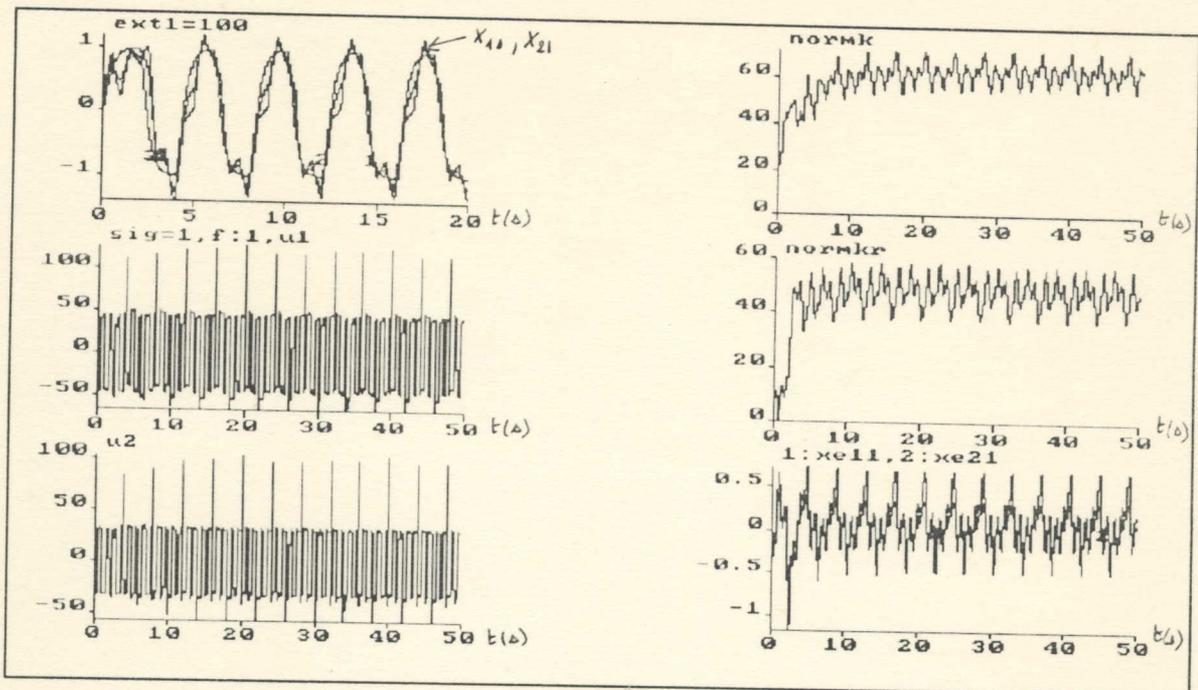


FIGURE 12-5

Commande MCS avec modification e , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

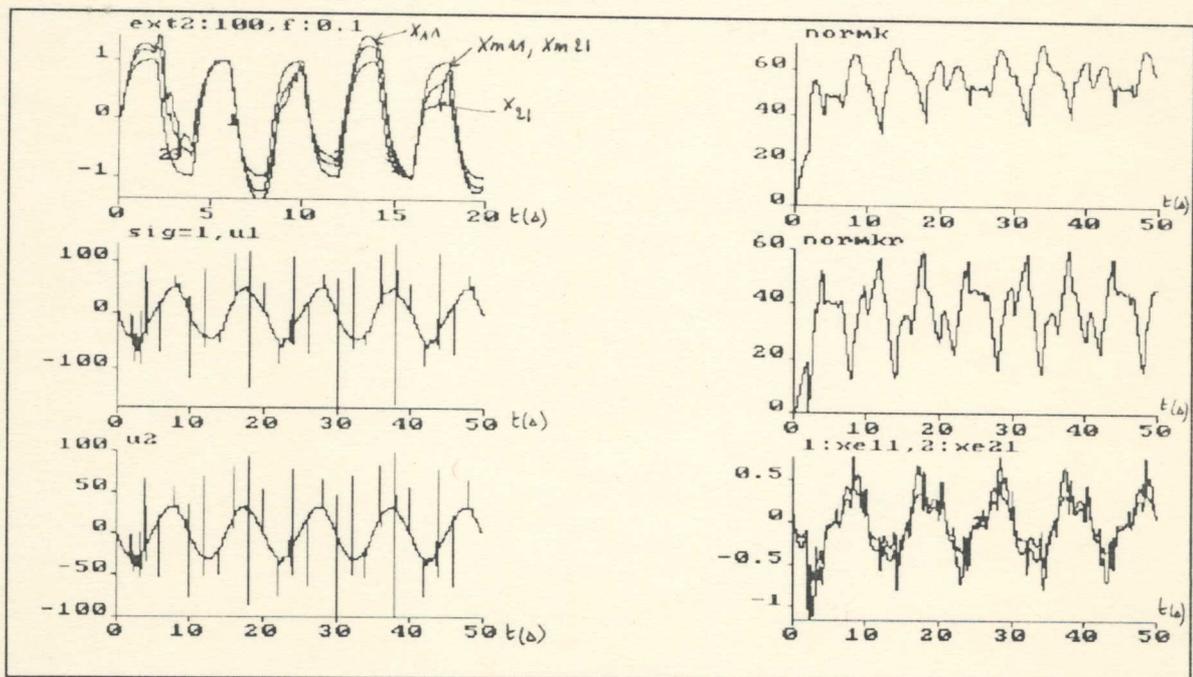


FIGURE 12-6

Commande MCS avec modification e , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

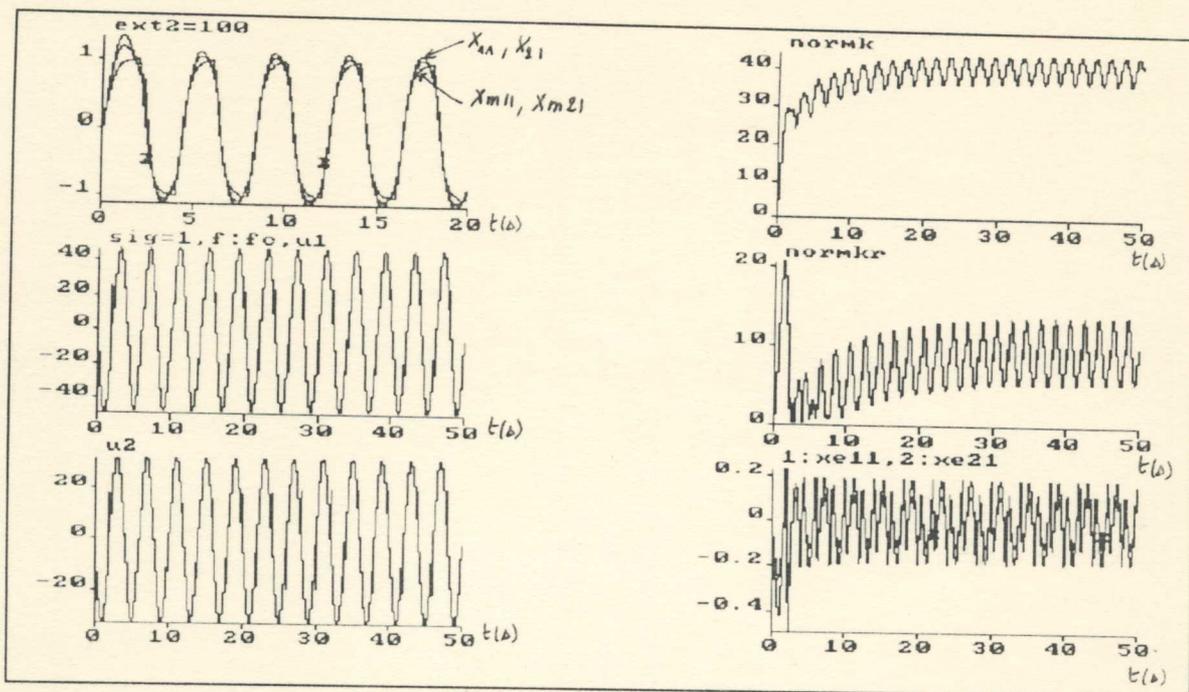


FIGURE 12-7

Commande MCS avec modification e, avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

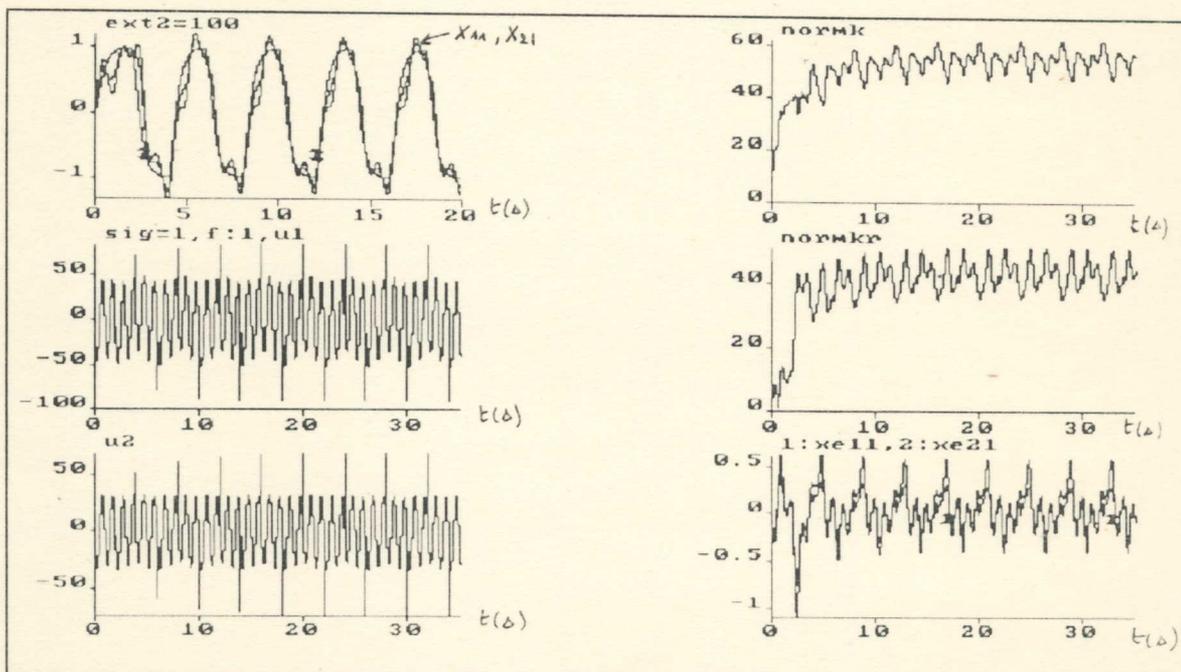


FIGURE 12-8

Commande MCS avec modification e, avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

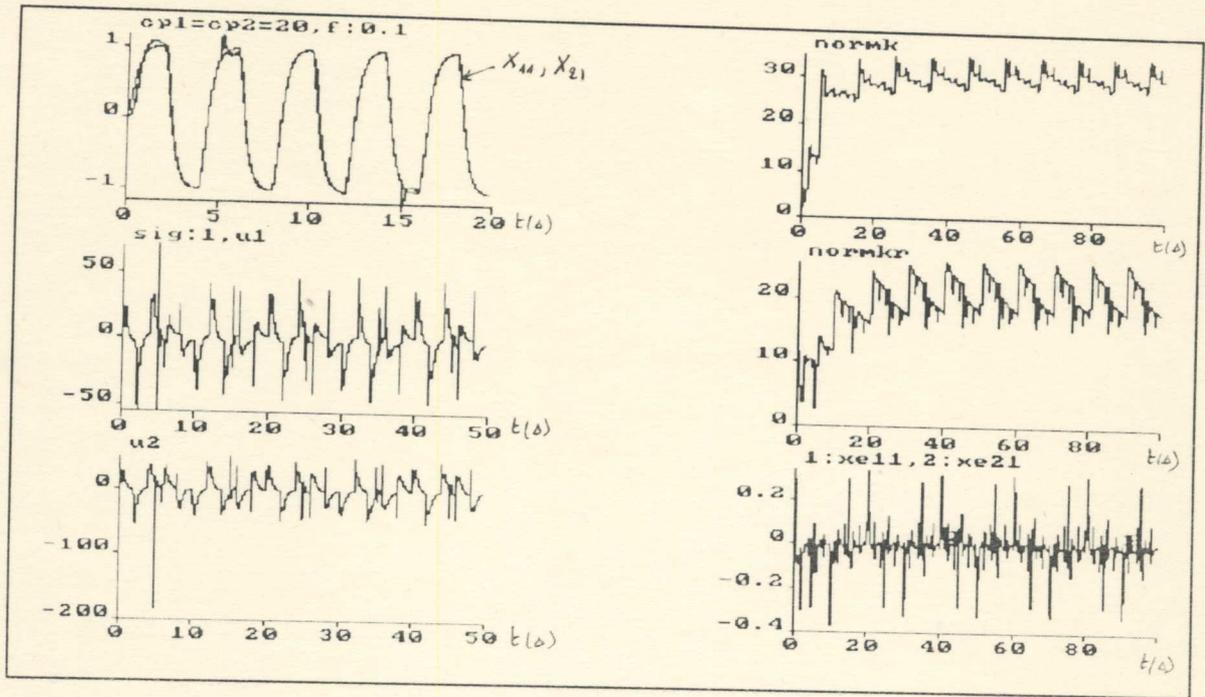


FIGURE 12-9

Commande MCS avec modification e , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms, CP2=20Nms, f=0.1Hz$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

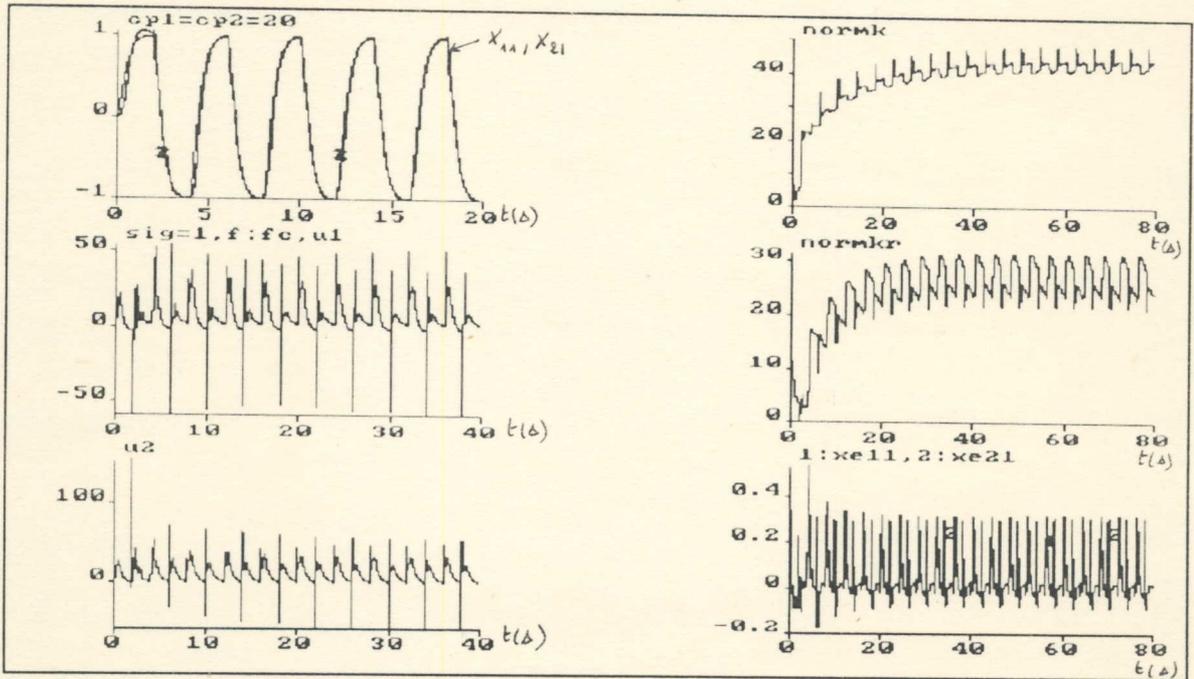


FIGURE 12-10

Commande MCS avec modification e , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms, CP2=20Nms, f=fc$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

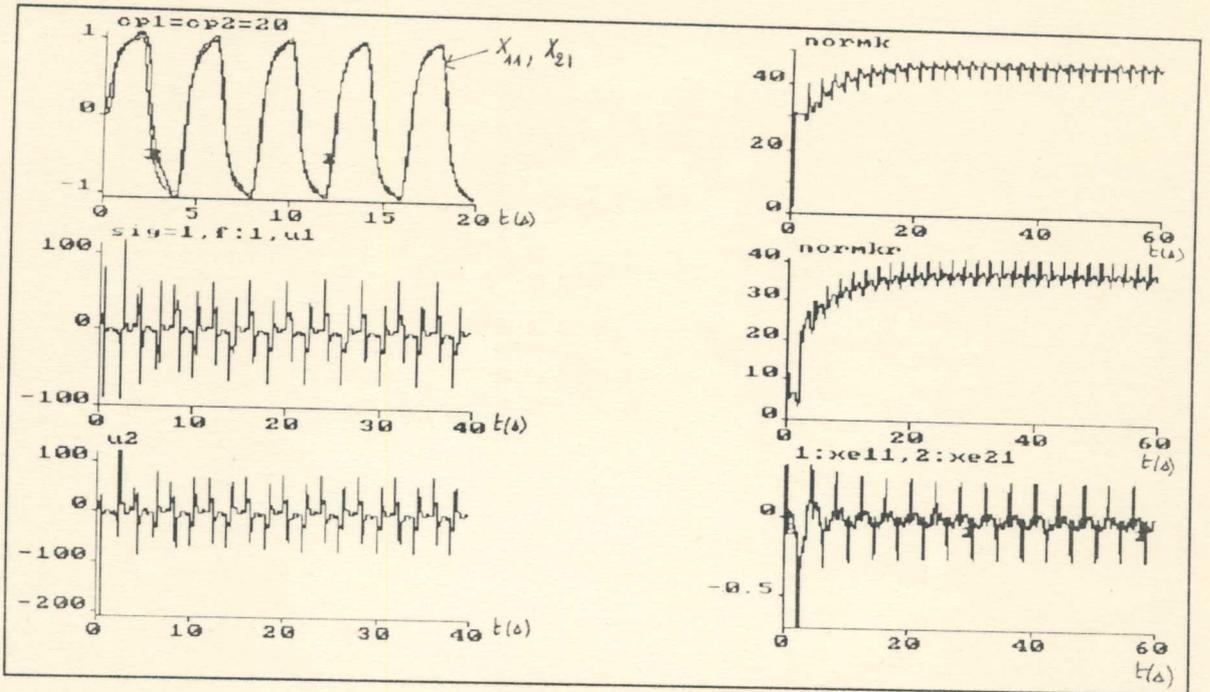


FIGURE 12-11

Commande MCS avec modification ϵ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20\text{Nms}$, $CP2=20\text{Nms}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

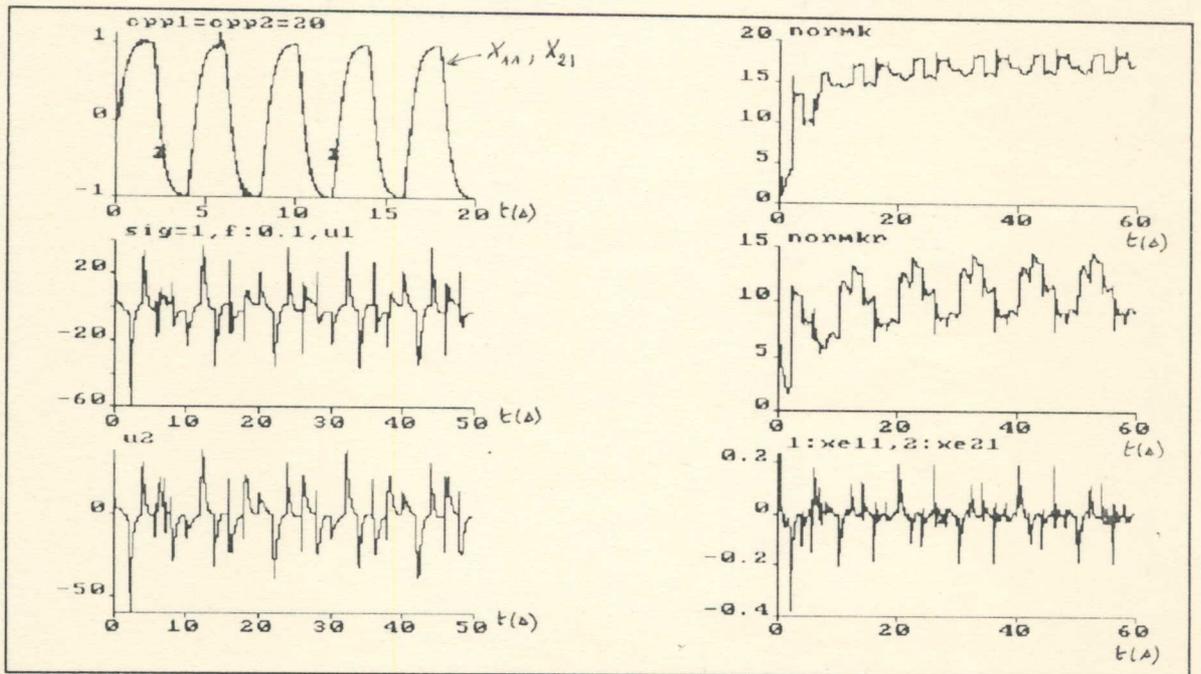


FIGURE 12-12

Commande MCS avec modification ϵ , avec variation lente des frictions

$CPP1=20\text{Nms}$, $CPP2=20\text{Nms}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

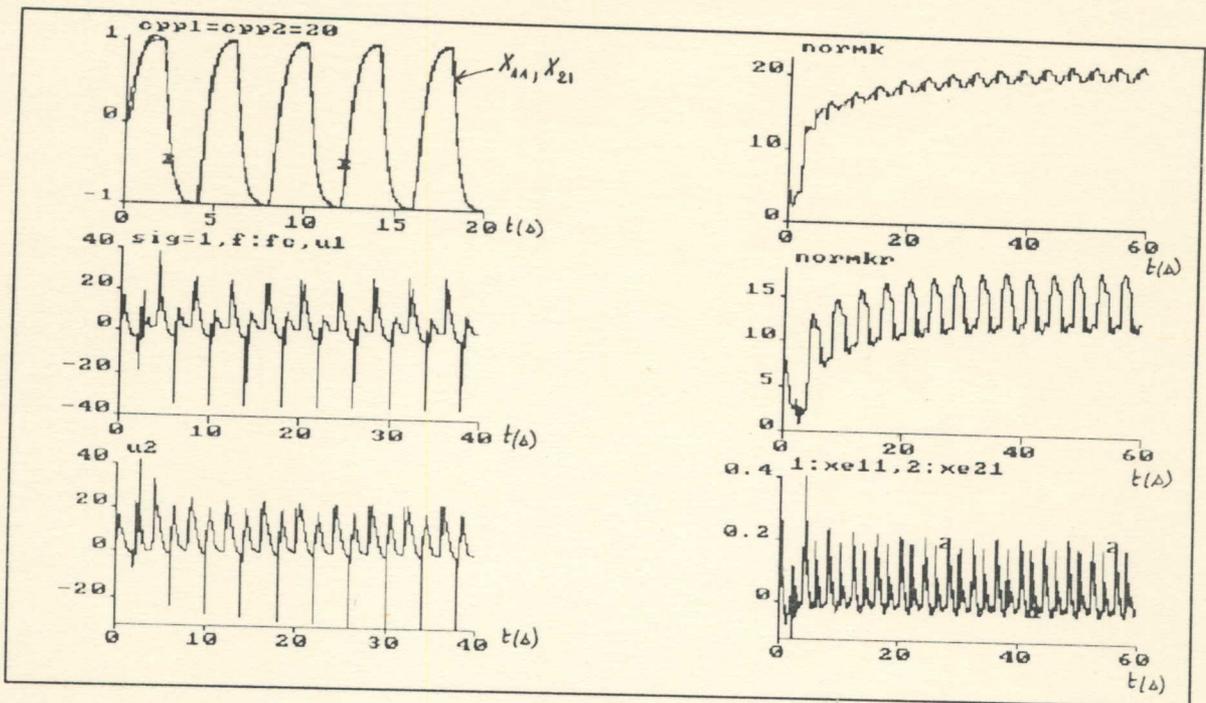


FIGURE 12-13

Commande MCS avec modification e , avec variation lente des frictions

$CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=f_c$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

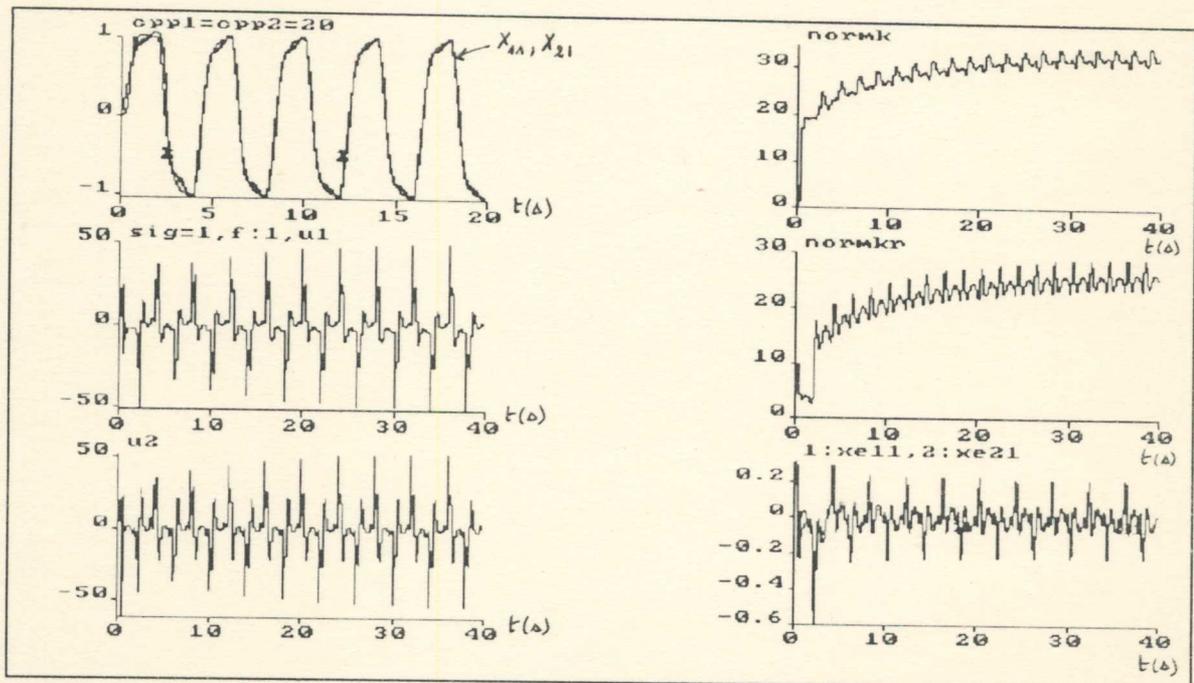


FIGURE 12-14

Commande MCS avec modification e , avec variation lente des frictions

$CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=1Hz$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

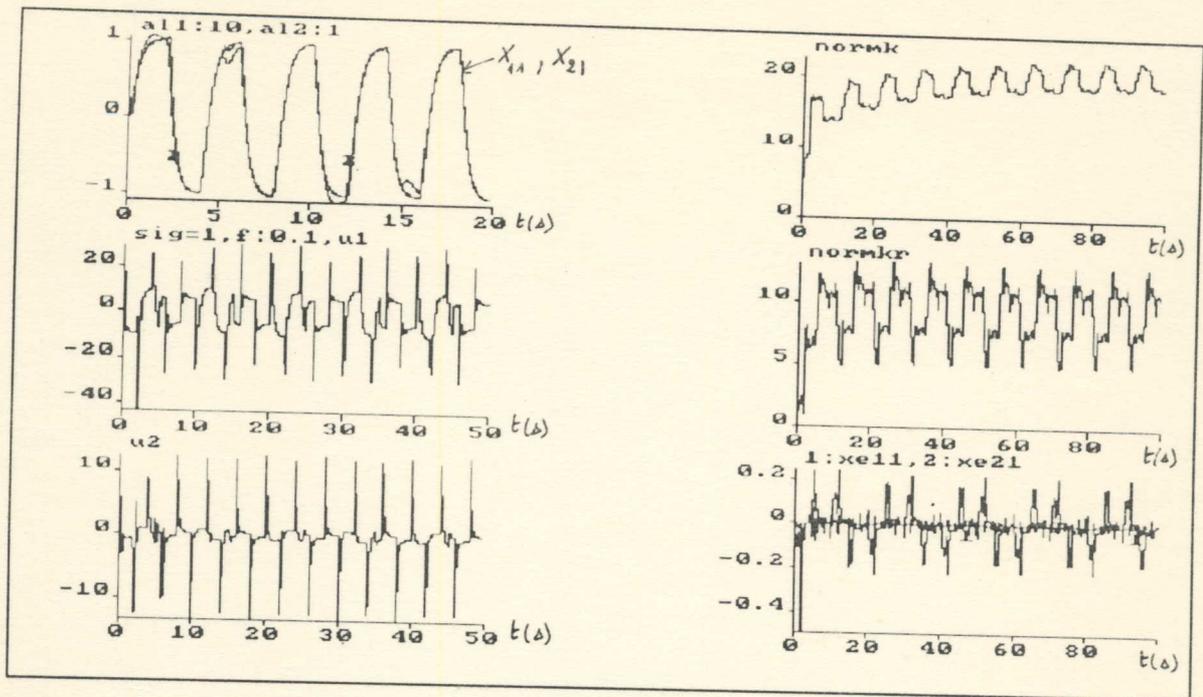


FIGURE 12-15

Commande MCS avec modification e , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

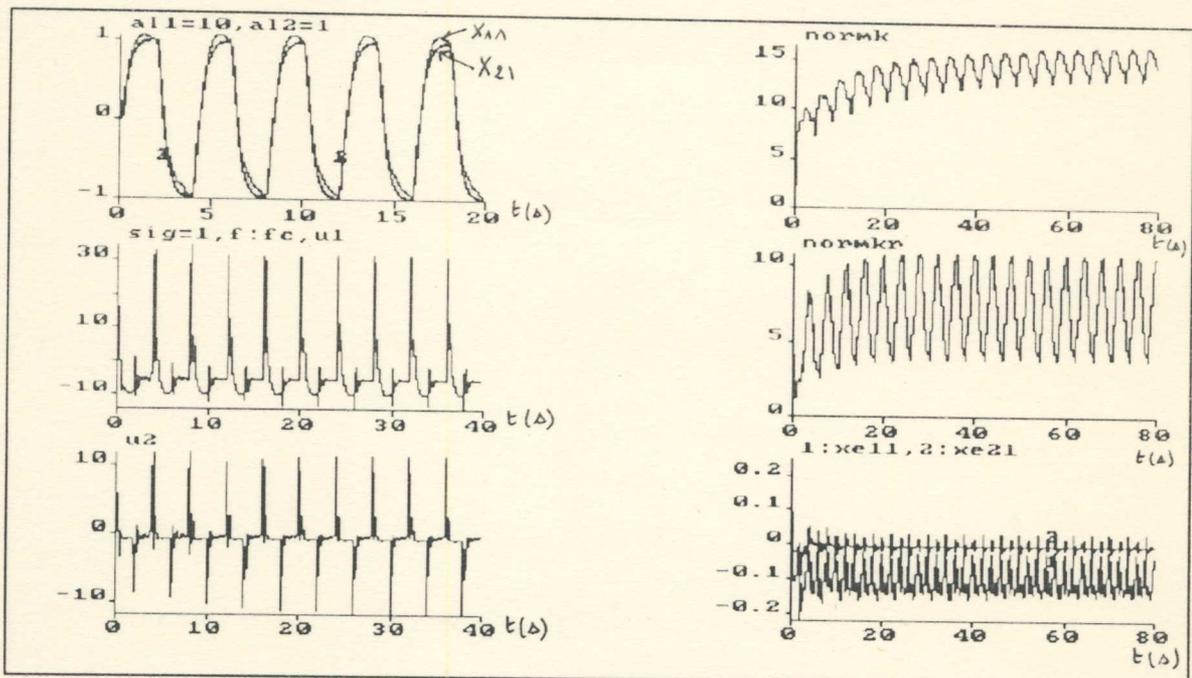


FIGURE 12-16

Commande MCS avec modification e , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

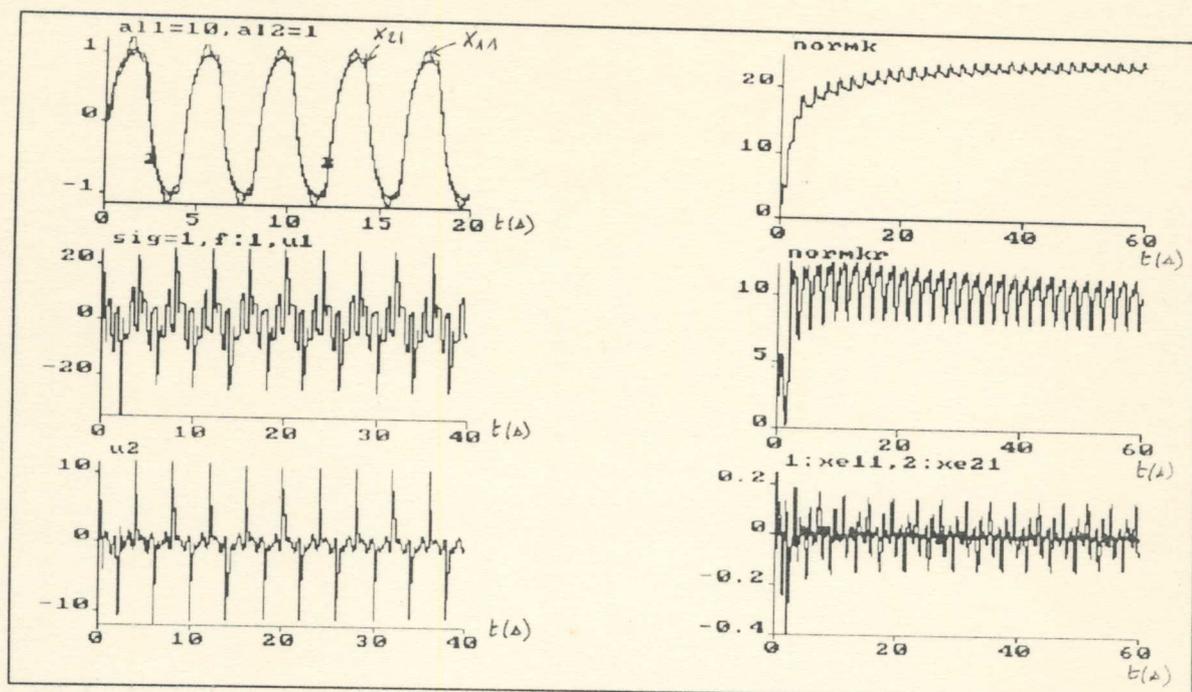


FIGURE 12-17

Commande MCS avec modification e , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}, AL2=1\text{Kg}, f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

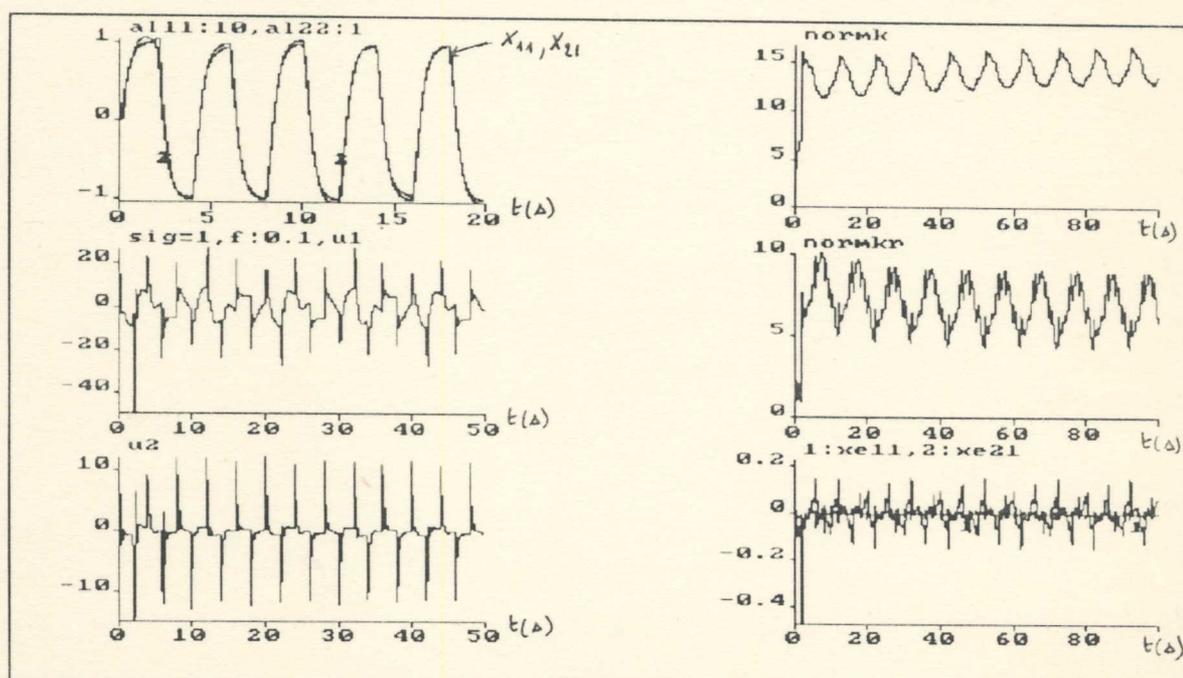


FIGURE 12-18

Commande MCS avec modification e , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}, AL22=1\text{Kg}, f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

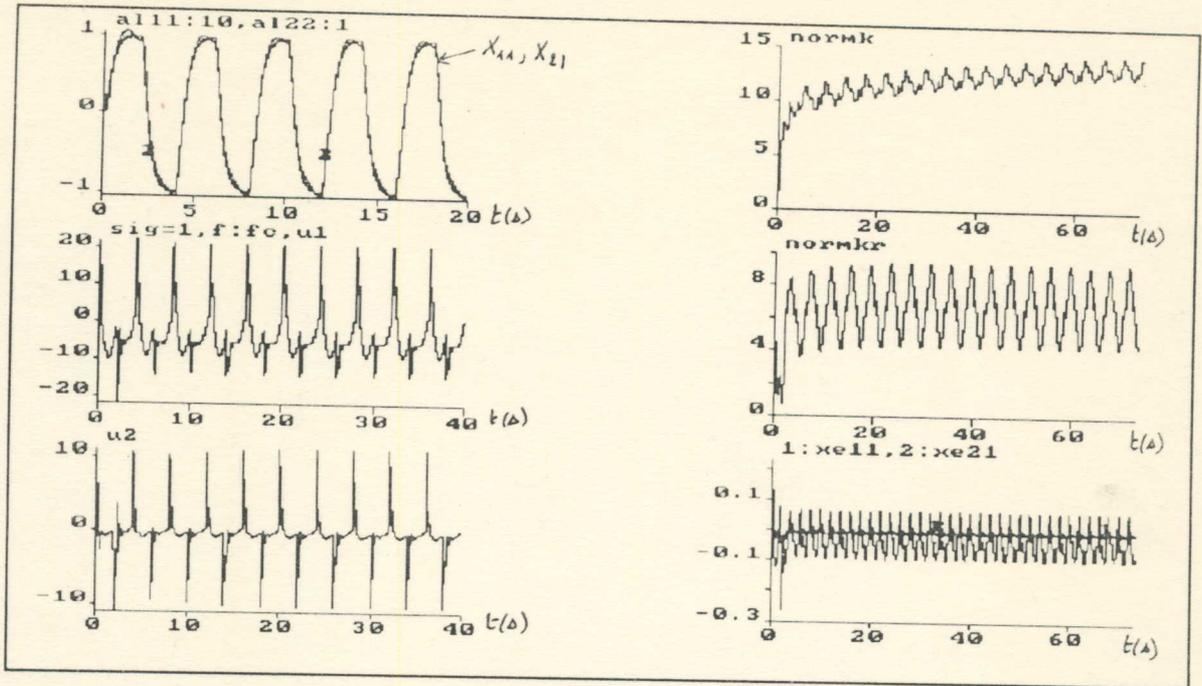


FIGURE 12-19

Commande MCS avec modification e , avec variation lente sur la masse

$AL_{11}=10\text{Kg}, AL_{22}=1\text{Kg}, f=f_c$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

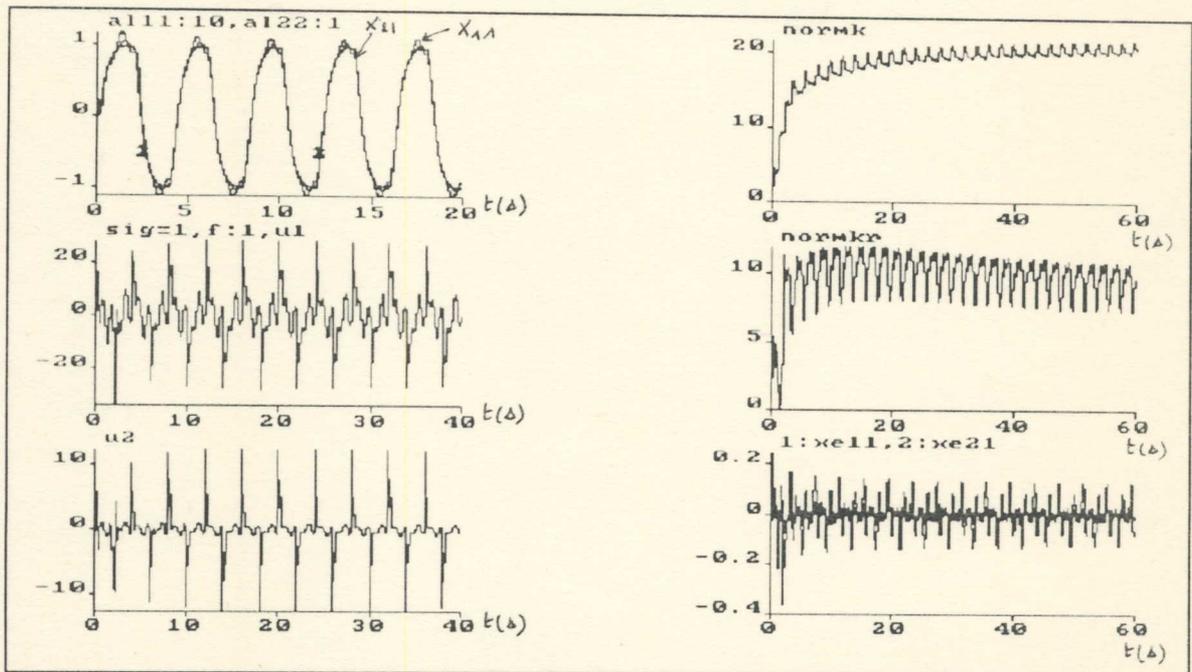


FIGURE 12-20

Commande MCS avec modification e , avec variation lente sur la masse

$AL_{11}=10\text{Kg}, AL_{22}=1\text{Kg}, f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

3-3) La commande des systèmes à structures variables avec modèle de référence:

3-3-1) Introduction:

Les schémas à structures variables (VSS) pour les systèmes de commande, ont été développés tout au début en USSR par Petrov [52], Emel'yanov [23] [24], Bakakin et al. [6] [7], Utkin [65] [66] et Itkis [32].

Ces schémas étaient appliquées pour un contrôle adaptatif par Young [68] [69], Zinober [70] [72] et par Ambrosino et al. [1]. Cette stratégie a aussi été appliquée pour les problèmes de système de puissance par Bengiamin et Chan [9], Chan et al. [13] [14] [15] et Kumar and al. [41]. Un contrôleur "load-frequency" à structure variable a été désigné aussi par Sivaramakrishnan et al. [54]. Le compte rendu de Hsu et Chan [29] est au sujet de contrôleur VSS pour le contrôle de vitesse d'un moteur.

Zinober [71] applique la stratégie VSS pour le contrôle adaptatif de plans de second ordre et montre que la réponse obtenue du système suit la réponse désirée.

Ortega [49] examine les VSS comme une alternative au contrôle adaptatif robuste. Le rapport d'Ambrosino et al. [1] fait part de la conception des systèmes de contrôle adaptatif à modèle de référence à structure variable. Cette procédure de conception évite l'utilisation de différentiateurs et rend possible la commande de la réponse transitoire à l'avance.

Zinober et al. [73], considèrent la conception des systèmes de commande à modèle de référence adaptatif multivariables en utilisant la théorie VSS. Le contrôle est discontinu sur un nombre d'hyperplans commutables. La réponse dynamique est insensible à certaines variations de paramètres et de perturbations. La technique de conception est directe et nécessite un faible effort de calcul. Cette approche est appliquée pour la conception de contrôleurs adaptatifs pour un système multivariable au 4^e ordre et un système à entrée unique (single-input).

Pour notre bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté, nous allons étudier la robustesse d'un type de commandes à structures variables et qui n'est autre que la commande à structure variable avec modèle de référence. C'est une loi discontinue, très simple à implémenter et possède un temps de réponse très court. Sa particularité réside dans le fait qu'elle soit insensible aux changements des paramètres du système.

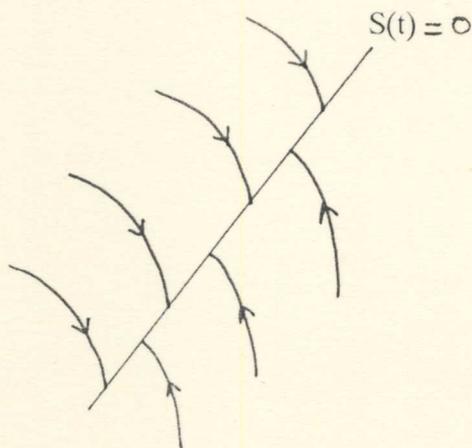
Autrement dit, on n'a pas à connaître le type de changement mais seulement les bornes alors qu'avant (dans toutes les lois de commandes déjà vues), on avait supposé que les changements étaient suffisamment constants.

La commande à structure variable est basée sur le principe d'hyperplans commutables. Durant le mode de glissement qui existe lors de l'intersection des hyperplans, le système devient moins sensible aux variations des paramètres et aux perturbations extérieures.

Pour concevoir la loi de commande à structure variable, on est obligé de passer par les différentes étapes suivantes:

Soit $X_e = X_m - X$, l'erreur dynamique de notre système en la variable X , de dimension $n \times 1$, et X_m la variable du modèle de dimension $n \times 1$ aussi. Et soit la surface variable dans le temps $S(t)$ dans l'espace d'état R^n définie par l'équation scalaire : $S(X;t) = 0$, où $S(X;t) = C^T X_e$ avec C^T une matrice constante dont les coefficients doivent vérifier le critère de Hurwitz ($\dim(C^T) = 1 \times n$).

Le problème de la poursuite du modèle par le système, soit $X \equiv X_m$ est équivalent au fait que le long de la surface $S(t)$ pour tout $t > 0$; seulement $S \equiv 0$ représente une équation différentielle dont l'unique solution est $X_e = 0$.



Condition de glissement

Donc, le problème de poursuite du vecteur (de dimension $n \times 1$) X_m peut être réduit à maintenir la quantité S à zéro. Autrement dit, il suffit de choisir les coefficients de la commande U telque X_e atteigne la surface $S = 0$.

Pour cela et en utilisant le critère de la stabilité directe de Lyapunov, soit $V \geq 0$ et $V' < 0$ avec $V = (1/2) S^2$, la fonction de Lyapunov choisie :

La condition suffisante à vérifier [73] est : $S S' \leq 0$

3-3-2) Détermination de la commande: [12],[56],[73]

Soit toujours, notre bras manipulateur classe 1 défini par le système d'équations d'état:

$$\begin{cases} X' = A X + B U + d & (10-1) \\ Y = C X & (10-2) \end{cases}$$

et soit le modèle de référence de notre système, défini par :

$$X_m' = A_m X_m + B_m r \quad (10-3)$$

Pour pouvoir faire une comparaison avec les autres commandes déjà vues, on est emmené à prendre le même modèle de référence, soit:

$$A_m = \text{diag}[A_{m1}, A_{m2}] \quad \text{où } A_{m1} = A_{m2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \text{diag}[B_{m1}, B_{m2}] \quad \text{où } B_{m1} = B_{m2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \end{bmatrix}$$

et $r(t)$, un signal carré d'amplitude ± 1 radian et de fréquence $f=0.25\text{Hz}$.

L'erreur dynamique du système est donnée par :

$$X_e' = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d \quad (10-4)$$

où

$$X_e = X_m - X$$

On définit alors, notre surface de glissement S, comme suit:

$$S = C^T X_e \quad (10-5)$$

où C^T est choisie comme la solution de l'équation de Lyapunov [55] définie par :

$$\begin{cases} P A_m + A_m^T P = -Q \\ C^T = B^T P \end{cases} \quad (10-6)$$

$$C^T = B^T P \quad (10-7)$$

$$\text{soit } C^T = \begin{bmatrix} 0.2818 & 0.0977 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2818 & 0.0977 \end{bmatrix}$$

On définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = (1/2) S^2 \quad (10-8)$$

qui doit vérifier les deux conditions suivantes pour assurer la stabilité du système, soient:

$$\begin{cases} V \geq 0 \\ V' < 0 \end{cases}$$

On a donc:

$$V' = S S' = S C^T X_e' \quad (10-9)$$

ou encore:

$$V' = S C^T [A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d] \quad (10-10)$$

La solution sera de choisir une commande U telque : $V' < 0$ ($SS' < 0$) afin d'aboutir à un système dont l'erreur dynamique X_e tend vers zéro.

** Il est à noter que nous sommes amené à utiliser deux surfaces de glissements S_1 et S_2 car notre système comporte deux commandes u_1 et u_2 .

On définit alors une nouvelle variable d'état z, donnée par :

$$z = [X_e^T, X^T, r^T] \quad (\text{DIM}(z) = 10*1) \quad (10-11)$$

La commande du système sera donnée par une forme linéaire classique connue [73] :

$$U = \Psi^T z + K_s \quad (10-12)$$

où Ψ est une matrice dont on va déterminer un peu plus loin, les coefficients et dont la dimension est $(10*2)$ et est sous la forme :

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{1j} \\ \psi_{2j} \end{bmatrix} \quad j= 1,2,\dots,9,0 \quad (10-13)$$

et K_s un vecteur de dimension $(2*1)$:

$$K_s = \begin{bmatrix} K_{s1} \\ K_{s2} \end{bmatrix} \quad (10-14)$$

En remplaçant l'expression générale de la commande U (10-12) dans celle de V' (10-10), on aura :

$$V' = S C^T [E - B \Psi^T] z - S C^T [B K_s + d] \quad (10-15)$$

où $E = [A_m \mid A_m - A \mid B_m]$

Donc, pour que V' soit inférieure à zéro, on a :

$$\text{et } \begin{cases} \text{Si } S z > 0 \Rightarrow E - B \Psi^T < 0 \Rightarrow \Psi^T > B^{-1} E \text{ et inversement} \\ \text{Si } S > 0 \Rightarrow B K_s + d > 0 \Rightarrow K_s > -B^{-1} d \text{ et inversement} \end{cases}$$

$$\text{Autrement dit :} \quad u_i = \psi_i^T z + K_{si} \quad i=1,2 \quad (10-16)$$

où le $j^{\text{ème}}$ composant de Ψ_i est donné par :

$$\Psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij} & \text{si } S_i z_i > 0 \\ \beta_{ij} & \text{si } S_i z_i < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} i= 1,2 \\ j= 1,2,\dots,9,0 \end{matrix} \quad (10-17)$$

$$\text{et } K_{si} = \begin{cases} K_{si}^+ & \text{si } S_i > 0 \\ K_{si}^- & \text{si } S_i < 0 \end{cases} \quad i= 1,2 \quad (10-18)$$

où α_{ij} , β_{ij} et K_{si}^{\pm} sont des coefficients qui dépendent des paramètres du modèle de référence et des limites des variations des paramètres du système physique, soient :

$$\begin{cases} A_{\text{inf}} \leq A_m - A \leq A_{\text{sup}} \\ B_{\text{inf}} \leq B \leq B_{\text{sup}} \\ d_{\text{inf}} \leq d \leq d_{\text{sup}} \end{cases}$$

Note: Il est à rappeler aussi, que le terme K_{si} sert à annuler l'effet du terme de non linéarité du système $d_i(t)$ ($i=1,2$) et celui des commandes entre-elles, car il ne faut pas oublier qu'on a un système couplé, donc à chaque calcul d'une commande, on doit annuler l'effet de l'autre commande.

3-3-3) Simulation et interprétation:

On procède de la même façon que pour les commandes déjà étudiées. On va simuler la réponse de notre bras manipulateur, les commandes nécessaires et l'erreur du système lorsqu'il est soumis à différentes perturbations extérieures ou une variation de ses paramètres internes.

Le signal de référence $r(t)$ choisi est toujours un signal carré d'amplitude ± 1 radian, de fréquence 0.25 Hz et le temps de réponse du modèle de référence choisi est égal à 1 seconde.

* La figure 13-1 : On n'applique aucune perturbation extérieure ou interne à notre bras manipulateur. On observe une parfaite poursuite du modèle de référence par le signal de sortie (soit la position de chaque bras). L'erreur est très faible de l'ordre de $\pm 2 \cdot 10^{-3}$ rad, bornée et oscillante. Les commandes présentent des oscillations très rapides et très approchées.

* Les figures (13-2) à (13-8) : présentent le cas de perturbations extérieures constantes, rapides puis lentes avec variation de la fréquence du signal perturbateur. On observe une très bonne poursuite du modèle de référence par le signal de sortie. L'erreur de sortie est très petite. Les commandes présentent toujours des oscillations très rapides. L'influence de la fréquence perturbatrice n'est pas visible directement sur le signal de sortie ou sur le signal de commande. Elle se manifeste au niveau de l'erreur (X_{e11} et X_{e21}), où l'on note une erreur plus grande lorsqu'il s'agit d'une fréquence perturbatrice inférieure à celle de la référence ($f=0.1\text{Hz}$). Cette erreur est minimale pour une fréquence perturbatrice égale à celle de la référence ($f=f_c$).

* Les figures (13-9) à (13-20) : présentent les résultats de simulation dans le cas de variation rapide et lente sur la friction des joints puis sur la masse de chaque bras.

On observe une bonne poursuite du modèle de référence avec une erreur plus grande dans le cas de variation rapide que pour le cas de variation lente. Les commandes sont toujours rapides et très oscillatoires.

En résumé, on peut dire que la commande à structure variable est très robuste du fait qu'elle permet une très bonne poursuite du modèle de référence par le signal de sortie, malgré n'importe quelle forme de perturbations extérieures ou internes et cela avec une erreur très négligeable. Mais l'inconvénient majeur d'une telle commande est que les bornes des paramètres du système physique doivent être connues dans tous les cas possibles. Des oscillations sont observées au niveau de l'erreur X_e . La commande U présente des oscillations très rapides ce qui peut exciter les dynamiques non modélisées de hautes fréquences, c'est à dire les pôles de hautes fréquences du système, l'entraînant ainsi à un état instable possible.

D'un autre côté, l'implémentation dans la pratique d'une telle commande qui doit être discontinue le long de la surface $S(t)$, est nécessairement imparfaite du fait que dans la pratique l'échantillonnage ne peut être instantané même pour les Digital Signal Processing les plus rapides.

Pour avoir une commande lisse, des travaux ont été réalisés [16] dans ce but, et cela en ajoutant un bloc supplémentaire à notre système, qui n'est autre qu'un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure doit être respectivement petite vis à vis des hautes fréquences non modélisées du système dynamique. Mais l'addition d'un tel bloc revient à ajouter une dynamique de plus à notre système.

Ultérieurement, des recherches sont possibles en :

- 1) Le cas de modèle de référence imparfait.
- 2) Sensibilité aux incertitudes dans l'implémentation des structures commutables.
- 3) Les problèmes dûs à la non-disponibilité de certains états.

Donc, en vue d'une approche des avantages des VSS au contrôle adaptatif, il existe encore un champs considérable pour plus d'exploitation.

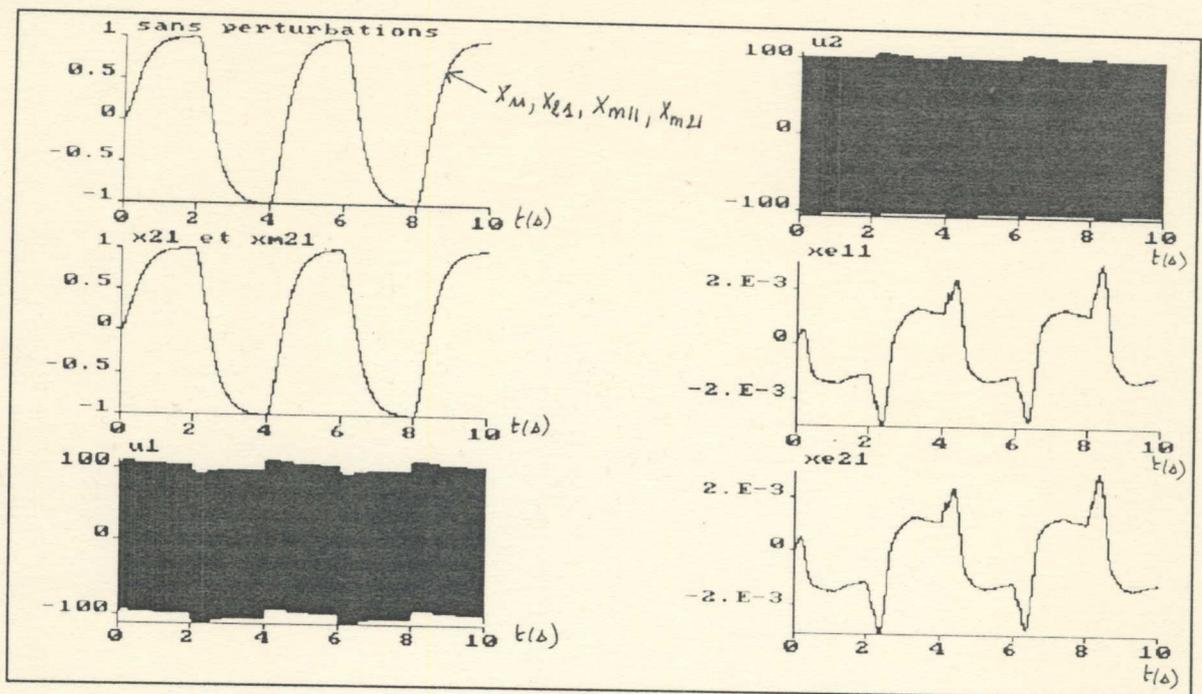


FIGURE 13-1

Commande STV sans aucune perturbation extérieure
ou variation interne

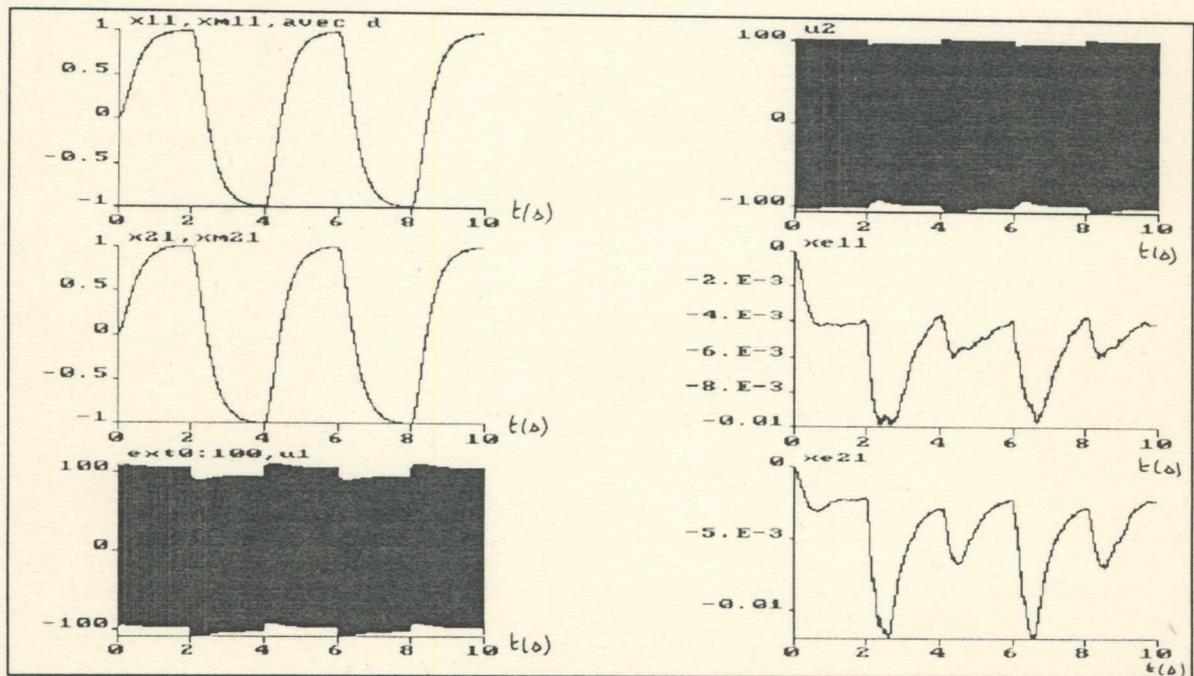


FIGURE 13-2

Commande STV avec perturbation extérieure constante

$EXT0=100\text{rad/s}^2$

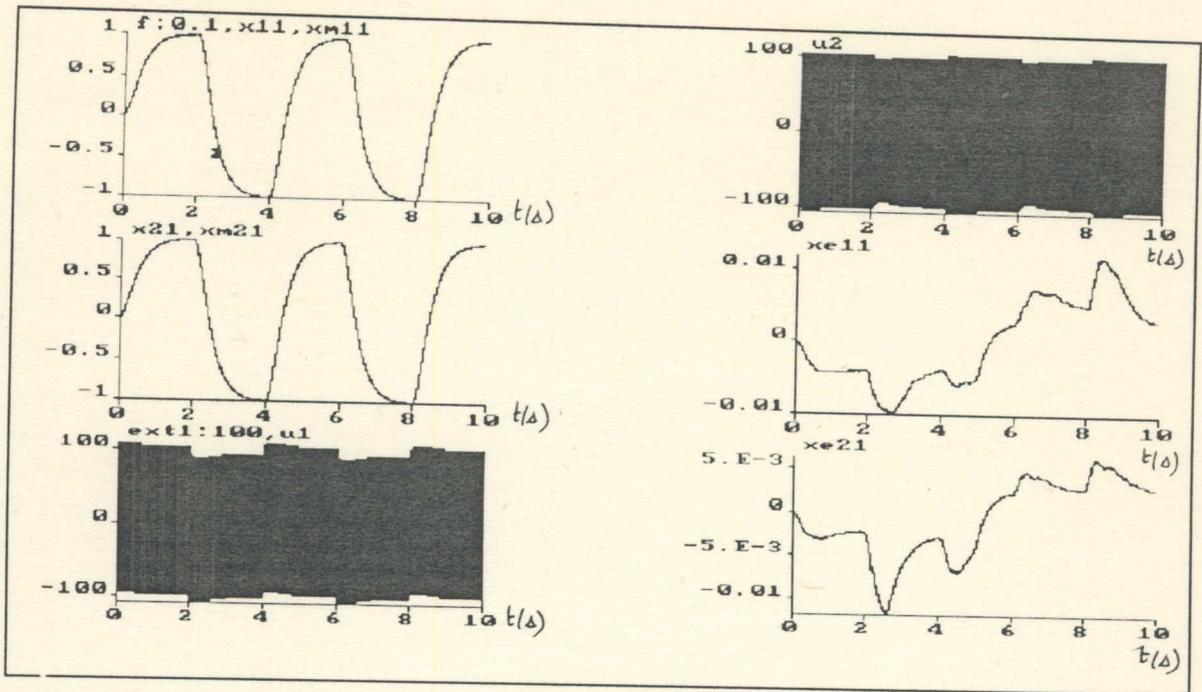


FIGURE 13-3

Commande STV avec perturbation extérieure rapide

EXT1:100rad/s², f = 0.1 Hz

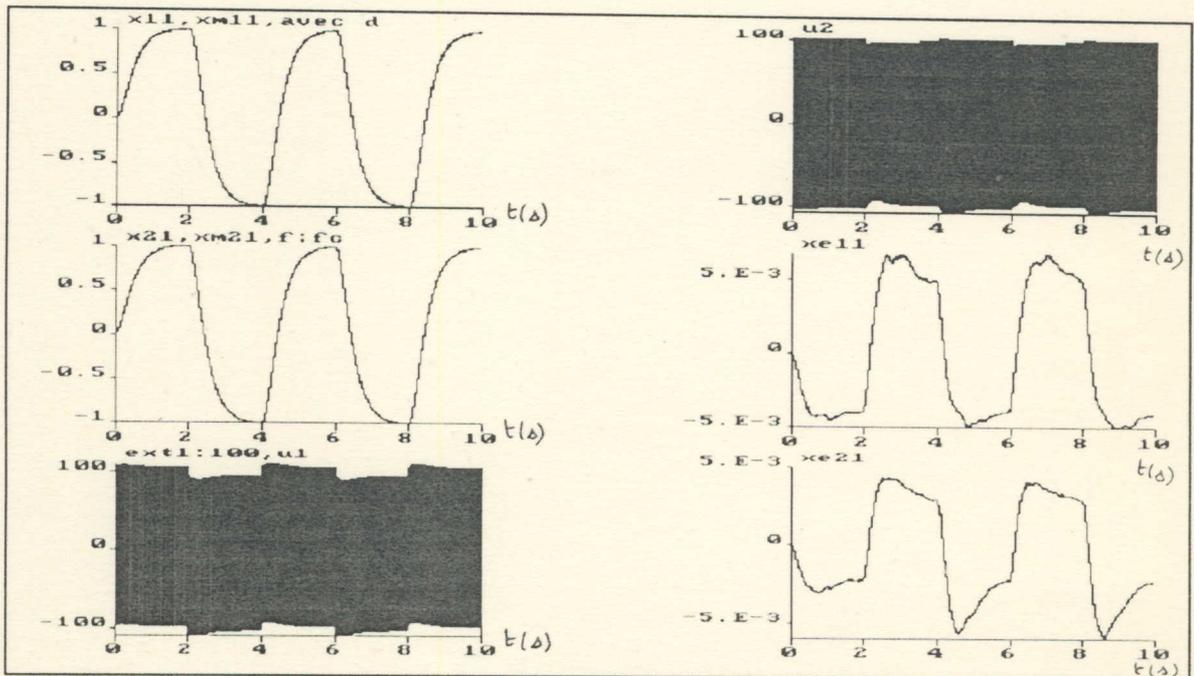


FIGURE 13-4

Commande STV avec perturbation extérieure rapide

EXT1=100rad/s², f=fc

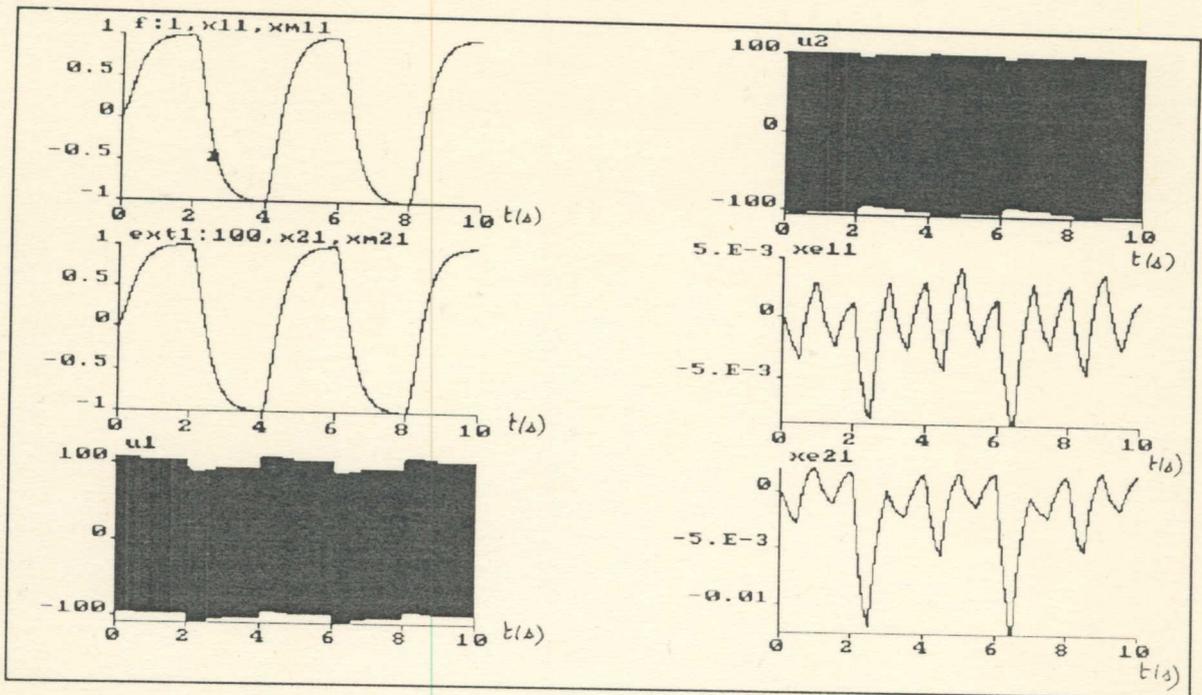


FIGURE 13-5

Commande STV avec perturbation extérieure rapide

EXT1=100rad/s², f=1Hz

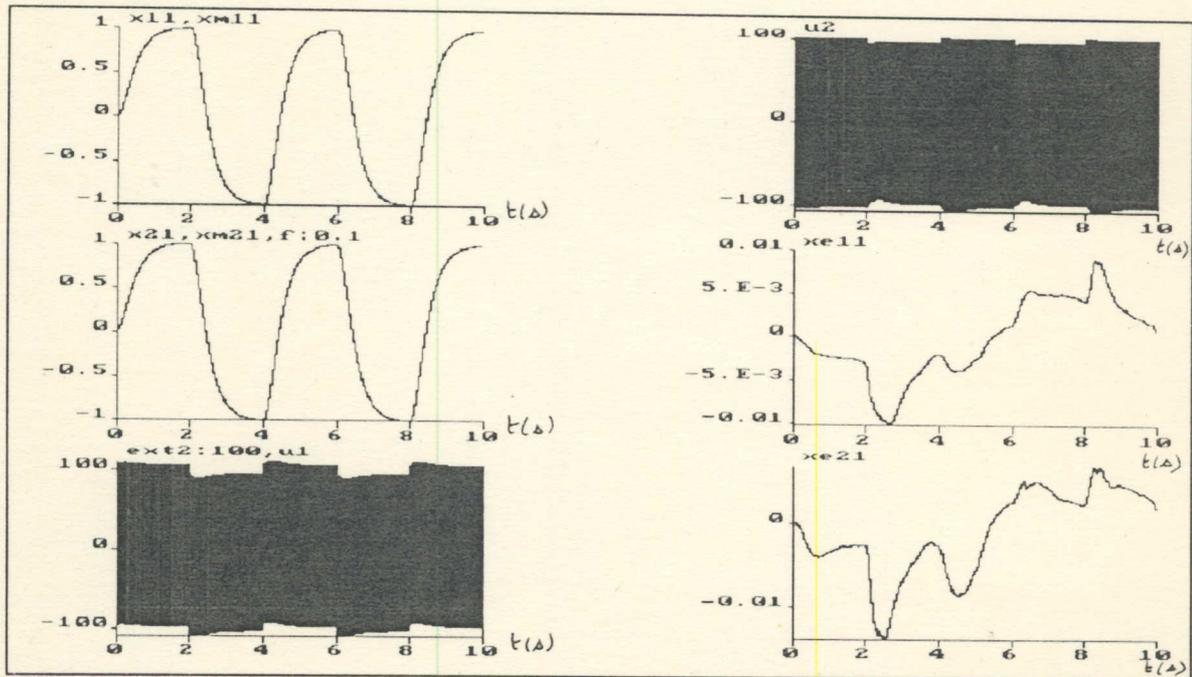


FIGURE 13-6

Commande STV avec perturbation extérieure lente

EXT2=100rad/s², f=0.1Hz

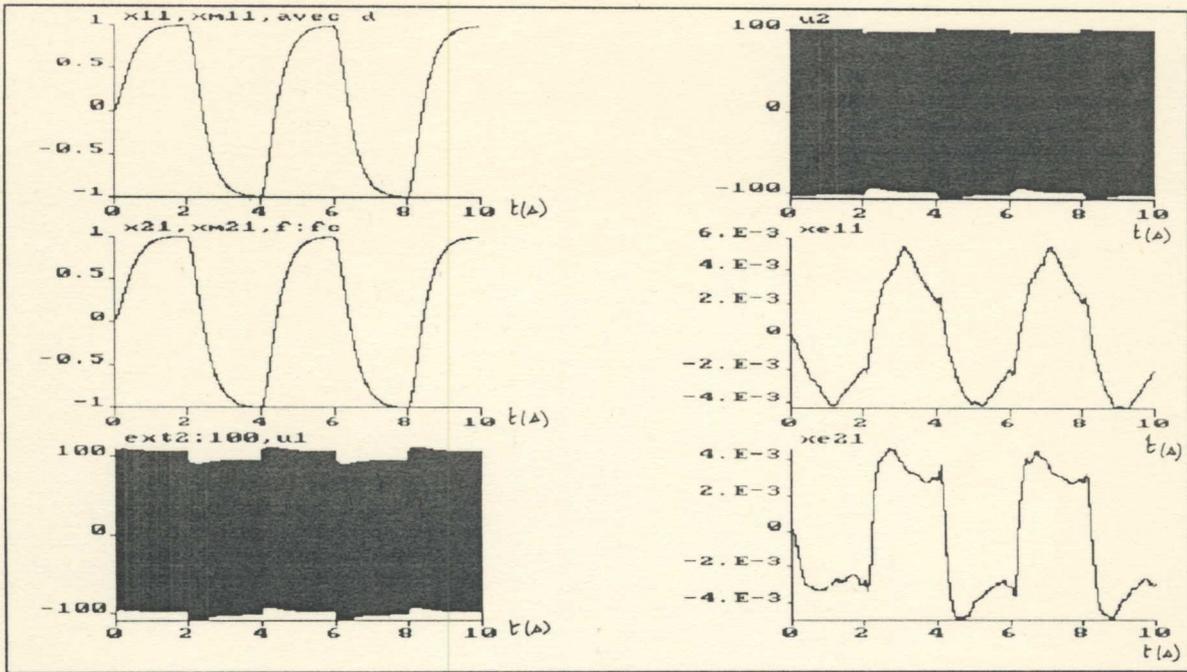


FIGURE 13-7

Commande STV avec perturbation extérieure lente

EXT2=100rad/s², f=fc

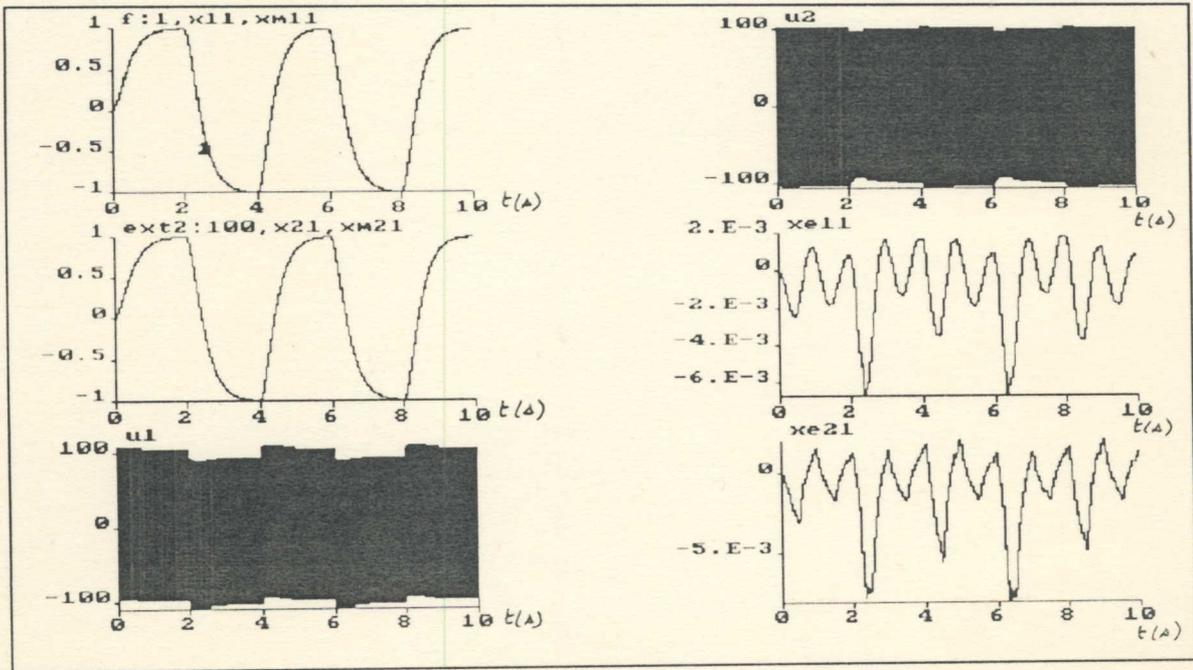


FIGURE 13-8

Commande STV avec perturbation extérieure lente

EXT2=100rad/s², f=1Hz

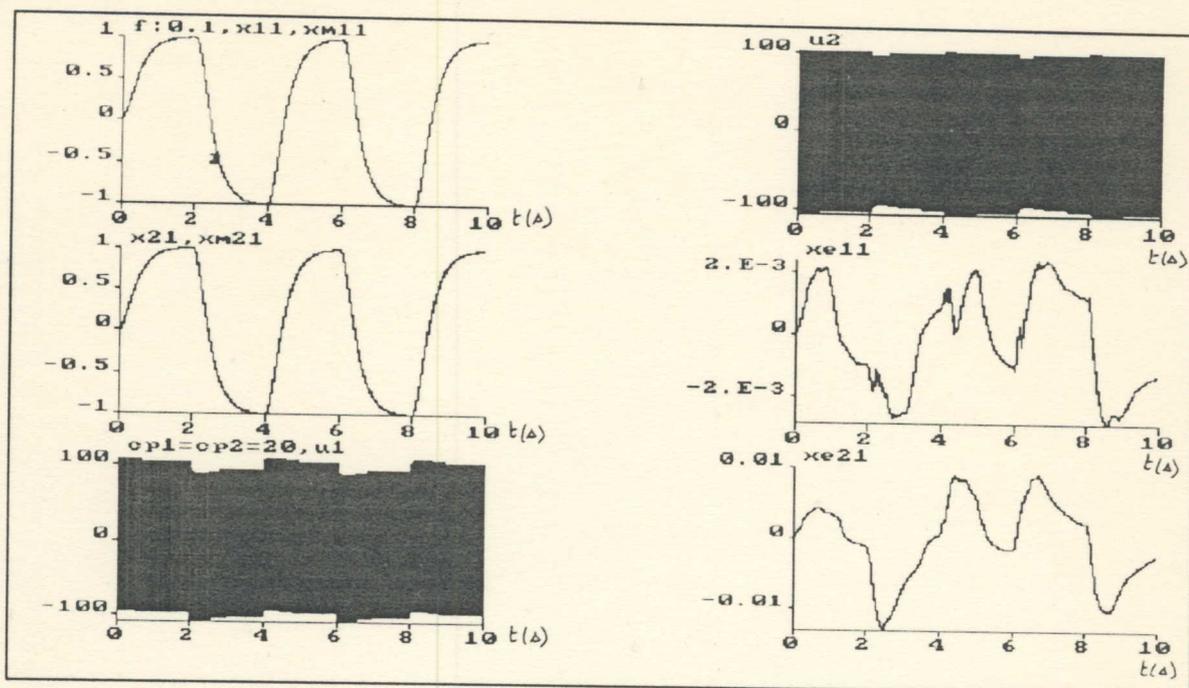


FIGURE 13-9

Commande STV avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=0.1Hz$

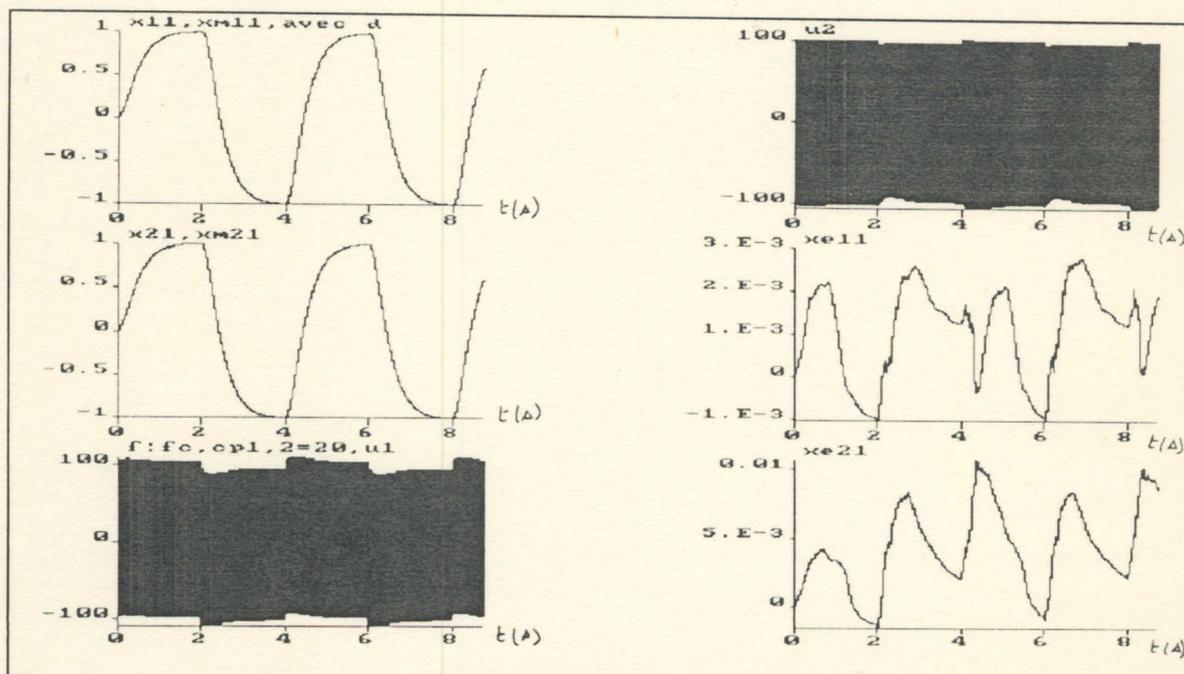


FIGURE 13-10

Commande STV avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=fc$

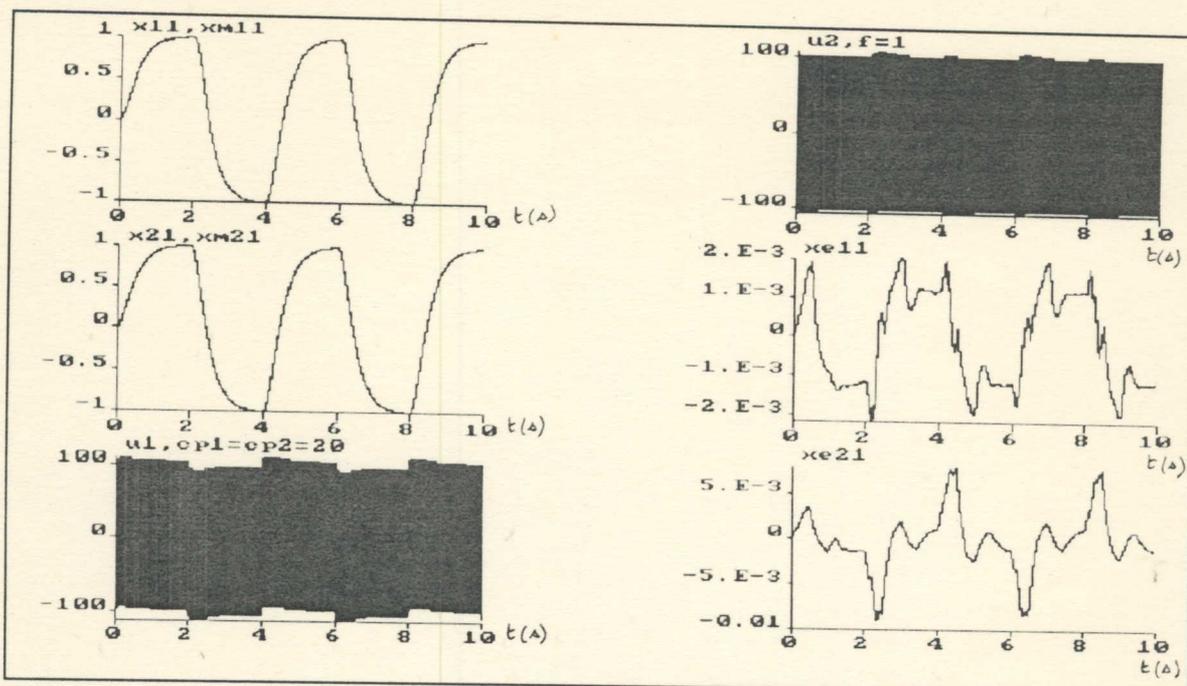


FIGURE 13-11

Commande STV avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=1Hz$

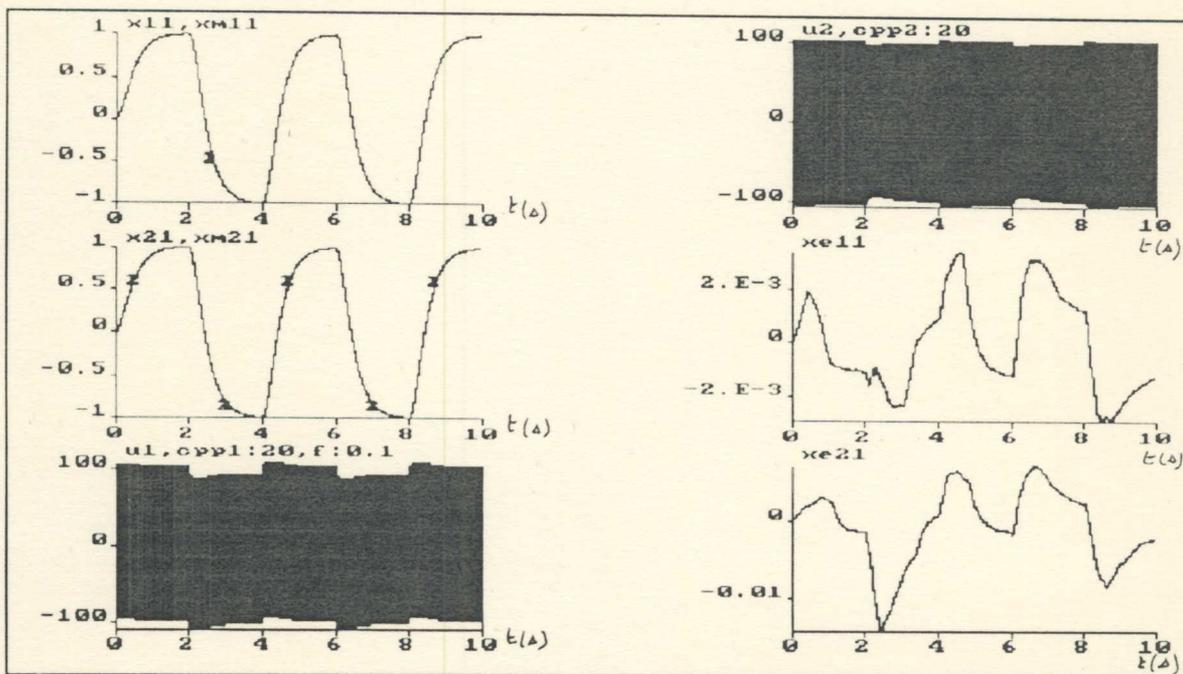


FIGURE 13-12

Commande STV avec variation lente des frictions

$CPP1=20Nms$, $CPP2=20Nms$, $f=0.1Hz$

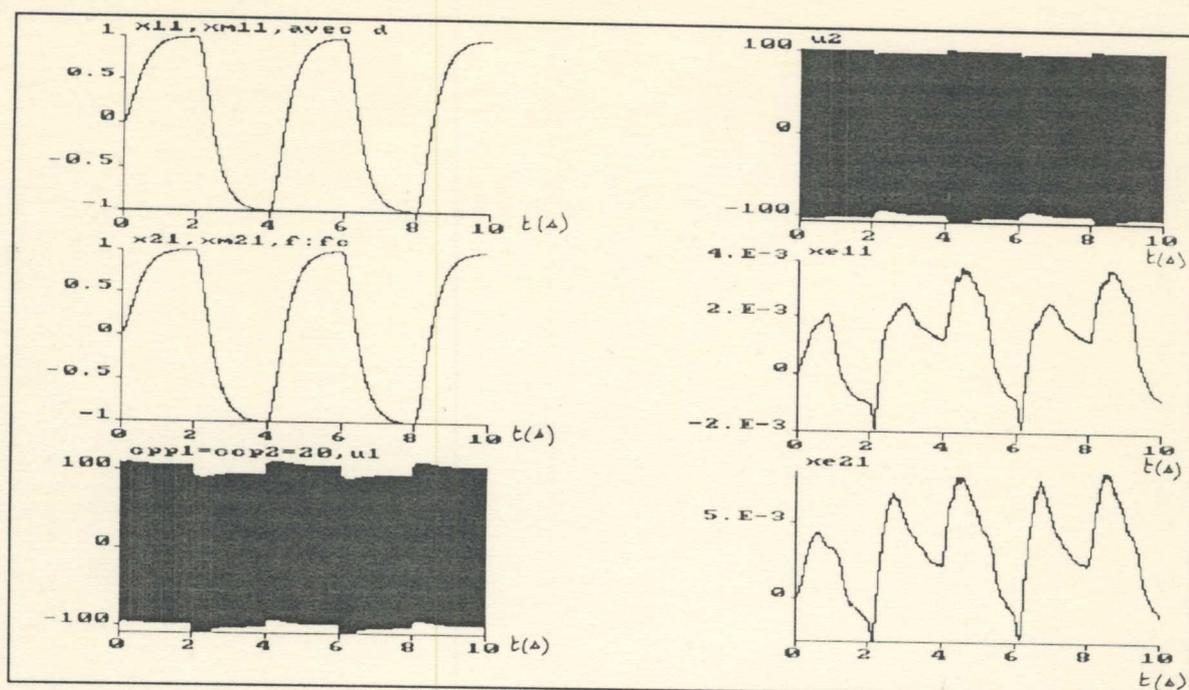


FIGURE 13-13

Commande STV avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=fc

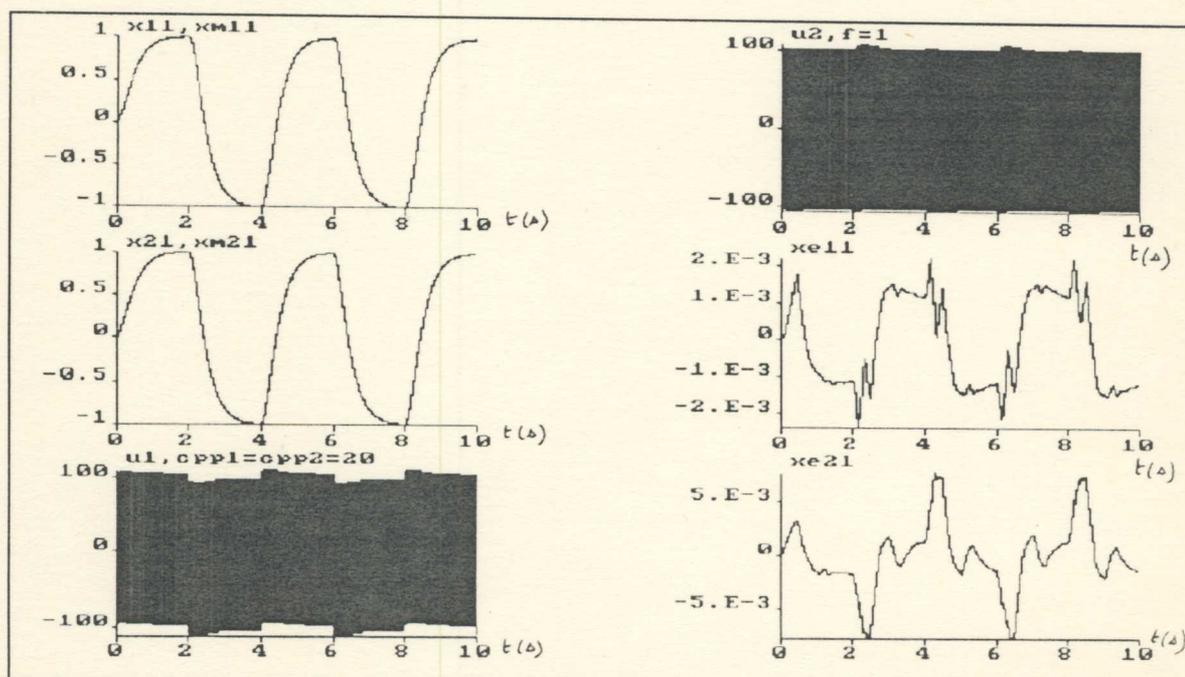


FIGURE 13-14

Commande STV avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=1Hz

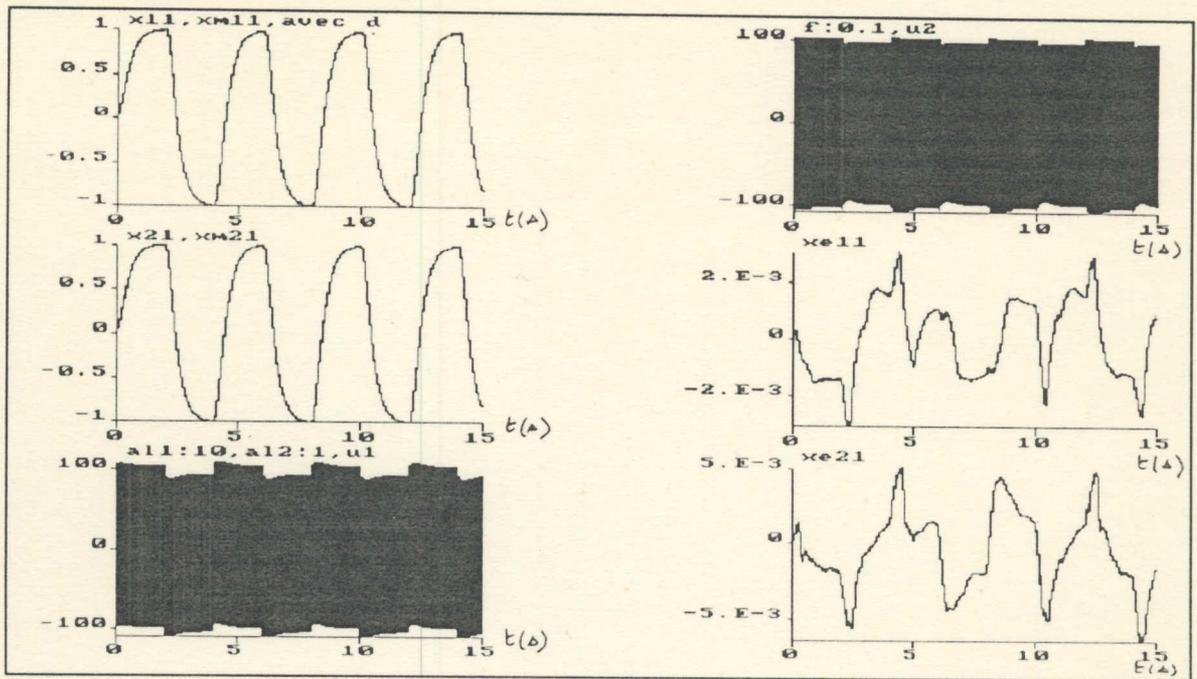


FIGURE 13-15

Commande STV avec variation rapide sur la masse

$AL_1=10\text{Kg}, AL_2=1\text{Kg}, f=0.1\text{Hz}$

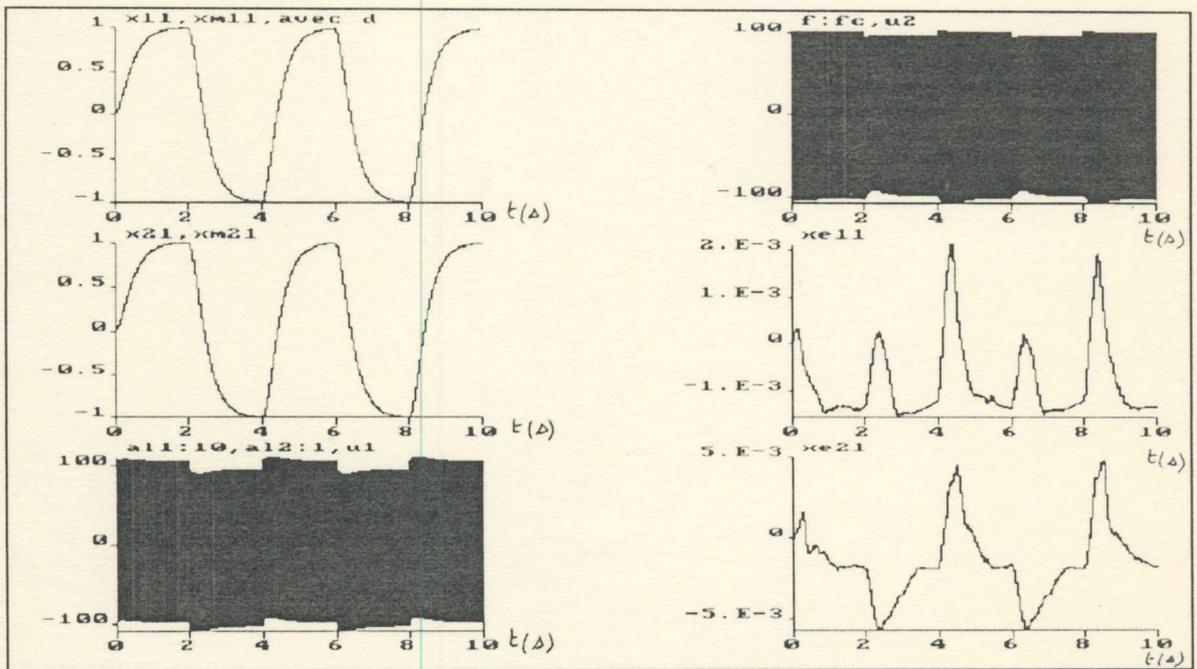


FIGURE 13-16

Commande STV avec variation rapide sur la masse

$AL_1=10\text{Kg}, AL_2=1\text{Kg}, f=f_c$

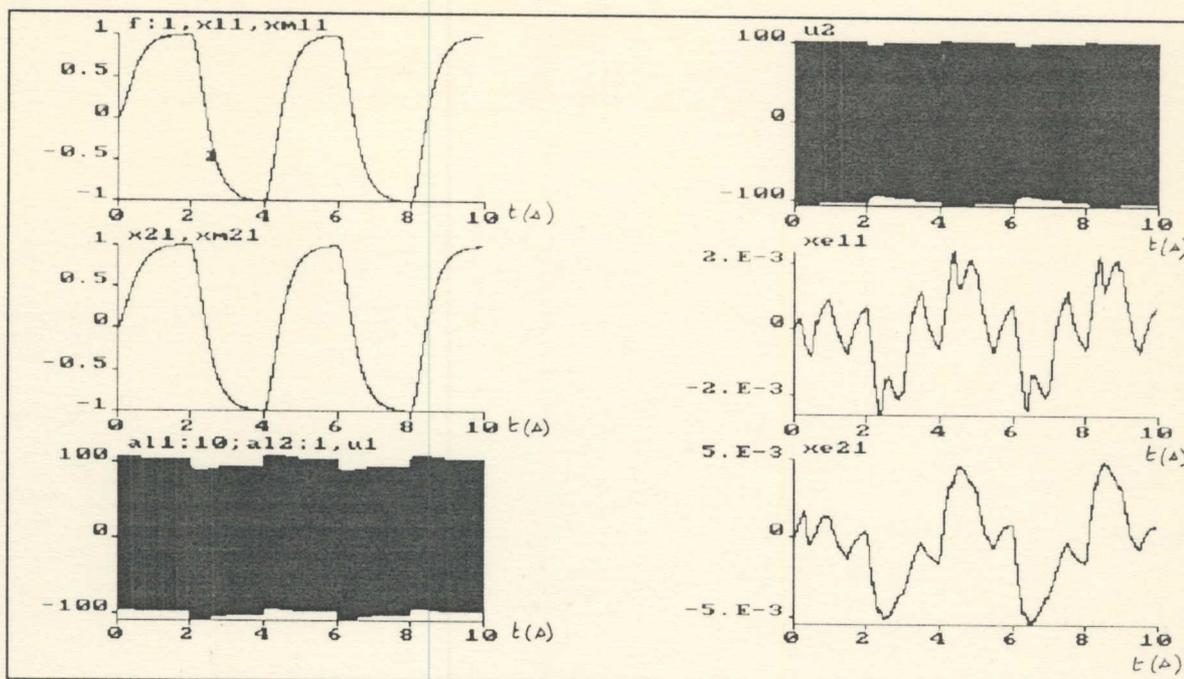


FIGURE 13-17

Commande STV avec variation rapide sur la masse

AL1=10Kg, AL2=1Kg, f=1Hz

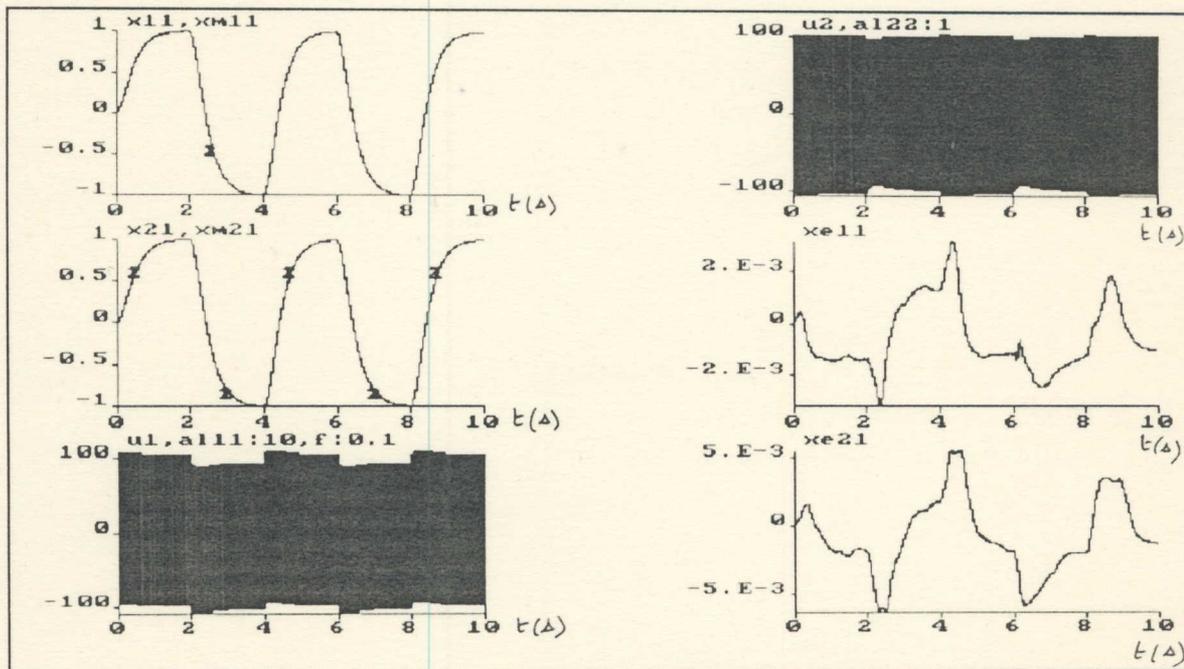


FIGURE 13-18

Commande STV avec variation lente sur la masse

AL11=10Kg, AL22=1Kg, f=0.1Hz

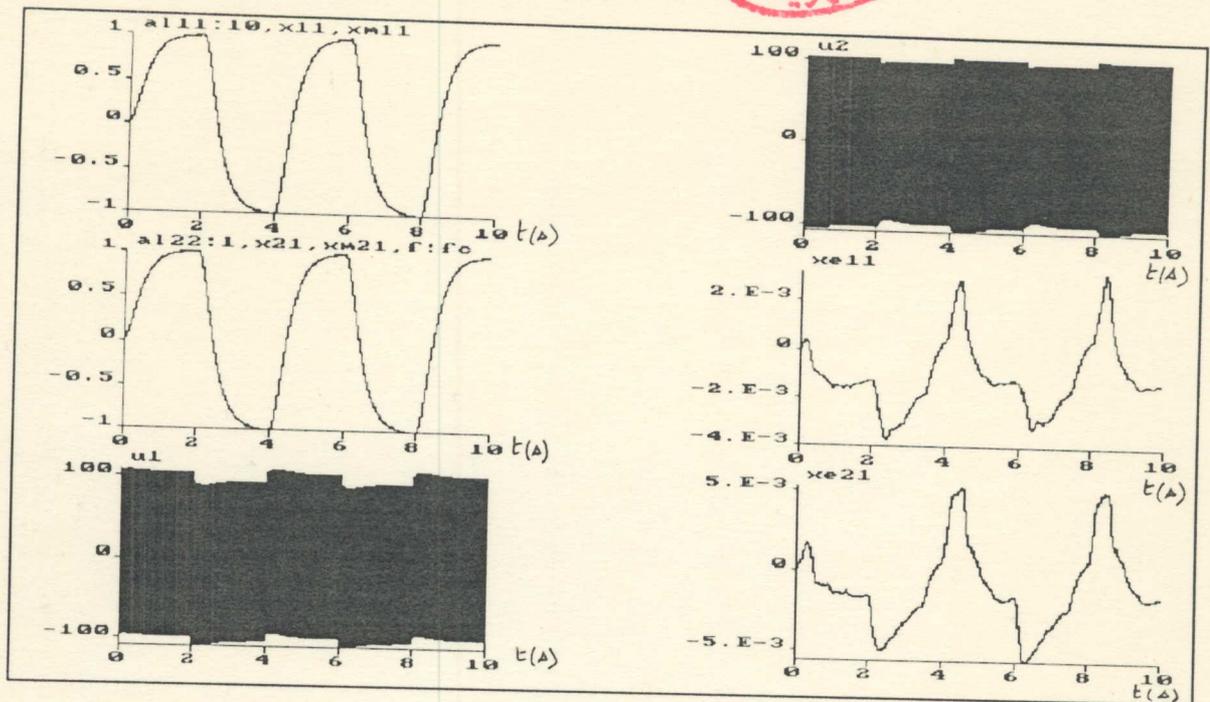


FIGURE 13-19

Commande STV avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=f_c$

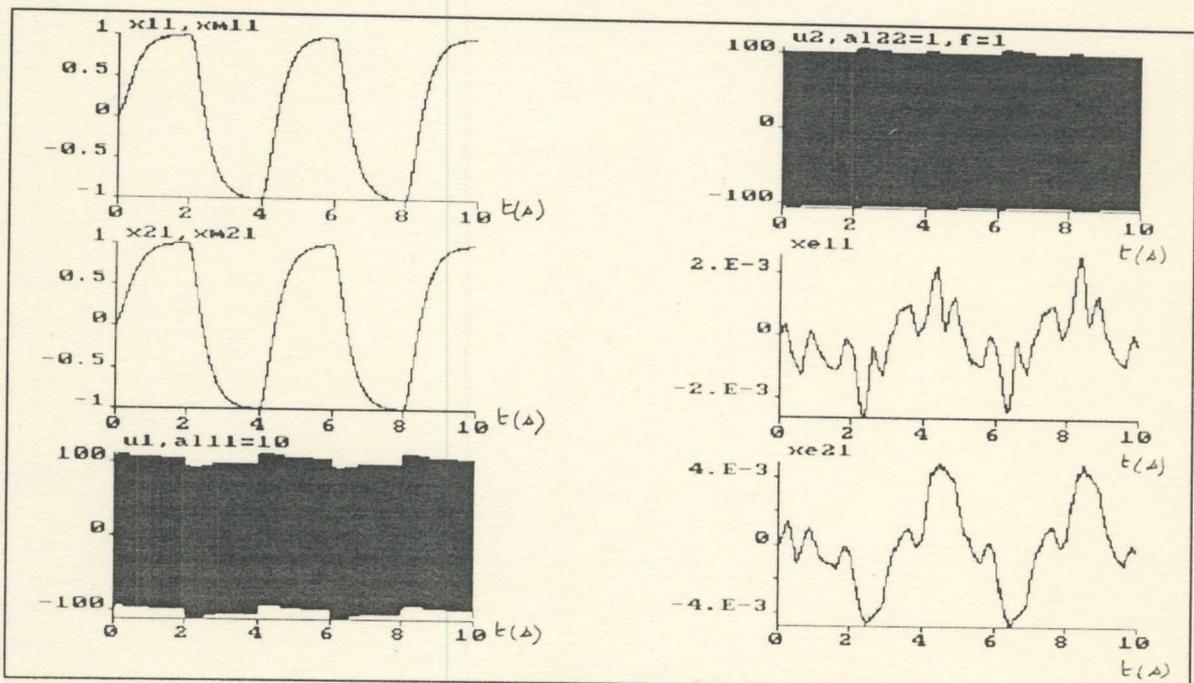


FIGURE 13-20

Commande STV avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$

CHAPITRE 4

INTERPRETATION GENERALE

DES RESULTATS OBTENUS

4) Interprétation générale des résultats obtenus :

La présente étude a été entreprise dans le but d'introduire la notion de robustesse dans la synthèse de commandes de position de bras manipulateur classe 1 à 2 degrés de liberté.

Les résultats que nous avons obtenus par simulation et regroupés dans les huit tableaux récapitulatifs présentés dans les pages suivantes, ont permis de mettre plus particulièrement en évidence les points suivants :

1- L'implémentation des algorithmes de commandes classiques "linéaires" pour un système non-linéaire n'est pas du tout souhaitable. L'ignorance de la partie non linéaire du système dans la détermination des coefficients de la commande limite la marge de tolérance du système vis à vis des perturbations extérieures ou de variation des paramètres internes. Au delà de cette limite, qui est différente pour chaque commande, notre système non linéaire devient soit instable, soit il présente des erreurs de sortie et des commandes très grandes, soit il ne suit plus la référence choisie.

2- Le choix de l'amplitude du signal de référence influe sur l'erreur de sortie du système.

3- Le type de perturbation (extérieure ou interne) joue un rôle aussi sur l'erreur de sortie. L'influence d'une perturbation rapide est plus importante que celle d'une perturbation lente. Cette influence apparaît au niveau des erreurs de sortie et sur la forme du signal de commande.

4- La fréquence du signal perturbateur joue un rôle très important sur la robustesse de la commande.

5- La commande MRAC présente une excellente poursuite du modèle de référence vis à vis des perturbations extérieures ou de variation des paramètres internes du système. L'erreur de sortie reste toujours **bornée**. Cependant, avant d'implémenter le MRAC, il est nécessaire de développer le modèle du système, un modèle de référence, un contrôleur linéaire LMFC (gains constants K et K_r), et un block hyperstable.

6- La commande MCS aboutit aux mêmes résultats produits par le MRAC. Elle ne nécessite pas une connaissance des paramètres du système mais seulement sa structure générale et ne nécessite pas l'utilisation d'un contrôleur linéaire.

7- L'augmentation des facteurs α et β dans la commande MRAC ou MCS, réduit l'erreur de sortie du système mais en contre partie, elle engendre des commandes très grandes et rend le système plus sensible au bruit des transducteurs.

8- L'application de la modification σ aux deux commandes adaptatifs MRAC et MCS pour le bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté, améliore la performance de ces deux commandes. Elle permet une convergence plus rapide du système vers un état stable même lorsqu'il est sujet à différentes sortes de perturbations extérieures ou variation interne des paramètres. Elle nécessite donc, des commandes moins importantes. Cependant, elle engendre une erreur de sortie qui reste bornée, mais qui devient de plus en plus importante quand σ augmente. En un mot, le choix de la valeur de σ ne peut être arbitraire.

9- L'application de la modification e aux deux commandes MRAC et MCS fournit aussi de bons résultats. La convergence du système vers un état stable est plus rapide que pour le cas sans modification e . L'erreur de sortie reste bornée, et devient de plus en plus grande si l'on augmente le facteur σ . Cependant, comparée à la modification σ , la convergence du système vers un état stable pour la modification e est plus lente mais elle présente une erreur de sortie plus petite et qui tend vers zéro pour le cas sans perturbations.

10- La commande à structure variable aec modèle de référence fournit d'excellents résultats. La commande reste robuste lorsque le système est soumis à différentes perturbations extérieures ou variation des paramètres internes. Elle présente des erreurs de sortie très négligeables mais elle nécessite une commande très rapide et très oscillatoire ainsi qu'une connaissance préliminaire des bornes des paramètres du système physique.

Commandes	SANS PERTURBATIONS
Par retour d'état	Suivi du signal de référence avec un dépassement ou une diminution d'amplitude constante et importante.
SFBIA	Très bon suivi du signal de référence.
Par retour de sortie	Suivi du signal de référence avec un dépassement (ou une diminution) d'amplitude variable et oscillatoire, ce qui est néfaste pour la commande.
LMFC	Suivi du modèle de référence avec un dépassement (ou une diminution) d'amplitude constante et importante.
MRAC	Très bon suivi du modèle de référence, la stabilité est atteinte très rapidement ce qui se traduit par des commandes moins importantes que celles obtenues dans les commandes classiques, l'erreur est bornée, faible mais non nulle.
MCS	Très bon suivi du modèle, stabilité rapide, erreur négligeable.
MRAC avec modification σ	Très bon suivi du modèle, stabilité atteinte plus rapidement que le MRAC simple, l'erreur reste bornée mais devient de plus en plus importante quand σ augmente mais la commande devient de plus en plus petite.
MCS avec modification σ	Bon suivi du modèle avec stabilité atteinte plus rapidement que le MCS simple, l'augmentation de l'erreur qui reste bornée est plus apparente lorsque σ augmente.
MRAC avec modification e	Bon suivi du modèle, stabilité rapide, apparition d'oscillations de plus en plus importantes au niveau des commandes si l'on multiplie $\ Y_c\ $ par un facteur σ qu'on augmente continuellement. L'erreur de sortie est toujours bornée et tend vers zéro.
MCS avec modification e	Idem que le MRAC avec modification e .
STV	Très bonne poursuite du modèle, l'erreur de sortie est très négligeable ($\pm 2 \cdot 10^{-3}$ rad) mais reste bornée. La commande nécessaire présente des oscillations très, très rapides.

Tableau 4-1

Commandes	AVEC PERTURBATIONS EXTERIEURES CONSTANTES
Par retour d'état	Suivi du signal de référence avec un dépassement (ou une diminution) d'amplitude plus importante et nécessite des commandes supérieures à celles obtenues dans le cas sans perturbations.
SFBIA	Très bon suivi du signal de référence (même si l'on multiplie par deux l'amplitude de la perturbation utilisée pour la commande par retour d'état). Les commandes deviennent plus importantes quand la perturbation augmente.
Par retour de sortie	Suivi du signal de référence avec un grand dépassement d'amplitude, variable et oscillatoire plus important. La commande augmente.
LMFC	On observe de très grands dépassements sur le signal de sortie. On note une plus grande erreur de sortie de l'ordre de 4 à 8 radians.
MRAC	On note une erreur de sortie bornée mais non nulle qui devient de plus en plus petite quand on augmente la valeur des facteurs α et β entraînant un très bon suivi du modèle, mais nécessitant des commandes de plus en plus grandes. La stabilité n'est pas atteinte très rapidement (il faut dépasser les 100 secondes ou plus). On note aussi que la convergence de la norme de K_r est plus rapide que celle de K .
MCS	Comme pour le MRAC, on note un léger dépassement (ou une légère diminution) d'amplitude qui peut être réduite en augmentant α et β . Les commandes sont plus importantes que celles du MRAC. L'erreur de sortie est bornée et non nulle. La convergence des normes de gains est plus lente que celle du MRAC.
MRAC avec modification σ	On note une erreur de sortie plus importante que le MRAC simple, la convergence des normes est plus rapide si l'on augmente σ , la commande nécessaire est alors moins importante <u>mais</u> l'erreur de sortie devient plus grande.
MCS avec modification σ	Mêmes remarques que celles obtenues pour le MRAC avec modification σ , l'augmentation de l'erreur de sortie quand σ augmente est plus visible.

MRAC avec modification e	On note une erreur de sortie non nulle mais bornée, la stabilité est atteinte plus rapidement que le MRAC sans modification mais moins rapidement que le MRAC avec modification σ . Les commandes nécessaires sont légèrement inférieures à celles du MRAC simple mais présentent des oscillations néfastes (surtout si l'on augmente le facteur σ).
MCS avec modification e	Idem pour le MRAC avec modification e .
STV	Très bon suivi du modèle de référence, avec une erreur de sortie supérieure à celle obtenue dans le cas sans perturbations, mais toujours bornée et négligeable. Les commandes sont toujours très rapides et oscillantes.

Tableau 4-2

Commandes	AVEC PERTURBATIONS EXTERIEURES RAPIDES
Par retour d'état	<p>On note toujours un dépassement (ou une diminution) d'amplitude, mais cette fois-ci, on note aussi le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur sur ces dépassements (ou diminutions). Lorsque la fréquence du signal perturbateur est inférieure à celle du signal de référence, les dépassements ont une amplitude variable. Lorsqu'ils ont la même fréquence, les dépassements sont réguliers et constants. Tandis que des oscillations importantes apparaissent lorsque cette fréquence est inférieure à celle du signal de référence. On note aussi que la commande nécessaire dans les trois cas cités ci-dessus présente des variations très abruptes (pics), ce qui est néfaste en pratique.</p>
SFビア	<p>Cette commande reste la meilleure des commandes classiques, malgré l'apparition de faibles oscillations dans le cas où la fréquence du signal perturbateur est inférieure ou égale à celle du signal de référence. Mais, cette commande se dégrade lorsque la fréquence est supérieure, ce qui se traduit par des variations d'amplitude très importantes et des signaux de commandes plus importants avec des variations (pics) très grands.</p>
Par retour de sortie	<p>On arrive aux mêmes conclusions que celles obtenues pour la commande par retour d'état, sauf que cette fois-ci les variations et les oscillations sont plus importantes.</p>
LMFC	<p>Lorsque la fréquence du signal perturbateur est inférieure à celle du signal de référence, le signal de sortie ne suit plus le modèle. Dans le cas où les deux fréquences sont égales, on a un suivi du modèle <u>mais</u> avec un très grand écart. Dans le cas où la fréquence perturbatrice est inférieure à celle du signal de référence, le signal de sortie présente de grandes variations et oscillations et prend la fréquence du signal perturbateur au lieu de celle du signal de référence.</p>
MRAC	<p>On a un très bon suivi du modèle de référence malgré l'apparition de faibles dépassements ou oscillations dans le cas où la fréquence du signal perturbateur est inférieure ou supérieure à celle du signal de référence, ce qui peut être remédié en augmentant α et β. L'erreur de sortie reste bornée, la stabilité est très lente (à des temps supérieurs à 150 s) ce qui se traduit par des commandes très grandes.</p>

MCS	Mêmes conclusions obtenues pour le MRAC.
MRAC avec modification σ	Très bon suivi du modèle de référence, sauf que les dépassements d'amplitudes sont plus importants surtout lorsque le facteur σ augmente. En contre partie la stabilité est atteinte très rapidement, ce qui n'était pas possible dans le cas sans modification, et par conséquent les commandes nécessaires sont de plus en plus petites mais présentent des variations très abruptes (pics).
MCS avec modification σ	Mêmes conclusions que celles obtenues pour le MRAC avec modification σ
MRAC avec modification e	Très bon suivi avec une erreur de sortie bornée mais non nulle, la stabilité est plus rapide que dans le cas MRAC simple, mais plus lente que celle du MRAC avec modification σ . La commande présente des oscillations et des variations très importantes ce qui se traduit par des oscillations sur le signal de sortie.
MCS avec modification e	Mêmes conclusions que la commande MRAC avec modification e .
STV	Très bon suivi du modèle avec des erreurs de sortie inférieures à celles de la commande adaptative, mais la commande reste toujours très rapide et très oscillante.

Tableau 4-3

Commandes	AVEC PERTURBATIONS EXTERIEURES LENTES
Par retour d'état	Comme pour le cas de perturbations extérieures rapide, on note le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur sur la forme du signal de sortie ainsi que sur la commande qui prend la forme du signal perturbateur (commandes sinusoïdales avec des pics très grands).
SFBIA	Reste toujours la plus robuste des commandes classiques avec des variations et oscillations visibles sur le signal de sortie en fonction de la fréquence perturbatrice.
Par retour de sortie	Mêmes remarques que pour la commande par retour d'état.
LMFC	Mêmes résultats que ceux obtenus pour perturbations extérieures rapides.
MRAC	Bon suivi du modèle de référence avec des erreurs de sortie variables en fonction de la fréquence du signal perturbateur. La stabilité reste toujours lente sauf qu'elle peut être atteinte plus rapidement pour la norme du gain K_r dans le cas de fréquence perturbatrice égale ou supérieure à celle du signal de référence. On note aussi que les commandes nécessaires sont inférieures à celles obtenues pour le cas de perturbations extérieures rapides.
MCS	Mêmes résultats que pour le MRAC.
MRAC avec modification σ	Comme pour le cas de perturbations extérieures rapides, on note que l'erreur de sortie devient de plus en plus grande quand σ augmente sauf que la stabilité est atteinte plus rapidement.
MCS avec modification σ	Mêmes conclusions que le MRAC avec modification σ .
MRAC avec modification e	L'erreur de sortie reste bornée, non nulle. La stabilité est plus rapide et les commandes nécessaires sont plus petites.
MCS avec modification e	Mêmes conclusions que pour le MRAC avec la modification e .
STV	Très bon suivi du modèle de référence avec une erreur de sortie négligeable. La commande reste trop rapide et oscillante.

Tableau 4-4

Commandes	AVEC VARIATION RAPIDE SUR LA FRICTION DES JOINTS
Par retour d'état	Pour une perturbation rapide d'amplitude $\pm 5\text{Nms}$, on note que notre bras manipulateur tend plus rapidement à l'instabilité quand la fréquence du signal perturbateur est inférieure à celle du signal de référence que quand elles sont égales. Tandisqu'on note une stabilité permanente lorsque la fréquence du signal perturbateur est supérieure à celle du signal de référence <u>sauf</u> qu'elle présente des variations d'amplitude très grandes et oscillatoires.
SFBIA	Les résultats de simulation, nous montrent que la commande SFBIA n'est plus robuste lorsqu'il s'agit de variation rapide sur la friction des joints du bras manipulateur. En effet, pour une variation d'amplitude $\pm 8\text{Nms}$ et pour une fréquence du signal perturbateur inférieure ou égale à celle du signal de référence, notre système devient instable. Mais pour une fréquence perturbatrice supérieure, on note une très bonne poursuite du signal de référence avec une erreur bornée et constante.
Par retour de sortie	Cette fois-ci, pour une variation rapide inférieure à celle de la commande par retour d'état, soit une amplitude de $\pm 3\text{Nms}$, une instabilité est notée pour une fréquence inférieure à celle du signal de référence. Pour une fréquence perturbatrice égale à la fréquence de référence, on note un dépassement (ou diminution) d'amplitude très, très grand ainsi que des signaux de commandes très importants et irréalisables en pratique. Lorsque la fréquence perturbatrice est supérieure à celle de la référence, on note un léger dépassement pour le bras 1 mais un grand dépassement pour le bras 2.
LMFC	Des résultats de simulation, on conclue que ce type de commande est la moins robuste de toutes les commandes classiques citées ci-dessus, puisque pour une variation d'amplitude de $\pm 2.5\text{Nms}$, l'instabilité du bras manipulateur est détectée pour les trois cas possibles de la fréquence du signal perturbateur.

MRAC	Les résultats de la simulation, nous montrent la robustesse des commandes adaptatives puisqu'on observe une très bonne poursuite du modèle de référence pour une perturbation d'amplitude $\pm 20\text{Nms}$. L'erreur de sortie est bornée et non nulle. La stabilité est lente puisque la convergence des normes de gains n'est pas encore atteinte à $t=100\text{s}$, ce qui se traduit par des commandes plus au moins grandes et à grandes variations.
MCS	Comme pour la commande MRAC, la commande MCS présente un très bon suivi du modèle de référence pour la perturbation rapide. Toujours, pour les trois cas de fréquence perturbatrice, l'erreur de sortie reste bornée, non nulle, légèrement supérieure à celle du MRAC, la stabilité est plus lente et les commandes sont plus importantes et présentent des pics néfastes.
MRAC avec modification σ	Les résultats de la simulation, nous confirment le bon rôle que joue la modification σ sur la stabilité du système, puisqu'on note une convergence des normes de gains de plus en plus rapide qu'on augmente le facteur σ . Les commandes nécessaires sont alors de plus en plus inférieures <u>mais</u> en contre partie, l'erreur de sortie qui reste bornée devient de plus en plus importante quand σ augmente.
MCS avec modification σ	Mêmes conclusions que pour le MRAC avec la modification σ .
MRAC avec modification e	On note toujours une très bonne poursuite du modèle de référence, la convergence des normes de gains est atteinte <u>mais</u> moins rapidement que pour le MRAC avec modification σ . L'erreur est bornée et moins importante que celle du MRAC avec modification σ et présente des oscillations dues à celles apparues au niveau des signaux de commandes.
MCS avec modification e	Mêmes conclusions que pour le MRAC avec modification e , on note même une très faible oscillation apparente sur le signal de sortie, lorsque la fréquence perturbatrice est supérieure à celle de la commande.
STV	La commande à structure variable reste la plus robuste, du fait qu'elle nous fournit une erreur de sortie la plus faible de toutes celles des autres commandes. Sauf que la commande nécessaire reste toujours trop rapide et trop oscillatoire.

Tableau 4-5

Commandes	AVEC VARIATION LENTE SUR LA FRICTION DES JOINTS
Par retour d'état	Pour la même amplitude, soit $\pm 5\text{Nms}$ <u>mais</u> pour une perturbation lente cette fois-ci, l'instabilité détectée pour une perturbation rapide est remplacée par des dépassements d'amplitude qui deviennent de plus en plus très variables et oscillants, ce qui réduit des performances de notre bras manipulateur.
SFBIA	Pour une perturbation lente, la commande SFBIA retrouve un petit peu sa robustesse puisqu'elle fournit des résultats plus au moins satisfaisants pour une fréquence perturbatrice égale à celle de la référence. Pour une fréquence supérieure, elle présente de très faibles oscillations. Ces dernières deviennent plus importantes et plus rapides lorsque la fréquence du signal perturbateur est inférieure à celle du signal de référence.
Par retour de sortie	Comme pour les deux autres commandes citées ci-dessus, pour une perturbation lente, l'instabilité n'est pas directement détectée mais notre bras manipulateur va être sujet à des dépassements d'amplitudes très variables et oscillants et nécessitant des commandes très importantes et irréalisables en pratique.
LMFC	Cette commande reste la moins robuste de toutes les commandes, puisque l'instabilité du bras est atteinte même pour une perturbation lente, pour la même amplitude soit $\pm 2.5\text{Nms}$, lorsque la fréquence du signal perturbateur est inférieure à celle du modèle. Cette instabilité est atteinte graduellement pour une fréquence inférieure. Mais pour une fréquence égale entre le signal perturbateur et le modèle de référence, on note un suivi du modèle de référence avec un très grand écart d'amplitude ce qui n'est pas intéressant en pratique.
MRAC	Comme pour une perturbation rapide, on note un très bon suivi du modèle par le signal de sortie avec une erreur de sortie toujours bornée, non nulle et plus petite. La stabilité est toujours lente <u>mais</u> que pour le cas de perturbation rapide, puisqu'on note une convergence possible pour la norme de K_r à des temps inférieurs à 50s (pour une fréquence perturbatrice inférieure ou égale à celle du modèle) alors qu'elle n'était pas encore atteinte à des temps $>100\text{s}$ pour le cas de perturbation rapide.

MCS	Mêmes remarques que pour le MRAC. Sauf que cette fois-ci, de très faibles oscillations sont détectées sur le signal de sortie lorsque la fréquence du signal perturbateur est supérieure à celle du modèle. On note aussi que la convergence des normes de gains pour le MCS reste toujours très lente.
MRAC avec modification σ	Comme pour le cas de variation rapide, l'intérêt de la modification σ est très apparent. Elle fournit une très bonne poursuite du modèle avec une convergence des normes de gains très rapide, des signaux de commandes faibles et des erreurs de sortie bornées, non nulles et de plus en plus grandes si σ augmente.
MCS avec modification σ	Mêmes conclusions atteintes pour le MRAC avec modification σ
MRAC avec modification e	On note toujours une très bonne poursuite du modèle de référence avec l'apparition de très faibles oscillations (en une fréquence perturbatrice supérieure à celle du modèle). La convergence des normes de gains reste très lente pour la norme de K , mais rapide pour la norme de K_r (pas aussi rapide que la modification σ). L'erreur de sortie reste bornée, non nulle mais plus faible.
MCS avec modification e	Mêmes résultats que pour le MRAC avec modification e .
STV	Ce type de commande reste toujours la plus robuste des commandes avec des erreurs de sortie faibles mais nécessitant toujours des commandes très rapides et très oscillantes.

Tableau 4-6

Commandes	AVEC VARIATION RAPIDE SUR LA MASSE
Par retour d'état	<p>On applique une variation rapide sur la masse, d'amplitude $\pm 10\text{Kg}$ sur le bras 1 et $\pm 3\text{Kg}$ sur le bras 2. Les résultats de la simulation nous montrent que notre bras manipulateur est moins sensible à la variation de la masse puisqu'on ne discerne pas d'instabilité visible. Cependant, on discerne très bien le rôle que joue la fréquence du signal perturbateur sur la réponse de notre système. On note des dépassements d'amplitude variables, un dépassement d'amplitude constant, un dépassement d'amplitude constant à oscillations variables respectivement pour une fréquence du signal perturbateur inférieur, égale puis supérieure à celle du signal de référence. L'erreur de sortie reste bornée, ainsi que les commandes qui présentent des variations très abruptes et par conséquent le système reste stable.</p>
SFBIA	<p>Cette commande reste la plus robuste des commandes linéaires. Pour une fréquence perturbatrice inférieure à celle de la référence, on détecte de très faibles oscillations. Pour une fréquence égale, on a une très bonne poursuite du signal de référence. Mais pour une fréquence supérieure, le dépassement d'amplitude ainsi que les oscillations sont plus apparentes. Les commandes sont faibles et l'erreur de sortie reste bornée.</p>
Par retour de sortie	<p>On aboutit aux mêmes remarques obtenues pour la commande par retour d'état sauf que cette fois-ci, des oscillations au niveau du signal de sortie sont observées pour les 3 cas de fréquence du signal perturbateur.</p>
LMFC	<p>Cette commande reste la moins robuste de toutes les commandes étudiées. Bien, qu'on n'observe pas d'instabilité proprement dit, mais présente des performances très, très faibles. On a soit un signal de sortie qui ne suit plus le modèle, soit il le suit avec un très grand écart <u>ou</u> avec de très grandes oscillations.</p>
MRAC	<p>La commande MRAC reste très robuste. On a un très bon suivi du modèle de référence par le signal de sortie avec de légères et faibles oscillations dans le cas où la fréquence du signal perturbateur est supérieure à celle du modèle. L'erreur de sortie reste bornée et non nulle. Les commandes sont convenables mais la convergence des normes de gains est lente (non atteinte à 110s).</p>

MCS	Comme pour le MRAC, le MCS fournit de bons résultats à part quelques petits dépassements visibles qu'on peut supprimer en augmentant les deux facteurs α et β . L'erreur est toujours bornée et non nulle et la convergence des normes de gains est plus lente.
MRAC avec modification σ	On a un très bon suivi du modèle de référence avec des dépassements d'amplitude oscillatoires qui deviennent de plus en plus apparentes lorsque σ augmente et par conséquent, une erreur de sortie de plus en plus grande (mais reste bornée), tandis que la convergence des normes de gains devient de plus en plus rapide engendrant des signaux de commandes de plus en plus faibles.
MCS avec modification σ	On aboutit aux mêmes conclusions faites pour la commande MRAC avec modification σ .
MRAC avec modification e	La simulation fournit une bonne poursuite du modèle de référence avec une erreur de sortie bornée, faible mais non nulle. La convergence des normes de gains est moins lente que pour le MRAC sans modification mais pas aussi rapide que la modification σ . Les commandes sont bornées.
MCS avec modification e	Les mêmes conclusions faites pour la commande MRAC avec modification e sont valables pour la commande MCS avec modification e <u>sauf</u> que les dépassements d'amplitude au niveau du signal de sortie sont plus visibles.
STV	Cette commande fournit toujours des erreurs de sortie très faibles ($\pm 5 \cdot 10^{-3}$ rad) avec des signaux de commandes très rapides et très oscillatoires.

Tableau 4-7

Commandes	AVEC VARIATION LENTE SUR LA MASSE
Par retour d'état	Toujours, le bras manipulateur est moins sensible aux variations lentes. On note des dépassements d'amplitudes variables, constants ou oscillants suivant la fréquence du signal perturbateur. L'erreur de sortie reste bornée et non nulle. Les signaux de commandes sont bornés aussi.
SFビア	Elle fournit une très bonne poursuite du modèle de référence pour une fréquence du signal perturbateur inférieure ou égale à celle du signal de référence avec une erreur de sortie bornée et nulle au niveau supérieur (ou inférieur) (c'est à dire lorsqu'on atteint le temps de réponse exigé et qui n'est autre qu'1 seconde). Des oscillations faibles mais constantes sont visibles lorsqu'il s'agit de fréquence perturbatrice supérieure à celle de la référence, mais l'erreur de sortie reste bornée, ce qui maintient toujours la stabilité du bras.
Par retour de sortie	En plus des remarques notées pour la commande par retour d'état, la commande par retour de sortie fournit toujours un signal de sortie très oscillatoire, ce qui diminue des performances du bras.
LMFC	Cette commande reste toujours la moins performante. Pour une fréquence perturbatrice inférieure à celle de la référence, la sortie ne suit plus le modèle avec une erreur bornée et grande. Pour une fréquence perturbatrice égale à celle de la référence, la sortie arrive à suivre le modèle mais avec une erreur sortie très grande. Et quand la fréquence perturbatrice est supérieure à celle du modèle, la sortie présente des oscillations à fréquence égale à celle du signal perturbateur.
MRAC	Cette commande fournit toujours d'excellents résultats. Une très bonne poursuite du modèle avec une erreur de sortie bornée, petite mais non nulle. La convergence des normes de gains reste toujours très lente surtout pour la norme de K.
MCS	Mêmes conclusions que pour le MRAC.
MRAC avec modification σ	La modification σ fournit toujours les mêmes avantages qu'avant. Une convergence des normes de gains de plus en plus rapide que σ augmente, engendrant des commandes plus faibles mais des erreurs de sorties plus grandes.

MCS avec modification σ	Mêmes résultats que la commande MRAC avec modification σ , avec une augmentation de l'erreur de sortie plus visible.
MRAC avec modification e	Elle fournit de bons résultats sauf que la convergence des normes de gains est moins rapide que celle de la modification σ , <u>mais</u> elle engendre une erreur de sortie bornée et plus petite que celle obtenue auparavant pour la commande MRAC avec ou sans modification sigma.
MCS avec modification e	Mêmes résultats obtenus pour le MRAC avec modification e , sauf qu'ici des oscillations sont très observables sur le signal de sortie qu'elles n'y étaient au niveau du MRAC avec modification e .
STV	Elle fournit toujours une erreur de sortie la plus petite par rapport à celle des autres commandes à modèles de référence. Les commandes sont rapides et très oscillatoires.

Tableau 4-8

CONCLUSION

5) CONCLUSION GENERALE :

Tout au long de notre travail, on a étudié la robustesse de plusieurs commandes de position lorsqu'elles sont appliquées à un bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté lorsqu'il est soumis à différentes sortes de perturbations extérieures ou une variation de l'un de ses paramètres internes.

Cette étude nous a permis d'enrichir nos connaissances sur les différentes commandes choisies, en les adaptant à notre bras manipulateur. De plus, la simulation nous a permis de tester la robustesse de chacune d'elles, en simulant différentes sortes de perturbations qui peuvent affecter le bras manipulateur. Et à la fin, plusieurs constatations ont été établies.

Cependant, il reste beaucoup de choses à faire, comme :

- 1- Tester la robustesse de ces commandes, en excitant d'autres paramètres internes ou les dynamiques non modelées du système, ... etc.
- 2- Trouver une méthode scientifique pour le choix des termes (α , β) dans les lois adaptatives MRAC et MCS, qui jusqu'à présent sont choisis arbitrairement.
- 3- Combiner entre les deux modifications σ et e afin de bénéficier des avantages de chacune d'elles. L'idée est donc, de trouver un facteur σ , fonction de l'erreur de sortie dynamique du système, soit Y_e .
- 4- Appliquer d'autres types de commandes et tester leur robustesse. Telles la régulation Sel-Tuning, le contrôle adaptatif prédictif (Adaptatif Predictif Control), une adaptation utilisant le modèle interne principal, le contrôle adaptatif par inversion du modèle, ... etc.
- 5- Etudier la robustesse de commandes de force pour notre bras manipulateur classe 1.

Par ailleurs, il est à rappeler que chaque bras manipulateur présente des caractéristiques qui lui sont propres et peut accomplir des tâches multiples et complexes. Il est donc clair que vanter l'emploi d'une commande plutôt qu'une autre n'a pas beaucoup de sens.

Cependant, il ne faut pas oublier que toute réalisation pratique doit passer par l'étape de simulation vu le coût du matériel mis en jeu. C'est pour cela que la plus part des résultats obtenus en ce qui concerne la commande des bras manipulateurs restent essentiellement limités à des simulations. Ainsi, beaucoup reste à faire, surtout dans le domaine de l'expérimentation.

Je terminerai cette conclusion par la citation suivante :

" We cannot envisage all possibilities, simply because we cannot imagine everything."

Arthur C. Clarke

* Liste des références

- [1] Ambrosino, G., Celentano, G., and Garofalo, F., "Variable structure model reference adaptive control systems", *Int. J. Contr.*, Vol. 39, pp 1339-1349, 1984.
- [2] Andrew, A.M., "Some comments on adaptive robotics", *Proc. IFAC Symp. on Artificial Intelligence*, Leningrad, pp. 239-243, 1983.
- [3] Arimoto, S., and Takegaki, M., "An adaptive method for trajectory control of manipulators", *Proc. 8th IFAC World Congress*, Kyoto, pp. 1921-1926, 1981.
- [4] Åström Karl.J., and Björn Wittenmark, "Adaptive Control", Addison-Wesley Publishing company, 1989.
- [5] Athans, M., and Valavani, L.S., "Some critical questions about deterministic and stochastic adaptive control algorithms", *Proc. IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*, Washington, D.C., pp. 241-246, 1982.
- [6] Bakakin, A.A., and Utkin, V.I., "Variable structure systems with pure delay in switching devices, in *Variable Structure Systems and their Application to Flight Automation*", Nauka, Moscow, 1968.
- [7] Bakakin, A.A., Bermant, M.A., and Ezerov, V.B., "Application of variable structure systems to stabilization of time-varying plants in the presence of restrictions on the movement of the controlling device", *Autom. Rem. Contr.*, Vol. 7, pp. 1016-1021, 1964.
- [8] Balestrino, A., De Maria, G., and Sciavicco, L., "An adaptive model following system for robotic manipulators", *ASME Trans., J., Dyn. Syst. Meas. Contr.*, Vol. 105, pp. 143-151, 1983.
- [9] Bengiamin, N.N., and Chan, W.C., "Variable structure control of electric power generation", *IEEE Trans. Power APP. and Systems*, Vol. 101, pp. 376-380, 1982.
- [10] Butchart, R.L., and Shackcloth, B., "Synthesis of model reference adaptive control systems by Lyapunov's second method", *Proc. IFAC Symp. on Adaptive Control*, Teddington, England, pp. 144-152, 1965.
- [11] Cao, C.T., "A simple adaptive concept for the control of an industrial robot, in *Methods and Applications in Adaptive Control*", H. Unbehauen, ed., Springer-Verlag, Berlin, pp. 270-279, 1980.
- [12] Chalam, V.V., "Adaptive Control Systems : Techniques and Applications", Marcel Dekker, INC., 1987.

- [13] Chan, W.C., and Hsu, Y.Y., "Automatic generation control of interconnected power systems using variable structure controllers", Proc. IEE, Vol. 128, pp. 269-279, 1981.
- [14] Chan, W.C., and Hsu, Y.Y., "An optimal variable structure stabilizer for power system stabilization", IEEE Trans. Power App. and Systems, Vol. 102, pp. 1738-1746, 1983.
- [15] Chan, W.C., and Hsu, Y.Y., "Stabilization of power systems using a variable structure stabilizer", Elec. Power System Res., Vol. 6, pp. 129-139, 1983.
- [16] Coiffet, P., "Robot Technology : Volume 1-Modelling and Control", 1983, London: Kogan Page.
- [17] Courtiol, B., and Landau, I.D., 1975, "High speed adaptation systems for controlled electrical drives", Automatica, N°11, pp. 119-127.
- [18] Craig, Jhon.J., "Adaptive Control of Mechanical manipulators", Addison-Wesley Publishing Company, 1988.
- [19] Djezzar, Karim Benyoucef, "Etude de divers schémas de commande adaptative. Application en robotique.", Thèse de Magister en Electronique, U.S.T.H.B, 1990.
- [20] Dubowsky, S., and Des Forges, D.T., "The application of MRAC to robotic manipulators", ASME Trans., J. Dyn. Syst. Meas. Contr., Vol. 101, pp. 193-200, 1979.
- [21] Dubowsky, S., and Des Forges, D.T., "Robotic manipulator control systems with invariant dynamic characteristics", Proc. 5th World Congress on Machines and Mechanisms (IFIOMM), Montreal, 1979.
- [22] Elmqvist, H., Åström K.J., Schönthal T., "SIMNON : User's Guide for MS-DOS Computers", Département of Automatic Control, Lund Institute of Technology, 1986.
- [23] Emel'yanov, S.V., "Design of variable structure control systems with discontinuous switching functions", Eng. Cybern., Vol. 1, pp. 156-160, 1964.
- [24] Emel'yanov, S.V., "Automatic Control System of Variable Structure", Nauka, Moscow, 1967.
- [25] Erzberger, H., "Analysis and Design of model following control systems by state space techniques", Proceedings of JACC, Ann Arbor, 1968, pp.572-581.
- [26] Franklin, G.F., and Powell, J.D., 1980, "Digital Control of Dynamics Systems", Reading, Mass., Addison-Wesley.
- [27] Greco, C., Menga, G., Mosca, E., and Zappa, G., "Performance improvements of self-tuning controllers by multi-step horizons: the MUSMAR approach", Automatica, N° 20, pp. 681-699, 1984.

- [28] Gregory, P.C., (editor), 1959, "Proceeding of the Self Adaptive Flight Controls Symposium", Wright-Air Development Centre, Dayton, Ohio, report no, pp. 49-59.
- [29] Hsu, Y.Y., and Chan, W.C., "Optimal variable structure controller for d.c. motor speed control", Proc. IEE, Vol. 131, pp. 233-237, 1984.
- [30] Ioannou, P.A., and Tsakalis, K., "Adaptive Systems with reduced models", New-York: Springer-Verlag, 1983.
- [31] Ioannou, P.A., "Robustness of model reference adaptive systems with respect to modelling errors", Doctoral Thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1982.
- [32] Itkis, U., "Control System of Variable Structure", Keter Publishing House, Jerusalem, 1976.
- [33] Kailath Thomas, "Linear Systems", Prentice-Hall, Inc., 1980.
- [34] Kalman, R.E., and J.E. Bertram, "Control Systems Analysis via the "second method" of Lyapunov", Journal of Basic Engineering ASME, June, 1960.
- [35] Kautsky, J., and Nichols, N.K., "Robust eigen structure assignment in state feedback control", Numerical Report NA/2183, School of Mathematical Science, Flinders, Australia, 1983.
- [36] Koivo, A.J., Zhang, Q., and Guo, T.-H., "Industrial manipulator Control using Kalman filter and adaptive controller", Proc. IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation, Washington, D.C., pp. 265-270, 1982.
- [37] Kokotovic, P.V., and Ioannou, P.A., "Robustness re-design of continuous-time adaptive schemes", Proc., IEEE Conf. Decision and Control, San Diego, pp. 522-527, 1981.
- [38] Kokotovic, P.V., and Ioannou, P.A., "Singular perturbations and robust redesign of adaptive control", Proc. 21st IEEE Conf. Decision and Control, Orlando, Florida, 1982.
- [39] Kokotovic, P.V., and Ioannou, P.A., "Robust redesign of adaptive control", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. 29, pp. 202-211, 1984.
- [40] Kokotovic, P.V., and Ioannou, P.A., "Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control", Automatica, N° 20, pp. 583-594, 1984.
- [41] Kumar, A., Malik, O.P., and Hope, G.S., "Variable structure system control applied to AGC of an interconnected power system", Proc. IEE, Vol. 132, pp. 23-29, 1985.

- [42] Landau, I.D., 1969, "A hyperstability criterion for model reference adaptive control systems", IEEE Transactions on Automatica Control, Vol. 14, pp. 552-555.
- [43] Landau, I.D., "Adaptive Control, The model reference approach", Marcel Dekker, New-York, 1979.
- [44] Landau, I.D., and Lozano, R., "Unification of discrete-time explicit MRAC designs", Automatica, Vol. 17, pp. 593-611, 1981.
- [45] Leininger, G.G., and Wang, S.P., "Pole-placement self-tuning control of manipulators", Proc. IFAC Symp. on CAD of Multivariable Systems, West Lafayette, Ind., pp. 27-30, 1982.
- [46] Liegois, A., and Dombre, E., "Analysis of Industrial Robots-Relation ships Between Structure, Performance and Function", I.R.I.A Report 79102.
- [47] Narendra, K.S., and Annaswamy, A.M., "A new adaptive law for robust adaptive Control without persistent excitation", IEEE Transactions on Automatic Control, VOL. 32, pp. 134-145, Feb. 1987.
- [48] Narendra, K.S., and Anuradha, M. Annaswamy, "Stable Adaptive Systems", Prentice-Hall Internal Editions, 1989.
- [49] Ortega, R., "Variable Structure Systems - An alternative to robust adaptive control?" Coll. Nat. Belle Ile (France), 1982.
- [50] Osburn, P.V., Whitaker, H.P., and Keezer, A., 1961, "New developments in the design of adaptive control systems", 29th Annual Meeting of the Institute of Aeronautical Sciences, New York, paper no, pp. 39-61.
- [51] Parks, P.C., 1966, "Lyapunov redesign of model reference adaptive control systems", IEEE Transactions on Automatica Control, Vol. 11, pp. 362-367.
- [52] Petrov, B.N., Ulanov, G.M., and Emel'yanov, S.V., "Invariantnost i optimizatsia sistem avtomalicheskogo regulirovania s zvestoko i perennenoi stukturoi", Proc. IFAC Congress, 1963.
- [53] Popov, V.M., "Hyperstability of Automatic Control Systems", Springer Verlag, New-York, 1973.
- [54] Sivaramakrishnan, A.Y., Hariharan, M.V., and Srisailam, M.C., "Design of variable structure load-frequency controller using pole assignment technique", Int. J. Contr., Vol. 40, pp. 487-498, 1984.

- [55] Slotine, J.-J.E., "Sliding Controller Design for non linear systems" , *Int.JControl.*, Vol. 40, 2 (1984).
- [56] Slotine, J.-J.E., and Weiping Li, "Applied non linear control", Prentice-Hall International Editions, 1991.
- [57] Stoten, D.P., 1982, "Discrete adaptive control of a manipulator arm", *Optimal Control Application and Methods*, Vol. 3, pp. 423-433.
- [58] Stoten, D.P., 1985, "A unified approach to the decoupled discrete adaptive control of manipulators", *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, Vol. 132, pp. 151-157.
- [59] Stoten, D.P., "Generalized manipulators dynamics, with regard to model reference adaptive Control", *Int.J.Control*, 1989, Vol.50, pp. 2249-2268.
- [60] Stoten, D.P., "Model reference Adaptive Control and the control of Manipulators", Taunton : Research studies Press, UK, 1989.
- [61] Stoten, D.P., and Benchoubane, H., "Empirical Studies of an MRAC algorithm with minimal Controller Synthesis", *Int.J.Control*, 1990, Vol.51, N° 4, pp. 823-849.
- [62] Stoten, D.P., and Benchoubane, H., "Robustness of minimal controller synthesis algorithm", *Int.J.Control*, 1990, Vol.51, N° 4, pp. 851-861.
- [63] Stoten, D.P., and Hodgson, S.P., "Comparative implementation studies of the minimal control synthesis algorithm on a class 1 manipulator", *Journal of systems and Control Engineering, IMECHE*, Vol. 205, pp. 23-33, 1991.
- [64] Tomuzuka, M., and Horowitz, R., "Model reference adaptive control of mechanical manipulators", *Proc. IFAC Workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, San Francisco, pp. 27-32, 1983.
- [65] Utkin, V.I., "Variable structure systems with sliding mode : A survey", *I.E.E.E. Trans. Automatic Control*, Vol.22, pp. 212-222, 1977.
- [66] Utkin, V.I., "Sliding Modes and their Application in Variable Structure Systems", (English translation), MIR, Moscow, 1978.
- [67] Wibery, Donald.M., "State space and Linear systems", Shaum's outline series, Mc Graw-Hill, Book Company, 1971.
- [68] Young, K.-K.D., "Asymptotic stability of model reference systems with variable structure control", *IEEE Trans. Auto. Contr.*, Vol. 22, pp. 279-281, 1977.

- [69] Young, K.-K.D., "Design of variable structure model-following control systems", IEEE Trans. Auto. Contr., Vol. 23, pp. 1079-1085, 1978.
- [70] Zinober, A.S.I., "Relay control of plants subject to parameter uncertainty", Doctoral Thesis, University of Cambridge, U.K., 1974.
- [71] Zinober, A.S.I., "Adaptive relay control of second-order systems", Int. J. Contr., Vol. 21, pp. 81-98, 1975.
- [72] Zinober, A.S.I., O.M.E. El-Ghezaoui, and S.A. Billings, "Variable structure control of adaptive model following systems", Proc. IEE Conf. on control and its Applications, Warwick, U.K., pp. 123-127, 1981.
- [73] Zinober, A.S.I., O.M.E. El-Ghezaoui, and S.A. Billings, "Multivariable variable structure adaptive model-following Control systems", IEE Proc. , Vol. 129, Pt.D, N°1, January 1982.

ANNEXE A-1

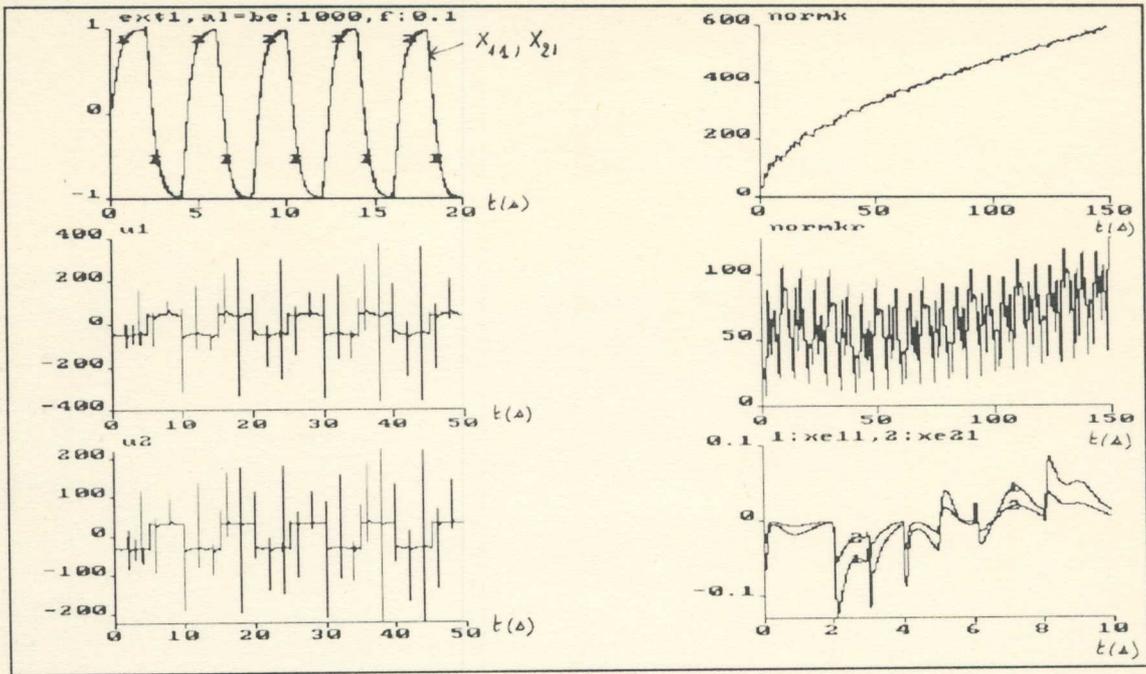


FIGURE 5-22

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ avec $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=\beta=1000$

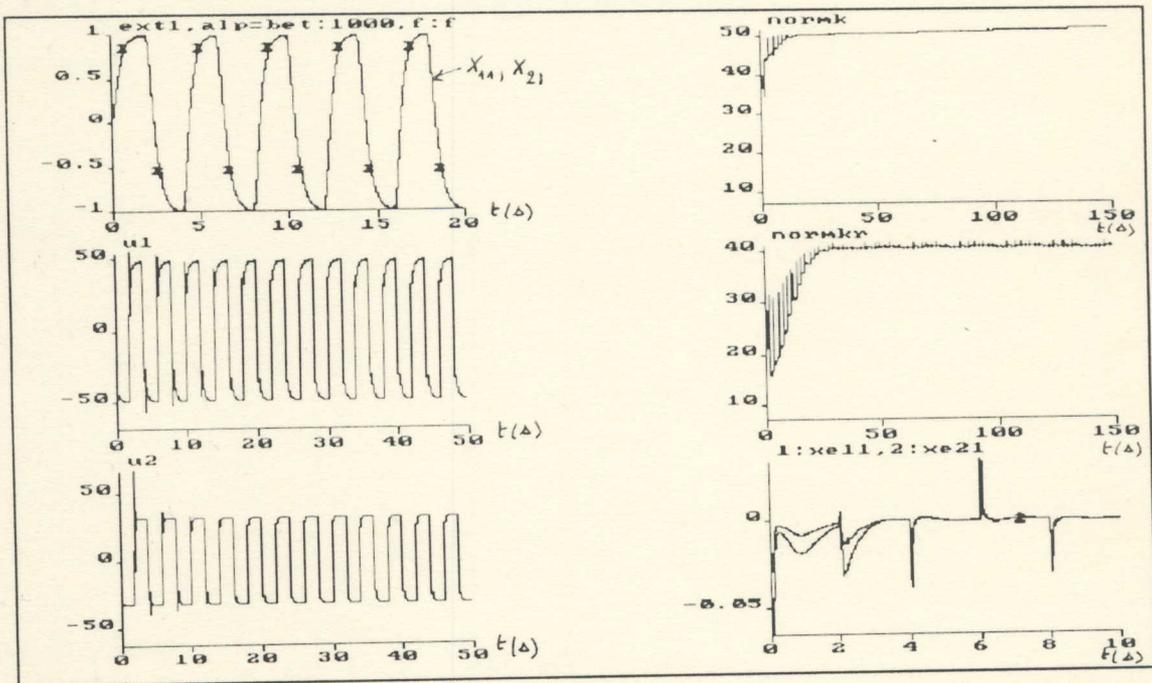


FIGURE 5-23

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ avec $f=f_c$ pour $\alpha=\beta=1000$

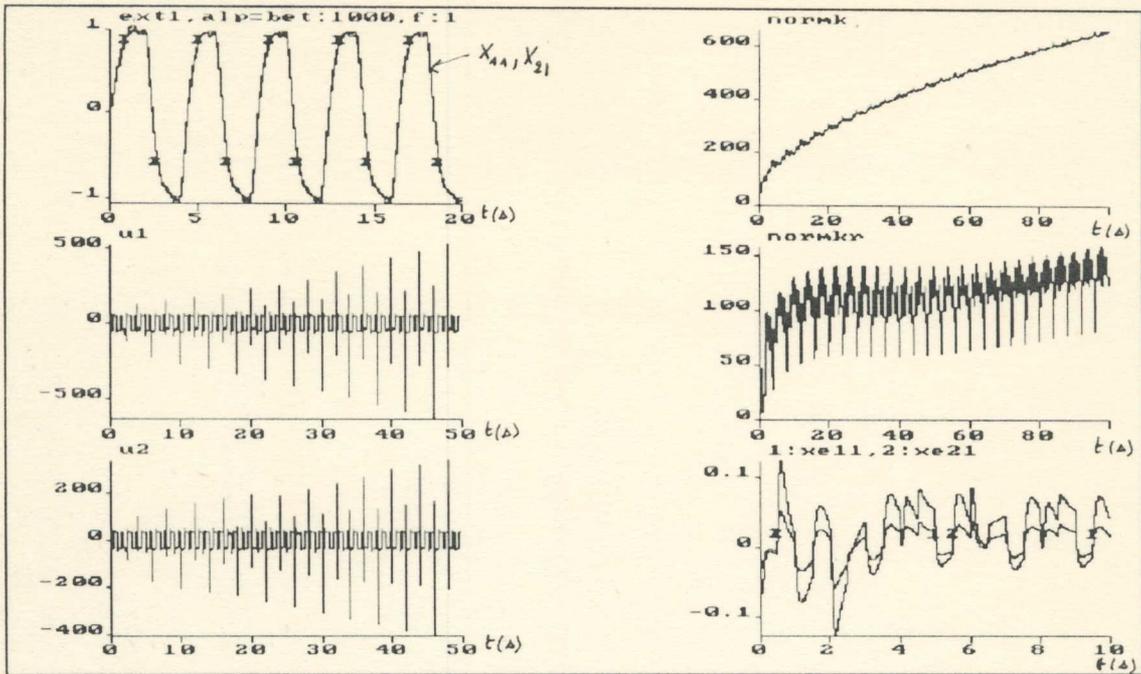


FIGURE 5-24

Commande MRAC avec perturbation extérieure rapide
 d'amplitude $EXT1=100\text{rad/s}^2$ avec $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=\beta=1000$

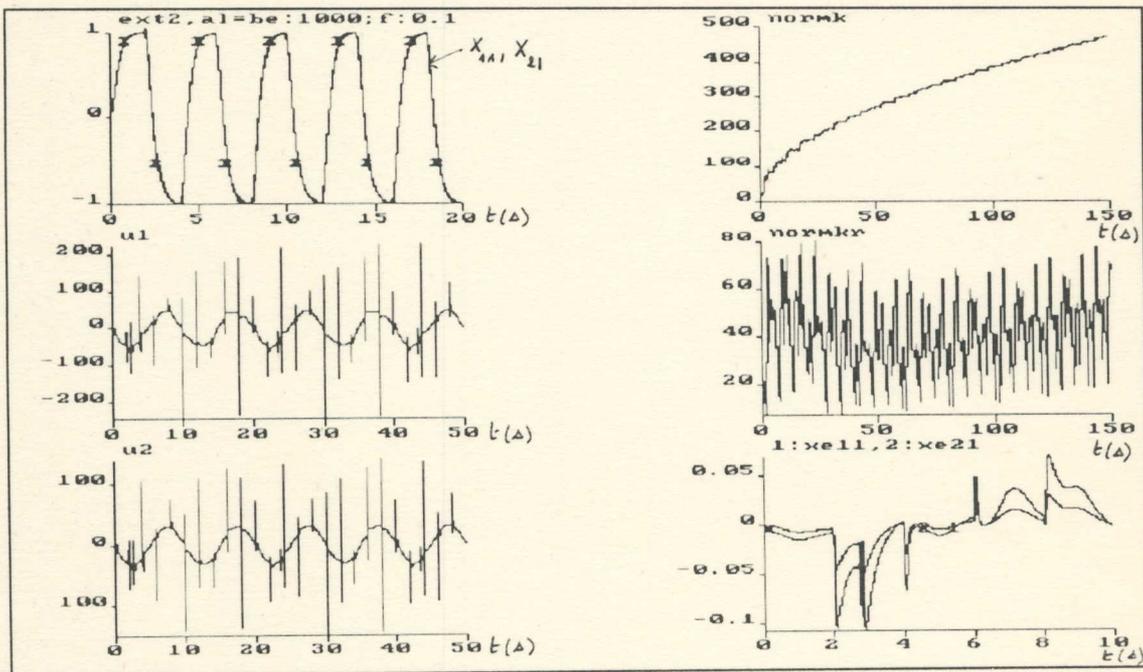


FIGURE 5-25

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ avec $f=0.1\text{Hz}$ pour $\alpha=\beta=1000$

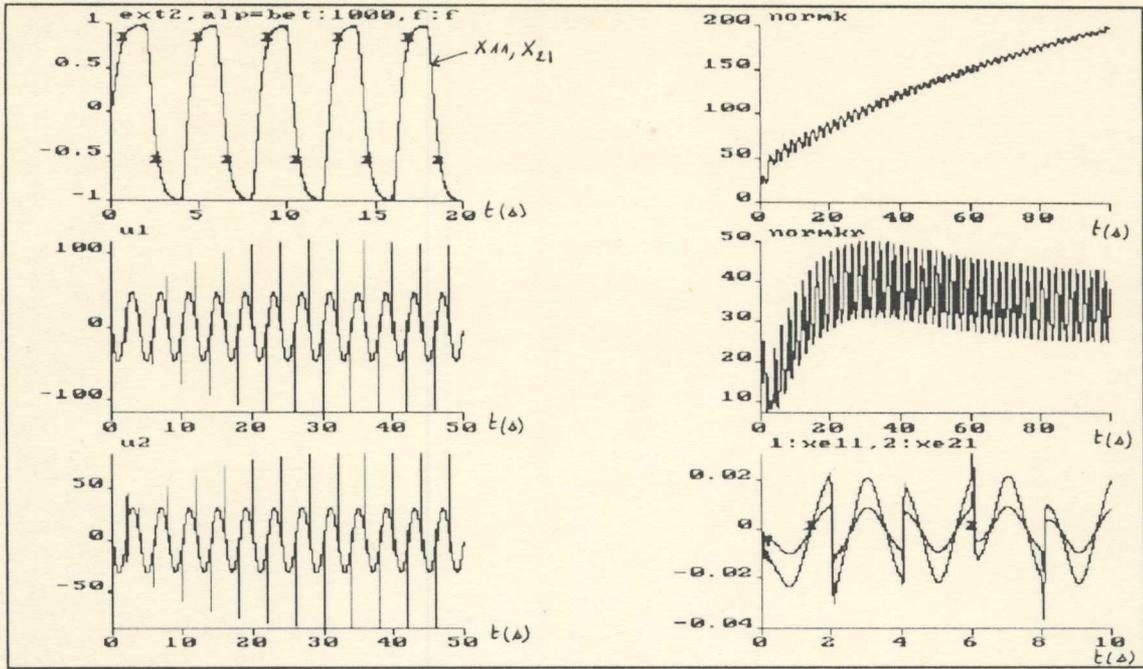


FIGURE 5-26

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ avec $f=f_c$ pour $\alpha=\beta=1000$

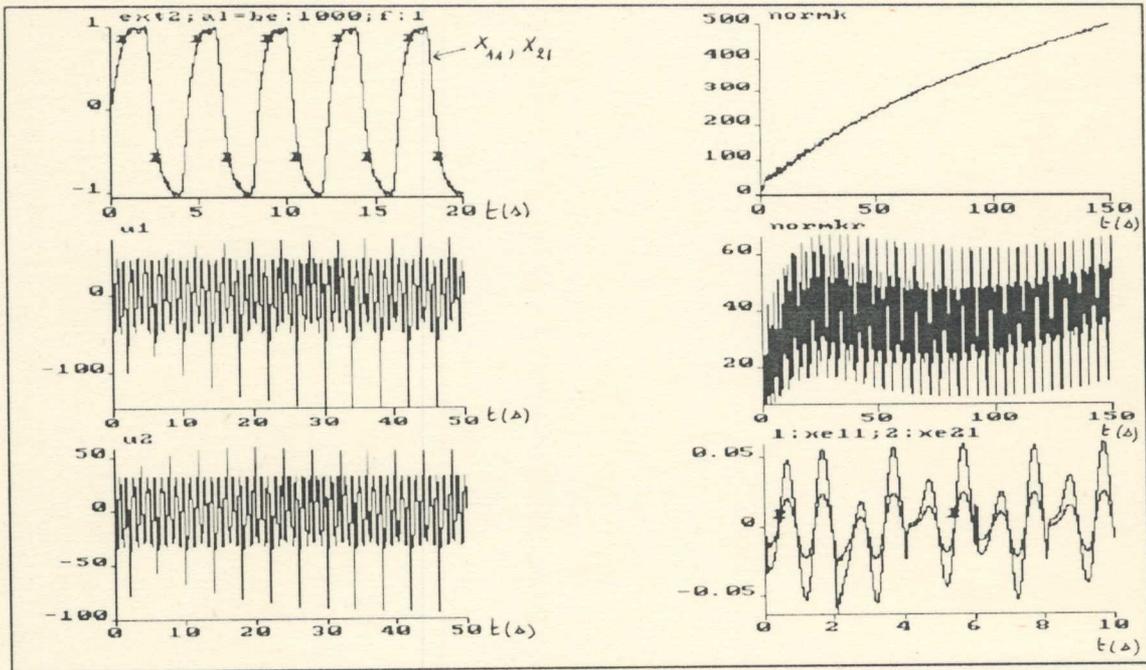


FIGURE 5-27

Commande MRAC avec perturbation extérieure lente
 d'amplitude $EXT2=100\text{rad/s}^2$ avec $f=1\text{Hz}$ pour $\alpha=\beta=1000$

ANNEXE A-2

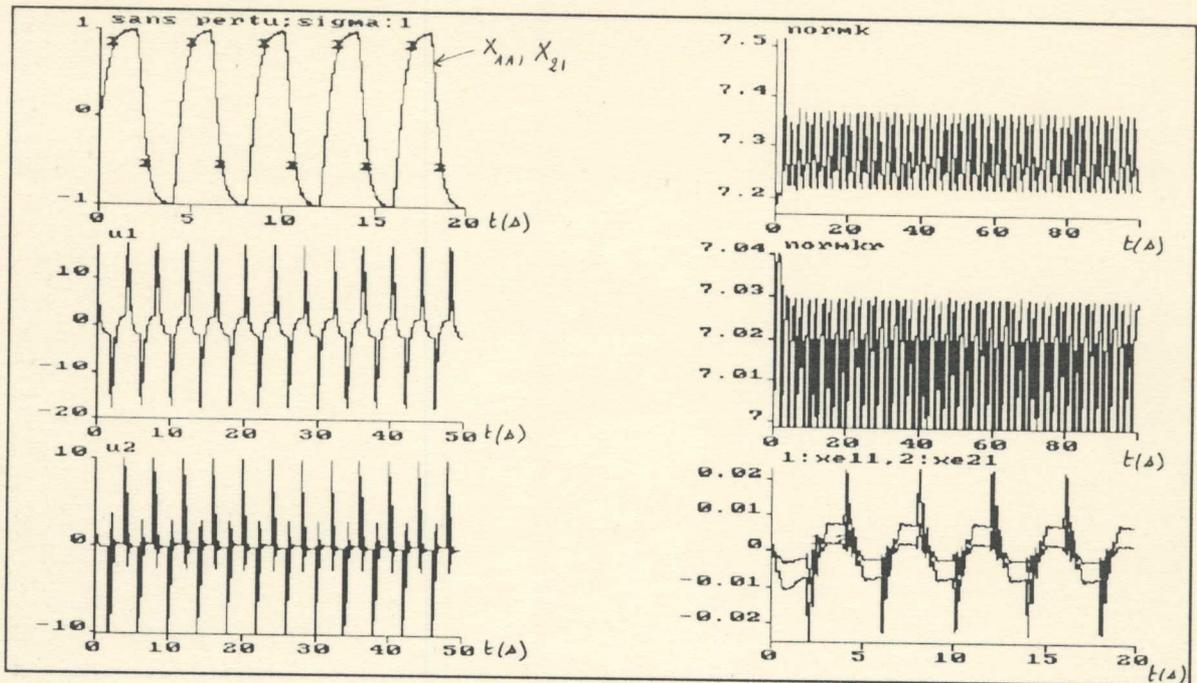


FIGURE 8-1

Commande MRAC avec modification σ , sans aucune perturbation extérieure ou variation interne, pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

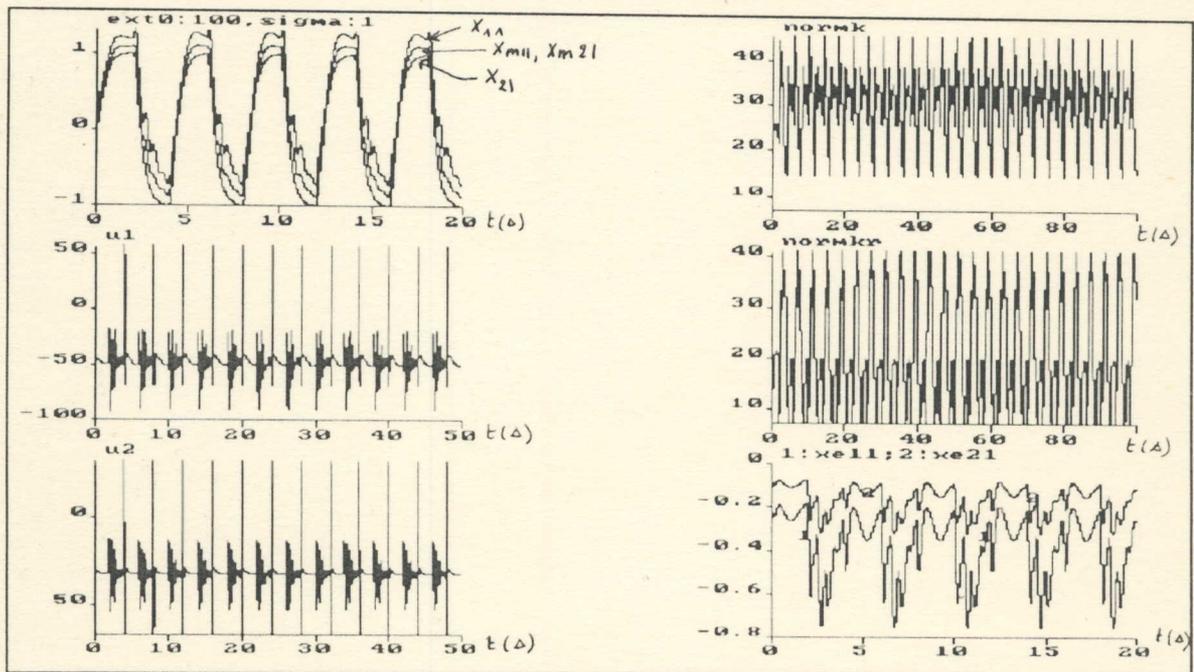


FIGURE 8-2

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure constante $EXT0=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

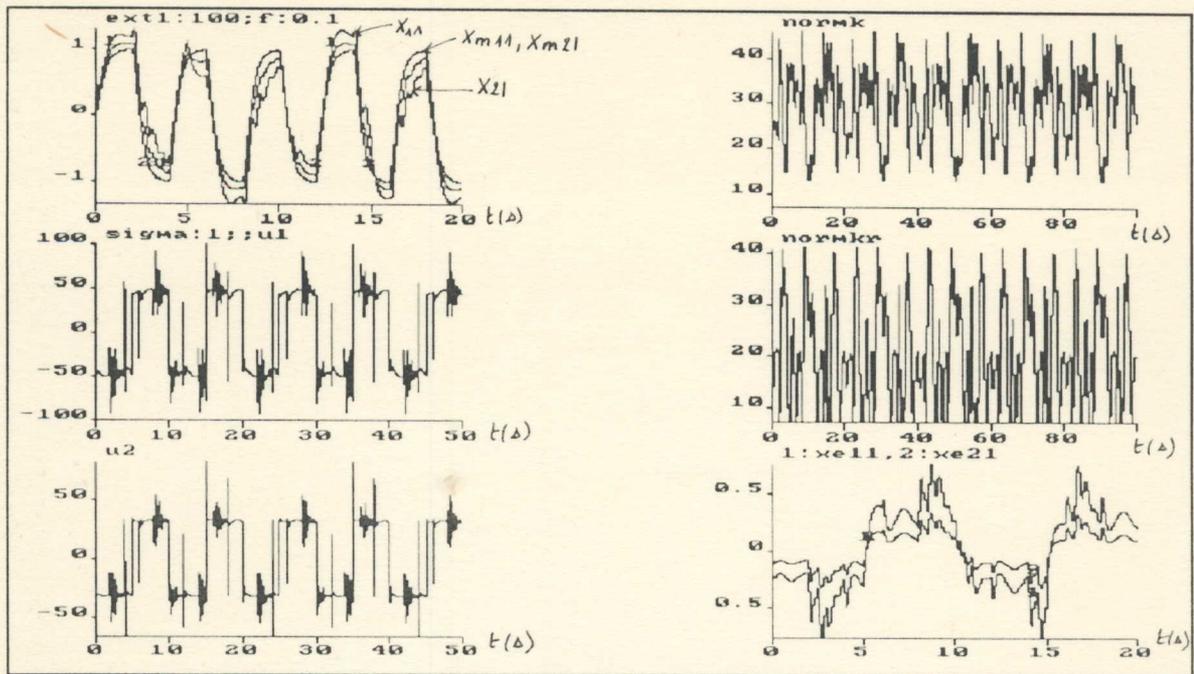


FIGURE 8-3

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide
 $EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

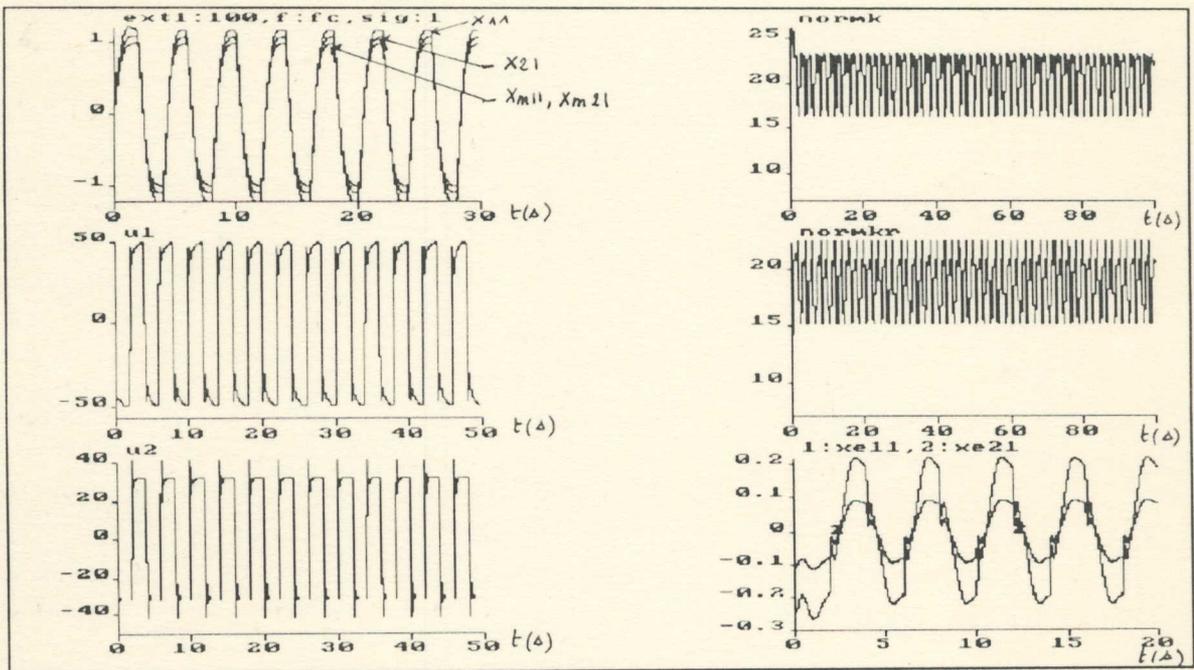


FIGURE 8-4

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide
 $EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

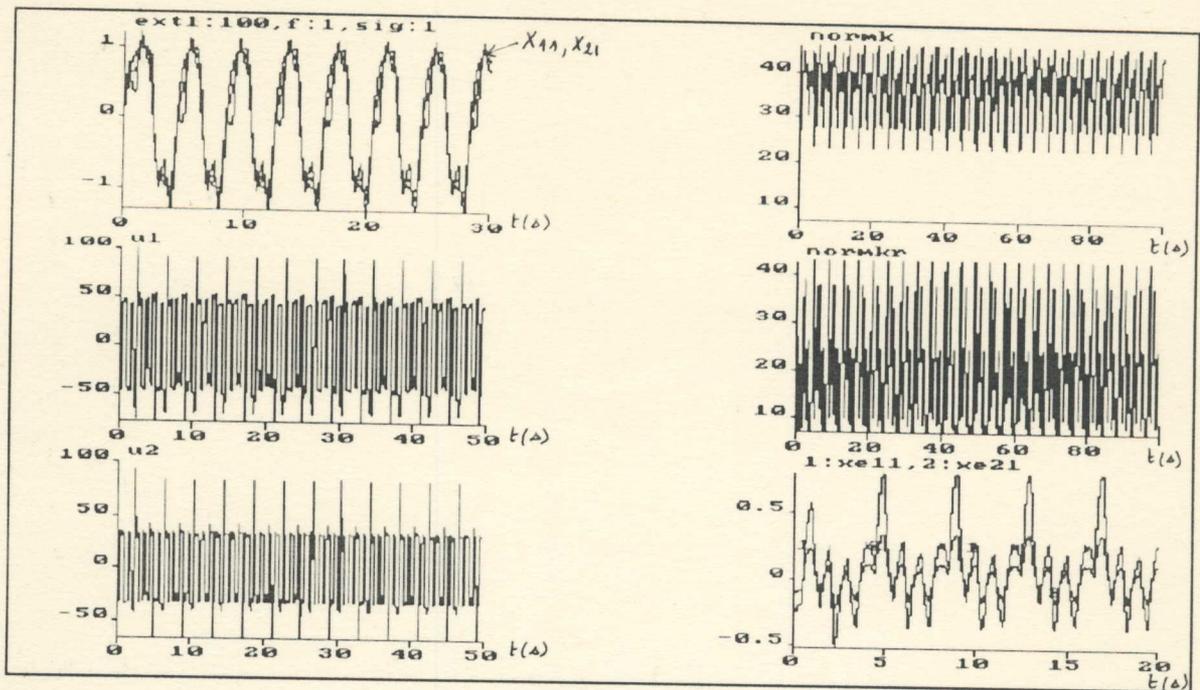


FIGURE 8-5

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

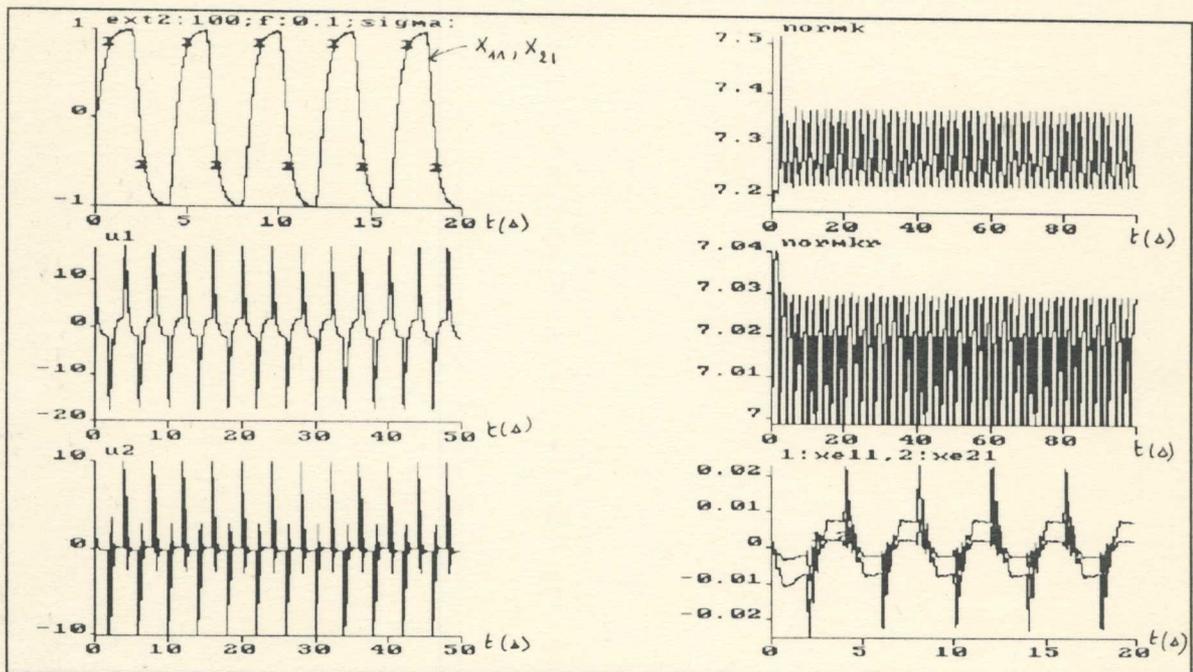


FIGURE 8-6

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

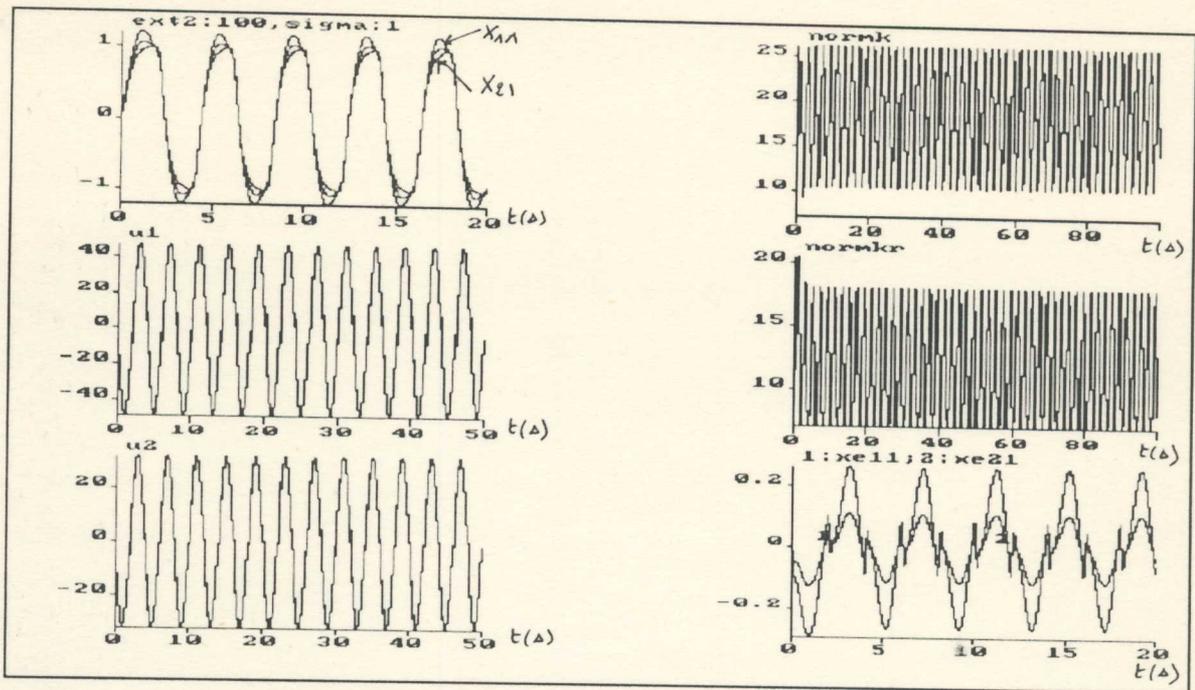


FIGURE 8-7

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

EXT2=100rad/s², f=fc pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

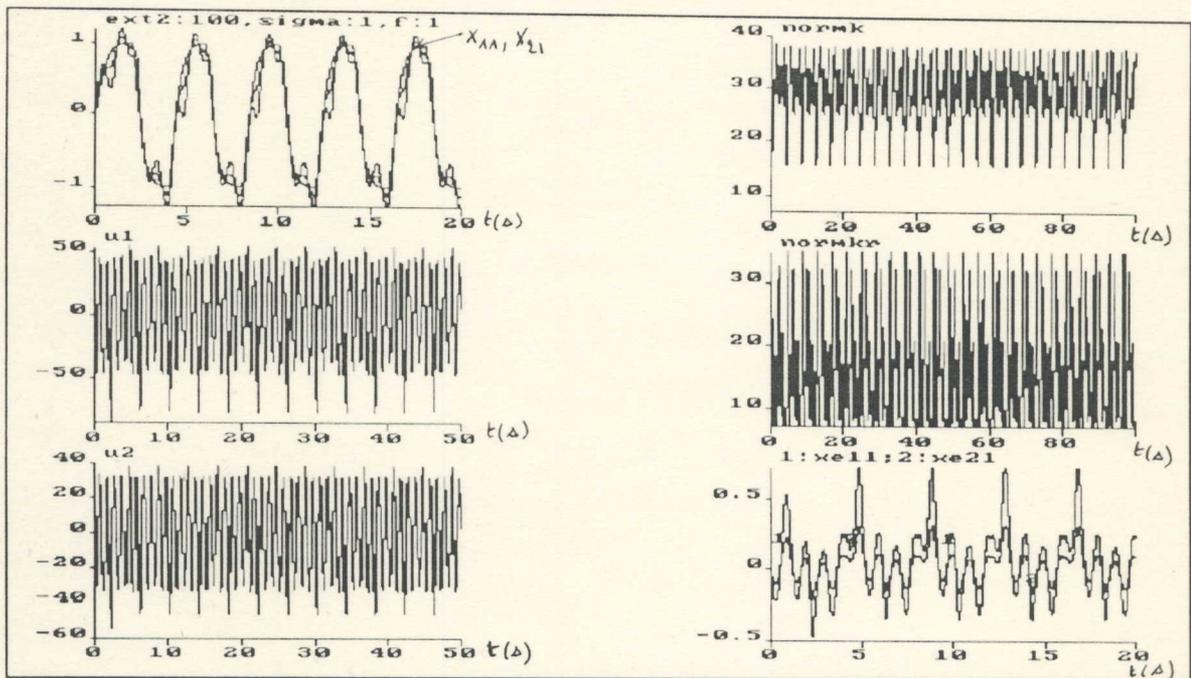


FIGURE 8-8

Commande MRAC avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

EXT2=100rad/s², f=1Hz pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

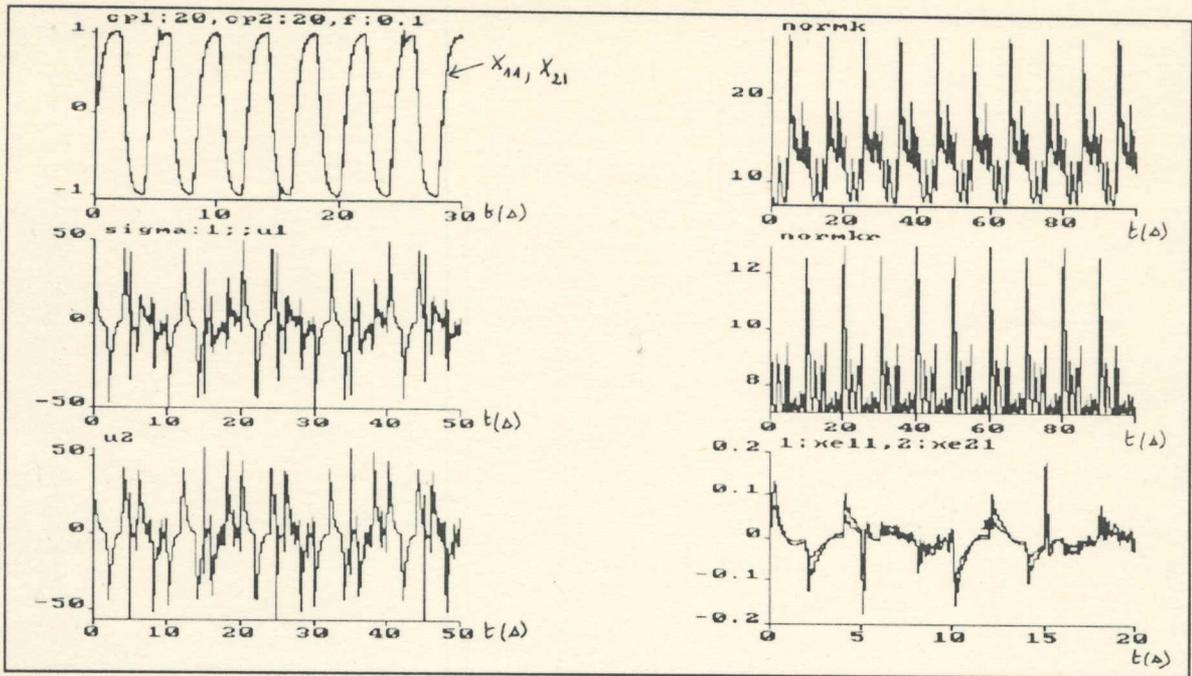


FIGURE 8-9

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

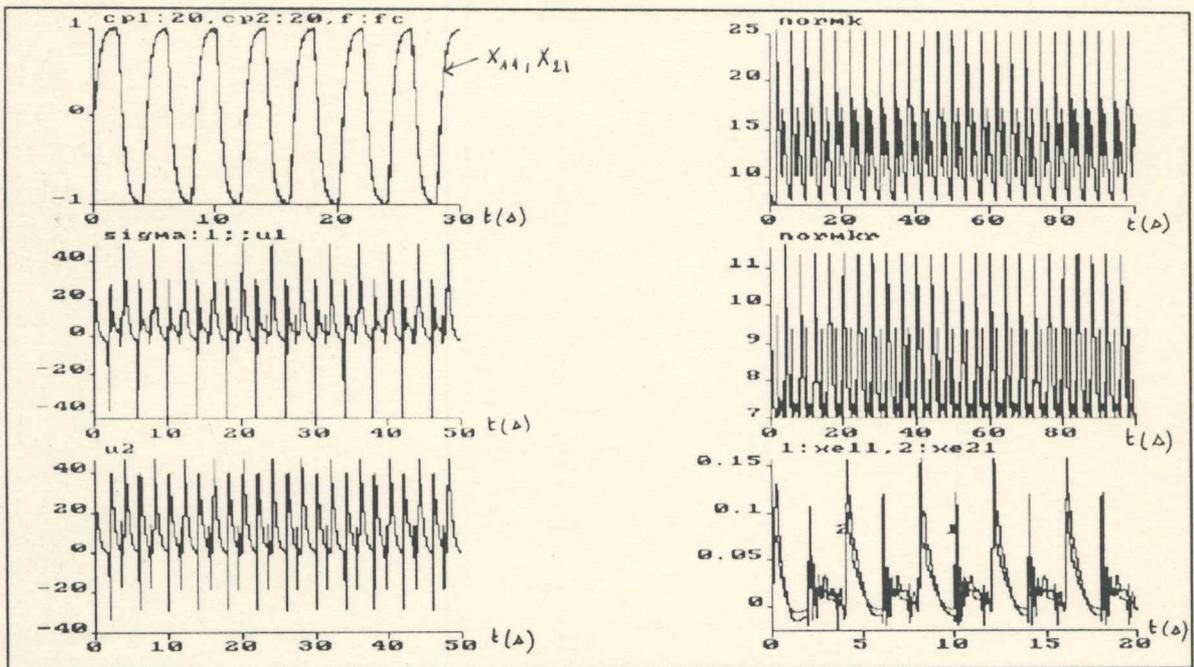


FIGURE 8-10

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

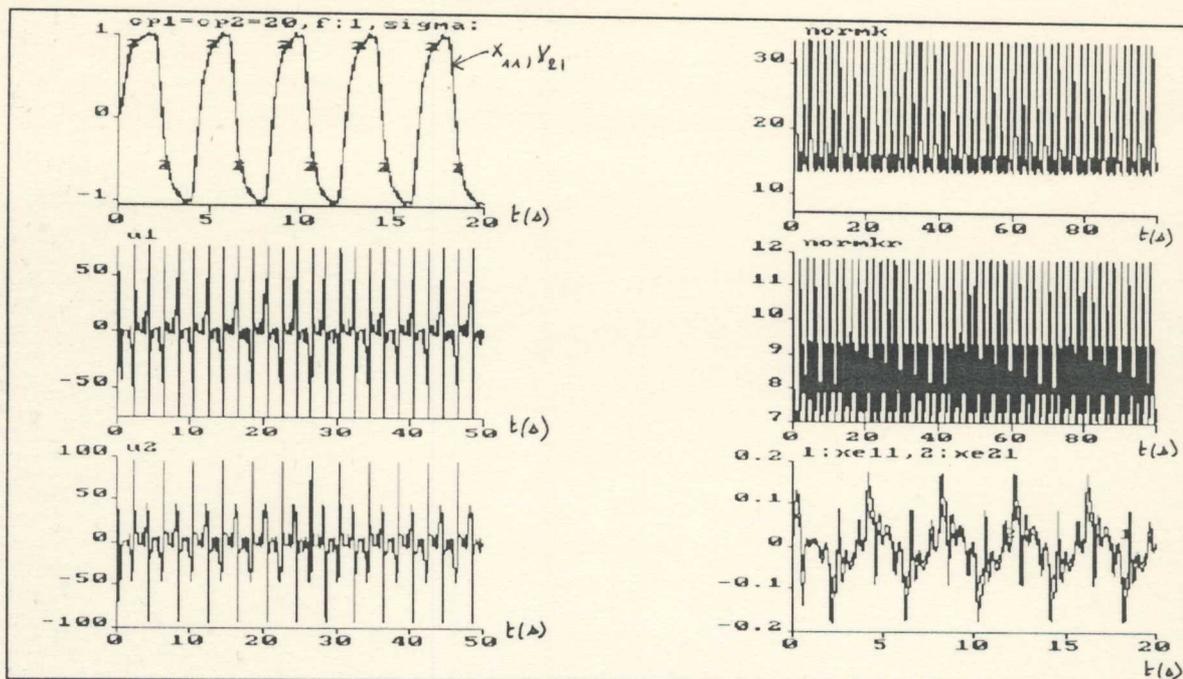


FIGURE 8-11

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide des frictions

CP1=20Nms, CP2=20Nms, f=1Hz pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

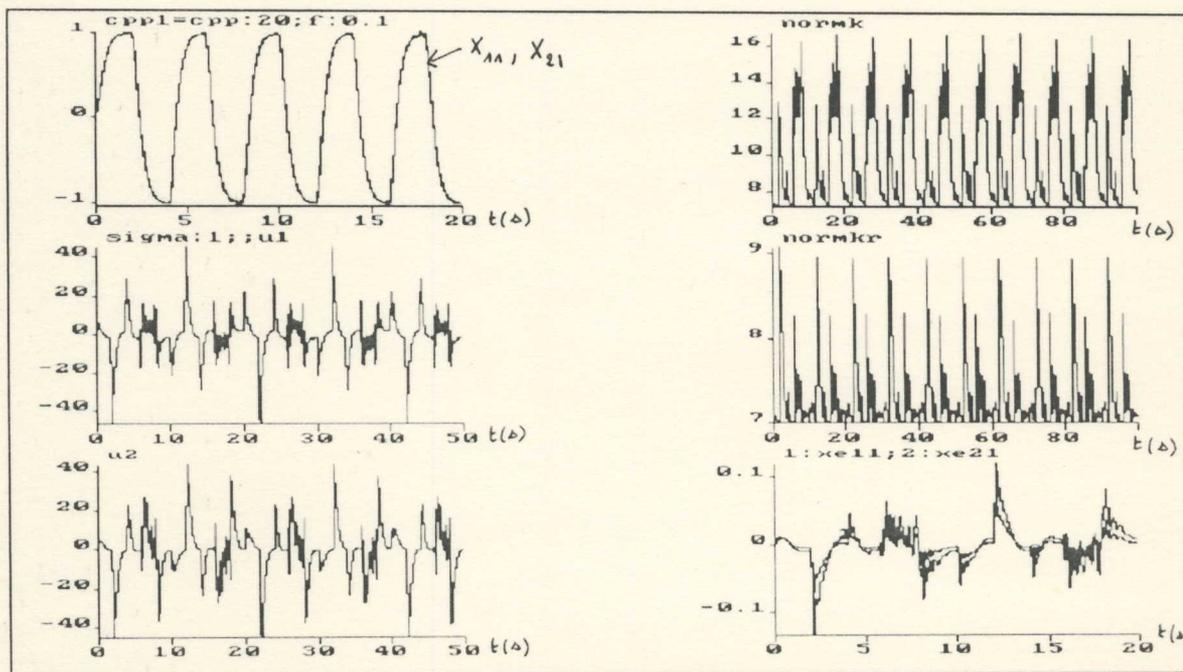


FIGURE 8-12

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=0.1Hz pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

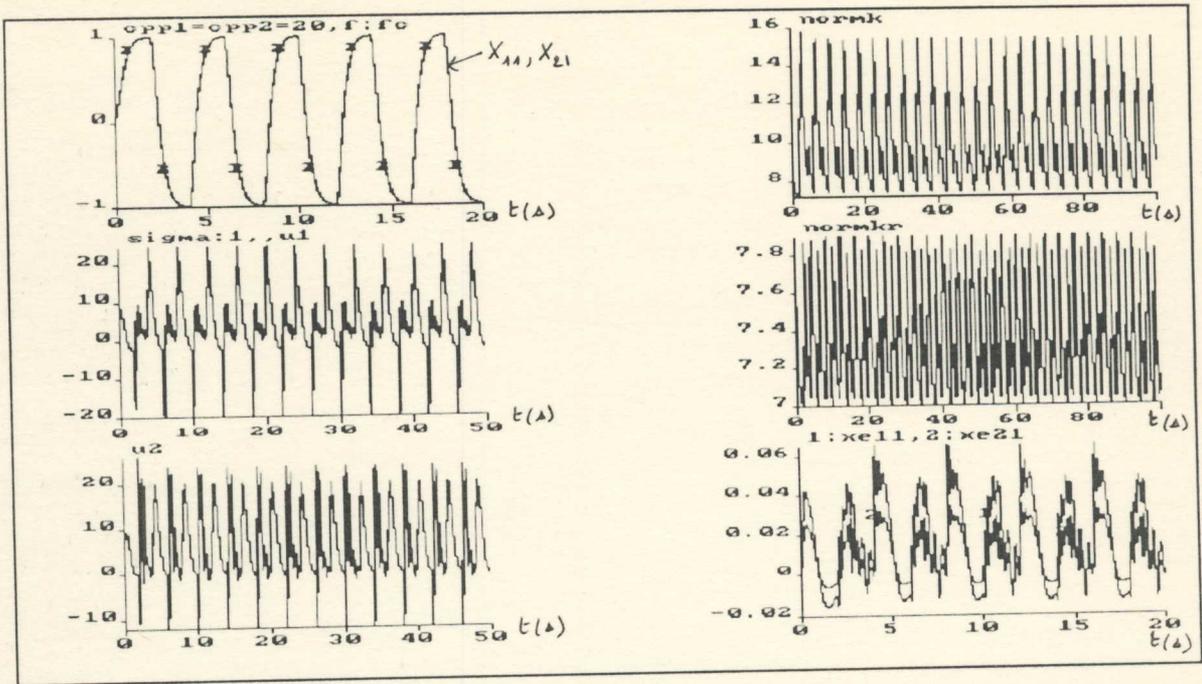


FIGURE 8-13

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=fc pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

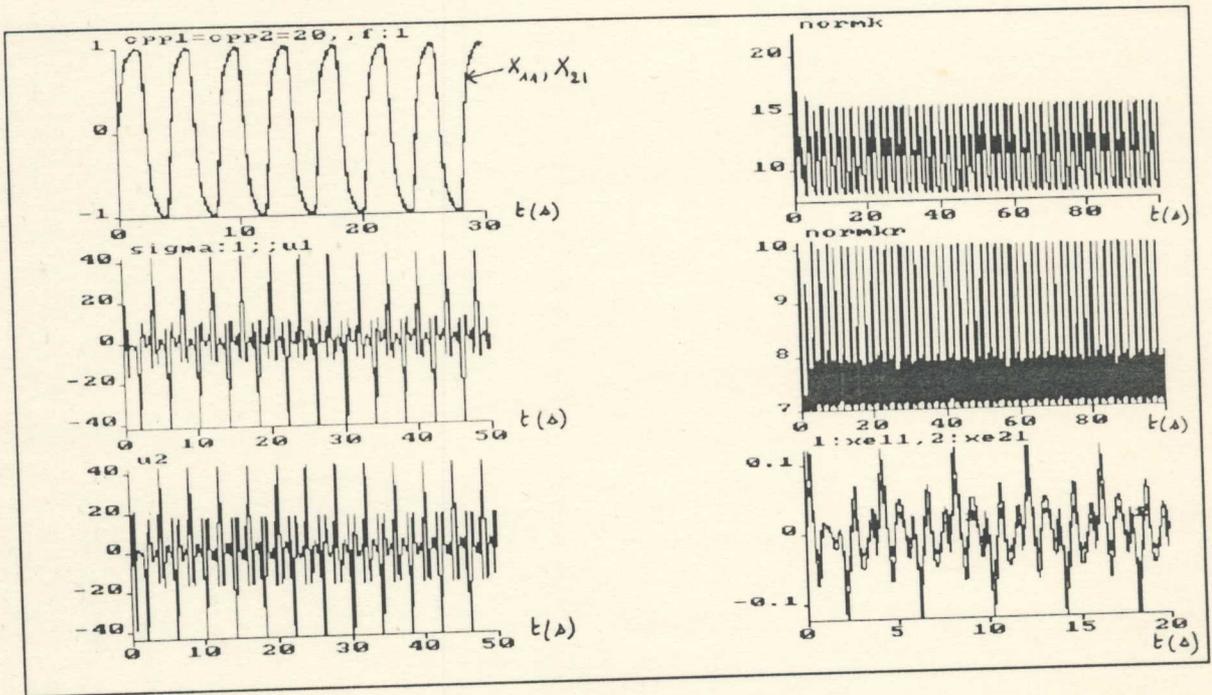


FIGURE 8-14

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, f=1Hz pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

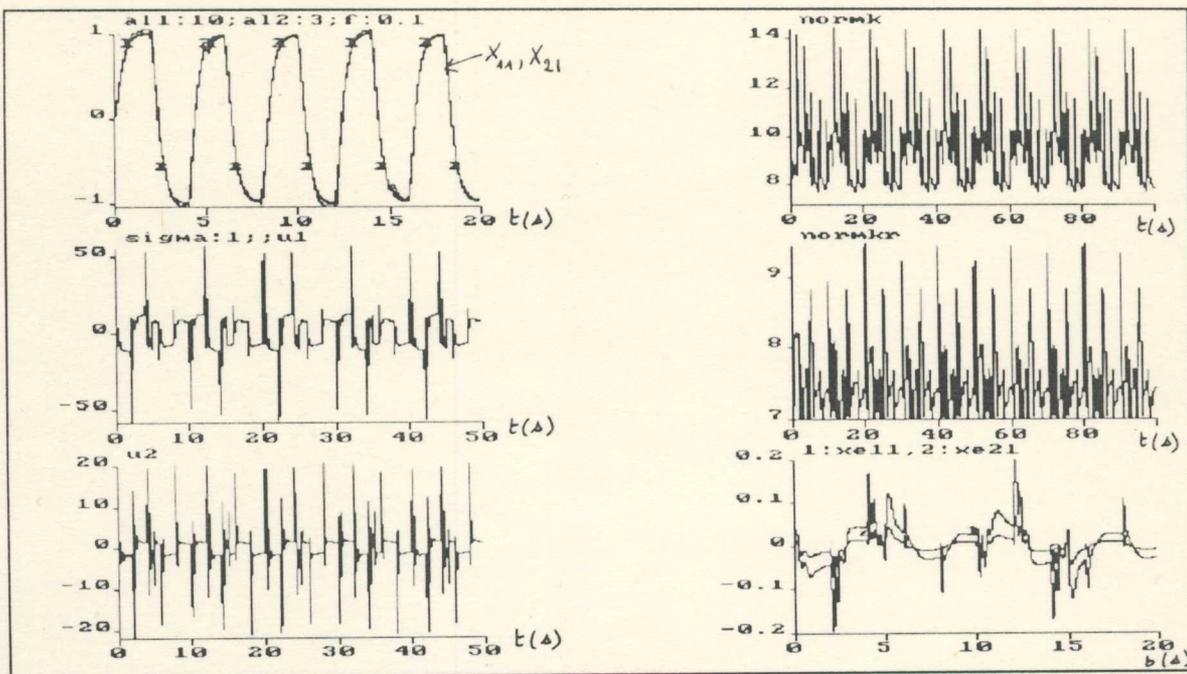


FIGURE 8-15

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

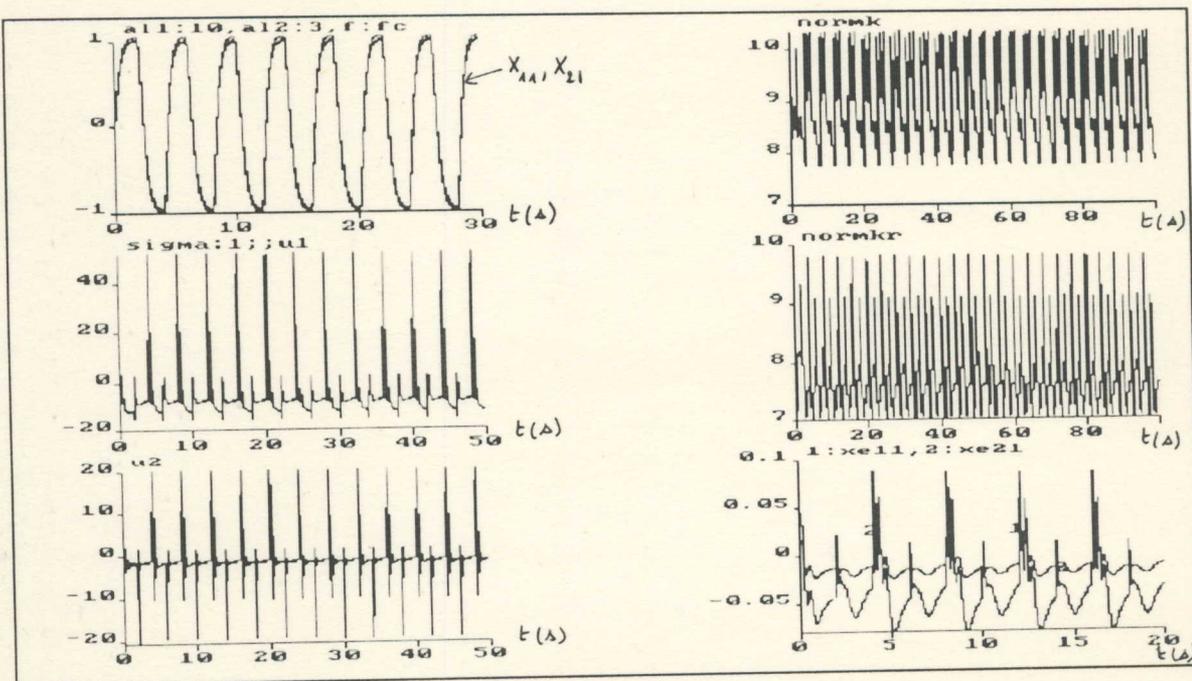


FIGURE 8-16

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

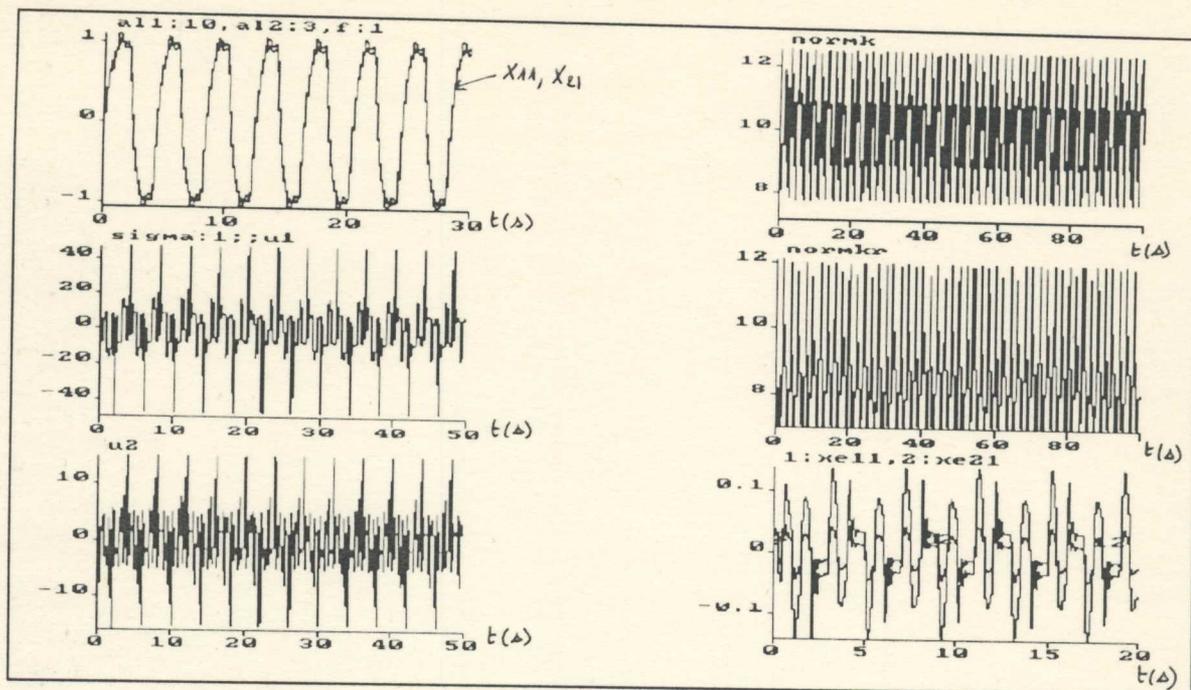


FIGURE 8-17

Commande MRAC avec modification σ , avec variation rapide sur la masse
 $AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

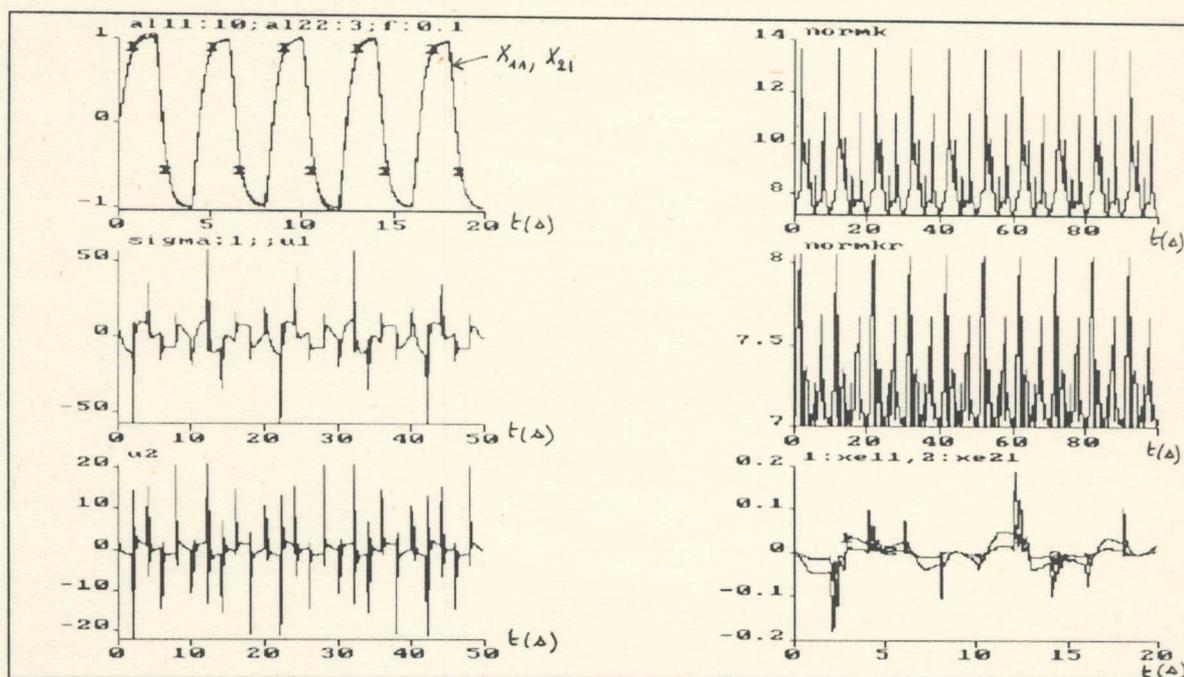


FIGURE 8-18

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse
 $AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

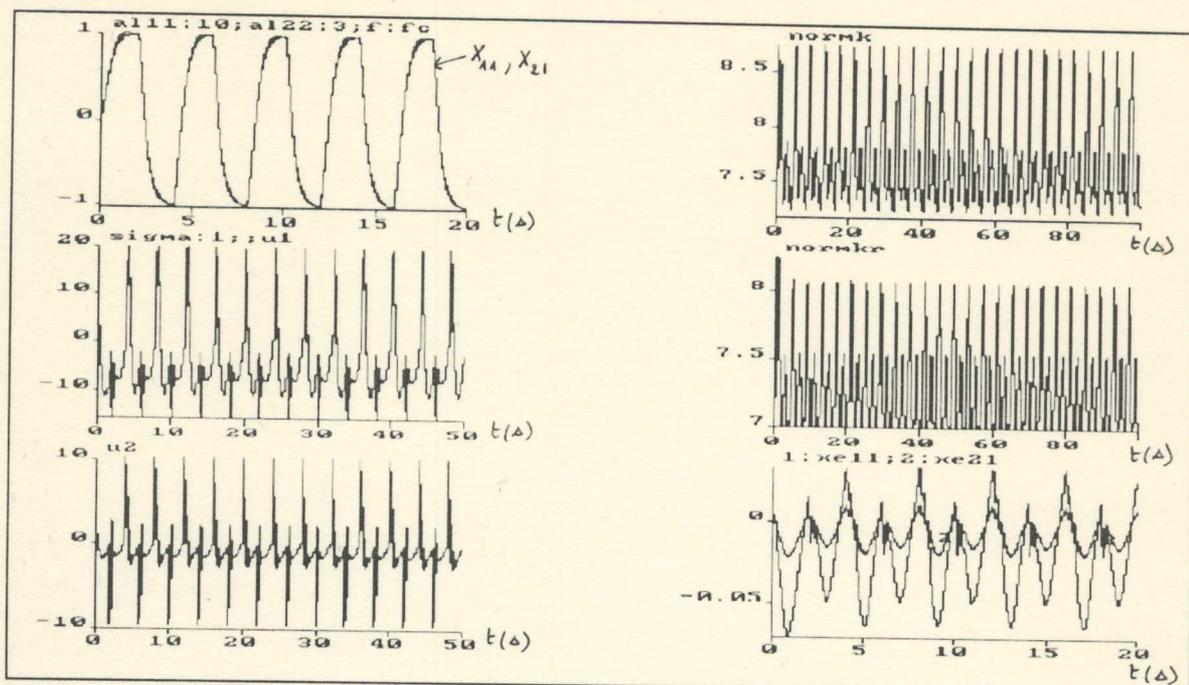


FIGURE 8-19

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

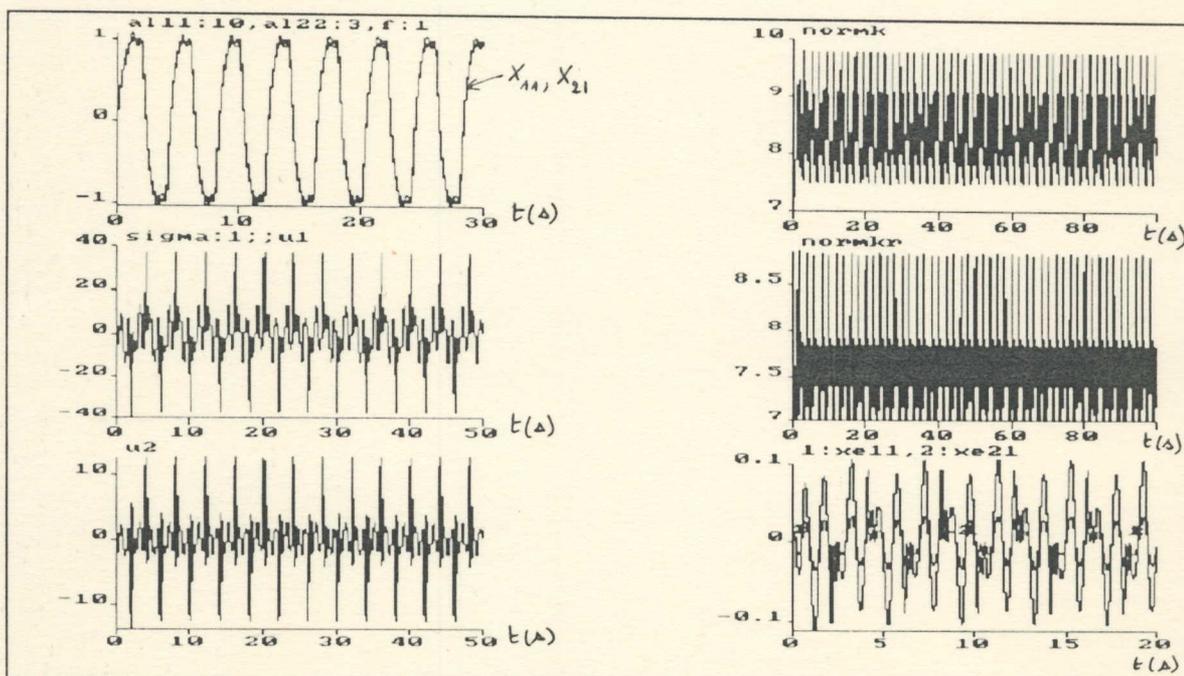


FIGURE 8-20

Commande MRAC avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

ANNEXE A-3

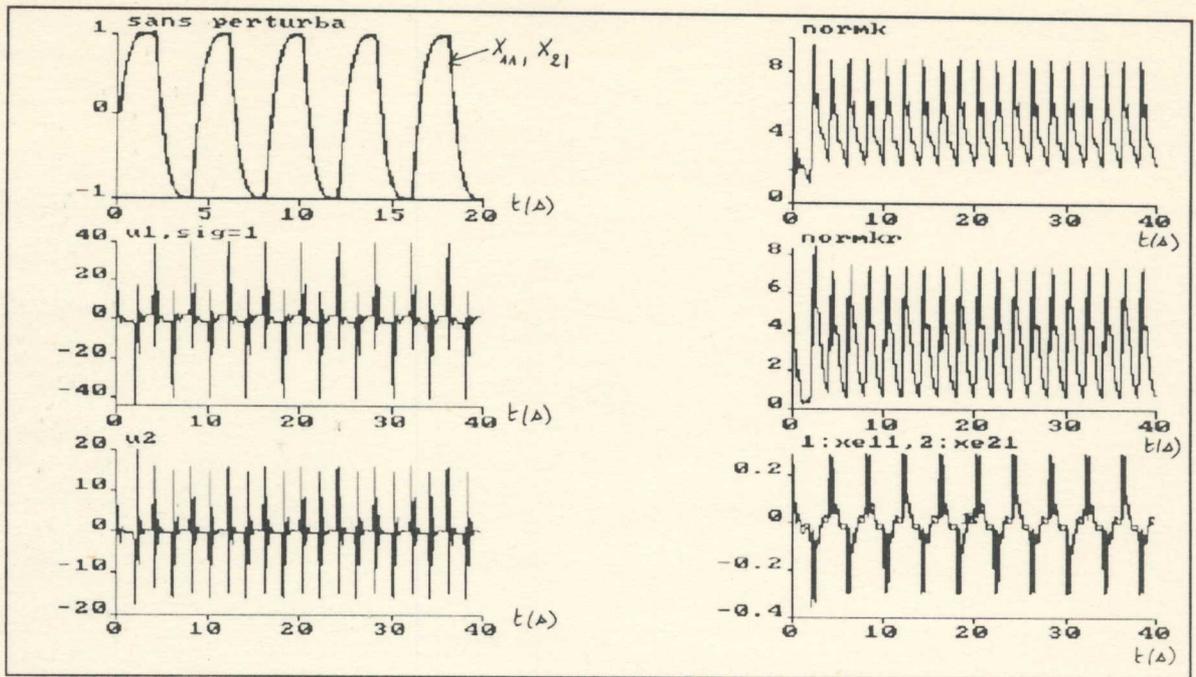


FIGURE 10-1

Commande MCS avec modification σ , sans aucune perturbation extérieure
ou variation interne pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

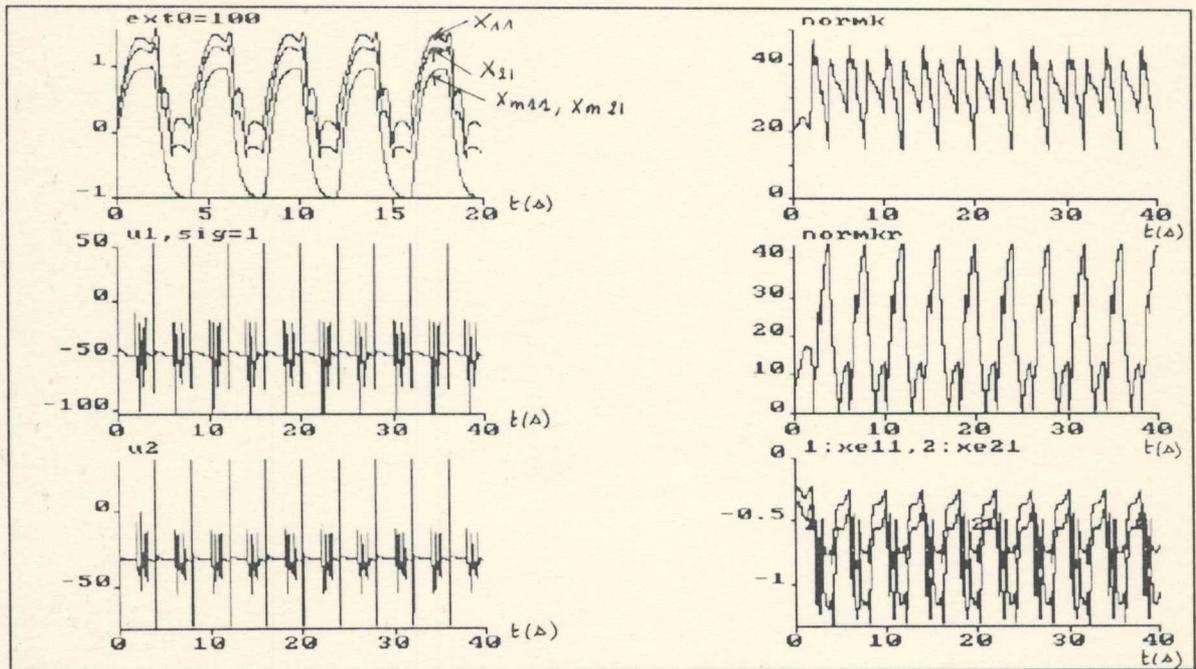


FIGURE 10-2

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure constante
 $\text{EXT0}=100\text{rad/s}^2$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

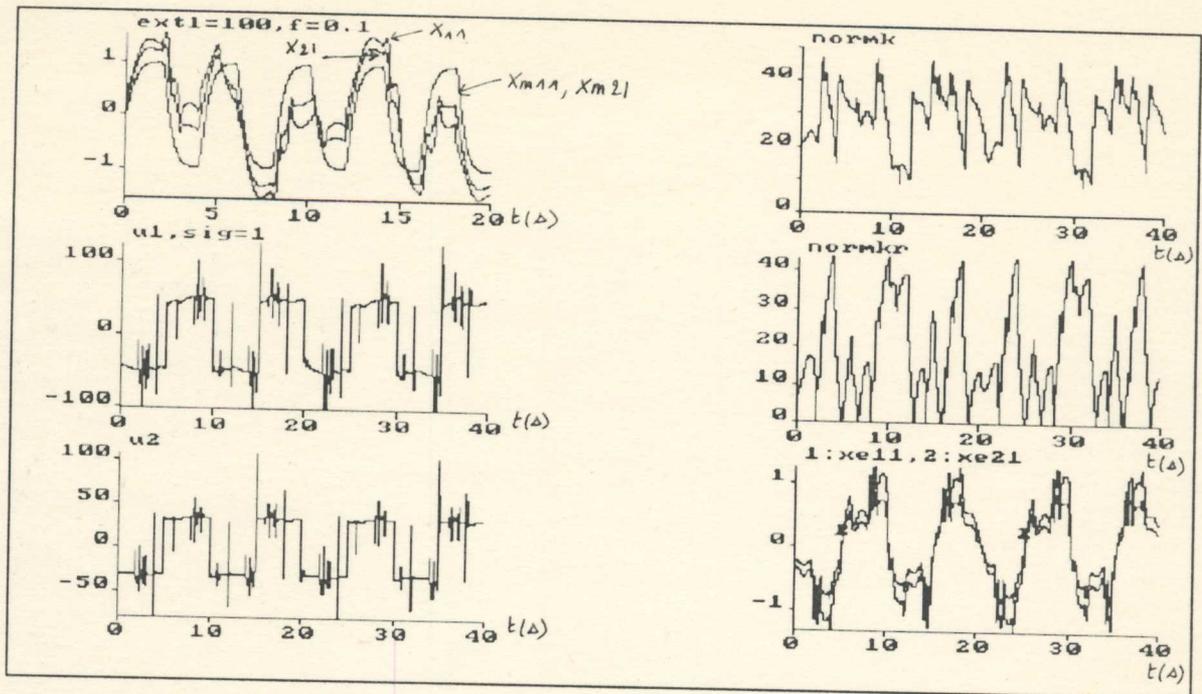


FIGURE 10-3

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

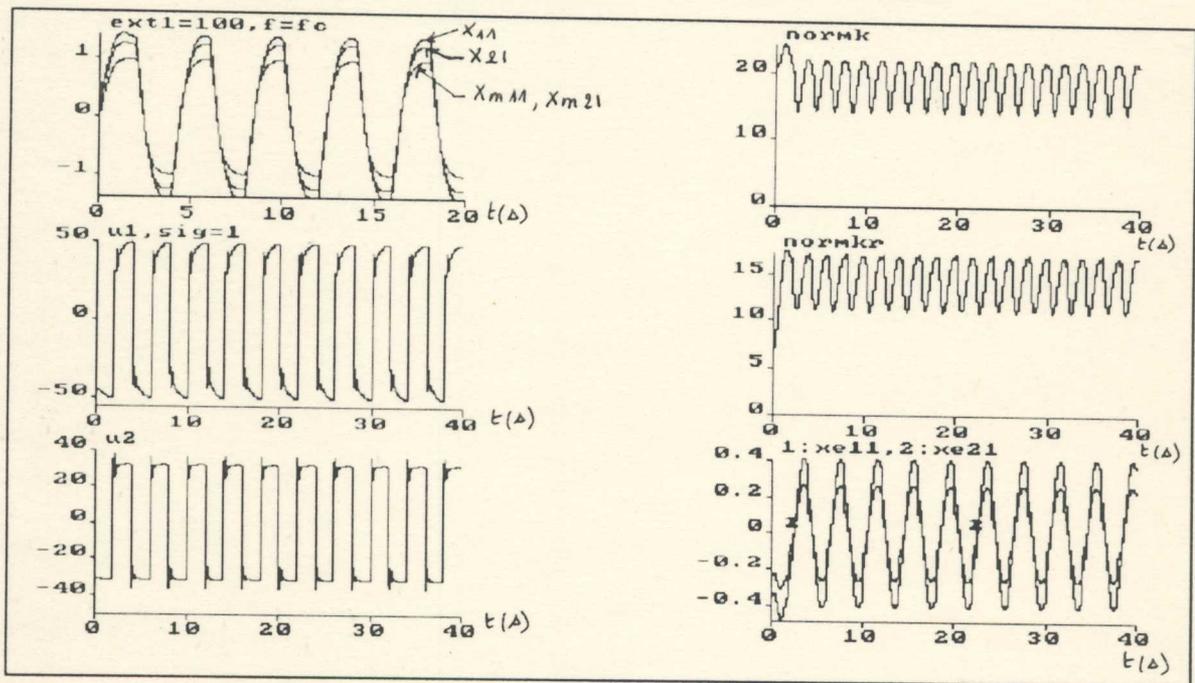


FIGURE 10-4

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

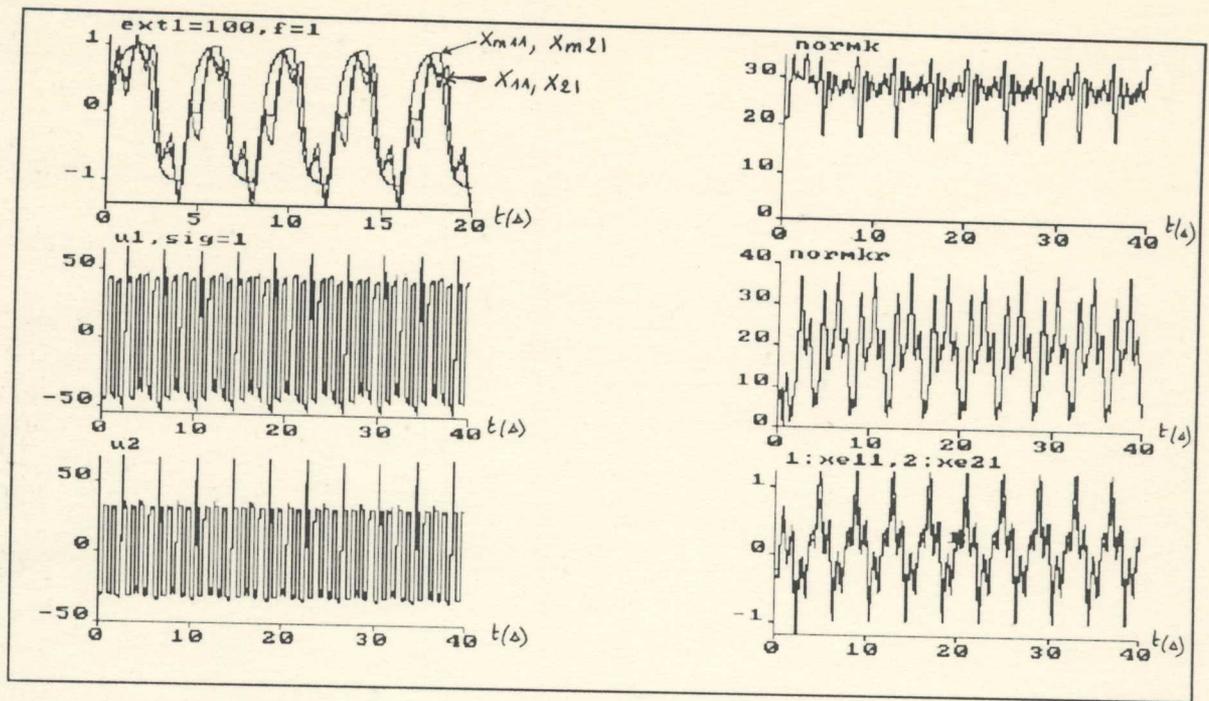


FIGURE 10-5

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure rapide

$EXT1=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

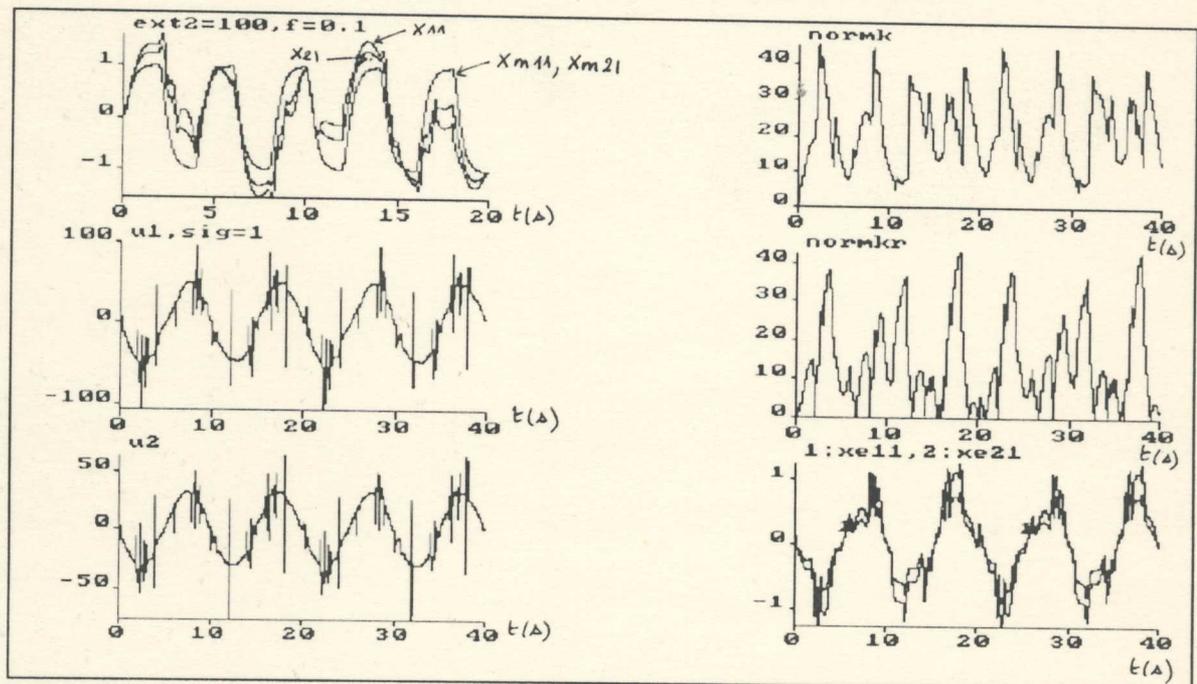


FIGURE 10-6

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

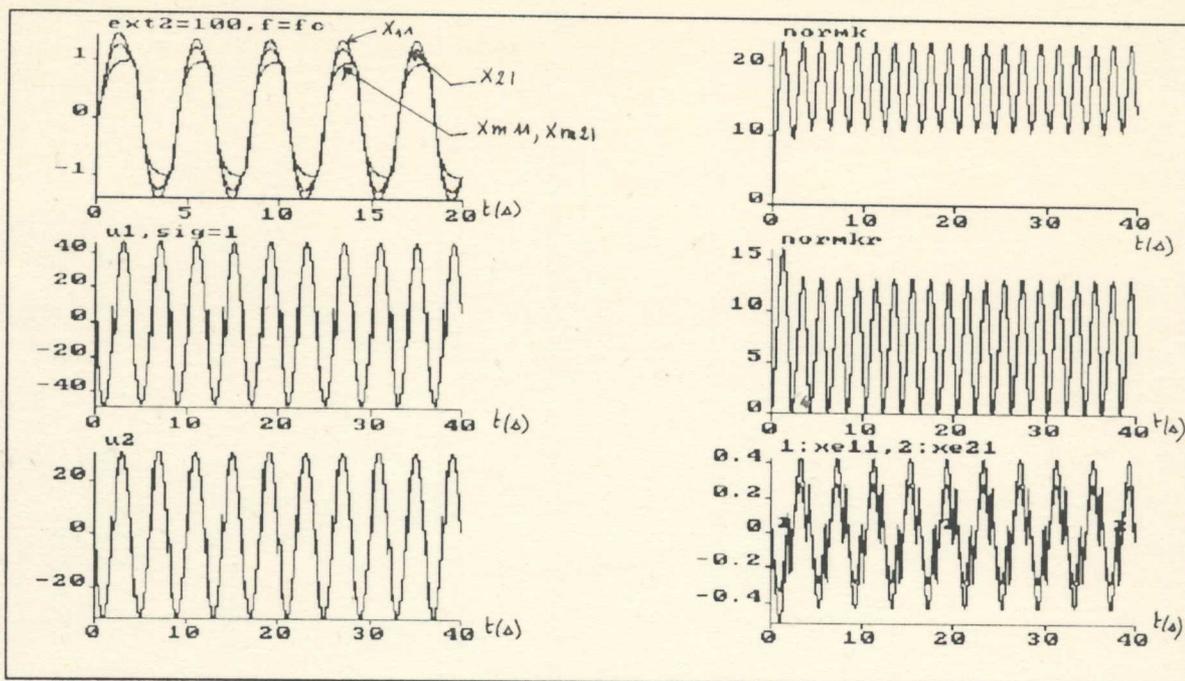


FIGURE 10-7

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

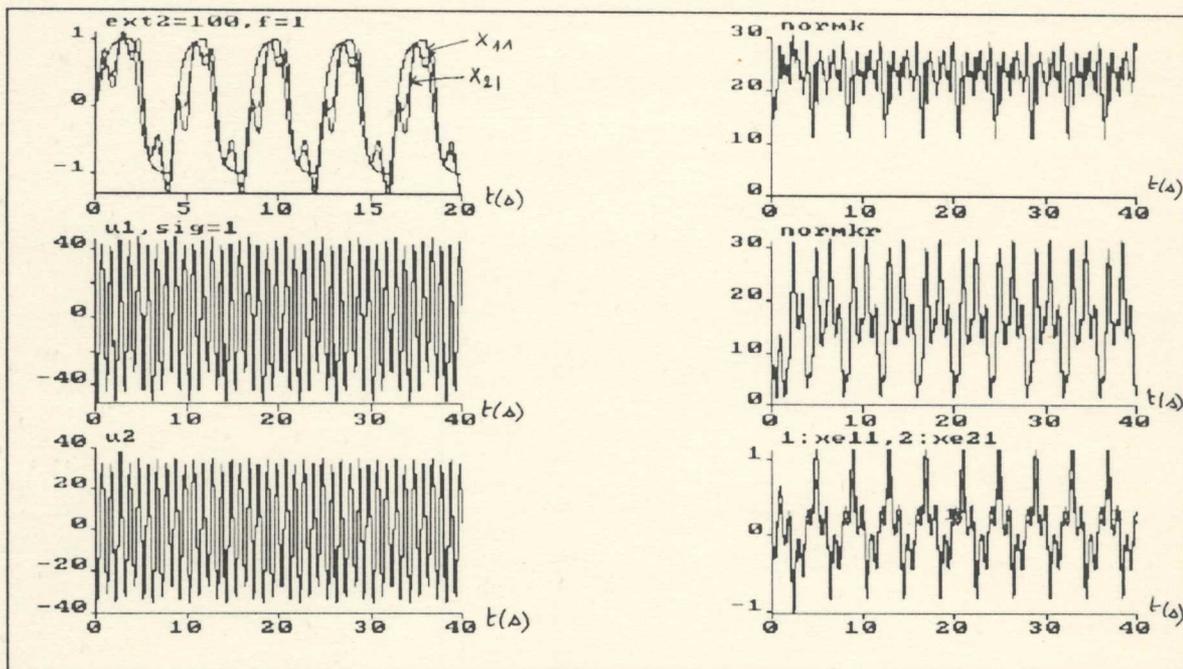


FIGURE 10-8

Commande MCS avec modification σ , avec perturbation extérieure lente

$EXT2=100\text{rad/s}^2$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

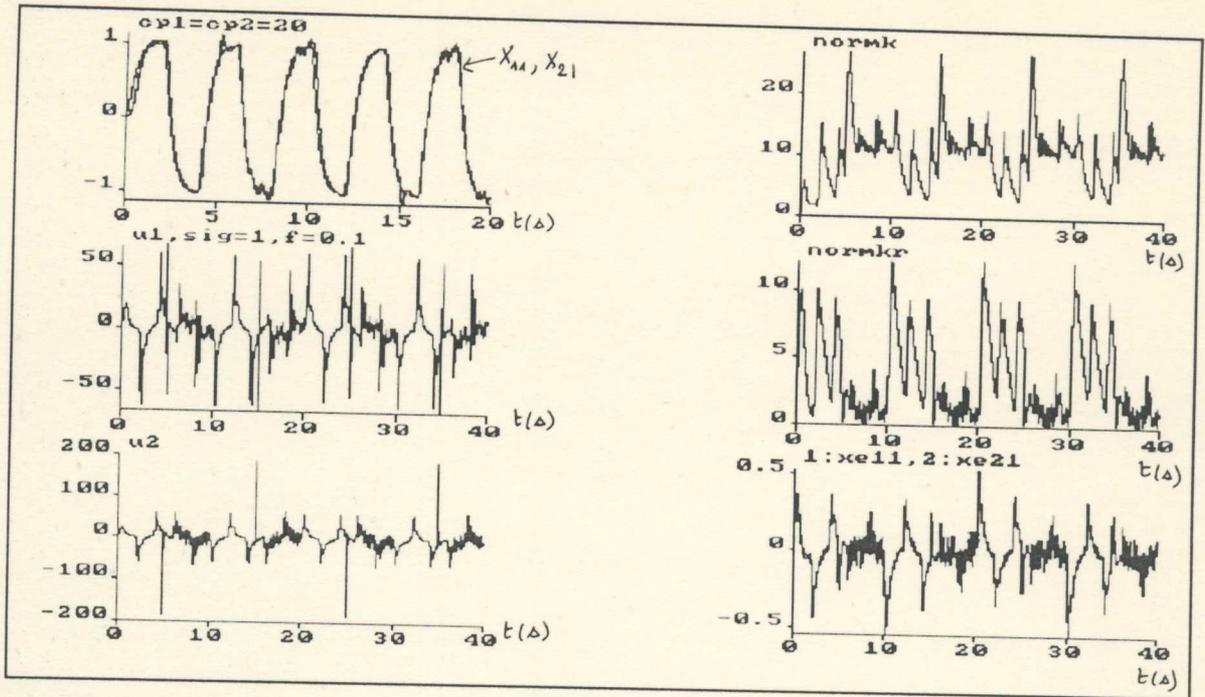


FIGURE 10-9

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms, CP2=20Nms, f=0.1Hz$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

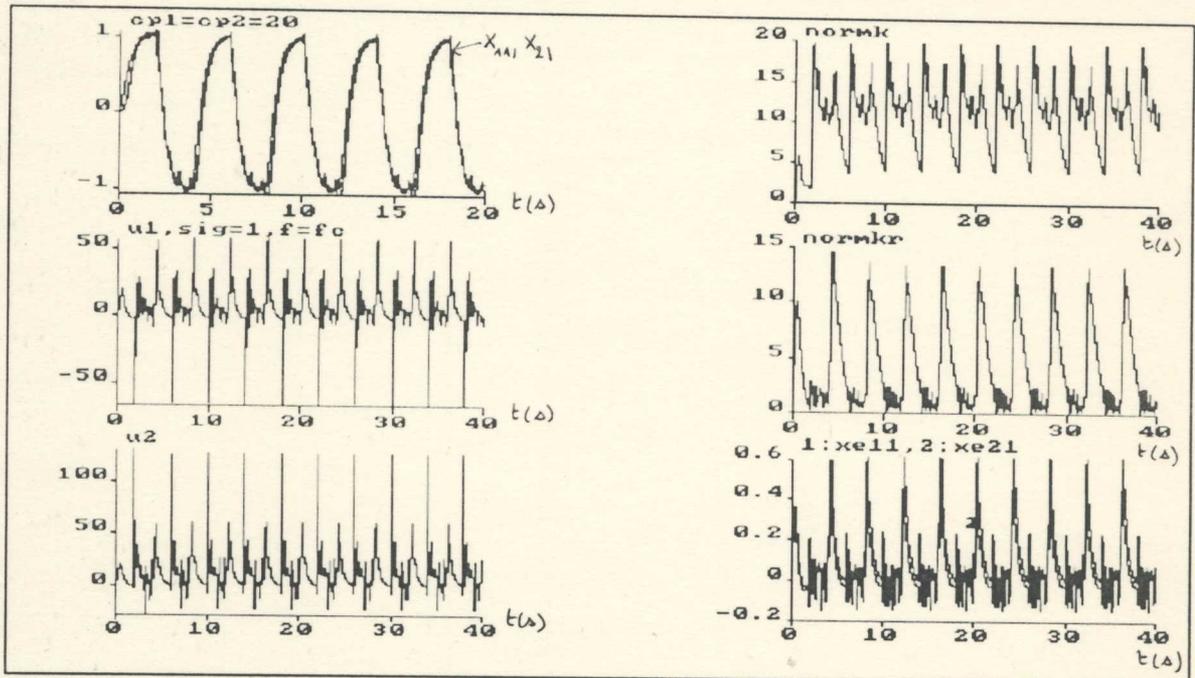


FIGURE 10-10

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms, CP2=20Nms, f=fc$ pour $\sigma=1, \alpha=100$ et $\beta=0$

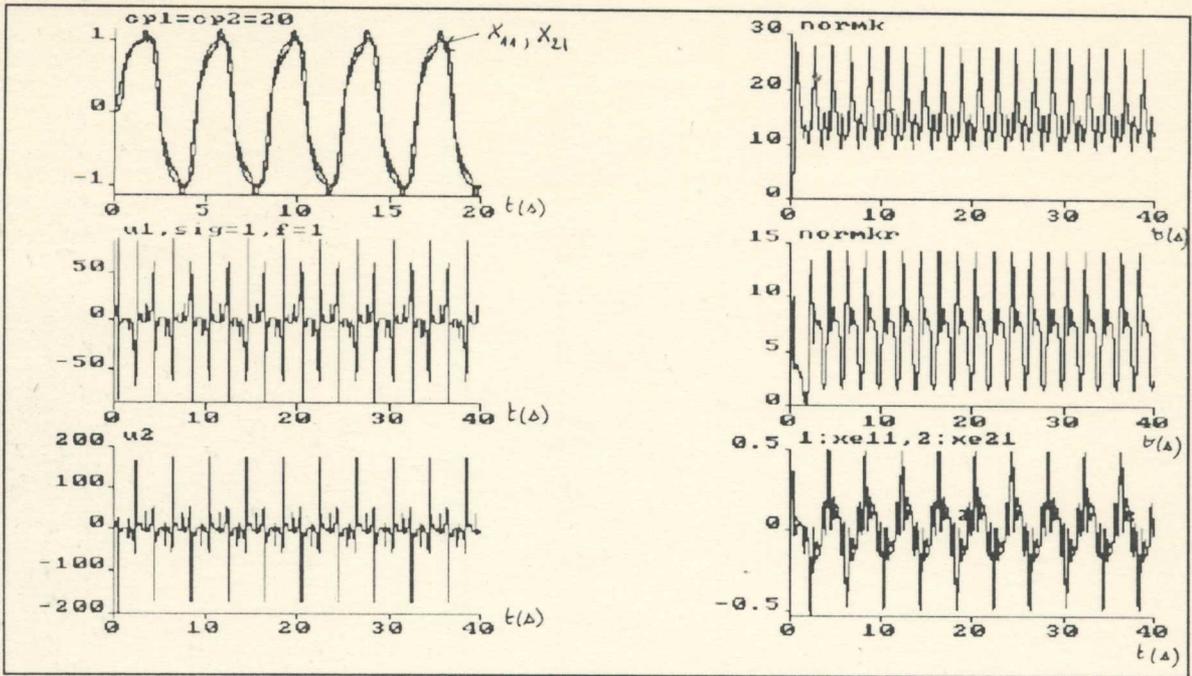


FIGURE 10-11

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide des frictions

$CP1=20Nms$, $CP2=20Nms$, $f=1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

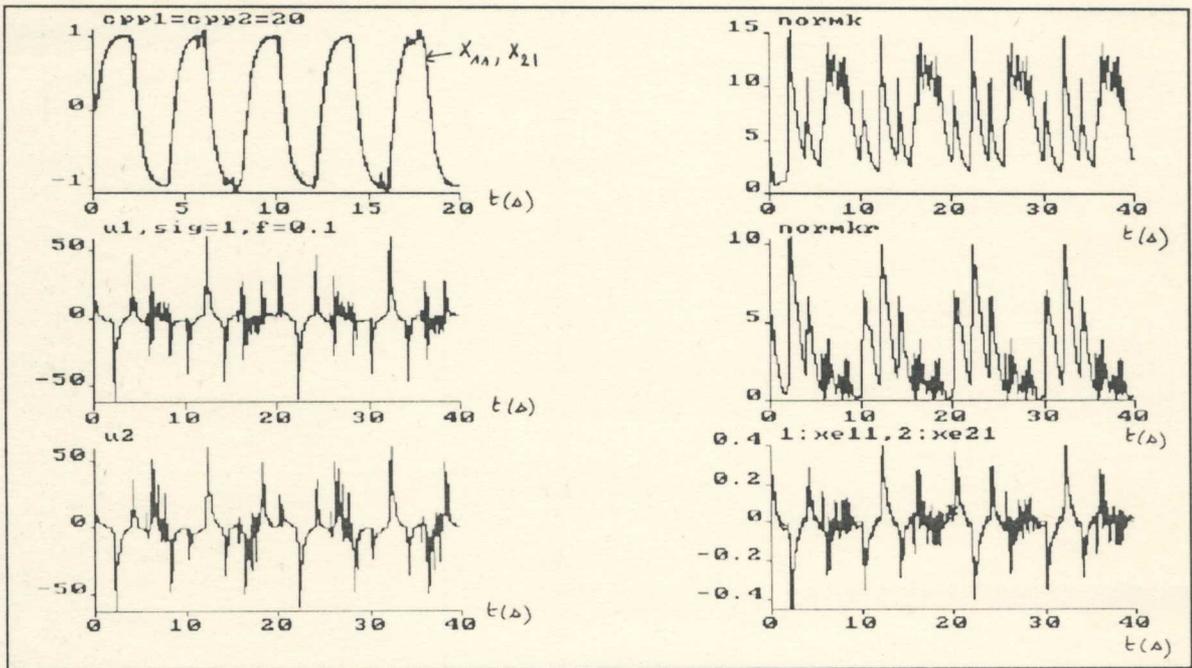


FIGURE 10-12

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

$CPP1=20Nms$, $CPP2=20Nms$, $f=0.1Hz$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

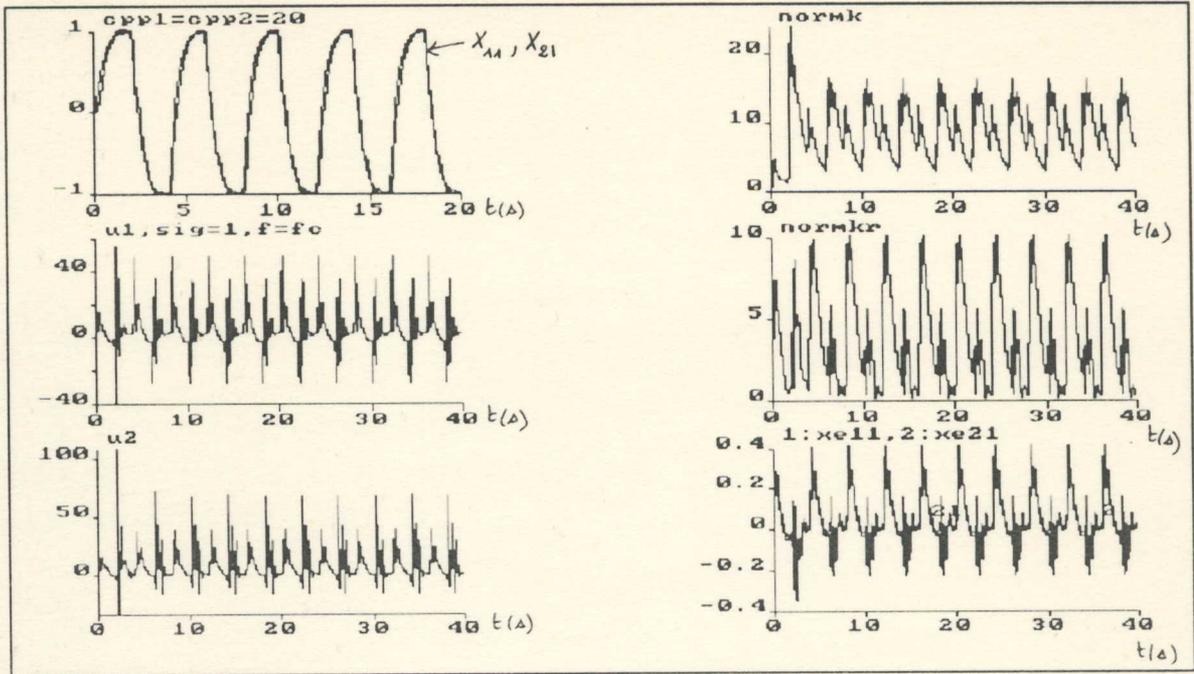


FIGURE 10-13

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

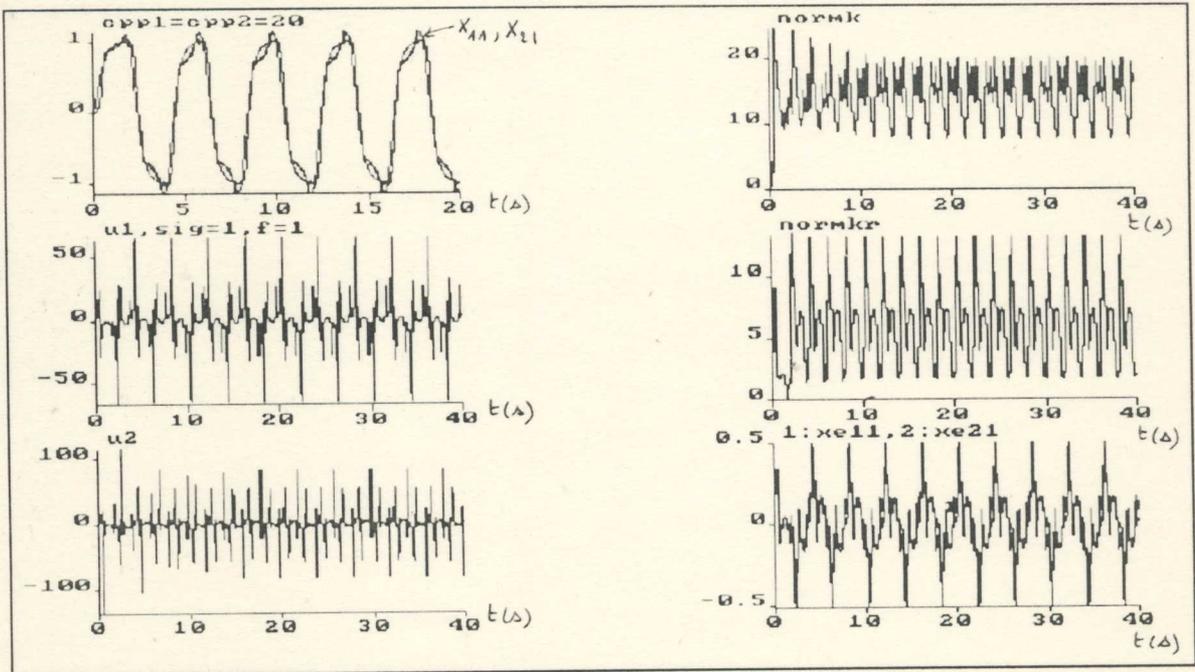


FIGURE 10-14

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente des frictions

CPP1=20Nms, CPP2=20Nms, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

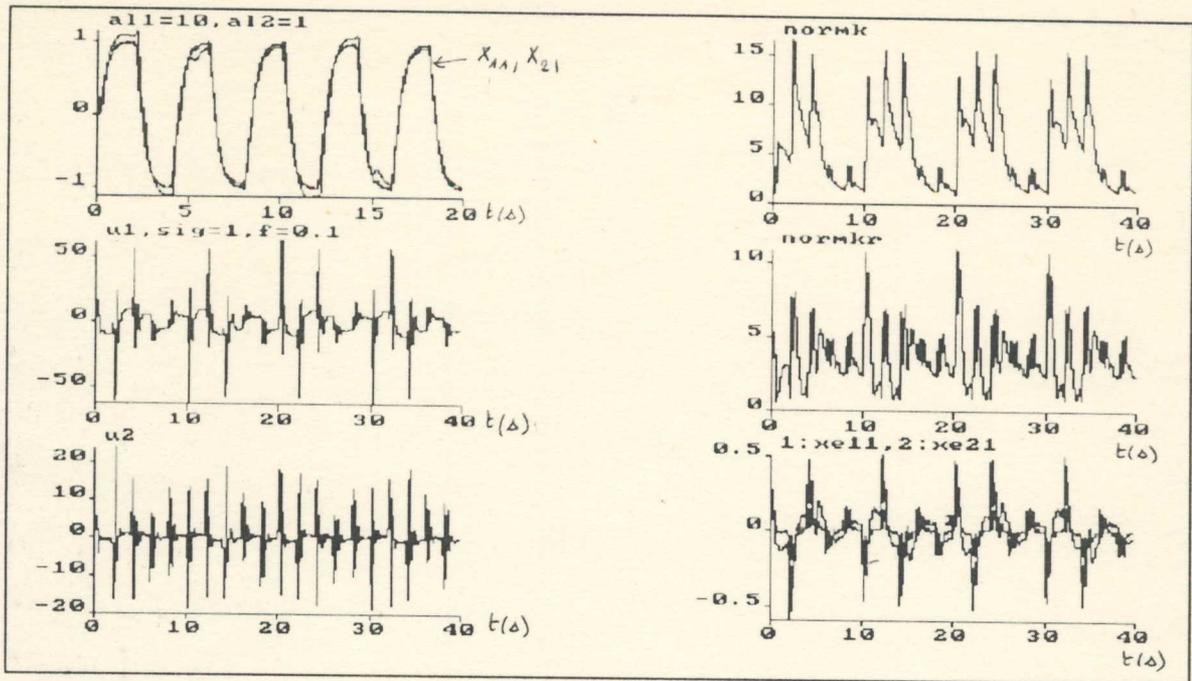


FIGURE 10-15

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

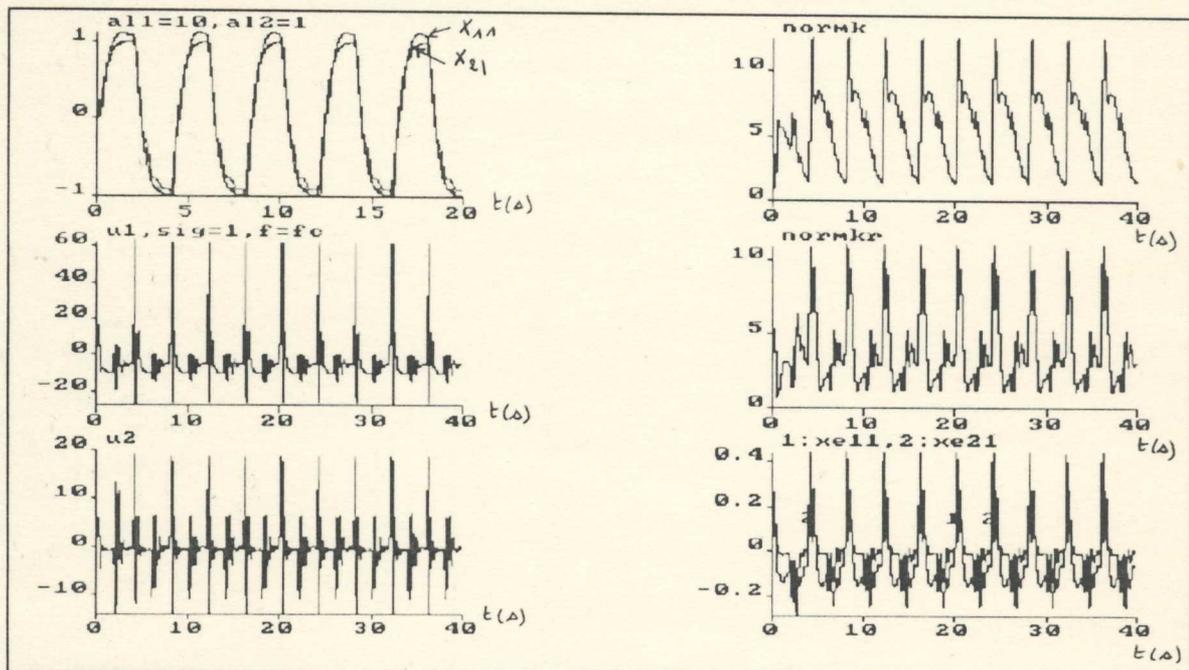


FIGURE 10-16

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=f_c$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

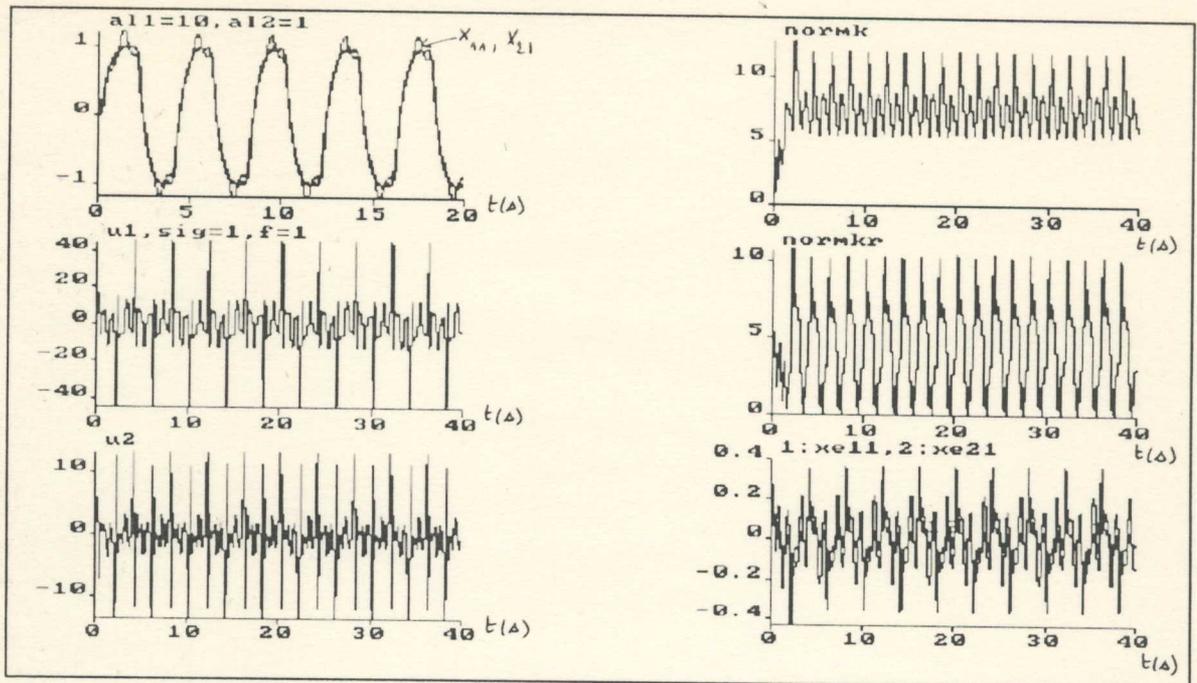


FIGURE 10-17

Commande MCS avec modification σ , avec variation rapide sur la masse

$AL1=10\text{Kg}$, $AL2=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

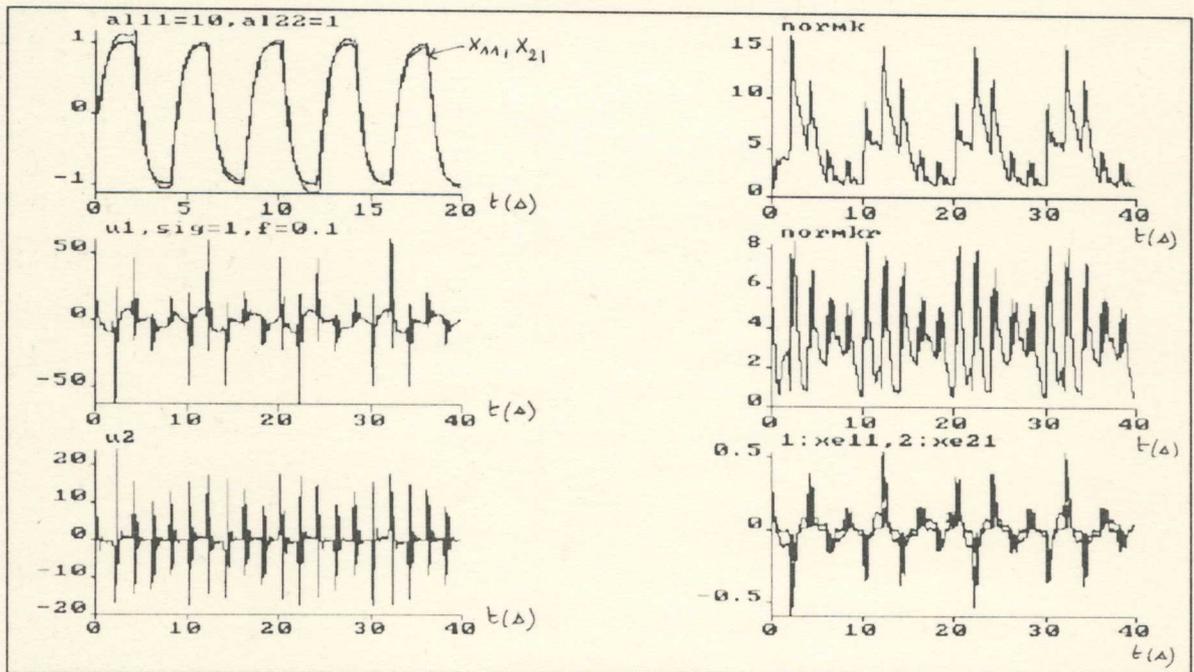


FIGURE 10-18

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=0.1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

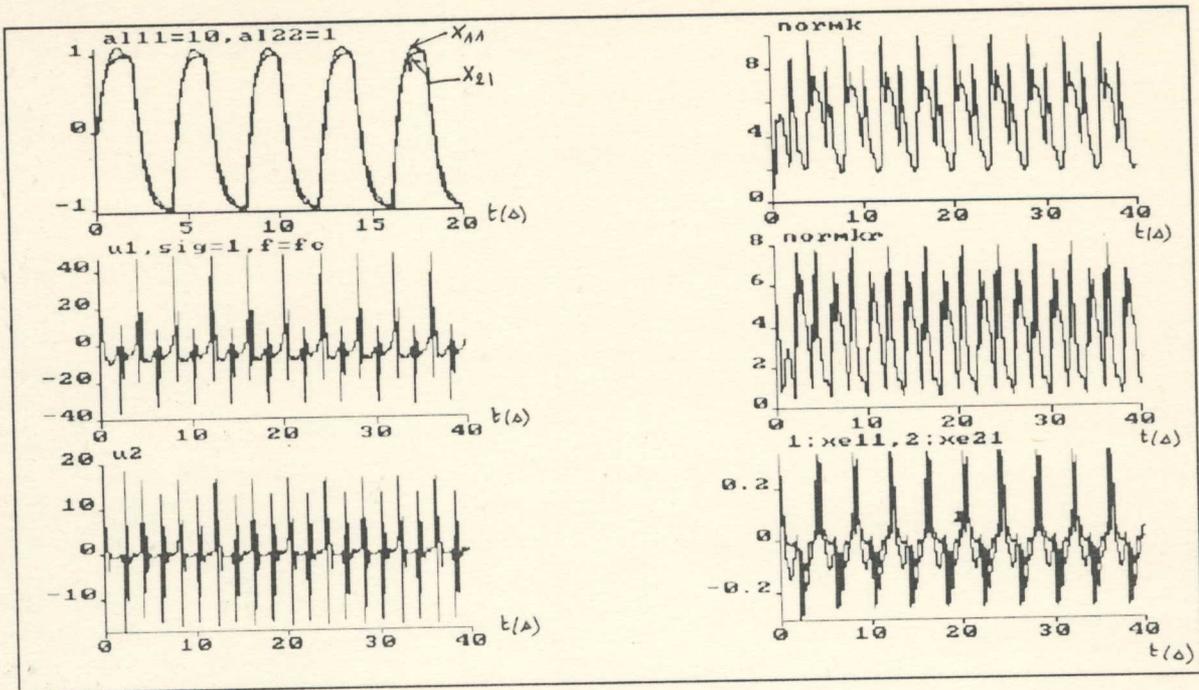


FIGURE 10-19

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=fc$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

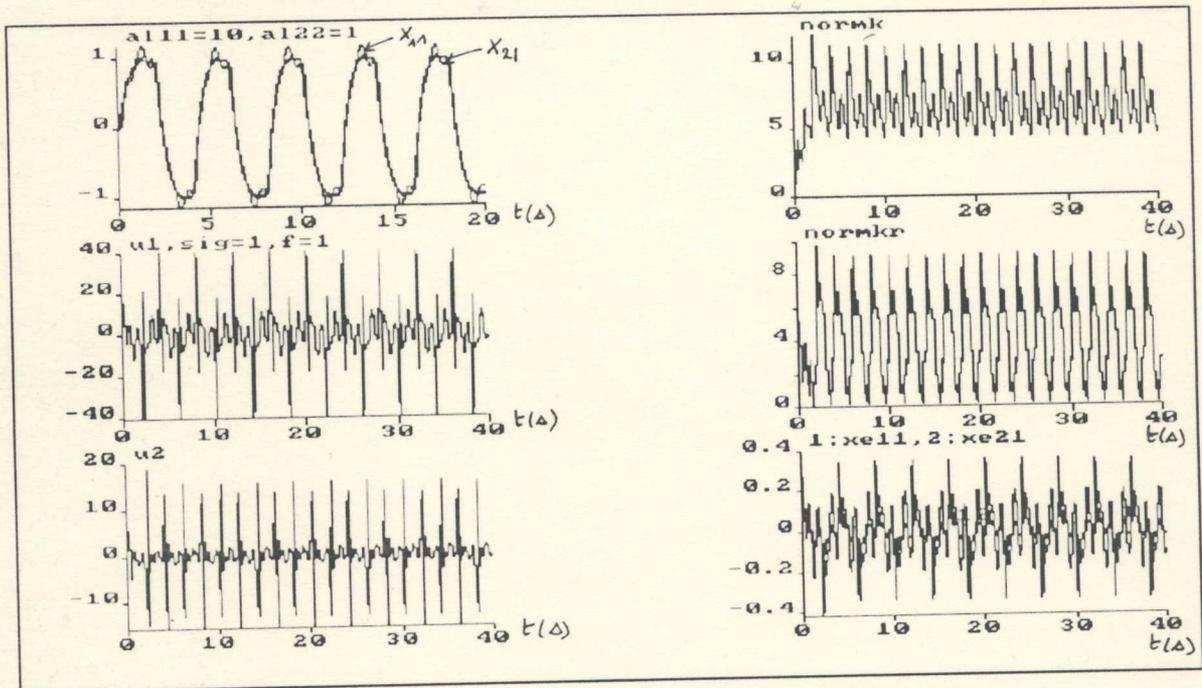


FIGURE 10-20

Commande MCS avec modification σ , avec variation lente sur la masse

$AL11=10\text{Kg}$, $AL22=1\text{Kg}$, $f=1\text{Hz}$ pour $\sigma=1$, $\alpha=100$ et $\beta=0$

ANNEXE B

RESOLUTION DE L'INTEGRALE DE POPOV
POUR LE BRAS MANIPULATEUR CLASSE 1
A DEUX DEGRES DE LIBERTE

Considérons notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 à deux degrés de liberté, décrit par l'équation d'état suivante:

$$X'(t) = A X(t) + B U(t) + d(t) \quad (1)$$

avec $\dim(X)=4*1$; $\dim(U)=2*1$; $\dim(A)=4*4$; $\dim(B)=4*2$; $\dim(d)=4*1$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & -a_4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_2 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_4 \end{bmatrix}; \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

* Le terme $d(t)$ représente un vecteur qui englobe les variations extérieures appliquées au système, les non-linéarités du système et quelques termes non-modélés. Donc, le terme $d(t)$ ne peut être nul ($d(t) \neq 0_{4,1}$) et si $X(t) \neq 0_{4,1}$, on peut alors le représenter par l'expression suivante :

$$d(t) = \delta A_1(t) \cdot X(t) \quad (2)$$

avec $\dim(\delta A_1(t)) = 4*4$.

* Le terme $\delta A_1(t)$ peut alors, être considéré comme une variation inconnue de la matrice paramètre A.

On obtient alors :

$$X'(t) = (A + \delta A_1(t)) X(t) + B U(t) \quad (3)$$

avec :

$$\delta A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta a_{11} & \delta a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta a_{21} & \delta a_{22} \end{bmatrix}$$

Maintenant, supposons que des variations sur les paramètres présents dans $\{A,B\}$ puissent survenir. Notons δA_2 et δB respectivement ces changements sur A et B.

* Posons: $\delta A(t) = \delta A_1(t) + \delta A_2(t)$; donc l'équation d'état (3) peut être représentée par :

$$X'(t) = (A + \delta A(t)) \cdot X(t) + (B + \delta B(t)) \cdot U(t) \quad (4)$$

Le but de la commande MRAC (ou MCS) est d'assurer que la variable d'état $X(t)$ suit fidèlement l'état du modèle de référence $X_m(t)$ en dépit des effets inconnus $\delta A(t)$ et $\delta B(t)$.

Le modèle de référence est donné par:

$$\dot{X}_m(t) = A_m X_m(t) + B_m r(t) \quad (5)$$

où $\dim(X_m(t)) = 4 \times 1$; $\dim(r(t)) = 2 \times 1$; $r(t)$ = signal de référence.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{m3} & -a_{m4} \end{bmatrix} ; B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -b_m \end{bmatrix}$$

Donc, l'équation d'état du système en boucle fermée sera donnée par :

$$\dot{X} = A^* X(t) + B^* U \quad (6)$$

avec :

$$\begin{cases} A^* = A + \delta A \\ B^* = B + \delta B \end{cases}$$

L'erreur dynamique en boucle fermée du système sera donnée par :

$$\dot{X}_e(t) = A_m X_e(t) + (A_m - A^*) X(t) + B_m r(t) - B^* U \quad (7)$$

où :

$$X_e = X_m - X$$

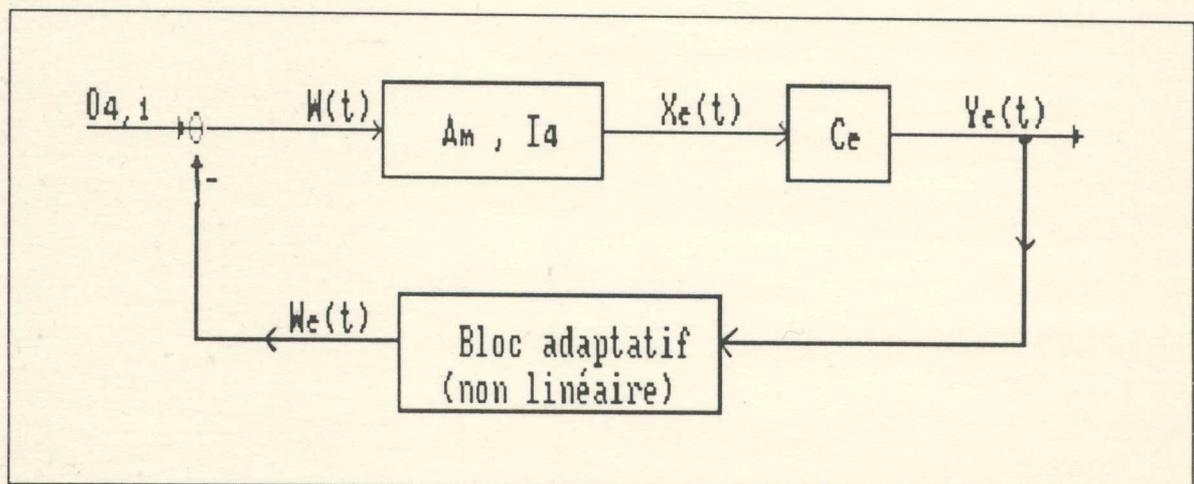
Posons :

$$W(t) = (A_m - A^*) X(t) + B_m r(t) - B^* U \quad (8)$$

D'où :

$$\dot{X}_e(t) = A_m X_e(t) + I_{4,4} W(t) \quad (9)$$

La stabilité absolue de (9) est recherchée par l'application de la théorie d'Hyperstabilité et du critère de POPOV au système non linéaire équivalent en boucle fermée, montré dans la figure suivante :



$$\text{avec: } A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a^1_{11} & a^1_{12} & a^1_{13} & a^1_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a^2_{11} & a^2_{12} & a^2_{13} & a^2_{14} \end{bmatrix}; \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b^1_{11} & b^1_{12} \\ 0 & 0 \\ b^2_{11} & b^2_{12} \end{bmatrix}; \quad B^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b^{\cdot}_{11} & -b^{\cdot}_{12} \\ 0 & 0 \\ -b^{\cdot}_{21} & b^{\cdot}_{22} \end{bmatrix}$$

Notre système non linéaire est hyperstable si $\{ A_m, I_{4,4}, C_c \}$ est un bloc hyperstable, c'est à dire
$$\begin{cases} C_c A_m + A_m^T C_c = -Q, & Q > 0 \\ C_c = I_{4,4}^T P \end{cases} \quad (17)$$

et le critère de POPOV vérifié, soit :

$$\int_{t_0}^{t_1} y_c^T(t) W_c(t) dt \geq -\gamma^2, \quad \forall t_1 \geq t_0 \quad (18)$$

Pour un modèle de référence donné, et une matrice positive définie arbitraire Q (par exemple : $Q = I_{4,4}$), l'équation de Lyapunov (17) peut être résolue pour produire une matrice positive définie C_c .

Il reste à satisfaire (18), qui peut être écrite comme :

$$\begin{cases} \int_{t_0}^{t_1} y_c^T (B^* \delta K - A_0) X(t) dt \geq -\gamma_1^2 & (18-a) \\ \int_{t_0}^{t_1} y_c^T (B^* \delta K_r - B_0) r(t) dt \geq -\gamma_2^2 & (18-b) \end{cases}$$

avec $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 = \gamma^2$

D'où le critère de Popov (18-a) qui devient après développement :

$$\int_{t_0}^{t_1} Y_c^T (B^* \int_0^t \alpha Y_c X^T d\tau - A_0) X(t) dt \geq -\gamma_{11}^2 \quad (19-a)$$

et

$$\int_{t_0}^{t_1} Y_c^T B^* \beta Y_c X^T X dt \geq -\gamma_{12}^2 \quad (19-b)$$

avec $\gamma_{11}^2 + \gamma_{12}^2 = \gamma_1^2$

de même pour (18-b) qui devient :

$$\int_{t_0}^{t_1} Y_c^T (B^* \int_0^t \alpha Y_c r^T d\tau - B_0) r(t) dt \geq -\gamma_{21}^2 \quad (20-a)$$

et

$$\int_{t_0}^{t_1} Y_c^T B^* \beta Y_c r^T r dt \geq -\gamma_{22}^2 \quad (20-b)$$

avec $\gamma_{21}^2 + \gamma_{22}^2 = \gamma_2^2$

Rappelons que :

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b^{\cdot}_{11} & -b^{\cdot}_{12} \\ 0 & 0 \\ -b^{\cdot}_{21} & b^{\cdot}_{22} \end{bmatrix}$$

Transformons la matrice B^* en B^{**} afin de simplifier et faciliter notre analyse. Pour cela, posons : $B^{**} U = B^* U$

avec :

$$B^{**} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{11}^{**} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{22}^{**} \end{bmatrix}$$

Cela suppose que $u_i \neq 0_{2,1}$ le long des trajectoires de commande concevable (une condition qui peut être assurée artificiellement par l'introduction de signaux biaisés en u_i).

D'où :

$$\begin{cases} b_{11}^{**} = b_{11}^* - b_{12}^*/u_1 \\ b_{22}^{**} = b_{22}^* - b_{21}^*/u_2 \end{cases}$$

Soit :

$$b_{ii}^{**} = b_{ii}^* - \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^2 b_{ij}^*/u_i$$

L'inégalité (19-a) peut maintenant être développée, avec l'introduction de B^{**} au lieu de B^* en :

$$\begin{aligned} I_1 = \int_{t_0}^{t_1} & \left\{ b_{11}^{**} \alpha_1 \left[y_{e12} x_{11} \left(\int_0^t y_{e12} x_{11} d\tau - a_{11}^1 / (b_{11}^{**} \alpha_1) \right) + y_{e12} x_{12} \left(\int_0^t y_{e12} x_{12} d\tau - a_{12}^1 / (b_{11}^{**} \alpha_1) \right) \right. \right. \\ & + y_{e12} x_{21} \left(\int_0^t y_{e12} x_{21} d\tau - a_{13}^1 / (b_{11}^{**} \alpha_1) \right) + y_{e12} x_{22} \left. \left. \left(\int_0^t y_{e12} x_{22} d\tau - a_{14}^1 / (b_{11}^{**} \alpha_1) \right) \right] \right. \\ & + b_{22}^{**} \alpha_2 \left[y_{e22} x_{11} \left(\int_0^t y_{e22} x_{11} d\tau - a_{11}^2 / (b_{22}^{**} \alpha_2) \right) + y_{e22} x_{12} \left(\int_0^t y_{e22} x_{12} d\tau - a_{12}^2 / (b_{22}^{**} \alpha_2) \right) \right. \\ & \left. \left. + y_{e22} x_{21} \left(\int_0^t y_{e22} x_{21} d\tau - a_{13}^2 / (b_{22}^{**} \alpha_2) \right) + y_{e22} x_{22} \left(\int_0^t y_{e22} x_{22} d\tau - a_{14}^2 / (b_{22}^{**} \alpha_2) \right) \right] \right\} dt \geq -\gamma_{11}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

L'inégalité (21) peut alors s'exprimer comme la somme suivante :

$$I_1 = I_{11} + I_{12} + I_{14} + I_{15} + I_{16} + I_{17} + I_{18} \geq -\gamma_{11}^2$$

$$I_1 = \sum_{j=1}^4 I_{1j} + \sum_{j=1}^4 I_{2j}$$

où chaque terme de I_{1j} a l'expression suivante :

$$\int_{t_0}^{t_1} b_{11}^{**} \alpha_1 \left[y_{e12} x_{ik} \int_0^t y_{e12} x_{ik} - a_{il}^1 / (b_{11}^{**} \alpha_1) \right] dt \quad (22)$$

$$i = 1,2$$

$$k = 1,2$$

$$l = 1,2,3,4$$

De même, chaque terme de I_{2j} aura l'expression suivante :

$$\int_{t_0}^{t_1} b_{22}^{**} \alpha_2 \left[y_{e22} x_{ik} \int_0^t y_{e22} x_{ik} - a_{il}^2 / (b_{22}^{**} \alpha_2) \right] dt \quad (23)$$

Les expressions obtenues en (22) ou (23) satisfont la propriété intégrale suivante:

$$\int_{t_0}^{t_1} k f f dt \geq -k f^2(t_0) / 2 \quad (*)$$

où k est une constante et f aura l'expression de :

$$f = \int_0^t y_{e12} x_{ik} - a^1_{i1} / (b^*_{11} \alpha_1) \text{ pour (22) avec } k = b^*_{11} \alpha_1 \quad (24)$$

et

$$f = \int_0^t y_{e22} x_{ik} - a^2_{i1} / (b^*_{22} \alpha_2) \text{ pour (23) avec } k = b^*_{22} \alpha_2 \quad (25)$$

Alors si (a^1_{i1} et b^*_{11} pour (24)) et (a^2_{i1} et b^*_{22} pour (25)) varient moins rapidement que les termes transitoires dans les gains adaptatifs alors :

$$f = y_{e12} x_{ik} \text{ pour (24) et } f = y_{e22} x_{ik} \text{ pour (25)}$$

L'inégalité (21) est donc satisfaite du fait que chaque terme dans la somme satisfait l'inégalité de type (*), à condition que :

$$\begin{cases} b^*_{11} \text{ et } \alpha_1 \text{ soient de même signe.} \\ \text{et} \\ b^*_{22} \text{ et } \alpha_2 \text{ soient de même signe.} \end{cases}$$

De même, l'inégalité (19-b) devient après développement de ses termes:

$$I_2 = \left[\int_{t_0}^{t_1} \beta_1 b^*_{11} y^2_{e12} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^2 x^2_{ij} dt + \int_{t_0}^{t_1} \beta_2 b^*_{22} \sum_{\substack{i=1 \\ j=2}}^2 x^2_{ij} dt \right] \geq -\gamma^2_{12} \quad (26)$$

Comme $t_0 \geq t_1$, alors I_2 est toujours positive à condition d'avoir :

$$\begin{cases} \beta_1 \text{ et } b^*_{11} \text{ de même signe.} \\ \text{et} \\ \beta_2 \text{ et } b^*_{22} \text{ de même signe.} \end{cases}$$

De façon similaire à l'inégalité (19-a), le développement de l'inégalité (20-a), nous donne :

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ b^*_{11} \alpha_1 \left[y_{e12} r_1 \left(\int_0^t y_{e12} r_1 d\tau - b^1_{11} / (b^*_{11} \alpha_1) \right) + y_{e12} r_2 \left(\int_0^t y_{e12} r_2 d\tau - b^1_{12} / (b^*_{11} \alpha_1) \right) \right] \right. \\ \left. + b^*_{22} \alpha_2 \left[y_{e22} r_1 \left(\int_0^t y_{e22} r_1 d\tau - b^2_{11} / (b^*_{22} \alpha_2) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + y_{e22} r_2 \left(\int_0^t y_{e22} r_2 d\tau - b^2_{12} / (b^*_{22} \alpha_2) \right) \right] \right\} dt \geq -\gamma^2_{21}$$

De la même façon que I_1 , on remarque que chaque terme de I_3 est écrit de la forme :

$$\int_{t_0}^{t_1} k f f dt \geq -k f^2(t_0) / 2$$

Donc l'inégalité (20-a) est vérifiée à condition que :

$$\left\{ \begin{array}{l} b^*_{11} \text{ et } \alpha_1 \text{ soient de même signe.} \\ \text{et} \\ b^*_{22} \text{ et } \alpha_2 \text{ soient de même signe.} \end{array} \right.$$

De même, l'inégalité (20-b) aboutit à la forme suivante:

$$I_4 = \int_{t_0}^{t_1} b^*_{11} \beta_1 y^2_{e12} \sum_{i=1}^{\ell} r_i^2 dt + \int_{t_0}^{t_1} b^*_{22} \beta_2 y^2_{e22} \sum_{i=1}^{\ell} r_i^2 dt \geq -\gamma^2_{22}$$

Comme pour (19-b), l'inégalité (20-b) est vérifiée si :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1 \text{ et } b^*_{11} \text{ sont de même signe.} \\ \text{et} \\ \beta_2 \text{ et } b^*_{22} \text{ sont de même signe.} \end{array} \right.$$

Le critère de POPOV (18) est donc vérifié et les lois de commandes adaptatives (MRAC ou MCS) assurent un système en boucle fermée asymptotiquement hyperstable.

ANNEXE C-1

Utilisation des fonctions de Lyapunov
pour démontrer que l'erreur de sortie
est bornée

Cas sans modification σ ou e :

Considérons notre système non linéaire, décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{X} = A.X + B.U + d \quad (1)$$

avec DIM (X) = 4*1; DIM (U) = 2*1; DIM (A) = 4*4; DIM (B) = 4*2; DIM (d) = 4*1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & -a_4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Le modèle de référence est donné par : $\dot{X}_m = A_m X_m + B_m r$ (2)

où DIM (X_m) = 4*1 ; DIM (r) = 2*1; DIM (A_m) = 4*4; DIM (B_m) = 4*2

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{m3} & -a_{m4} \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -b_m \end{bmatrix}$$

L'erreur dynamique en boucle fermée du système sera donnée par :

$$\dot{X}_e = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d \quad (3)$$

où : $X_e = X_m - X$

Pour le besoin de la démonstration, nous allons découpler notre système comme suit :

$$B.U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_4 u_2 \\ 0 \\ -b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

$$B.U = B'.U + \delta d \quad (4)$$

Le vecteur δd sera considéré comme une perturbation supplémentaire qu'on ajoutera au vecteur $d(t)$ qui englobe la partie non linéaire du système ainsi que toute perturbation extérieure.

Utilisation des fonctions de Lyapunov pour démontrer que l'erreur de sortie est bornée

Cas sans modification σ ou e :

Considérons notre système non linéaire, décrit par l'équation d'état suivante:

$$\dot{X} = A.X + B.U + d \quad (1)$$

avec DIM (X) = 4*1; DIM (U) = 2*1; DIM (A) = 4*4; DIM (B) = 4*2; DIM (d) = 4*1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & -a_4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Le modèle de référence est donné par : $X_m = A_m X_m + B_m r$ (2)

où DIM (X_m) = 4*1 ; DIM (r) = 2*1; DIM (A_m) = 4*4; DIM (B_m) = 4*2

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{m3} & -a_{m4} \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -b_m \end{bmatrix}$$

L'erreur dynamique en boucle fermée du système sera donnée par :

$$\dot{X}_e = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d \quad (3)$$

où : $X_e = X_m - X$

Pour le besoin de la démonstration, nous allons découpler notre système comme suit :

$$B.U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_4 u_2 \\ 0 \\ -b_3 u_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B.U = B' . U + \delta d$$

Le vecteur δd sera considéré comme une perturbation supplémentaire qu'on ajoutera au vecteur $d(t)$ qui englobe la partie non linéaire du système ainsi que toute perturbation extérieure.

Soit :

$$d^* = d + \delta d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 - b_4 u_2 \\ 0 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

D'où l'équation d'état de l'erreur dynamique (3) qui s'écrira comme :

$$X_e' = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B^* U - d^* \quad (6)$$

La commande U est donnée par :

$$U = \left[\int_0^t \alpha Y_e X^T + \beta Y_e X^T \right] \cdot X + \left[\int_0^t \alpha Y_e r^T + \beta Y_e r^T \right] \cdot r \quad (7)$$

$$\text{avec : } \alpha = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_2 \end{bmatrix}$$

où $Y_e = C_e \cdot X_e$ avec $\text{DIM}(Y_e) = 4 \times 1$; $\text{DIM}(C_e) = 4 \times 4$; $Y_e = [y_{e11} \ y_{e12} \ y_{e21} \ y_{e22}]^T$

$$\begin{cases} C_e A_m + A_m^T C_e = -Q & ; Q > 0 \\ C_e = I_{4,4}^T P & ; P > 0 \end{cases}$$

L'équation d'état de l'erreur dynamique (6) s'écrira alors comme suit :

$$X_e' = A_m X_e - \Phi^{*T} W - \gamma^{*T} W - d^* \quad (8)$$

$$\text{où : } \Phi^{*T} = \left[-(A_m - A) + B^* \int_0^t \alpha Y_e X^T, -B_m + B^* \int_0^t \alpha Y_e r^T \right] \quad (\text{DIM}(\Phi^{*T}) = 4 \times 6)$$

$$\gamma^{*T} = \left[B^* \beta Y_e X^T, B^* \beta Y_e r^T \right] \quad (\text{DIM}(\gamma^{*T}) = 4 \times 6)$$

$$W = \left[X^T, r^T \right] \quad (\text{DIM}(W) = 6 \times 1)$$

La structure spéciale des matrices Φ^{*T} , γ^{*T} et du vecteur d^* , soit :

$$\Phi^{*T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 & \phi_{14}^1 & \phi_{15}^1 & \phi_{16}^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 & \phi_{14}^2 & \phi_{15}^2 & \phi_{16}^2 \end{bmatrix} \quad \gamma^{*T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{11}^1 & \gamma_{12}^1 & \gamma_{13}^1 & \gamma_{14}^1 & \gamma_{15}^1 & \gamma_{16}^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{11}^2 & \gamma_{12}^2 & \gamma_{13}^2 & \gamma_{14}^2 & \gamma_{15}^2 & \gamma_{16}^2 \end{bmatrix} \quad d^* = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 - b_4 u_2 \\ 0 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

nous permet d'introduire une nouvelle matrice : $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ telsque :

$$X_e = A_m X_e - \Gamma \Phi^T W - \Gamma \gamma^T W - \Gamma d^{**} \quad (9)$$

$$\text{avec } \Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi^T_1 \\ \Phi^T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^1_{11} & \phi^1_{12} & \phi^1_{13} & \phi^1_{14} & \phi^1_{15} & \phi^1_{16} \\ \phi^2_{11} & \phi^2_{12} & \phi^2_{13} & \phi^2_{14} & \phi^2_{15} & \phi^2_{16} \end{bmatrix} \quad \gamma^T = \begin{bmatrix} \gamma^T_1 \\ \gamma^T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma^1_{11} & \gamma^1_{12} & \gamma^1_{13} & \gamma^1_{14} & \gamma^1_{15} & \gamma^1_{16} \\ \gamma^2_{11} & \gamma^2_{12} & \gamma^2_{13} & \gamma^2_{14} & \gamma^2_{15} & \gamma^2_{16} \end{bmatrix}$$

$$d^{**} = \begin{bmatrix} d_1 - b_4 u_2 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

Choisissons alors, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + \sum_{i=1}^2 (1/(b_i \alpha_i)) \Phi^T_i \Phi_i \quad (10)$$

soit encore: $V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + (1/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (1/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2$

Notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 est dit globalement asymptotiquement stable si : $V(X_e, \Phi^T) < 0$

Calculons alors $V(X_e, \Phi^T)$:

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + X_e^T P X_e + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2$$

$$V(X_e, \Phi^T) = (A_m X_e - \Gamma \Phi^T W - \Gamma \gamma^T W - \Gamma d^{**})^T P X_e + X_e^T P (A_m X_e - \Gamma \Phi^T W - \Gamma \gamma^T W - \Gamma d^{**}) + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2$$

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T (A_m^T P + P A_m) X_e - 2 X_e^T P \Gamma \Phi^T W - 2 X_e^T P \Gamma \gamma^T W - 2 X_e^T P \Gamma d^{**} + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2$$

$$V(X_e, \Phi^T) = -X_e^T Q X_e - 2 X_e^T P \Gamma \Phi^T W - 2 X_e^T P \Gamma \gamma^T W - 2 X_e^T P \Gamma d^{**} + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2$$

$$\text{or : } \begin{cases} \Phi^T_1 = b_1 \alpha_1 y_{e12} W^T \\ \Phi^T_2 = b_2 \alpha_2 y_{e22} W^T \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\text{D'où : } (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2 &= 2 y_{e12} \Phi_1^T W + 2 y_{e22} \Phi_2^T W \\
&= 2 Y_e \Gamma \Phi^T W \\
&= 2 X_e^T P \Gamma \Phi^T W
\end{aligned}$$

D'où :

$$V(X_e, \Phi^T) = - X_e^T Q X_e - 2 X_e^T P \Gamma \gamma^T W - 2 X_e^T P \Gamma d^{**}$$

* Le terme $2 X_e^T P \Gamma \gamma^T W$ peut être négligé devant le premier terme ($X_e^T Q X_e$), on aura donc :

$$V(X_e, \Phi^T) = - X_e^T Q X_e - 2 X_e^T P \Gamma d^{**} \quad (11)$$

On veut que $V(X_e, \Phi^T) < 0$

$$\Rightarrow V < -\lambda_{\min}(Q) \|X_e\|^2 + 2 \lambda_{\max}(P) \|X_e\| \cdot \|\Gamma\| \cdot \|d^{**}\| < 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min}(Q) \|X_e\| > 2 \lambda_{\max}(P) \|\Gamma\| \cdot \|d^{**}\| \quad (\text{or } \|\Gamma\| = I_{4,4})$$

$$\Rightarrow \|X_e\| > 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (12)$$

[34]

Nous déduisons ^[34] que pour la région définie par l'inégalité (12), nous aurons $V(X_e, \Phi^T) < 0$. Comme $V(X_e, \Phi^T)$ ne peut être négative alors l'interprétation correcte [34] est que l'erreur X_e soit **limitée** et soit éventuellement **bornée** par la région :

$$\|X_e\| < 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (13)$$

(Tant que $\|d^{**}\|$ soit bornée)

ANNEXE C-2

Utilisation des fonctions de Lyapunov pour démontrer que l'erreur de sortie est bornée

Cas avec modification σ :

Considérons notre système non linéaire, décrit par l'équation d'état suivante:

$$X' = A.X + B.U + d \quad (1)$$

avec DIM (X) = 4*1; DIM (U) = 2*1; DIM (A) = 4*4; DIM (B) = 4*2; DIM (d) = 4*1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & -a_4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Le modèle de référence est donné par : $X'_m = A_m X_m + B_m r$ (2)

où DIM (X_m) = 4*1 ; DIM (r) = 2*1; DIM (A_m) = 4*4; DIM (B_m) = 4*2

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{m3} & -a_{m4} \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -b_m \end{bmatrix}$$

L'erreur dynamique en boucle fermée du système sera donnée par :

$$X'_e = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d \quad (3)$$

où : $X_e = X_m - X$

Pour le besoin de la démonstration, nous allons découpler notre système comme suit :

$$B.U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_4 u_2 \\ 0 \\ -b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

$$B.U = B' . U + \delta d \quad (4)$$

Le vecteur δd sera considéré comme une perturbation supplémentaire qu'on ajoutera au vecteur $d(t)$ qui englobe la partie non linéaire du système ainsi que toute perturbation extérieure.

nous permet d'introduire une nouvelle matrice : $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ telsque :

$$X_e = A_m X_e - \Gamma \Phi^T W - \Gamma d^{**} \quad (11)$$

$$\text{avec } \Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi_1^T \\ \Phi_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 & \phi_{14}^1 & \phi_{15}^1 & \phi_{16}^1 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 & \phi_{14}^2 & \phi_{15}^2 & \phi_{16}^2 \end{bmatrix}$$

$$d^{**} = \begin{bmatrix} d_1 - b_4 u_2 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

Choisissons alors, la fonction de Lyapunov suivante (positive):

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + (1/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (1/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2 \quad (12)$$

Notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 est dit globalement asymptotiquement stable si : $V(X_e, \Phi^T) < 0$

Calculons alors $V(X_e, \Phi^T)$:

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + X_e^T P X_e + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2$$

$$V(X_e, \Phi^T) = -X_e^T Q X_e - 2 X_e^T P \Gamma \Phi^T W - 2 X_e^T P \Gamma d^{**} + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1$$

$$+ (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2$$

$$\text{or : } \begin{cases} \Phi_1^T = b_1 \alpha_1 y_{e12} W^T - b_1 \sigma K V_1^T \\ \Phi_2^T = b_2 \alpha_2 y_{e22} W^T - b_2 \sigma K V_2^T \end{cases}$$

$$\text{avec : } [\delta K, \delta K_r] = \begin{bmatrix} K V_1^T \\ K V_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{DIM}(\delta K) = 2*4, \text{DIM}(\delta K_r) = 2*2, \\ \text{DIM}(K V_1^T) = \text{DIM}(K V_2^T) = 1*6)$$

D'où :

$$(2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2 = 2 y_{e12} \Phi_1^T W + 2 y_{e22} \Phi_2^T W - (2 \sigma/\alpha_1) K V_1^T \Phi_1$$

$$- (2 \sigma/\alpha_2) K V_2^T \Phi_2 \quad (13)$$

L'équation (13) s'écrira encore sous la forme suivante :

$$(2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2 = 2 X^T_e P \Gamma \Phi^T W - (2 \sigma/\alpha_1) \Phi^T_1 K V_1 - (2 \sigma/\alpha_2) \Phi^T_2 K V_2 \quad (14)$$

Or la matrice Φ^T , peut encore être écrite sous la forme suivante :

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi^T_1 \\ \Phi^T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C^T_1 + b_1 K V^T_1 \\ -C^T_2 + b_2 K V^T_2 \end{bmatrix}$$

D'où :

$$V(X_e, \Phi^T) = -X^T_e Q X_e - 2 X^T_e P \Gamma d^{**} + (2 \sigma/\alpha_1) C^T_1 K V_1 - (2 b_1 \sigma/\alpha_1) K V^T_1 K V_1 + (2 \sigma/\alpha_2) C^T_2 K V_2 - (2 b_2 \sigma/\alpha_2) K V^T_2 K V_2 \quad (15)$$

$$\text{soit encore : } V(X_e, \Phi^T) = V_1 + V_2 + V_3 \quad (16)$$

$$V(X_e, \Phi^T) < 0 \text{ si } V_1 < 0, V_2 < 0 \text{ et } V_3 < 0.$$

Or:

$$V_1 < -\lambda_{\min}(Q) \|X_e\|^2 + 2 \lambda_{\max}(P) \|X_e\| \cdot \|\Gamma\| \cdot \|d^{**}\| < 0 \Rightarrow \|X_e\| > 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (\text{car } \|\Gamma\| = I_{4,4}) \quad (17)$$

$$V_2 < (1/\alpha_1) \cdot \|C^T_1\| \cdot \|K V_1\| - (b_1/\alpha_1) \cdot \|K V_1\|^2 < 0 \Rightarrow \|K V_1\| > (1/b_1) \cdot \|C^T_1\| \quad (18)$$

$$V_3 < (1/\alpha_2) \cdot \|C^T_2\| \cdot \|K V_2\| - (b_2/\alpha_2) \cdot \|K V_2\|^2 < 0 \Rightarrow \|K V_2\| > (1/b_2) \cdot \|C^T_2\| \quad (19)$$

Comme $V(X_e, \Phi^T)$ ne peut être négative alors l'interprétation correcte [34] est que l'erreur X_e soit **limitée** et soit éventuellement **bornée** par la région :

$$\|X_e\| < 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (20)$$

(Tant que $\|d^{**}\|$ soit bornée)

En utilisant la propriété des blocs hyperstables, soit à toute entrée bornée correspond une sortie bornée [34], nous déduisons que les gains variables KV_1^T et KV_2^T sont eux aussi bornées, du fait qu'ils sont fonction de X^T .

$$\text{Donc : } \|KV_1\| < (1/b_1) \cdot \|C_1^T\| \quad (21)$$

$$\text{et : } \|KV_2\| < (1/b_2) \cdot \|C_2^T\| \quad (22)$$

ANNEXE C-3

Utilisation des fonctions de Lyapunov
pour démontrer que l'erreur de sortie
est bornée

Cas avec modification e :

Considérons notre système non linéaire, décrit par l'équation d'état suivante:

$$X' = A.X + B.U + d \quad (1)$$

avec DIM (X) = 4*1; DIM (U) = 2*1; DIM (A) = 4*4; DIM (B) = 4*2; DIM (d) = 4*1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & -a_4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Le modèle de référence est donné par : $X'_m = A_m X_m + B_m r$ (2)

où DIM (X_m) = 4*1 ; DIM (r) = 2*1; DIM (A_m) = 4*4; DIM (B_m) = 4*2

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_{m1} & -a_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -a_{m3} & -a_{m4} \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -b_m & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -b_m \end{bmatrix}$$

L'erreur dynamique en boucle fermée du système sera donnée par :

$$X'_e = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B U - d \quad (3)$$

où : $X_e = X_m - X$

Pour le besoin de la démonstration, nous allons découpler notre système comme suit :

$$B.U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & -b_4 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_4 u_2 \\ 0 \\ -b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

$$B.U = B' . U + \delta d \quad (4)$$

Le vecteur δd sera considéré comme une perturbation supplémentaire qu'on ajoutera au vecteur $d(t)$ qui englobe la partie non linéaire du système ainsi que toute perturbation extérieure.

Soit :

$$d^* = d + \delta d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 - b_4 u_2 \\ 0 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

D'où l'équation d'état de l'erreur dynamique (3) qui s'écrira comme :

$$X_e' = A_m X_e + (A_m - A) X + B_m r - B^* U - d^* \quad (6)$$

La commande U est donnée par :

$$U = \delta K(t).X + \delta K_r(t).r \quad (7)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \delta K' = \alpha Y_e X^T - \sigma \|Y_e\| \delta K \\ \delta K_r' = \alpha Y_e r^T - \sigma \|Y_e\| \delta K_r \end{cases} \quad (8)$$

$$\quad \quad \quad (9)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_2 \end{bmatrix}$$

où $Y_e = C_e \cdot X_e$ avec $\text{DIM}(Y_e) = 4 \times 1$; $\text{DIM}(C_e) = 4 \times 4$; $Y_e = [y_{e11} \ y_{e12} \ y_{e21} \ y_{e22}]^T$

$$\begin{cases} C_e A_m + A_m^T C_e = -Q & ; Q > 0 \\ C_e = I_{4,4}^T P & ; P > 0 \end{cases}$$

L'équation d'état de l'erreur dynamique (6) s'écrira alors comme suit :

$$X_e' = A_m X_e - \Phi^{*T} W - d^* \quad (10)$$

$$\text{où: } \Phi^{*T} = \begin{bmatrix} -(A_m - A) + B^* \delta K, & -B_m + B^* \delta K_r \end{bmatrix} \quad (\text{DIM}(\Phi^{*T}) = 4 \times 6)$$

$$W = \begin{bmatrix} X^T, & r^T \end{bmatrix} \quad (\text{DIM}(W) = 6 \times 1)$$

La structure spéciale de la matrice Φ^{*T} et du vecteur d^* , soit :

$$\Phi^{*T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 & \phi_{14}^1 & \phi_{15}^1 & \phi_{16}^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 & \phi_{14}^2 & \phi_{15}^2 & \phi_{16}^2 \end{bmatrix} \quad d^* = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 - b_4 u_2 \\ 0 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

nous permet d'introduire une nouvelle matrice : $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ telsque :

$$X'_e = A_m X_e - \Gamma \Phi^T W - \Gamma d^{**} \quad (11)$$

$$\text{avec } \Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi_1^T \\ \Phi_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 & \phi_{14}^1 & \phi_{15}^1 & \phi_{16}^1 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 & \phi_{14}^2 & \phi_{15}^2 & \phi_{16}^2 \end{bmatrix}$$

$$d^{**} = \begin{bmatrix} d_1 - b_4 u_2 \\ d_2 - b_3 u_1 \end{bmatrix}$$

Choisissons alors, la fonction de Lyapunov suivante (positive):

$$V(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + (1/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (1/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2 \quad (12)$$

Notre système non linéaire, le bras manipulateur classe 1 est dit globalement asymptotiquement stable si : $V(X_e, \Phi^T) < 0$

Calculons alors $V'(X_e, \Phi^T)$:

$$V'(X_e, \Phi^T) = X_e^T P X_e + X_e^T P X'_e + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2$$

$$V'(X_e, \Phi^T) = -X_e^T Q X_e - 2 X_e^T P \Gamma \Phi^T W - 2 X_e^T P \Gamma d^{**} + (2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1$$

$$+ (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2$$

$$\text{or : } \begin{cases} \Phi_1^T = b_1 \alpha_1 y_{e12} W^T - b_1 \sigma \|Y_e\| K V_1^T \\ \Phi_2^T = b_2 \alpha_2 y_{e22} W^T - b_2 \sigma \|Y_e\| K V_2^T \end{cases}$$

$$\text{avec : } [\delta K, \delta K_t] = \begin{bmatrix} K V_1^T \\ K V_2^T \end{bmatrix} \quad (\text{DIM}(\delta K) = 2*4, \text{DIM}(\delta K_t) = 2*2, \\ \text{DIM}(K V_1^T) = \text{DIM}(K V_2^T) = 1*6)$$

D'où :

$$(2/(b_1 \alpha_1)) \Phi_1^T \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi_2^T \Phi_2 = 2 y_{e12} \Phi_1^T W + 2 y_{e22} \Phi_2^T W$$

$$- (2 \sigma / \alpha_1) \|Y_e\| K V_1^T \Phi_1 - (2 \sigma / \alpha_2) \|Y_e\| K V_2^T \Phi_2 \quad (13)$$

L'équation (13) s'écrira encore sous la forme suivante :

$$(2/(b_1 \alpha_1)) \Phi^T_1 \Phi_1 + (2/(b_2 \alpha_2)) \Phi^T_2 \Phi_2 = 2 X^T_e P \Gamma \Phi^T W - (2 \sigma/\alpha_1) \|Y_c\| \Phi^T_1 K V_1 - (2 \sigma/\alpha_2) \|Y_c\| \Phi^T_2 K V_2 \quad (14)$$

Or la matrice Φ^T , peut encore être écrite sous la forme suivante :

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi^T_1 \\ \Phi^T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C^T_1 + b_1 K V^T_1 \\ -C^T_2 + b_2 K V^T_2 \end{bmatrix}$$

D'où :

$$\begin{aligned} V(X_e, \Phi^T) &= -X^T_e Q X_e - 2 X^T_e P \Gamma d^{**} \\ &\quad + (2 \sigma/\alpha_1) \|Y_c\| C^T_1 K V_1 - (2 b_1 \sigma/\alpha_1) \|Y_c\| K V^T_1 K V_1 \\ &\quad + (2 \sigma/\alpha_2) \|Y_c\| C^T_2 K V_2 - (2 b_2 \sigma/\alpha_2) \|Y_c\| K V^T_2 K V_2 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{soit encore : } V(X_e, \Phi^T) = V_1 + V_2 + V_3 \quad (16)$$

$$V(X_e, \Phi^T) < 0 \text{ si } V_1 < 0, V_2 < 0 \text{ et } V_3 < 0.$$

Or:

$$\begin{aligned} V_1 &< -\lambda_{\min}(Q) \|X_e\|^2 + 2 \lambda_{\max}(P) \|X_e\| \cdot \|\Gamma\| \cdot \|d^{**}\| < 0 \\ \Rightarrow \|X_e\| &> 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (\text{car } \|\Gamma\| = I_{4,4}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{et comme: } Y_c = C_e X_e = P X_e$$

$$\begin{aligned} V_2 &< (1/\alpha_1) \cdot \lambda_{\max}(P) \cdot \|X_e\| \cdot \|C^T_1\| \cdot \|K V_1\| - (b_1/\alpha_1) \cdot \lambda_{\min}(P) \cdot \|X_e\| \cdot \|K V_1\|^2 < 0 \\ \Rightarrow \|K V_1\| &> (\lambda_{\max}(P) / (b_1 \cdot \lambda_{\min}(P))) \cdot \|C^T_1\| \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} V_3 &< (1/\alpha_2) \cdot \lambda_{\max}(P) \cdot \|X_e\| \cdot \|C^T_2\| \cdot \|K V_2\| - (b_2/\alpha_2) \cdot \lambda_{\min}(P) \cdot \|X_e\| \cdot \|K V_2\|^2 < 0 \\ \Rightarrow \|K V_2\| &> (\lambda_{\max}(P) / (b_2 \cdot \lambda_{\min}(P))) \cdot \|C^T_2\| \end{aligned} \quad (19)$$

Comme $V(X_e, \Phi^T)$ ne peut être négative alors l'interprétation correcte [34] est que l'erreur X_e soit **limitée** et soit éventuellement **bornée** par la région :

$$\|X_e\| < 2 (\lambda_{\max}(P) / \lambda_{\min}(Q)) \cdot \|d^{**}\| \quad (20)$$

(Tant que $\|d^{**}\|$ soit bornée)

En utilisant la propriété des blocs hyperstables, soit à toute entrée bornée correspond une sortie bornée [34], nous déduisons que les gains variables KV_1^T et KV_2^T sont eux aussi bornées, du fait qu'ils sont fonction de X_c^T .

$$\text{Donc : } \|KV_1\| < (\lambda_{\max}(P) / (b_1 \cdot \lambda_{\min}(P))) \cdot \|C_1^T\| \quad (21)$$

$$\text{et : } \|KV_2\| < (\lambda_{\max}(P) / (b_2 \cdot \lambda_{\min}(P))) \cdot \|C_2^T\| \quad (22)$$